

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ СО СЛОЕМ МЕТАМАТЕРИАЛА. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Аналитически рассмотрены свойства электрофизических параметров слоя метаматериала ( $\varepsilon_r$  и  $\mu_r$ ) при взаимодействии с нормально падающей на слой плоской электромагнитной волной. Показано, что в режиме полного прохождения толщина слоя кратна целому числу полуволн в материале слоя, а при полном отражении свойства метаматериала сходны со свойствами SRR-структур. Численное моделирование слоя метаматериала, состоящего из спиралей разнонаправленной намотки, показало, что структура обладает магнитной анизотропией и в зависимости от частоты слой может полностью отражать, полностью пропускать или отклонять падающую волну.

**Ключевые слова:** электромагнитная волна, метаматериал, отражение, прохождение, отклонение, анизотропия.

### ВВЕДЕНИЕ

Пространственные структуры исследованных к настоящему времени метаматериалов представляют собой комбинации металлических или диэлектрических фрагментов различной формы, некоторым образом (чаще периодически) расположенных в свободном пространстве. Изменяя материал, размеры, форму и расположение фрагментов можно в достаточно широких пределах изменять электрофизические параметры таких сред. Примером использования метаматериалов являются частотно избирательные структуры, на основе которых создаются поглощающие (отражающие, отклоняющие) покрытия. В общем случае свойства таких покрытий определяются при решении соответствующих дифракционных задач; при этом одной из важнейших электродинамических характеристик покрытия является пространственное распределение энергии рассеянного электромагнитного поля, которое можно охарактеризовать диаграммой направленности (ДН), графически представляемой в разных системах координат. В частном случае, параметры покрытий можно оценить путем анализа соотношений для коэффициентов отражения и прохождения электромагнитной волны через слой вещества.

### 1. ПРОХОЖДЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ СЛОЙ МЕТАМАТЕРИАЛА

В общем случае при нормальном падении плоской электромагнитной волны на слой метаматериала с параметрами  $\varepsilon_2, \mu_2$  со стороны первой среды ( $\varepsilon_1, \mu_1$ ), амплитуды отраженной и прошедшей волн будут определяться свойствами границ раздела сред и толщиной  $d$  слоя метаматериала (рис. 1).

Использование аппарата матриц рассеяния дает хорошо известные соотношения для коэффициентов отражения

$$R_{\Sigma} = \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}}{1 + \Gamma_{12} \Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}}, \quad (1)$$

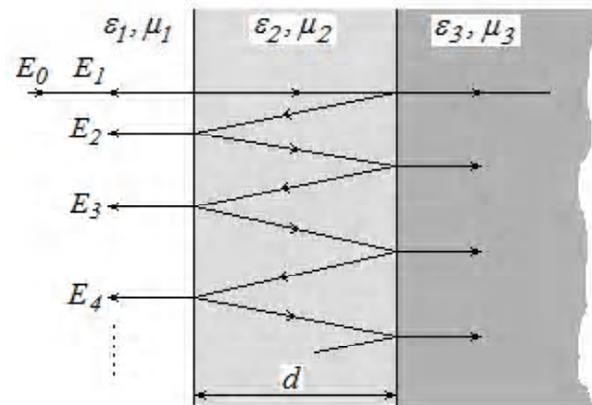


Рис. 1. Взаимодействие плоской волны со слоем метаматериала

и прохождения

$$T_{\Sigma} = \frac{(1 + \Gamma_{12})(1 + \Gamma_{23})e^{-\gamma_2 d}}{1 + \Gamma_{12} \Gamma_{23} e^{-2\gamma_2 d}}, \quad (2)$$

где  $\Gamma_{12} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}}$  – коэффициент отражения от первой границы;

$\Gamma_{23} = \frac{Z_{c3} - Z_{c2}}{Z_{c3} + Z_{c2}}$  – коэффициент отражения от второй границы;

$\gamma_2 = \alpha_2 + j\beta_2$  – постоянная распространения 2-й среды;  $Z_{ci} = \sqrt{\frac{\mu_i}{\varepsilon_i}}$ ,  $i = 1, 2, 3$  – характеристическое сопротивление  $i$ -й среды;

$\mu_i, \varepsilon_i$  – абсолютные магнитная и диэлектрическая проницаемости  $i$ -й среды.

Если каждая из сред 1 и 3 является свободным пространством, то, с учетом равенства  $\Gamma_{23} = -\Gamma_{12}$ , формулы (1) и (2) приобретают вид

$$R_{\Sigma} = \frac{\Gamma_{12} \left(1 - e^{-2\gamma_2 d}\right)}{1 - \Gamma_{12}^2 e^{-2\gamma_2 d}}, \quad (3)$$

$$T_{\Sigma} = \frac{\left(1 - \Gamma_{12}^2\right) e^{-\gamma_2 d}}{1 - \Gamma_{12}^2 e^{-2\gamma_2 d}}. \quad (4)$$

При этом если у метаматериала диэлектрическая  $\epsilon_2$  и магнитная  $\mu_2$  проницаемости одновременно принимают отрицательные значения [1], то в этом случае характеристическое сопротивление  $Z_{c2} = \sqrt{\mu_2 / \epsilon_2}$  не изменяет знака и, таким образом, формулы (1) и (2) остаются справедливыми.

Полному прохождению волны соответствует условие  $R_{\Sigma} = 0$ . Тогда, при отсутствии потерь в слое ( $\alpha_2 = 0$ ), из (3) очевидно

$$1 - e^{-2\beta_2 d} = 0,$$

откуда следует

$$d = n \frac{\lambda_2}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Здесь  $\lambda_2$  – длина волны в слое.

Таким образом, в случае полного прохождения волны сквозь слой, толщина слоя должна быть кратна целому числу половолн в материале слоя.

В случае полного отражения волны (при этом  $T_{\Sigma} = 0$ ), как видно из (4), должно выполняться условие  $1 - \Gamma_{12}^2 = 0$ , из которого следует  $\Gamma_{12} = \pm 1$ .

При  $\Gamma_{12} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} = +1$  (что соответствует магнитной стенке) необходимо, чтобы выполнялось условие  $Z_{c2} \rightarrow \infty$ , которое эквивалентно  $\mu_2 / \epsilon_2 \rightarrow \infty$ , что, в свою очередь, возможно при:

1.  $\mu_2 \rightarrow \infty$ , а  $\epsilon_2$  конечно, либо стремится к нулю.
2.  $\mu_2$  конечно, а  $\epsilon_2 \rightarrow 0$ .

Аналогично, при  $\Gamma_{12} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} = -1$  (что эквивалентно электрической стенке) необходимо, чтобы  $Z_{c2} \rightarrow 0$ , что возможно при условиях:

3.  $\mu_2 \rightarrow 0$ , а  $\epsilon_2$  конечно, либо стремится к бесконечности.
4.  $\mu_2$  конечно, а  $\epsilon_2 \rightarrow \infty$ .

В работе [2] показано, что свойства, аналогичные отмеченным выше, проявляет метаматериал, построенный из двойных кольцевых резонаторов с разрывами (SRR-структуры). Там, в частности, показано, что смена ориентации резонаторов по отношению к вектору электрического поля падающей волны изменяет параметры структуры в соответствии со свойствами 1–4.

Следует отметить, что использование SRR-структур при исследовании свойств метаматериалов в зарубежной и отечественной литературе является типичным, что связано с простотой геометрии таких структур и, как следствие, простотой численного моделирования с помощью существующих пакетов прикладных программ. Как отмечают авторы (в частности, работы [2]), численное моделирование более сложных по конфигурации структур связано с большими трудностями. В значительной мере это обусловлено некоординатностью геометрии используемых элементов (например, проволочных фрагментов различной формы), построение и моделирование которых требуют специальных подходов. Необходимо также отметить, что SRR-структуры являются сугубо резонансными и поэтому проявляют необходимые свойства в узкой полосе частот. Для работы в более широком частотном диапазоне требуются другие по форме и частотным свойствам элементы. Так, в работах [3], [4] рассматривались элементы в виде проволочных спиралей разнонаправленной намотки; такие элементы обладают большим числом «степеней свободы» при подборе необходимых электрофизических параметров в более широкой полосе частот. В то же время, анализ подобных сложных пространственных геометрических структур аналитическими методами в настоящее время авторам неизвестен, поэтому представляется актуальным проведение подробного численного моделирования для выявления частотных свойств таких структур.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В настоящей работе проведено численное моделирование взаимодействия плоской волны со слоем метаматериала на примере структуры, предложенной в [3] и состоящей из проволочных элементов в виде спиралей разнонаправленной намотки, периодически расположенных в свободном пространстве (рис. 2). При моделировании использовалась программа для анализа проволочных структур, разработанная на основе интегрального уравнения Поклингтона. Программа вычисляет неизвестные распределения токов в проволочных элементах и далее находят все необходимые электродинамические характеристики структуры, в частности, диаграммы направленности рассеянного поля. Тестирование программы путем сравнения результатов моделирования с экспериментом [3], посвященном проблеме преодоления дифракционного предела, подтвердило не только адекватность модели на основе уравнения Поклингтона, но и показало полное совпадение результатов расчета и эксперимента [5]. Кроме того, тщательное тестирование программы на различных примерах показало хорошую точность расчетов полей как в дальней, так и в ближней зонах.

Слой метаматериала располагался в плоскости  $XOZ$  и возбуждался плоской волной, распространяющейся вдоль оси  $Y$  с электрическим полем, поляризованным вдоль оси  $Z$ . При моделировании использовались параметры структуры, в точности соответствующие экспериментально проверенным данным работы [3]: диаметр витка спирали 9 мм, период структуры (вдоль оси  $X$ ) 20 мм. Спираль имеет 2 витка, шаг спирали 0,16 мм, диаметр проводника 0,2 мм. Каждый виток спирали аппроксимировался 6 прямолинейными сегментами.

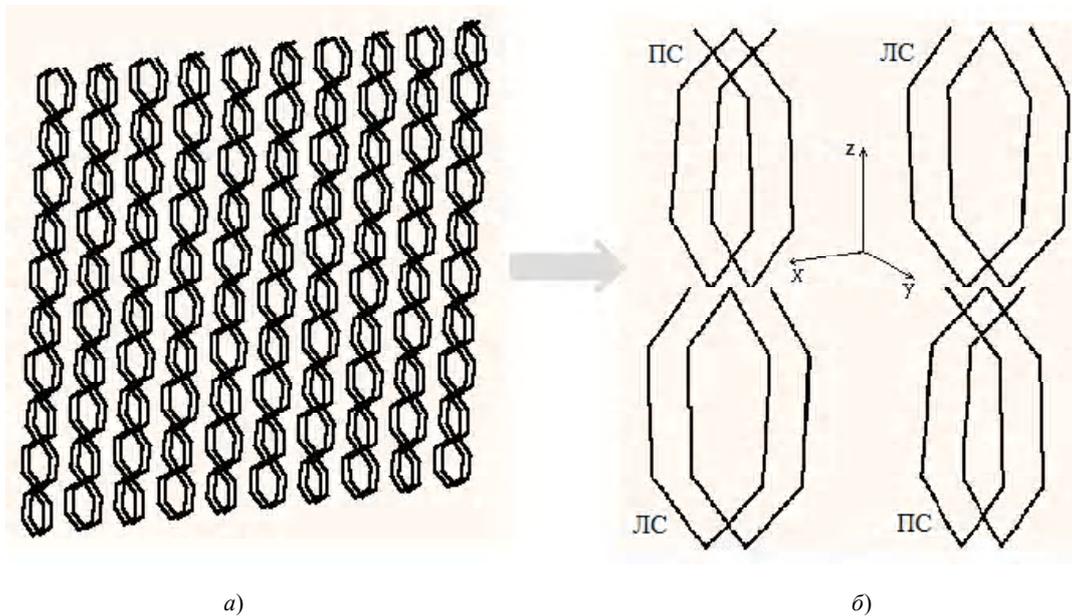
Проведенный в данной работе численный анализ показал, как и следует из [3], наличие резонансных явлений в структуре в окрестности частоты  $f \approx 2$  ГГц и выявил ряд частотных точек, в которых поведение исследуемой структуры соответствовало рассмотренным выше свойствам. В частности, на определенных частотах выявлены эффекты полного отражения и полного прохождения

волны. Кроме того, зафиксировано явление отклонения направления распространения электромагнитной волны.

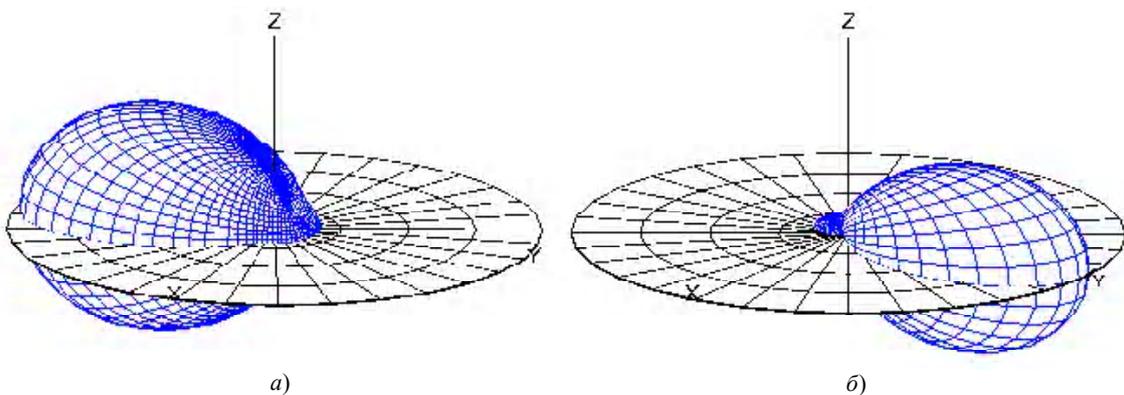
На рис. 3 показаны ДН слоя метаматериала в режимах полного отражения и полного прохождения на частотах  $f=2$  ГГц и  $f=2,8$  ГГц, соответственно, при этом поляризация отраженной и прошедшей волны сохраняется и совпадает с поляризацией падающей волны.

При изменении частоты в пределах от 2 ГГц до 2,8 ГГц диаграмма направленности деформируется и на частоте 2,39 ГГц принимает форму (рис. 4), иллюстрирующую эффект изменения направления распространения электромагнитной волны.

Эта ДН дает лишь качественное представление о пространственном распределении энергии волны. Количественную оценку можно получить из ДН в полярной системе координат, показанных на рис. 5, из которых следует, что слой метаматериала отклоняет падающую вол-



**Рис. 2.** Пространственная структура слоя метаматериала:  
 а) – фрагмент периодической метаструктуры; б) – ячейка периодичности  
 ПС – правая цилиндрическая спираль; ЛС – левая цилиндрическая спираль



**Рис. 3.** Пространственные ДН слоя метаматериала:  
 а) – режим полного отражения при  $f=2$  ГГц; б) – режим полного прохождения при  $f=2,8$  ГГц

ну переважно в верхнє напівпросторо (в напрямку осі  $Z$ ). Дослідження поляризаційних властивостей цієї хвилі показало, що вона залишається лінійно поляризованою, однак вектор поляризації нахилений до осі  $Y$  під деяким кутом, що характерно для гіротропної магнітної середовища.

Ураховуючи результати роботи [2], можна вважати, що розташування спіралей на рис. 2 відносно до вибраного напрямку поширення та поляризації падаючої хвилі відповідає випадку, коли структура проявляє переважно магнітні властивості. При цьому діелектрична проникність шару незначительно відрізняється від діелектричної проникності вільного простору. Тоді, якщо прийняти, що відносна діелектрична проникність шару  $\epsilon_{r2} \approx 1$ , то, використовуючи співвідношення (5), а також знаючи товщину шару при моделюванні  $d = 9$  мм, неважко розрахувати величину відносної магнітної проникності шару на частоті  $f = 2,8$  ГГц для режиму повного проходження

$$\mu_{r2} = \left( \frac{c_0}{2 \cdot f \cdot d} \right)^2, \quad (6)$$

де  $c_0$  – швидкість світла в вакуумі.

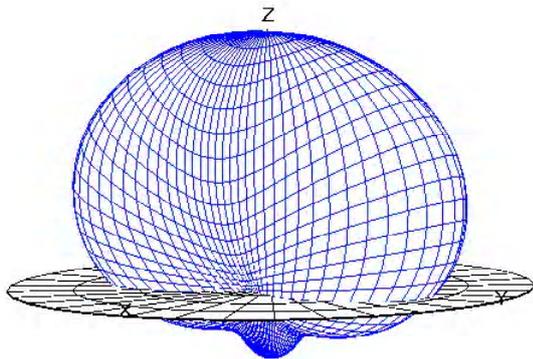


Рис. 4. Просторова ДН шару на частоті  $f = 2,39$  ГГц

Підстановка числових значень в (6) дає  $\mu_{r2} \approx 35$ . При цьому довжина хвилі в шарі дорівнює  $\lambda_2 \approx 1,8$  см, а в вільному просторі  $\lambda_0 \approx 10,7$  см.

Необхідно відзначити, що при повороті вектора поляризації збуджуємого поля на  $90^\circ$  (поляризація вздовж осі  $X$ ) розглянуті вище ефекти зникають; при цьому в діапазоні частот від 1 ГГц до 5 ГГц просторова ДН структури має вигляд, схожий до зображеного на рис. 6.

Аналіз отриманих результатів показує, що розглянута структура шару метаматеріалу має частотно залежну анізотропію, яка на певних частотах призводить до ефектів повного відбиття, повного проходження або відхилення електромагнітної хвилі.

### ВИСНОВОК

У роботі аналітично розглянуті властивості електрофізичних параметрів шару метаматеріалу ( $\epsilon_r$  і  $\mu_r$ ) при взаємодії з нормально падаючою на шар плоскою електромагнітною хвилею. При цьому показано, що в режимах повного проходження та повного відбиття хвилі властивості метаматеріалу схожі до властивостей

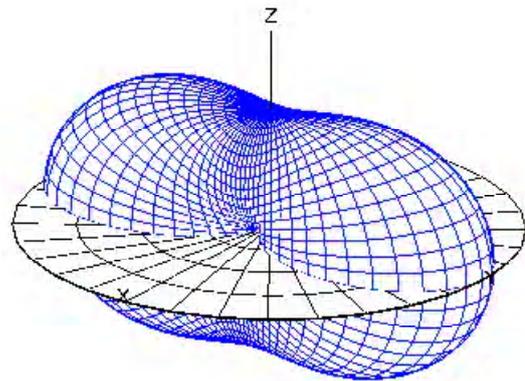


Рис. 6. Просторова ДН шару на частоті  $f = 2$  ГГц при поляризації вздовж осі  $X$

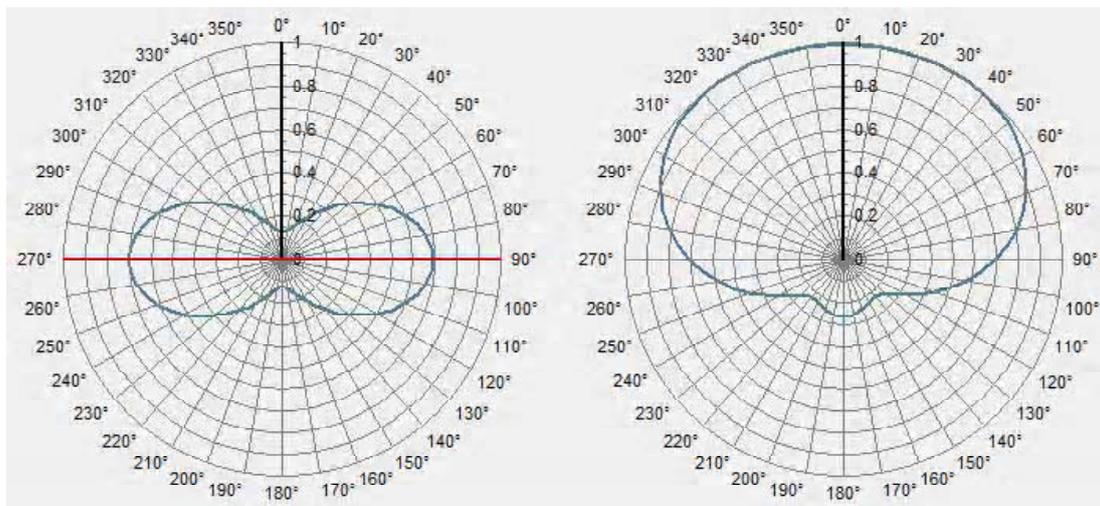


Рис. 5. ДН шару в полярній системі координат на частоті  $f = 2,39$  ГГц: зліва – ДН за азимуту, справа – ДН за кутом місця

ми SRR-структур. Крім того показано, що при повному проходженні товщина слоя кратна цілому числу половин в матеріалі слоя.

Проведено численне моделювання слоя метаматеріала, структура якого представляє собою періодично рознесені в вільному просторі проволочні спіралі різнонаправленої намотки. Моделювання показало, що при вибраних розмірах спіралей, їх взаємному розположенні і орієнтації відносно напрямку розповсюдження і поляризації падаючої хвилі шар метаматеріала на частоті  $f=2$  ГГц повністю відбиває падаючу на нього хвилю, а на частоті  $f=2,8$  ГГц хвиля без відбиття проходить крізь шар. На частоті  $f=2,39$  ГГц структура відхиляє падаючу хвилю переважно в верхню напівпростору; при цьому поляризація розсіяної хвилі залишається лінійною, але вектор поляризації нахилений до осі  $Y$  під певним кутом, що характерно для гіротропної магнітної середовища. З урахуванням виявлених магнітних властивостей розглянутого метаматеріала, проведено оцінку відносної магнітної проникності слоя в режимі повного проходження хвилі.

Аналіз результатів численних експериментів показав, що досліджуваний шар метаматеріала має частотно залежну магнітну анізотропію, однак при повороті вектора поляризації збуджуємого поля на  $90^\circ$  ефекти анізотропії зникають.

Одне з напрямків подальших досліджень пов'язано з розробкою ефективних методів прямого розрахунку електрофізичних параметрів метасред, побудованих з проволочних елементів довільної форми.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Veselago, V. G. The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of  $\epsilon$  and  $\mu$  / Veselago V. G. // *Sov. Phys. Usp.* – 1968. – vol. 10. – P. 509.
2. Smith, D. R. Homogenization of metamaterials by field averaging / D. R. Smith, J. B. Pendry // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2006. – vol. 23, No 3. – P. 391–403.
3. Lagarkov, A. N. Numerical and experimental investigation of the superresolution in a focusing system based on a plate of «left-handed» material / A. N. Lagarkov, V. N. Kissel // *Electromagnetic materials. Proc. of Symp. F, ICMAT 2003.* – World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003. – P. 157–160.
4. Кисель, В. Н. Электродинамические модели сложных электрофизических объектов и эффективные методы расчета их полей рассеяния [Текст]: дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. Москва, 2004. – 339 с.
5. Поверхностные волны на границах раздела метасред. Моделирование эффектов сверхразрешения [Текст] / С. Н. Романенко, Л. М. Карпуков, В. А. Борисенко, А. С. Львов // *Радиоелектроніка, інформатика, управління.* – 2011. – № 2. – С. 7–13.

Стаття надійшла до редакції 24.09.2011.  
Після доробки 01.11.2012.

Романенко С. М., Дмитренко В. П., Пулов Р. Д.  
ВЗАЄМОДІЯ ПЛОСКОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ  
З ШАРОМ МЕТАМАТЕРІАЛА. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮ-  
ВАННЯ

Аналітично розглянуто властивості електрофізичних параметрів шару метаматеріала ( $\epsilon_r$  та  $\mu_r$ ) при взаємодії з нормально падаючою на шар плоскою електромагнітною хвилею. Показано, що в режимі повного проходження товщина шару є кратною цілому числу півхвиль в матеріалі шару, а при повному відбитті властивості метаматеріала схожі з властивостями SRR-структур. Чисельне моделювання шару метаматеріала, що складається зі спіралей різноспрямованої намотування, показало, що структура володіє анізотропією  $i$ , в залежності від частоти, шар може повністю відбивати, повністю пропускати або відхиляти падаючу хвилю.

**Ключові слова:** електромагнітна хвиля, метаматеріал, відбиття, проходження, відхилення, анізотропія.

Romanenko S. N., Dmitrenko V. P., Pulov R. D.  
INTERACTION OF A PLANE ELECTROMAGNETIC  
WAVE WITH A LAYER OF METAMATERIAL. NUMERICAL  
SIMULATION

It is shown analytically that in the regime of full transmission in the interaction of a plane linearly polarized electromagnetic wave with a layer of a metamaterial the thickness of the layer is equal to an integer number of half wavelengths in the material layer. Numerical simulation of the metamaterial layer consisting of helices wound in different directions showed that with the chosen size of helices and their relative positions the metamaterial layer reflects the incident wave of the frequency  $f=2$  GHz fully while a wave with the frequency  $f=2,8$  GHz passes through the layer without reflection. At the frequency  $f=2,39$  GHz the structure deflects the incident wave mostly in the upper halfspace. The simulation also showed that at the selected orientation of helices relative to the direction of propagation and polarization of the incident wave the structure exhibits anisotropic and magnetic properties similar to those of SRR-structures. Based on this and using the properties of the halfwave layer the relative permeability of the metamaterial layer was estimated.

**Key words:** electromagnetic wave, polarization, metamaterials, reflection, transmission, deflection, anisotropy, permeability.

## REFERENCES

1. Veselago V. G. The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of  $\epsilon$  and  $\mu$ , *Sov. Phys. Usp.*, 1968, vol. 10, P. 509.
2. Smith D. R., Pendry J. B. Homogenization of metamaterials by field averaging // *J. Opt. Soc. Am. B.* 2006. vol. 23, No 3. P. 391–403.
3. Lagarkov A. N., Kissel V. N. Numerical and experimental investigation of the superresolution in a focusing system based on a plate of «left-handed» material, *Electromagnetic materials. Proc. of Symp. F, ICMAT 2003*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003, P. 157–160.
4. Kisel' V. N. E'lektrodinamicheskie modeli slozhny'x e'lektrofizicheskix ob'ektov i e'ffektivny'e metody' raschyota ix polej rasseyaniya, diss. dokt. fiz.-mat. nauk, Moscow, 2004, 339 p.
5. Romanenko S. N., Karpukov L. M., Borisenko V. A., L'vov A. S. Poverxnostny'e volny' na granicax razdela metasred. Modelirovanie e'ffektov sverxrazresheniya, *Radioelektronika, informatika. upravlinnya*, 2011, No. 2, pp. 7–13.