

РАДИОФИЗИКА  
РАДИОФИЗИКА  
RADIOPHYSICS

УДК 621.372.8

Ващенко В. В.<sup>1</sup>, Чумаченко В. П.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Аспирант Запорозького національного технічного університета

<sup>2</sup>Д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой Запорозького національного технічного університета

О ВЫБОРЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПОЛЯ ДЛЯ БАЗОВОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ  
ОБЛАСТИ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ  $H$ -ПЛОСКОСТНЫХ  
ВОЛНОВОДНЫХ УЗЛОВ

Однородно заполненная треугольная область с волноводными плечами рассматривается в качестве гибкого конструктивного блока, который может использоваться при анализе сложных  $H$ -плоскостных структур методом обобщенных матриц рассеяния. Для треугольных границ предложена специальная форма представления поля, основывающаяся на методе произведения областей и обеспечивающая хорошую сходимость используемых рядов. Приводятся результаты численных экспериментов, которые подтверждают достоверность и эффективность развитого подхода.

**Ключевые слова:** волновод,  $H$ -плоскостная структура, представление поля, матрица рассеяния.

**ВВЕДЕНИЕ**

Общепринятым подходом при моделировании сложных волноводных структур является их расчленение на автономные базовые блоки с последующим использованием метода обобщенных матриц рассеяния [1–3]. Из-за возможного накопления вычислительных ошибок  $S$ -матрицы отдельных блоков должны быть найдены с достаточно высокой точностью, чтобы обеспечить приемлемую точность расчета характеристик цельного многоэлементного объекта. Подход успешно работает, если блоки, возникающие после сегментации, являются простыми и их матрицы рассеяния могут быть успешно получены на основе высокоточных численно-аналитических методов. Ясно, что число таких конструктивных элементов является весьма ограниченным.

Гибким базовым блоком, который позволяет моделировать теоретически произвольные конфигурации,

является блок, построенный на основе треугольной области. Для случая прямоугольного треугольника надежные алгоритмы анализа такого элемента развиты в [4]. В настоящей работе предлагается эффективный подход к расчету характеристик рассеяния треугольного базового блока общего вида. Рассматривается  $H$ -плоскостное соединение двух волноводов, чья однородно заполненная соединительная полость (результат сегментации) имеет форму произвольного треугольника. Анализ основывается на специальном представлении поля в полости в виде тригонометрических рядов, которое было предложено в [5] для области с выпукло-многоугольной границей. Первоначальная форма решения затем модифицируется, чтобы улучшить сходимость используемых разложений. Статья является продолжением работы [6], где исследовались возможности несколько иной модели исследуемого узла.

**РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СИНУСАМ**

Рассматриваемая конфигурация показана на рис. 1

Структура однородна вдоль оси  $z$  и заполнена кусочно-однородным диэлектриком. Она состоит из трех областей. Области 1 и 2 соответствуют прямоугольным волноводам ширины  $2a_1$  и  $2a_2$  соответственно. Область 3 заключена между границами раздела сред  $M_2M_3$ ,  $M_3M_1$  и проводящей стенкой  $M_1M_2$ . Значения диэлектрической проницаемости в составляющих областях обозначены  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$ . Волна  $TE_{r0}$  единичной амплитуды возбуждает узел со стороны  $p$ -го плеча. Задача состоит в отыскании единственной ненулевой  $z$ -компоненты электрического поля  $E_z = ue^{i\omega t}$ .

Обозначим значения  $u$  в областях 1, 2 и 3 через  $u_1$ ,  $u_2$  и  $u_3$ . Тогда

$$u_s = \delta_{sp} \sin \frac{r\pi(x_s + a_s)}{2a_s} e^{-\gamma_r^{(s)} y_s} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{S}_n^{(s)} \sin \frac{n\pi(x_s + a_s)}{2a_s} e^{\gamma_n^{(s)} y_s}, \quad s = 1, 2, \quad (1)$$

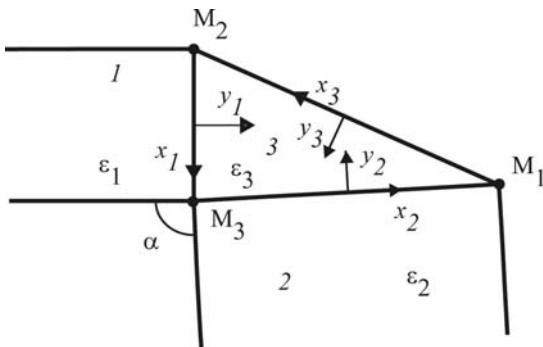
где  $\tilde{S}_n^{(s)}$  являются искомыми амплитудными коэффициентами,

$$\gamma_n^{(s)} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{2a_s}\right)^2 - k_s^2}, \quad k_s = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_s}, \quad (2)$$

$\lambda$  – длина волны в свободном пространстве и  $\delta_{sp}$  – символ Кронекера.

Следуя методу произведения областей [5], запишем величину  $u_3$  в виде суммы некоторых функций, отвечающих отдельным сторонам треугольника и являющихся решениями уравнения Гельмгольца:

$$u_3 = \sum_{l=1}^3 u_3^{(l)}. \quad (3)$$



**Рис. 1.** Геометрия задачи ( $M_2M_3 = 2a_1$ ,  $M_3M_1 = 2a_2$ ,  $M_1M_2 = 2a_3$ )

Так как функция  $u$  в областях, примыкающих к области 3, задана рядами (1) по синусам, то удобно и функции  $u_3^{(l)}$  представить в виде синус-разложений:

$$u_3^{(l)} = \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(l)} \sin \frac{n\pi(x_l + a_l)}{2a_l} e^{-\gamma_n^{(3l)} y_l}, \quad (4)$$

где

$$\gamma_n^{(3l)} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{2a_l}\right)^2 - k_3^2}, \quad (5)$$

а коэффициенты  $D_n^{(l)}$  подлежат определению.

Согласуя тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей вдоль плоскостей  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 0$  и используя свойство ортогональности тригонометрических функций, мы получим

$$\delta_{sp} \delta_{mr} + \tilde{S}_m^{(s)} = D_m^{(s)} + \sum_{l \neq sn=1}^{\infty} q_{mn}^{(sl)} D_n^{(l)}, \quad (6)$$

$$-\delta_{sp} \delta_{mr} + \tilde{S}_m^{(s)} = -\frac{\gamma_m^{(3s)}}{\gamma_m^{(s)}} D_m^{(s)} + \sum_{l \neq sn=1}^{\infty} p_{mn}^{(sl)} D_n^{(l)}, \quad (7)$$

где  $s = 1, 2$ ,

$$q_{mn}^{(sl)} = \frac{1}{a_s \gamma_m^{(s)}} \int_{-a_s}^{a_s} \left[ \sin \frac{n\pi(x_l + a_l)}{2a_l} e^{-\gamma_n^{(3l)} y_l} \right]_{y_s=0} \times \sin \frac{m\pi(x_s + a_s)}{2a_s} dx_s, \quad (8)$$

$$p_{mn}^{(sl)} = \frac{1}{a_s \gamma_m^{(s)}} \int_{-a_s}^{a_s} \frac{\partial}{\partial y_s} \left[ \sin \frac{n\pi(x_l + a_l)}{2a_l} e^{-\gamma_n^{(3l)} y_l} \right]_{y_s=0} \times \sin \frac{m\pi(x_s + a_s)}{2a_s} dx_s. \quad (9)$$

Интегралы (8), (9) легко находятся аналитически.

Комбинируя (6) и (7), получаем

$$D_m^{(s)} + \sum_{l \neq sn=1}^{\infty} d_{mn}^{(sl)} D_n^{(l)} = 2f_m^{(s)} \delta_{sp} \delta_{mr}, \quad s = 1, 2, \quad (10)$$

где

$$f_m^{(s)} = \frac{\gamma_m^{(s)}}{\gamma_m^{(s)} + \gamma_m^{(3s)}}, \quad (11)$$

$$d_{mn}^{(sl)} = f_m^{(s)} [q_{mn}^{(sl)} - q_{mn}^{(3s)}]. \quad (12)$$

Условие идеальной проводимости стенки соединительной полости  $u_3|_{y_3=0} = 0$  дает

$$D_m^{(3)} + \sum_{l \neq 3n=1}^{\infty} q_{mn}^{(3l)} D_n^{(l)} = 0, \quad (13)$$

где  $q_{mn}^{(3l)}$  определяется формулой (8) при условии  $s = 3$ .

С помощью уравнений (13)  $D_n^{(3)}$  в уравнениях (10) исключаются. Это дает бесконечную систему ли-

нейных алгебраических уравнений по отношению к неизвестным  $D_n^{(1)}$  и  $D_n^{(2)}$ . После решения этой системы методом усечения находим  $D_n^{(1)}$  и  $D_n^{(2)}$ , а затем  $D_n^{(3)}$  с помощью (13),  $\tilde{S}_n^{(1)}$ ,  $\tilde{S}_n^{(2)}$  с помощью (6), а также элементы матрицы рассеяния, определяемые формулой

$$S_{nr}^{(sp)} = \sqrt{\frac{a_s \gamma_n^{(s)}}{a_p \gamma_r^{(p)}}} \tilde{S}_n^{(s)}. \quad (14)$$

Используя метод обобщенных матриц рассеяния, необходимо согласовывать системы координат в волновых каналах, соединяющих блоки, полученные после сегментации. В связи с этим заметим, что поворот системы координат  $(x_l, y_l)$  ( $l = 1, 2$ ) на угол  $180^\circ$  приводит к умножению правой части (14) на  $(-1)^{\delta_{sl}(n+1) + \delta_{pl}(r+1)}$ .

### МОДИФИЦИРОВАННОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СИНУСАМ

Функции  $u_3^{(l)}$  лишь в сумме представляют электрическое поле. Поэтому каждая из них в отдельности может быть и не равной нулю на концах стороны треугольника, которой она отвечает. Это означает, что нельзя ожидать сходимости в (4) выше чем  $D_n^{(l)} = O\left(\frac{1}{n}\right)$  [7]. Чтобы улучшить сходимость рядов (4), выполним следующую модификацию представления (3):

$$u_3 = \sum_{l=1}^3 \left[ u_3^{(l)} + D_0^{(l)} e^{ik_3 y_l} \right], \quad (15)$$

где  $u_3^{(l)}$  снова определяются формулой (4), а дополнительные неизвестные  $D_0^{(l)}$  находятся с помощью точечных граничных условий

$$u_3 = 0 \text{ при } (x_l, y_l) = (c_l, d_l) = M_l, \quad l = \overline{1, 3}, \quad (16)$$

следующих из условия идеальной проводимости стенок и накладываемых в вершинах треугольника  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$ . Заметим, что хотя величины  $u_3^{(l)}$  и коэффициенты  $D_n^{(l)}$  теперь имеют иной смысл, мы для удобства последующего изложения сохраняем те же обозначения, что и в предшествующем разделе. Последующая численная проверка подтвердила, что описанное изменение формы представления  $u_3$  вместе с граничными условиями (16) обеспечивают обнуление новых функций  $u_3^{(l)}$  в точках  $(x_l, y_l) = (\pm a_l, 0)$ .

Вместо (6), (7), (10) и (13) мы приходим теперь к уравнениям

$$\delta_{sp} \delta_{mr} + \tilde{S}_m^{(s)} = D_m^{(s)} + \sum_{l \neq sn=1}^{\infty} q_{mn}^{(sl)} D_n^{(l)} + \sum_{l=1}^3 q_{m0}^{(sl)} D_0^{(l)}, \quad (17)$$

$$-\delta_{sp} \delta_{mr} + \tilde{S}_m^{(s)} = -\frac{\gamma_m^{(3s)}}{\gamma_m^{(s)}} D_m^{(s)} + \sum_{l \neq sn=1}^{\infty} p_{mn}^{(sl)} D_n^{(l)} + \sum_{l=1}^3 p_{m0}^{(sl)} D_0^{(l)}, \quad (18)$$

$$D_m^{(s)} + \sum_{l \neq sn=1}^{\infty} d_{mn}^{(sl)} D_n^{(l)} + \sum_{l=1}^3 d_{m0}^{(sl)} D_0^{(l)} = 2f_m^{(s)} \delta_{sp} \delta_{mr}, \quad (19)$$

$$D_m^{(3)} + \sum_{l \neq 3n=1}^{\infty} q_{mn}^{(3l)} D_n^{(l)} + \sum_{l=1}^3 q_{m0}^{(3l)} D_0^{(l)} = 0, \quad (20)$$

где  $s = 1, 2$ ,

$$q_{m0}^{(sl)} = \frac{1}{a_s} \int_{-a_s}^{a_s} e^{ik_3 y_l} \Big|_{y_s=0} \sin \frac{m\pi(x_s + a_s)}{2a_s} dx_s, \quad (21)$$

$$p_{m0}^{(sl)} = \frac{1}{a_s \gamma_m^{(s)}} \int_{-a_s}^{a_s} \frac{\partial}{\partial y_s} e^{ik_3 y_l} \Big|_{y_s=0} \sin \frac{m\pi(x_s + a_s)}{2a_s} dx_s, \quad (22)$$

а другие величины, входящие в уравнения, определяются теми же формулами, что и ранее.

Используя граничные условия (16), получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n^{(l)} D_n^{(l)} + \sum_{k=1}^3 t^{(lk)} D_0^{(k)} = 0, \quad l = \overline{1, 3}, \quad (23)$$

где

$$b_n^{(l)} = \sin \frac{n\pi(c_l + a_l)}{2a_l} e^{-\gamma_n^{(3l)} d_l}, \quad (24)$$

$$t^{(lk)} = e^{ik_3 y_k} \Big|_{\substack{x_l = c_l \\ y_l = d_l}}. \quad (25)$$

Исключив с помощью (20)  $D_n^{(3)}$  в (19) и (23), приходим к системе уравнений относительно  $D_n^{(1)}$ ,  $D_n^{(2)}$  ( $n = \overline{1, \infty}$ ) и  $D_0^{(l)}$  ( $l = \overline{1, 3}$ ). Решив эту систему, последовательно определим коэффициенты всех разложений и, наконец, элементы матрицы рассеяния (14).

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Оба варианта были реализованы в виде компьютерных программ, позволяющих находить характеристики рассеяния исследуемого объекта. Ниже представлены результаты, верифицирующие алгоритмы и демонстрирующие их эффективность.

Обозначим через  $N_1$  число членов в последовательностях  $\tilde{S}_n^{(1)}$  и  $D_n^{(1)}$  после их усечения, через  $N_2$  – то же самое для  $\tilde{S}_n^{(2)}$  и  $D_n^{(2)}$ , через  $N_3$  – то же для  $D_n^{(3)}$ . Пусть  $S = |S_{11}^{(11)}|^2 + |S_{11}^{(21)}|^2$  и  $K = |S_{11}^{(11)} \tilde{S}_{11}^{12} + S_{11}^{(21)} \tilde{S}_{11}^{22}|$

Таблица 1

$N$	$ S_{11}^{11} $	$ S_{11}^{*11} $	$S$	$S^*$	$K$	$K^*$
2	0,2150	0,2228	1,0328	1,2358	0,0630	0,1479
3	0,2340	0,2398	1,0028	1,0056	0,0061	0,0278
4	0,2320	0,2201	1,0035	1,0413	0,0048	0,0159
8	0,2308	0,2204	1,0004	1,0178	0,0006	0,0076
16	0,2304	0,2262	1,0000	1,0105	0,0001	0,0051
32	0,2303	0,2274	1,0000	1,0067	0,0000	0,0035
64	0,2302	0,2284	1,0000	1,0043	0,0000	0,0025
128	0,2302	0,2290	1,0000	1,0027	0,0000	0,0016
256	0,2302	0,2295	1,0000	1,0017	0,0000	0,0011

(черта обозначает комплексное сопряжение) для случая модифицированного алгоритма, а  $S^*$  и  $K^*$  – это те же суммы, отвечающие разложениям по синусам без дополнительных членов. Табл. 1 иллюстрирует свойства сходимости алгоритмов на примере частной конфигурации при  $2a_1/\lambda = 0,65$ ,  $a_2/a_1 = 1,2$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 2$  и  $\alpha = 120^\circ$ . Для удобства представления данных  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$  выбраны одинаковыми и равными  $N$ . Видно, что с ростом  $N$  расчетные данные, полученные с помощью модифицированного алгоритма, стабилизируются значительно быстрее. Результаты, характеризующие унитарность матрицы рассеяния, подтверждают достоверность произведенных расчетов. Полученные значения  $S$ ,  $S^*$  и  $K$ ,  $K^*$  сходятся к нужным значениям 1 и 0.

Рис. 2 представляет поведение  $D_n^{(1)}$  при увеличении  $n$  для тех же значений геометрических и частотного параметров. Зависимости для  $D_n^{(2)}$  и  $D_n^{(3)}$  ка-

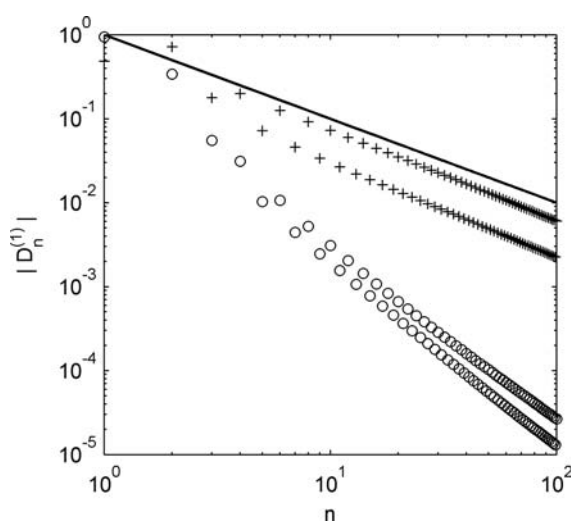


Рис. 2. Зависимость  $D_n^{(1)}$  от  $n$  при  $2_1a/\lambda = 0,65$ ,  $a_2/a_1 = 1,2$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 2$  и  $\alpha = 120^\circ$ :

крестики – разложения по синусам; кружки – модифицированный алгоритм; сплошная линия –  $y = 1/n$

чественно имеют такой же характер. Видно, что описанная модификация разложения действительно значительно улучшает сходимость рядов (4). Ее эффективность подтверждается также и для других значений параметров структуры.

С целью дальнейшего тестирования модифицированного алгоритма была рассмотрена хорошо изученная  $H$ -плоскостная задача дифракции  $H_{m0}$ -волн на наклонной границе раздела сред в прямоугольном волноводе (рис. 3)

Ее решения находились методом обобщенных матриц рассеяния. При этом вычленялись два базовых блока с треугольными областями 3 и 4, связанных между собой перпендикулярным границе раздела сред волноводом нулевой длины, который предполагался заполненным диэлектриком. Табл. 2 представляет зависимости рассчитанных элементов матрицы рассеяния узла, приведенного на рис. 3, от

Таблица 2

$N$	$ S_{11}^{11} $	$\arg S_{11}^{11}$	$ S_{11}^{21} $	$\arg S_{11}^{21}$
2	0,2704	1,8345	0,9364	-2,7479
3	0,2512	1,6303	0,9378	-2,6998
4	0,2537	1,6446	0,9369	-2,7008
8	0,2558	1,6387	0,9363	-2,6985
16	0,2562	1,6385	0,9363	-2,6981
32	0,2562	1,6385	0,9363	-2,6980
64	0,2562	1,6385	0,9363	-2,6980

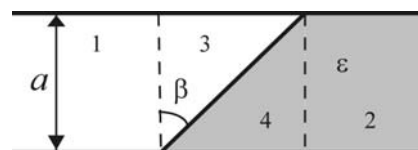
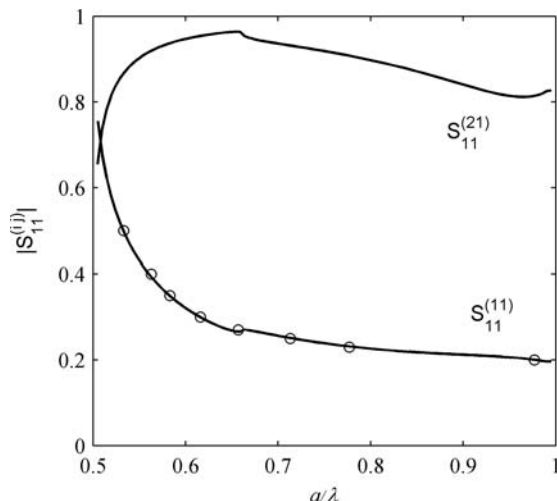


Рис. 3. Наклонная граница раздела сред



**Рис. 4.** Зависимости  $|S_{11}^{(11)}|$  и  $|S_{11}^{(21)}|$  от  $a/\lambda$  для наклонной границы раздела сред при  $\varepsilon = 2, 3$  и  $\beta = 30^\circ$ :

сплошные линии – этот метод, кружки – данные из [8]

порядка усечения  $N$  при  $\varepsilon = 2, 3$ ,  $\beta = 30^\circ$  и  $a/\lambda = 0, 7$ . Число  $N$  определяется так же, как и в случае табл. 1, и является общим для обоих блоков. Как видно, скорость стабилизации результатов является весьма высокой.

На рис. 4 приведены рассчитанные частотные зависимости для  $|S_{11}^{(11)}|$  и  $|S_{11}^{(21)}|$ , а также данные, взятые из [8]. Видно, что они хорошо согласуются. Те же зависимости были получены и с помощью алгоритма, описанного в [9]. Данные совпали с графической степенью точности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача определения характеристик рассеяния двухлучевого  $H$ -плоскостного волноводного соединения с нагруженной произвольно-треугольной соединительной полостью. Для поля внутри полости предложено тригонометрическое разложение специального вида, основывающееся на методе произведения областей. Эта форма представления решения обеспечивает хорошую сходимость вычислительного алгоритма и позволяет выполнить аналитически все математические процедуры, вовлеченные в процесс алгебраизации. Практическая применимость модели и ее эффективность подтверждены решением тестовых задач. Из процесса решения задачи ясно, что подобный подход реализуем и в случаях, когда к треугольной области присоединены не два, а один или три волновых канала. Исследованная структура может быть использована в качестве гибкого базового блока при моделировании весьма сложных  $H$ -

плоскостных структур с кусочно-линейными граничными поверхностями.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mumtaz P.* Аналитические методы теории волноводов / Р. Митра, С. Ли. – М.: Мир, 1974. – 324 с.
2. *Arnt F.* Automated design of waveguide components using mode-matching/numerical EM building-blocks in optimization-oriented CAD frameworks – State-of-the-art and recent advances / Arnt F., Beyer R., Reiter J. M., Sieverding T. and Wolf T. // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1997. – Vol. 45, May. – P. 747–760.
3. *Chumachenko V. P.* Numerical analysis of Complicated Waveguide Circuits on the Basis of Generalized Scattering Matrices and Domain Product Technique / V. P. Chumachenko and V. P. Pyankov // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 2000. – Vol. 48, Feb. – P. 305–308.
4. *Шестопалов В. П.* Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции / В. П. Шестопалов, А. А. Кириленко, С. А. Масалов. – Киев: Наукова думка, 1984. – 296 с.
5. *Chumachenko V. P.* Efficient field representation for polygonal region / Chumachenko V. P. // Electronics letters. – 2001. – Vol. 37, No. 19. – P. 1164–1165.
6. *Vashchenko V. V.* S-matrix of a two-port waveguide junction with triangular connecting cavity / V. V. Vashchenko and V. P. Chumachenko // Proceedings of 12<sup>th</sup> International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Odesa, Ukraine, June 29 – July 2, 2008). – P. 158–160.
7. *Толстов Г. П.* Ряды Фурье / Г. П. Толстов. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
8. *Кириленко А. А.* Дифракция волн на наклонной границе раздела диэлектрических сред в прямоугольном волноводе / А. А. Кириленко, Л. А. Рудь // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т. 22, № 10. – С. 2057–2067.
9. *Ващенко В. В.* Решение методом произведения областей  $H$ -плоскостной задачи дифракции волн на наклонной границе раздела диэлектрических сред в прямоугольном волноводе / В. В. Ващенко, В. П. Чумаченко // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – № 1. – 2007. – С. 5–9.

Надійшла 07.09.2009

Ващенко В. В., Чумаченко В. П.

ПРО ВИБІР ПРЕДСТАВЛЕННЯ ПОЛЯ ДЛЯ БАЗОВОЇ ТРИКУТНОЇ ОБЛАСТІ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛЮВАННЯ  $H$ -ПЛОЩИННИХ ХВИЛЕВОДНИХ БЛОКІВ

Однорідно заповнена трикутна область з приєднаними хвилеводами розглядається як гнучкий конструктивний блок, який може застосовуватись при аналізі складних  $H$ -площинних структур методом узагальнених матриць розсіювання. Для трикутних границь запропонована спеціальна форма зображення поля, що ґрунтується на методі добутку областей і забезпечує хорошу збіжність використуваних рядів. Наводяться результати чисельних експериментів, які підтверджують вірогідність та ефективність розвинутого підходу.

**Ключові слова:** хвилевод,  $H$ -площинна структура, зображення поля, матриця розсіювання.

Vashchenko V. V., Chumachenko V. P.

ON FIELD REPRESENTATION FOR A TRIANGULAR BUILDING BLOCK WHEN MODELING  $H$ -PLANE WAVEGUIDE STRUCTURES

A homogeneously filled triangular region with waveguide arms is considered as a possible building block when analy-

zing complicated  $H$ -plane structures by means of generalized scattering matrices. For triangular boundaries, a specific field representation is proposed. It is based on the domain-product technique and ensures a good convergence of the used series.

Numerical examples demonstrating reliability and efficiency of the approach are presented.

**Key words:** waveguide,  $H$ -plane structure, scattering, field representation, scattering matrix.

УДК 621.372.81

Логачева Л. М.<sup>1</sup>, Куцак С. В.<sup>2</sup>, Бондарев В. П.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Старший преподаватель Запорожского национального технического университета

<sup>2</sup>Аспирант Запорожского национального технического университета

<sup>3</sup>Канд. физ.-мат. наук, доцент Запорожского национального технического университета

## ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ $H_{10}$ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ НА СКАЧКЕ ИМПЕДАНСА УЗКИХ СТенок

На основе проекционного метода дается строгое решение задачи дифракции основной волны  $H_{10}$  на стыке регулярного и нерегулярного (узкие стенки образованы вторичными волноводами) прямоугольных волноводов. На основе численных результатов приводятся и анализируются зависимости дифракционных характеристик системы от ее параметров.

**Ключевые слова:** дифракция, импедансные стенки, проекционный метод, прямоугольный волновод.

### ВВЕДЕНИЕ

Связь волноводов через отверстия различной формы широко используется при создании сложных волноводных узлов техники СВЧ. Примером такого соединения волноводов различного сечения через отверстия связи может быть поглощающий фильтр гармоник, описанный в [1, 2]. Расчет электрических характеристик такого фильтра весьма затруднен ввиду большого числа вспомогательных волноводов и отверстий связи. Это обстоятельство вызывает необходимость создания расчетной модели, которая позволила бы провести анализ факторов, влияющих на параметры такого рода структур. Известные до настоящего времени методы расчета поглощающих фильтров основаны на применении элементов теории цепей [2], а представленные результаты выполнены в одномодовом приближении.

В представленной работе приводится решение дисперсионного уравнения для нерегулярного волновода с импедансными узкими стенками, которое позволяет в многомодовом приближении решить задачу дифракции основной волны на скачке импеданса узких стенок. В качестве математического аппарата используется импедансный метод, развитый в работах [3, 4] и успешно применяемый для решения широкого класса задач дифракции и распространения радиоволн [5, 6]. Использование эквивалентных граничных условий импедансного типа дает возможность

заменить последовательность ответвляющихся по узкой стенке вторичных волноводов гладкой поверхностью, на которой задано граничное условие Щукина – Леонтовича, и при этом исключить из рассмотрения поле в боковых волноводах. В общем случае введенный поверхностный импеданс является комплексной величиной, что позволяет учесть потери в поглощающем фильтре.

Решение задачи дифракции проводится методом частичных областей с привлечением проекционного метода, который успешно применяется при решении самых разнообразных волноводных задач [7, 8]. Используемый нами вариант проекционного метода аналогичен развитому в работе [9], поскольку и в данном случае в качестве базисных функций, в отличие от других вариантов метода, используется полная система ортогональных функций, адекватных рассматриваемой задаче.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим прямоугольный волновод с идеально проводящими широкими стенками и узкими стенками, представляющими собой импеданс конечной длины  $l$ . Введем прямоугольную систему координат, начало которой совпадает с одной из вершин прямоугольника рис. 1.