УДК 004.65

НЕЗАЛЕЖНІСТЬ АКСІОМАТИКИ БАГАТОЗНАЧНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ В РЕЛЯЦІЙНИХ (ТАБЛИЧНИХ) БАЗАХ ДАНИХ

Пузікова А. В. – канд. фіз-мат. наук, старший викладач кафедри інформатики та інформаційних технологій, Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, Кропивницький, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Складність розуміння концепції багатозначних залежностей (при викладенні теоретичних основ якої використовується аксіоматичний підхід) в реляційних (табличних) базах даних призводить до проблем їх моделювання, що, в свою чергу, може стати причиною порушення цілісності даних. Частковому вирішенню цих питань сприяє пошук мінімальних за кількістю та потужністю компонент аксіоматик багатозначних залежностей; звідси випливає необхідність встановлення еквівалентності розглядуваних аксіоматик та доведення незалежності їх складових.

Об'єктом дослідження є аксіоматики багатозначних залежностей. Метою роботи є встановлення еквівалентності двох аксіоматик багатозначних залежностей, одна з яких є зменшеною за кількістю та потужністю компонент, та доведення незалежності останньої.

Метод. При побудові доведень використовуються теоретико-множинні та логіко-алгебраїчні методи. Еквівалентність двох аксіоматик багатозначних залежностей встановлено класично: наведено відношення синтаксичного слідування і побудовано послідовності багатозначних залежностей, які є доведеннями правил кожної аксіоматики із складових іншої. Для побудови доведення незалежності аксіоматики запропоновані моделі реляційних схем, такі, що для аксіоми або правила, незалежність яких доводиться, не можна побудувати доведення з множини інших аксіом або правил.

Результати. Встановлено еквівалентність аксіоматики багатозначних залежностей, запропонованої групою вчених Бірі (Beeri), Фагіним (Fagin) і Говардом (Howard) і аксіоматики багатозначних залежностей Біскупа (Biskup). Доведено незалежність останньої аксіоматики у тому розумінні, що без втрати повноти не можна опустити ні єдину аксіому, ні жодне з правил виведення.

Висновки. Доведена незалежність аксіоматичної системи багатозначних залежностей Біскупа, яка має не більше за кількістю та потужністю компонент ніж інші аксіоматики багатозначних залежностей; використання саме такої аксіоматики має переваги при розробці CASE-засобів (Computer-Aided Software Engineering tools), які містять реалізацію зведення схем реляційних баз даних до четвертої нормальної форми, а також при ручному проектуванні логічної моделі реляційної бази даних.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: реляційні бази даних, багатозначні залежності, аксіоматики, незалежність аксіоматики багатозначних залежностей.

АБРЕВІАТУРИ

БД – база даних;

БЗЗ – багатозначна залежність;

ФЗ – функціональна залежність.

НОМЕНКЛАТУРА

□ – кінець формулювання твердження, леми або теореми, доведення;

■ – початок логічної частини доведення;

▪ – кінець логічної частини доведення;

A_1 – аксіоматика БЗЗ, запропонована Бірі, Фагіним і Говардом;

A_2 – аксіоматика БЗЗ, запропонована Біскупом;

A – атрибут відношення (таблиці);

U, V, W, X, Y, Z – множини атрибутів;

R – схема, множина атрибутів відношення (таблиці);

t – таблиця, скінченна множина рядків схеми R;

s_1, s_2, s_3 – рядки таблиці t;

$X \to Y$ – ФЗ між множинами атрибутів X і Y;

$X \to\to Y$ – БЗЗ між множинами атрибутів X і Y;

$\vdash$ – відношення синтаксичного слідування;

φ, φ_1, φ_2 – аксіома або правило виведення;

$U \mid X$ – обмеження (звуження) відношення U за множиною X;

G – множина БЗЗ;

$[G]_R$ – синтаксичне замикання множини БЗЗ G відносно схеми R;

$[G] \vdash \mathrm{tr}$ – синтаксичне замикання множини БЗЗ G, побудоване за допомогою R-аксіоми і правил поповнення;

S_1, S_2 – системи аксіом;

T_1, T_2 – множини термів.

ВСТУП

Процес проектування логічної схеми реляційних (табличних) БД часто для забезпечення цілісності даних вимагає урахування наявності БЗЗ. Іншими словами, існування БЗЗ призводить до необхідності зведення схеми реляційної БД до четвертої нормальної форми [1]. На думку деяких розробників БД (наприклад, [2]) БЗЗ складно вивчати, досліджувати, моделювати та оброблювати. Існування зазначеної проблеми, зокрема, пояснює інтерес науковців до пошуку мінімальної за кількістю та потужністю компонент аксіоматики БЗЗ, про що свідчать, наприклад, сучасні

DOI 10.15588/1607-3274-2020-1-8

роботи, присвячені питанням аксіоматизації БЗЗ [3, 4]. В свою чергу, пошук таких аксіоматичних систем призводить до потреби встановлення еквівалентності вже відомих та нових аксіоматик БЗЗ та доведення незалежності їх складових.

Об'єктом дослідження є аксіоматики БЗЗ в реляційних (табличних) БД.

Предметом дослідження є еквівалентність та незалежність аксіоматик БЗЗ.

Метою роботи є встановлення еквівалентності аксіоматики БЗЗ, запропонованої вченими Бірі, Фагіним і Говардом, і аксіоматики БЗЗ Біскупа, а також побудова математичного доведення незалежності компонент останньої.

Дана робота є продовженням циклу робіт, у яких побудоване строге та повне доведення повноти аксіоматики БЗЗ [5], виконане у відповідності із стандартними вимогами до строгості математичних доведень, а також наведено критерій повноти аксіоматики БЗЗ [6].

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

На таблиці t схеми R виконується БЗЗ $X \to\to Y$, якщо для двох довільних рядків s_1, s_2 таблиці t, які збігаються на множині атрибутів X, існує рядок $s_3 \in t$, який дорівнює об'єднанню обмежень рядків s_1, s_2 на множини атрибутів $X \bigcup Y$ і $R \setminus (X \bigcup Y)$ відповідно:

$$(X \to\to Y)(t) = true \overset{def}{\Leftrightarrow} \forall s_1, s_2 \in t(s_1 \mid X = s_2 \mid X \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \exists s_3 \in t(s_3 = s_1 \mid (X \bigcup Y) \bigcup s_2 \mid R \setminus (X \bigcup Y)))\ [7].\square$$

Коректний та повний набір аксіом і правил виведення для аксіоматики БЗЗ, вперше запропонований вченими Бірі, Фагіним і Говардом, включає такі складові [8]:

1. Аксіома рефлексивності: $\dfrac{\varnothing}{X \to\to Y}$, $Y \subseteq X$.
2. Правило повноти: $\dfrac{X \to\to Y}{X \to\to R \setminus Y}$.
3. Правило поповнення: $\dfrac{X \to\to Y}{X \bigcup U \to\to Y \bigcup V}$ для $V \subseteq U$.
4. Правило транзитивності: $\dfrac{X \to\to Y, Y \to\to Z}{X \to\to Z \setminus Y}$.

Наведену вище аксіоматичну систему позначимо як A_1.

Відповідно, запропонована Біскупом аксіоматична система БЗЗ складається з таких аксіоми і правил виведення [9]:

1. R-аксіома: $\dfrac{\varnothing}{\varnothing \to\to R}$.
2. Правило поповнення: $\dfrac{X \to\to Y}{X \bigcup U \to\to Y \bigcup V}$ для $V \subseteq U$.
3. Правило транзитивності: $\dfrac{X \to\to Y, Y \to\to Z}{X \to\to Z \setminus Y}$.

Позначимо цю аксіоматичну систему як A_2.

Задача полягає у встановленні еквівалентності аксіоматик A_1 і A_2, та доведенні незалежності аксіоматики A_2, як такої, що має меншу кількість та потужність складових ніж аксіоматика A_1.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

БЗЗ були досліджені у 1970-х роках Заніоло (Zaniolo) [10] та незалежно групою вчених Бірі, Фагіним і Говардом [8]. Ними ж була запропонована перша аксіоматика БЗЗ A_1 і наведена схема доведення її повноти.

Обговорюючи незалежність аксіоматики A_1, Мендельзон (Mendelzon) вказав на надлишковість в ній правила поповнення, в той же час відмітивши особливу роль правила повноти, оскільки це єдине правило, в якому фігурує реляційна схема R відношення (таблиці) [11]. Вимога необхідності включення в аксіоматику БЗЗ правила повноти (або якоїсь з його версій) підкріплюється тим, що у самому означенні БЗЗ фігурує поняття реляційної схеми R. Таким чином, перша ненадлишкова (в тому сенсі, що без втрати повноти не можна опустити жодну з її складових) аксіоматична система для БЗЗ була запропонована Мендельзоном Ця аксіоматика складається з аксіоми рефлексивності, правила повноти і правила транзитивності [11].

Взаємозв'язки між різними версіями правила повноти і іншими правилами виведення для БЗЗ були описані Біскупом у роботі [9]; зокрема, він запропонував замінити правило повноти на R-аксіому:

$$\frac{\varnothing}{\varnothing \to\to R},$$

яка зберігає залежність від реляційної схеми і при цьому дозволяє зменшити потужність аксіоматики БЗЗ шляхом видалення з неї аксіоми рефлексивності. Але в роботі не приділяється достатньої уваги доведенню незалежності аксіоматичної системи.

Інші три аксіоматики БЗЗ, зменшені за потужністю компонент у порівнянні з аксіоматикою БЗЗ A_1, були розглянуті у роботі С. Хартманна (Hartmann) та ін. [3]. Згідно з [3] аксіоматики БЗЗ, які складаються з

1. R-аксіоми $\dfrac{\varnothing}{\varnothing \to\to R}$,
2. аксіоми приналежності $\dfrac{\varnothing}{X \to\to A}$, $A \in X$,
3. правила транзитивності $\dfrac{X \to\to Y, Y \to\to Z}{X \to\to Z \setminus Y}$

та одного з наведених нижче правил виведення:

DOI 10.15588/1607-3274-2020-1-8

– правила об'єднання: $\dfrac{X \to\to Y, X \to\to Z}{X \to\to Y \bigcup Z}$,

– правила перетину: $\dfrac{X \to\to Y, X \to\to Z}{X \to\to Y \bigcap Z}$,

– правила різниці: $\dfrac{X \to\to Y, X \to\to Z}{X \to\to Z \setminus Y}$,

є коректними та повними.

Також в роботі [3] доведена незалежність кожної з зазначених вище аксіоматик БЗЗ.

3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Нагадаємо, що в наведеному вище записі R-аксіоми, або, іншими словами, бінарного відношення між порожньою множиною $\varnothing$ і БЗЗ $\varnothing \to\to R$, множина $\varnothing$ у верхній частині запису називається посилкою, а БЗЗ $\varnothing \to\to R$ – висновком.

Наслідуючи традиції математичної логіки, згідно з [12] скажемо, що, аксіома або правило виведення φ, як висновок, синтаксично слідує з аксіоматичної системи A ($\mathrm{A} \vdash \varphi$), як посилки, якщо існує скінченна послідовність $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$, така, що $\varphi = \varphi_n$, і кожна φ_i є або аксіома, або належить A, або є висновком за яким-небудь правилом виведення з попередніх у цій послідовності φ_j, φ_k, $j, k < i$. Послідовність $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ називається доведенням.

Нехай задано дві аксіоматичні системи (S_1, T_1) і (S_2, T_2), де S_1, S_2 – системи аксіом, визначені відповідно через множини термів T_1 і T_2. Системи аксіом (S_1, T_1) і (S_2, T_2) називаються еквівалентними тоді і тільки тоді, коли множина термів T_1 може бути визначена через множину термів T_2, і множина аксіом S_1 може бути доведена з множини аксіом S_2, і навпаки, множина термів T_2 може бути визначена через множину термів T_1, і множина аксіом S_2 може бути доведена з множини аксіом S_1 [13].

Лема 1. Аксіоматики A_1 і A_2 є еквівалентними. □

Доведення. Очевидно, що множини термів для обох аксіоматик співпадають, тож залишається побудувати доведення складових (аксіоми і правил виведення) аксіоматики A_2 із складових аксіоматики A_1 і навпаки.

■ Покажемо спочатку, що аксіоматика БЗЗ A_1 містить такий набір аксіом та правил виведення, за допомогою якого можна побудувати доведення складових аксіоматики БЗЗ A_2.

Доведення правил поповнення і транзитивності аксіоматики БЗЗ A_2 з аналогічних правил аксіоматики БЗЗ A_1 є тривіальним.

Побудуємо доведення R-аксіоми з аксіоматики A_1:

1. $\varnothing \to\to \varnothing$ (аксіома рефлексивності);
2. $\varnothing \to\to R$ (з п. 1 за правилом повноти в результаті спрощення БЗЗ $\varnothing \to\to R \setminus \varnothing$). ▪

■ Покажемо тепер, що аксіоматика БЗЗ A_2 містить такий набір аксіом та правил виведення, за допомогою якого можна побудувати доведення складових аксіоматики БЗЗ A_1.

Доведення правил поповнення і транзитивності аксіоматики БЗЗ A_1 з аналогічних правил аксіоматики БЗЗ A_2 є тривіальним.

Продемонструємо, що аксіома рефлексивності виводиться з R-аксіоми за допомогою правил поповнення і транзитивності. Для цього побудуємо доведення імплікації $\varnothing \to\to R \Rightarrow X \to\to Y$, для $Y \subseteq X$:

1. $\varnothing \to\to R$ (R-аксіома);
2. $R \to\to R$ (з п. 1 за правилом поповнення в результаті спрощення БЗЗ $\varnothing \bigcup R \to\to R \bigcup R$);
3. $\varnothing \to\to \varnothing$ (за правилом транзитивності з п. 1 і п. 2 в результаті спрощення БЗЗ $\varnothing \to\to R \setminus R$);
4. $X \to\to Y$ (з 3 за правилом поповнення в результаті спрощення БЗЗ $\varnothing \bigcup X \to\to \varnothing \bigcup Y$, де $Y \subseteq X$). ▪

Покажемо, що правило повноти аксіоматики БЗЗ A_1 виводиться за допомогою R-аксіоми і правил поповнення та транзитивності аксіоматики БЗЗ A_2. Побудуємо доведення імплікації $X \to\to Y \Rightarrow X \to\to R \setminus Y$:

1. $X \to\to Y$ (вихідна БЗЗ);
2. $\varnothing \to\to R$ (R-аксіома);
3. $Y \to\to R$ (з п. 2 за правилом поповнення в результаті спрощення БЗЗ $\varnothing \bigcup Y \to\to R \bigcup Y$);
4. $X \to\to R \setminus Y$ (за правилом транзитивності з п. 1 і п. 3). ▪

Отже, кожен елемент множини аксіом і правил виведення A_1 має доведення з аксіоматики БЗЗ A_2, і навпаки, кожен елемент множини аксіом і правил виведення A_2 має доведення з аксіоматики БЗЗ A_1. Звідси випливає, що аксіоматики A_1 і A_2 є еквівалентними. □

Оскільки еквівалентні аксіоматики мають одні й ті ж самі властивості коректності і повноти, з того, що аксіоматика A_1 є коректною та повною [5], випливає, що аксіоматика A_2 також є коректною та повною.

Покажемо тепер, що аксіоматика БЗЗ A_2 є незалежною.

Лема 2. R-аксіома є незалежною від правил виведення (поповнення і транзитивності) аксіоматики БЗЗ A_2. □

Доведення є тривіальним, оскільки інших аксіом в розглядуваній аксіоматиці БЗЗ немає. □

Нехай задана деяка множина БЗЗ G. Замиканням $[G]_R$ називається множина БЗЗ, які синтаксично слідують з G відносно схеми R:

DOI 10.15588/1607-3274-2020-1-8

$$[G]_R \overset{def}{=} \{X \to\to Y \mid G \vdash_R X \to\to Y\} \text{ [6].}$$

Для спрощення позначень далі параметр R явно вказувати не будемо.

Лема 3. Правила транзитивності є незалежними від R-аксіоми і правил поповнення аксіоматики БЗЗ A_2. □

Доведення. Для доведення достатньо вказати множину БЗЗ G, для якої $[G]\vdash_{\mathrm{tr}} \subset [G]\vdash$, де $[G]\vdash_{\mathrm{tr}}$ – замикання множини БЗЗ G, побудоване за допомогою R-аксіоми і правил поповнення, а $[G]\vdash$ – замикання множини БЗЗ G відносно R-аксіоми і всіх правил виведення.

Зафіксуємо множини атрибутів X і Z такі, що $X \neq \varnothing \;\wedge\; X \bigcap Z = \varnothing$, і розглянемо множину БЗЗ G, яка задовольняє умовам $\forall Y \subseteq R(X \to\to Y \in G \wedge \wedge Y \to\to Z \in G \Rightarrow X \to\to Z \setminus Y \notin G)$. Покажемо, що БЗЗ $X \to\to Z \setminus Y$ не може бути виведена лише із застосуванням R-аксіоми та правил поповнення.

Оскільки $X \neq \varnothing$, то $X \to\to Z \setminus Y$ не є R-аксіомою. ▪

Припустимо, що БЗЗ $X \to\to Z \setminus Y$ отримана з деякої БЗЗ $W \to\to T$ за правилом поповнення, тобто існують такі множини атрибутів $U \neq \varnothing$ і $V \neq \varnothing$, що $V \subseteq U$, причому $W \bigcup U = X$ і $T \bigcup V = Z \setminus Y$. Тоді $X \bigcap (Z \setminus Y) = (W \bigcup U) \bigcap (T \bigcup V) \supseteq V \neq \varnothing$, що суперечить умові $X \bigcap Z = \varnothing$. Отримали протиріччя з припущенням, отже, $[G]\vdash_{\mathrm{tr}} \subset [G]\vdash$ і правило транзитивності є незалежним від R-аксіоми і правил поповнення аксіоматики БЗЗ A_2. ▪□

Лема 4. Правила поповнення є незалежними від R-аксіоми і правил транзитивності аксіоматики БЗЗ A_2. □

Доведення. Зафіксуємо множину атрибутів $X \subset R$ таку, що $X \neq \varnothing$, і розглянемо множину БЗЗ $G = \{X \to\to Y \mid X \subset R \wedge X \neq \varnothing\}$. Покажемо, що БЗЗ $X \bigcup U \to\to Y \bigcup V$ для деяких множин атрибутів $U, V \subseteq R$ таких, що $U \setminus X \neq \varnothing$ і $V \subseteq U$ не може бути виведена лише із застосуванням R-аксіоми та правил транзитивності.

Оскільки $X \neq \varnothing$, то БЗЗ $X \bigcup U \to\to Y \bigcup V$ не є R-аксіомою. ▪

Також БЗЗ $X \bigcup U \to\to Y \bigcup V$ не може належати множині БЗЗ G, оскільки $X \bigcup U \neq X$ (нагадаємо, що $U \setminus X \neq \varnothing$). ▪

Припустимо, що БЗЗ $X \bigcup U \to\to Y \bigcup V$ отримана за правилом транзитивності. Враховуючи, що при першому застосуванні правила транзитивності в посилці можуть бути використані лише R-аксіома та БЗЗ з множини G, тобто такі БЗЗ, ліва частина яких є множиною X, маємо такі два випадки:

1. $\{X \to\to \varnothing, \varnothing \to\to R\} \vdash X \to\to R$;
2. $\{X \to\to X, X \to\to Y\} \vdash X \to\to Y \setminus X$.

Тобто результатом застосування правила транзитивності знову є такі БЗЗ, ліва частина яких є множиною X.

Оскільки $X \bigcup U \neq X$ для $U \setminus X \neq \varnothing$, отримали протиріччя з припущенням. Отже правило поповнення є незалежним від R-аксіоми і правил транзитивності аксіоматики БЗЗ A_2. ▪□

Теорема 1. Аксіоматика БЗЗ A_2 є незалежною. □

Доведення випливає безпосередньо з лем 2, 3 і 4. □

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Продемонструємо виконуваність леми 4 на класичному прикладі [14].

Нехай є реляційна схема $R = \{$*Компанія*, *Співробітник*, *Клієнт*$\}$, на якій задана множина БЗЗ $G = \{$*Компанія* $\to\to$ *Співробітник*, *Компанія* $\to\to$ *Клієнт*$\}$. Семантично це означає, що будь-який співробітник певної компанії може обслуговувати довільно обраного клієнта цієї компанії.

Множиною усіх БЗЗ, які можна довести з використанням лише R-аксіоми і правила транзитивності, іншими словами, замиканням заданої множини БЗЗ G, побудованим без використання правила поповнення, є:

$$\{\varnothing \to\to \{\text{Компанія, Співробітник, Клієнт}\},$$
$$\{\text{Компанія}\} \to\to \{\text{Співробітник}\},$$
$$\{\text{Компанія}\} \to\to \{\text{Клієнт}\}\}.$$

Оскільки, наприклад, тривіальна БЗЗ $\{$*Компанія, Співробітник*$\} \to\to \{$*Співробітник*$\}$ не належить побудованому вище замиканню множини БЗЗ G, стає очевидним, що побудувати її доведення не є можливим без застосування правила поповнення.

Продемонструємо тепер виконуваність леми 2.

Розглянемо реляційну схему $R = \{A, B, C\}$, на якій задана множина БЗЗ $G = \{A \to\to B, A \to\to C\}$.

Булеаном множини R є множина $\{\varnothing, \{A\}, \{B\}, \{C\}, \{AB\}, \{AC\}, \{CB\}, \{ABC\}\}$. Тоді усі БЗЗ, які можна довести з використанням лише правила поповнення, є БЗЗ виду $X \to\to Y$, де $X \in \{\{A\}, \{AB\}, \{AC\}, \{ABC\}\}$.

Очевидно, що при застосуванні до таких БЗЗ правила транзитивності отримаємо БЗЗ, ліва частина яких X також належить до множини $\{\{A\}, \{AB\}, \{AC\}, \{ABC\}\}$. Звідси маємо, що замикання множини БЗЗ, побудоване з використанням лише заданих в умові леми 2 правил поповнення та транзитивності, складається з таких БЗЗ виду $X \to\to Y$, для яких $X \neq \varnothing$.

Отже, для наведеної моделі реляційної схеми їз заданою множиною БЗЗ довести R-аксіому використовуючи правила транзитивності і поповнення не є можливим.

DOI 10.15588/1607-3274-2020-1-8

Експериментальне підтвердження виконуваності леми 3 проводиться аналогічно шляхом побудови замикання множини БЗЗ з використанням лише заданих в умові леми 3 R -аксіоми та правила поповнення.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Еквівалентність аксіоматики БЗЗ, наведеної вченими Бірі, Фагіним і Говардом, і аксіоматики БЗЗ Біскупа встановлено в лемі 1. Наслідком цього результату є коректність та повнота аксіоматики БЗЗ Біскупа, що випливає з доведення коректності та повноти аксіоматики БЗЗ Бірі, Фагіна і Говарда [5].

Головний результат про незалежність аксіоматики БЗЗ Біскупа представлено у теоремі 1, доведення якої випливає з наведених в лемах 2–4 інтерпретацій реляційних схем.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Будь-яка з аксіоматик БЗЗ, розглянутих у роботах Біскупа [9] та Хартманна і ін. [3], в силу доведення незалежності їх компонент є показовою для використання розробниками схем реляційних БД.

Зауважимо, що розглянуті аксіоматичні системи містять аксіоми і правила виведення лише для БЗЗ, які є розширенням функціональних залежностей (ФЗ). Означення ФЗ наведено нижче.

Кажуть, що на таблиці t виконується ФЗ $X \to Y$, якщо для двох довільних рядків s_1, s_2 таблиці t, які збігаються на множині атрибутів X, має місце їх рівність і на множині атрибутів Y:

$$(X \to Y)(t) = true \overset{def}{\Leftrightarrow}$$
$$\forall s_1, s_2 \in t\left(s_1|X = s_2|X \Rightarrow s_1|Y = s_2|Y\right) \text{ [7].}$$

Математичне доведення незалежності аксіоматики ФЗ Армстронга наведено в роботі [15].

Оскільки на довільній таблиці завжди можна задати як ФЗ, так і БЗЗ (наприклад, тривіальні), то для повної цілісної картини потрібно досліджувати незалежність аксіоматики ФЗ і БЗЗ, яка має спільні для цих залежностей правила виведення [6, 8]. Таким чином, наведені в даній роботі результати, строго кажучи, можна вважати проміжними.

ВИСНОВКИ

У роботі встановлено еквівалентність аксіоматики БЗЗ вчених Бірі, Фагіна і Говарда та аксіоматики БЗЗ Біскупа (яка має не більше за кількістю та потужністю компонент, ніж інші аксіоматики багатозначних залежностей), а також доведена незалежність складових останньої.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що наведене доведення незалежності аксіоматики БЗЗ, яке наслідує традиції встановлення незалежності аксіоматичних систем у математичній логіці, побудоване відповідно до стандартних вимог щодо строгості математичного доведення, і може заповнити одну з існуючих прогалин в математичному апараті нормалізації.

DOI 10.15588/1607-3274-2020-1-8

Практична значимість отриманих результатів. Оскільки аксіоматична система БЗЗ, запропонована Біскупом, є меншою за кількістю та потужністю компонент аксіоматикою БЗЗ порівняно з аксіоматикою Бірі, Фагіна і Говарда, еквівалентною до неї і незалежною (як було показано вище), то її використання є доцільним при розробці CASE-засобів, що містять реалізацію зведення схем реляційних БД до четвертої нормальної форми, а також при ручному проектуванні логічних моделей реляційних БД.

ПОДЯКИ

Робота виконана на кафедрі інформатики та інформаційних технологій Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка в межах наукових досліджень, що проводяться кафедрою.

ЛІТЕРАТУРА / ЛИТЕРАТУРА

1. Fagin R. Multivalued Dependencies and a New Normal Form for Relational Databases / R. Fagin // ACM Transactions on Database Systems. – 1977. – Vol. 2. – № 1. – P. 262-278. DOI: 10.1145/320557.320571
2. Moody D. Dealing with complexity: a practical method for representing large entity-relationship models, Ph.D. Thesis, Department of Information Systems, University of Melbourne, 2001.
3. Hartmann S. On a problem of Fagin concerning multivalued dependencies in relational databases / S. Hartmann, S. Link // Theoretical Computer Science. – 2006. – Vol. 353. – P. 53–62. DOI:10.1016/j.tcs.2005.08.036
4. Ferrarotti F. On the Role of the Complementation Rule for Data Dependencies over Incomplete Relations / F. Ferrarotti, S. Hartmann, S. Link // Logic, Language, Information and Computation. Lecture Notes in Computer Science. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – 2010. – Vol. 6188. – P. 136–147. DOI: 10.1007/978-3-642-13824-9_12
5. Редько В. Н. Аксіоматика багатозначних залежностей табличних баз даних / В. Н. Редько, Д. Б. Буй, А. В. Пузікова // Доповіді НАН України. – 2015. – № 6. – С. 24–29.
6. Bui D. Axiomatics for Multivalued Dependencies in Table Databases: Correctness, Completeness, Completeness Criteria / D. Bui, A. Puzikova // Theory and Engineering of Complex Systems and Dependability. Series "Advances in Intelligent Systems and Computing". – Springer International Publishing Switzerland. – 2015. – Vol. 365. – P. 45–55. DOI: 10.1007/978-3-319-19216-1_5
7. Реляційні бази даних: табличні алгебри та SQL-подібні мови / В. Н. Редько, Ю. Й. Брона, Д. Б. Буй, С. А. Поляков. – Київ : «Академперіодика», 2001. – 198 с.
8. Beeri C. A complete axiomatization for functional and multivalued dependencies / C. Beeri, R. Fagin, J. Howard // Proceedings of the ACM-SIGMOD Conf. (Toronto, Canada, Aug. 3–5, 1977). – ACM : New York. – 1977. – P. 7–61. DOI: 10.1145/509404.509414
9. Biskup J. On the complementation rule for multivalued dependencies in database relations / J. Biskup // Acta Informatica. – 1978. – Vol. 10. – № 3. – P. 297–305. DOI: 10.1007/BF00264322

10. Zaniolo C. Analysis and design of relational schemata for database systems: Ph.D. dissertation, Tech. Rep. UCLA-Eng-7769, Dep. Computer Science, Univ. California at Los Angeles, July 1976.
11. Mendelzon A. O. On axiomatizing multivalued dependencies in relational databases / A. O. Mendelzon // ACM Transactions on Database Systems. –1979. – Vol. 26. – № 1. – P. 37–44. DOI: 10.1007/BF00264322
12. Линдон Р. Заметки по логике / Р. Линдон. – М. : Мир, 1968. – 128 с.
13. Sentilles D. A Bridge to Advanced Mathematics / D Sentilles. – Dover Publications, 2011. – 387 p.
14. Коннолли Т. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика / Т. Коннолли, К. Бегг. – М. : «Вильямс», 2017. – 1440 с.
15. Буй Д. Б. Незалежність аксіоматики Армстронга та алгебра функціональних залежностей / Д. Б. Буй, А. В. Пузікова // Штучний інтелект. – 2015. – № 1–2. – С. 121–126.

Received 09.09.2019.
Accepted 23.12.2019.

УДК 004.65

НЕЗАВИСИМОСТЬ АКСИОМАТИКИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В РЕЛЯЦИОННЫХ (ТАБЛИЧНЫХ) БАЗАХ ДАННИХ

Пузикова А.В. – канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель кафедры информатики и информационных технологий, Центральноукраинский государственный педагогический университет имени Владимира Винниченко, Кропивницкий, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Сложность понимания концепции многозначных зависимостей (при изложении теоретических основ которых используется аксиоматический подход) в реляционных (табличных) базах данных приводит к проблемам их моделирования, что в свою очередь может стать причиной нарушения целостности данных. Частичному решению этих вопросов способствует поиск минимальных по количеству и мощности компонент аксиоматик многозначных зависимостей; отсюда возникает необходимость установления эквивалентности рассматриваемых аксиоматик и доказательства независимости их компонент.

Объектом исследования являются аксиоматики многозначных зависимостей. Цель работы – установить эквивалентность двух аксиоматик многозначных зависимостей, одна из которых является уменьшенной по количеству и мощности составляющих, и доказать независимость последней.

Метод. При построении доказательств используются теоретико-множественные и логико-алгебраические методы. Эквивалентность двух аксиоматик многозначных зависимостей установлена классически: рассмотрено отношение синтаксического следования и построены последовательности многозначных зависимостей, которые являются доказательствами правил каждой аксиоматики из составляющих другой. Для построения доказательства независимости аксиоматики предложены модели реляционных схем, такие, что для аксиомы или правила, независимость которых доказывается, нельзя построить доказательства из множества других аксиом или правил.

Результаты. Установлена эквивалентность аксиоматики многозначных зависимостей, предложенной группой ученых Бири (Beeri), Фагиным (Fagin) и Ховардом (Howard) и аксиоматики многозначных зависимостей Бискупа (Biskup). Доказана независимость последней аксиоматики в том смысле, что без потери полноты нельзя опустить ни единственную аксиому, ни одно из правил вывода.

Выводы. Доказана независимость аксиоматической системы многозначных зависимостей Бискупа, которая имеет не больше по количеству и мощности компонент, чем другие аксиоматики многозначных зависимостей. Использование именно такой аксиоматики имеет преимущества при разработке CASE-средств (Computer-Aided Software Engineering Tools), которые содержат реализацию приведения схем реляционных баз данных к четвертой нормальной форме, а также, при ручном проектировании логической модели реляционной базы данных.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: реляционные базы данных, многозначные зависимости, аксиоматики, независимость аксиоматики многозначных зависимостей.

UDC 004.65

THE INDEPENDENCE OF THE AXIOMATIC SYSTEM OF MULTIVALUED DEPENDENCIES IN RELATION (TABLE) DATABASES

Puzikova A. V. – PhD, Senior lecturer of the department of computer science and information technology, Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytskyi, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The complexity of understanding the concept of multivalued dependencies (when setting out their theoretical foundations, an axiomatic approach is used) in relational (table) databases leads to problems of their modeling, which in turn can cause a violation of data integrity. A partial solution to these issues is facilitated by the search for equivalent axiomatic systems of multivalued dependencies that are minimal in terms of the number and power of their components. This, in turn, requires establishing the equivalence of these axiomatic systems and proving the independence of their elements.

The object of the study is the axiomatisations of multivalued dependencies.The purpose of the work is to establish the equivalence of two axiomatic systems of multivalued dependencies, one of which is minimal in terms of the number and power of components, and to prove the independence of specified axiomatics.

DOI 10.15588/1607-3274-2020-1-8

Method. Set-theoretic and logical-algebraic methods are used in the construction of proofs. The equivalence of two axiomatic systems of multivalued dependencies is established classically: the relation of syntactic inference is considered and sequences of multivalued dependencies are constructed that are proofs of the rules of each axiomatics from the components of the other. To build proof of independence of the axiomatic system, models of relational schemes are proposed, such that for an axiom or rule whose independence is being proved, it is impossible to construct proof from set of other axioms or rules.

Results. Equivalence of the axiomatisation of multivalued dependencies proposed by a group of scientists Beeri, Fagin and Howard and the Biskup's axiomatisation of multivalued dependencies has been established. The independence of the Biskup's axiomatic system is proved in the sense that without loss of completeness it is impossible to remove neither the only axiom nor none of the inference rules.

Conclusions. The independence of the Biskup's axiomatisation of multivalued dependencies, which has no more in number and power of components than other axiomatic systems of multivalued dependencies, is proved. Using such axiomatic system has advantages in the development of CASE-tools (Computer-Aided Software Engineering Tools), which include the implementation of reducing the relational database schema to the fourth normal form, and also, when manually designing a logical model of a relational database.

KEYWORDS: relation databases, multivalued dependencies, axiomatisation of multivalued dependencies, independence of the axiomatic system of multivalued dependencies.

REFERENCES

1. Fagin R. Multivalued Dependencies and a New Normal Form for Relational Databases, *ACM Transactions on Database Systems*, 1977, Vol. 2, No. 1, pp. 262–278. DOI: 10.1145/320557.320571
2. Moody D. Dealing with complexity: a practical method for representing large entity-relationship models, Ph.D. Thesis, Department of Information Systems, University of Melbourne, 2001.
3. Hartmann S., Link S. On a problem of Fagin concerning multivalued dependencies in relational databases, *Theoretical Computer Science*, 2006, Vol. 353, pp. 53–62. DOI:10.1016/j.tcs.2005.08.036
4. Ferrarotti F., Hartmann S., Link S. On the Role of the Complementation Rule for Data Dependencies over Incomplete Relations, *Logic, Language, Information and Computation. Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, Vol. 6188, pp. 136–147. DOI: 10.1007/978-3-642-13824-9_12
5. Red'ko V. N., Bui D. B., Puzikova A. V. Aksiomatyka bagatoznachnyh zalezhnostej tablychnyh baz danyh, *Dopovidi NAN Ukrai'ny*, 2015, No. 6, pp. 24–29.
6. Bui D., Puzikova A. Axiomatics for Multivalued Dependencies in Table Databases: Correctness, Completeness, Completeness Criteria, *Theory and Engineering of Complex Systems and Dependability. Series "Advances in Intelligent Systems and Computing"*. Springer International Publishing Switzerland, 2015, Vol. 365, pp. 45–55. DOI: 10.1007/978-3-319-19216-1_5
7. Red'ko V. N., Brona Ju. J., Bui D. B., Poljakov S. A. Reljacijni bazy danyh: tablychni algebry ta SQL-podibni movy. Kyi'v, "Akademperiodyka", 2001, 198 p.
8. Beeri C., Fagin R., Howard J. A complete axiomatization for functional and multivalued dependencies, *Proceedings of the ACM-SIGMOD Conf*. (Toronto, Canada, Aug. 3–5, 1977). ACM: New York, 1977, pp. 47–61. DOI: 10.1145/509404.509414
9. Biskup J. On the complementation rule for multivalued dependencies in database relations, *Acta Informatica*, 1978, Vol. 10, No. 3, pp. 297–305. DOI: 10.1007/BF00264322
10. Zaniolo C. Analysis and design of relational schemata for database systems: Ph.D. dissertation, Tech. Rep. UCLA-Eng-7769, Dep. Computer Science, Univ. California at Los Angeles, July 1976.
11. Mendelzon A. O. On axiomatizing multivalued dependencies in relational databases, *ACM Transactions on Database Systems*, 1979, Vol. 26, No. 1, pp. 37–44. DOI: 10.1007/BF00264322
12. Lindon R. Zametki po logike. Moscow, Mir, 1968, 128 p.
13. Sentilles D. A Bridge to Advanced Mathematics. Dover Publications, 2011, 387 p.
14. Connolly T., Begg C. Database systems. A practical approach to design, implementation and management. Addison-Wesley, 2004, 1424 p.
15. Bui D. B., Puzikova A. V. Nezalezhnist Aksiomatyky Armstronha ta Alhebra Funktsionalnykh Zalezhnostei, *Shtuchnyi Intelekt*, 2015, No. 1–2, pp. 121–126.

DOI 10.15588/1607-3274-2020-1-8