6. *Forrest, S.* Self-Nonself Discrimination in a Computer / S. Forrest, A. S. Perelson, R. Cherukuri, L. Allen // Research in Security and Privacy : IEEE Symposium, Oakland, 16–18 May 1994 : proceedings. – Los Alamitos: IEEE, 1994. – P. 202–212.
7. *D'haeseleer, P.* An immunological approach to change detection: algorithms, analysis, and implications / P. D'haeseleer, S. Forrest, P. Helman // Computer Security and Privacy : IEEE Symposium, Oakland, 6–8 May 1996 : proceedings. – Los Alamitos: IEEE, 1996. – P. 110–119.
8. *Hofmeyr, S.* Architecture for an artificial immune system / S. Hofmeyr, S. Forrest // Evolutionary Computation. – 2000. – № 8. – P. 443–473.
9. *Balthrop, J.* Revisiting LISYS: parameters and normal behavior / J. Balthrop, S Forrest, M. Glickman // Evolutionary Computation: congress CEC'02, Honolulu, 12–17 May 2002 : proceedings. – Los Alamitos: IEEE, 2002. – P. 1045–1050.
10. *Balthrop, J.* Coverage and generalization in an artificial immune system / J. Balthrop, F. Es-ponda, S. Forrest, M. Glickman / / Genetic and Evolutionary Computation: conference GECCO–2002, New York, 9–13 July 2002 : proceedings . – San Francisco: Morgan Kaufmann, 2002. – P. 3 10.
11. *Farmer, J.* The immune system, adaptation, and machine learning / J. Farmer, N. Packard, A. Perelson // Physica D : Nonlinear Phenomena. – 1986. – № 2. – P. 187–204.
12. *Frank, A.* SPECT heart data set [Electronic resource] / A. Frank, A. Asuncion. – Irvine : University of California, 2010. – Access mode : http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/SPECT+Heart.
13. *Ji, Z.* Negative selection algorithms: from the thymus to V-detector : dissertation ... doctor of philosophy / Z. Ji. – Memphis : The University of Memphis, 2006. – 337 p.
14. *Герасимчук, Т. С.* Использование искусственных иммунных систем для прогнозирования риска развития реккурентных респираторных инфекций у детей раннего возраста / Т. С. Герасимчук, С. А. Зайцев, С. А. Субботин // Діагностика та лікування інфекційно опосередкованих соматичних захворювань у дітей: міжрегіональна науково-практична конференція, Донецьк, 10–11 лютого 2011 : матеріали. – Донецьк : Норд-пресс, 2011. – С. 27–29.

Стаття надійшла до редакції 04.05.2011.

Зайцев С. О., Суботін С. О.

ПОБУДОВА ДІАГНОСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ ПАРАДИГМИ НЕГАТИВНОГО ВІДБОРУ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРИНЦИПУ МАСКУВАННЯ ДЕТЕКТОРІВ

Дістали подальшого розвитку модель негативного відбору з використанням маскованих детекторів та метод її навчання. Досліджувалися різноманітні критерії зупину для методу навчання моделі. Розроблено критерій зупину, що дозволяє виконувати своєчасний зупин процесу навчання, і таким чином прискорити даний процес, а також скоротити використання обчислювальних ресурсів.

Ключові слова: негативна селекція, маскований детектор, критерій зупину.

Zaitsev S. A., Subbotin S. A.

THE DIAGNOSIS MODEL BUILDING ON THE BASIS OF NEGATIVE SELECTION PARADIGM USING THE PRINCIPLE OF DETECTOR MASKING

A new negative selection model using masked detectors with training method has been developed. Various stopping criteria for the training method have been investigated. The stopping criterion is proposed. It allows to terminate training procedure, to speed-up training process and to reduce computational resources.

Key words: negative selection, masked detector, stopping criterion.

УДК [519.674:519.688]:62-11

Чопоров С. В.

Магистр Запорожского национального университета

ПОСТРОЕНИЕ НЕРАВНОМЕРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СЕТОК ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НА БАЗЕ ТЕОРИИ *R*-ФУНКЦИЙ

В работе рассмотрена проблема математического моделирования геометрических объектов на базе теории *R*-функций. Предложен подход к построению неравномерных сеток шестигранных элементов.

Ключевые слова: *R*-функция, сетка, шестигранный элемент, математическая модель.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Исследование прочности и долговечности проектируемых инженерных конструкций является важной составляющей современной техники. В настоящее время для этих целей широко применяется компьютерное моделирование, позволяющее заменить длительное и дорогостоящее испытание опытного образца изучением соответствующих математических моделей. Следовательно, актуальной является проблема построения математических моделей геометрических объектов, которые в пространстве занимают определенный объем. Например, сложные инженерные конструкции, сооружения, машины, механизмы и прочее. По сути, речь идет о решении так называемой обратной задачи аналитической геометрии, когда для имеющейся геометрической области строится ее аналитическое описание.

Множество физических объектов реального мира можно определить как сплошные тела, геометрическое моделирование которых можно рассматривать как процесс формализации представления геометрии существующего или воображаемого объекта. Наиболее общим методом определения множества точек, принадлежащих объекту, является введение предиката, являющегося индикатором принадлежности объекту точки пространства (неявное определение). Простейшей формой такого предиката будет ограничение на знак некоторой действительной функции в виде

$$\Omega = \{(x, y, z) \mid F(x, y, z) \geq 0\},$$

где неявная функция $F(x, y, z)$ больше нуля внутри области, соответствующей телу Ω, равна нулю на границе и меньше нуля вне тела. Например, для построения математической модели тела в форме эллипсоида с центром в точке (x_0, y_0, z_0) необходимо определить коэффициенты a, b и c в формуле

$$F_{ellipsoid}(x, y, z) = 1 - \frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(z - z_0)^2}{c^2}.$$

Математические модели геометрических объектов нетривиальной формы могут быть определены при помощи более сложных функций конструктивно, используя логические комбинации более простых функций. Такие действия с математическими функциями логически эквивалентны стандартным операциям над множествами. В работах Владимира Логвиновича Рвачева [1–3] разработан достаточно общий подход, получивший название теории R-функций, в котором предложены принадлежащие классу C^m функции для описания теоретико-множественных операций. Наиболее распространенная на практике система R-функций имеет вид (1). Например, тело в форме объединения двух шаров (рис. 1), один из которых радиуса r_0 с центром в начале координат, второй – радиуса r_1 с центром в точке $(0, r_0, 0)$ можно описать формулой (2).

$$\begin{cases} C \equiv \text{const}, \\ \neg x \equiv -x, \\ x_1 \wedge x_2 \equiv x_1 + x_2 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \\ x_1 \vee x_2 \equiv x_1 + x_2 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2}. \end{cases} \quad (1)$$

$$F_{balls}(x, y, z) = \left(r_0^2 - x^2 - y^2 - z^2\right) \vee \left[r_1^2 - x^2 - (y - r_0)^2 - z^2\right]. \quad (2)$$

Поскольку математические модели геометрических объектов в основном используются при численном анализе различных параметров состояния сложных инженерно-технических объектов, на практике требуется построение конечно-элементных дискретных математических моделей. Для этого при использовании R-функций, в первую очередь, требуется разработка методов построения дискретных моделей областей, описанных с помощью неявных функций.

Среди конечных элементов, используемых в пространстве, наиболее распространенными являются элементы тетраэдрической и шестигранной форм. Преимуществом первого типа элементов является большая топологическая гибкость, второго – возможность уменьшения размерности систем линейных алгебраических уравнений за счет использования меньшего количества элементов (необходимо использовать пять тетраэдров для представления объема элемента, представленного одним шестигранником, рис. 2).

При этом функции формы линейного тетраэдрического конечного элемента имеют вид

$$N_T(x, y, z) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z, \quad \alpha_i \in R, i = \overline{0,3}, \quad (3)$$

а функции формы шестигранного конечного элемента –

$$N_H(x, y, z) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z + \alpha_4 xy + \alpha_5 xz + \alpha_6 yz + \alpha_7 xyz,$$

$$\alpha_i \in R, i = \overline{0,7}. \quad (4)$$

Наличие нелинейных членов в соотношении (4) приводит к тому, что градиенты шестигранного конечного элемента (в отличии тетраэдрического) не постоянны и изменяются вдоль одной из координатных плоскостей. Таким образом, применение шестигранных конечных элементов является более предпочтительным в вычислительном плане.

На практике в основном требуется построение нерегулярных сеток, где количество конечных элементов сгущается в местах, где расположены так называемые сингулярности (особенности) объекта (острые углы, отверстия, трещины и т. п.). С другой стороны, построение первоначального приближенного разбиения требует последующей его оптимизации.

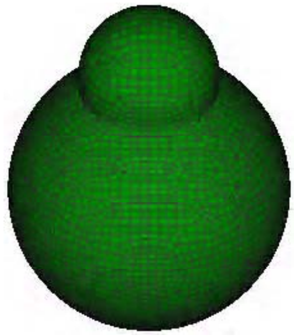

Рис. 1. Тело в форме объединения двух шаров: $r_0 = 0{,}8$, $r_1 = 0{,}4$

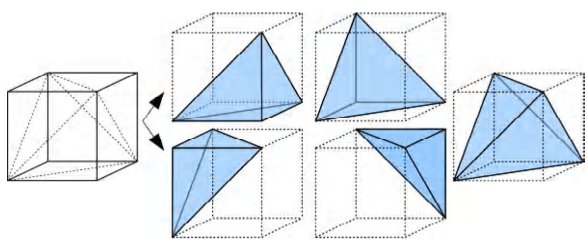

Рис. 2. Представление шестигранника пятью тетраэдрами

Таким образом, разработка методов построения неравномерных дискретных моделей трехмерных объектов, заданных при помощи *R*-функций, на базе шестигранных конечных элементов является сложной и актуальной задачей.

АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Методы построения нерегулярной сетки шестигранных конечных элементов можно разделить на прямые и непрямые. Прямые методы используют непосредственное построение шестигранных ячеек внутри заданной границы, в то время как непрямые базируются на преобразовании некоторого исходного дискретного представления области.

Среди прямых методов можно выделить фронтальные методы (наиболее распространенной тут идеей является исчерпание области пласт за пластом, формируя таким образом и дискретизацию границы, и дискретизацию внутренней части области [4]) и методы, использующие блочную декомпозицию [5–7] или суперпозицию [8–10].

Методы декомпозиции и блочной декомпозиции основаны на идее (полуавтоматической или автоматической) декомпозиции тела на кубоподобные блоки, для каждого из которых дискретизация может быть получена отображением на дискретизацию единичного куба, с последующим объединением дискретизаций частей. Для автоматизации процесса декомпозиции на блоки используются срединные поверхности. Достоинством данной группы методов является их высокая скорость и качество получаемой сетки. Основным недостатком – затруднительность их применения для дискретизации сложных нестандартных областей.

Основная идея методов суперпозиции заключается в использовании начальной сетки, которая может быть более или менее просто создана для части пространства, содержащей объект, и последующей адаптации сетки к границе области. Ключевым шагом данной группы методов является генерация сетки высокого качества около границы объекта. Для адаптации начальной сетки могут быть использованы техники изоморфизма [8, 9] и проекции. При всей прагматичности такого подхода результирующие алгоритмы данного типа методов является весьма трудоемкими для реализации [11].

Непрямые методы можно разделить на фронтальные, в основе которых идея послойной конвертации начальной сетки тетраэдров [12, 13], методы, использующие двойственное представление (STC-представление [14]) и методы поэлементной конвертации (например, на основе шаблонов). Преимуществом данной группы методов является отсутствие вырожденных элементов. Недостатком – необходимость построения качественной начальной дискретизации, что само по себе является трудоемкой задачей.

МЕТОД СУПЕРПОЗИЦИИ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НА БАЗЕ ТЕОРИИ *R*-ФУНКЦИЙ

Пусть тело Ω представлено неявной функцией на базе тории *R*-функций. Использование методов теории *R*-функций при неявном представлении тела Ω требует учета особенностей такого представления при разработке алгоритмов получения дискретного представления. Неявное представление дает правило для проверки принадлежности точки Ω, однако, не дает правило генерации системы точек и топологии элементов, образующих Ω. Это делает более предпочтительным использование в качестве алгоритмической базы метода суперпозиции совместно с сеточным методом и техникой изоморфизма [8–10] на шаге адаптации пограничного слоя элементов. Тогда общий алгоритм получения дискретного представления тела заданного неявной функций можно представить схемой, приведенной на рис. 3.

На первом шаге алгоритма для формирования начальной сетки достаточно покрыть область равномерной сеткой с шагом h и определить значение *R*-функции в узлах сетки. Затем последовательно отсеивать элементы, в узлах которых есть внешние точки или которые не соответствуют критерию близости к границе области (на расстоянии $\Delta = 0{,}5h$ есть внешние точки).

Граница полученной таким образом начальной сетки является многогранником, каждая грань которого является четырехугольником. Следовательно, ее можно рассматривать как неструктурированную сетку четырехугольных элементов, для которой может быть получена изоморфная (однозначно соответствующая) сетка на границе тела путем установления для каждого узла соответствующего граничного, а для каждого ребра границы начальной сетки – ребро на границе. Таким образом,

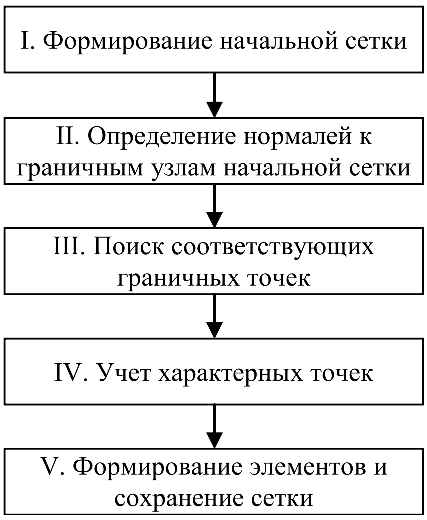

Рис. 3. Общая схема построения дискретной модели

каждому четырехугольнику будет соответствовать четырехугольная грань на границе тела, которые совместно определяют шестигранный элемент.

На втором шаге к каждому граничному узлу начальной сетки определяется нормаль как среднее арифметическое нормалей смежных в узле граней (рис. 4). Полученные нормали определяют направления для поиска соответствующих граничных точек на третьем шаге.

На четвертом шаге происходит учет характерных точек (геометрических особенностей, концентраторов напряжений и т. д.), так как утеря таковых может приводить к значительной утери точности при использовании полученного дискретного представления численными методами. При этом характерные точки могут быть учтены как при помощи техники перемещения необходимого граничного узла, так и при помощи коррекции направления нормали соответствующего узла начальной сетки и последующей репроэкции.

На последнем шаге алгоритма при помощи техники изоморфизма формируются элементы, соединяя узлы начальной сетки с соответствующими узлами на границе (рис. 5).

Следует отметить, что в результате применения описанного подхода генерируются элементы приблизительно одинакового размера, что позволяет применять для последующего улучшения качества сеток методы на основе локального сглаживания Лапласа.

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ШАБЛОН ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНЫХ СЕТОК

Наиболее распространенным подходом к получению неравномерной начальной сетки для методов на основе суперпозиции является использование множества шаблонов сгущения с таблицами соответствия шаблонов [8–10]. Идея алгоритма заключается в рекурсивном разбиении области, в которую помещен исходный объект, на 27 элементов до тех пор, пока в узлах сетки удовлетворяет некоторая управляющая функция (пример такого сгущения на плоскости приведен на рис. 6), с последующим восстановлением топологии сетки. При этом в одном узле не должны быть смежными части, у которых разность уровней рекурсии больше единицы.

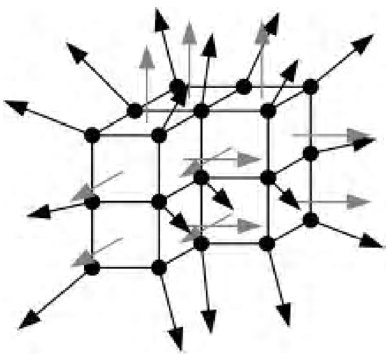

Рис. 4. Опеделение нормалей к узлам начальной сетки

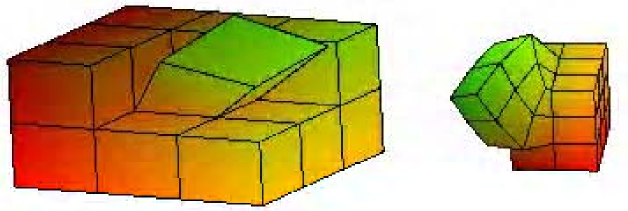

Рис. 5. Построение граничного слоя шестигранных элементов

При построении неравномерной адаптивной сетки для трехмерной области с учетом вращения получается 22 различных конфигурации (256 без учета вращения, рис. 7), покрывающих все возможные ситуации взаимного расположения частей с разными уровнями рекурсии. Такое количество необходимых конфигураций делает трудным их построение, верификацию и программирование.

В работах [8, 9] предложено использовать упрощенное множество шаблонов, которое изображено на рис. 8.

В работе [10] разработано альтернативное множество шаблонов (рис. 9), которое позволяет генерировать неравномерные сетки с меньшим использованием шаблона 8 (разбиения куба на 27 частей).

Однако и первое, и второе множество шаблонов в ряде случаев приводит к необходимости использования шаблона, соответствующего конфигурации 8 (разбиению на 27 элементов), что приводит к избыточному сгущению сетки. Для решения этой задачи, в таких случаях, можно использовать универсальный шаблон (рис. 10), конфигурации граничных элементов которого будут соответствовать одному из шаблонов множества 2.

Для корректного определения координат внутренних узлов может быть использовано изопараметрическое преобразование. Такой подход может быть использован также для сгущения построенных дискретных моделей.

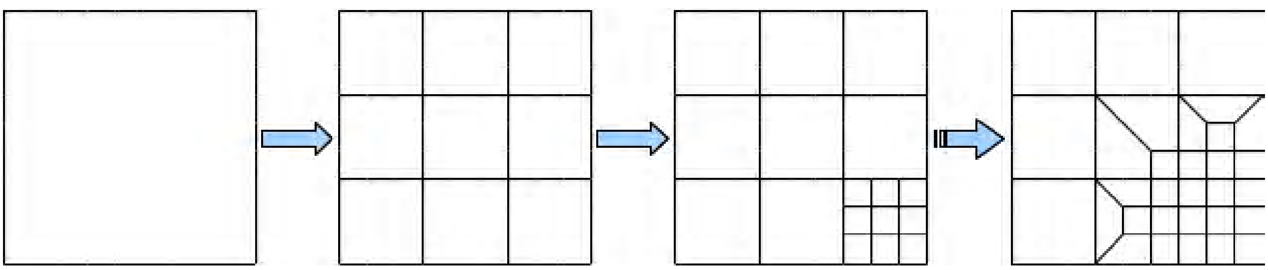

Рис. 6. Идея сгущения сетки

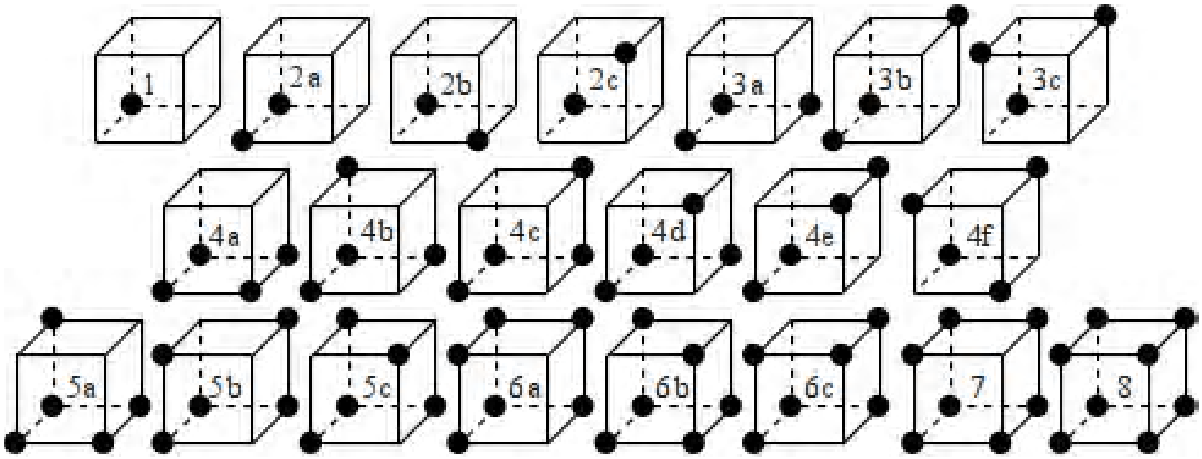

Рис. 7. Возможные конфигурации в трехмерном пространстве

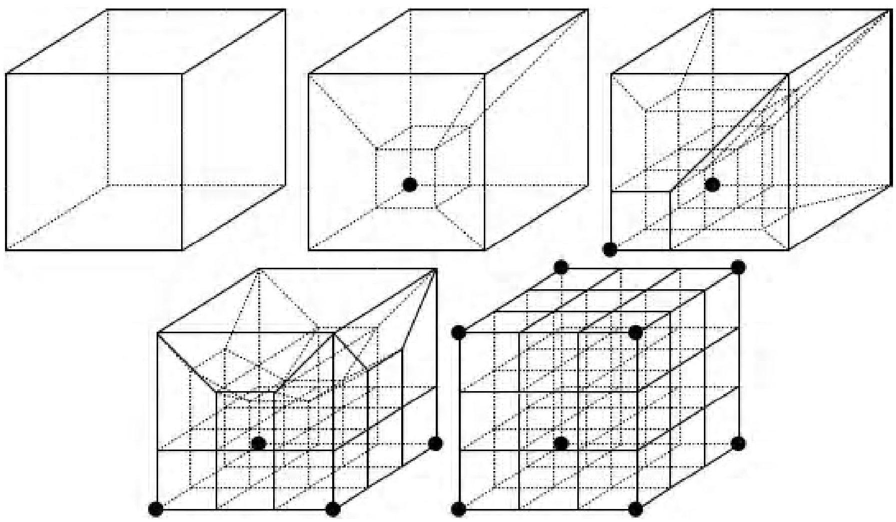

Рис. 8. Множество шаблонов 1

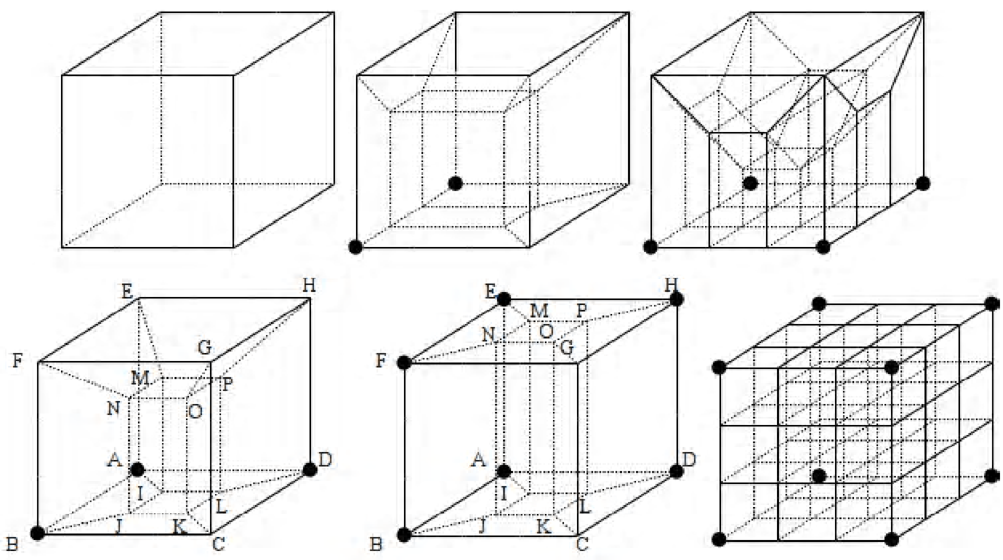

Рис. 9. Множество шаблонов 2

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе разработан подход к получению дискретных моделей, соответствующих неявным аналитическим моделям, построенным на базе теории R-функций. Предложен подход к построению неравномерных дискретных моделей на базе разработанного универсального шаблона. Результаты работы реализованы в виде подсистемы САПР, которая может быть использована при моделировании и проектировании различных технических деталей и объектов (некоторые примеры приведены на рис. 11).

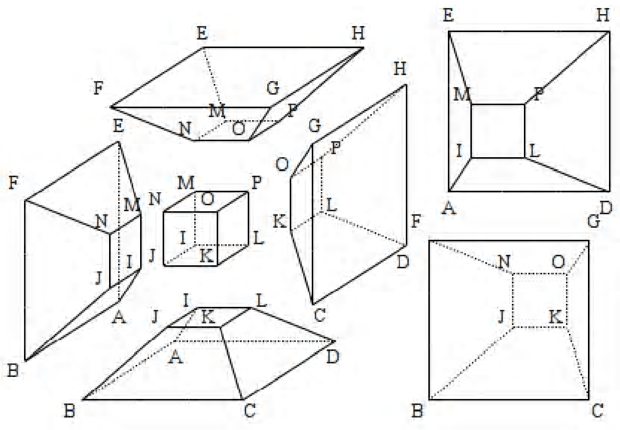

Рис. 10. Универсальный шаблон

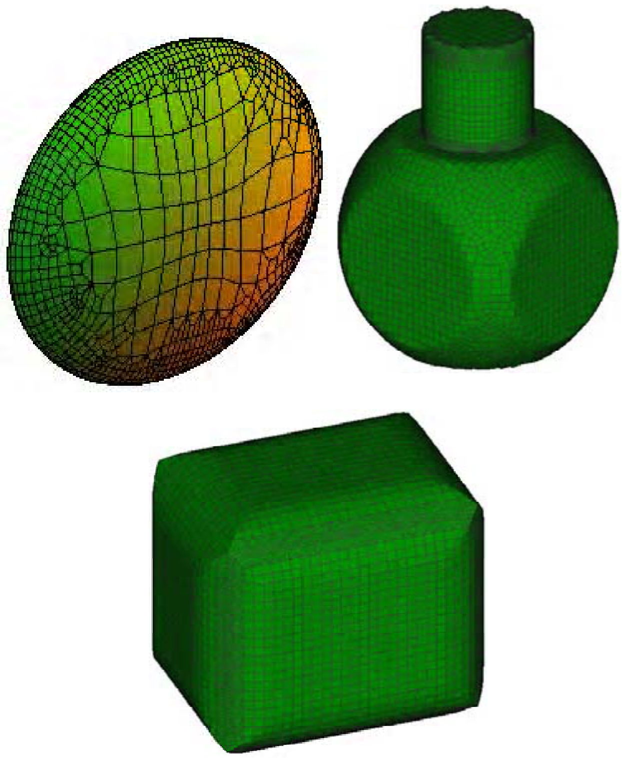

Рис. 11. Примеры неравномерных сеток

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рвачев, В. Л.* Теория *R*-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – К. : Наукова думка, 1982. – 552 с.
2. *Рвачев, В. Л.* Новые подходы к построению уравнений трехмерных локусов с помощью *R*-функций / В. Л. Рвачев, А. В. Толок, Р. А. Уваров, Т. И. Шейко // Вісник Запорізького державного університету. – 2000. – № 2. – С. 119–130.
3. *Рвачев, В. Л.* Введение в теорию *R*-функций / В. Л. Рвачев, Т. И. Шейко // Проблемы машиностроения. – 2001. – Т. 4, № 1–2. – С. 46–58.
4. *Staten, M. L.* Unconstrained Paving & Plastering: A New Idea for All Hexahedral Mesh Generation / M. L. Staten, S. J. Owen, T. D. Blacker // Proceedings, 14th International Meshing Roundtable. – Sandia National Laboratories: Springer-Verlag, 2005. – P. 399–416.
5. *Armstrong, C. G.* Medials for Meshing and More / C. G. Armstrong, D. J. Robinson, R. M. McKeag, T. S. Li, S. J. Bridgett, R. J. Donaghy, C. A. McGleenan // Proceedings, 4th International Meshing Roundtable. – Sandia National Laboratories, 1995. – P. 277–288.
6. *Holmes, D. J.* Generalized Method of Decomposition Solid Geometry into Hexahedron Finite Elements / D. J. Holmes / / Proceedings, 4th International Meshing Roundtable. – Sandia National Laboratories, 1995. – P. 141–152.
7. *Liu, S. -S.* Automatic Hexahedral Mesh Generation by Recursive Convex and Swept Volume Decomposition / S.-S. Liu, R. Gadh // Proceedings, 6th International Meshing Roundtable. – Sandia National Laboratories, 1997. – P. 217–231.
8. *Schneiders, R. A* Grid-based Algorithm for the Generation of Hexahedral Element Meshes / R. Schneiders // Engineering with Computers. – 1996. – № 12. – P. 168–177.
9. *Schneiders, R.* Octree-based Generation of Hexahedral Element Meshes / R. Schneiders, R. Schindler, F. Weiler // 5th Annual International Meshing Roundtable. – 1996. – P. 205–216.
10. *Ito, Y.* Octree-based reasonable-quality hexahedral mesh generation using a new set of refinement templates / Yasushi Ito, Alan M. Shih, Bharat K. Soni // International Journal For Numerical Methods in Engineering. – 2009. – № 77 (13). – P. 1809–1833.
11. *Thompson, J. F.* Hand book of grid generation / Joe F. Thompson, Bharat K. Soni, Nigel P. Weatheril. – New York: CRC Press, 1999. – 1200 p.
12. *Owen, S. J.* H-Morph: An Indirect Approach to Advancing Front Hex Meshing / S. J. Owen, S. Saigal // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2000. – № 1 (33). – P. 289–312.
13. *Owen, S. J.* Hex-domain mesh generation using 3D constrained triangulation / S. J. Owen // Computer Aided Design. – 2001. – №3(33). – P. 211–220.
14. *Murdoch, P.* The spatial twist continuum: A connectivity based method for representing all-hexahedral finite element meshes / P. Murdoch, S. E. Benzley, T. D. Blacker, S. A. Mitchel // Finite Elements in Analysis and Design. – 1997. – № 28. – P. 137–149.

Стаття надійшла до редакції 11.05.2011.

Choporov S. V.

GENERATION OF NONUNIFORM HEXAHEDRAL ELEMENT MESHES FOR FUNCTIONAL MODELS ON THE BASIS OF *R*-FUCTIONS

The problem of mathematical modeling of geometrical objects on the basis of *R*-functions is described in the article. Author propose an approach for generation of nonuniform hexahedral element meshes.

Key words: *R*-function, mesh, hexahedral element, mathematical model.

Чопоров С. В.

ПОБУДОВА НЕРІВНОМІРНИХ ДИСКРЕТНИХ СІТОК ДЛЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НА БАЗІ ТЕОРІЇ *R*-ФУНКЦІЙ

В роботі розглянута проблема математичного моделювання геометричних об'єктів на базі теорії *R*-функцій. Запропоновано підхід до побудови нерівномірних сіток шестигранних елементів.

Ключові слова: *R*-функція, сітка, шестигранний елемент, математична модель.