

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОДОВ РИДА-СОЛОМОНА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ В УСТРОЙСТВАХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Фрейман В. И. – д-р техн. наук, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, Россия.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Выполнены исследования характеристик кодов Рида-Соломона для оценки влияния параметров кода и канала связи на достоверность и эффективность передачи информации между устройствами систем управления. Объектом исследования являются избыточные двоичные коды Рида-Соломона, предмет исследования – теоретические и экспериментальные исследования зависимости характеристик кодов Рида-Соломона от его параметров и свойств среды передачи. Цель работы – анализ соотношений характеристик и параметров кодов Рида-Соломона для их использования в процедурах кодирования и декодирования при программной реализации в устройствах систем управления.

Методы. Использован математический аппарат и теория построения кодов Рида-Соломона. Получены расчетные формулы для оценки достоверности передачи информации кодом Рида-Соломона с учетом искажений символов кода и отдельных бит данных. Исследованы зависимости вероятности правильной передачи от параметров кода и среды распространения сигналов. Получены и исследованы зависимости показателей эффективности (информационной скорости) передачи кодом Рида-Соломона от параметров кода. Выполнено программное моделирование системы управления с выбранным способом помехоустойчивого кодирования. Реализованы процедуры кодирования и декодирования для их адаптации и применения в устройствах систем управления.

Результаты. Получены зависимости показателей достоверности (вероятность правильной передачи) и эффективности (информационная скорость) кодов Рида-Соломона от его параметров (модуль поля Галуа, кратность исправляемых ошибок, степень укорочения кода). Даны рекомендации по использованию полученных результатов при выборе параметров кода. Создана и сконфигурирована модель системы передачи в среде MathWorks MatLab Simulink. Разработаны программные модули процедур кодирования и декодирования для их практической реализации во встроенном программном обеспечении устройств систем управления.

Выводы. Проведенные в работе исследования иллюстрируют зависимости показателей достоверности и эффективности передачи информации от параметров кодов Рида-Соломона. Это позволяет проектировать надежные системы управления, в которых заданный уровень достоверности передачи информации обеспечивается обоснованным подбором параметров кода Рида-Соломона.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: информационно-управляющие системы, достоверность, помехоустойчивость, кодирование, прямая коррекция ошибок, моделирование.

АББРЕВИАТУРЫ

AWGN – Additive White Gaussian noise
BPSK – Binary Phase-Shift Keying
GF – Galua Field
IEEE – Institute of Electrical and Electronics Engineers
Wi-Fi – Wireless Fidelity
WiMAX – Worldwide Interoperability for Microwave Access
P-C – Рида-Соломона
РИУС – распределенные информационно-управляющие системы
ПЛИС – программируемые логические интегральные схемы

НОМЕНКЛАТУРА

α – переменная для описания структуры символа;
 Δ – абсолютная погрешность;
 ε – относительная погрешность;
 b – биты в символе кода;
 d – минимальное кодовое расстояние Хэмминга;
 D – доля исправляемых ошибок;
 e – полином ошибки;
 E – символы кода Рида-Соломона;
 f – неприводимый и примитивный полином;
 g – порождающий полином кода;
 k – длина избыточной части сообщения;
 l – количество бит в символе;
 m – длина информационной части сообщения;

n – общая длина сообщения;
 N – число сочетаний битовых ошибок;
 p – вероятность ошибочного приема бита;
 $P_{пр.}$ – вероятность правильной передачи сообщения;
 P_c – вероятность ошибочного символа кода;
 $P_{тр.}$ – вероятность трансформации сообщения;
 R – информационная скорость передачи;
 s – кратность исправляемых ошибок;
 s^* – максимальная кратность исправляемых бит;
 t – степень укорочения кода;
 u – информационный полином кода;
 V – полином кода;
 x – формальная переменная для описания кода;
XOR – логическая операция «Исключающее ИЛИ».

ВВЕДЕНИЕ

Качество и надежность функционирования распределенных информационно-управляющих систем во многом определяются достоверностью передачи информации между их элементами и устройствами [1]. Для обеспечения высокой помехоустойчивости передачи преимущественно используются методы прямой коррекции ошибок (Forward Error Correction), которые реализуются избыточными кодами: комбинаторными, групповыми, циклическими (двоичными, Рида-Соломона), сверточными, каскадными и т.д. [2].

При реализации кодирования и декодирования в устройствах РИУС, особенно при наличии ресурсных ограничений, важно правильно рассчитать и оценить характеристики выбранного помехоустойчивого кода.

Объектом исследования выбраны помехоустойчивые циклические недвоичные коды Рида-Соломона и их параметры.

Предметом исследования являются теоретический и экспериментальный анализ зависимостей основных характеристик кодов от их параметров, а также свойств среды распространения сигналов.

Цель работы – исследование характеристик кодов Рида-Соломона и выработка рекомендаций по их практическому использованию в процедурах кодирования и декодирования при программной или аппаратно-программной реализации в устройствах систем управления. Проводимые исследования являются актуальными, что обосновывается недостаточным количеством публикаций, освещающих научно-практическое решение поставленной задачи.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Применение в современных системах управления цифровой обработки и передачи информации позволяет существенно увеличить достоверность доставки сообщений. Однако активное использование беспроводных технологий, а также применение сетей передачи данных в промышленных информационно-управляющих системах, приводит к необходимости передачи в существенно «зашумленной» среде [3]. При этом постоянно повышаются требования к достоверности и помехозащищенности устройств и систем управления [4], что необходимо для обеспечения высокого качества передачи информации [5].

Достоверность определяется степенью соответствия совокупности принятых и переданных сообщений, помехоустойчивость характеризует способность системы противостоять воздействию помех и обеспечить заданную достоверность. Таким образом, задача обеспечения высокой достоверности передачи между устройствами систем управления актуальна, а основным средством ее решения является применение помехоустойчивых избыточных кодов [6].

Достоверность передачи информации в распределенных системах управления во многом определяется уровнем искажений, вносимых помехами в элементарные сигналы (канальные символы). При большом уровне помех (малом значении отношения «сигнал/шум») часто используют избыточные коды Рида-Соломона [7]. Они относятся к циклическим кодам и являются недвоичными (символ кода содержит несколько бит и представляется в недвоичной системе исчисления). Применение кодов Р-С наиболее эффективно в каналах передачи, в которых действует совокупность помех, искажающих и отдельные символы (независимые ошибки), и группы символов (пакетирующиеся ошибки). Это позволяет обеспечить высокую достоверность, снизить задержки, повысить информационную скорость и пропускную способность

канала передачи данных, а также реализовать унифицированную процедуру декодирования в приемниках устройств систем управления.

Пусть имеется совокупность параметров кода, характеризующих его свойства – l , корректирующую способность – s , длину – m, k, n, t , и условия передачи символов по каналу связи – p . Они задают два основных критерия оценки кодов – достоверность ($P_{пр.}$) и эффективность (R), каждый из которых представляет собой функционал от параметров кода:

$$P_{пр.} = f(n, s, p) = f(l, t, s, p); R = f(m, n) = f(l, s, t).$$

Необходимо исследовать зависимости от параметров кода при заданных ограничениях, которые определяются требованиями к проектируемой системе управления. Достоверность задается требуемой вероятностью или, как говорят в теории надежности, «количеством девяток после запятой»; вероятность битовой ошибки определяется зашумленностью среды передачи – $10^{-2} \div 10^{-4}$ и т.п.; эффективность задается коэффициентом полезного использования пропускной способности канала (например, 0.75) и т.д.

Для выполнения поставленной цели в статье решаются следующие частные задачи:

1. Анализ теории построения кодов Р-С и выделение их основных характеристик.
2. Разработка и анализ количественных соотношений для оценки достоверности передачи сообщений кодом Р-С с учетом искажений на уровне двоичных и недвоичных символов.
3. Исследование зависимости показателей достоверности передачи информации от параметров кодов.
4. Разработка модели и экспериментальные исследования характеристик кодов Р-С.
5. Формулировка рекомендации для реализации кодов Р-С в устройствах систем управления.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Недвоичные циклические коды Р-С были предложены сотрудниками лаборатории Линкольна Массачусетского технологического института Ирвином Ридом и Густавом Соломоном в 1960 году [7]. Но их активное применение сдерживалось, во-первых, отсутствием эффективных алгоритмов декодирования [8], во-вторых, сложностью их аппаратной реализации [9]. Только в конце 1990 – начале 2000 г.г. были разработаны эффективные алгоритмы декодирования E. Berlekamp-J.L. Massey, Chien, G. D. Forney. Также появилась возможность аппаратно-программной реализации (компьютеры, микроконтроллеры, ПЛИС) процедур кодирования и декодирования [10]. Это позволило обеспечить широкое применение кодов Р-С в телекоммуникационных сетях (спутниковая связь, системы сотовой связи, цифровое телевидение, беспроводные сети стандартов IEEE 802.11 (Wi-Fi) и 802.16 (WiMAX)) и системах хранения информации (компакт-диски, оперативная память, жесткие диски, флэш-память, штрихкоды) [11].

Коды Р-С применяются как самостоятельно, так и совместно с другими кодами (например, сверточными

[10]), что дает наибольший эффект в исправлении как одиночных, так и групповых ошибок. При этом, естественно, увеличивается задержка при передаче и сложность реализации кодеров и декодеров каскадных кодов [4]. Отметим, что сложность аппаратно-программной реализации алгоритмов расчета, кодирования и декодирования [5], а также высокие требования к обеспечивающим их ресурсам вычислительных устройств [3] затрудняют применение кодов Р-С в устройствах систем управления.

Теория построения, кодирования и декодирования кодов Р-С достаточно подробно представлена в научных публикациях зарубежных и отечественных исследователей [1, 7, 12]. Их анализ показал необходимость исследования влияния и зависимостей параметров кода на показатели достоверности. Поэтому далее будут представлены результаты анализа различных характеристик кодов Р-С, а также даны практические рекомендации по выбору соответствующих параметров для реализации процедур кодирования и декодирования в выбранном аппаратно-программном базисе.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим краткую теорию построения [7]. Коды Р-С представляют собой недвоичные циклические коды, построенные над полем Галуа $GF(2^l)$, символы которых строятся путем объединения нескольких (l) бит b_i ($i \in [0; l-1]$) и описываются полиномом по формальной переменной α и по модулю неприводимого и примитивного полинома $f(\alpha)$ степени l :

$$E(\alpha) = \sum_{i=0}^{l-1} b_i \cdot \alpha^i. \quad (1)$$

Полином кода длины n строится из символов E_j как коэффициентов по формальной переменной x :

$$V(x) = \sum_{j=0}^{n-1} E_j \cdot x^j. \quad (2)$$

Коды Р-С относятся к блочным кодам и описываются (n, m, d) -формой представления. Их характеристики вычисляются по следующим расчетным соотношениям:

$$d = 2s + 1; k = 2s; n = 2^l - 1; m = n - k = 2^l - 1 - 2s. \quad (3)$$

В соответствии с правилами задания кода Р-С, он может быть:

- укорочен на t символов за счет приравнивания к 0 соответствующего количества старших символов табличного значения информационной части m^T , где $t \in [1; m^T - 1]$ до длины $n = n^T - t = 2^l - 1 - t$;

- удлинён, но не более чем на 2 символа, т.е. до длины информационной части $(m^T + 2)$ и общей длины кода $n = n^T + 2 = 2^l - 1 + 2 = 2^l + 1$.

Для описания действий над полиномами кода строятся таблицы представления, сложения и умножения. Для процедур кодирования и декодирования строится порождающий полином $g(x)$.

Процедура кодирования для кодов Р-С как подкласса циклических кодов основывается на делении

информационного полинома $u(x)$, домноженного на x^k , на порождающий полином $g(x)$ [6].

Процедура декодирования кодов Р-С содержит три основных этапа: вычисление синдрома, определение места ошибок при помощи полинома локатора ошибки и расчет значений ошибки [1]. После этого вычисленный полином ошибки $e(x)$ складывается с помощью операции XOR с принятым полиномом $V(x)$, и ошибки исправляются.

Для расчета показателей достоверности предложим два подхода к оценке помехоустойчивости – на уровне символов кода Р-С и на уровне двоичных символов (бит).

1 способ. Для оценки вероятности правильной передачи и трансформации сообщения можно использовать формулу, учитывающую биномиальное распределение ошибок в канале связи:

$$P_{\text{пр.}} = \sum_{i=0}^s \binom{n}{i} \cdot P_c^i \cdot (1 - P_c)^{n-i}; P_{\text{тр.}} = 1 - P_{\text{пр.}}, \quad (4)$$

где P_c – вероятность ошибки в символе кода Р-С, которая возникает при искажении с вероятностью p хотя бы одного бита из l , составляющих символ кода:

$$P_c = 1 - (1 - p)^l. \quad (5)$$

Следовательно, выражение можно представить:

$$P_{\text{пр.}} = \sum_{i=0}^s \binom{n}{i} \cdot [1 - (1 - p)^l]^i \cdot (1 - p)^{l(n-i)}; P_{\text{тр.}} = 1 - P_{\text{пр.}}. \quad (6)$$

Без существенной потери точности для упрощения расчетов можно воспользоваться приближением:

$$P_c = 1 - (1 - p)^l \approx l \cdot p. \quad (7)$$

Тогда выражение (6) можно переписать следующим образом:

$$P_{\text{пр.}}^* \approx \sum_{i=0}^s \binom{n}{i} \cdot (l \cdot p)^i \cdot (1 - l \cdot p)^{n-i}; P_{\text{тр.}} = 1 - P_{\text{пр.}}. \quad (8)$$

Результаты оценки погрешности округления (абсолютной Δ и относительной ε) приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Оценка погрешности

l	s	Код Р-С	$P_{\text{пр.}}$	$P_{\text{пр.}}^*$	Δ	$\varepsilon, \%$
3	1	(7,5,3)	0,999813254	0,999812882	$3,72 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-5}$
3	2	(7,3,5)	0,999999066	0,999999063	$2,79 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-7}$
4	1	(15,13,3)	0,998381981	0,998377204	$4,78 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-4}$
4	2	(15,11,5)	0,999972035	0,99997191	$1,25 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-3}$
4	3	(15,9,7)	0,999999665	0,999999663	$2 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-7}$

2 способ. Код Р-С исправляет s ошибок в своих недвоичных символах. Поскольку каждый недвоичный символ кода Р-С состоит из l бит, то максимальная кратность исправляемых битовых ошибок $s^* = s \cdot l$. Однако такая максимальная корректирующая способность кода Р-С имеет место только в случае, когда поражены все биты в s символах кода Р-С. Так, например, для кода Р-С с параметрами ($s = 2; l = 3$) все $s^* = s \cdot l = 2 \cdot 3 = 6$ бит будут исправлены, только если

они будут локализованы по $l = 3$ в $s = 2$ символах кода Р-С. Если же 6 ошибочных бит будут распределены, например, по 2 в 3 символах, по 1 в 6 символах и т.д., то они исправлены не будут, что приведет к трансформации передаваемого сообщения. Поэтому можно утверждать, что код Р-С исправляет *все* сочетания битовых ошибок $N(i)$, где $i \in [1; s]$, и *часть* сочетаний битовых ошибок $N^*(j)$, где $j \in [s+1; s \cdot l]$. Оценить количество битовых ошибок в указанных диапазонах можно с использованием операций комбинаторики:

$$N(i) = \binom{n \cdot l}{i}; i \in [1; s]; N^*(j) = \binom{n}{s} \cdot \binom{s \cdot l}{j}, j \in [s+1; s \cdot l], \quad (9)$$

где $\binom{n}{k}$ обозначена операция расчета числа сочетаний.

Таким образом, с учетом формулы (9) можно определить вероятность правильной передачи сообщения $P_{пр.}$ и вероятности трансформации сообщения $P_{тр.}$, передаваемого кодом Р-С:

$$P_{пр.} = \sum_{i=0}^s \binom{n \cdot l}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n \cdot l - i} + \binom{n}{s} \cdot \sum_{j=s+1}^{s \cdot l} \binom{s \cdot l}{j} \cdot p^j \cdot (1-p)^{n \cdot l - j}; P_{тр.} = 1 - P_{пр.} \quad (10)$$

Для каждого значения кратности битовых ошибок j в диапазоне $[s+1; s \cdot l]$ можно определить долю исправляемых кодом Р-С битовых ошибок среди всех возможных:

$$D(j) = \frac{N^*(j)}{N(j)}, j \in [s+1; s \cdot l]. \quad (11)$$

Приведем для примера результаты расчета доли исправляемых ошибок $D(j)$ для некоторых кодов Р-С (табл. 2).

Таблица 2 – Оценка доли исправляемых ошибок

l	s	Код Р-С	s^*	j	$N(j)$	$N^*(j)$	$D(j)$
3	1	(7, 5, 3)	3	2	210	21	0,1
				3	1330	7	0,0053
3	2	(7, 3, 5)	6	3	1330	420	0,32
				4	5985	315	0,053
				5	20349	126	0,0062
				6	54264	21	0,00037

Из табл. 2 можно сделать вывод, что с усилением корректирующих свойств кода влияние кратности исправляемых ошибок выше s уменьшается и не оказывает существенного влияния на показатели достоверности передачи.

Проведем анализ вероятности правильной передачи сообщений кодом Р-С в зависимости от различных параметров кода. Для этого введем еще одну важную характеристику кода – информационную скорость R :

$$R = \frac{m}{n} = \frac{n-k}{n} = \frac{m}{m+k}. \quad (12)$$

На рис. 1 приведен график зависимости $P_{пр.}$ от информационной скорости R для табличного, укороченных и удлиненных кодов Р-С со следующими параметрами: $l = 3; s = 1; p = 10^{-3}$.

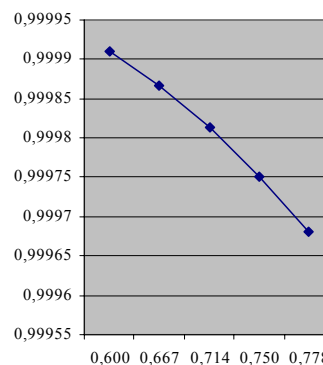


Рисунок 1 – Зависимость достоверности передачи от информационной скорости

Из рис. 1 можно сделать вывод, что достоверность передачи сообщений кодом Р-С снижается при увеличении информационной скорости. Это объясняется увеличением общей длины кода n при сохранении корректирующих свойств (неизменном значении числа избыточных символов k).

На рис. 2 приведен график зависимости $P_{пр.}$ от характеристики канала передачи p для табличного кода Р-С со следующими параметрами: $l = 3; s = 1; (7,5,3)$.

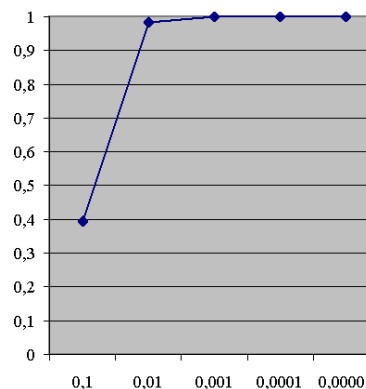


Рисунок 2 – Зависимость достоверности передачи от характеристик канала связи

По рис. 2 можно сделать вывод, что достоверность передачи сообщений кодом Р-С существенно зависит от качества приема сигналов на уровне бит. Причем для очень «плохих» каналов связи, что характерно для беспроводной передачи в условиях городской среды, трактов передачи технологической информации в структуре РИУС и т.д., достоверность имеет очень низкие показатели, и качественно улучшается при переходе к менее «зашумленным» средам передачи.

Выполним исследование информационной скорости передачи. На следующих двух графиках проиллюстрированы зависимости информационной скорости передачи от параметров кода t (рис. 3), s (рис. 4) и l (рис. 5) при заданных остальных параметрах кодов.

На рис. 3 положительные значения параметра t соответствуют удлинению кода, а отрицательные – укорочению кода.

$$R = f(t); l = 3; s = 1$$

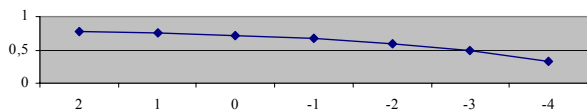


Рисунок 3 – Зависимость информационной скорости от степени укорочения

Вывод по рис. 3: информационная скорость снижается при укорочении кода, что объясняется более быстрым уменьшением длины информационной части относительно общей длины кода.

$$R = f(s); l = 8; m = 4$$

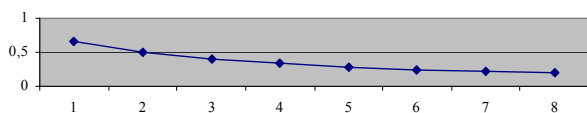


Рисунок 4 – Зависимость информационной скорости от кратности исправляемых ошибок

Вывод по рис. 4: информационная скорость снижается при улучшении корректирующих свойств кода, что объясняется ростом количества избыточных символов для их реализации. Необходимо отметить, чтобы при большой кратности исправляемых ошибок информационная скорость практически перестает уменьшаться. Это происходит вследствие существенного превышения общей длины кода n над длиной информационной части m в формуле (12).

Для пояснения зависимости, представленной на рис. 5, укажем, что расчет проводился для одного и того же количества бит в информационной части (24). Поэтому использованы следующие параметры для расчета: $l = 4$; код (8,6,3); $l = 6$; код (6,4,3); $l = 8$; код (5,3,3); $l = 12$; код (4,2,3).

$$R = f(l); m \cdot l = 24; s = 1$$

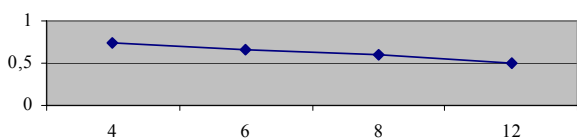


Рисунок 5 – Зависимость информационной скорости от количества бит в символе кода

Вывод по рис. 5: информационная скорость снижается при увеличении количества бит в символе, что объясняется ее обратной зависимостью от параметра l (преобразование формулы (12)):

$$R = \frac{24/l}{24/l+k} = \frac{24/l}{24/l+2s} = \frac{24}{24+2sl} = \frac{24}{24+2l}$$

Проведем исследование зависимости производной информационной скорости от параметров кода. Представим формулу для расчета информационной скорости (12) через основные параметры кода: l, s, t :

$$R = \frac{m+t}{n+t} = \frac{2^l-1-2s+t}{2^l-1+t} \quad (13)$$

Определим далее, как зависит динамика изменения информационной скорости, определив частные

производные по каждому из указанных выше параметров.

Производная от информационной скорости R по степени изменения длины кода t определяется так:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -\frac{2s}{(2^l-1+t)^2} \quad (14)$$

Вывод – с увеличением (по модулю) степени изменения кода (укорочением кода) информационная скорость снижается быстрее. Приведем график зависимости $R = f(t)$ при неизменных параметрах $l = 3$ и $s = 1$ (рис. 6). Примем, что t (степень изменения длины кода) при укорочении кода имеет отрицательные значения, а при удлинении – положительные, а также в соответствии с формулой (3) $t \in [-(2^l-2-2 \cdot s); 2]$.

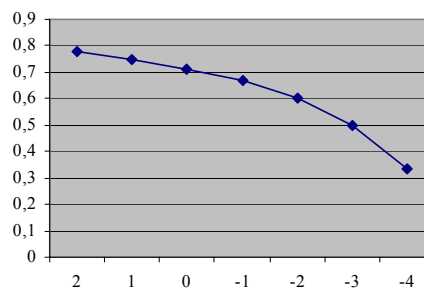


Рисунок 6 – Зависимость производной информационной скорости от степени укорочения кода

Характер графика на рис. 6 подтверждает правильность сделанного вывода.

Производная от информационной скорости R по кратности исправляемых ошибок s определяется так:

$$\frac{\partial R}{\partial s} = -\frac{2}{2^l-1+t} \quad (15)$$

Вывод – изменение кратности исправляемых ошибок не влияет на динамику изменения информационной скорости. Приведем график зависимости $R = f(s)$ при неизменных параметрах $t = 0$ и $l = 8$ (рис. 7).

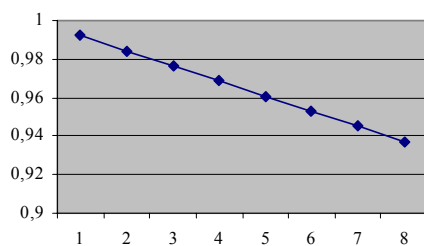


Рисунок 7 – Зависимость информационной скорости от кратности исправляемых ошибок

Характер графика на рис. 7 подтверждает правильность сделанного вывода.

Производная от информационной скорости R по количеству бит в символе кода l определяется так:

$$\frac{\partial R}{\partial l} = \frac{s \cdot 2^{l+1} \cdot \ln(2)}{(2^l-1+t)^2} \quad (16)$$

Вывод – с увеличением количества бит в символе кода информационная скорость нарастает медленнее. Приведем график зависимости $R = f(l)$ при неизменных параметрах $t = 0$ и $s = 1$ (рис. 8).

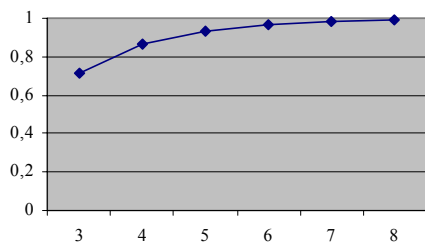


Рисунок 8 – Зависимость производной информационной скорости от числа бит в символе кода

Характер графика на рис. 8 подтверждает правильность сделанного вывода.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для проведения экспериментальных исследований была выбрана среда моделирования MathWorks Matlab и ее пакет расширения Simulink [13]. С использованием библиотеки схематехнических и логических моделей была собрана и исследована модель системы передачи, для обеспечения высокой достоверности в которой используется код Р-С (рис. 9.).

Модель содержит в себе следующие блоки:

- Bernoulli Binary Generator (источник сообщений);
- Buffer (преобразователь форматов сигналов);
- Reed-Solomon Encoder (кодер);
- BPSK Modulator Baseband (модулятор);
- AWGN Channel (модель канала связи);
- BPSK Demodulator Baseband (демодулятор);
- Reed-Solomon Decoder (декодер);
- Error Rate Calculation (блок вычисления ошибок);
- Display (индикатор).

На рис. 10 приведены окна настройки моделей источника, канала и кодера (аналогично – для декодера).

Зависимость вероятности трансформации от соотношения сигнал/шум для кода Рида-Соломона можно представить графически, и она показывает вероятность принятия ошибочных битов при увеличении значения «сигнал/шум» (в децибелах) (рис. 11). Для расчета использован код Р-С (7,3,5).

Построенная модель позволяет провести экспериментальные исследования и подтвердить зависимости, полученные расчетным путем и представленные и предыдущем разделе.

Изменяя параметры отношения «сигнал/шум», проведем исследование зависимости вероятности трансформации сообщений от соотношения уровня сигнал/шум блока AWGN для кода Р-С. Результаты эксперимента представлены на рис. 12. Эксперимент проводится для избыточного кода (график 1) и кодов Рида-Соломона (7,3,5), (15,11,5) и (63,59,5) (графики 2, 3, 4 соответственно).

Для оценки возможности практической реализации разработаны и апробированы программные модули на встроенном языке программирования *m-script*, которые представляют собой необходимые *макрофункции* (умножения, деления, сложения по модулю и т.п., рис. 13).

Они являются основой для программной реализации процедур кодирования и декодирования в реальном аппаратно-программном базисе (в микроконтроллерах, ПЛИС, вычислительных устройствах и других элементов систем управления).

Model of Communication Channel With Reed-Solomon Coding

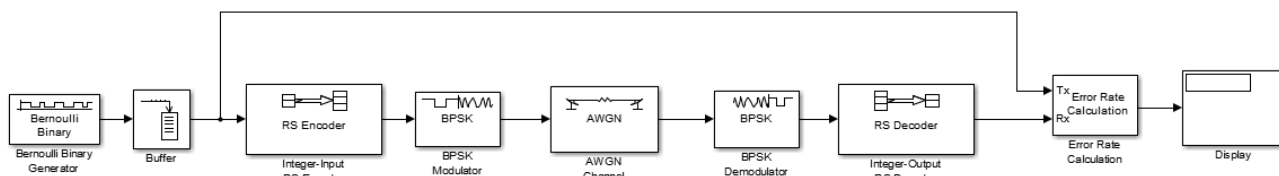
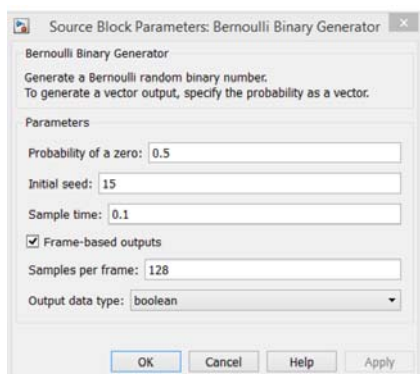
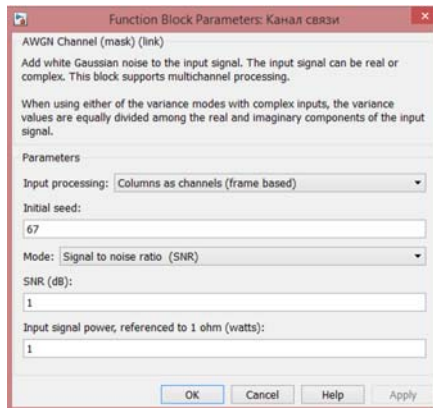


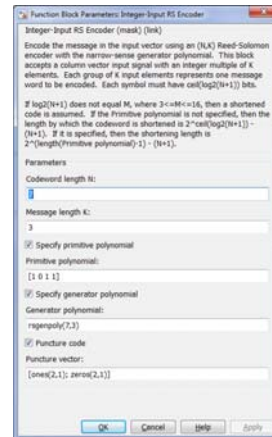
Рисунок 9 – Модель системы передачи



а



б



в

Рисунок 10 – Настройка параметров блоков

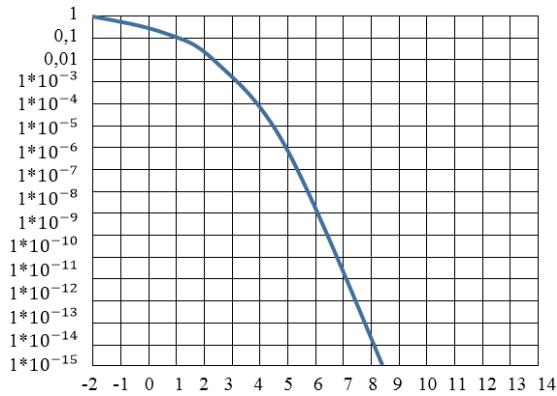


Рисунок 11 – Зависимость вероятности трансформации от характеристик шума в канале передачи

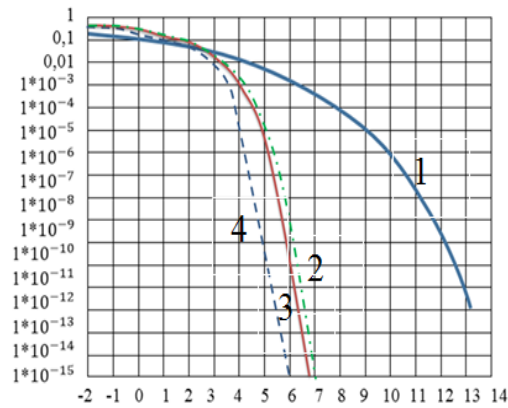


Рисунок 12 – Зависимость вероятности трансформации от характеристик шума для кодов P-C (с увеличением параметра l)

```

Editor - V:\STUDY\Диплом\RS\Modules\RS.m
File Edit Text Desktop Window Help
----- КОДИРОВАНИЕ РИДА СОЛОМОНА -----
2 %----- Получаем Генерирующий полином-----
3 g=Multi('x+a','x+a^2','x+a^3','x+a^4');
4 %----- Задаём Полином сообщения-----
5 U='a^1+a^5*x+a^4*x^2';
6 %----- Сдвигаем Полином сообщения-----
7 Ux=Multi(U,'x^4');
8 %----- Получаем полиномиальный остаток-----
9 p=Divizion(Ux,g);
10 %----- Результирующий полином кодового слова-----
11 V=Summ(p,Ux);
12 %----- Проверка-----
13 V1=Change(V,'a^1');
14 V2=Change(V,'a^2');
15 V3=Change(V,'a^3');
16 V4=Change(V,'a^4');
17 %----- ДЕКОДИРОВАНИЕ РИДА СОЛОМОНА -----
18 %----- Задаём полином ошибок-----
19 e='a^1*x^3+a^4*x^4';
20 %----- Принятый полином кодового слова-----
21 Ve=Summ(V,e);
22 %----- Вычисляем Синдром-----
23 S1=Change(Ve,'a^1');
24 S2=Change(Ve,'a^2');
25 S3=Change(Ve,'a^3');
26 S4=Change(Ve,'a^4');
27 % Анализ Синдрома
28 % |S1 S2|
29 % |S2 S3|
30 % S1=S2=S3=S4 -> 0 ошибок
31 % det = 0 -> 1 ошибка
32 % det ~0 -> 2 ошибки
33 %ВНИМАНИЕ !!! Дальнейшее выполнение операций зависит от кол-ва ошибок
34 %----- Локализация ошибок-----
35 G2=Multi(obr( Summ( Multi(S3,S1),Multi(S2,S2) ) ), Summ( Multi(S3,S3),Multi(S2,S4) ) );
36 G1=Multi(obr( Summ( Multi(S3,S1),Multi(S2,S2) ) ), Summ( Multi(S2,S3),Multi(S1,S4) ) );
37 %----- Находим расположение ошибок-----
38 Gx=streat('a^0'+G1,'x^1'+G2,'x^2');
39 g0=Change(Gx,'a^0');
40 g1=Change(Gx,'a^1');
41 g2=Change(Gx,'a^2');
42 g3=Change(Gx,'a^3');
43 g4=Change(Gx,'a^4');
44 g5=Change(Gx,'a^5');
45 g6=Change(Gx,'a^6');
46 B1=obr('a^4');
47 B2=obr('a^3');
48 %----- Находим значения ошибок-----
49 e1=Multi(obr( Summ( Multi(B1,B2),Multi(B2,B1,B1) ) ), Summ( Multi(B2,B2,S1),Multi(B2,S2) ) );
    
```

Рисунок 13 – Пример программного модуля на *m*-script

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате проведенных теоретических исследований получены зависимости наиболее важных показателей кодов P-C (достоверность и информационная скорость) от параметров кода и среды передачи. Для каждой полученной зависимости сделаны выводы, которые обеспечивают взвешенное принятие решения в конкретной проектной задаче.

Построена и исследована модель системы управления в пакете моделирования MatLab Simulink. В ней © Фрейман В. И., 2019
 DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-16

реализована возможность конфигурирования блоков, отвечающих за помехоустойчивую передачу информации, а также задавать требуемые параметры ошибок в модели канала связи.

Проработанные процедуры кодирования и декодирования реализованы в средах моделирования и языках программирования в виде макрофункций на языке *m*-script. Они могут портироваться на язык, применяемый для программирования микроконтроллеров,

например, C++, C#, Java, или языки высокого уровня типа VHDL [14].

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенные исследования характеристик кодов Р-С и полученные зависимости могут быть использованы при выборе параметров помехоустойчивого кодирования в соответствии с заданными техническими условиями. Это длина двоичной последовательности (m/l), которую нужно передать с заданными показателями надежности ($P_{пр}$ или $P_{тр}$), характеристики среды передачи (p), информационная скорость (R), требования к числу исправляемых битовых ошибок (s^*) и т.д.

Разработанные модели и программные модули адаптированы для применения в программных модулях построения, расчета, кодирования и декодирования кодов Р-С при их практической реализации в аппаратно-программном (ПЛИС) или программном (микроконтроллер) базисе.

ВЫВОДЫ

В работе решена задача исследования зависимостей показателей достоверности и информационной эффективности передачи при использовании избыточных недвоичных кодов Рида-Соломона.

Научная новизна представленных результатов заключается в том, что предложены два способа расчета показателей достоверности, особенностью которых является ориентация на анализ ошибок в символах кода (способ 1) и их на двоичное представление (способ 2), а также приближенный способ расчета с оценкой погрешности. Это позволяет эффективно решать задачи анализа показателей достоверности при заданных значениях параметров кодов и свойств среды передачи информации. Также предложен подход к исследованию зависимостей вероятностных показателей достоверности и информационной скорости от параметров кода Р-С и среды передачи, отличием которого от известных является оценивание характера изменений указанных характеристик через частные производные по параметрам кодов. Это дает возможность разработки рекомендаций по эффективному подбору параметров кодов для требуемых показателей достоверности и эффективности с учетом заданных ограничений.

Практическая значимость результатов работы заключается в реализации имитационной программной модели системы управления, использующей избыточное кодирование на основе кодов Р-С. Она позволяет выполнить исследования показателей достоверности и эффективности передачи при различных параметрах кодов и моделях воздействия помех. Модель является эффективным инструментарием для разработчика, которая позволяет подобрать параметры кодов для достижения заданных показателей достоверности и эффективности передачи. Также в рамках модели в среде MathWorks MatLab с использованием встроенного языка программирования *m-script* реализованы модули кодирования и декодирования, которые гото-

УДК 621.391:004.052

ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК КОДІВ РІДА-СОЛОМОНА ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ В ПРИСТРОЯХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Фрейман В. И. – д-р техн. наук, профессор кафедры «Автоматика і телемеханіка», Пермський державний технічний університет, м. Перм, Росія.

© Фрейман В. И., 2019
DOI 10.15588/1607-3274-2019-3-16

вы для адаптации и практической реализации во встроенном программном обеспечении устройств систем управления.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в анализе характеристик кодов Рида-Соломона при различных моделях помех, в частности, при пакетировании (группировании) битовых ошибок.

ЛИТЕРАТУРА / ЛІТЕРАТУРА

1. Freyman V. Research and application of noise stability providing methods at information and control systems / V. Freyman, I. Bezukladnikov // 2017 IEEE Conference of Russian young researchers in electrical and electronic engineering : 1–3 February 2017 : proceedings. – St. Petersburg : St. Petersburg electrotechnical university «LETI» Publ., 2017. – P. 831–837.
2. Blahut R. E. Theory and practice of error control codes / R. E. Blahut. – Massachusetts : Addison-Wesley publishing company Inc., 1986. – 576 p.
3. Kon E. L. Soft decoding based fuzzy logic for processing of elementary signals within data transmission channels of distributed control systems / E. L. Kon, V. I. Freyman, A. A. Yuzhakov // 2017 Systems of signal synchronization, generating and processing in telecommunications : 3–4 July 2017 : proceedings. – Moscow : Media-publisher, 2017. – P. 1–6.
4. Freyman V. Application of fuzzy logic for decoding and evaluation of results within the process of information system components diagnosis / V. Freyman, M. KavaleroV // 2017 IEEE Conference of Russian young researchers in electrical and electronic engineering : 1–3 February 2017 : proceedings. – St. Petersburg : St. Petersburg electrotechnical university «LETI» Publ., 2017. – P. 134–139.
5. Freyman V. Methods and algorithms of soft decoding for signals within information transmission channels between control systems elements / V. Freyman // Radio electronics, Computer science, Control. – 2018. – № 4 (47). – P. 226–235.
6. Кон Е. Л. Теория электрической связи. Помехоустойчивая передача данных в информационно-управляющих и телекоммуникационных системах: модели, алгоритмы, структуры / Е. Л. Кон, В. И. Фрейман. – Пермь : ПГТУ, 2007. – 317 с.
7. Sklar B. Digital communications. Fundamentals and applications. Second edition / B. Sklar. – New Jersey : Prentice Hall Ptr., 2001. – 1079 p.
8. Финк Л. М. Сигналы, помехи, ошибки / Л. М. Финк. – М. : Радио и связь, 1984. – 256 с.
9. Пахомов Г. И. Теория электрической связи. Основные понятия / Г. И. Пахомов, В. И. Фрейман. – Пермь : ПГТУ, 2007. – 115 с.
10. Viterbi A. J. Principles of digital communication and coding / A. J. Viterbi, J. K. Omura. – New York : McGraw-Hill, 2009. – 584 p.
11. Kumar A. A. Improved coding-theoretic and subspace-based decoding algorithms for a wider class of DCT and DST codes / A. A. Kumar, A. Makur // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2010. – Vol. 58, № 2. – P. 695–708.
12. Morelos-Zaragoza R. The art of error correcting / R. Morelos-Zaragoza. – Malden : Wiley Publ., 2006. – 269 p.
13. MATLAB Documentation [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mathworks.com/help/matlab/>.
14. Bhargava K. Efficient implementation of error correction coding in a communication system by using VHDL / K. Bhargava // VSRD International J. of Electrical, Electronics and Communication Engineering. – 2012. – Vol. 2 (6). – P. 359–365.

Статья поступила в редакцию 20.02.2019.
После доработки 23.06.2019.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Виконано дослідження характеристик кодів Ріда-Соломона для оцінки впливу параметрів коду і каналу зв'язку на достовірність і ефективність передачі інформації між пристроями систем керування. Об'єктом дослідження є надлишкові недвійкові коди Ріда-Соломона, предмет дослідження – теоретичні та експериментальні дослідження залежності характеристик кодів Ріда-Соломона від його параметрів і властивостей середовища передачі. Мета роботи – аналіз співвідношень характеристик і параметрів кодів Ріда-Соломона для їх використання в процедурах кодування і декодування при пропрограмі реалізації в пристроях систем керування.

Методи. Використано математичний апарат і теорію побудови кодів Ріда-Соломона. Отримано розрахункові формули для оцінки достовірності передачі інформації кодом Ріда-Соломона з урахуванням спотворень символів коду і окремих бітів даних. Досліджено залежності ймовірності правильної передачі від параметрів коду і середовища поширення сигналів. Отримано і досліджено залежності показників ефективності (інформаційної швидкості) передачі кодом Ріда-Соломона від параметрів коду. Виконано програмне моделювання системи керування до обраного способу завадостійкого кодування. Реалізовано процедури кодування та декодування для їх адаптації та застосування в пристроях систем керування.

Результати. Отримані залежності показників достовірності (ймовірність правильної передачі) і ефективності (інформаційна швидкість) кодів Ріда-Соломона від його параметрів (модуль поля Галуа, кратність виправлення помилок, ступінь укорочення коду). Надано рекомендації щодо використання отриманих результатів при виборі параметрів коду. Створена і налаштована модель системи передачі в середовищі MathWorks MatLab Simulink. Розроблено програмні модулі процедур кодування та декодування для їх практичної реалізації у вбудованому програмному забезпеченні пристроїв систем керування.

Висновки. Проведені в роботі дослідження ілюструють залежності показників достовірності та ефективності передачі інформації від параметрів кодів Ріда-Соломона. Це дозволяє проектувати надійно системи керування, в яких заданий рівень достовірності передачі інформації забезпечується обґрунтованим підбором параметрів коду Ріда-Соломона.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: інформаційно-керуючі системи, достовірність, стійкість перед перешкодами, кодування, пряма корекція помилок, моделювання.

UDC 621.391:004.052

RESEARCH OF THE REED-SOLOMON CODES CHARACTERISTIC FOR REALIZATION WITHIN CONTROL SYSTEMS DEVICES

Freyman V. I. – Dr. Sc., Professor of Department «Automatics and telemechanics», Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia.

ABSTRACT

Context. Research of a Reed-Solomon codes characteristics for estimation of code and communication channel parameters influence at the reliability and efficiency of information transmission between of control systems devices are performed. The research object is encoding with using nonbinary redundant Reed-Solomon codes, the research subject is the theoretical and experimental studies of relation between the Reed-Solomon codes characteristics and their parameters and transmission channel properties. The purpose is characteristics and properties relation analysis for their using within encoding and decoding procedures at software of control systems devices.

Methods. The math methods and Reed-Solomon codes building theory are used. The formulas for information transmission reliability estimation with using Reed-Solomon codes taking into account of code character and individual data bits distortions are received. The dependencies of correct transmission probability from the code and transmission channel parameters are researched. The dependencies of efficiency indicators (information rate) of transmission with using the Reed-Solomon codes from code parameters are received and researched. The simulation of control system with using selected method of the noise stability encoding is done. The encoding and decoding procedures for their adaptation and using within control systems devices software are realized.

Results. The dependencies of the Reed-Solomon codes reliability indicators (correct transmission probability) and the efficiency indicators (information rate) from its parameters (Galua field module, number of corrected errors, code shortening degree) are received. The recommendations for using results for code parameters selecting are done. The control system model with using MathWorks MatLab Simulink is created and configured. The software modules with encoding and decoding procedures for their practical realization within embedded software of control systems devices are developed.

Conclusions. The performed research illustrates the dependence of the reliability and efficiency indicators of information transmission from the Reed-Solomon codes parameters. This allows design reliable control systems with preset level of reliability than provided by a reasonable selection of Reed-Solomon code parameters.

KEYWORDS: information and control systems, reliability, noise stability, encoding, forward error correction, simulation.

REFERENCES

1. Freyman V., Bezukladnikov I. Research and application of noise stability providing methods at information and control systems, *2017 IEEE Conference of Russian young researchers in electrical and electronic engineering : 1–3 February 2017 : proceedings*. St. Petersburg, St. Petersburg electrotechnical university «LETI» Publ., 2017, pp. 831–837.
2. Blahut R. E. Theory and practice of error control codes. Massachusetts, Addison-Wesley publishing company Inc., 1986, 576 p.
3. Kon E. L., Freyman V. I., Yuzhakov A. A. Soft decoding based fuzzy logic for processing of elementary signals within data transmission channels of distributed control systems, *2017 Systems of signal synchronization, generating and processing in telecommunications, 3–4 July 2017 : proceedings*. Moscow, Media-publisher, 2017, pp. 1–6.
4. Freyman V., Kavalero M. Application of fuzzy logic for decoding and evaluation of results within the process of information system components diagnosis, *2017 IEEE Conference of russian young researchers in electrical and electronic engineering, 1–3 February 2017, proceedings*. St. Petersburg, St. Petersburg electrotechnical university «LETI» Publ., 2017, pp. 134–139.
5. Freyman V. Methods and algorithms of soft decoding for signals within information transmission channels between control systems elements, *Radio electronics, Computer science, Control*, 2018, No. 4 (47), pp. 226–235.
6. Kon E. L., Freyman V. I. The theory of telecommunications. The noise stability data transmission within information and control and telecommunication systems: models, algorithms, structures. Perm, PSTU Publ., 2007, 317 p.
7. Sklar B. Digital communications. Fundamentals and applications. Second edition. New Jersey, Prentice Hall Ptr., 2001, 1079 p.
8. Fink L. M. Signals, noise, errors, *Radio and communication Publ.*, 1984, 256 p.
9. Pahomov G. I., Freyman V. I. The theory of telecommunications. The general terms. Perm, PSTU Publ., 2007, 115 p.
10. Viterbi A. J., Omura J. K. Principles of digital communication and coding. New York, McGraw-Hill, 2009, 584 p.
11. Kumar A. A., Makur A. Improved coding-theoretic and subspace-based decoding algorithms for a wider class of DCT and DST codes, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, Vol. 58, No. 2, pp. 695–708.
12. Morelos-Zaragoza R. The art of error correcting. Malden, Wiley Publ., 2006, 269 p.
13. MATLAB Documentation [Electronic resource]. Access mode: <http://www.mathworks.com/help/matlab/>.
14. Bhargava K. Efficient implementation of error correction coding in a communication system by using VHDL, *VSRD International J. of Electrical, Electronics and Communication Engineering*, 2012, Vol. 2 (6), pp. 359–365.