МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

УДК 625.113:514.18

Борисенко В. Д.[1], Устенко С. А.[2], Устенко І. В.[3]

[1]Д-р техн. наук, професор, професор кафедри комп'ютерної інженерії Миколаївського національного університету імені В.О. Сухомлинського, Миколаїв, Україна

[2]Д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютерної інженерії Миколаївського національного університету імені В.О. Сухомлинського, Миколаїв, Україна

[3]Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, Миколаїв, Україна

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ ПЕРЕХІДНИХ КРИВИХ ЗАЛІЗНИЧНИХ КОЛІЙ

Актуальність. Питання геометричного моделювання перехідних кривих, які влаштовуються між прямолінійними і круговими ділянками залізничних колій, можна вважати розв'язаним у достатньому ступені. Але існує ряд чинників, що сприяють розробці нових методів моделювання цих важливих ділянок залізничних шляхів. Основними з них є підвищення швидкості руху потягів, збільшення їх маси, обмеженість розмірів території, на якій будується залізнична колія тощо. Важливість цього питання суттєво зростає при прокладці рейок в гірській місцевості, коли потягам доводиться долати підйоми і спуски, огинати природні та штучні перепони. За цих обставин перехідні криві набувають просторового характеру.

Мета. Подальший розвиток методу геометричного моделювання просторових перехідних кривих, які влаштовуються між прямолінійними та круговими ділянками залізничних колій, розташованих у двох паралельних площинах.

Метод. Перехідні ділянки залізничного шляху моделюються із застосуванням параметричних кривих, в яких за параметр приймається довжина дуги кривої. Для замкнення математичної моделі перехідних кривих приймається, що кривина кривої підпорядковується поліноміальній залежності четвертого степеня, а скруту – другого степеня. Невідомі коефіцієнти цих поліноміальних залежностей, які необхідні для розрахунку координат модельованих перехідних кривих, визначаються числовим методом, зокрема, мінімізацією функціоналу, за який приймається відхилення проміжно отриманої кінцевої точки перехідної кривої від заданої.

Результати. На підставі запропонованих теоретичних положень розроблено програмний код розрахунку та візуалізації просторових перехідних кривих, які забезпечують плавний перехід від прямолінійних ділянок залізничного шляху до кругових за умови, що обидві ці ділянки знаходяться в паралельних площинах.

Висновки. Запропоновано новий метод моделювання просторових перехідних кривих залізничних колій, які прокладаються на місцевості зі складних рельєфом. Практичною реалізацію багатьох варіантів просторових перехідних кривих, що влаштовуються між прямолінійною і круговою ділянками залізничного шляху, доведена працездатність методу їх геометричного моделювання.

Ключові слова: просторова перехідна крива, залізнична колія, геометричне моделювання, натуральна параметризація, кривина, скрут.

НОМЕНКЛАТУРА

K – кривина кривої;
S – довжина перехідної кривої;
s – криволінійна координата;
$Ч$ – скрут кривої;
a_1, $в_1$, c_1, d_1, e_1, f_1 – коефіцієнти розподілу кривини;
a_2, b_2, c_2 – коефіцієнти розподілу скруту;
Δ – цільова функція;
φ – кут нахилу дотичної;
ψ – кут відхилення кривої від дотичної площини.

DOI 10.15588/1607-3274-2017-4-4

ВСТУП

Залізничний шлях на перший погляд має дуже просту геометрію у вигляді двох паралельних рейок, але насправді йому притаманні певні геометричні особливості, обумовлені як рельєфом місцевості, наявністю населених пунктів, так і силовою взаємодією рейок з колісними парами локомотивів і вагонів.

У цілому шлях можна розглядати як сукупність прямих і кривих ділянок різної протяжності та різного радіуса округлення. При цьому можливі ділянки з підйомом або спуском шляху, що примушує розглядати його як об'єкт просторовий.

Між прямими та кривими ділянками залізничного шляху влаштовують так звані перехідні криві, які використовуються для того, щоб кривина рейок в місці сполучення елементів шляху з різною кривиною змінювалася плавно, а не стрибкоподібно. Перехідні криві застосовуються між прямою та круговою ділянками шляху, між круговими ділянками різних радіусів або круговими ділянками, спрямованими в різні сторони у вигляді літери *S*.

При різкій зміні кривини шляху поперечні сили, які діють на транспортний засіб, змінюються стрибкоподібно, що призводить до підвищеного динамічного впливу на рейки та колеса вагонів і локомотиву, збільшуючи їх знос, підвищує ймовірність сходу з рейок і перекидання транспортного засобу, скорочує термін служби шпал, а також викликає дискомфорт у пасажирів.

Перехідну криву між прямою та круговою ділянками шляху проектують таким чином, щоб у своєму початку вона мала кривину, що дорівнює нулю, а потім плавно її змінювала, наприкінці сягаючи значення, зворотного радіусу криволінійної ділянки шляху. Оскільки перехідна крива є частиною віражу, на ній забезпечується наростаючий поперечний ухил дорожнього полотна (підйом зовнішнього рейки на рейкових дорогах) до рівня, рівного ухилу на круговій кривій (і навпаки для сходу з віражу).

Особливо важливим є влаштування перехідних кривих при високих швидкостях руху потягів, застосуванні колійних кривих малого радіуса, важкому рухомому складі, проходженні довгобазового рухомого складу.

Щоб задовольнити своєму основному призначенню, перехідна крива має відповідати вказаним вище умовам стосовно кривини в початковій і кінцевій точках, подібні умови подаються і до скруту, що дуже важливо для просторових кривих.

Треба зазначити, що в різних країнах протяжність криволінійних ділянок залізничного шляху може сягати 25 та більше відсотків загальної довжини мережі. У Німеччині та Швейцарії протяжність криволінійних ділянок залізничного шляху сягає 37 %, у Франції – приблизно 31%. Але на деяких окремих шляхах питома вага криволінійних ділянок може доходити до 50%. У першу чергу, це відноситься до тих залізничних шляхів, які прокладені в гірській місцевості. Ці статистичні дані підтверджують актуальність і важливість розробки нових підходів до влаштування перехідних кривих.

Отже, об'єктом цього дослідження є геометричне моделювання просторових перехідних кривих залізничних колій. Предметом дослідження є просторові перехідні криві залізничних колій.

Метою цієї роботи є подальший розвиток методу геометричного моделювання просторових перехідних кривих, які влаштовуються між прямолінійними та круговими ділянками залізничних колій, розташованих у двох паралельних площинах.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Ця робота присвячена розробці нового підходу до геометричного моделювання перехідних кривих залізничного шляху, які влаштовуються на ділянках спуску або підйому потягів, коли початок і кінець перехідної кривої знаходяться на різній висоті. Перехідна крива має моделюватися в натуральній параметризації, що надає можливості шляхом відповідного вибору залежностей кривини та скруту від довжини дуги модельованої кривої впливати на ці важливі диференціальні характеристики просторової кривої, забезпечувати бажані умови їх моделювання.

Відомі в практиці проектування залізничних шляхів перехідні криві описуються кривими, які не в повній мірі відповідають сучасним вимогам, обумовленим зростанням швидкості руху потягів, їх маси, а для пасажирських високошвидкісних потягів забезпечення підвищеного комфорту для пасажирів.

Для розв'язання задачі, пов'язаної з геометричним моделюванням просторової перехідної кривої мають бути задані координати x, y і z початкової і кінцевої її точок, кути нахилу в них дотичних, а також радіус кола кругової ділянки. Треба визначити координати просторової перехідної кривої, для чого числовим методом знаходяться значення коефіцієнтів поліномів, якими описуються розподіли кривини та скруту модельованих кривих від довжини їх дуги. Вибір четвертого степеня для поліному, яким описується кривина, та другого степеня для скруту обумовлюється наявними граничними умовами. Так, в початковій точці перехідної кривої її кривини має дорівнювати нулю, а в кінцевій точці – величині, оберненій радіусу кола кругової ділянки.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Влаштуванню перехідних кривих в літературі приділено достатньо уваги [1–6]. Фактично це питання почало турбувати залізничників ще з самого початку експлуатації залізничних шляхів. Але на той час відносно невисокі швидкості руху потягів і невелика їх маса дозволяли миритися з певними негараздами, які обумовлювалися стрибкоподібною зміною кривини в місцях переходу від прямих рейок до кругових. Поступово зі зростанням швидкості руху потягів влаштуванню перехідних кривих почали приділяти більш серйозну увагу.

Зараз на залізничних шляхах при поданні перехідних кривих застосовують математичні криві, яким, треба відзначити, притаманні як певні переваги, так і недоліки. У сучасній практиці влаштування перехідних кривих можна виділити наступні криві:

– спіральну радіоїду (клотоїду) – криву зі змінною кривиною, зростаючою прямопропорційно її довжині (ця крива дуже часто застосовується на залізницях пострадянського простору);

– кардіоїду – криву, яка має певні переваги перед клотоїдою, коли потяг на віражі змушений пригальмовувати;

– мажорантну, пружну, швидкісну криві;

– лемніскату Бернуллі;

– кубічну параболу(застосовується на невідповідальних ділянках шляху як простіша для розрахунків);

– Віденську дугу (нім.), яка краще інших кривих враховує динаміку руху транспортного засобу. Зокрема, вона перед поворотом трохи відхиляється в протилежний повороту бік з одночасним наростанням поперечного ухилу, щоб центр мас транспортного засобу, який піднімається над дорогою, увійшов в криву максимально гладко.

Відомо, що клотоїди, кубічні параболи, лемніскати Бернуллі та деякі інші криві, які застосовуються при моделюванні перехідних кривих, здійснюють більш менш плавне спряження графіків відцентрового прискорення на ділянках кривих, що спрягаються, але вони з незадовільним ступенем забезпечують неперервність зміни наростання відцентрового прискорення в стикових точках. У цих перехідних кривих на графіках наростання прискорення мають місце розриви неперервності. Це пояснюється тим, що вказані криві були отримані та вивчені аж ніяк не для цілей проектування залізничних шляхів. Вони значно пізніше почали досліджуватися для застосування в якості перехідних кривих. На той час вони задовольняли потребам проектантів залізниць, що пояснюється не достатньо високими швидкостями руху потягів.

На завершення огляду літератури, треба зазначити, що всі вище перелічені криві за своєю геометрією є кривими плоскими, що в певній мірі ускладнює моделювання просторових перехідних кривих.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Оскільки ця робота присвячена перехідним кривим залізничних колій, що мають просторову форму, то спочатку розглянемо особливості моделювання просторових кривих в теоретичному плані. Візьмемо довільну ділянку просторового криволінійного обводу (рис. 1). На цьому рисунку застосовані наступні позначення: ds – диференціал дуги; $\varphi(s)$ – кут нахилу дотичної до кривої в поточній точці; $\psi(s)$ – кут відхилення кривої від дотичної площини в поточній точці, dx, dy, dz – прирости координат x, y і z, відповідно.

Моделювання просторової кривої будемо виконувати в натуральній параметризації, коли кривина і скрут кривої залежать від так званого натурального параметра, яким виступає довжина дуги кривої. Показаній на рис. 1 просторовій кривій відповідають певні графіки розподілу кривини $K(s)$ і скруту $X(s)$, визначені в залежності від довжини дуги обводу.

Згідно з теорією просторових кривих [7] їх кривина та скрут визначаються як швидкість зміни кутів нахилу дотичної φ та відхилення кривої від дотичної площини ψ, відповідно, тобто:

$$\frac{d\varphi}{ds} = K(s); \quad \frac{d\psi}{ds} = X(s). \tag{1}$$

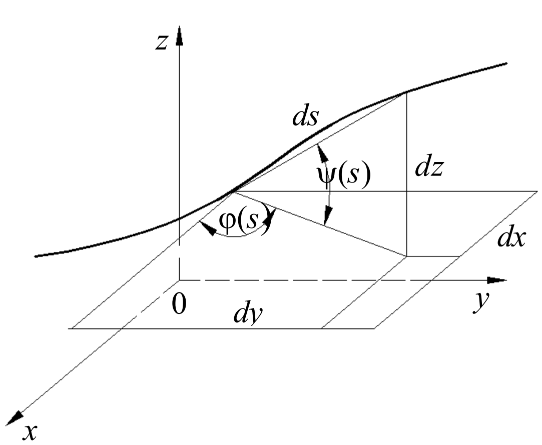

Рисунок 1 – Ділянка просторової кривої

Виражаючи з рівнянь (1) диференціали кутів та інтегруючи їх, можна знайти кут нахилу дотичної та кут відхилення кривої від дотичної площини в довільній точці кривої, що моделюється:

$$\varphi(s) = \varphi(0) + \int_0^s K(s)ds \ ;$$

$$\psi(s) = \psi(0) + \int_0^s X(s)ds,$$

де $\varphi(0)$ і $\psi(0)$ – кути нахилу дотичної та відхилення кривої від дотичної площини в початковій точці кривої, відповідно.

З розгляду рис. 1 випливає [8], що

$$dx = ds\cos\psi(s)\cos\varphi(s) \ ;$$

$$dy = ds\cos\psi(s)\sin\varphi(s) \ ;$$

$$dz = ds\sin\psi(s).$$

Після інтегрування цих виразів отримують параметричні рівняння просторової кривої, в залежності від довжини дуги:

$$x(s) = x(0) + \int_0^s \cos\psi(s)\cos\varphi(s)ds;$$

$$y(s) = y(0) + \int_0^s \cos\psi(s)\sin\varphi(s)ds;$$

$$z(s) = z(0) + \int_0^s \sin\psi(s)ds.$$

Виконати розрахунки за наведеними вище виразами можна за умови, що відомі залежності розподілу кривини та скруту.

Розглянемо геометричне моделювання перехідної кривої, яка реалізує плавний перехід від прямолінійної ділянки залізничного шляху до кругової за умови, що обидві ці ділянки знаходяться в площинах, паралельних між собою.

Позначимо початкову і кінцеву точки перехідної кривої літерами A і B, відповідно (рис. 2). Їх координати застосовуються в якості вихідних даних при моделюванні перехідної кривої. Крім того, мають бути відомими кут φ_A – кут, утворений прямолінійною ділянкою з віссю

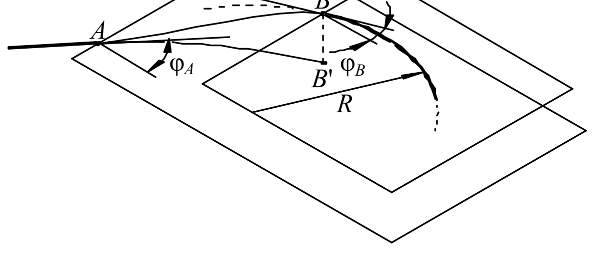

Рисунок 2 – Просторова перехідна крива

абсцис, і кут φ_B – кут, утворений дотичною до кругової ділянки також з віссю абсцис. З вихідними даними задається радіус R кругової ділянки. За умовами розв'язання поставленої задачі відхилення прямолінійної та кругової ділянок від площин, в яких вони знаходяться, тобто в точках A і B, дорівнюють нулю.

Попередній аналіз показав, що кривину K перехідної кривої доцільно описати поліномом четвертого степеня, а скрут X – поліномом другого степеня, тобто задати їх у такому вигляді:

$$K(s) = a_1 s^4 + b_1 s^3 + c_1 s^2 + d_1 s + e_1; \qquad (2)$$

$$X(s) = a_2 s^2 + b_2 s + c_2, \qquad (3)$$

де a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, a_2, b_2, c_2 – невідомі параметри розподілів кривини та скруту, що знаходяться в процесі моделювання кривої; s – криволінійна координата.

Оскільки перехідна крива з'єднує прямолінійну та кругову ділянки, то в початковій точці A її кривина дорівнює нулю, а в кінцевій точці B – величині, оберненій радіусу кривини кругової ділянки, тобто $1/R$.

Запишемо вираз похідної від рівняння кривини:

$$\frac{dK}{ds} = 4a_1 s^3 + 3b_1 s^2 + c_1 s + d_1. \qquad (4)$$

Залежність для визначення кута нахилу дотичної в точці B має вигляд:

$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{a_1 S^5}{5} + \frac{b_1 S^4}{4} + \frac{c_1 S^3}{3} + \frac{d_1 S^2}{2} + e_1 S. \qquad (5)$$

Підставляючи вихідні дані до виразів (2), (4) і (5), отримуємо:

$$e_1 = 0; \; d_1 = 0;$$

$$b_1 = \frac{20}{3S}\left(\frac{\Delta\varphi}{S^3} + \frac{K_B}{5S^2} - \frac{c_1}{3}\right);$$

$$a_1 = -\left(\frac{K_B}{S^4} + \frac{b_1}{2S}\right),$$

де $K_B = \dfrac{\Delta\varphi}{R}$, $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A$; S – довжина перехідної кривої між точками A і B.

Вираз для визначення кута ψ відхилення кривої від дотичної площини в точці B знаходять інтегруванням залежності (3):

$$\psi_B = \psi_A + \frac{a_2 S^3}{3} + \frac{b_2 S^2}{2} + c_2 S.$$

Визначимо з цього виразу коефіцієнт a_2 за умови, що ψ_A і ψ_B згідно з вихідними даними дорівнюють нулю

$$a_2 = -\frac{3}{2S^2}(b_2 S + 2c_2).$$

Таким чином, для моделювання просторової перехідної кривої треба знати коефіцієнти c_1, b_2 і c_2, а також довжину дуги S.

Визначення цих невідомих величин реалізуємо шляхом розв'язання задачі мінімізації, в якій за цільову функцію приймемо відхилення проміжно отриманої кінцевої точки перехідної кривої від заданої точки B:

$$\Delta = \sqrt{(x_B - x_к)^2 + (y_B - y_к)^2 + (z_B - z_к)^2}.$$

У цьому виразі індекс «к» відповідає кінцевій точці проміжно змодельованої кривої.

Для мінімізації записаного функціоналу застосовано високоефективний алгоритм, запропонований Хуком-Дживсом [9] і призначений для мінімізації функції багатьох змінних. Перевагою цього алгоритму є те, що він не передбачає визначення частинних похідних від функції, яка мінімізується. Загально відомо, що саме частинні похідні при числовому їх знаходженні дуже часто затрудняють пошук оптимальних параметрів, оскільки їх визначенню притаманні певні коливання і, навіть, похибки.

Алгоритм Хука-Дживса також не передбачає наявності обласних обмежень параметрів, що оптимізуються. Це є дуже важливим для розв'язання задач, коли межі варіювання параметрів невідомі.

При розв'язанні задачі мінімізації задається вихідна точка в просторі параметрів, що оптимізуються. Процес розрахунків закінчується, коли кінцева точка проміжної кривої наближається до заданої точки з наперед обумовленою точністю.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

На підставі запропонованого методу моделювання просторових перехідних кривих розроблено програмний код, застосування якого дозволяє проводити обчислювальний експеримент з візуалізацією отриманих графічних результатів.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

У результаті проведених обчислювальних експериментів отримані результати, наведені нижче у графічному вигляді.

На рис. 3 показані перехідні криві, побудовані за умови, що варіюється кут нахилу дотичної в початковій точці в межах від 30° до 50° з кроком 5°. Слід зазначити, що при менших значеннях кута, що варіюється, отримані перехідні криві в горизонтальній проекції в певній мірі нагадують так звану Віденську дугу.

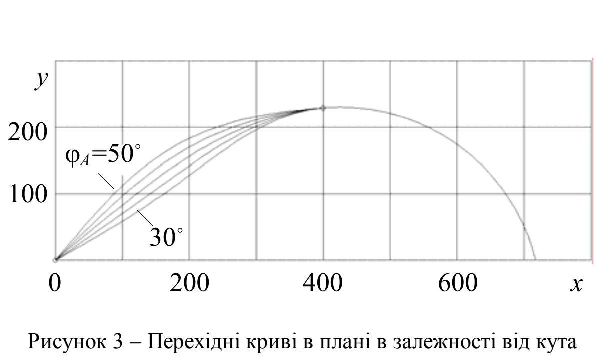

Рисунок 3 – Перехідні криві в плані в залежності від кута нахилу дотичної в початковій точці

Виконання поставлених умов до моделювання просторових перехідних кривих можна побачити на рис. 4, де показані фронтальні і горизонтальні проекції кривих, розглянутих вище на рис. 3. Щодо рис. 4, то на ньому застосовано розташування координатних осей, притаманних комплексним кресленням нарисної геометрії. Фронтальні проекції перехідних кривих чітко свідчать про те, що їх лінійні і кругові ділянки розташовані у паралельних площинах.

Для більшої інформативності на рис. 5 показані просторові перехідні криві, які отримані із застосуванням розробленої програми та візуалізовані у середовищі проектування AutoCAD завдяки сформованим у розробленій програмі так званих *script*-файлів. Представлені на цьому рисунку результати відображають вплив кута нахилу дотичної в початковій точці. Вони отримані із застосуванням можливостей 3D моделювання середовища проектування AutoCAD.

На рис. 5 виділені тільки криволінійні ділянки залізничного шляху, тобто безпосередньо перехідні криві.

Вплив кута нахилу дотичної в кінцевій точці перехідної кривої продемонстровано на рис. 6. Цей кут зменшувався у межах від 15° до –5° з кроком –5°.

Графічні результати, наведені на рис. 3–6, отримані за умови, що кінцева точка *B* перехідних кривих свого положення не змінювала.

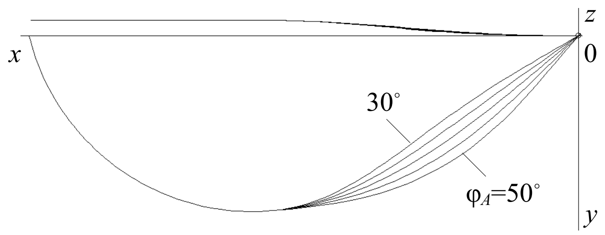

Рисунок 4 – Фронтальні і горизонтальні проекції перехідних кривих, отримані при варіюванні кута нахилу дотичної в початковій точці

Вплив же зміни положення кінцевої точки перехідних кривих показано на рис. 7. Ці дані візуально підтверджують можливість моделювання перехідних кривих при зміні положення кінцевих точок цих кривих.

Таким чином, розроблено новий підхід до геометричного моделювання перехідних кривих у просторі, що базується на застосуванні поліномів четвертого степеня для розподілу кривини та другого степеня для розподілу скруту. За граничні умови беруться координати кінця прямолінійної ділянки залізничного шляху, значення кута нахилу цієї ділянки, радіус кругової ділянки, координати її початкової точки та кут нахилу дотичної в цій точці. Відхилення кривої від дотичної площини в кінцевих точках приймаються рівними нулю.

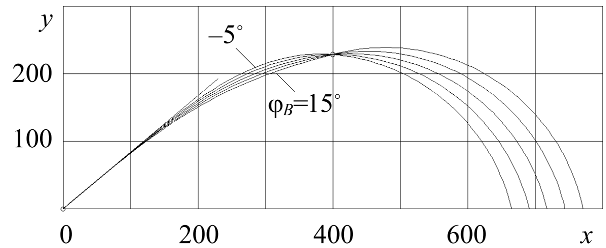

Рисунок 6 – Перехідні криві в залежності від кута нахилу дотичної в кінцевій точці

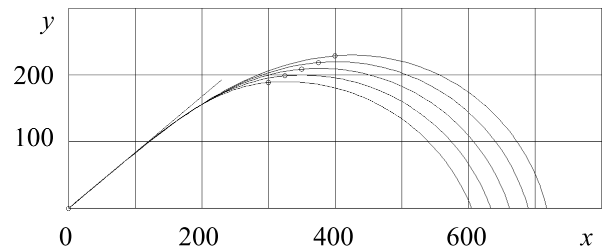

Рисунок 7 – Перехідні криві в залежності від положення кінцевої точки

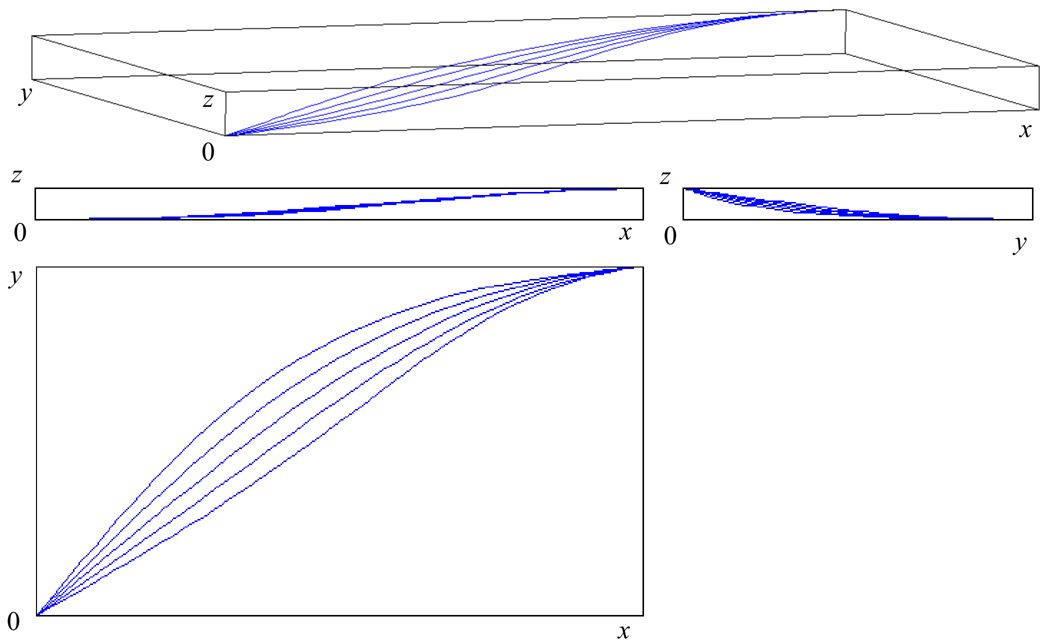

Рисунок 5 – Аксонометрична та ортогональні проекції просторових перехідних кривих

Перехідні криві, отримані за запропонованим методом геометричного моделювання, можна використовувати для геометричного моделювання криволінійних обводів об'єктів у різних галузях промисловості, у тому числі при проектуванні перехідних кривих верхньої будови залізничної колії.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Отримані в роботі результати мають не тільки теоретичний, але й практичний інтерес. Вони комплексно реалізують процес геометричного моделювання просторових перехідних кривих, забезпечуючи одночасне їх моделювання, як в горизонтальній, так і фронтальній площинах проекцій, що, як вказувалося вище, суттєво ускладнено при застосуванні традиційних підходів до реалізації плавних переходів між прямими і круговими ділянками шляху, особливо коли вони розташовані у різних рівнях.

Подальші дослідження в сфері моделювання перехідних кривих мають бути спрямовані на ділянки шляху, де здійснюється плавний перехід між двома прямолінійними або двома круговими ділянками. Певний інтерес подає моделювання перехідних кривих між означеними ділянками шляху, розташованими у двох непаралельних площинах з різними кутами нахилу до горизонту.

ВИСНОВКИ

Запропоновано новий підхід до геометричного моделювання просторових перехідних ділянок залізничних колій, який базується на застосуванні кривих в натуральній параметризації та законів розподілу кривини і скруту у вигляді поліноміальних залежностей, невідомі коефіцієнти яких визначаються в процесі моделювання бажаної просторової перехідної кривої, що влаштовується між прямолінійною і круговою ділянками шляху, розташованими у двох паралельних площинах.

ПОДЯКИ

Роботу виконано відповідно з тематичним планом наукових досліджень кафедри комп'ютерної інженерії Миколаївського національного університету імені В. О. Сухомлинського (0115U001250 «Розробка геометричних моделей кривих ліній і поверхонь та програмного продукту для їх побудови»).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Амелин С. В. Путь и путевое хозяйство / С. В. Амелин, Л. М. Дановский. – М. : Транспорт, 1986. – 215 с.
2. Ельфимов Г. В. Теория переходных кривых [текст] / Г. В. Ельфимов. – М. : Трансжелдориздат, 1948. – 31 с.
3. Лагута В. В. Удосконалення проектування кривих залізничної колії в плані [текст] : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.22.06 «Залізнична колія» / В. В. Лагута. – Дніпропетровськ, 2002. – 18 с.
4. Лазарян В. А. О форме переходной кривой (Теоретические основы выбора рациональной формы переходной кривой) [текст] / В. А. Лазарян. – Динамика транспортных средств. – Киев : Наукова думка, 1985. – С. 10–24.
5. Шахунянц Г. М. Проектирование железнодорожного пути / Г. М. Шахунянц. – М. : Транспорт, 1972. – 140 с.
6. Lipicnik M. New form of road/railway transition curve / M. Lipicnik // Journal of transportation engineering. – 1998. – November / December. – P. 546–556.
7. Рашевский А. В. Курс дифференциальной геометрии / А. В. Рашевский. – М. – Л. : ГОНТИ, 1939. – 360 с.
8. Устенко С. А. Геометрична теорія моделювання криволінійних форм лопаткових апаратів турбомашин з оптимізацією їх параметрів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.01.01 «Прикладна геометрія, інженерна графіка» / С. А. Устенко. – К., 2013. – 40 с.
9. Hooke R. Direct search solution of numerical and statistical problems [Text] / R. Hooke, T.A. Jeeves // Journal of the ACM. – 1961. – Vol. 8, No 2. – P. 212–229.

Стаття надійшла до редакції 10.04.2017.
Після доробки 25.04.2017.

Борисенко В. Д.[1], Устенко С. А.[2], Устенко И. В.[3]

[1]Д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры компьютерной инженерии Николаевского национального университета имени В.А. Сухомлинского, Николаев, Украина

[2]Д-р техн. наук, доцент, заведующий кафедрой компьютерной инженерии Николаевского национального университета имени В.А. Сухомлинского, Николаев, Украина

[3]Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры программного обеспечения автоматизированных систем Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова, Николаев, Украина

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПЕРЕХОДНЫХ КРИВЫХ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ПУТЕЙ

Актуальность. Задачу геометрического моделирования переходных кривых, которые размещаются между прямолинейными и круговыми участками железнодорожных путей, можно считать решенной в достаточной степени. Однако существует ряд факторов, способствующих разработке новых методов моделирования этих важных участков железнодорожных путей. Основными из них являются повышение скорости движения поездов, увеличение их массы, ограниченность размеров территории, на которой строится железная дорога и др. Важность этого вопроса существенно возрастает при прокладке рельсов в горной местности, когда поездам приходится преодолевать подъемы и спуски, огибать природные и искусственные преграды. В этих условиях переходные кривые приобретают пространственный характер.

Цель. Дальнейшее развитие метода геометрического моделирования пространственных переходных кривых, которые размещаются между прямолинейными и круговыми участками железнодорожных путей, расположенных в двух параллельных плоскостях.

Метод. Переходные участки железнодорожного пути моделируются с применением параметрических кривых, в которых за параметр берется длина дуги кривой. Для замыкания математической модели переходных кривых принимается, что кривизна кривой подчиняется полиномиальной зависимости четвертой степени, а кручение – второй степени. Неизвестные коэффициенты этих полиномиальных зависимостей, необходимые для расчета координат моделируемых переходных кривых, определяются численным методом, в частности, минимизацией функционала, за который принимается отклонение промежуточно полученной конечной точки переходной кривой от заданной.

Результаты. На основании предложенных теоретических положений разработана программа расчета и визуализации пространственных переходных кривых, обеспечивающих плавный переход от прямолинейных участков железнодорожного пути к круговым при условии, что оба эти участка находятся в параллельных плоскостях.

Выводы. Предложен новый метод моделирования пространственных переходных кривых железнодорожных путей, которые прокладываются на местности со сложным рельефом. Практической реализацией многих вариантов пространственных переходных кривых, размещаемых между прямолинейным и круговым участками железнодорожного пути, доказана работоспособность метода их геометрического моделирования.

Ключевые слова: пространственная переходная кривая, железная дорога, геометрическое моделирование, натуральная параметризация, кривизна, кручение.

Borisenko V. D.[1], Ustenko S. A.[2], Ustenko I. V.[3]

[1]Dr. Sc., Professor of Computer Engineering Department of V.O. Sukhomlynsky Mykolayiv National University, Mykolayiv, Ukraine

[2]Dr. Sc., Associate Professor, Head of Computer Engineering Department of V.O. Sukhomlynsky National University, Mykolayiv, Ukraine

[3] Phd., Associate Professor of software of the automated systems department of Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolayiv, Ukraine

GEOMETRIC MODELLING OF RAILWAYS SPATIAL TRANSITION CURVE

Context. The problem of geometric modelling of transitional curves, which are placed between rectilinear and circular sections of railway tracks, can be considered solved sufficiently. However, there are a number of factors that contribute to the development of new methods for modelling these important sections of the railway tracks. The main of them are the increase in the speed of the train, the increase in their mass, the limited size of the territory on which the railway is built, etc. The importance of this issue is greatly increased when laying rails in a mountainous area, when trains have to overcome the ups and downs, bend around natural and artificial obstacles. Under these conditions, the transition curves acquire a spatial character.

Objective. Further development of the method of geometric modelling of spatial transition curves, which are placed between rectilinear and circular sections of railway tracks located in two parallel planes.

Method. Transitional sections of the railway track are modelled using parametric curves, in which the length of the curve arc is taken as the parameter. To close the mathematical model of the transition curves, it is assumed that the curvature of the curve is subject to a polynomial dependence of the fourth degree, and torsion to the second degree. The unknown coefficients of these polynomial dependencies, which are necessary for calculating the coordinates of the simulated transition curves, are determined by a numerical method, in particular, by minimization of the functional for which the deviation of the intermediate obtained final point of the transition curve from the given one is accepted.

Results. On the basis of the proposed theoretical proposition, a program code for calculating and visualizing spatial transition curves providing a smooth transition from rectilinear sections of a railway track to a circular one is developed, provided that both these sections are in parallel planes.

Conclusions. A new method is proposed for modelling the spatial transition curves of railway tracks, which are laid on the terrain with a complex relief. Practical implementation of many variants of spatial transition curves placed between the rectilinear and circular sections of the railway track has proved the operability of the method of their geometric modelling.

Keywords: spatial transition curve, the railways, geometric modeling, natural parameterization, curvature, torsion.

REFERENCES

1. Amelin S. V., Danovskij L. M. Put' i putevoe hozjajstvo. Moscow, Transport, 1986, 215 p.
2. El'fimov G. V. Teorija perehodnyh krivyh. Moscow, Transzheldorizdat, 1948, 31 p.
3. Laguta V. V. Udoskonalennja proektuvannja kryvyh zaliznychnoi' kolii' v plani [tekst]: avtoref. dys. na zdobuttja nauk. stupenja kand. tehn. nauk: spec. 05.22.06 "Zaliznychna kolija". Dnipropetrovs'k, 2002, 18 p.
4. Lazarjan V. A. O forme perehodnoj krivoj (Teoreticheskie osnovy vybora racional'noj formy perehodnoj krivoj). Dinamika transportnyh sredstv. Kiev, Naukova dumka, 1985, pp. 10–24.
5. Shahunjanc G. M. Proektirovanie zheleznodorozhnogo puti. Moscow, Transport, 1972, 140 p.
6. Lipicnik M. New form of road/railway transition curve, *Journal of transportation engineering*, November / December, 1998, pp. 546–556.
7. Rashevskij A. V. Kurs differencial'noj geometrii. Moscow-Leningrad, GONTI, 1939, 360 p.
8. Ustenko S. A. Geometrychna teorija modeljuvannja kryvolinijnyh form lopatkovyh aparativ turbomashyn z optymizacijeju i'h parametriv: avtoref. dys. na zdobuttja nauk. stupenja d-ra tehn. nauk: spec. 05.01.01 "Prykladna geometrija, inzhenerna grafika". Kiev, 2013, 40 p.
9. Hooke R., Jeeves T. A. Direct search solution of numerical and statistical problems, *Journal of the ACM*, 1961, Vol. 8, No. 2, pp. 212–229.