УДК 62–50:519.7/8

ИНТЕРВАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГРАДУИРОВОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИИ

Левин В. И. – д-р техн. наук, профессор, кафедра математики Пензенского государственного технологического университета, Пенза, Россия.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. При проектировании различных средств измерения возникает задача построения так называемой градуировочной характеристики измерительного прибора, т.е. количественной зависимости результата измерений от измеряемой величины. Эта характеристика является обратной по отношению к прямой характеристике – зависимости измеряемой величины от результата измерений. Эту задачу решают на основе приближенных данных, получаемых в ходе эксперимента с измерительным прибором. В работе предложен новый метод решения данной задачи, основанный на аппарате интервальной математики.

Цель статьи. Целью работы является разработка полностью формализованного метода построения градуировочной характеристики измерительного прибора по приближенным данным, полученным в эксперименте с этим прибором.

Метод. Предложенный в статье метод заключается в представлении функции прямого преобразования измерительного прибора в виде линейной интервальной функции, определении ее интервальных параметров (коэффициентов) по данным эксперимента и решении получившейся интервальной зависимости между результатом измерения и измеряемой величиной относительно измеряемой величины. Используется оригинальная методика решения интервальных уравнений.

Результат. Получены общие формулы, определяющие аналитически интервальную градуировочную характеристику измерительного прибора на основе данных, полученных в эксперименте с прибором. Выполнен детальный математический анализ этих формул. Установлены общие законы, которым подчиняются прямая и обратная (градуировочная) характеристики измерительного прибора, а также зависимость между прямой и обратной характеристиками (в предположении, что измерительный прибор является линейным преобразователем).

Выводы. Предложен новый подход к построению градуировочных характеристик измерительных приборов, основанный на использовании интервальной математики, для обработки данных экспериментов с приборами. Этот подход, в отличие от существующих, позволяет строить градуировочные характеристики измерительных приборов и анализировать их аналитически..

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: измерительный прибор, градуировочная характеристика, измеряемая величина, результат измерений, интервальная математика.

НОМЕНКЛАТУРА

x – измеряемая величина;

y – результат измерения;

$f(x)$ – функция преобразования измерительного прибора;

$\varphi(y)$ – обратная функция преобразования (градуировочная характеристика) измерительного прибора;

$a+bx$ – линейная функция преобразования прибора;

a, b – параметры преобразования;

$\tilde{x}$ – интервальная измеряемая величина;

$\tilde{y}$ – интервальный результат измерения;

$\tilde{a}+\tilde{b}\tilde{x}$ – линейная интервальная функция преобразования;

$\tilde{a}, \tilde{b}$ – интервальные параметры преобразования.

ВВЕДЕНИЕ

В период II Мировой войны в практику ведения военных действий западных стран (США, Англия, Канада) было введено много новых технологий, такие, как управление огнем зенитной артиллерии, обнаружение воздушных целей с помощью радаров, шифрование и дешифрование информации в системах связи и т.д. Все эти технологии в той или иной степени были связаны с изучением неопределенности, присущей любым военным действиям и любому процессу принятия решений, и использовали соответствующие математические методы, в первую очередь, теорию вероятностей и математическую статистику. После войны эти работы были продолжены во многих странах мира и распространены на гражданские объекты – технические, экономические, социальные. При этом расширилось понимание неопределенности, в которую стали включать не только случайность возможных исходов событий, но также их неединственность или даже неизвестность, дрейф переменных, семантическую неопределенность, неопределенность целей, многокритериальность при принятии решений, неопределенность моделей или структуры изучаемой системы и т.д. Новые технологии изучения неопределенности систем привели к появлению соответствующих новых математических методов этого изучения, таких как теория нечетких множеств, многозначная логика, теория сверхслучайных процессов и т.д. Одним из самых популярных методов стала интервальная математика, изучающая величины, определяемые с точностью до интервалов возможных значений. Конкретные практические задачи, которые приходится решать для систем и процессов, содержащих неопределенность, весьма разнообразны. Здесь и нахождение ин-

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6

тервала неопределенности характеристики системы, и решение уравнений с неопределенными коэффициентами, и обработка данных экспериментов, и проверка гипотез по этим данным и др. Одной из важнейших для практики является задача построения градуировочной характеристики измерительного прибора по данным эксперимента. Именно этой задаче посвящена настоящая статья.

Актуальность проведенной работы для информатики и управления связана с тем, что наблюдаемые в этих областях процессы являются неопределенными.

Объектом нашего **исследования** являются входной и выходной процессы измерительного прибора как преобразователя информации.

Предметом исследования является метод построения выход/входной характеристики прибора (калибровочная характеристика) по имеющейся вход/выходной характеристике.

Целью исследования является повышение скорости построения калибровочной характеристики прибора с помощью аналитического аппарата интервальной математики.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим основную задачу проектирования любого измерительного прибора – задачу построения градуировочной характеристики прибора по приближенным данным, полученным в эксперименте. Пусть функция преобразования измерительного прибора, построенная по указанным данным, имеет вид

$$y = f(x). \tag{1}$$

Функция f в формуле (1) определяет некоторую прямую модель работы измерительного прибора. Задача заключается в том, чтобы по данным указанного эксперимента установить обратную модель работы измерительного прибора

$$x = \varphi(y), \tag{2}$$

и оценить ее погрешность. Функция φ в модели (2) является обратной по отношению к функции f в модели (1). Она называется градуировочной характеристикой измерительного прибора, а поставленная задача – задачей калибровки.

Задача калибровки может решаться методами математической статистики, соответствующий раздел которой называется теорией калибровки. Однако такой подход связан со значительными трудностями. Причины этих трудностей заключаются в следующем. Если по данным эксперимента найдены несмещенные статистические оценки коэффициентов прямой модели (1), то при переходе к обратной модели (2) это свойство коэффициентов теряется. Кроме того, возникают теоретические сложности при построении доверительного интервала выходной величины модели. Если рассчитывают оценки коэффициентов обратной модели, то независимой становится переменная y, измеряемая с ошибками. А это приводит к нарушению предпосылок регрессионного анализа. Эти трудности существенно уменьшаются при использовании методов интервальной математики, где отсутствует понятие смещенной (несмещенной) оценки и допускается наличие ошибок в обеих переменных x и y. При этом обычно применяют графический подход к построению градуировочной характеристики измерительного прибора. Между тем, использование интервальной математики позволяет строить указанную характеристику чисто аналитически, что упрощает процедуру построения и позволяет автоматизировать ее. Эта статья посвящена использованию интервальной математики для аналитического построения градуировочных характеристик измерительных приборов.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Проблемы количественного изучения систем и процессов, характеризуемых той или иной неопределенностью, возникли одновременно с появлением новых технологий моделирования этих систем (процессов) в период II Мировой войны. Соответствующими задачами на 1 этапе применительно к военному делу, с позиции теории вероятностей и теории случайных процессов, занимались Н. Винер [1], А.Н. Колмогоров [2], их ученики и последователи Ф. Морз, Д. Кимбелл [3], Е. С. Вентцель и др. [4]. Однако широкое развитие подобных исследований применительно к гражданским объектам, работающим в условиях неопределенности, началось в 1950–1960-е гг., с позиций математической статистики и ее специальных направлений – обработка данных и планирование экспериментов [5, 6].
В 1970–1980-е гг. появилось более широкое понимание неопределенности, включившее не только случайность, но и неопределенность целей, незнание и неединственность возможных исходов, многокритериальность принятия решений. В связи с этим возникли новые подходы к количественному описанию неопределенности: теория нечетких множеств, неопределенность моделей, принятие решений в многокритериальных задачах [7–9]. А с 1980-х годов начали интенсивно применять подход, основанный на интервальной математике, позволяющий вычислять оценки характеристик неопределенных систем и процессов с гарантированной точностью [10–17]. Этот подход сначала применялся в метрологии для определения интервального значения заданной функции при интервальных значениях аргументов. Затем за рубежом этот подход развили для автоматического учета ошибок округления при числовом решении задач на компьютерах, с выдачей результата не в виде числа, а в виде интервала. Это направление получило название интервальные вычисления. А в СССР (России) этот подход развили для нахождения области возможных значений результата вычисления функции с учетом неточно заданных ее аргументов, а также всей структуры данных и символического задания функции. Это направление получило название интервальный анализ или интервальная

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6

математика и рассматривалось как теоретическая основа для решения различных задач с неопределенностью в исходных данных и параметрах модели. Обстоятельный обзор соответствующих задач и результатов см. в [18] (см. последние работы [19, 20]). С методами решения задач калибровки на основе методов математической статистики можно ознакомиться в [21].

В настоящей статье предлагается усовершенствованный метод решения задач калибровки, основанный на аппарате интервальной математики. Метод позволяет повысить скорость построения калибровочной характеристики прибора и упрощает ее анализ.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для определенности будем считать измерительный прибор линейным преобразователем, тогда прямая функция преобразования прибора (1) является линейной функцией вида

$$y = a + bx, \tag{3}$$

Пусть проведен эксперимент по определению выходных значений y прибора по m его входным значениям x. При этом для каждого замеренного значения x производится n замеров значения y. В результате получается таблица данных (табл. 1).

Таблица 1.

x	x_1	x_2	…	x_m
y_1	y_{11}	y_{21}	…	y_{m1}
…	…	…	…	…
y_n	y_{1n}	y_{2n}	…	y_{mn}

Соответствующее графическое представление множества данных результатов эксперимента представлено на рис. 1. Используя это представление, можно получить прямую функцию преобразования измерительного прибора в виде соответствующей прямой линейной модели работы этого прибора (3). Для этого потребуются вводимые нами понятия верхней граничной прямой множества данных на рис. 1, т.е. любой прямой, относительно которой все множество данных расположено ниже, и нижней граничной прямой множества данных рис. 1, т.е. любой прямой, относительно которой все множество данных расположено выше. Также потребуются понятия минимальной верхней граничной прямой множества данных на рис. 1, т. е. верхней граничной прямой, которая лежит ниже всех параллельных ей верхних граничных прямых этого множества во всей области определения прямой функции преобразования (3), и максимальной нижней граничной прямой того же множества, т.е. нижней граничной прямой, которая лежит выше всех параллельных ей нижних граничных прямых этого множества во всей области определения прямой функции преобразования (3).

Если у множества данных имеется больше одной минимальной верхней граничной прямой, выбирается та прямая, которая содержит большее число данных между двумя точками, через которые она проходит. Так, на рис. 1 в качестве минимальной верхней граничной прямой выбрана прямая 2, проходящая через точки $(x_2, y_{2n}), (x_m, y_{mn})$, между которыми содержатся подмножества данных в точках $x_3, x_4, ..., x_{m-1}$, а не прямая, проходящая через точки $(x_1, y_{1n}), (x_2, y_{2n})$, между которыми нет данных. Так же выбирается одна из нескольких максимальных нижних граничных прямых.

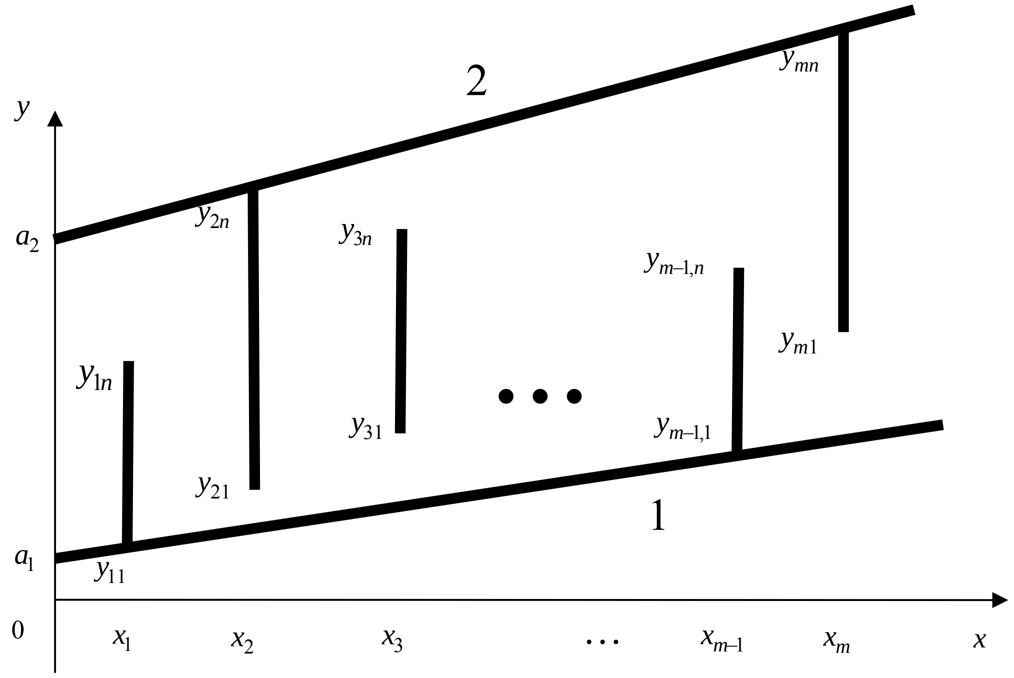

Рисунок 1 – Прямая интервальная функция – характеристика измерительного прибора
(1 – нижняя граничная функция, 2 – верхняя граничная функция)

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6

Для получения прямой функции преобразования измерительного прибора, с учетом ее неопределенности, нужно провести на рис. 1 две прямые – минимальную верхнюю граничную прямую 2 множества данных на рисунке и максимальную нижнюю граничную прямую 1 этого множества. Уравнения этих прямых можно записать в виде

$$y_1 = a_1 + b_1 x, \text{ (прямая 1);} \quad y_2 = a_2 + b_2 x \text{ (прямая 2).} \tag{4}$$

Теперь нашу прямую функцию преобразования измерительного прибора представляет коридор между нижней и верхней прямыми 1 и 2. Эти прямые здесь естественно называть нижней и верхней граничными функциями прямой функции преобразования измерительного прибора. Аналитически эту, прямую функцию можно записать в виде интервальной прямой

$$\tilde{y} = \tilde{a} + \tilde{b}x, \tag{5}$$

где $\tilde{a} = [a_1, a_2]$, $\tilde{b} = [b_1, b_2]$ интервальные параметры, а $\tilde{y} = [y_1, y_2]$ – интервальная выходная переменная. Для решения поставленной в § 1 задачи нахождения обратной к (5) интервальной функции (обратной функции преобразования измерительного прибора) нам надо решить уравнение (5) относительно x. Применим для этого интервальный метод [22–24]. Будем искать неизвестную x в (5), с учетом возможности ее неточных значений, в форме интервала возможных значений

$$x = \tilde{x} = [x_1, x_2]. \tag{6}$$

С учетом (6) уравнение (5) переписывается в виде

$$\tilde{y} = \tilde{a} + \tilde{b}\tilde{x} \text{ или } [y_1, y_2] = [a_1, a_2] + [b_1, b_2] \cdot [x_1, x_2]. \tag{7}$$

Для решения уравнения (7) относительно $\tilde{X}$ применим алгоритм из работы [22].

Шаг 1. Приводим левую и правую части уравнения (7) к явному виду интервала. Учитывая, что согласно рис. 1 в (5) $\tilde{a} > 0$, $\tilde{b} > 0$, $\tilde{x} > 0$, с помощью преобразований [22] получаем: левая часть $\tilde{y} = [y_1, y_2]$, правая часть $\tilde{a} + \tilde{b}\tilde{x} = [a_1, a_2] + [b_1, b_2] \cdot [x_1, x_2] = [a_1, a_2] + [b_1 x_1, b_2 x_2] = [a_1 + b_1 x_1, a_2 + b_2 x_2]$.

Шаг 2. Представляем все уравнение (7) в явном интервальном виде

$$[y_1, y_2] = [a_1 + b_1 x_1, a_2 + b_2 x_2], \tag{8}$$

Шаг 3. Переходим от интервального уравнения (8) к системе двух детерминированных уравнений, приравнивая одноименные границы правого и левого интервалов в (8). Получаем

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= a_1 + b_1 x_1 \\ y_2 &= a_2 + b_2 x_2 \end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

Шаг 4. Решаем систему уравнений (9). Получаем корни 1-го и 2-го уравнений.

$$x_1 = y_1 / b_1 - a_1 / b_1 \text{ (прямая 1),} \quad x_2 = y_2 / b_2 - a_2 / b_2 \text{ (прямая 2).} \tag{10}$$

Пара корней (x_1, x_2), определяемых формулой (10), является искомым решением уравнения (7) относительно $\tilde{x} = [x_1, x_2]$. Это решение можно записать в явном виде в форме такой интервальной функции

$$\tilde{x} = [x_1, x_2] = [y_1 / b_1 - a_1 / b_1, y_2 / b_2 - a_2 / b_2], \tag{11}$$

Нижняя граница этой интервальной функции является детерминированной функцией $x_1 = f_1(y_1)$, определяемой 1 выражением (10), а верхняя граница функции – детерминированной функцией $x_2 = f_2(y_2)$, определяемой 2 выражением (10). Вычисленная интервальная функция (11) есть искомая обратная функция преобразования измерительного прибора.

Итак, обратная интервальная функция преобразования измерительного прибора по отношению к прямой интервальной функции (7), дается формулой (11) и может быть представлена рис. 2. Представление рис. 2 учитывает, что в исходной, прямой интервальной функции (7) вследствие очевидного неравенства $y_1 < y_2$ параметр $\tilde{a} = [a_1, a_2]$ удовлетворяет условию

$$a_1 < a_2, \tag{12}$$

а в представляемой обратной интервальной функции (11) вследствие неравенства $x_1 < x_2$ параметры $\tilde{a} = [a_1, a_2]$ и $\tilde{b} = [b_1, b_2]$ удовлетворяют условию

$$-a_1 / b_1 < -a_2 / b_2, \tag{13}$$

Найденная интервальная функция (11), обратная по отношению к исходной интервальной функции (7), представляется коридором между нижней и верхней граничными прямыми 1 и 2 (рис. 2), которые описываются уравнениями (10). Эта функция и есть искомая градуировочная характеристика измерительного прибора с определенной по результатам экспериментов функцией прямого преобразования измерительного прибора (7). Неопределенность Δ найденной обратной интервальной функции равна ширине коридора между прямыми 1 и 2, показанными на рис. 2, т.е.

$$\begin{aligned} \Delta = x_2 - x_1 &= (y_2 / b_2 - a_2 / b_2) - (y_1 / b_1 - a_1 / b_1) = \\ &= (y_2 - a_2) / b_2 - (y_1 - a_1) / b_1, \end{aligned} \tag{14}$$

Формулу (14) можно рассматривать как характеристику погрешности модели измерения (2).

Проанализируем полученное решение. Целью анализа будет установление основных свойств прямой (7) и

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6

обратной (11) интервальных функций – характеристик измерительного прибора.

Свойство 1. Верхняя граница коридора, определяющего прямую интервальную функцию – характеристику измерительного прибора (прямая 2), находится выше нижней границы коридора (прямой 1). Это свойство проявляется непосредственно на рис. 1. Оно получается из соотношения (12) между параметрами a_1 и a_2 прямых 1 и 2, определяющими начальные (при $x = 0$) координаты этих прямых.

Свойство 2. Верхняя граница коридора, который определяет обратную интервальную функцию – характеристику измерительного прибора (прямая 2), расположена выше нижней границы этого коридора (прямой 1). Это свойство видно непосредственно на рис. 2. Оно вытекает из соотношения (13) между параметрами $-a_1 / b_1$ и $-a_2 / b_2$ прямых 1 и 2, определяющими начальные (при $y = 0$) координаты этих прямых.

Свойство 3. Верхняя граница коридора, определяющего прямую интервальную характеристику измерительного прибора (прямая 2), наклонена к оси абсцисс под большим углом, чем нижняя граница этого коридора (прямая 1) (см. рис. 1), т.е.

$$b_1 < b_2 . \tag{15}$$

Действительно, из неравенства (13) следует цепочка неравенств

$$(-a_1 / b_1 < -a_2 / b_2) \leftrightarrow (a_1 / b_1 > a_2 / b_2) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow (a_1 / a_2 > b_1 / b_2).$$

Но, в силу (12), $a_1 / a_2 < 1$. Отсюда с помощью последнего неравенства цепочки получаем $b_1/b_2 <1$, что равносильно(15).

Свойство 4. Верхняя граница коридора, определяющего обратную интервальную характеристику измерительного прибора (прямая 2), наклонена к оси абсцисс под меньшим углом, чем нижняя граница этого коридора (прямая 1) (см. рис. 2), т.е.

$$1 / b_2 < 1 / b_1 . \tag{16}$$

Неравенство (16) следует непосредственно из неравенства (15).

Свойства 3 и 4 означают, что коридор, определяющий прямую интервальную характеристику измерительного прибора (рис. 1), при движении слева направо расширяется, а коридор, определяющий обратную интервальную характеристику измерительного прибора (рис. 2), при таком же движении сужается.

Изложенное в статье показывает, что дальнейшее развитие интервального подхода к обработке данных позволит применить его к построению градуировочных характеристик средств измерения, осуществляя его более совершенными методами, чем это делалось ранее. Именно, используя аналитический аппарат интервальной математики. При этом появляются новые возможности в изучении свойств измерительных систем, такие как качественный анализ количественных характеристик этих систем, анализ изменения этих характеристик при варьировании параметров элементов измерительных систем и другие. Указанные новые возможности в изучении свойств измерительных систем открывают перспективы усовершенствования процессов проектирования этих систем, в частности, их автоматизации. Использование интервального подхода позволяет преодолеть трудности, которые возникают при традиционном подходе – построении градуировочных характеристик средств измерения с помощью математической статистики.

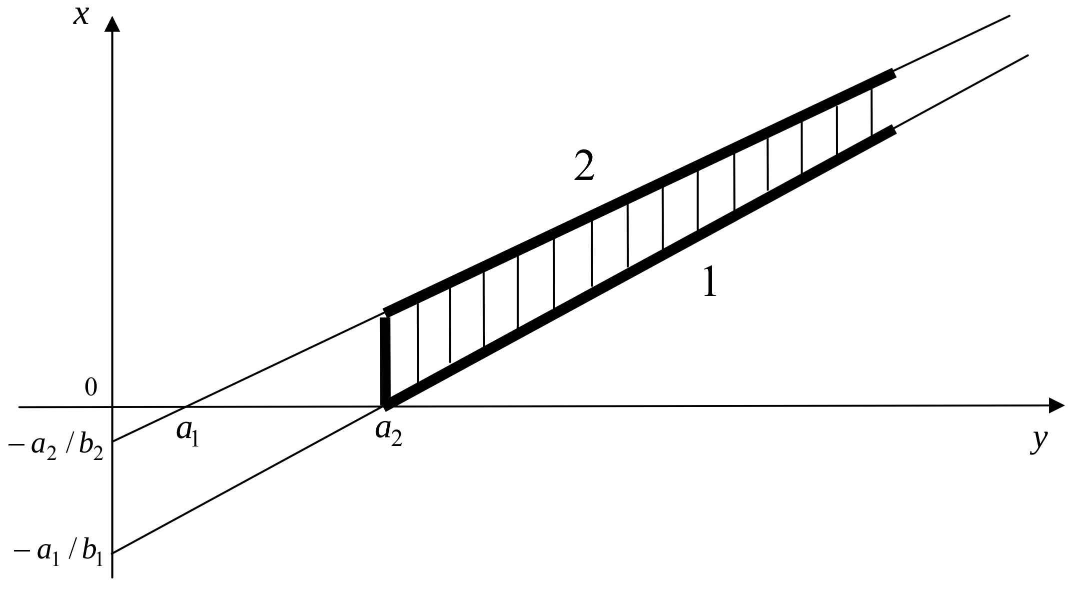

Рисунок 2 – Обратная интервальная функция – характеристика измерительного прибора
(1 – нижняя граничная функция, 2 – верхняя граничная функция)

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6

Выше рассмотрен базовый случай, когда параметры модели измерительного преобразователя $\widetilde{a}$, $\widetilde{b}$ удовлетворяют условию $\widetilde{a} > 0$, $\widetilde{b} > 0$. Другие случаи ($\widetilde{a} > 0$, $\widetilde{b} < 0; \widetilde{a} < 0, \widetilde{b} > 0; \widetilde{a} < 0, \widetilde{b} < 0$) рассматриваются аналогично, с использованием 4-шагового алгоритма § 3. При этом отличие обнаруживается лишь на 1 шаге, когда выполняются стандартные преобразования интервалов, часть которых отрицательные. Причина отличия – специфика правил действий с отрицательными интервалами [22]. Отметим также, что из физических соображений мы не рассматриваем ситуацию частичной положительности (отрицательности) интервальных параметров $\widetilde{a}$ и $\widetilde{b}$, когда границы значений параметров имеют разные знаки.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Проведен эксперимент по определению выходных значений y прибора по $m = 5$ его входным значениям x . При этом для каждого замеренного значения x производилось $n = 2$ замера y . В результате получена таблица данных (табл. 2). Необходимо построить с использованием полученных данных прямую (вход-выходную) линейную интервальную функцию преобразования прибора (5) и соответствующую ей обратную линейную интервальную функцию преобразования прибора (11), т.е. решить задачу калибровки измерительного прибора.

Таблица 2.

y	y				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	9,0	26,0	45,0	90,0	104,0
y_1	7	15	22	19	35
y_2	31	55	49	43	75

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Для выполнения необходимых расчётов с имеющимися данными (табл. 2) используем методы раздела 3. Сначала строим прямую интервальную функцию преобразования прибора (5). Для этого сначала выстраиваем графическое представление данных эксперимента. Оно получается в виде рис. 1 с $m = 5$ узлами данных. Далее проводим на рис. 1 минимальную верхнюю граничную прямую 2 (проходит через концы 2 и 5 узлов) и максимальную нижнюю граничную прямую 1 (проходит через начала 1 и 4 узлов). Уравнения этих граничных прямых имеют вид

$$y_1 = 5 + 0{,}2 \cdot x, \quad y_2 = 47 + 0{,}24 \cdot x .$$

Соответственно этому прямая интервальная функция преобразования прибора (5)

$$[y_1, y_2] = [5; 47] + [0{,}2;\ 0{,}24] \cdot [x_1, x_2] .$$

Далее находим по формуле (11) обратную интервальную функцию преобразования прибора

$$[x_1, x_2] = [5y_1 - 25; 4{,}17 y_2 - 195{,}8] .$$

Найденная функция принадлежит типу, показанному на рис. 2.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Выполненные расчеты позволили решить задачу калибровки измерительного прибора, не прибегая к методам математической статистики, что является традиционным в теории калибровки. Благодаря этому удалось избежать трудностей, связанных с потерей свойства несмещенности статистических оценок при переходе от прямой модели прибора к обратной. Другим преимуществом использованного в статье интервального подхода является возможность применения для выполнения вычислительного процесса аналитических методов интервальной математики. Наконец, данный подход несколько проще с вычислительной и методической точек зрения, чем статистические процедуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье сформулирована задача построения градуировочной (выход-вход) характеристики измерительного прибора по данным прямого эксперимента, устанавливающего вход-выходное соотношение данного прибора. В отличие от известных подходов к решению такой задачи, основанных на математической статистике или на графоаналитических процедурах, впервые используется чисто аналитический подход, основанный на математическом аппарате интервальной математики. Подход обеспечивает существенные преимущества – возможность качественного анализа характеристик измерительного прибора, автоматизации его проектирования и т.д. В данной работе впервые выведено общее уравнение и построен алгоритм вычисления градуировочной характеристики измерительного прибора, являющегося линейным преобразователем, по экспериментально установленной вход-выходной характеристике этого прибора. Также впервые установлены некоторые общие свойства градуировочных характеристик таких приборов. Предложенный подход может быть распространен на измерительные приборы с нелинейной прямой зависимостью, удовлетворяющей естественному условию монотонности. Результаты работы могут быть использованы для автоматизации проектирования измерительных приборов.

ЛИТЕРАТУРА / ЛІТЕРАТУРА

1. Wiener N. Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series / N. Wiener. – N.-Y.: Technology Press and Wiley, 1949. – 180 p.
2. Колмогоров А. Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей / А. Н. Колмогоров // Известия АН СССР. Математика. – 1941. – № 5. – С. 3–14.
3. Morse P. M. Methods of Operations Research / P. M. Morse, G. E. Kimbal. – N.-Y.: J. Wiley, 1951. – 158 p.
4. Основы теории боевой эффективности и исследования операций / [Е. С. Вентцель, Я. М. Лихтерев,

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6

Ю. Г. Мильграм, И. В. Худяков]. – М. : ВВИА, 1961. – 524 с.
5. Налимов В. В. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов / В. В. Налимов, Н. А. Чернова. – М. : Наука, 1965. – 340 с.
6. Налимов В. В. Теория эксперимента / В. В. Налимов, Н. А. Чернова. – М. : Наука, 1971. – 320 с.
7. Zadeh L. A. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning / L. A. Zadeh. – N-Y. : American Elsevier Publishing Company, 1973. – 176 p.
8. Нариньяни А. С. Недоопределенность в системе представления и обработки знания / А. С. Нариньяни // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1986. – № 5. – С. 17–25.
9. Hyvonen E. Constraint Reasoning Based on Interval Arithmetic: the Tolerance Propagation Approach / E. Hyvonen // Artificial Intelligence. – 1992. – Vol. 58. – P. 19.
10. Moore R. E. Interval Analysis / R. E. Moore. – N.-Y.: Prentice-Hall, 1966. – 230 p.
11. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений / Л. В. Канторович // Сибирский математический журнал. – 1962. – Т. 3, № 5. – С. 17–25.
12. Alefeld G. Introduction to Interval Computation / G. Alefeld, J. Herzberger. – N.Y.: Academic Press, 1983. – 352 p.
13. Вощинин А. П. Оптимизация в условиях неопределенности / А. П. Вощинин, Г. Р. Сотиров. – М. : МЭИ, София: Техника, 1989. – 226 с.
14. Kurzhanskiy A. B. Identification Problem – Theory of Guaranteed Estimates. Part 1 / A. B. Kurzhanskiy // Automation and Remote Control. – 1991. – Vol. 52, № 4. – P. 447–465.
15. Levin V. I. Discrete Optimization under Interval Uncertainty / V. I. Levin // Automation and Remote Control. – 1992. – Vol. 53, № 7. – P. 1039–1047.
16. Levin V. I. Boolean Linear Programming with Interval Coefficients / V. I. Levin // Automation and Remote Control. – 1994. – Vol. 55, № 7. – P. 1019–1028.
17. Levin V. I. Interval Discrete Programming // Cybernetics and Systems Analysis / V. I. Levin. – 1994. – Vol. 30, № 6. – P. 866–874.
18. Вощинин А. П. Интервальный анализ данных: развитие и перспективы / А. П. Вощинин // Заводская лаборатория. – 2002. – Т. 68, № 1. – С. 118–126.
19. Орлов А. И. Статистика интервальных данных / А. И. Орлов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2015. – Т. 81, № 3. – С. 61–69.
20. Скибицкий Н. В. Построение прямых и обратных статистических характеристик объектов по интервальным данным / Н. В. Скибицкий // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2017. – Т. 83, № 1. – С. 87–98.
21. Семенов Л. А. Методы построения градуировочных характеристик средств измерения / Л. А. Семенов, Т. Н. Сирая. – М. : Изд-во стандартов, 1986. – 127 с.
22. Левин В. И. Интервальные уравнения и моделирование неопределенных систем / В. И. Левин // Системы управления, связи и безопасности. – 2017. – № 2. – С. 101–112.
23. Levin V. I. Determination Method and Optimization in the Interval Uncertainty / V. I. Levin // Proceedings of 10th International conference “Management of Large-Scale System Development”, MLSD 2017. – Moscow, 2017. – P. 214–223.
24. Левин В. И. Интервальные уравнения в задачах обработки данных / В. И. Левин // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2018. – Т. 84, № 3. – С. 73–78.

Received 15.01.2019.
Accepted 02.04.2019.

УДК 62–50:519.7/8

ІНТЕРВАЛЬНІЇ ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ ГРАДУЮВАЛЬНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ІНФОРМАЦІЇ

Левін В. И. – д-р техн. наук, професор кафедри математики Пензенського державного технологічного університету, Пенза, Росія.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. При проектуванні різних засобів вимірювання виникає задача побудови так званої градуювальної характеристики вимірювального приладу, тобто кількісної залежності результату вимірювань від вимірюваної величини. Ця характеристика є зворотною по відношенню до прямої характеристиці – залежно вимірюваної величини від результату вимірів. Цю задачу вирішують на основі наближених даних, одержуваних в ході експерименту з вимірювальним приладом. У роботі запропоновано новий метод вирішення даного завдання, заснований на апараті інтервальної математики.

Мета статті. Метою роботи є розробка повністю формалізованого методу побудови градуювальної характеристики вимірювального приладу по наближеним даними, отриманим в експерименті з цим приладом.

Метод. Запропонований у статті метод полягає в поданні функції прямого перетворення вимірювального приладу у вигляді лінійної інтервальної функції, визначенні її інтервальних параметрів (коефіцієнтів) за даними експерименту і вирішенні отриманої інтервальної залежності між результатом вимірювання і вимірюваною величиною щодо вимірюваної величини. Використовується оригінальна методика вирішення інтервальних рівнянь.

Результат. Отримано загальні формули, що визначають аналітично інтервальну градуювальну характеристику вимірювального приладу на основі даних, отриманих в експерименті з приладом. Виконано детальний математичний аналіз цих формул. Встановлено загальні закони, яким підкоряються пряма і зворотна (градуювальна) характеристики вимірювального приладу, а також залежність між прямою і зворотною характеристиками (в припущенні, що вимірювальний прилад є лінійним перетворювачем).

Висновки. Запропоновано новий підхід до побудови градуювальних характеристик вимірювальних приладів, заснований на використанні інтервальної математики, для обробки даних експериментів з приладами. Цей підхід, на відміну від існуючих, дозволяє будувати градуювальні характеристики вимірювальних приладів і аналізувати їх аналітично.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: вимірювальний прилад, градуювальна характеристика, вимірювана величина, результат вимірювань, інтервальна математика.

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6

UDC 62–50:519.7/8

INTERVAL APPROACH TO DETERMINATION OF CALIBRATION CHARACTERISTICS OF INFORMATION TRANSFORMERS

Levin V. I. – Doctor of Science, Professor of Mathematical Department of Penza State Technological University, Penza, Russia.

ABSTRACT

Context. When designing various measuring instruments, the problem arises of constructing the so-called calibration characteristic of a measuring device, i.e. the quantitative dependence of the measurement result on the measured value. This characteristic is inverse to the direct characteristic – the dependence of the measured value on the measurement result. This problem is solved on the basis of approximate data obtained during the experiment with the measuring instrument. A new method for solving this problem is proposed, based on the apparatus of interval mathematics.

Objective. The aim of the work is to develop a completely formalized method for constructing the calibration characteristic of a measuring instrument from approximate data obtained in the experiment with this instrument.

Method. The method proposed in this article consists in presenting the function of direct con-version of a measuring device in the form of a linear interval function, determining its interval parameters (coefficients) from experimental data and solving the resulting interval dependence between the measurement result and the measured quantity with respect to the measured value. The method of solving interval equations is used.

Result. General formulas are obtained that determine interval calibration characteristic of the measuring instrument on the basis of data obtained in the experiment with the instrument. A detailed analysis of formulas is performed. General laws are established that obey direct and inverse (calibration) characteristics of measuring instrument, as well as the relationship between direct and inverse characteristics (if the instrument is linear transformer).

Conclusions. The article proposes a new approach to the construction of calibration characteristics of measuring instruments, based on use of interval mathematics, for processing data from experiments with instruments. This approach, unlike existing ones, makes it possible to build calibration characteristics of measuring devices and analyze them purely analytically.

KEYWORDS: measuring instrument, calibration characteristic, measured value, measurement result, interval mathematics.

REFERENCES

1. Wiener N. Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series. N.-Y., Technology Press and Wiley, 1949, 180 p.
2. Kolmogorov A.N. Interpolirovanie i Ekstrapolirovanie Stacionarnyh Sluchaynyh Posledovatelnostey, *Transactions of Academy of Sciences of USSR. Mathematics,* 1941, No. 5, pp. 3–14.
3. Morse P. M., Kimbal. G.E. Methods of Operations Research. N.-Y.: J. Wiley, 1951, 158 p.
4. Ventcel E. S., Lihterev Ya. M., Milgram Yu. G., Hudyakov I. V. Osnovy Teorii Boevoy Effektivnosti i Issledovaniya Operaciy. Moscow, VVIA, 1961, 524 p.
5. Nalimov V. V., Chernova N. A. Statisticheskie Metody Planirovaniya Extremalnyh Experimentov. Moscow, Nauka, 1965, 340 p.
6. Nalimov V. V., Chernova N. A. Teoriya Experimenta. Moscow, Nauka, 1971, 320 p.
7. Zadeh L.A. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning. N-Y, American Elsevier Publishing Company, 1973, 176 p.
8. Narinjyani A. S. Nedoopredelennost v Sisteme Predstavleniya i Obrabotki Znaniya, *Transactions of Academy of Science of USSR. Technical Cybernetics*, 1986, No. 5, pp. 17–25.
9. Hyvonen E. Constraint Reasoning Based on Interval Arithmetic: the Tolerance Propagation Approach, *Artificial Intelligence*, 1992, Vol. 58, P. 19.
10. Moore R.E. Interval Analysis. N.-Y., Prentice-Hall, 1966, 230 p.
11. Kantorovich L. V. O Nekotoryh Novyh Podhodah k Vyhchislitelnym Metodam i Obrabotke Nablyudeniy, *Sibirskiy matematicheskiy zhurnal,* 1962, Vol. 3, No. 5, pp. 17–25.
12. Alefeld G., Herzberger J. Introduction to Interval Computation. N.Y., Academic Press, 1983, 352 p.
13. Voschinin A. P., Sotirov G. R. Optimizaciya v Usloviyah Neopredelennosti. Moscow, MEI, Sofiya, Tehnika, 1989, 226 p.
14. Kurzhanskiy A. B. Identification Problem – Theory of Guaranteed Estimates. Part 1, *Automation and Remote Control,* 1991, Vol. 52, No. 4, pp. 447–465.
15. Levin V. I. Discrete Optimization under Interval Uncertainty, *Automation and Remote Control,* 1992, Vol. 53, No. 7, pp. 1039–1047.
16. Levin V. I. Boolean Linear Programming with Interval Coefficients, *Automation and Remote Control,* 1994, Vol. 55, No. 7, pp. 1019–1028.
17. Levin V. I. Interval Discrete Programming, *Cybernetics and Systems Analysis,* 1994, Vol. 30, No. 6, pp. 866–874.
18. Voschinin A. P. Intervalniy Analiz Dannyh: Razvitie i Perspektivy, *Zavodskaya Laboratoriya,* 2002, Vol. 68, No. 1, pp. 118–126.
19. Orlov A. I. Statistika Intervalnyh Dannyh, *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov*, 2015, Vol. 81, No. 3, pp. 61–69.
20. Skibickiy N. V. Postroenie Pryamyh i Obratnyh Statisticheskih Harakteristik Objektov po Intervalnym Dannym, *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov,* 2017, Vol. 83, No. 1, pp. 87–98.
21. Semenov L. A., Siraya T. N. Metody Postroeniya Graduirovochnyh Harakteristik Sredstv Izmereniya. Moscow, Izd-vo Standartov, 1986, 127 p.
22. Levin V. I. Intervalnye Uravneniya i Modelirovanie Neopredelennyh Sistem, *Sistemy Upravleniya, Svyazi i Bezopasnosti,* 2017, No. 2, pp. 101–112.
23. Levin V. I. Determination Method and Optimization in the Interval Uncertainty, *Proceedings of 10th International conference "Management of Large-Scale System Development", MLSD 2017.* Moscow, 2017, pp. 214–223.
24. Levin V.I. Intervalnye Uravneniya v Zadachah Obrabotki Dannyh, *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov*, 2018, Vol. 84, No. 3, pp. 73–78.

DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-6