

## РАСЧЕТ ШЛЕЙФНЫХ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ НА МПЛ С УЧЕТОМ ДИСПЕРСИИ И ПОТЕРЬ В ЛИНИЯХ

Получены простые аналитические соотношения для расчета параметров шлейфных направленных ответвителей на МПЛ. Показано, что в зависимости от величины коэффициента деления мощности в выходных плечах схемы изменяются технологические ограничения, присущие таким ответвителям. Приведены также аналитические формулы, с высокой точностью и в широком частотном диапазоне обеспечивающие для основной Т-волны МПЛ расчет дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости и потерь в материале подложки.

**Ключевые слова:** коэффициент деления, направленный ответвитель, МПЛ, дисперсия, потери.

### ВВЕДЕНИЕ

Шлейфные направленные ответвители (НО) находят широчайшее применение в технике СВЧ не только в качестве развязывающих устройств со свойствами мостов, но и как элементы аппаратуры для направленного отбора определенной части мощности из основной линии. При разработке НО на базе линий передачи интегрального типа и, в частности, микрополосковых линий (МПЛ) наибольшее распространение получили двух-, трех- и реже четырехшлейфные структуры. В силу симметрии НО при их расчете, как правило [1, 2], используется метод синфазного и противофазного возбуждения. При этом в случае отсутствия дисперсии и потерь в линиях и при условии идеального согласования можно достаточно просто получить аналитические соотношения для элементов матриц рассеяния таких НО. Однако в реальных НО линии передачи обладают дисперсией, которая может существенно влиять на рабочие характеристики устройства. Количественную оценку такого влияния можно получить в процессе анализа НО с помощью автоматизированных систем, при этом, однако, необходимо заранее знать геометрические параметры топологии НО, расчет которых средствами используемых автоматизированных систем является достаточно трудоемким. К тому же в современной отечественной и зарубежной литературе авторами данной работы не найдены сведения по аналитическому расчету как параметров НО с числом шлейфов больше двух, так и дисперсии и потерь в МПЛ [1, 2]. В этой связи представляется актуальным получение аналитических соотношений для расчета параметров трех- и четырехшлейфных НО, а также дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости и потерь в МПЛ.

### 1 РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ИДЕАЛИЗИРОВАННЫХ НО

Эскизы топологий рассматриваемых НО на МПЛ показаны на рис. 1, где цифры 1, 2, 3 и 4 соответствуют номерам плеч устройств, а  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  – волновые сопротивления соответствующих отрезков линий.

На рис. 1 параметр  $\lambda_i, i=1, 2, 3, 4$  – длина волны в  $i$ -ой линии, которую необходимо определять с учетом дисперсии, а  $Z_0$  – волновое сопротивление подводящих линий.

Комплексные матрицы рассеяния шлейфных НО могут быть получены с использованием метода синфазного и противофазного возбуждения; при отсутствии дисперсии и потерь в линиях, и при идеальном согласовании они имеют вид [1, 2]:

– для двухшлейфного НО

$$S = -\frac{1}{\sqrt{1+Y_1^2}} \begin{vmatrix} 0 & 0 & j & Y_1 \\ 0 & 0 & Y_1 & j \\ j & Y_1 & 0 & 0 \\ Y_1 & j & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

– для трехшлейфного НО

$$S = -\frac{1}{1+Y_1^2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & Y_1^2-1 & j2Y_1 \\ 0 & 0 & j2Y_1 & Y_1^2-1 \\ Y_1^2-1 & j2Y_1 & 0 & 0 \\ j2Y_1 & Y_1^2-1 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Элементы матрицы рассеяния четырехшлейфного НО получаются аналогично и с учетом полной симметрии устройства могут быть записаны в виде:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = \frac{(F \cdot H)^2 - (E \cdot G)^2}{D}, \quad (3)$$

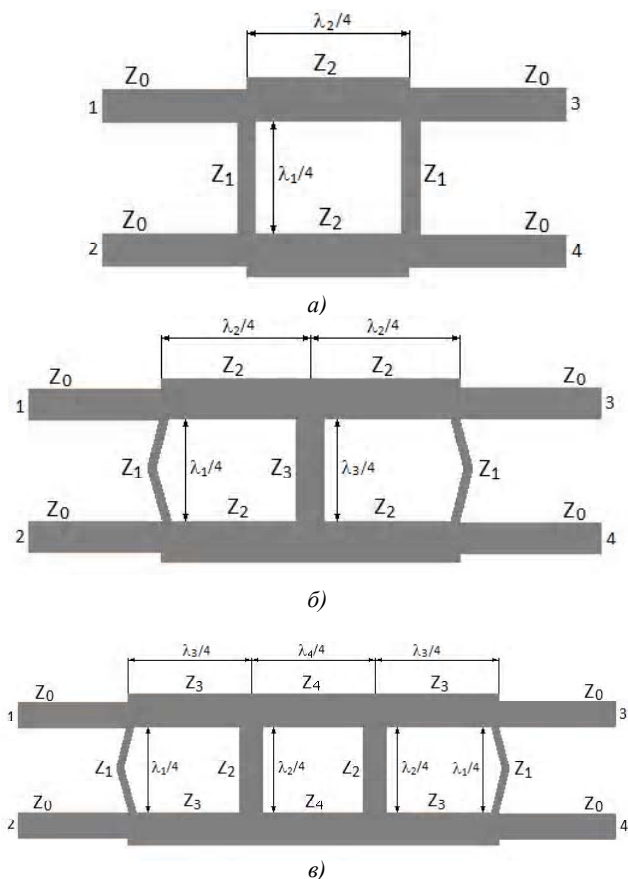


Рис. 1. Эскизы топологий НО на МПЛ: двухшлейфного а), трехшлейфного б), четырехшлейфного в)

$$S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} = j \frac{(E \cdot H + F \cdot G)(F \cdot H + E \cdot G)}{D}, \quad (4)$$

$$S_{13} = S_{31} = S_{24} = S_{42} = j \frac{(E \cdot H - F \cdot G)(E \cdot H + F \cdot G + E \cdot G - F \cdot H)}{2D}, \quad (5)$$

$$S_{14} = S_{41} = S_{23} = S_{32} = \frac{(E \cdot H)^2 - (F \cdot G)^2}{D}. \quad (6)$$

В приведенных формулах:

$$E = Z_0 \cdot Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_4 - Z_0 \cdot Z_3^2 \cdot (Z_4 - Z_2),$$

$$F = Z_1 \cdot Z_3^2 \cdot (Z_4 - Z_2),$$

$$G = Z_0 \cdot Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_4 - Z_0 \cdot Z_3^2 \cdot (Z_4 + Z_2),$$

$$H = Z_1 \cdot Z_3^2 \cdot (Z_4 + Z_2),$$

$$D = (F \cdot H - E \cdot G)^2 + (E \cdot H + F \cdot G)^2.$$

Для выполнения условия идеального согласования ( $S_{11} = 0$ ) необходимо обеспечить:

– в двухшлейфном НО

$$Y_1^2 = Y_2^2 - 1, \quad (7)$$

– в трехшлейфном НО

$$Y_3 = \frac{2Y_2^2 Y_1}{1 + Y_1^2}. \quad (8)$$

В соотношениях (7) и (8) величины  $Y_i = \frac{Z_0}{Z_i}$ ,  $i = 1, 2, 3$  –

нормированные волновые проводимости соответствующих отрезков линий НО.

Как следует из (3) и (4), для четырехшлейфного НО одновременное выполнение условий идеального согласования ( $S_{11} = 0$ ) и полной развязки ( $S_{12} = 0$ ) дают связь между  $E, F, G, H$  в виде

$$F \cdot H + E \cdot G = 0. \quad (9)$$

Коэффициент деления мощности между плечами 3 и 4 определяется отношением

$$k = \frac{|S_{31}|^2}{|S_{41}|^2}. \quad (10)$$

Тогда для двухшлейфного НО из (10) с использованием (7) и (1) следует

$$k = 1/Y_1^2 = 1/(Y_2^2 - 1),$$

откуда, при заданном  $k$ , получаются известные [1, 2] соотношения для определения волновых сопротивлений  $Z_1$  и  $Z_2$

$$Z_1 = Z_0 \cdot \sqrt{k}; \quad Z_2 = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{k}{k+1}}. \quad (11)$$

Аналогично, для трехшлейфного НО из (10) с использованием (8) и (2) можно получить формулы для расчета  $Z_1, Z_2$  и  $Z_3$

$$Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}, \quad Z_2 = \frac{Z_0}{\sqrt{2}}, \quad Z_3 = \frac{Z_0 \sqrt{k+1}}{2}. \quad (12)$$

Следует отметить, что в формулах (12) при определении  $Z_1$  используется, как следует из (2) и (10), только величина  $Y_1$ . При этом  $Z_1$  определяется однозначно и не зависит от  $Z_2$  и  $Z_3$ , которые связаны соотношением (8), где  $Y_1$  уже следует считать известной. Поэтому выбор одной из величин  $Y_2$  или  $Y_3$  в (8) может быть произвольным, например, если в качестве исходной выбрать величину  $Y_2$ , тогда  $Y_3$  найдется из (8). Следовательно, формулы (12) для  $Z_2$  и  $Z_3$  являются одним из вариантов выбора  $Y_2$ , например,  $Y_2 = \sqrt{2}Y_0$ . При выборе  $Y_2 = Y_0$  получим другой вариант формул для расчета параметров трехшлейфного НО

$$Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}, \quad Z_2 = Z_0, \quad Z_3 = Z_0 \sqrt{k+1}. \quad (13)$$

Таким образом, выбор соотношений (12) или (13) не является единственным, поскольку значения  $Y_2$  (или  $Y_3$ ) могут быть выбраны произвольно исходя, например, из соответствующих технологических или иных ограничений.

В случае четырехшлейфного НО произвольно могут быть выбраны любые два из четырех параметров  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ ; оставшиеся два параметра найдутся из совместного решения уравнений (9) и (10). При этом соотношение (10) преобразуется к виду

$$\frac{(E \cdot G - F \cdot H)}{(E \cdot H + F \cdot G)} - 2\sqrt{k} + 1 = 0. \quad (14)$$

В таблице 1 для сравнения представлены параметры всех рассматриваемых НО, вычисленные при различных значениях  $k$ . Анализ табличных данных показывает, что при  $k \geq 1$  двухшлейфный НО имеет лучшие технологические параметры по сравнению с трехшлейфным и четырехшлейфным, поскольку из практики известно, что величина  $Z_1 = 157,313$  Ом (в трехшлейфном НО) или  $Z_1 = 150$  Ом (в четырехшлейфном НО) технологически нереализуема на МПЛ с относительной диэлектрической проницаемостью подложки  $\epsilon_r \approx 10$ . Однако, при  $k < 1$  более технологичными становятся трехшлейфный (параметры которого вычисляются по формулам (13)) и четырехшлейфный НО.

Необходимо отметить, что расчет четырехшлейфного НО по формулам (9) и (14) обладает большей гибкостью (по сравнению с трехшлейфным) и позволяет подобрать требуемые параметры исходя из накладываемых ограничений.

Полученные выше соотношения для расчета волновых сопротивлений, очевидно, будут справедливы для НО, выполненных на основе и других типов направляющих систем – коаксиальных, щелевых и др.

## 2 УЧЕТ ДИСПЕРСИИ И ПОТЕРЬ В МПЛ

Как видно из таблицы 1, при различных  $k$  волновые сопротивления четвертьволновых отрезков МПЛ в НО могут существенно отличаться по величине и, как следствие, так же значительно будут различаться значения

эффективных диэлектрических проницаемостей соответствующих отрезков линий. При этом и электрические длины этих отрезков на одной и той же частоте будут различными, что усложняет процесс проектирования НО. Чтобы оценить изменения геометрической длины отрезков МПЛ необходимо иметь соотношения, позволяющие с высокой точностью вычислять значения эффективных диэлектрических проницаемостей МПЛ в широком частотном диапазоне.

В работе [3] на основе энергетического подхода с использованием стационарного функционала, характеризующего комплексную мощность тока в проводниках структуры, получены аналитические формулы для расчета дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости МПЛ с учетом потерь, которые имеют вид

$$\epsilon_{эфф} = \epsilon_{эфф0} \cdot \frac{2[1 - (k_0 h)^2 \epsilon_r / A_0]}{1 - (k_0 h)^2 (\epsilon_r + 1) \epsilon_{эфф0} / \epsilon_r A_0 + D}, \quad (15)$$

$$\text{tg} \delta_{эфф} = \frac{\text{tg} \delta}{B} \cdot \left\{ S + (k_0 h)^2 \left[ \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{эфф}} - \frac{(1 + \epsilon_{эфф})}{\epsilon_r (1 + \epsilon_r)} \right] \cdot C \right\}, \quad (16)$$

где  $\epsilon_{эфф0} = \frac{(\epsilon_r + 1) A_0}{2 \left[ A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma^n A_n \right]}$  – статическое значение

относительной эффективной диэлектрической проницаемости подложки МПЛ;  $\epsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость подложки МПЛ;  $h$  – толщина подложки МПЛ;  $\text{tg} \delta$  – тангенс угла диэлектрических потерь материала подложки МПЛ;  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  – волновое число для вакуума;

$$\Gamma = (1 - \epsilon_r) / (1 + \epsilon_r); \quad A_0 = \ln(W / 2h) - \sigma_1;$$

$$W - \text{ширина МПЛ}; \quad A_n = \sigma_n - \sigma_{n+1} - \ln(1 + 1/n);$$

Таблица 1. Параметры НО при различных значениях  $k$

Вид НО	$k$	$Z_1$ Ом	$Z_2$ Ом	$Z_3$ Ом	$Z_4$ Ом	Расчет по формуле
2-х шлейфный	1	50	35,355	–	–	(11)
3-х шлейфный	1	120,711	35,355	35,355	–	(12)
	1	120,711	50	70,711	–	(13)
4-х шлейфный	1	100	86	35,076	30,451	(9) и (14)
2-х шлейфный	2	70,711	40,825	–	–	(11)
3-х шлейфный	2	157,313	35,355	43,301	–	(12)
	2	157,313	50	86,603	–	(13)
4-х шлейфный	2	150	130	33,29	24,38	(9) и (14)
2-х шлейфный	1/3	28,868	25	–	–	(11)
3-х шлейфный	1/3	86,603	35,355	28,868	–	(12)
	1/3	86,603	50	57,735	–	(13)
4-х шлейфный	1/3	100	86	59,623	78,415	(9) и (14)

$$D = \left\{ 1 + 4(k_0h)^2 \frac{\epsilon_{эфф0}}{\epsilon_r A_0} \left[ \frac{\epsilon_{эфф0}}{\epsilon_r} - \frac{(\epsilon_r + 1)}{2} \right] + \right. \\ \left. + (k_0h)^4 \left( \frac{\epsilon_{эфф0} \cdot (\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r A_0} \right)^2 \right\}^{1/2};$$

$$S = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{эфф0}} \cdot \frac{d(\epsilon_{эфф0})}{d\epsilon_r};$$

$$B = 1 + (k_0h)^2 \left[ 1 - \frac{(2\epsilon_{эфф} - \epsilon_r)}{\epsilon_r^2} \right] \cdot C;$$

$$1/C = (1 + \Gamma) \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma^n [\sigma_{n+1} - \sigma_n + \ln(1 + 1/n)];$$

$$\sigma_n = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2nh}{W} \right)^2 \right] \cdot \ln \left[ 1 + \left( \frac{W}{2nh} \right)^2 \right] + \frac{4nh}{W} \cdot \arctg \left( \frac{W}{2nh} \right).$$

При выводе (15) и (16) предполагалось, что в МПЛ распространяется основная *T*-волна и поперечные токи

в полосках отсутствуют, а потери в диэлектрике малы ( $\text{tg} \delta \ll 1$ ), что практически всегда имеет место для используемых диэлектрических подложек МПЛ. Для примера в таблицах 2 и 3 приведены результаты расчета эффективных значений диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь для некоторых типичных значений параметров подложки МПЛ.

Погрешность расчетов эффективных параметров МПЛ по формулам (15) и (16) в сравнении со строгой электродинамической методикой не превышает 2 % в широком частотном диапазоне [4]. Представленные формулы могут существенно облегчить и ускорить процесс подбора параметров НО при их проектировании с помощью автоматизированных систем.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В работе для расчета параметров шлейфных НО на МПЛ получены аналитические соотношения, одним из параметров которых является коэффициент деления мощности *k* в выходных плечах схемы. Показано, что при  $k \geq 1$  для двухшлейфного НО, в отличие от трех- и четырехшлейфного, диапазон изменения волновых сопротивлений удовлетворяет технологическим ограничениям. Однако при  $k < 1$  более технологичными являются трехшлейфный НО, параметры которого вычисляются по формулам (13), и четырехшлейфный НО.

**Таблица 2.** Значения эффективной диэлектрической проницаемости МПЛ

<i>w/h</i>	$\epsilon_r$	$\epsilon_{эфф}$ при $h/\lambda_0$						
		0	0,05	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6
0,5		1,817	1,838	1,892	2,023	2,193	2,298	2,336
1,0	2,35	1,862	1,887	1,948	2,083	2,233	2,313	2,340
2,0		1,932	1,962	2,030	2,158	2,275	2,328	2,344
0,5		2,682	2,759	2,934	3,275	3,593	3,739	3,784
1,0	3,8	2,774	2,866	3,061	3,392	3,651	3,758	3,789
2,0		2,919	3,030	3,238	3,526	3,709	3,775	3,794
0,5		6,180	6,756	7,716	8,832	9,432	9,629	9,682
1,0	9,7	6,462	7,142	8,122	9,073	9,516	9,652	9,688
2,0		6,915	7,708	8,619	9,316	9,593	9,672	9,693

**Таблица 3.** Эффективные значения тангенса угла потерь в подложке МПЛ

<i>w/h</i>	$\text{tg} \delta \cdot 10^4$	$\text{tg} \delta_{эфф} \cdot 10^4$ при $h/\lambda_0$						
		0	0,05	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6
0,5		0,299	0,310	0,337	0,394	0,455	0,486	0,496
1,0	0,5	0,316	0,329	0,359	0,416	0,467	0,490	0,497
2,0		0,342	0,358	0,390	0,442	0,480	0,494	0,499
0,5		0,595	0,638	0,728	0,867	0,959	0,990	0,997
1,0	1,0	0,627	0,679	0,776	0,903	0,972	0,993	0,998
2,0		0,679	0,741	0,840	0,941	0,984	0,996	0,999
0,5		2,96	3,52	4,26	4,81	4,96	4,99	5,0
1,0	5,0	3,12	3,77	4,47	4,88	4,98	4,99	5,0
2,0		3,38	4,12	4,69	4,94	4,99	5,0	5,0

Представлены также аналитические формулы, обеспечивающие для основной  $T$ -волны МПЛ расчет дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости и потерь в материале подложки МПЛ с погрешностью, не превышающей 2 % в сравнении со строгими численными электродинамическими методами. Приведенные формулы справедливы в широкой частотной области и могут значительно облегчить и ускорить процесс подбора параметров при проектировании НО на основе МПЛ с помощью автоматизированных систем.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Техника и полупроводниковая электроника СВЧ / [Дробахин О. О., Плаксин С. В., Рябчий В. Д., Салтыков Д. Ю.]. – Севастополь : Вебер, 2013. – 322 с.

Романенко С. М.<sup>1</sup>, Дмитренко В. П.<sup>2</sup>, Воскобойник В. О.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Канд. фіз.-мат. наук, доцент, Запорізький національний технічний університет, Україна

<sup>2,3</sup>Канд. фіз.-мат. наук, доцент, Запорізький національний технічний університет, Україна

### РОЗРАХУНОК ШЛЕЙФНИХ СПРЯМОВАНИХ ВІДГАЛУЖУВАЧІВ НА МСЛ З УРАХУВАННЯМ ДИСПЕРСІЇ ВТРАТ У ЛІНІЯХ

Отримано прості аналітичні співвідношення для розрахунку параметрів шлейфних спрямованих відгалужувачів на МСЛ. Показано, що в залежності від величини коефіцієнта розподілу потужності у вихідних плечах схеми змінюються технологічні обмеження властиві таким відгалужувачам. Наведено також аналітичні формули, які з високою точністю і в широкому частотному діапазоні забезпечують для основної  $T$ -хвилі МСЛ розрахунок дисперсії ефективної діелектричної проникності та втрат в матеріалі підкладки.

**Ключові слова:** коефіцієнт поділу, спрямований відгалужувач, МСЛ, дисперсія, втрати.

Romanenko S. N.<sup>1</sup>, Dmitrenko V. P.<sup>2</sup>, Voskoboinyk V. A.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph. D., associate professor, Zaporizhian National Technical University, Ukraine

<sup>2,3</sup>Ph. D., associate professor, Zaporizhian National Technical University, Ukraine

### CALCULATION OF MICROSTRIP DIRECTIONAL COUPLERS WITH DISPERSION AND LOSSES IN TRANSMISSION LINES

Simple analytical relations for calculating parameters of microstrip directional couplers are obtained. It is shown that depending on the power splitting ratio  $k$  in the output ports of the circuit the technological restrictions of couplers are changed. At  $k \geq 1$  for double-stab four-port directional coupler, unlike three- and four-stab couplers, the range of characteristic impedance satisfies the technological restrictions. However, at  $k < 1$  three- and four-stab directional couplers become more technological. Analytical formulas for high precision calculation of the dispersion of effective permittivity and losses in the substrate valid for the main microstrip  $T$ -wave in a wide frequency range are also presented.

**Keywords:** splitting ratio, directional coupler, microstrip line, dispersion, losses.

### REFERENCES

1. Drobaxin O. O., Plaksin S. V., Ryabchij V. D., Salty'kov D. U. *Техника і полупроводниковая электроника СВЧ*, Sevastopol', Veber, 2013, 322 p.
2. Pozar D. M. *Microwave engineering*, 4th edition / Pozar D. M. John Wiley&Sons, Inc., 2012, 756 p.

2. Pozar D. M. *Microwave engineering*, 4th edition. John Wiley&Sons, Inc., 2012. – 756 p.
3. Карпуков, Л. М. Упрощенный расчет дисперсии в МПЛ / Л. М. Карпуков, С. Н. Романенко // *Радиотехника*. – 1991. – № 5. – С. 97–98.
4. Jansen, R. H. High speed computation of single and coupled microstrip parameters including dispersion, high-order modes, loss and finite strip thickness / Jansen R. H. // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 1978. – Vol. 26, No. 2. – P. 75–81.

Стаття надійшла до редакції 21.10.2013.

Після доробки 18.11.2013.