УДК 004:519.2

Кириченко Л. О.[1], Демерчян К. А.[2], Кайали Э.[3], Хабачёва А. Ю.[4]

[1]Канд. техн. наук, доцент Харьковского национального университета радиоэлектроники
[2, 4]Студент Харьковского национального университета радиоэлектроники
[3]Аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО ТРАФИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТОХАСТИЧЕСКИХ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫХ КАСКАДНЫХ ПРОЦЕССОВ

В работе рассматривается моделирование реализаций телекоммуникационного трафика, обладающего мультифрактальными свойствами, на основе математической модели мультипликативного стохастического каскада, весовые коэффициенты которого имеют бета-распределение вероятностей.

Ключевые слова: стохастический каскадный процесс, модель телекоммуникационного трафика, самоподобный процесс, мультифрактальный процесс.

ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Экспериментальные и численные исследования, проведенные в последние десятилетия, свидетельствуют, что трафик во многих мультимедийных сетях обладает фрактальными свойствами. Такой трафик имеет особую структуру, сохраняющуюся на многих масштабах, – в реализации всегда присутствует некоторое количество очень больших выбросов при относительно небольшом среднем уровне трафика. Эти выбросы вызывают значительные задержки и потери пакетов, даже когда суммарная потребность всех потоков далека от максимально допустимых значений. Причина такого эффекта заключается в особенностях распределения файлов по серверам, их размерах, в типичном поведении пользователей, и в значительной степени связана с изменениями сетевых ресурсов и топологии сети [1–4].

Самоподобные свойства трафика привели к появлению ряда моделей трафика на основе самоподобных (монофрактальных) стохастических процессов [2, 3]. В последнее десятилетие интенсивно изучаются мультифрактальные свойства трафика. Мультифрактальный трафик определяется как расширение самоподобного трафика за счет учета скейлинговых свойств статистических характеристик второго и выше порядков. Использование мультифрактальных стохастических процессов для моделирования телекоммуникационного трафика достаточно ново, и список мультифрактальных моделей значительно короче [4–6].

Целью представленной работы является разработка модели реализаций телекоммуникационного трафика, обладающего мультифрактальными свойствами, на основе математической модели мультипликативного стохастического каскада.

ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОПОДОБНЫХ И МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ [6–9]

Самоподобие случайных процессов заключается в сохранении статистических характеристик при изменении масштаба времени. Стохастический процесс $X(t)$ является самоподобным с параметром H, если процесс $a^{-H}X(at)$ описывается теми же конечномерными законами распределений (Law), что и :

$$\mathrm{Law}\{a^{-H}X(at)\} = \mathrm{Law}\{X(t)\}, \quad \forall a>0,\ t>0. \quad (1)$$

Параметр H, $0<H<1$, называемый показателем Херста, представляет собой степень самоподобия. Наряду с этим свойством, показатель H характеризует меру долгосрочной зависимости стохастического процесса. В случае $0,5<H<1$ процесс обладает длительной памятью: если в течение некоторого времени в прошлом наблюдались положительные приращения процесса, т. е. происходило увеличение, то и впредь в среднем будет происходить увеличение. В случае $0<H<0,5$ высокие значения процесса следуют за низкими, и наоборот. При $H=0,5$ отклонения процесса от среднего являются действительно случайными и не зависят от предыдущих значений.

Можно показать, положив в (1) $a=1/t$, что для самоподобного процесса выполняется следующее равенство:

$$\mathrm{Law}\{X(t)\} = \mathrm{Law}\left\{\left(\frac{1}{t}\right)^{-H} X(1)\right\} = \mathrm{Law}\{t^H X(1)\}. \quad (2)$$

Учитывая (2), начальные моменты самоподобного случайного процесса можно выразить как:

$$\mathrm{M}\left[|X(t)|^q\right] = \mathrm{M}\left[\left|t^H X(1)\right|^q\right] = t^{qH}\,\mathrm{M}\left[|X(1)|^q\right] = C(q)\cdot t^{qH}, \quad (3)$$

где величина $C(q)=\mathrm{M}\left[|X(1)|^q\right]$.

Для мультифрактальных процессов рассматривается более общее соотношение:

$$\mathrm{Law}\{X(at)\} = \mathrm{Law}\{M(a)\cdot X(t)\},$$

где $M(a)$ – независимая от $X(t)$ случайная функция. В случае самоподобного процесса $M(a)=a^H$. Мультифрактальные процессы проявляют более гибкие скейлинговые закономерности для моментных характеристик:

$$\mathrm{M}\left[\left|X(t)\right|^{q}\right]=c(q)\cdot t^{\tau(q)+1}, \qquad (4)$$

где $c(q)$ – некоторая детерминированная функция, $\tau(q)$ – скейлинговая экспонента, в общем случае нелинейная функция, для которой значение $\frac{\tau+1}{q}$ при $q=2$ совпадает со значением степени самоподобия H. Для временных рядов, которые отвечают монофрактальному процессу, скейлинговая экспонента $\tau(q)$ линейна.

МЕТОД МАКСИМУМОВ МОДУЛЕЙ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ [7, 10–12]

Одним из самых популярных инструментов мультифрактального анализа является метод максимумов модулей непрерывного вейвлет-преобразования (ММВП). Он базируется на вейвлет-анализе, который называют «математическим микроскопом» из-за способности сохранять хорошее разрешение на разных масштабах. Поскольку вейвлет-функции являются локализованными по времени и частоте, метод ММВП является мощным инструментом статистического описания нестационарных процессов.

Непрерывное вейвлет-преобразование фукции $X(t)$ имеет вид $W(a,b)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{\infty}X(t)\psi_{ab}(t)dt$, где $\psi_{ab}(t)$ – вейвлет-функция с параметрами масштаба a и сдвига b. Функция $W(a,b)$ называется вейвлет-спектром и может быть представлена как поверхность вейвлет-коэффициентов в трехмерном пространстве. Наиболее важная информация содержится в линиях локальных экстремумов поверхности $W(a,x)$, поиск которых проводится на каждом масштабе a.

Метод ММВП позволяет численно получить статическую сумму:

$$Z(q,a)=\sum_{l\in L(a)}\left(\sup_{a'\le a}\left|W(a',x_l(a'))\right|\right)^{q},$$

где $L(a)$ – множество всех линий l максимумов модулей вейвлет-коэффициентов на масштабе a; $x_l(a)$ – расположение максимума на этом масштабе. Для вычисления $Z(q,a)$ выбирается максимальное значение модуля вейвлет-коэффициентов вдоль каждой линии на масштабах, меньших заданного значения масштаба a.

В этом случае выполняется зависимость:

$$Z(q,a)\approx a^{\tau(q)},$$

де $\tau(q)$ – скейлинговая экспонента из формулы (4), которую определяют для каждого значения q путем вычисления наклона $\ln Z(q,a)$ от $\ln a$.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЕ КАСКАДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Простейшей моделью мультифрактального процесса с заданными свойствами является детерминированный биномиальный мультипликативный каскад [6, 8, 9]. При его построении первоначальный единичный отрезок делится на два равных интервала, которым приписываются весовые коэффициенты p_1 и $p_2=1-p_1$ соответственно. Затем с каждым из интервалов проделывается аналогичная процедура. В результате на втором шаге имеется 4 интервала с весовыми коэффициентами p_1^2, p_1p_2, p_2p_1 и p_2^2. При числе шагов $n\to\infty$ и $p_1\ne p_2$ мы приходим к предельной мере, являющейся неоднородным фрактальным множеством. На рис. 1, *а* показаны временные ряды значений биномиального каскада при значениях $p_1=0,6$ (вверху) и $p_1=0,8$ (внизу). Число итераций $n=10$, т.е. длина реализации равна 2^{10} значений. Очевидно, что с увеличением первоначального весового коэффициента p_1 увеличивается неоднородность временного ряда.

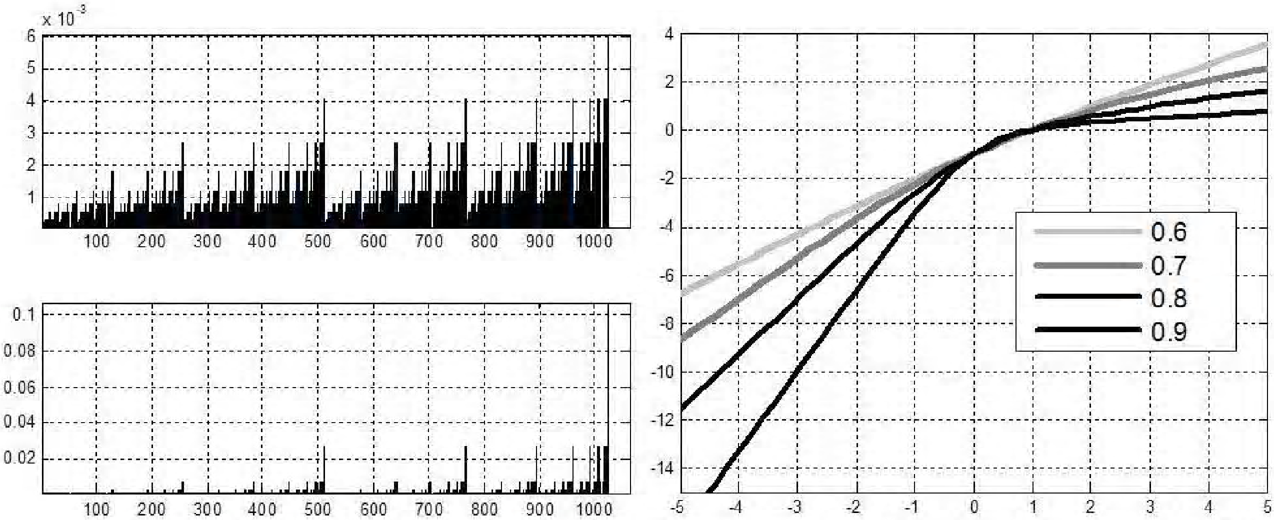


Рис. 1. Реализации каскада (*а*) и скейлинговые экспоненты $\tau(q)$ для разных p_1 (*б*)

В детерминированном случае мультифрактальная характеристика $\tau(q)$ для биномиального процесса зависит только от весового коэффициента p_1: $\tau(q) = \frac{-\ln(p_1^q + p_2^q)}{\ln 2}$. На рис. 1, *б* представлены теоретические скейлинговые экспоненты $\tau(q)$ для значений $p_1 = \{0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$.

Реализации детерминированного каскада полностью определяются величиной p_1, что неприемлемо для моделирования случайных процессов. При построении стохастических каскадов весовыми коэффициентами являются независимые значения некоторой заданной случайной величины W[4, 6, 9]. Случайная величина выбирается таким образом, чтобы математическое ожидание суммы весовых коэффициентов на каждой итерации равнялось единице. Если выбрать случайную величину, определенную на интервале $[0,1]$, то сумма коэффициентов на каждой итерации будет равной единице.

В этом случае первым двум интервалам будут приписаны весовые коэффициенты w_1 и $1-w_1$ соответственно. На втором шаге добавляются два новых независимых случайных значения w_2 и w_3. Получится 4 интервала с весовыми коэффициентами $w_1 w_2$, $w_1(1-w_2)$, $(1-w_1)w_3$ и $(1-w_1)(1-w_3)$. При $n \to \infty$ мы приходим к предельной мере, являющейся неоднородным фрактальным множеством.

В работе предложено в качестве случайной величины, порождающей весовые коэффициенты, использовать случайную величину, имеющую бета-распределение. Бета- распределением с параметрами $a > 0$, $b > 0$, называется распределение с плотностью вероятностей:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{B(a,b)}(1-x)^{b-1}, \; x \in (0,1); \\ 0, \; x \notin (0,1), \end{cases}$$

где $B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$ – бета-функция. Для бета-распределения с одинаковыми значениями параметров $a = b$, у которого функция плотности распределения симметрична, можно аналитически определить скейлинговую экспоненту $\tau(q)$ [6, 9]:

$$\tau(q) = -\log_2 \frac{\mathrm{Beta}(\alpha+q,\alpha)}{\mathrm{Beta}(\alpha,\alpha)} - 1. \qquad (5)$$

На рис. 2, *а* приведены различные виды графиков плотности распределения вероятностей, для симметричного бета-распределения при значениях $a = \{0,5; 1; 1,5; 3\}$. При значениях параметров $a = b = 1$ мы получаем случайную величину, имеющую равномерное распределение на интервале $[0,1]$. На рис. 2, *б* представлены графики скейлинговых экспонент $\tau(q)$ для соответствующих значений параметра a симметричного бета-распределения.

Очевидно, что с увеличением значения параметра a происходит ослабление мультифрактальных свойств временного ряда. На рис. 3 показаны соответствующие реализации биномиальных каскадов.

В случае симметричного бета-распределения мультифрактальные свойства каскада полностью определяются параметром a. Показатель Херста H, учитывая формулу (5), в этом случае равен:

$$H = \frac{\tau(2)+1}{2} = -\log_2 \frac{\mathrm{Beta}(\alpha+q,\alpha)}{2\,\mathrm{Beta}(\alpha,\alpha)}.$$

В работе проведены исследования мультифрактальных свойств каскадов, порождаемых бета-распределениями с разными значениями параметров a и b. Получены численные зависимости, которые значениям параметра H ставят в соответствие различные функции скейлинго-

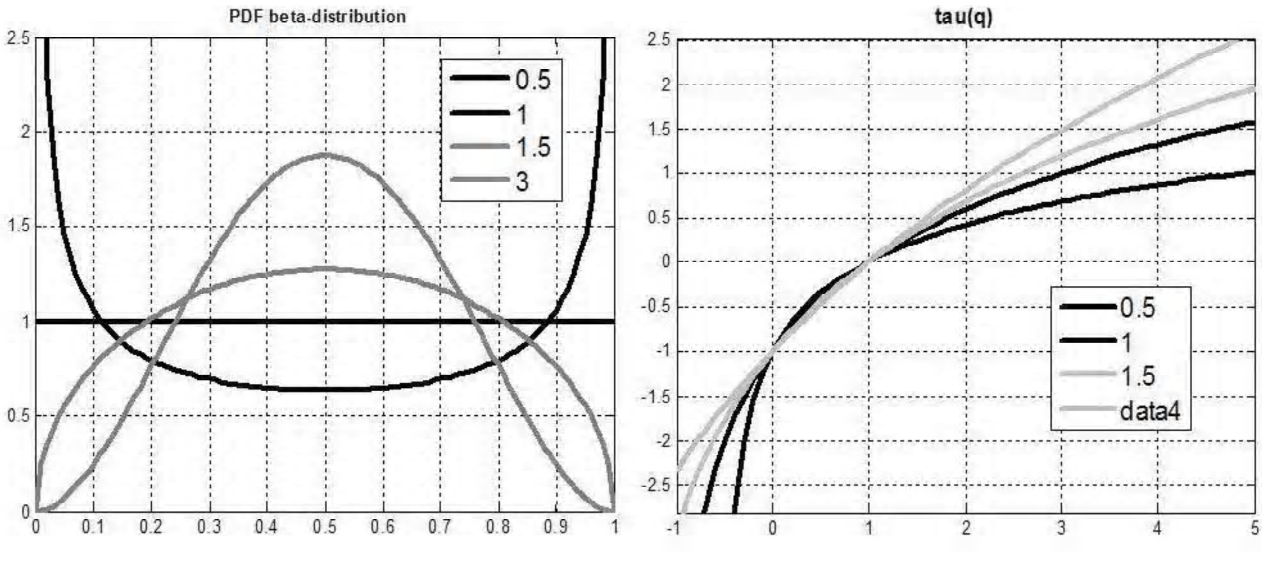
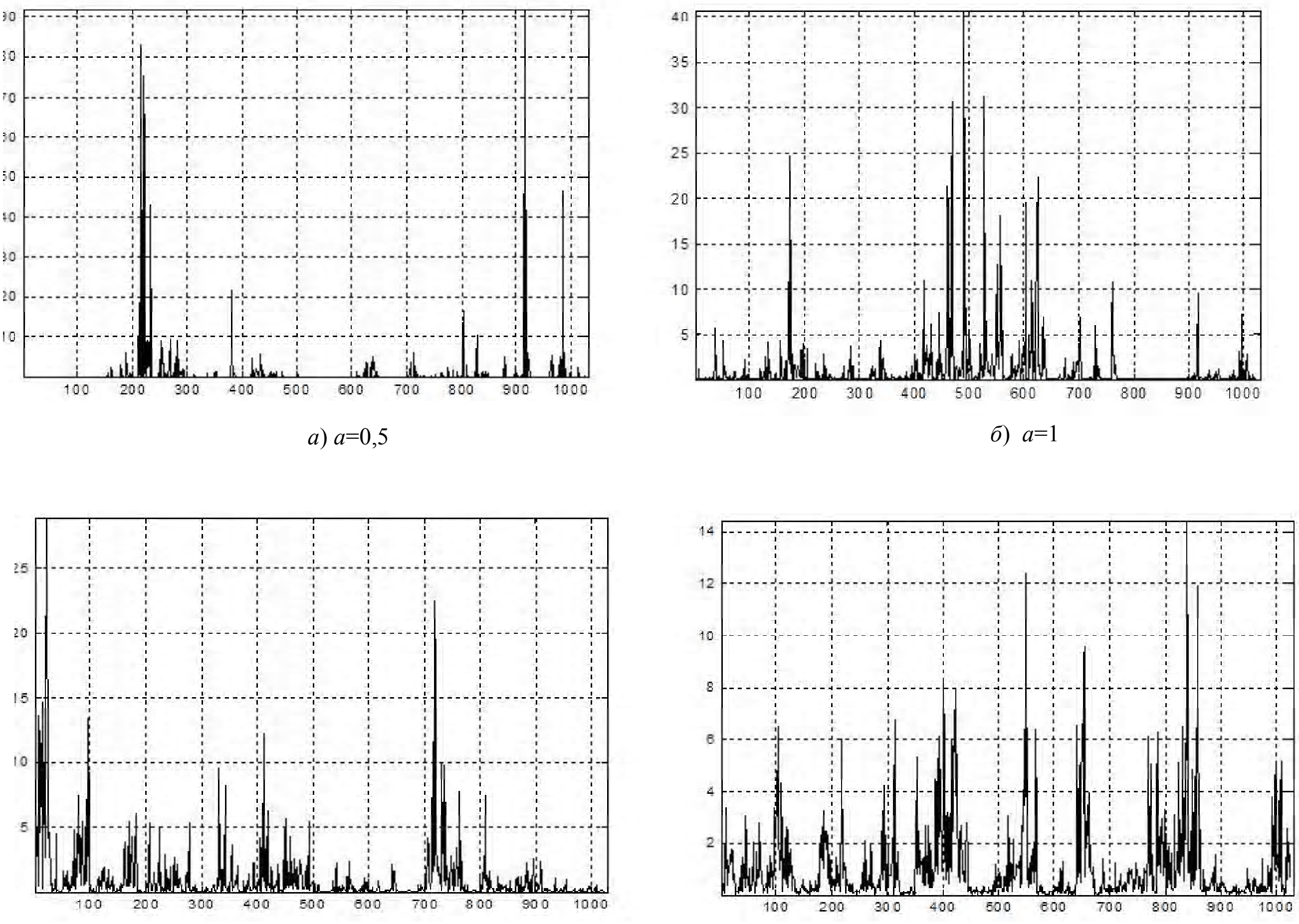


Рис. 2. Плотности распределения (а) и скейлинговые экспоненты $\tau(q)$ для разных значений параметра a симметричного бета-распределения (*б*)



а) a=0,5 *б)* a=1

в) a=1,5 *г)* a=3

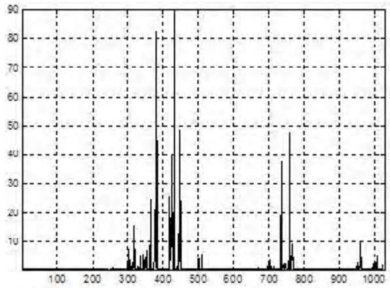
Рис. 3. Реализации биномиального каскада для разных значений a

вых экспонент $\tau(q)$. В этом случае можно выбрать каскад не только с определенной скейлинговой экспонентой, но и с заданным показателем Херста, который определяет степень долгосрочной зависимости временного ряда. На рис. 4 приведены реализации каскадных процессов с показателем $H = 0,8$ (вверху) и различными мультифрактальными свойствами $\tau(q)$ (посредине), которые определяются плотностью бета-распределения (внизу) разных значений a и b.

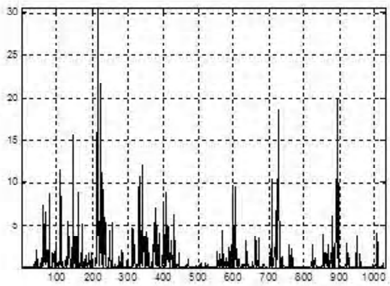
ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ РЕАЛИЗАЦИЙ TCP-ТРАФИКА

Предложенная в работе модель мультифрактального трафика имеет три основных параметра $(I, H, \tau(q))$, где I – интенсивность (среднее значение) трафика, H – показатель Херста, который определяет степень долгосрочной зависимости (степенное убывание корреляционной функции), $\tau(q)$ – скейлинговая экспонента, определяющая неоднородность (выбросы) реализации. Для построения модельной реализации необходимо оценить соответствующие параметры телекоммуникационного трафика и выбрать подходящий закон бета-распределения, генерирующий весовые коэффициенты мультифрактального каскада.

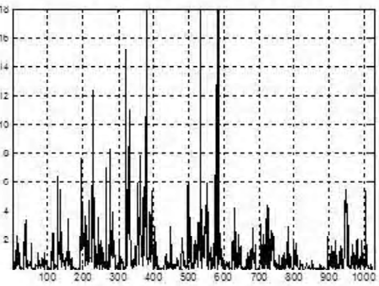
В работе были проведены исследования реализаций трафиков различных протоколов, которые показали их явные мультифрактальные свойства. На рис. 5, *а* приведен график выборочной реализации трафика TCP-протокола. Рассчитанная с помощью метода ММВП скейлинговая экспонента $\tau(q)$ представлена на рис. 5, *б*. Для данной реализации оценка показателя Херста $H = 0,83$. Каскады с такими мультифрактальными свойствами могут быть получены на основе бета-распределения с параметрами $a = 2,3$, $b = 2,5$, плотность которого показана на рис. 5, *г*. Одна из модельных реализаций каскада с данными мультифрактальными свойствами приведе на рис. 5, *в*.



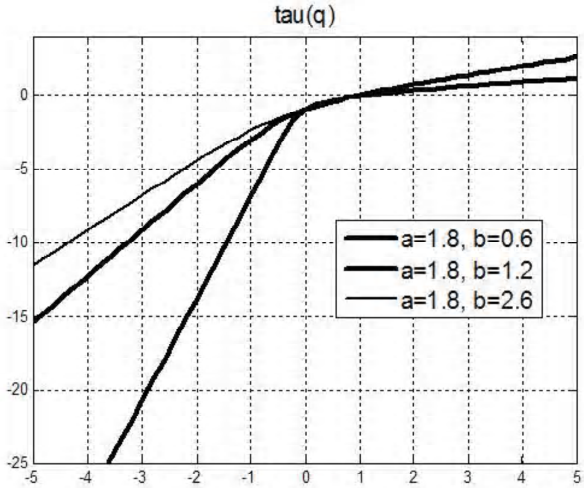
а) a=1,8, b=0,6



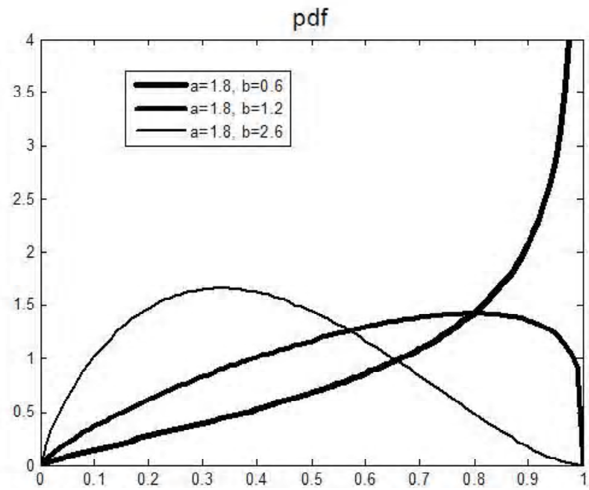
б) a=1,8, b=1,2



в) a=1,8, b=2,6

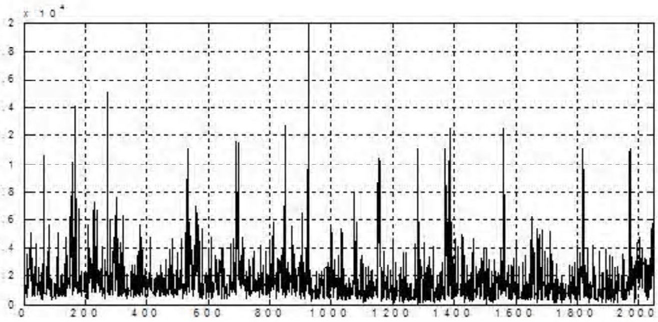


г)

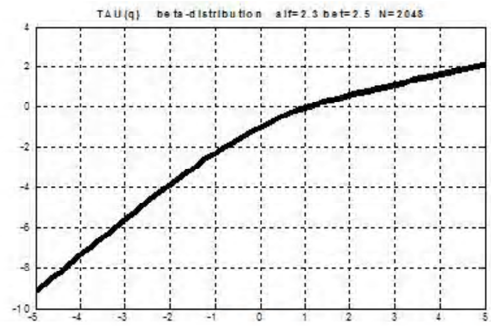


д)

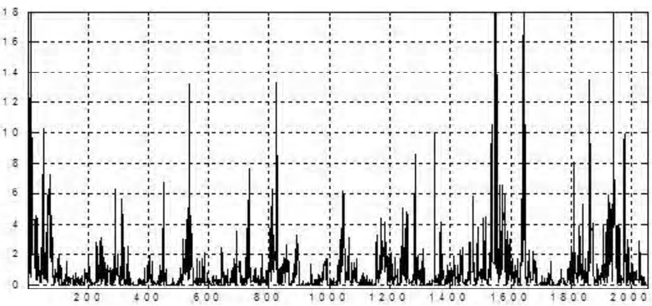
Рис. 4. Реализации каскадов для разных значений a и b (*а*–*в*), соответствующие скейлинговые экспоненты (*г*) и плотности бета-распределений (*д*)



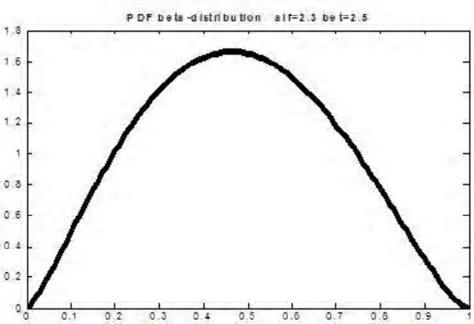
а)



б)



в)



г)

Рис. 5. Реализация трафика (*а*), выборочная скейлинговая экспонента $\tau(q)$ (*б*), плотность бета-распределения a=2,3, b=2,5 (*г*), модельная реализация (*в*)

ВЫВОДЫ

В работе были исследованы свойства стохастических мультипликативных каскадных процессов с функциями бета-распределения случайных весов. Предложена математическая модель трафика, параметрами которой являются средняя интенсивность, показатель Херста и скейлинговая экспонента. Показано, что модели трафика, полученные с помощью стохастических мультипликативных каскадов, позволяют гибко представлять мультифрактальные свойства реального телекоммуникационного трафика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Leland, W. E.* On the self-similarnature of ethernet traffic / [W. E. Leland, M. S. Taqqu, W. Willinger, D. V. Wilson] // IEEE/ACM Transactions of Networking. – 1994. – № 2(1). – P. 1–15.
2. *Sheluhin, O. I.* Similar processes in telecommunications / O. I. Sheluhin, S. M. Smolskiy, A. V. Osin. – John Wiley & Sons Ltd, England, 2007. – 337 p.
3. *Столлингс, В.* Современные компьютерные сети 2-е изд. / В. Столлингс – С. Пб. : Питер, 2003. – 784 с.
4. *Шелухин, О. И.* Мультифракталы. Инфокоммуникационные приложения приложения / О. И. Шелухин . – М. : Горячая Линия -Телеком, 2011. – 578 с.
5. *Veitch, D.* Multifractality in TCP/IP traffic: the case against / D. Veitch, N. Hohn, P. Abry // Computer Networks-2005. – № 48(3). – P. 293–313.
6. *Riedi R. H.* Multifractal processes / Riedi R. H., Doukhan P., Oppenheim G., Taqqu M. S. (Eds.) // Long Range Dependence: Theory and Applications: Birkhuser. – 2002. – P. 625–715.
7. *Kantelhardt, J. W.* Fractal and Multifractal Time Series. – 2008 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://arxiv.org/abs/0804.0747. – Загл. с экрана.
8. *Федер, Е.* Фракталы / Е. Федер. – М. : Мир, 1991. – 254 с.
9. *Calvet, L.* Large Deviationsand the Distribution of Price Changes / L. Calvet, A. Fisher, B.B. Mandelbrot // Cowles Foundation Discussion Paper. – 1997. –N. 1165. –P. 1–30.
10. *Малла, С.* Вэйвлеты в обработке сигналов / С. Малла. – М. : Мир, 2005. – 671 с.
11. *Muzy, J. F.* Multifractal formalism for fractal signals: the structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method / Muzy J. F., Bacry E., Arneodo A. // Phys. Rev. E. – 1993. –V. 47. – P. 875–884.
12. *Павлов, А. Н.* Мультифрактальный анализ сигналов / А. Н. Павлов, В. С. Анищенко // Известия Саратовского университета. Серия «Физика». – 2007. – Т. 7, Вып. 1. – С. 3–25.

Стаття надійшла до редакції 16.01.2012
Після доробки 14.02.2012.

Кіріченко Л. О., Демерчян К. А., Кайалі Е., Хабачова А. Ю.
МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОГО ТРАФІКУ З ВИКОРИСТАННЯМ СТОХАСТИЧНИХ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ КАСКАДНИХ ПРОЦЕСІВ

В роботі розглядається моделювання реалізацій телекомунікаційного трафіку, що володіє мультифрактальними властивостями, на основі математичної моделі мультиплікативного стохастичного каскаду, вагові коефіцієнти якого мають бета-розподіл ймовірностей.

Ключові слова: стохастичний каскадний процес, модель телекомунікаційного трафіку, самоподібний процес, мультифрактальний процес.

Kirichenko L. O., Demerchan K. A., Kayali E., Habachyova A. Yu.
MODELING TELECOMMUNICATIONS TRAFFIC USING STOCHASTIC MULTIFRACTAL CASCADE PROCESS

In the work the simulation of telecommunications traffic has been examined, which has multifractal properties, based on a mathematical model of the stochastic multiplicative cascade, the weights of which are beta probability distribution.

Key words: a stochastic cascade process, the model of telecommunications traffic, self-similar process, multifractal process.

УДК 519.24:62-50

Кошевой Н. Д.[1], Сухобрус Е. А.[2]

[1]*Д-р. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»*
[2] *Аспирант Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»*

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОУРОВНЕВЫХ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Предложен метод поиска оптимального или близкого к оптимальному по стоимости реализации многоуровневого плана многофакторного эксперимента. Для автоматизации процесса поиска с использованием предложенного метода разработано программное обеспечение. Проведен сравнительный анализ разработанного программного обеспечения с программой поиска оптимальных многоуровневых комбинаторных планов многофакторного эксперимента, реализующей метод генерации перестановок с минимальным числом транспозиций соседних элементов.

Ключевые слова: программное обеспечение, симплекс-метод, быстродействие.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Изменение порядка проведения опытов существенно влияет на стоимость реализации эксперимента. При увеличении количества рассматриваемых вариантов усложняется поиск плана с наименьшей стоимостью. Трудность поиска вызвана быстрым ростом вариантов пе-