УДК 519.85

ОПТИМИЗАЦИЯ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ НЕРЕМОНТОПРИГОДНЫХ СИСТЕМ

Косолап А. И. – д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрою специализированных компьютерных систем Украинского государственного химико-технологического университета, Днепр, Украина.

Довгополая А. А. – ассистент кафедры специализированных компьютерных систем Украинского государственного химико-технологического университета, Днепр, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. В работе рассматриваются задачи оптимизации надежности сложных неремонтопригодных систем. Такие системы состоят из множества взаимосвязанных элементов. Оптимизация надежности таких систем является сложной вычислительной проблемой и требует разработки новых методов.

Цель. Построение математических моделей сложных неремонтопригодных систем и разработка эффективных методов оптимизации их надежности.

Метод. Мы используем метод точной квадратичной регуляризации для решения задач оптимизации надежности сложных систем. Точная квадратичная регуляризация позволяет преобразовать многоэкстремальные задачи оптимизации надежности сложных систем к задаче максимизации нормы вектора на выпуклом множестве. Мы используем эффективный прямо-двойственный метод внутренней точки и метод дихотомии для решения преобразованной задачи. Метод точной квадратичной регуляризации позволил значительно расширить классы решаемых оптимизационных задач надежности сложных систем. Это подтверждается сравнительными численными экспериментами.

Результаты. Сравнительные численные эксперименты показывают, что метод точной квадратичной регуляризации является более эффективный, чем существующие методы для решения данного класса задач. Этот метод позволяет расширить классы задач оптимизации надежности сложных систем для которых он позволяет находить оптимальные решения.

Выводы. Предложен эффективный метод для оптимизации сложных неремонтопригодных систем, который показал лучшие численные результаты.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сложная система, надежность сложных систем, оптимизация надежности, многоэкстремальные задачи, метод точной квадратичной регуляризации.

АББРЕВИАТУРА

EQR – точная квадратичная регуляризация;

PDIPM – прямо-двойственный метод внутренней точки.

НОМЕНКЛАТУРА

$R(x)$ – вероятность безотказной работы системы;

$R_0(x)$ – требуемая вероятность безотказной работы системы;

r_i – вероятность безотказной работы i-го элемента системы;

c_i – стоимость i-го элемента системы;

w_i – вес i-го элемента системы;

C_0 – ограничение на стоимость системы;

w_0 – ограничение на вес системы;

E^n – n-мерное евклидовое пространство;

$f_0(x)$ – целевая функция оптимизации надежности системы;

$f_i(x)$ – функции ограничений задачи оптимизации надежности системы;

$\|x\|$ – евклидова норма вектора;

x_i– вероятность безотказной работы i-го элемента;

z_i– количество резервных элементов для i-го элемента;

u_{ij} –вероятность безотказной работы i-го элемента j-й номенклатуры;

r – параметр квадратичной регуляризации;

s – параметр преобразования задачи;

d – переменная метода EQR.

ВВЕДЕНИЕ

С каждым годом растет число сложных систем, которые нас окружают. Это атомные электростанции, технологические производства, самолеты и другие транспортные средства, компьютеры, бытовая техника и много других технических и технологических систем. Выход со строя таких систем чреват значительными материальными потерями, вредом окружающей среде, а часто и людскими жертвами. Для того чтобы это не происходило, необходимо надежное функционирования сложных технических систем. Оно обеспечивается на этапе проектирования и эксплуатации таких систем. Поэтому в последние годы повышению надежности систем уделяется значительное внимание [1, 2]. Многое уже сделано. Однако при решении задач теории надежности возникают задачи их оптимизации. Эти задачи являются достаточно сложными для численного решения. Поэтому оптимизация надежности сложных систем в настоящее время далека от своего завершения. Сложные системы состоят из блоков (подсистем). Часто эти блоки не подлежат ремонту. Причем с каждым годом число таких систем возрастает. Особенно это актуально для радиоэлектронной аппаратуры. В данной работе рассматриваются такие системы. Будет показано, что использование метода точной квадратичной регуляризации позволяет решать практически все задачи оптимизации надежности сложных систем.

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дана система, состоящая из множества взаимосвязанных подсистем. Требуется определить вероятность ее безотказной работы на протяжении заданного времени. Чем больше эта вероятность, тем более надежная система. Надежность системы определяется надежностью элементов ее подсистем и связями между ними. При выходе со строя какого-то элемента, его функции берет на себя другой элемент или подсистема. Таким образом, надежные системы являются избыточными. Однако эта избыточность ограничена многими факторами. Это стоимость системы, ее вес, объем и т.д. Обычно минимизируют стоимость системы при условии, что обеспечивается ее заданная надежность, а также учитывают другие ограничения. Элементная база системы определяется существующими элементами с заданными характеристиками надежности. Замена одних элементов другими будет влиять на надежность всей системы. Существенную роль на надежность системы влияют взаимосвязи элементов. Они могут быть соединены последовательно, параллельно или произвольным образом. От этого зависит расчет вероятности безотказной работы системы. Число вариантов соединений элементов в систему очень большое. Далее, если элементная база выбрана, то надежность системы может быть повышена за счет включения в систему резервных элементов. Чем больше таких элементов, тем выше надежность системы. Однако и в этом случае необходимо учитывать стоимость системы.

Таким образом, для оптимизации надежности системы необходимо рассчитать вероятность ее безотказной работы и затем построить математическую модель для поиска структуры системы обеспечивающей ее максимальную надежность или минимальную стоимость при заданной надежности. Простые примеры показывают, что функция вероятности безотказной работы является сложной многомерной полиномиальной функцией.

Например, для мостиковой системы, изображенной на рис. 1 вероятность безотказной работы будет равная

$$R(x) = x_3(x_1 + x_2 - x_1x_2)(x_4 + x_5 - x_4x_5) + \\ +(1 - x_3)(x_1x_4 + x_2x_5 - x_1x_2x_4x_5).$$

А для системы на рис. 2 вероятность безотказной работы равна

$$R(x) = [x_1(x_2 + x_3 - x_2x_3)x_4x_5(x_6 + x_7 - x_6x_7)x_8 + x_9x_{10}x_{11} - \\ - x_1(x_2x_3 - x_2x_3)x_4x_5(x_6 + x_7 - x_6x_7)x_8x_9x_{10}x_{11}]x_{12}.$$

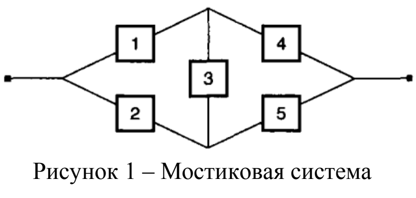

Рисунок 1 – Мостиковая система

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

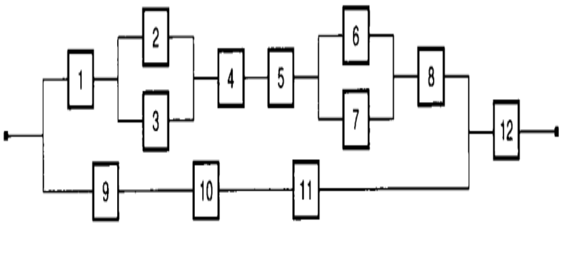

Рисунок 2 – Сложная система

Если система состоит из n элементов и работает, при исправности не менее k элементов, то вероятность безотказной работы системы определится по формуле

$$R(p) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} ,$$

где p – вероятность безотказной работы каждого элемента. В общем случае, расчет вероятности безотказной работы системы не является простой задачей. Часто находят минимальные пути в системе, и тогда вероятность безотказной работы системы определяется как параллельное соединение минимальных путей. Иногда систему можно разбить на последовательность подсистем и тогда $R(x)$ находим из последовательного соединения подсистем.

Во всех рассмотренных случаях функции вероятности безотказной работы системы являются многомерными полиномами. Число переменных равно числу элементов системы. А степень полинома задается существующими связями между элементами. Такие функции будут иметь множество локальных экстремумов, даже если не учитывать ограничения. Очевидно, что переменные x_i могут принимать не произвольные значения, а только заданные дискретные значения, которые изготовляются по заданным технологиям. Таким образом, оптимизационная задача становится дискретной, что еще более усложняет ее сложность.

Математическая постановка задачи. Требуется найти

$$\min\{c(x) \mid R(x) \ge R_0, w(x) \le w_0, x_i \in \{u_{i1},...,u_{im}\}\},$$

где $c(x)$ – функция стоимости системы, $w(x)$ – функция веса системы, Значение x_i может принимать одно из возможных значений в фигурных скобках. Это можно выразить следующим образом

$$x_i = \sum_{j=1}^{m} u_{ij} z_{ij}, \sum_{j=1}^{m} z_{ij} = 1, z_{ij} = 0 \vee 1 .$$

Мы получаем следующую задачу

$$\min\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}u_{ij}z_{ij} \mid R(u) \ge R_0, \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} w_{ij}u_{ij}z_{ij} \le w_0,$$

$$\sum_{j=1}^{m} z_{ij} = 1, z_{ij} = 0 \vee 1, \forall ij\}$$

с булевыми переменными. От этой задачи перейдем к задаче с непрерывными переменными

$$\min\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}c_{ij}u_{ij}z_{ij} \mid R(u)\geq R_0, \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}w_{ij}u_{ij}z_{ij}\leq w_0,$$
$$\sum_{j=1}^{m}z_{ij}=1, \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}z_{ij}(1-z_{ij})\leq 0, 0\leq z_{ij}\leq 1, \forall ij\}. \quad (1)$$

Математическая модель (1) задач оптимизации надежности систем является новой и в большей мере соответствует реальным задачам.

Теперь перейдем к задаче надежности с резервированием. Если предположить, что резервные элементы подключаются параллельно основным, то вероятность безотказной работы такого блока определяется по формуле

$$R_i(z_i)=1-(1-r_i)^{z_i+1},$$

Если основные элементы соединены последовательно, так как это показано на рис. 3, то задача определения оптимальной надежности системы сведется к решению следующей задачи

$$\min\{c^T z \mid \prod_{i=1}^{n}R_i(z_i)\geq R_0, w^T z\leq w_0, z\in N\}, \quad (2)$$

где N – множество натуральных чисел. Эту задачу также можно преобразовать к задаче с непрерывными переменными

$$\min\{c^T z \mid \prod_{i=1}^{n}R_i(z_i)\geq R_0, w^T z\leq w_0, \quad (3)$$
$$\sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi z_i))\leq 0, z\geq 0\}.$$

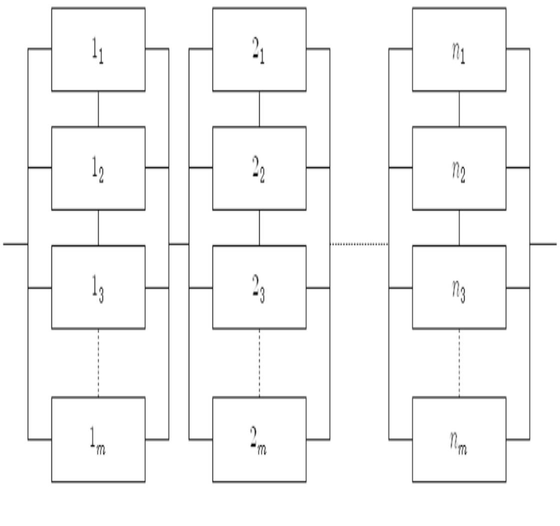

Рисунок 3 – Система с параллельным резервированием

Задача (2) является наиболее простой среди задач надежности с резервированием. Для ее решения используются различные численные методы. В частности, генетические и эволюционные методы [3–4]. Иногда эти методы позволяют получить решения близкие к оптимальным, но только для задач малой размерности. Но число схем подключения резервных элементов очень большое (см. схему на рис. 4), что приводит к большому разнообразию математических моделей. Многие из задач, представленные на данной схеме далеки от численной оптимизации.

Все эти задачи, как и задачи (1), (3) сводятся к решению задачи нелинейной оптимизации

$$\min\{f_0(x) \mid f_i(x)\leq 0, i=1,...,m, x\geq 0\}, \quad (4)$$

где все $f_i(x)$ – дважды непрерывно дифференцируемые функции, а x – вектор n-мерного евклидового пространства. Поэтому, если будет разработанный эффективный численный метод для решения задачи (4), то тем самым теория оптимизации надежности сложных систем станет достоянием инженеров-проектировщиков таких систем.

2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Разнообразие задач надежности сложных систем требует разработки эффективных общих методов оптимизации нелинейных задач в конечномерном евклидовом пространстве. Задачи оптимизации надежности сложных систем являются многоэкстремальными в которых необходимо найти точку глобального экстремума. Методы решения таких задач начали разрабатываться только в средине прошлого века после разработки выпуклого анализа [5]. В это же время были поставлены простейшие задачи оптимизации надежности систем [6]. Однако отсутствие эффективных методов оптимизации для решения многоэкстремальных задач сдерживало развитие надежности сложных систем. Детерминированные методы для решения многоэкстремальных задач используют преимущественно технологию ветвей и границ [7], которая позволяла находить решения только для задач малой размерности. Затем начали разрабатывать различные стохастические методы [8]. Появились генетические и эволюционные алгоритмы, которые иногда позволяли находить наилучшие решения в задачах оптимизации надежности, но во многих случаях такие методы находят решения далекие от оптимальных. Не удалось разработать эффективные методы и для решения дискретных оптимизационных задач, которые преимущественно используют методы ветвей и границ [9]. В последние годы значительный прогресс в решении многоэкстремальных задач обеспечивается использованием выпуклой релаксации. Появилось новое направление полуопределенной оптимизации [10]. Широко используется двойственные методы [11]. Разработана reformulation-linearization техника [12]. Преимуществом методов, использующих выпук-

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

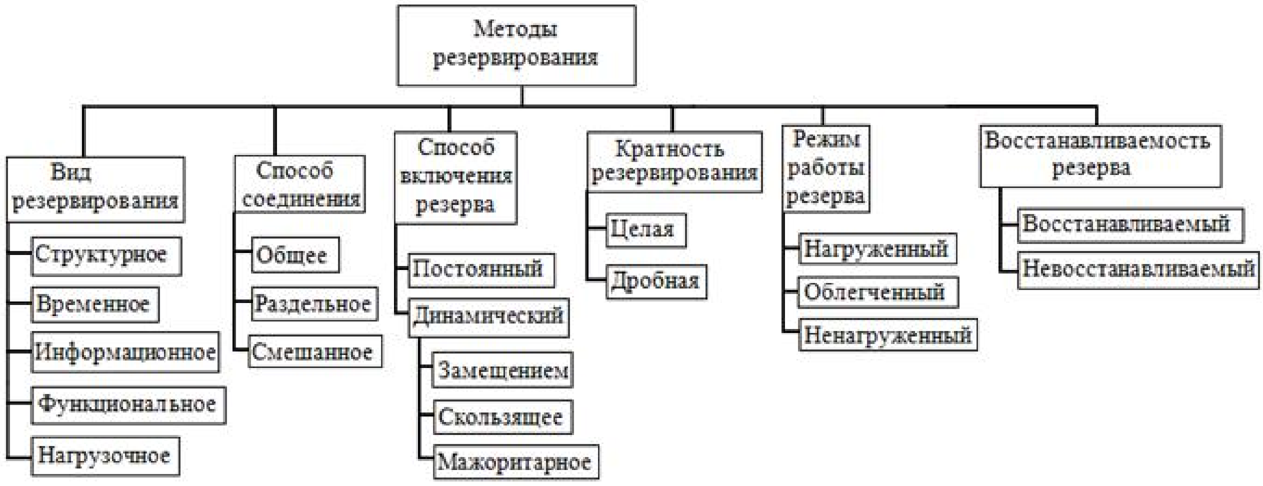

Рисунок 4 – Различные схемы резервирования систем

лую релаксацию, является то, что они позволяют находить точные решения или оценки таких решений.

В этих методах легко определить найдено точное решение или только его оценка, что невозможно установить для перечисленных выше методов. Однако разработка сложных систем требует поиска наилучших решений для каждой конкретной системы. Поэтому поиск эффективных методов решения многоэкстремальных задач продолжается.

Выпуклую релаксацию использует также метод точной квадратичной регуляризации, разработанный одним из автором [13].

Точная квадратичная регуляризация (EQR) позволяет преобразовать задачу оптимизации (4) к максимизации евклидовой нормы вектора на выпуклом множестве. Для решения преобразованной задачи используется эффективный прямо-двойственный метод внутренней точки (PDIPM) [14] и метод дихотомии. Использование метода точной квадратичной регуляризации позволяет практически решать все разнообразие задач оптимизации надежности сложных систем. Эффективность этого метода подтверждена многочисленными экспериментами [15].

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим метод точной квадратичной оптимизации для решения задач оптимизации надежности сложных систем [13]. Покажем, что данный метод позволяет эффективно находить решения в задачах оптимизации надежности сложных систем. Этот метод использует точную квадратичную регуляризацию для преобразования задачи (4) к виду

$$\max\{\|x\|^2 \mid f_0(x)+s+(r-1)\|x\|^2 \le d,\ f_i(x)+r\|x\|^2 \le d,\ i=1,\ldots,m,\ x\ge 0\}, \quad (5)$$

где $\|x\|^2 = x_1^2 + \ldots + x_{n+1}^2$ квадрат евклидовой нормы вектора x. Таким образом, в задаче (5) на две переменных (x_{n+1}, d) и на одно ограничение больше, чем в задаче (4). Доказано, что решение задачи (5) совпадает с решением задачи (4) [13].

Таким образом, задача (1) точной квадратичной регуляризацией преобразуется к виду

$$\max\{\|z\|^2 \mid \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}u_{ij}z_{ij} + s + (r-1)\|z\|^2 \le d,\ |$$

$$-R(u) + r\|z\|^2 + R_0 \le d,\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} w_{ij}u_{ij}z_{ij} \le w_0,$$

$$\sum_{j=1}^{m} z_{ij} = 1,\ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}(1-z_{ij}) + r\|z\|^2 \le d,\ 0 \le z_{ij} \le 1,\ \forall ij\},$$

а задача (3)

$$\max\{\|z\|^2 \mid -c^T z + (r-1)\|z\|^2 \le d,$$

$$-\prod_{i=1}^{n} R_i(z_i) + r\|z\|^2 + R_0 \le d,\ w^T z \le w_0,$$

$$\sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi z_i)) + r\|z\|^2 \le d,\ z \ge 0\}.$$

В преобразованных задачах квадрат нормы вектора равен $\|z\|^2 = z_{11}^2 + \ldots + z_{nm}^2 + z_{nm+1}^2$. Обе преобразованные задачи имеют вид (5). Аналогично, все другие задачи оптимизации сложных систем будут преобразованы к виду (5). Поэтому дальше сосредоточимся на решении задачи (5).

В задаче (5) необходимо выбрать два параметра s и r. Значение s должно удовлетворять условию

$$s \ge \|x^*\|^2 - f_0(x^*),$$

где x^* – решение задачи (4), а r выбираем таким, чтобы ограничения задачи (5) были выпуклыми. Для задач оптимизации надежности достаточно положить $r = 40$.

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

Сложнее выбрать параметр s, так как решение задачи (4) нам неизвестно. Часто мы можем определить максимально возможные значения для переменных задачи. Тогда для определения s используем эти значения, вместо решения. При решении задачи методом точной квадратичной регуляризации будем контролировать значение $\|x^*\|^2 - f_0(x^*)$, если оно больше заданного s, то увеличиваем значение s. В общем случае, рекомендуется после решения задачи (1) методом EQR взять новое значение $s = 10s$ и снова решить задачу (4) методом EQR, если решение не изменится, то значение параметра выбрано правильно.

В задаче (5) необходимо найти минимальное значение переменной d^*, для которой решение x^* задачи (5) удовлетворяют условию $r\|x^*\|^2 = d^*$ с заданной точностью. Таким образом, метод EQR заключается в том, что задача (5) решается при фиксированных значениях переменной d и для каждого ее решения проверяется условие $r\|x\|^2 = d$. Если $r\|x\|^2 < d$, то значение d увеличиваем, если $r\|x\|^2 > d$, то уменьшаем до достижения равенства. Изменение d можно задать формулой

$$d = d + \alpha(d - r\|x\|^2),$$

где $\alpha \in (0, 1]$. Для определения минимального значения d решаем выпуклую задачу

$$\min\{d \mid f_0(x)+s+(r-1)\|x\|^2 \le d, f_i(x) + r\|x\|^2 \le d, i=1,\ldots,m, r\|x\|^2 \le d, x \ge 0\}.$$

Если для решения этой задачи (x^0, d_0) выполняется условие $r\|x^0\|^2 = d_0$ и параметр s выбран правильно, то задача (4) решена и x^0 – ее решение. В противном случае, необходимо искать минимальное значение d^*.

При изменении переменной d необходимо контролировать значение $f_0(x)$. При возрастании d оно должно убывать. Если $f_0(x)$ возрастает, то отменяем решение и уменьшаем шаг увеличения d. Если при заданном значении d выполняется условие $r\|x\|^2 > d,$ то уменьшаем d до достижения равенства $r\|x\|^2 = d$. При этом шаг уменьшения должен быть таким, чтобы условие $r\|x\|^2 > d$ сохранялось до достижения равенства $r\|x\|^2 = d$. Если шаг выбран больше, и он приводит к неравенству $r\|x\|^2 < d$, то отменяем решение, уменьшаем шаг изменения d и снова решаем задачу (5). Параметр α является регулированным при изменении переменной d.

Таким образом, метод EQR при решении задачи (5) использует только локальный поиск и метод дихотомии по переменной d. Для локального поиска рекомендуется прямо-двойственный метод внутренней точки [14]. Этот метод используется для решения задач большой размерности (до миллиона переменных [16]). Это означает, что метод EQR также можно использовать для решения задач большой размерности. Запишем задачу (5) в виде

$$\max\{\|x\|^2 \mid x \in S\}, \qquad (6)$$

где множество S – выпуклое. Если множество S – прямоугольный параллелепипед или правильный многогранник и точка c – его центр, то решение задачи (6) совпадает с решением простой задачи

$$\max\{c^T x \mid x \in S\}.$$

Следовательно, решение задачи (6) необходимо искать в направлении центра выпуклого множества. Это реализовано в PDIPM методе, где используется аналитический центр выпуклого множества.

При решении задачи (4) методом EQR используем смещение пространства

$$\min\{f_0(x - h) \mid f_i(x - h) \le 0, i=1,\ldots,m, x \ge h\}. \qquad (7)$$

Такое преобразование часто делает преобразованную задачу

$$\max\{\|x\|^2 \mid f_0(x-h)+s+(r-1)\|x\|^2 \le d, \; f_i(x-h) + r\|x\|^2 \le d, i=1,\ldots,m, x \ge h\},$$

одноэкстремальной. В точке максимума задачи (6) кривизна поверхности шара $S_0 = \{x \mid \|x\|^2 \le R^2\}$ (линии уровня целевой функции при различных значениях радиуса R) будет меньше кривизны ее выпуклой поверхности ∂S в этой точке. Если задача (6) имеет два и более локальных максимума, то в силу ее непрерывности между двумя максимумами на дуге выпуклой поверхности ∂S (допустимой области) будет, по крайней мере, один минимум. Такой минимум будем называть внутренним минимумом. В точке минимума кривизна шара будет больше кривизны этой дуги. Тогда, если в любой точке выпуклой поверхности ∂S ее кривизна больше кривизны поверхности шара S_0, то задача (6) не будет содержать локальных внутренних минимумов. В таком случае, задача (6) будет одноэкстремальной и легко решаемой. При смещении допустимой области вдоль биссектрисы положительного ортанта кривизна ее поверхности ∂S остается неизменной, а кривизна поверхности шара S_0 с центром в начале координат будет стремиться к нулю. Это означает, что смещение пространства (7) часто приводит задачу к одноэкстремальной.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Рассмотрим численное решение задач оптимизации надежности сложных систем методом EQR. Данный метод прошел значительную численную проверку при решении классов многоэкстремальных задач. В работах [13, 15] приведены результаты этих сравнительных экспериментов, которые показали значительное преимущество метода EQR над существующими методами решения многоэкстремальных задач. Это преимущество получено и при численном решении задач оптимизации надежности сложных систем. Так, при решении задачи

$$\max\{\prod_{i=1}^{n} R_i(z_i) \mid c^T z \le c_0, w^T z \ge w_0, z \in N\} \qquad (8)$$

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

для следующих исходных данных (табл. 1) были получены результаты, которые представлены в табл. 2. Значения $c_0 = 400$, а $w_0 = 414$.

Эта задача решалась разными методами. C-SOMGA (Model 1) – решение задачи, которое получено при помощи самоорганизованного мигрирующего генетического алгоритма (модель 1); C-SOMGA (Model 2) – решение задачи, которое найдено при помощи самоорганизованного мигрирующего генетического алгоритма (модель 2); NESA – решение задачи, которое найдено при помощи неравновесного имитационного алгоритма отжига; FUZZY – решение задачи, которое найдено при помощи нечеткой глобальной оптимизации [17]; EQR – решение задачи, которое найдено при помощи метода точной квадратичной регуляризации. Очевидно, что решение, найденное методом EQR лучше, чем полученное всеми другими методами. При решении задачи методом EQR использовался сдвиг допустимой области на величину $h = 2$.

Задача (8) решалась также для размерности $n = 100$ без ограничений на вес системы. Исходные данные приведены в табл. 3. Значение $C_0 = 7048$.

Данная задача решалась методом EQR, ветвей и границ и эволюционным поиском. Результаты решения представлены в табл. 4.

Результаты решения показывают, что метод EQR дает немного лучшее решение. Эта задача решалась также эволюционным поиском, который остановился в начальной точке далекой от оптимального решения.

Рассмотрим решение задачи (1) для системы, состоящей из 5 элементов. Для каждого элемента можно выбрать только один из трех возможных. Исходные данные представлены в табл. 5.

Эта задача, как и предыдущая, решалась тремя методами. Решение, полученное методом EQR и ветвей и границ, совпало, что связано с небольшой размерностью задачи. Минимальная стоимость системы рав няется 33 единицам при надежности 0,95. Результат решения представлен в последней строке табл. 5. Метод эволюционного поиска не смог найти допустимое решение.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты проведенных экспериментов представлены в табл. 2, 4, 5. Эти результаты показывают преимущество метода EQR в точности решения задач оптимизации надежности. Это преимущество будет расти при увеличении размерности задач, а также при увеличении их сложности, что характерно для реальных систем управления. Были проведены десятки других экспериментов по решению задач оптимизации надежности систем, которые подтверждают эффективность метода EQR.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Задачи оптимизации надежности систем относятся к классу многоэкстремальных, дискретных, часто комбинаторных задач. Методы ветвей и границ требуют большого машинного времени для их решения, причем это время растет экспоненциально при увеличении размерности задач. Методы эволюционного поиска, которые считаются лучшими среди стохастических методов, часто не могут найти даже допустимого решения, что связано со сложной структурой допустимой области. Метод EQR использует преобразование задачи к максимуму евклидовой нормы вектора на выпуклом множестве.

Преобразованная задача имеет простую геометрическую интерпретацию и легко решается прямодвойственным методом внутренней точки. Основная задача найти минимальное значение переменной d при котором выполнится условие $r\|x\|^2 = d$.

Такое значение d находим методом дихотомии, начиная с минимального значения d. Эффективность решения задачи повышается при смещении допустимой области вдоль биссектрисы положительного ортанта. Большой объем вычислительных экспериментов показывает, что данный метод является лучшим при решении многоэкстремальных задач.

Таблица 1 – Исходные данные для задачи оптимизации надежности n=15

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
r_i	0,90	0,75	0,65	0,80	0,85	0,93	0,78	0,66	0,78	0,91	0,79	0,77	0,67	0,79	0,67
c_i	5	4	9	7	7	5	6	9	4	5	6	7	9	8	6
w_i	8	9	6	7	8	8	9	6	7	8	9	7	6	5	7

Таблица 2 – Результаты решения задачи оптимизации надежности n=15

z_i	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9	z_{10}	z_{11}	z_{12}	z_{13}	z_{14}	z_{15}	R_s
C-SOMGA (Model 1)	3	4	5	3	3	2	4	5	4	3	3	4	5	5	5	0,9450
C-SOMGA (Model 2)	3	4	5	4	3	2	4	5	4	3	4	4	5	4	5	0,9563
NESA	3	4	5	3	3	2	4	5	4	3	3	4	5	5	5	0,9450
FUZZY	3	4	5	4	3	3	4	5	4	3	3	4	5	5	5	0,9552
EQR	5	6	7	6	5	5	6	7	6	5	6	6	7	6	7	0,9608

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

Таблица 3 – Исходные данные для задачи оптимизации надежности *n*=100

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
r_i	0,91	0,89	0,954	0,85	0,93	0,897	0,869	0,759	0,819	0,75	0,881	0,945	0,89	0,954	0,85
c_i	10	15	11	12	20	12	9	10	23	20	15	13	14	17	13
r_i	0,93	0,897	0,869	0,759	0,89	0,954	0,85	0,93	0,897	0,869	0,759	0,89	0,954	0,85	0,93
c_i	10	19	23	20	15	13	14	17	23	20	15	13	14	17	23
r_i	0,897	0,869	0,759	0,89	0,954	0,85	0,93	0,897	0,869	0,759	0,89	0,954	0,85	0,93	0,897
c_i	20	15	13	14	17	23	20	15	13	14	17	23	20	15	13
r_i	0,869	0,759	0,897	0,869	0,759	0,93	0,897	0,869	0,759	0,819	0,75	0,881	0,945	0,954	0,85
c_i	14	17	13	14	17	11	12	20	12	9	10	23	20	15	13
r_i	0,93	0,897	0,869	0,759	0,89	0,954	0,85	0,93	0,897	0,869	0,759	0,819	0,75	0,881	0,945
c_i	14	17	13	10	19	23	20	23	20	15	13	14	17	23	20
r_i	0,89	0,954	0,85	0,93	0,85	0,93	0,897	0,869	0,759	0,89	0,954	0,85	0,93	0,897	0,869
c_i	15	13	14	17	13	14	17	11	12	20	12	9	10	23	20
r_i	0,759	0,89	0,954	0,85	0,93	0,897	0,869	0,759	0,89	0,954					
c_i	15	17	23	20	15	13	14	17	23	20					

Таблица 4 – Результаты решения задачи оптимизации надежности *n* = 100

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Метод EQR															
x_i	4	4	3	5	3	4	5	7	5	7	4	3	4	3	5
x_i	4	4	4	7	4	3	5	3	4	4	7	4	3	5	3
x_i	4	5	7	4	3	5	3	4	5	7	4	3	5	3	4
x_i	5	7	4	5	7	3	4	4	7	6	7	4	3	3	5
x_i	3	4	5	7	4	3	5	3	4	5	7	6	7	4	3
x_i	4	3	5	3	5	3	4	5	7	4	3	5	4	4	5
x_i	7	4	3	5	3	4	5	7	4	3	R=0,9987023				
Метод ветвей и границ															
x_i	4	4	3	5	3	4	5	7	5	7	5	3	4	3	5
x_i	4	4	5	7	4	3	5	3	4	5	7	4	3	5	3
x_i	4	5	7	4	3	5	3	4	5	7	4	3	5	3	4
x_i	5	7	4	5	7	4	4	4	7	6	7	4	3	3	5
x_i	3	4	5	7	4	3	5	3	4	5	7	6	7	4	3
x_i	4	3	5	3	5	3	4	5	7	4	3	5	4	4	4
x_i	7	4	3	5	3	4	4	6	4	2	R=0,998617				

Таблица 5 – Результаты решения задачи оптимизации надежности с альтернативным выбором элементов

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
r_i	0,85	0,65	0,5	0,85	0,65	0,5	0,9	0,6	0,5	0,8	0,65	0,5	0,8	0,65	0,5
c_i	8	6	3	8	6	3	9	5	3	7	6	3	7	6	3
x_i	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0

ВЫВОДЫ

Предложена новая математическая модель оптимизации надежности сложной системы с альтернативным выбором элементов, которая более адекватна существующим системам. Рассмотрены другие математические модели оптимизации надежности систем. Для их численного решения впервые использован метод точной квадратичной регуляризации. Показано, что он применим для численного решения задач оптимизации надежности большой размерности, а также для задач, которые не могут быть эффективно решены другими методами при сложной структуре допустимой области. Предложенный метод позволяет решать задачи оптимизации надежности в самой общей постановке.

Таким образом, научная новизна данной работы заключается в предложенных новых математических моделях оптимизации надежности сложных систем, которые более адекватны реальным системам и в использовании впервые эффективного метода точной квадратичной регуляризации для численного их решения.

Практическая ценность работы заключается в расширении класса задач оптимизации надежности сложных технических систем, которые могут быть эффективно решены новым методом.

Перспективы дальнейших исследований связаны с расширением класса задач оптимизации надежности сложных систем, и в совершенствовании прямодвойственного метода для решения задач максимизации нормы вектора на выпуклом множестве.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках научно-исследовательской темы Украинского государственного химико-технологического университета «Розробка математичних моделей та алгоритмів ефективного функціонування комп'ютерних систем» (номер гос. регистрации 0115U001768). Выражаем благодарность сотрудникам кафедры специализированных компьютерных систем, которые способствовали выполнению данной работы.

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

ЛІТЕРАТУРА / ЛИТЕРАТУРА

1. Rausand M. System reliability theory: models, statistical methods, and applications. 2nd ed. / M. Rausand, A. Hoylan. – Hoboken, New Jersey : Published by John Wiley & Sons, Inc., 2004. – 644 p.
2. Kuo W. Optimal Reliability Modeling. Principles and Applications / W. Kuo, M. J. Zuo. – JOHN WILEY & SONS, INC., 2003. – 561 p.
3. Kenneth V. P. Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization / V. P. Kenneth, R. M. Storn, J. A. Lampinen. – Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2005. – 542 p.
4. Kumar P. Constrained Reliability Redundancy Optimization of Complex Systems using Genetic Algorithm / P. Kumar, D. K. Chaturvediand, G. L. Pahuja // MIT Int. J of Electrical and Instrumentation Engineering. – 2011. – Vol. 1, № 1. – P. 41–48.
5. Rockafellar R. T. Convex analysis / R. T. Rockafellar. – Princeton : Princeton University press., 1970. – 451 p.
6. Ушаков И. А. Методы решения простейших задач резервирования при наличии ограничений / И. А. Ушаков. – М. : Советское радио, 1969. – 176 с.
7. Horst R. Global Optimization: Deterministic Approaches. 3rd ed. / R. Horst, H. Tuy – Berlin : Springer-Verlag, 1996. – 727 p.
8. Stochastic and Global Optimization / [eds.: G. Dzemyda, V. Šaltenis, A. Žilinskas]. – N.Y. : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 250 p.
9. Cook W. Fifty-Plus Years of Combinatorial Integer Programming / W. Cook. – Georgia Institute of Technology, 2009. – 39 p.
10. Laurent M. Semidefinite Optimization / M. Laurent, F. Vallentin. – Technical University of Delft, 2012. – 150 p.
11. Dur M. Duality in Global Optimization: Optimality Conditions and Algorithmical Aspects / M. Dur. – Shaker Verlag, 1999. – 117 p.
12. Sherali H. D. A Reformulation-Linearization Technique for Solving Discrete and Continuous Nonconvex Problems / H. D. Sherali, W. P. Adams. – Springer, 2010. – 518 p.
13. Косолап А. И. Глобальная оптимизация. Метод точной квадратичной регуляризации / А. И. Косолап. – Днепропетровск : ПГАСА, 2015. – 164 с.
14. Nocedal J. Numerical optimization / J. Nocedal, S. J. Wright. – Springer, 2006. – 685 p.
15. Косолап А. И. Глобальная оптимизация. Численные эксперименты / А. И. Косолап. – Днепр : ПГАСА, 2017. – 112 с.
16. Нестеров Ю. Е. Методы выпуклой оптимизации / Ю. Е. Нестеров. – М. : Изд. МЦНМ, 2010. – 281 с.
17. Deep K. Reliability Optimization of Complex Systems through C-SOMGA/ K. Deep, Dipti // Journal of Information and Computing Science. – 2009. – Vol. 4, № 3. – P. 163–172.

Статья поступила в редакцию 11.09.2018.
После доработки 10.10.2018.

УДК 519.85

ОПТИМІЗАЦІЯ НАДІЙНОСТІ СКЛАДНИХ НЕРЕМОНТОЗДАТНІСТЬ СИСТЕМ

Косолап А. І. – д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем Українського державного хіміко-технологічного університету, Дніпро, Україна.

Довгопола А. О. – асистент кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем Українського державного хіміко-технологічного університету, Дніпро, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. В роботі розглядаються задачі оптимізації надійності складних неремонтопридатних систем. Такі системи складаються з безлічі взаємозалежних елементів. Оптимізація надійності таких систем є складною обчислювальною проблемою і вимагає розробки нових методів.

Мета. Побудова математичних моделей складних неремонтопридатних систем і розробка ефективних методів оптимізації їх надійності.

Метод. Ми використовуємо метод точної квадратичної регуляризації для розв'язування задач оптимізації надійності складних систем. Точна квадратична регуляризація дозволяє перетворити багатоекстремальні задачі оптимізації надійності складних систем до задачі максимізації норми вектора на опуклій множині. Ми використовуємо ефективний прямо-двоїстий метод внутрішньої точки і метод дихотомії для розв'язування перетвореної задачі. Метод точної квадратичної регуляризації дозволив значно розширити класи розв'язуваних оптимізаційних задач надійності складних систем. Це підтверджується порівняльними чисельними експериментами.

Результати. Порівняльні чисельні експерименти показують, що метод точної квадратичної регуляризації є більш ефективний, ніж існуючі методи для розв'язування даного класу задач. Цей метод дозволяє розширити класи задач оптимізації надійності складних систем, для яких він дозволяє знаходити оптимальні рішення.

Висновки. Запропоновано ефективний метод для оптимізації складних неремонтопридатних систем, який показав кращі чисельні результати.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: складна система, надійність складних систем, оптимізація надійності, багатоекстремальні задачі, метод точної квадратичної регуляризації.

UDC 519.85

OPTIMIZATION OF RELIABILITY OF COMPLEX NON-REPETITIVE SYSTEMS

Kosolap A. I. – Dr. Sc., Professor, head of the Department of Specialized Computer Systems of the Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnipro, Ukraine.

Dovgopolaya A. A. –Assistant of the Department of Specialized Computer Systems of the Ukrainian State Chemical-Technological University, Dnipro, Ukraine.

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23

ABSTRACT

Context. In this paper we consider problems of optimizing the reliability of complex non-repairable systems. Such systems consist of a set of interrelated elements. Optimizing the reliability of such systems is a complex computational problem and requires the development of new methods.

Objective. Construction of mathematical models of complex non-repetitive systems and development of effective methods for optimization their reliability.

Method. We use the method of exact quadratic regularization to solve problems of optimizing the reliability of complex systems. Precise quadratic regularization allows us to transform multiextremal problems of optimizing the reliability of complex systems to the problem of maximizing the norm of a vector on a convex set. We use the effective primal-dual interior point method and the dichotomy method to solve the transformed problem. The method of exact quadratic regularization made it possible to significantly expand the classes of solvable optimization problems for the reliability of complex systems. This is confirmed by comparative numerical experiments.

Results. Comparative numerical experiments show that the method of exact quadratic regularization is more efficient than existing methods for solving this class of problems. This method allows you to extend classes of problems optimizing the reliability of complex systems for which it allows you to find optimal solutions.

Conclusions. We proposed an effective method for optimizing complex non-repetitive systems, this method showed the best numerical results.

KEYWORDS: complex system, reliability of complex systems, reliability optimization, multi-extremal problems, exact quadratic regularization method.

REFERENCES

1. Rausand M., Hoylan A. System reliability theory: models, statistical methods, and applications. 2nd ed. Hoboken. New Jersey, Published by John Wiley & Sons, Inc., 2004, 644 p.
2. Kuo W., Zuo M. J. Optimal Reliability Modeling. Principles and Applications. JOHN WILEY & SONS, INC., 2003, 561 p.
3. Kenneth V. P., Storn R. M, Lampinen J. A. Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2005, 542 p.
4. Kumar P., Chaturvediand D. K., Pahuja G. L. Constrained Reliability Redundancy Optimization of Complex Systems using Genetic Algorithm, *MIT Int. J of Electrical and Instrumentation Engineering,* 2011, Vol. 1, No. 1, pp. 41–48.
5. Rockafellar R. T. Convex analysis. Princeton, Princeton University press, 1970, 451 p.
6. Ushakov I. A. Metodyi resheniya prosteyshih zadach rezervirovaniya pri nalichii ogranicheniy. Moscow, Sovetskoe radio, 1969, 176 p.
7. Horst R., Tuy H. Global Optimization: Deterministic Approaches. 3rd ed. Berlin, Springer-Verlag, 1996, 727 p.
8. Dzemyda G., Šaltenis V., Žilinskas A. eds. Stochastic and Global Optimization. N.Y., Kluwer Academic Publishers, 2002, 250 p.
9. Cook W. Fifty-Plus Years of Combinatorial Integer Programming. Georgia Institute of Technology, 2009, 39 p.
10. Laurent M., Vallentin F. Semidefinite Optimization. Technical University of Delft, 2012, 150 p.
11. Dur M. Duality in Global Optimization: Optimality Conditions and Algorithmical Aspects. Shaker Verlag, 1999, 117 p.
12. Sherali H. D., Adams W. P. A Reformulation-Linearization Technique for Solving Discrete and Continuous Nonconvex Problems. Springer, 2010, 518 p.
13. Kosolap A. I. Globalnaya optimizatsiya. Metod tochnoy kvadratichnoy regulyarizatsii. Dnepropetrovsk, PGASA, 2015, 164 p.
14. Nocedal J., Wright S. J. Numerical optimization. Springer, 2006, 685 p.
15. Kosolap A. I. Globalnaya optimizatsiya. Chislennyie eksperimentyi. Dnepr, PGASA, 2015, 112 p.
16. Nesterov, Yu. E. Metodyi vyipukloy optimizatsii. Moscow, Izd. MTsNM, 2010, 281 p.
17. Deep K., Dipti Reliability Optimization of Complex Systems through C-SOMGA*, Journal of Information and Computing Science,* 2009, Vol. 4, No. 3, pp. 163–172.

DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-23