

УДК 004.8; 004.93

Пелешак Р. М.¹, Литвин В. В.², Пелешак І. Р.³

¹Д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри загальної фізики Інституту фізики, математики, економіки та інноваційних технологій Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, Дрогобич, Україна

²Д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем та мереж Інституту комп'ютерних наук та інформаційних технологій Національного університету «Львівська політехніка», Львів, Україна

³Магістрант кафедри інформаційних систем та мереж Інституту комп'ютерних наук та інформаційних технологій Національного університету «Львівська політехніка», Львів, Україна

ДИНАМІКА НЕЛІНІЙНОГО ОСЦИЛЯТОРНОГО НЕЙРОНА ПРИ ДІЇ ЗОВНІШНЬОГО НЕСТАЦІОНАРНОГО СИГНАЛУ

Актуальність. Розглянуто задачу частотно-часової та часової залежності морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона з урахуванням його порогового ефекту. Об'єктом дослідження є нелінійна модифікована модель Ван-дер-Поля, яка описує динаміку нелінійного осциляторного нейрона при дії на нього різних за формою, частотою та амплітудою зовнішніх нестационарних сигналів.

Мета роботи. Побудова нелінійної математичної моделі динаміки осциляторного нейрона з урахуванням його порогового ефекту при дії на нейрон зовнішніх нестационарних сигналів.

Метод. У наближенні Крилова-Боголюбова-Митропольського запропоновано методом послідовних наближень спосіб розв'язку нелінійного неоднорідного диференційного рівняння другого порядку з квадратичною нелінійністю шуканої функції при першій похідній. Запропонований метод розв'язку дозволив отримати частотно-часову та часову залежність морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона з урахуванням його порогового ефекту при дії на нейрон різних структурою вхідних сигналів. Також запропоновано кодування інформації нелінійним осциляторним нейроном на основі частотної модуляції та декодування за допомогою оберненого оператора, що діє на вектор вихідного сигналу.

Результати. Побудована нелінійна модель осциляторного нейрона реалізована в середовищі комп'ютерної математики «Mathematica 7.0». Досліджено частотно-часову та часову залежність морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона з урахуванням його порогового ефекту при різних значеннях параметрів вхідного нестационарного сигналу і різних вагових синаптичних зв'язках.

Висновки. Встановлено існування резонансного ефекту у нелінійному нейроні за умови рівності частоти зовнішнього нестационарного сигналу та власної частоти динаміки нейрона. Показано, що нелінійний осциляторний нейрон відіграє роль частотного модулятора та суттєво видозмінює структуру вхідного інформаційного нестационарного сигналу (форму, частоту та амплітуду). Запропоновано кодування інформації нелінійним осциляторним нейроном на основі частотної модуляції та декодування за допомогою оберненого оператора.

Ключові слова: нелінійний осциляторний нейрон, частотна модуляція, морфологія інформаційного сигналу, резонансний ефект, кодування та декодування інформації.

НОМЕНКЛАТУРА

α_L – початкова фаза в радіанах;

μ_k – параметр згасання коливань нелінійного осциляторного k -го нейрона;

τ_L – характерний часовий інтервал локалізації сигналу;

$\omega_k^{(n)}(t)$ – часова залежність миттєвої частоти сигналу на виході нелінійного k -го нейрона;

ω_{0k} – власна частота коливань нелінійного k -го нейрона;

ω_L – зовнішня частота несучих коливань;

σ_k^2 – дисперсія k -го нейрона;

λ_{Lk} – вагові коефіцієнти зв'язків вхідних сигналів з k -м нейроном;

λ_{0k} – ваговий коефіцієнт сигналу зсуву з k -м нейроном;

$\psi_k^{(n)}(t)$ – нестационарна фаза коливань;

$a_k^{(n)}(t)$ – часова залежність амплітуди сигналу k -го нейрона;

$\widehat{f_{вх}}$ – оператор входу;

$\widehat{f_a}$ – оператор активації;

$\widehat{f_{вих}}$ – оператор виходу;

$\widehat{f_{вих}}^{-1}(\widehat{f_a}^{-1}(\widehat{f_{вих}}^{-1}X_k(t)))$ – обернений оператор, що діє на вектор вихідного сигналу, для того, щоб отримати структуру вхідного інформаційного несучого сигналу $V_k(t)$, що поступає на k -й нейрон;

$L = (\lambda_{Lk}, \omega_L, t_L, \tau_L, \alpha_L)$ – система параметрів зовнішнього сигналу, що поступає на k -й нейрон;

N_{0k} – число імпульсів, які приходять на k -й нейрон;

N_{ck} – порогове значення імпульсів при якому k -й нейрон починає генерувати;

$p_k^2(N_{0k}; N_{ck})$ – параметр амплітуди k -го нейрона;

t_L – центр локалізації сигналу за часом;

$V_k(t)$ – вхідний нестационарний несучий сигнал, який поступає на k -й нейрон;

$X_k(t)$ – вектор сигналу на виході k -го нейрона.

ВСТУП

Значний інтерес для сучасної нейродинаміки складає дослідження процесів шифрування, обробки та розшифрування інформації, яка передається нейронами. На перших етапах обробки сенсорної інформації вейвлет-аналіз є ефективним інструментом для дослідження інформаційної складової нейронних сигналів, що реєструються. Традиційно таке дослідження зводиться до аналізу структури точкових процесів, тобто до аналізу частотно-часової динаміки нейронних відгуків [1–6], у яких носіями інформації є часи генерації імпульсів (спайків), а не їх форма [7]. Механізми, що приводять до генерації спайків, частково відомі [8]. Але те, яким чином нейрони та їх ансамблі передають інформацію про навколишній світ, до цього часу практично не досліджено.

Метою даної роботи побудова нелінійної математичної моделі динаміки осциляторного нейрона з урахуванням його порогового ефекту при дії на нього зовнішніх нестационарних сигналів.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай маємо нелінійний осциляторний пороговий k -й нейрон, який генерує коливання з власною частотою ω_{0k} . На вхід цього нелінійного нейрона подається нестационарний зовнішній сигнал

$$V_k(t) = \sum_{L=L_0}^{N-1} \lambda_{Lk} v_{Lk}(\omega_L; t-t_L; \alpha_L) + \lambda_{0k}$$

у вигляді суми

N простих нестационарних сигналів $v_{Lk}(\omega_L; t-t_L; \alpha_L)$, кожний з яких центрований в точці $t = t_L$ з ваговими коефіцієнтами λ_{Lk} і ваговим коефіцієнтом λ_{0k} зв'язку сигналу зсуву з k -м нейроном. Сигнал $V_k(t)$ описується системою п'яти параметрів $L = (\lambda_{Lk}, \omega_L, t_L, \tau_L, \alpha_L)$, де $\omega_L = 2\pi f_L$ – зовнішня частота несучих коливань в герцах (Hz), τ_L – характерний часовий інтервал локалізації сигналу в секундах, α_L – початкова фаза в радіанах.

Тоді задача динаміки нелінійного осциляторного нейрона за наявності зовнішніх нестационарних сигналів різних за формою, частотою та амплітудою полягає у визначенні частотно-часової та часової залежності морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона в межах нелінійної моделі Ван-дер-Поля з урахуванням порогового ефекту нейрона та встановлені критерію виникнення резонансних ефектів у нелінійному осциляторному нейроні.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

У роботах [2, 3, 6] авторами було проаналізовано випадок перетворення сигналів сенсорним нейроном (пороговим пристроєм), однак не враховано власну динаміку нейрона. Зокрема, за допомогою класичних моделей порогових систем, таких як «integrate-and-fire» [2] («інтегруй і стріляй») та «threshold crossing» [3, 6] («перетин порогу») було показано, що різні характеристики складної динаміки на вході сенсорного нейрона зберігаються в структурі точкового процесу [2–6, 9–11].

Комп'ютерне моделювання динаміки нейрона при дії на нього зовнішнього постійного сигналу було проведено в наближенні Ван-дер-Поля [12].

Авторами роботи [13] на основі техніки подвійного вейвлет-аналізу було досліджено частотно-часову динаміку сенсорного нейрона (порогового пристрою) з урахуванням взаємодії його власної динаміки та динаміки, зумовленої дією зовнішнього нестационарного сигналу. При цьому сенсорний нейрон моделювався як пороговий пристрій, що перетворює вхідний сигнал у послідовність імпульсів на виході. Ця послідовність імпульсів описувалась послідовністю дельта-функцій Дірака, кожна з яких відповідає моменту генерації імпульсу (спайку). Ці модельні імпульси мають однакову форму і амплітуду, тому інформація про зовнішню дію динамічного сигналу відображається тільки в часових інтервалах між моментами їх генерації.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Розглядається сенсорний нелінійний осциляторний нейрон виду Ван-Дер-Поля (пороговий пристрій) з власною динамікою ω_{0k} , який здатний генерувати імпульси за відсутності зовнішніх нестационарних сигналів ($V_k(t) = 0$), коли кількість наявних у сенсорному нейроні імпульсів N_{0k} досягає порогового значення N_{ck} ($N_{0k} > N_{ck}$). Тобто, такий нейрон може розглядатися як пороговий пристрій, який перетворює вхідний нестационарний сигнал $V_k(t)$ на послідовність імпульсів на виході (рис. 1) за рахунок «накладання» динаміки вхідного нестационарного сигналу на власну динаміку нейрона. Внаслідок цього аналіз процесу перетворення сигналів сенсорним нелінійним осциляторним нейроном ускладнюється. Про складну динаміку перетворення вхідного нестационарного сигналу, що подається на біологічний сенсор з власною динамікою, свідчить експериментальний запис сигналу (рис. 2) [13], що генерується біологічним нейроном без дії зовнішнього сигналу (інтервал $0 << 110\text{с}$ з послідовністю низькочастотних δ -імпульсів). На інтервалі часу $110\text{с} << 200\text{с}$ з (рис. 2) зображено результат взаємодії зовнішнього сигналу з біологічним сенсором з власною динамікою, яка приводить до формування послідовності високочастотних δ -імпульсів.

Для ілюстрації розглянемо кодування інформації сенсорним нелінійним осциляторним k -м нейроном, який описується нелінійним рівнянням виду:

$$\ddot{X}_k + \mu_k [X_k^2 - p_k^2(N_{0k}; N_{ck})] \dot{X}_k + \omega_{0k}^2 X_k = V_k(t), \quad (1)$$

де $p_k^2(N_{0k}; N_{ck}) = p_{0k}^2 \tanh\left(\frac{N_{0k} - N_{ck}}{\sigma_k^2}\right)$ – параметр ам-

плітуди k -го нейрона; $\mu_k > 0$; N_{0k} , N_{ck} , σ_k^2 – число імпульсів, які приходять на k -й нейрон, порогове значення імпульсів k -го нейрона та дисперсія відповідно; ω_{0k}^2 – власна частота k -го нелінійного осциляторного нейрона; $V_k(t)$ – вхідний нестационарний сигнал, який поступає на k -й нейрон.



Рисунок 1 – Схематичне зображення процесу перетворення вхідного сигналу $V_k(t)$ сенсорним нелінійним осциляторним нейроном (пороговим пристроєм). Часи генерації імпульсів на виході порогового пристрою $X_k(t)$ відповідають моментам перетину порогового рівня

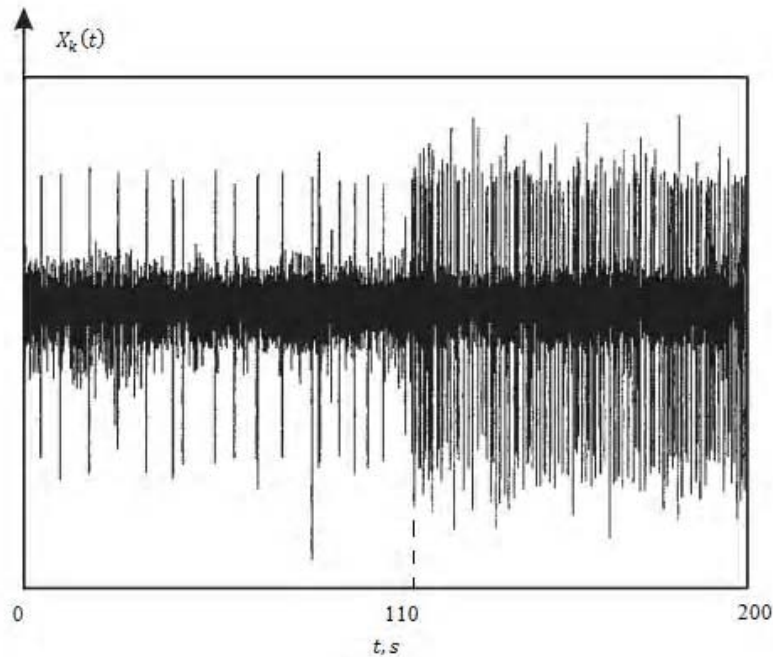


Рисунок 2 – Приклад експериментального запису сигналу, що генерується біологічним нейроном [13]

Нелінійний осциляторний нейрон має власну динаміку і генерує імпульси за відсутності зовнішніх сигналів при

$N_{0k} > N_{ck}$, оскільки за цієї умови $\tanh\left(\frac{N_{0k} - N_{ck}}{\sigma_k^2}\right) > 0$ і

відповідно $p_k^2(N_{0k}; N_{ck}) > 0$ [14]. Математична модель (1) може використовуватись також для дослідження колективної поведінки ансамблів нейронів, взаємозв'язаних синаптичними зв'язками λ_{jk} . Для цього в другому та третьому доданках необхідно зробити заміну $X_k \rightarrow X_{\alpha k}$, де

$$X_{\alpha k} = X_k + \sum_{j=1}^N \lambda_{jk} X_j; \quad \alpha = 1, 2, \dots, N.$$

Розв'язок рівняння (1) знаходимо аналітично-чисельним методом та методом послідовних наближень у вигляді

$$X_k^{(n)}(t) = a_k^{(n)}(t) \sin \psi_k^{(n)}(t), \quad (2)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots, N$ – номер ітерації;

$$\psi_k^{(n)}(t) = \omega_{0k} t + \phi_k^{(n)}(t) \quad (3)$$

$a_k^{(n)}(t)$ і $\phi_k^{(n)}(t)$ – функції часу, які добираються так, щоб співвідношення (2) задовольняло рівняння (1). Крім цього накладаємо умову, що $a_k^{(n)}(t)$ є повільно змінна функція, тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a_k^{(n)}(p_k \mu_k t)}{a_k^{(n)}(p_k t)} = 1. \quad (4)$$

Але оскільки функцій є дві $a_k^{(n)}(t)$ і $\psi_k^{(n)}(t)$, а рівняння одне, то ця умова неоднозначно визначає функції. Будемо вимагати, щоб виконувалась також умова

$$\dot{X}_k^{(n)} = \omega_{0k} a_k^{(n)}(t) \cos \psi_k^{(n)}(t), \quad (5)$$

$$\text{де } \dot{X}_k^{(n)} = \frac{dX_k^{(n)}(t)}{dt}.$$

Підставляючи (2) в (1) і враховуючи умову (5), отримаємо систему рівнянь для $a_k^{(n)}(t)$ і $\psi_k^{(n)}(t)$:

$$\begin{cases} \frac{da_k^{(n)}(t)}{dt} = -a_k^{(n-1)}(t)\mu_k \left[(a_k^{(n-1)})^2 \sin^2 \psi_k^{(n-1)}(t) - p_k^2(N_{0k}; N_{ck}) \right] \cos^2 \psi_k^{(n-1)}(t) + V_k(t) \cos \psi_k^{(n-1)}(t) \\ \frac{d\psi_k^{(n)}(t)}{dt} = \omega_{0k} + \mu_k \left[(a_k^{(n-1)})^2 \sin^2 \psi_k^{(n-1)}(t) - p_k^2(N_{0k}; N_{ck}) \right] \sin \psi_k^{(n-1)}(t) \cos \psi_k^{(n-1)}(t) - \frac{V_k(t) \sin \psi_k^{(n-1)}(t)}{a_k^{(n-1)}(t)}. \end{cases} \quad (6)$$

Усреднимо праву частину системи рівнянь (6) за період 2π при $V_k(t) = 0$ за правилом [15]:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(\psi_k^{(n)}) d\psi_k^{(n)}. \quad (7)$$

У нульовому наближенні вирази для $a_k^{(0)}(t)$ і $\psi_k^{(0)}(t)$ знаходимо з такої системи рівнянь:

$$\frac{da_k^{(0)}(t)}{dt} = A(a_k^{(0)}(t)), \quad \frac{d\psi_k^{(0)}(t)}{dt} = B(a_k^{(0)}(t)), \quad (8)$$

де $A(a_k^{(0)}(t)) = -a_k^{(0)}(t)\mu_k \left(\frac{(a_k^{(0)})^2}{8} - \frac{p_k^2}{2} \right)$, $B(a_k^{(0)}(t)) = \omega_{0k}$.

Інтегруючи рівняння (8), отримаємо в нульовому наближенні вирази для $a_k^{(0)}(t)$ і $\psi_k^{(0)}(t)$:

$$a_k^{(0)}(t) = \frac{2p_k}{\sqrt{1 + e^{-p_k^2 \mu_k t}}}, \quad (9)$$

$$\psi_k^{(0)}(t) = \omega_{0k} t, \quad (10)$$

де $a_k^{(0)}(t)$ задовольняє критерію (4), повільно змінної функції. Для знаходження виразів $a_k^{(1)}(t)$ і $\psi_k^{(1)}(t)$ у першому наближенні ($n=1$) необхідно підставити вирази (9), (10) у систему рівнянь (6). У результаті інтегрування отримаємо у першому наближенні вирази для $a_k^{(1)}(t)$ і $\psi_k^{(1)}(t)$. Процес ітерації припиняється, коли будуть виконуватися умови:

$$\left| \frac{a_k^{(n)}(t) - a_k^{(n-1)}(t)}{a_k^{(n)}(t)} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\psi_k^{(n)}(t) - \psi_k^{(n-1)}(t)}{\psi_k^{(n)}(t)} \right| \ll 1.$$

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Чисельний експеримент було програмно реалізовано методом послідовних наближень при розв'язуванні системи рівнянь (6) в середовищі комп'ютерної математики «Mathematica 7.0» для зовнішнього нестационарного сигналу $V_k(t)$

$$V_k(t) = \sum_{L=L_0}^{N-1} \lambda_{Lk} v_{Lk}(\omega_L; t-t_L; \alpha_L) + \lambda_{0k} \quad (11)$$

у вигляді суми N простих нестационарних сигналів $v_{Lk}(\omega_L; t-t_L; \alpha_L)$

$$v_{Lk}(\omega_L; t-t_L; \alpha_L) = \frac{1}{2\tau_L \sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(t-t_L)^2}{4\tau_L^2}\right] \cos(\omega_L(t-t_L) + \alpha_L), \quad (12)$$

кожний з яких центрований в точці $t = t_L$ і характеризується системою п'яти параметрів L [16]

$$L = (\lambda_{Lk}, \omega_L, t_L, \tau_L, \alpha_L), \quad (13)$$

де λ_{Lk} – вагові коефіцієнти зв'язків вхідних сигналів v_1, \dots, v_N з k -м нейроном; λ_{0k} – ваговий коефіцієнт зв'язку сигналу зсуву з k -м нейроном; $\omega_L = 2\pi f_L$ – зовнішня частота несучих коливань в герцах (Hz), t_L – центр локалізації сигналу за часом в секундах, τ_L – характерний часовий інтервал локалізації сигналу в секундах, α_L – початкова фаза в радіанах.

Числовий розрахунок морфології зовнішнього нестационарного сигналу $V_k(t)$ (11), (12), функціональної часової залежності сигналу на виході нелінійного нейрона $X_k(t)$ та часової залежності миттєвої частоти несучого інформаційного сигналу $\omega_k(t)$ проведений для системи параметрів $L = (1, 6\pi, 21, 1, 0)$, $L = (3, 4, 12, 3, 0)$. Запропонована математична модель зовнішнього нестационарного сигналу $V_k(t)$ відображає динаміку реального сигналу, що характеризує певний фізичний (біологічний) процес.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

На рис. 3, рис. 4 зображено перший доданок ($N = 1$) нестационарного зовнішнього сигналу $V_k(t)$ ((11), (12)) в залежності від часу

$$v_{L_0k}(t-t_{L_0}) = \frac{\lambda_{L_0k}}{2\tau_{L_0} \sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(t-t_{L_0})^2}{4\tau_{L_0}^2}\right] \cos(\omega_{L_0}(t-t_{L_0}) + \alpha_{L_0}), \quad (14)$$

що подається на сенсорний нелінійний осциляторний нейрон для двох значень параметра L_0 : $L_0 = (3, 4\pi, 12, 3, 0)$; $L_0 = (1, 6\pi, 21, 1, 0)$ відповідно. У першому випадку сигнал $v_{L_0k}(t-t_{L_0})$ (рис. 1) має амплітуду $\lambda_{L_0k} = 3$, а в другому – $\lambda_{L_0k} = 1$, відповідно у першому випадку сигнал має частоту $f_{L_0} = 2$ Hz, центрований за часом в точці $t_{L_0} = 12$ с з часовим інтервалом локалізації сигналу $\tau_{L_0} = 3$ с та початковою фазою $\alpha_{L_0} = 0$, а в другому – $f_{L_0} = 3$ Hz; $t_{L_0} = 21$ с, $\tau_{L_0} = 3$ с; $\alpha_{L_0} = 0$.

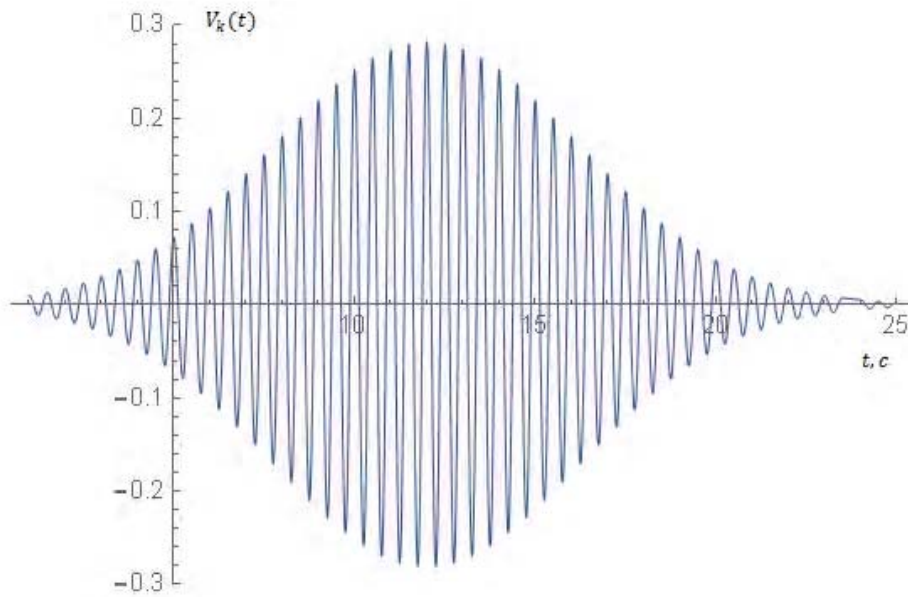


Рисунок 3 – Морфологія зовнішнього інформаційного сигналу $v_{L_0 k}(t - t_{L_0})$ (14) при значеннях параметрів $L_0 = (3, 4\pi, 12, 3,)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1$

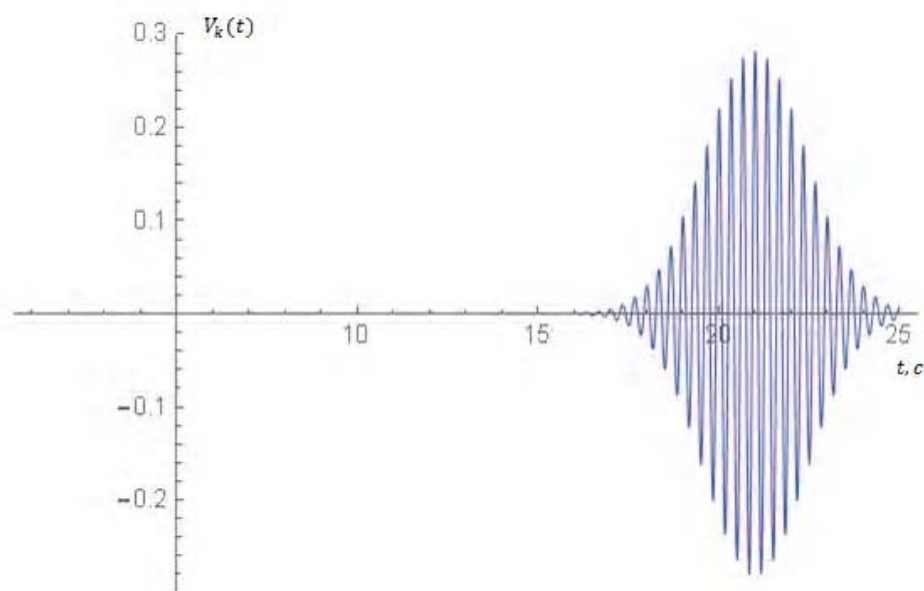


Рисунок 4 – Морфологія зовнішнього інформаційного сигналу $v_{L_0 k}(t - t_{L_0})$ (14) при значеннях параметрів $L_0 = (1, 6\pi, 21, 1, 0)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1$

При числових розрахунках сигналів $X_k(t)$ на виході нелінійного осциляторного нейрона з вхідними сигналами (рис. 3, рис. 4) параметри $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1$ співпадають.

На рис. 5, рис. 6 представлено графіки частотної модуляції $\omega_k^{(n)} = \frac{d\psi_k^{(n)}(t)}{dt}$, тобто зміни миттєвої частоти несучого інформаційного коливання $V_k(t)$ (11), яке складається тільки з одного простого нестационарного сигна-

лу $v_{L_0 k}(t - t_{L_0})$ (14), у відповідності зі зміною сигналу, що зумовлена взаємодією зовнішнього несучого інформаційного сигналу з власною динамікою $\omega_{0k} = 0,2\pi$ (рис. 5) і $\omega_{0k} = 2$ (рис. 6) нелінійного осциляторного нейрона.

На рис. 7, рис. 8 представлено графіки морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона $X_k(t)$, яка визначається характером взаємодії власної динаміки нейрона з частотами $\omega_{0k} = 0,2\pi$ та $\omega_{0k} = 2$ і динаміки, зумовленої зовнішньою дією $v_{L_0 k}(t - t_{L_0})$ (14).

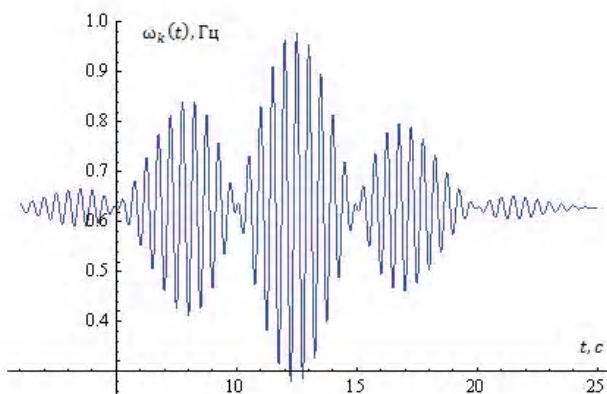


Рисунок 5 – Часова залежність миттєвої частоти несучого інформаційного сигналу $v_{L_0k}(t-t_{L_0})$ (14) при значеннях параметрів $L_0 = (3, 4\pi, 12, 3, 0)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1, \omega_{0k} = 0,2\pi$

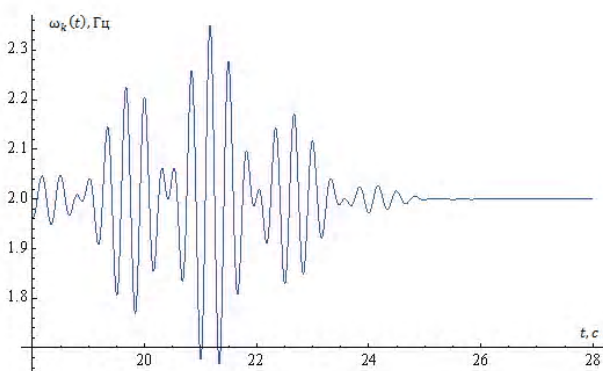


Рисунок 6 – Часова залежність миттєвої частоти несучого інформаційного сигналу $v_{L_0k}(t-t_{L_0})$ (14) при значеннях параметрів $L_0 = (1, 6\pi, 21, 1, 0)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1, \omega_{0k} = 2$

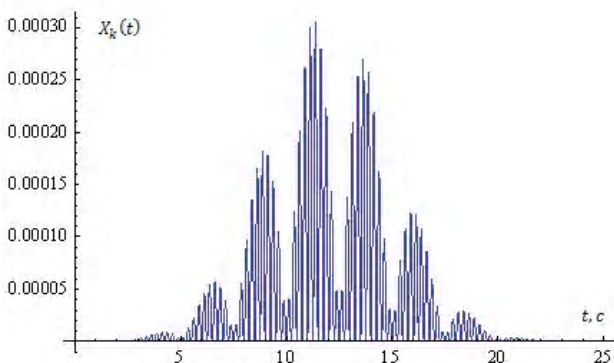


Рисунок 7 – Графік морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона $X_k(t)$ при значеннях параметрів $L_0 = (3, 4\pi, 12, 3, 0)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1, \omega_{0k} = 0,2\pi$

При взаємодії зовнішнього сигналу $v_{L_0k}(t-t_{L_0})$ з параметрами $L_0 = (3, 4\pi, 12, 3, 0)$; $L_0 = (1, 6\pi, 21, 1, 0)$ з власною динамікою нелінійного осциляторного нейрона $\omega_{0k} = 4\pi$ або $\omega_{0k} = 6\pi$ спостерігається різке зростан-

ня амплітуди вихідного сигналу $X_k(t)$ (рис. 9) порівняно з вихідним сигналом на рис. 7. Тобто має місце резонансний ефект при співпаданні частоти зовнішнього сигналу з власною частотою коливань нелінійного нейрона, ($\omega_{L_0} = \omega_{0k}$). Графік частотної модуляції $\omega_k^{(n)}(t)$ у випадку резонансного ефекту представлений на рис. 10

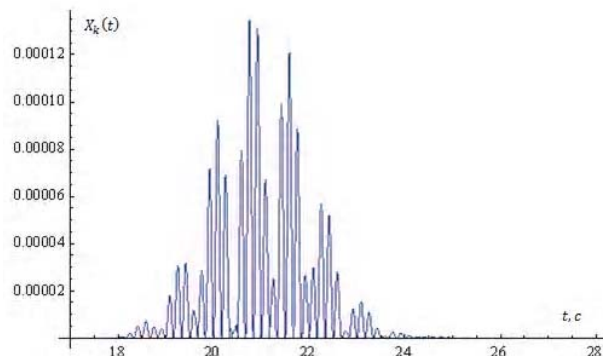


Рисунок 8 – Графік морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона $X_k(t)$ при значеннях параметрів $L_0 = (1, 6\pi, 21, 1, 0)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1, \omega_{0k} = 2$

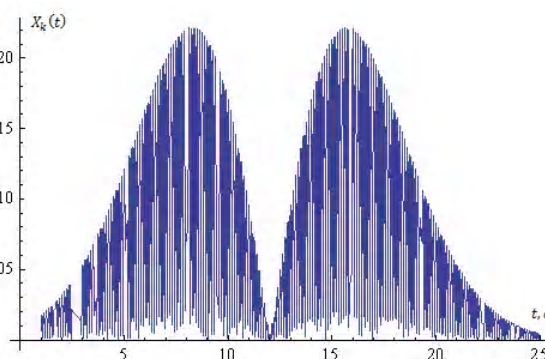


Рисунок 9 – Графік морфології сигналу на виході нелінійного осциляторного нейрона $X_k(t)$ у випадку резонансного ефекту при значення параметрів $L_0 = (3, 4\pi, 12, 3, 0)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1, \omega_{0k} = 4\pi$

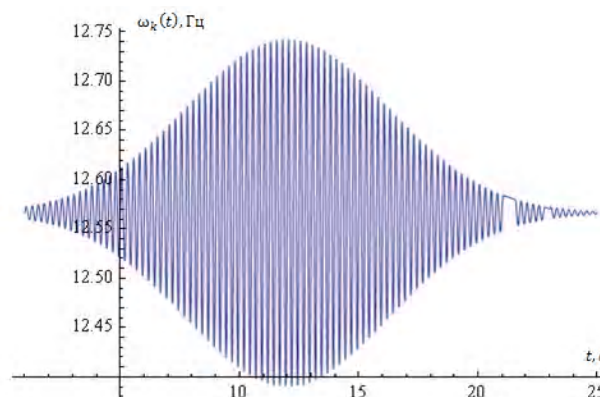


Рисунок 10 – Часова залежність миттєвої частоти несучого інформаційного сигналу $v_{L_0k}(t-t_{L_0})$ (14) у випадку резонансного ефекту при значеннях параметрів $L_0 = (3, 4\pi, 12, 3, 0)$; $p_k = 0,4$ та $\mu_k = 0,1, \omega_{0k} = 4\pi$

6 ОБГОВОРЕННЯ

Формула (11) з урахуванням (12) описує всі вхідні сигнали, включаючи сигнал зсуву, які поступають з ваговими коефіцієнтами λ_{Lk} на суматор k -го нелінійного осциляторного нейрона (вхідний оператор $\widehat{f_{вх}}$). Вхідний оператор перетворює зважені ваговими коефіцієнтами входи і подає їх на оператор активації $\widehat{f_a}$ (рис. 11). Для сенсорного нелінійного осциляторного нейрона оператор активації $\widehat{f_a}$ має вигляд:

$$\widehat{f_a} = \frac{d^2}{dt^2} + \mu_k \left[X_k^2 - p_k^2 (N_{0k}; N_{ck}) \right] \frac{d}{dt} + \omega_{0k}^2. \quad (15)$$

Вихідний сигнал нелінійного осциляторного нейрона $X_k(t)$ (рис. 11), який є результатом взаємодії власної динаміки нейрона з динамікою зовнішнього нестационарного сигналу являє собою перетворений вихідним оператором $\widehat{f_{вх}}$ вихідний сигнал оператора активації. Вихідний оператор $\widehat{f_{вх}}$ є необхідний для представлення стану нейрона у бажаній області значень. У більшості робіт цей оператор не виділяють, а під вихідним сигналом нейрона розуміють сигнал після оператора активації $\widehat{f_a}$. Однак під час аналізу й синтезу штучних нейронних мереж, які мають різні активаційні функції з різними областями значень й областями визначення виникає необхідність урахування оператора виходу. Отже, нелінійний оператор перетворення вектора вхідних сигналів $V_k(t)$ у вектор вихідного сигналу $X_k(t)$ можна записати у вигляді:

$$X_k(t) = \widehat{f_{вх}}(\widehat{f_a}(\widehat{f_{вх}}(V_k(t), \lambda_{Lk}))). \quad (16)$$

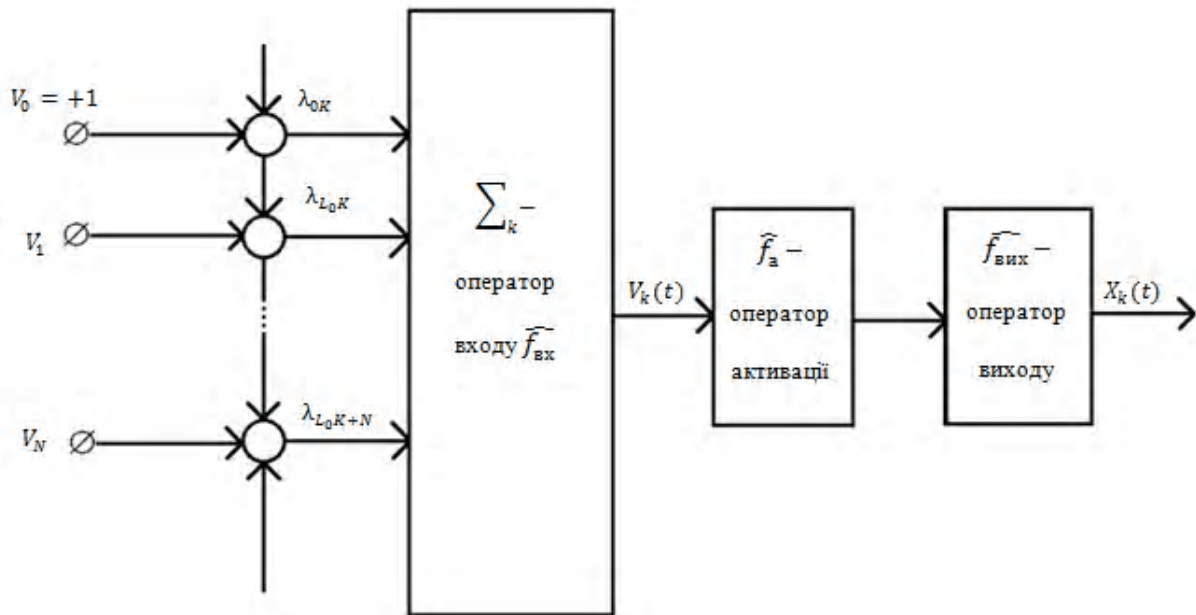


Рисунок 11 – Структура штучного нелінійного осциляторного нейрона

Для того щоб розшифрувати структуру вихідного сигналу $X_k(t)$, необхідно знати код програми, яка описує обернений оператор, що діє на вектор вихідного сигналу, тобто

$$\widehat{f_{вх}}^{-1}(\widehat{f_a}^{-1}(\widehat{f_{вх}}^{-1} X_k(t))) = V_k(t, \lambda_{Lk}). \quad (17)$$

Результати досліджень динаміки нелінійного нейрона при дії на нього зовнішнього нестационарного сигналу показали, що нейрон може працювати в режимі частотного модулятора і при співпадінні частот зовнішнього нестационарного сигналу з власною частотою коливаний нейрона, останній проявляє резонансні ефекти.

Таким чином, отримані результати дозволяють висунути гіпотезу про те, що процес кодування інформації нелінійними нейронами може розглядатися в термінах частотної модуляції, оскільки в радіофізиці відомо, що частотна модуляція є одним із способів передачі інформації.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано спосіб розв'язку методом послідовних наближень нелінійного неоднорідного диференційного рівняння другого порядку з квадратичною нелінійністю шуканої функції при першій похідній.
2. Встановлено, що нелінійний осциляторний нейрон може відігравати роль частотного модулятора, тобто модулювати вхідний інформаційний нестационарний сигнал.
3. Встановлено, що нелінійний осциляторний нейрон з пороговим ефектом суттєво видозмінює структуру вхідного інформаційного нестационарного сигналу різною за формою, частотою та амплітудою.
4. Встановлено існування резонансних ефектів у нелінійному осциляторному нейроні за умови рівності частоти зовнішнього нестационарного сигналу та власної частоти динаміки нейрона.

5. Запропоновано кодування інформації нелінійним осциляторним нейроном на основі частотної модуляції та декодування за допомогою оберненого оператора, що діє на вектор вихідного сигналу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Sauer T. Reconstruction of dynamical systems from interspike intervals / T. Sauer // *Phys. Rev. Lett.* – 1994. – Vol. 72. – P. 3811–3814. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.3811>
2. Racicot D. M. Interspike interval attractors from chaotically driven neuron models / D. M. Racicot, A. Lonytin // *Physic D.* – 1997. – Vol. 104. – P. 184–204.
3. Castro R. Correlation dimension of attractors through interspike intervals / R. Castro, T. Sauer // *Phys. Rev. E.* – 1997. – Vol. 55. – P. 287–290. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.55.287>
4. Sauer T. Nonlinear Dynamics and Time Series / T. Sauer // *American Mathematical Society.* – 1997. – Vol. 11. – P. 63 – 75.
5. Hegger R. Embedding of sequences of time intervals / R. Hegger, H. Kantz // *Europhys. Lett.* – 1997. – Vol. 38. – P. 267–272. DOI: <https://doi.org/10.1209/epl/i1997-00236-0>
6. Castro R. Chaotic Stochastic Resonance: Noise-Enhanced Reconstruction of Attractors / R. Castro, T. Sauer // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – Vol. 79. – P. 1030–1033. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.1030>
7. Вейвлет-анализ в нейродинамике / [А. Н. Павлов, А. Е. Храмов, А. А. Короновский и др.] // *Успехи физических наук.* – 2012. – Т. 182, № 9. – С. 905–939. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201209a.0905
8. Tuckwell H. C. Introduction to Theoretical Neurobiology / H. C. Tuckwell. – Cambridge: Cambridge University, 1988. – 304 p.
9. Reconstruction of dynamical and geometrical properties of chaotic attractors from threshold-crossing interspike intervals / [N. B. Janson, A. N. Pavlov, A. B. Neiman et al.] // *Phys. Rev. E.* – 1998. – Vol. 58. – P. R4–R7. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.58.R4>
10. Extracting dynamics from threshold-crossing interspike intervals: Possibilities and limitations / [A. N. Pavlov, O. V. Sosnovtseva, E. Mosekilde et al.] // *Phys. Rev. E.* – 2000. – Vol. 61. – P. 5033–5044. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.5033>
11. Chaotic dynamics from interspike intervals / [A. N. Pavlov, O. V. Sosnovtseva, E. Mosekilde et al.] // *Phys. Rev. E.* – 2001. – Vol. 63. – P. 036205 (5). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.63.036205>
12. Bay J. S., Hemami H. Modeling of a Neural Generator with Coupled Nonlinear Oscillators / J. S. Bay, H. Hemami // *IEEE Transactions biomedical engineering.* – 1987. – Vol. BME – 34, № 4, April. – P. 297 – 306. DOI: 10.1109/TBME.1987.326091
13. Павлов А. Н. Применение вейвлет-анализа в исследованиях структуры точечных процессов / А. Н. Павлов, О. Н. Павлова // *Письма в ЖТФ.* – 2006. – Т. 32, вып. 21. – С. 11–17.
14. Сугаков В. Й. Основы синергетики / В. Й. Сугаков. – Київ: Обереги, 2001. – 288 с.
15. Боголюбов М. М. Асимптотичні методи в теорії нелінійних рівнянь / М. М. Боголюбов. – Київ: Наука, 1992. – 312 с.
16. Божокін С. В. Непрерывное вейвлет-преобразование и точно решаемая модель нестационарных сигналов / С. В. Божокін // *ЖТФ.* – 2012. – Т.82, Вып. 7. – С. 8–13.

Стаття надійшла до редакції 03.05.2017.

Після доробки 12.06.2017.

Пелещак Р. М.¹, Литвин В. В.², Пелещак І. Р.³

¹Д-р физ. мат. наук, профессор, заведующий кафедрой общей физики, Дрогобычский государственный педагогический университет имени Ивана Франко, Дрогобыч, Украина

²Д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информационных систем и сетей, Национальный университет «Львовская политехника», Украина

³Магистрант кафедры информационных систем и сетей, Национальный университет «Львовская политехника», Украина

ДИНАМИКА НЕЛИНЕЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРНОГО НЕЙРОНА ПРИ ДЕЙСТВИИ НА НЕГО ВНЕШНЕГО НЕСТАЦИОНАРНОГО СИГНАЛА

Актуальность. Рассмотрена задача частотно-временной и временной зависимости морфологии сигнала на выходе нелинейного осцилляторного нейрона с учетом его порогового эффекта. Объектом исследования является нелинейная модифицированная модель Ван-дер-Поля, которая описывает динамику нелинейного осцилляторного нейрона при действии на него различных по форме, частоте и амплитуде внешних нестационарных сигналов.

Цель работы. Построение нелинейной математической модели динамики осцилляторного нейрона с учетом его порогового эффекта при действии на нейрон внешних нестационарных сигналов.

Метод. В приближении Крылова-Боголюбова-Митропольского предложено путем последовательных приближений способ решения нелинейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с квадратичной нелинейностью искомой функции при первой производной. Предложенный метод решения позволил получить частотно-временную и временную зависимость морфологии сигнала на выходе нелинейного осцилляторного нейрона с учетом его порогового эффекта при действии на нейрон различных за структурой входных сигналов. Также предложено кодирование информации нелинейным осцилляторным нейроном на основе частотной модуляции и декодирования с помощью обратного оператора, которая действует на вектор выходного сигнала.

Результаты. Построена нелинейная модель осцилляторного нейрона, которая реализована в среде компьютерной математики «Mathematica 7.0». Исследованы частотно-временная и временная зависимости морфологии сигнала на выходе нелинейного осцилляторного нейрона с учетом его порогового эффекта при различных значениях параметров входного нестационарного сигнала и разных весовых синаптических связей.

Выводы. Установлено существование резонансного эффекта в нелинейном нейроне при равенстве частоты внешнего нестационарного сигнала и собственной частоты динамики нейрона. Показано, что нелинейный осцилляторный нейрон играет роль частотного модулятора и существенно видоизменяет структуру входного информационного нестационарного сигнала (форму, частоту и амплитуду). Предложено кодирование информации нелинейным осцилляторным нейроном на основе частотной модуляции и декодирования с помощью обратного оператора.

Ключевые слова: нелинейный осцилляторный нейрон, частотная модуляция, морфология информационного сигнала, резонансный эффект, кодирование и декодирование информации.

Peleshchak R. M.¹, Lytvyn V. V.², Peleshchak I. R.³

¹PhD., Professor, head of the Department of Physics at the Institute of Physics, Mathematics, Economics and Innovative Technologies, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Ukraine

²PhD., Professor, head of the Department of Information Systems and Networks at the Institute of Computer Science and Information Technology, National University «Lviv Polytechnic», Ukraine

³Master student of Information Systems and Networks at the Institute of Computer Science and Information Technology, National University «Lviv Polytechnic», Ukraine

THE DYNAMICS OF NONLINEAR OSCILLATOR NEURON BY THE ACTION OF EXTERNAL NON-STATIONARY SIGNAL

Context. Deals with the problem of time-frequency and time dependence of the morphology of the signal at the output of nonlinear oscillatory neuron with regard to its threshold effect. The object of study is non-linear modified model of Van-der-Pol, which describes the dynamics of nonlinear oscillatory neurons under the action of various shape, frequency and amplitude of an external non-stationary signals.

Objective. Construction of nonlinear mathematical models of oscillatory dynamics of a neuron given its threshold effect under the action of a neuron to external non-stationary signals.

Method. In the approximation of Krylov-Bogoliubov-Mitropolskii the proposed method of successive approximations method for solving nonlinear differential equations of second order with quadratic nonlinearity of the unknown function with the first derivative. The proposed solution method allowed us to obtain the frequency-temporal and temporal dependence of the morphology of the signal at the output of nonlinear oscillatory neuron given its threshold effect when the effect on the neuron structure of the various input signals. Proposed coding information oscillatory nonlinear neuron on the basis of frequency modulation and decoding using the inverse operator which acts on the vector of the output signal.

Results. A non-linear model, the oscillatory neuron is implemented in the environment of computer algebra “Mathematica 7.0”. Investigation of frequency-temporal and temporal dependence of the morphology of the signal at the output of nonlinear oscillatory neuron given its threshold effect at various values of the parameters of the input non-stationary signal and different weight of synaptic connections.

Conclusions. The existence of the resonance effect in nonlinear neuron with equal external frequency non-stationary signal and frequencies of the dynamics of the neuron. It is shown that nonlinear oscillatory neuron plays the role of the frequency modulator and significantly alters the structure of the input information signal is non-stationary (shape, frequency and amplitude). Proposed coding information oscillatory nonlinear neuron on the basis of frequency modulation and decoding by using the inverse operator.

Keywords: nonlinear oscillator neuron, frequency modulation, the morphology of the information signal, resonance effect, coding and decoding information.

REFERENCES

1. Sauer T. Reconstruction of dynamical systems from interspike intervals / T. Sauer // *Phys. Rev. Lett.*, 1994, Vol. 72, pp. 3811 – 3814. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.3811>
2. Racicot D. M., Lonytin A. Interspike interval attractors from chaotically driven neuron models, *Physic D*, 1997, Vol. 104, pp. 184–204.
3. Castro R., Sauer T. Correlation dimension of attractors through interspike intervals, *Phys. Rev. E.*, 1997, Vol. 55, pp. 287–290. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.55.287>
4. Sauer T. Nonlinear Dynamics and Time Series, *American Mathematical Society*, 1997, Vol. 11, pp. 63–75.
5. Hegger R., Kantz H. Embedding of sequences of time intervals, *Europhys. Lett.*, 1997, Vol. 38, pp. 267–272. DOI: <https://doi.org/10.1209/epl/i1997-00236-0>
6. Castro R., Sauer T. Chaotic Stochastic Resonance: Noise-Enhanced Reconstruction of Attractors, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, Vol. 79, pp. 1030–1033. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.1030>
7. Pavlov A. N., Hramov A. E., Koronovskij A. A. et al. Vejvlet-analiz v nejrodinamike, *Uspehi fizicheskikh nauk*, 2012, Vol. 182, No. 9, pp. 905–939. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201209a.0905
8. Tuckwell H. C. Introduction to Theoretical Neurobiology. Cambridge, Cambridge University, 1988, 304 p.
9. Janson N. B., Pavlov A. N., Neiman A. B. et al. Reconstruction of dynamical and geometrical properties of chaotic attractors from threshold-crossing interspike intervals, *Phys. Rev. E.*, 1998, Vol. 58, pp. R4–R7. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.58.R4>
10. Pavlov A. N., Sosnovtseva O. V., Mosekilde E. et al. Extracting dynamics from threshold-crossing interspike intervals: Possibilities and limitations, *Phys. Rev. E.*, 2000, Vol. 61, pp. 5033–5044. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.5033>
11. Pavlov A. N., Sosnovtseva O. V., Mosekilde E. et al. Chaotic dynamics from interspike intervals, *Phys. Rev. E.*, 2001, Vol. 63, pp. 036205 (5). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.63.036205>
12. Bay J. S., Hemami H. Modeling of a Neural Generator with Coupled Nonlinear Oscillators, *IEEE Transactions biomedical engineering*, 1987, Vol. BME – 34, No. 4, April, pp. 297–306. DOI: 10.1109/TBME.1987.326091
13. Pavlov A. N., Pavlova O. N. Primenenie vejvlet-analiza v issledovanijah struktury tochechnyh processov, *Pis'ma v ZhTF*, 2006, Vol. 32, No. 21, pp. 11–17.
14. Sugakov V. J. Osnovi sinergetiki. Kiiiv:Oberegi, 2001, 288 p.
15. Bogoljubov M. M. Asimptotichni metodi v teorii nelinejnih rivnjan'. Kyiv, Nauka, 1992, 312 p.
16. Bozhokin S. V. Nepreryvnoe vejvlet-preobrazovanie i tochno reshaemaja model' nestacionarnyh signalov, *ZhTF*, 2012, Vol. 82, No. 7, pp. 8–13.