УДК 007:681.516.4

Лозинський А.О.[1], Демків Л.І.[2]

[1]Д-р техн. наук Національного університету «Львівська політехніка»
[2]Канд. фіз.-мат. наук Національного університету «Львівська політехніка»

СИНТЕЗ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ЗІ ЗМІННИМИ ВАГОВИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Розглянуто динамічні системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено. Запропоновано новий підхід до побудови функціонала при багатокритеріальній оптимізації, який, на відміну від традиційного, передбачає зміну вагових множників інтегральних критеріїв якості в часі.

Ключові слова: нечітка логіка, функція належності, функціонал якості, багатокритеріальна оптимізація.

ВСТУП

На сьогоднішній день для технічних систем традиційно використовують підходи які є досить добре відомі в теорії лінійних систем. Зокрема, метод аналітичного конструювання регуляторів [1], методи максимуму Понтрягіна, та динамічного програмування Белмана [11], [6], а також кореневі методи пошуку. Недоліком цих підходів є те, що вони не враховують зміни умов роботи системи, зміни параметрів об'єкту тощо.

Використання методів нелінійної теорії керування, зокрема feedback лінеаризації [8], не знайшло широкого застосування через складність визначення агрегованих змінних в технічних системах. Так само, на сьогоднішній день недостатньо поширеними є методи геометричної теорії керування [2].

Спроба адаптації керуючих впливів до стану об'єкта та умов протікання технологічного процесу шляхом формування систем з перемиканням та забезпечення ковзних режимів вздовж заданих траекторій приводить до можливого виникнення автоколивань або до, так званої, надкерованості.

Нечітке прийняття рішень та нечітка логіка також є корисними інструментами для розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації. Shin і Chang [12] запропонували підхід глобального критерію на основі нечіткої логіки для отримання розв'язків для багатокритеріального чіткого або нечіткого синтезу регулятора. Loetamonphong [9] вивчав задачі оптимізації, які мають багатоцільові функції з нечіткими обмеженнями типу рівність. Huang [7] запропонував метод нечіткої багатокритеріальної оптимізації прийняття рішень, що може застосовуватись для оптимізації прийняття рішень при двох або більше цілях надійності системи.

Одним з можливих шляхів оптимізації систем є застосування нечіткого регулятора Такагі-Сугено. Виходом цього регулятора є керуючий вплив характерний для систем керування за повним вектором стану. Таким чином для окремого правила синтез керуючих впливів є можливим на основі класичної теорії лінійних систем.

При цьому використовують модель об'єкта яка є лінеаризованою в даній області з врахуванням всіх накладених обмежень, які діятимуть в цій області. Зокрема, таку техніку застосовано в роботах Mitsuishi T., Shidama, Y. [10].

Застосовуючи, наприклад, метод динамічного програмування Белмана, можна врахувати різноманітні обмеження, необхідні для нормального функціонування системи, такі як, наприклад, обмеження на швидкодію, що може бути корисним для систем з люфтами, підіймально-транспортної техніки тощо. При зміні робочої області буде синтезовано інший керуючий вплив, який буде оптимальним для даної точки області станів системи. При цьому для його синтезу можна використовувати модель, отриману шляхом лінеаризації нелінійної системи в даній точці.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

На сьогоднішній день немає загальних підходів до синтезу нечіткого регулятора. В той же час, для системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено керуючий вплив для окремого правила може бути синтезований на основі методів синтезу систем керування за повним вектором станів. Синтезуючи такі регулятори, ми приходимо до структури, яку можна представити у вигляді

$$u(t) = \sum_i \lambda_i \left(\overline{x}\right) u_i ,$$

де $u_i = u\left(\overline{x}(t), \overline{k}\right)$ – вектор-функція, $\overline{k}$ – вектор коефіцієнтів.

Враховуючи те, що технічні системи можуть працювати в різних точках простору станів, для яких характерні різні обмеження і висуваються різні вимоги до якості керування, традиційно використовують компромісне налаштування і формують керуючий вплив на основі критерію

$$J = \int_0^{\infty} \left(\sum_i \lambda_i F_i^* \left(\overline{x}(t)\right) + u^2(t) \right) dt,$$

де λ_i – постійні коефіцієнти, визначені на основі експертних оцінок, а $F_i^*\left(\overline{x}(t)\right)$ – довільні функціонали якості, що забезпечують бажану поведінку системи.

Для динамічної системи, заданої диференціальним рівнянням

$$\bar{x}'(t)=f\left(\bar{x}(t)\right)+g\left(\bar{x}(t)\right)\bar{u}(t)+\xi(t),$$

де $\bar{x}(t)=\left[x_1(t),x_2(t),\dots x_n(t)\right]^T$, $x_1(t)=x(t)$, $x_2(t)=x'(t)$, $x_2(t)=x''(t),\dots x_n(t)=x^{(n-1)}(t)$, $\bar{u}(t)$ – вектор керуючих впливів, $\bar{\xi}(t)$ – зовнішні збурюючі впливи, $f\left(\bar{x}(t)\right)$ та $g\left(\bar{x}(t)\right)$ – нелінійні функції, описані в області робочих точок системи, застосувавши підхід, описаний в [3, 4], приходимо до моделі, що формується набором правил виду (див. [13]):

$$R^i:\quad IF\quad x_1\in M_1^i\ i\ x_2\in M_2^i\ i\dots x_n\in M_n^i\quad THEN$$
$$\dot{\bar{x}}(t)=A_i\bar{x}(t)+B_i\bar{u}(t).$$

У випадку керування за повним вектором стану, синтезованого для окремої підсистеми сімейства лінійних систем, при використанні гравітаційного методу дефазифікації отримаємо загальну модель системи

$${}_3\dot{\bar{x}}(t)=\sum_{i=1}^{k}\nu_i(\bar{x})\left(A_i+B_i\sum_{j=1}^{k}\mu_j(\bar{x})K_j\right)\bar{x}(t),$$

де $\nu_i=\nu_i(\bar{x})=\dfrac{\prod_{j=1}^{n}M_j^i\left(x_j(t)\right)}{\sum_{i=1}^{k}\prod_{j=1}^{n}M_j^i\left(x_j(t)\right)}$, $\mu_i=\mu_i(\bar{x})=\dfrac{\prod_{j=1}^{n}N_j^i\left(x_j(t)\right)}{\sum_{i=1}^{k}\prod_{j=1}^{n}N_j^i\left(x_j(t)\right)}$,

$M_j^i\left(x_j(t)\right)$, $N_j^i\left(x_j(t)\right)$ – функції належності $x_j(t)$ до відповідної області M_j^i чи N_j^i, $\sum_{i=1}^{k}\nu_i=1$, $\sum_{i=1}^{k}\mu_i=1$.

Синтезоване для кожної з підсистем оптимальне керування $u(t)=u^*(t)$ забезпечує мінімізацію окремого функціоналу F_i, сформованого для i-тої точки простору станів. У класичній теорії керування при знаходженні оптимального керування для всієї системи узагальнений функціонал мав би вигляд

$$I=\sum_i\lambda_iF_i,$$

де i – індекс моделі окремої підсистеми, $\lambda_i=\text{const}$ визначається на основі експертних оцінок чи теорії Парето оптимальних рішень.

При застосуванні теорії нечітких множин ми приходимо до функціоналу виду

$$I=\sum_i\nu_i(t)F_i,$$
$$\sum_i\nu_i(t)=1,$$

де $\nu(t)$ – змінні в часі коефіцієнти, які визначаються видом функцій належності, їх розміщенням, прийнятим методом дефазифікації та сформованою базою правил.

Таким чином, ми не формуємо якусь траєкторію, яка оптимальна для всіх підсистем сімейства, а реалізуємо перехід від однієї оптимальної траєкторії до іншої, визначеної для окремої підсистеми. Такий підхід дає змогу покращити якісні характеристики системи.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для дослідження цього явища розглянемо двомасову систему, яка описується системою диференціальних рівнянь, знехтувавши, при цьому, електромагнітними явищами в двигуні

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=\dfrac{1}{T_{M_1}}\left(u(t)-x_2(t)\right),\\ \dot{x}_2(t)=\dfrac{1}{T_C}\left(x_1(t)-x_3(t)\right),\\ \dot{x}_3(t)=\dfrac{1}{T_{M_2}}x_2(t),\\ x_i(0)=0,\ i=\overline{1..3}.\end{cases}$$

Оптимальне керування, лінеаризоване в околі окремої робочої точки, системою шукають за допомогою функціоналу

$$J=\int_0^\infty F\left(\bar{x}(t)\right)dt=\int_0^\infty\left(F^*\left(\bar{x}(t)\right)+u^2(t)\right)dt=$$
$$=\int_0^\infty\left(\left(x^2(t)+\gamma_1\dot{x}^2(t)+\gamma_2\ddot{x}^2(t)\gamma_3\dddot{x}^2(t)\right)+u^2(t)\right)dt,$$

де $x(t)=x_3(t)$, а γ_i, $i=\overline{1..3}$ – коефіцієнти, котрі визначають поведінку системи. У випадку, якщо функціонал якості має вигляд

$$F_1^*\left(\bar{x}(t)\right)=x^2(t)+\omega_0^{-6}\dddot{x}(t),$$

то згідно з [5] система налаштована на стандартну форму Батерворта, де ω_0 – значення середньогеометричного кореня. Якщо ж функціонал має вигляд

$$F_2^*\left(\bar{x}(t)\right)=x^2(t)+3\omega_0^{-2}\dot{x}(t)+3\omega_0^{-4}\ddot{x}(t)+\omega_0^{-6}\dddot{x}(t),$$

то (див. [5]) система налаштована на біном.

Для цих функціоналів якості оптимальне керування матиме вигляд

$$u_1^{opt}(t)=(\omega_0+1)T_{M_1}\ddot{x}(t)+$$
$$+\left(T_CT_{M_1}T_{M_2}\omega_0^3-(\omega_0+1)T_{M_1}\right)x(t)+$$
$$+\left(\left(\omega+\omega^2-\frac{1}{T_CT_{M_2}}\right)T_CT_{M_1}-1\right)\dot{x}(t)$$

у випадку налаштування на форму Батервортата

$$u_2^{opt}(t) = 3\omega_0 T_{M_1}\ddot{x}(t) + \left(\left(3\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}}\right)T_C T_{M_1} - 1\right)\dot{x}(t) +$$

$$+\left(T_C T_{M_2} T_{M_1}\omega_0^3 - 3T_{M_1}\omega_0\right)x(t).$$

(у випадку налаштування на стандартну біноміальну форму).

У випадку компромісного налаштування системи, що складається з двох підсистем

$$J = \int_0^\infty \left(\lambda_1 F_1^*\left(\overline{x}(t)\right) + \lambda_2 F_2^*\left(\overline{x}(t)\right) + u^2(t)\right)dt,$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1,$$

де $F_1^*\left(\overline{x}(t)\right)$ та $F_2^*\left(\overline{x}(t)\right)$ описано вище, а λ_1 та λ_2 сталі вагові коефіцієнти, оптимальне керування матиме вигляд

$$u^{opt}(t) = \left(1 + \sqrt{1 + 3\lambda_1}\right)\omega_0 T_{M_1}\ddot{x}(t) +$$

$$+\left(\left(\left(1 + \sqrt{1 + 3\lambda_1}\right)\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}}\right)T_C T_{M_1} - 1\right)\dot{x}(t) +$$

$$+\left(T_C T_{M_1} T_{M\,2}\omega_0^3 - \left(1 + \sqrt{1 + 3\lambda_1}\right)\omega_0 T_{M_1}\right)x(t).$$

Однак, при такому підході, значення коефіцієнтів λ_i не залежать від стану системи в даний момент часу.

При застосуванні згаданого вище підходу такий критерій формуватиметься у вигляді

$$J = \int_0^\infty \left(\sum_i \lambda_i\left(\overline{x}(t)\right)F_i^*\left(\overline{x}(t)\right) + u^2(t)\right)dt,$$

$$\sum_i \lambda_i\left(\overline{x}(t)\right) = 1,$$

що є характерним для систем з фаззі-керуванням з використанням регулятора Такагі-Сугено.

Враховуючи те, що ваговий множник залежить від точки простору станів, в якій зараз перебуває система, приходимо до формування траєкторії системи як набору оптимальних траєкторій для окремих областей.

Кожна з підсистем може формувати різні типи переходів з різними швидкостями. Можливим є формування різних траєкторій переходу до заданої точки простору вихідних сигналів системи, використовуючи регулювання, в якому відбувається перехід між керуючими впливами.

Зокрема, при класичному підході при $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,5$ отримаємо оптимальне управління, яке формуватиме траєкторію «1», яка лежатиме в області, обмеженій «2» та «3». При запропонованому підході траєкторія зміни координати «4» (рис. 1) формуватиметься з участків траєкторій «2» (Батерворт) та «3» (Біном), а перехід з однієї на іншу буде визначатися формуванням функції належності $\lambda_i(x)$.

Як видно з рис. 1, запропонований підхід дозволяє синтезувати оптимальне керування для виходу на заданий рівень функціонування. Але, в наслідок прийнятого

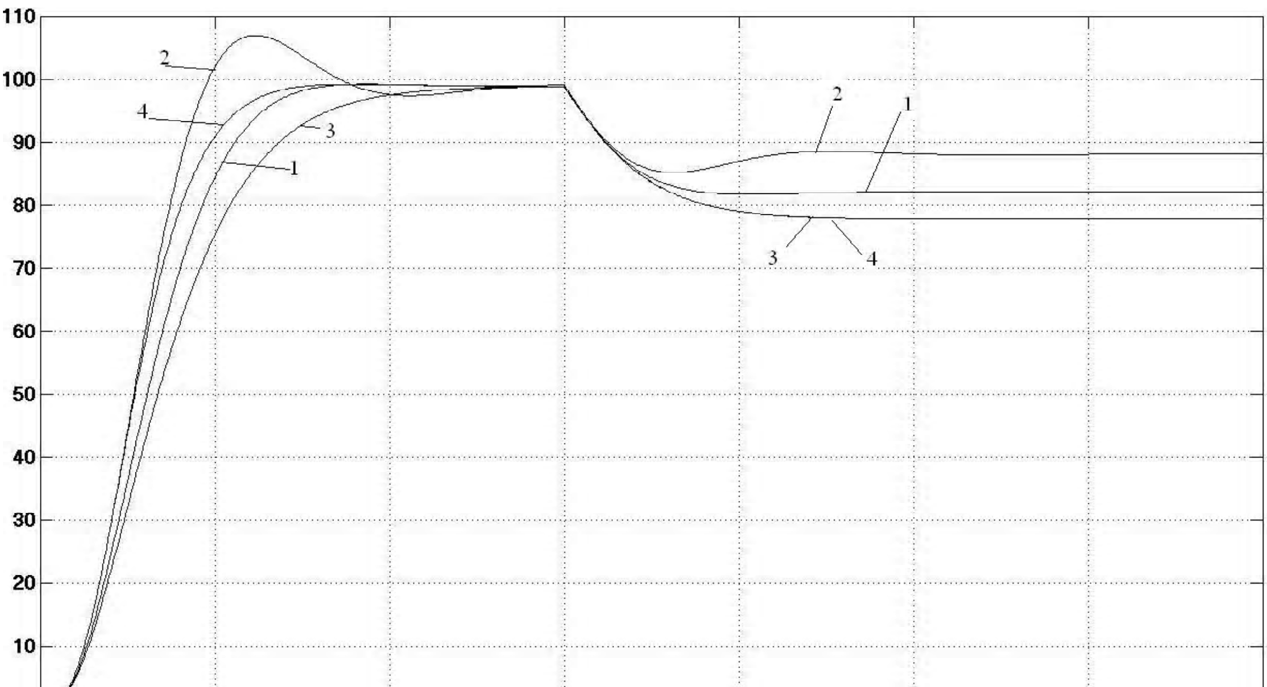

Рис. 1. Результати симуляції при дії зовнішнього навантаження в момент часу, рівний 3 с

розподілу параметрів функції належності, система буде мати гірші характеристики при відпрацюванні збурень. Ми можемо виправити цю ситуацію, змінивши параметри функції належності після виходу системи на заданий рівень функціонування, наприклад, можна налаштувати систему на максимальну швидкодію за умови відсутності перерегулювань.

ВИСНОВКИ

Робота присвячена дослідженню синтезу багатокритеріального оптимального керування зі змінними коефіцієнтами. Запропоновано підхід формування функціоналу як комбінації функціоналів зі змінними в часі ваговими коефіцієнтами. Даний підхід може бути використаний в багатьох системах, для яких характерні різного роду технічні обмеження. Проведені, на прикладі динамічної системи третього порядку, експерименти показали, що такий спосіб задання вагових коефіцієнтів забезпечує виграш у функціонуванні в порівнянні з традиційним підходом.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Колесников, А. А.* Синергетическая теория управления / А. А. Колесников. – М. : Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
2. *Краснощеченко, В. И.* Нелинейные системы : геометрический метод анализа и синтеза / В. И. Краснощеченко, А. П. Грищенко. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. – 520 с.
3. *Лозинський, А. О.* Дослідження стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено-Кангі / А. О. Лозинський // Вісник НТУ «ХПІ» «Проблемы автоматизированного электропровода». – 2008. –Т. 30.– С. 89–90.
4. *Лозинський, А. О.* Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено / А. О. Лозинський, Л. І. Демків // ІПШІ МОН і НАН України «Наука і освіта». – 2008. – Т. 4. – С. 545–549.
5. *Марущак, Я. Ю.* Використання стандартних форм розподілу коренів при синтезі електромеханічних систем методом параметричної оптимізації / Я. Ю. Марущак // Вісник Харківського Національного політехнічного університету. Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. – 2001. –№ 10. – С. 88–90.
6. *Фельдбаум, А. А.* Основы теории оптимальных автоматических систем / А. А. Фельдбаум. – М. : Наука, 1966. – 624 с.
7. *Huang, H. Z.* Fuzzy multi-objective optimization decision-making of reliability of series system / H. Z. Huang // Microelectronics Reliability. – 1997. –V. 3, No. 37. – P. 447–449.
8. *Isidori, A.* Nonlinear control systems / A. Isidori. – Springer-Verlag, 1995. – 550 p.
9. *Loetamonphong, J.* Multi-objective optimization problems with fuzzy relation equation constrains / J. Loetamonphong, S.C. Fang, R.E. Young // Fuzzy Sets and Systems. – 2002. – No. 127. – P. 141–164.
10. *Mitsuishi, T.* Minimization of Quadratic Performance Function in T-S Fuzzy Model / T. Mitsuishi, Y. Shidama // FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Fuzzy Systems. – 2002. – P. 75–79.
11. *Naidu, D. S.* Optimal control systems / D. S. Naidu. – CRC Press, 2002. – 433 p.
12. *Shih, C. J.* Pareto optimization of alternative global criterion method for fuzzy structural design / C. J. Shih, C. J. Chang // Computers and Structures. – 1995. –V. 54, No. 3. – P. 455–460.
13. *Takagi, T.* Fuzzy identificationof systems and its application to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Trans. ono Syst. – 1985. –V. SMC-15, No. 1. – P. 116–132.

Стаття надійшла до редакції 11.01.2012.
Після доробки 23.02.2012.

Лозынськый А. О., Дэмкив Л. И.

СИНТЕЗ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ ВЕСОВЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Рассмотрены динамические системы с нечетким регулятором Такаги-Сугено. Предложен новый подход к построению функционала при многокритериальной оптимизации, который, в отличие от традиционного, предусматривает изменение весовых множителей интегральных критериев качества во времени.

Ключевые слова: нечеткая логика, функция принадлежности, функционал качества, многокритериальная оптимизация.

Lozynsky A. O., Demkiv L. I.

SYNTHESIS OF MULTICRITERIAOPTIMAL CONTROLWITH VARIABLEWEIGHTS

In paper the dynamical systems with Takagi-Sugeno fuzzy controllerare considered. A new approach to constructing functional for multicriteria optimization is suggested, which, unlike traditional, allows the change of weight multipliers of integral quality criteria in time.

Key words: fuzzy logic, membership function, functional of quality,multicriteria optimization.