

## МЕТОД РАНЖИРОВАНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ПРОЦЕДУРЫ КОЛЛЕКТИВНОГО ЭКСПЕРТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

**Петров К. Э.** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информационных управляющих систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

**Дейнеко А. А.** – канд. техн. наук, доцент кафедры искусственного интеллекта, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

**Чалая О. В.** – канд. экон. наук, доцент, профессор кафедры информационных управляющих систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

**Панферова И. Ю.** – канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры информационных управляющих систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Решена актуальная задача построения математической модели коллективного многокритериального экспертного оценивания альтернатив, которая является составной частью проблемы автоматизации интеллектуального процесса принятия решений.

**Цель работы** состоит в разработке метода определения относительных коллективных многокритериальных оценок альтернатив и их последующего ранжирования на основе информации о личных предпочтениях экспертов.

Объектом исследования является процесс анализа и принятия решений в условиях многокритериальности.

Предметом исследования являются методы структурной и параметрической идентификации моделей многокритериального оценивания альтернатив.

**Метод.** В работе предлагается подход к построению модели коллективного многокритериального оценивания альтернатив на основе информации об установленных экспертами отношений частичного порядка на множестве имеющихся альтернатив. Предложен метод структурной и параметрической идентификации модели многокритериального оценивания, основанный на идеях теории компараторной идентификации. Показано, что решение задачи выбора структуры модели оптимальной сложности целесообразно проводить в классе полинома Колмогорова-Габора. Для нахождения параметров модели оценивания предлагается использовать способ, который базируется на вычислении чебышевской точки. Показано, что в этом случае задачу параметрической идентификации модели можно привести к стандартной задаче линейного программирования. Полученные на основе синтезированной математической модели скалярные коллективные многокритериальные оценки альтернатив позволяют сравнивать их между собой по «качеству» и, таким образом, выделить «наилучшую» из них или проводить их ранжирование.

**Результаты.** Разработан подход к построению математической модели коллективного многокритериального экспертного оценивания, на основе которой можно определять групповые обобщенные оценки альтернатив, а также проводить их ранжирование. Приведены результаты имитационного моделирования, которые демонстрируют практическую реализуемость и эффективность предложенного подхода.

**Выводы.** Существенным преимуществом подхода является возможность использования только нечисловой информации о предпочтениях экспертов. Это позволяет частично решить проблему субъективизма суждений экспертов в ходе принятия решений и снизить затраты на проведение коллективного экспертного оценивания альтернатив. Синтезированная модель коллективного экспертного оценивания может служить основой для решения задач оценки качества различных проектов, инвестиционного менеджмента, стратегического планирования, разработки проблемно-ориентированных систем поддержки принятия решений. В перспективе следует рассмотреть возможность дополнения представленного подхода возможностью учета оценок качественного состава и компетентности отдельных экспертов, входящих в группу.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** принятие решений, теория полезности, многокритериальная оценка, компараторная идентификация, функция полезности.

### НОМЕНКЛАТУРА

$A$  – кортеж значений коэффициентов, выражающих относительную важность частных критериев  $k_j(x_i)$ ;

$a_j$  – элемент кортежа  $A$ ;

$C(x_i)$  – относительная коллективная многокритериальная оценка альтернативы  $x_i$ ;

$K(x_i)$  – кортеж частных критериев;

$k_m(x_i)$  – элемент кортежа частных критериев;

$K^H(x_i)$  – кортеж нормированных значений частных критериев;

$k_j^H(x_i)$  – элемент кортежа  $K^H(x_i)$ ;

$m$  – количество частных критериев;

$n$  – количество альтернатив;

$P(x_i)$  – скалярная многокритериальная оценка (функция полезности) альтернативы  $x_i$ ;

$P_t(x_n)$  – скалярная индивидуальная многокритериальная оценка эксперта  $t$  альтернативы  $x_i$ ;

$T$  – количество экспертов;

$X$  – множество допустимых альтернатив;

$x_i$  – элемент множества допустимых альтернатив;

$\alpha_j$  – коэффициент нелинейности.

## ВВЕДЕНИЕ

Принятие решений является обязательной и неотъемлемой частью любой целенаправленной человеческой деятельности.

Не зависимо от предметной области интеллектуальный процесс принятия решений можно представить в виде последовательности следующих основных этапов: формулирование и анализ цели; выделение множества допустимых решений (альтернатив), которые обеспечивают ее достижение; выбор метрики (системы критериальных оценок), в которой можно качественно или количественно оценить предпочтительность (эффективность) альтернатив (этап оценивания); выбор экстремального в заданной метрике допустимого решения (этап оптимизации).

Реализация первых двух этапов может быть выполнена с применением различных методов системного анализа. В свою очередь, этап оценивания в этой цепочке является одним из ключевых и трудно формализуемых. Это связано с тем, что даже в простейших случаях часто не удается обосновать единственный скалярный критерий оценки эффективности, который достаточно полно характеризовал бы альтернативу. В формальном плане это означает, что эксперту необходимо произвести оценку эффективности альтернативы в целом на основе анализа некоторого множества противоречивых критериев, каждый из которых характеризует ее некоторое частное свойство. Кроме того, эти частные критерии имеют различные размерность, степень важности, шкалу измерения, интервал возможных значений и направление доминирования. Эта задача известна как задача многокритериального оценивания.

Задача многокритериальной оптимизации, которая заключается в выборе экстремального решения, является математически некорректной, так как не имеет единственного решения. Можно только выделить подмножество допустимых решений, которые являются несравнимыми из-за противоречивости частных критериев. На этом подмножестве, известном как область компромиссов или множество Парето, невозможно установить отношение линейного порядка (ранжировать альтернативы), а, следовательно, и определить экстремальную альтернативу (единственное решение). В этом случае для нахождения единственного решения необходимо провести регуляризацию этой некорректной задачи путем дополнения ее внешней информацией в виде некоторого правила.

Этой дополнительной информацией служит любая информация, полученная от экспертов в ходе проведения с ними серии активных (например, опросы, анкетирование и т. п.) или пассивных (наблюдение за поведением) экспериментов.

В основе конструктивного пути решения задачи принятия решений лежит основная гипотеза теории

рационального поведения, которая заключается в том, что индивидуум выбирает альтернативу, которая дает наилучший результат (наиболее эффективна). Оценка же эффективности альтернативы может быть проведена в рамках теории полезности. В ней предполагается, что существует некоторая обобщенная скалярная оценка полезности (эффективности) для каждой альтернативы, выраженной в виде функции, зависящей от частных критериев, на основе анализа значений которых затем и осуществляется этот выбор.

Таким образом, процесс принятия решений, по своей сути, представляет собой присвоение альтернативам некоторых качественных или количественных обобщенных оценок (задача оценивания) с целью их последующего ранжирования по степени предпочтительности для эксперта и выбора затем наилучшей из них (задача оптимизации).

Основная проблема в данной ситуации заключается в формализации подходов к формированию этих обобщенных оценок альтернатив экспертами.

Можно сделать вывод, что процесс принятия решений базируется на индивидуальном или коллективном интроспективном анализе проблемы и выборе способа ее решения. Методология такого анализа известна как индивидуальное и коллективное экспертное оценивание.

Идея коллективного экспертного оценивания состоит в том, чтобы сформировать группу квалифицированных специалистов, являющихся носителями знаний по конкретной проблеме, инициировать проведение ими ее всестороннего анализа с выдачей его результатов внешнему наблюдателю, который должен обработать их с целью получения обобщенного результата (решения). При этом предполагается, что каждый эксперт формирует некоторое субъективное мнение, а обобщенная оценка приближается к объективной.

Несмотря на наличие большого количества эмпирических методов экспертного оценивания [1] всем им в той или иной степени присущ субъективизм, связанный с необходимостью учета и формализации мнений экспертов. Поэтому актуальным становится разработка методов, которые бы снижали меру этого субъективного влияния экспертов с целью повышения эффективности принимаемых решений.

**Объектом исследования** является процесс анализа и принятия решений в многокритериальных ситуациях.

**Предметом исследования** являются методы структурной и параметрической идентификации моделей многокритериального оценивания альтернатив.

**Цель работы** состоит в разработке метода определения коллективных обобщенных оценок альтернатив и их последующего ранжирования на

основе идей теории компараторной идентификации [2] как способа повышения эффективности принятия решений в условиях многокритериальности.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Группе экспертов для анализа предлагается некоторое ограниченное множество допустимых вариантов решений проблемы  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . Каждая из альтернатив  $x_i \in X$ ,  $i = \overline{1, n}$  определяется кортежем разнородных частных критериев  $K(x_i) = \langle k_1(x_i), k_2(x_i), \dots, k_m(x_i) \rangle$ ,  $i = \overline{1, n}$  которые допускают их объективное количественное измерение.

Без потери общности будем полагать, что множество  $X$  содержит только недоминированные альтернативы.

Эти альтернативы или их часть предъявляется экспертам, которые должны оценить и провести их ранжирование (частичное или полное) на всем множестве альтернатив  $X$  или соответствующем его подмножестве с точки зрения их предпочтительности при принятии решения в каждой конкретной ситуации.

В результате на множестве  $X$  или его подмножестве можно установить либо отношение линейного порядка, например,  $x_1 \succ (\geq) x_2 \succ (\geq) \dots \succ (\geq) x_n$ , либо частичного линейного порядка, например,  $x_1 \succ (\geq) x_2 \succ (\geq) \dots \succ (\geq) \{x_3 \sim x_4 \sim x_5\} \succ (\geq) \dots \succ (\geq) \{x_{n-1} \sim x_n\}$ . Здесь « $\succ$ » (« $\geq$ ») и « $\sim$ » – знаки отношений соответственно строгого (нестрогого) предпочтений и эквивалентности.

Также может возникнуть ситуация, когда эксперт выбирает только одну наилучшую с его точки зрения альтернативу.

С формальной точки зрения это означает, что эксперт выбирает единственную наиболее предпочтительную альтернативу  $x_s \in X$ ,  $s = \overline{1, n}$  из множества  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , т. е.  $x_s \succ (\geq) x_i$ ,  $x_s, x_i \in X$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $s \neq i$ .

Задача состоит, во-первых, в определении значений относительных скалярных коллективных многокритериальных оценок альтернатив  $C(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , если имеется информация только о выборе наилучшей или об установленном отношении порядка на множестве альтернатив по каждому из экспертов, а, во-вторых, в ранжировании альтернатив по степени их «полезности» (эффективности) в соответствии с этими оценками.

## 2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Коллективное экспертное оценивание – это комплексная процедура, которая включает ряд основных этапов: формирование экспертной группы; получение информации от экспертов и ее анализ (индивидуаль-

ные мнения экспертов и степень их согласованности); формирование коллективной экспертной оценки альтернатив (агрегация индивидуальных экспертных суждений).

Наиболее часто на практике экспертные суждения реализуются в виде: непосредственных оценок, матриц парных или множественных сравнений, различных ранжирований и классификаций [1].

Формализация процесса получения таких оценок сталкивается с огромными трудностями, так как в этом случае и объектом и субъектом исследования является эксперт, что существенно влияет на результат принятия решения. И все же, несмотря на целый ряд недостатков, неточностей и субъективизма, информация, полученная от экспертов, является практически единственным источником исходных данных.

Ранжирование допустимого множества и выбор экстремального, т. е. наилучшего с точки зрения качества единственного решения, так или иначе, сводится к решению задачи многокритериальной оптимизации.

Существующие в настоящее время подходы к решению такого рода задач, например, такие как метод анализа иерархий и его обобщение – анализ сетей [3]; методы ELECTRE [4], PROMETHEE [5], TOPSIS [6], STEM [7]; АРАМИС и РАМПА [8]; методы главного критерия и оптимизации по последовательно применяемым критериям [7, 9]; функционально-стоимостной анализ [7]; метод формирования обобщенного скалярного критерия (свертки) [10]; группа методов вербального анализа решений – SMART, ЗАПРОС, ШНУР, ОРКЛАСС, ЦИКЛ, КЛАРА [11] и т. п. требуют от эксперта в явном виде предоставить информацию об относительной важности частных критериев, характеризующих альтернативы или о значениях их «весовых» коэффициентов.

Отдельно можно выделить человеко-машинные методы принятия решений, в основе которых лежит использование когнитивных карт – это такие системы поддержки принятия решений как CoCMoC, Канва, PolyAnalyst, Deductor, Fuzzy Thought Amplifier, Cope, NIPPER, Gismo, iThink, Hyper, RESEARCH, ATLAS/ti, Metamorph, KANT, Meta design, Гипердок, FCM Analyst. Их подробный обзор приведен в [12]. Главным недостатком таких систем является то, что для создания модели знаний (когнитивной модели) о предметной области требуется привлечение инженеров по знаниям и ориентируются они, как правило, на решение конкретных задач.

Для агрегации согласованных индивидуальных экспертных суждений можно выделить следующие подходы [8] к их математической обработке: различные методы голосования; аксиоматические; игровые и экспертные методы; групповые разновидности методов многокритериального выбора.

При определении итогового агрегированного результата обычно используется следующая схема: сначала для каждого эксперта решается своя задача индивидуального многокритериального выбора, а затем полученные результаты решения этих индивидуаль-

ных задач принимаются в качестве исходных при решении новой задачи коллективного многокритериального выбора, где эксперты выступают в роли новых критериев. В этом случае показатель компетентности и/или влияния конкретного эксперта выступает аналогом относительной важности критерия. Подобный подход применяется, например, в методах, базирующихся на гипотезах теории многомерной полезности [9, 13].

Актуальность разработки методов многокритериального оценивания альтернатив, основанных на использовании идей теории многомерной полезности, подтверждается большим количеством публикаций, в которых рассматриваются вопросы, связанные с решением ряда практических задач. Так в [14] рассматривается многокритериальная задача планирования с предпочтениями для решения проблем в различных предметных областях, в [15] – многокритериальная задача принятия решений при планировании технического обслуживания мостов на примере дорожной сети Нидерландов, в [16] – задача оптимизации политики выпуска программного обеспечения с учетом комплексных критериев надежности и стоимости, в [17] – задача многокритериального оценивания и выбора систем освещения в жилых зданиях на примере опыта их эксплуатации в Саудовской Аравии, в [18] – подходы к применению теории многомерной полезности в системах поддержки принятия решений с использованием функций вето для частичного или полного исключения влияния нежелательных предпочтений экспертов.

В данной работе предлагается оригинальный подход к определению относительных многокритериальных коллективных оценок альтернатив и последующему их ранжированию в случае, когда информация, полученная от экспертов, имеет нечисловой характер, т. е. имеются данные только о наиболее предпочтительной альтернативе или установлено отношение частичного порядка на множестве альтернатив, который базируется на применении метода компараторной идентификации [2].

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Коллективное многофакторное оценивание альтернатив предполагает получение информации о предпочтительности альтернатив от каждого из экспертов и последующее агрегирование этих индивидуальных оценок в некоторую групповую с целью выбора наилучшей альтернативы либо их ранжирования в соответствии с их эффективностью для принятия решения.

Рассмотрим в начале процесс построения математической модели индивидуального многокритериального оценивания для каждого эксперта на основе полученной от него качественной информации о предпочтительности альтернатив.

Пусть имеется некоторое конечное множество альтернатив  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , каждая из которых может быть описана кортежем разнородных частных © Петров К. Э., Дейнеко А. А., Чалая О. В., Панферова И. Ю., 2020 DOI 10.15588/1607-3274-2020-2-9

критериев  $K(x_i) = \langle k_1(x_i), k_2(x_i), \dots, k_m(x_i) \rangle$ ,  $i = \overline{1, n}$ , которые могут быть измерены в количественных шкалах. Если шкала измерения критерия качественная, можно перейти к количественным показателям, используя шкалу Харрингтона.

Эти альтернативы предъявляются эксперту, который оценивает их с точки зрения “полезности” (эффективности) для последующего выбора наиболее предпочтительных альтернатив при принятии решения.

Такое оценивание возможно осуществить в рамках теории полезности, в которой предполагается, что существует некоторая скалярная многокритериальная оценка обобщенной полезности  $P(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$  для каждой из альтернатив  $x_i \in X$ . Эту оценку (функцию полезности) можно представить в таком виде:

$$P(x_i) = F[A, K(x_i)], \quad x_i \in X, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_l \rangle$  – кортеж значений коэффициентов, выражающих относительную важность («вес») для эксперта частных критериев  $k_j(x_i)$ ,  $j = \overline{1, m}$ , которые характеризуют альтернативы  $x_i \in X$ .

По определению для функции полезности  $P(x_i)$  выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} x_i \succ x_j &\Leftrightarrow P(x_i) > P(x_j) \text{ и } x_i \sim x_j \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow P(x_i) = P(x_j), \quad \forall x_i, x_j \in X, \quad i \neq j. \end{aligned} \quad (2)$$

Задача состоит в структурной, т. е. в определении вида оператора  $F$  и параметрической идентификации – нахождении значений кортежа  $A$  математической модели индивидуального многокритериального оценивания (1) на основании информации только о наиболее предпочтительной альтернативе либо их частичного упорядочения, полученного в ходе анализа экспертом множества (подмножества) имеющихся альтернатив.

Решение этой задачи позволит определить количественные оценки альтернатив в виде значений их функции полезности  $P(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , которые позволят получить на их основе в последующем относительные коллективные многокритериальные оценки альтернатив  $C(x_i)$  и провести их ранжирование.

Без потери общности рассмотрим ситуацию, когда эксперт на основании анализа представленных альтернатив произвел их упорядочение по степени предпочтительности.

Например, для случая  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_5\}$  и установленного отношения порядка  $x_2 \succ x_3 \sim x_1 \succ x_4$  получим исходя из (2) такую систему ограничений:

$$\begin{cases} P(x_2) > P(x_3) \\ P(x_3) = P(x_1) \\ P(x_1) > P(x_4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(x_2) - P(x_3) > 0 \\ P(x_3) - P(x_1) = 0 \\ P(x_1) - P(x_4) > 0 \end{cases} \quad (3)$$

Здесь отсутствует информация по альтернативе  $x_5$ , поэтому ее нет и в системе (3). Однако в последствии, как будет показано ниже, значение функции полезности  $P(x_5)$  мы сможем «аппроксимировать» только на основе имеющейся информации.

В качестве универсальной функции полезности  $P(x_i)$  в работе предлагается использовать полином Колмогорова-Габора [19], который в принятых выше обозначениях имеет вид:

$$P(x_i) = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j k_j(x_i) + \sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^m a_{jq} k_j(x_i) k_q(x_i) + \sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^m \sum_{r=1}^m a_{jqr} k_j(x_i) k_q(x_i) k_r(x_i) + \dots \quad (4)$$

Выбор полинома именно такого вида обусловлен следующими причинами:

- как показано в работе [19], полином (4) позволяет точно аппроксимировать любую функцию многих переменных;

- полином содержит в своем составе как аддитивные, так и мультипликативные линейные по критериям  $K(x_i)$  составляющие и позволяет формировать на их основе полиномы любого вида;

- частные полиномы, полученные на основе (4), имеют традиционную форму (аддитивную, мультипликативную и т. п.), а составляющие имеют ясную интерпретацию, как «вклад» тех или иных критериев  $K(x_i)$  или их комплексов в обобщенную многофакторную оценку альтернативы.

Также следует отметить, что любой полином, являющийся фрагментом (4), является линейным по параметрам  $A$ , но в общем случае нелинейным по множеству критериев  $K(x_i)$ .

Для целей нашего исследования выберем фрагмент полинома (4), в котором примем  $a_0 = 0$  (при нулевых значениях характеристик  $k_j(x_i)$  «полезность» любой альтернативы равна нулю) и ограничимся учетом членов только первого порядка. Как показали компьютерные эксперименты [2], использование такой простейшей аддитивной модели является в данном случае оправданным из-за ограниченного объема информации получаемой от экспертов в процессе выбора альтернатив. Однако это не исключает использования более сложных моделей с членами второго, третьего и более высоких порядков, учитывающих взаимовлияние частных характеристик в случае, если удастся получить больше информации от экспертов. Вопросы структурной и параметрической идентификации таких моделей на основе использова-

ния генетических алгоритмов и метода группового учета аргументов подробно рассмотрены в [20].

Таким образом, значения  $a_j$  и  $P(x_i)$  будем определять в рамках фрагмента полинома (4) вида

$$P(x_i) = \sum_{j=1}^m a_j k_j^H(x_i), \quad (5)$$

где  $K^H(x_i) = \langle k_1^H(x_i), k_2^H(x_i), \dots, k_m^H(x_i) \rangle$  – нормированные значения частных критериев альтернатив;  $a_j$  – безразмерные коэффициенты относительной важности  $k_j^H(x_i)$ , которые удовлетворяют условиям

$$a_j \in [0, 1], \quad j = \overline{1, m}; \quad \sum_{j=1}^m a_j = 1. \quad (6)$$

Нормирование частных критериев необходимо, так как, в общем случае, они имеют различные размерность, интервал изменений и направление доминирования. Это нормирование можно осуществить, используя формулу:

$$k_j^H(x_i) = \left( \frac{k_j(x_i) - k_j^-(x_i)}{k_j^+(x_i) - k_j^-(x_i)} \right)^{\alpha_j}, \quad j = \overline{1, m}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (7)$$

где  $k_j(x_i)$  – действительное (абсолютное) значение  $j$ -го частного критерия;  $k_j^-(x_i)$  и  $k_j^+(x_i)$  – соответственно его «наихудшее» и «наилучшее» значения в зависимости от направления доминирования  $k_j(x_i)$ ;  $\alpha_j$  – коэффициент нелинейности ( $\alpha_j > 0$ ).

Тогда с учетом (2), (5) и (7) для случая  $x_r \succ x_s$  можно записать:

$$P(x_r) > P(x_s) \Leftrightarrow P(x_r) - P(x_s) > 0, \quad \forall x_r, x_s \in X, \quad r \neq s,$$

т. е.

$$P(x_r) - P(x_s) \equiv \left( \sum_{j=1}^m a_j k_j^H(x_r) \right) - \left( \sum_{j=1}^m a_j k_j^H(x_s) \right) > 0 \quad (8)$$

или

$$\sum_{j=1}^m a_j [k_j^H(x_r) - k_j^H(x_s)] > 0, \quad (9)$$

где  $a_j, j = \overline{1, m}$  удовлетворяют условиям (6).

Таким образом, полученная от эксперта информация в виде отношения порядка на множестве альтернатив  $X$  (например, (3)), может быть формализована в виде системы линейных ограничений вида (9), которая, в свою очередь, определяет выпуклый многогранник на гиперплоскости (6), любая точка которого является допустимым решением. Следовательно, за-

дача определения коэффициентов относительной важности частных критериев  $a_j$  является некорректной по Тихонову [21], так как в исходном виде не имеет единственного решения. Для получения такого решения исходную задачу необходимо регуляризовать [21] путем добавления в нее некоторого дополнительного условия.

В связи с отсутствием информации, позволяющей выдвинуть объективную гипотезу, которая определяет вид регуляризирующего выражения, в качестве рабочей примем эвристическую гипотезу, что точечная оценка параметров модели индивидуального многокритериального оценивания должна находиться в центральной области многогранника допустимых значений коэффициентов, определяемых системой ограничений (6) и (9).

Для регуляризации задачи в качестве единственного решения предлагается выбрать чебышевскую точку [22] для системы линейных ограничений (6) и (9). Экспериментальная проверка показала, что данное решение обладает высокой устойчивостью к изменению границ многогранника.

Чебышевская точка, по сути, представляет собой точку, находящуюся внутри области допустимых значений  $\Omega$  кортежа  $A$  (для совместной системы линейных ограничений). Эта точка равно уклонена на некоторую величину  $L < 0$  от  $n + 1$ , гиперплоскостей, ограничивающий  $n$ -мерный симплекс и уклоняется не более чем на  $L$  от остальных  $m - n - 1$  гиперплоскостей, где  $n$  – число переменных, а  $m$  – количество ограничений задачи.

Поскольку все ограничения вида (6), (9), входящие в систему, являются линейными, задачу определения чебышевской точки можно свести к задаче линейного программирования (ЛП) [22].

Для примера (3) с учетом (5) формальная запись такой задачи ЛП будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases}
 f(a_1, a_2, \dots, a_m, L) \equiv L \rightarrow \min \\
 \sum_{j=1}^m a_j [k_j^H(x_2) - k_j^H(x_3)] + L \geq 0 \\
 \sum_{j=1}^m a_j [k_j^H(x_3) - k_j^H(x_1)] + L \geq 0 \\
 \sum_{j=1}^m a_j [-k_j^H(x_3) + k_j^H(x_1)] + L \geq 0 \\
 \sum_{j=1}^m a_j [k_j^H(x_1) - k_j^H(x_4)] + L \geq 0 \\
 a_j + L \geq 0, j = \overline{1, m} \\
 \sum_{j=1}^m a_j = 1
 \end{cases} \quad (10)$$

В системе линейных ограничений (10) знаки «>» изменены на « $\geq$ » и равенство  $P(x_3) - P(x_1) = 0$  представлено в виде двух неравенств  $P(x_3) - P(x_1) \geq 0$  и  $-P(x_3) + P(x_1) \geq 0$ . Замена знаков ограничений не влияет на решение задачи, так как оно лежит внутри многогранника, описываемого системой (10), а не на его границах.

В результате решения задачи (10), например, симплекс-методом, получим точечные значения кортежа «весовых» коэффициентов частных характеристик  $A$ , а также относительные многокритериальные оценки альтернатив  $P(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , вычисленные на основе  $A$ , исходя из (5).

Таким образом, по каждому эксперту мы будем иметь информацию не только об установленном им отношении порядка на множестве альтернатив, но и о значениях их относительных количественных многокритериальных оценок  $P(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Для примера (3) это будут значения  $P(x_1)$ ,  $P(x_2)$ , ...,  $P(x_5)$ . Это позволит провести ранжирование всех пяти альтернатив, исходя из полученных значений  $P(x_i)$ ,  $i = \overline{1, 5}$ .

Теперь рассмотрим вопрос определения относительных коллективных многокритериальных оценок альтернатив на основе индивидуальных оценок экспертов для их последующего ранжирования.

Пусть имеется группа, состоящая из  $T$  экспертов. Для каждого из них определен с использованием метода, описанного выше, кортеж скалярных многокритериальных оценок альтернатив вида:

$$\langle P_t(x_1), P_t(x_2), \dots, P_t(x_n) \rangle, t = \overline{1, T}, i = \overline{1, n}. \quad (11)$$

На основе множества кортежей индивидуальных оценок (11) определим результаты коллективного экспертного оценивания  $\langle C(x_1), C(x_2), \dots, C(x_n) \rangle$  следующим образом:

$$C(x_i) = \frac{\sum_{t=1}^T P_t(x_i)}{T} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t(x_i), i = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Таким образом, получаем относительные количественные коллективные многокритериальные обобщенные оценки  $C(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , которые дают возможность провести ранжирование альтернатив в соответствии с их эффективностью для принятия решения.

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для иллюстрации работоспособности предлагаемого подхода рассмотрим следующий абстрактный пример.

Пусть имеется пять альтернатив, каждая из которых характеризуется пятью частными критериями.

Эти альтернативы предлагаются для рассмотрения четырьмя экспертами с целью получения информации о степени их предпочтительности для решения проблемы.

Значения нормированных в соответствии с (3) частных критериев  $K^H(x_i) = \langle k_j^H(x_i) \rangle$ ,  $j = \overline{1, 5}$  множества недоминируемых альтернатив  $X = \{x_i\}$ ,  $i = \overline{1, 5}$  были получены с помощью датчика случайных чисел. Все эти данные представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Значения нормализованных частных критериев альтернатив

$x_i$	$k_1^H(x_i)$	$k_2^H(x_i)$	$k_3^H(x_i)$	$k_4^H(x_i)$	$k_5^H(x_i)$	Ранги альтернатив			
						Э1	Э2	Э3	Э4
$x_1$	0,00	1,00	0,66	0,56	0,37	2	1	1	3
$x_2$	0,69	0,94	0,13	0,00	1,00	4	–	4	5
$x_3$	0,50	0,39	0,00	0,62	0,34	3	–	5	4
$x_4$	0,39	0,27	1,00	1,00	0,00	1	–	2	1
$x_5$	1,00	0,00	0,81	0,26	0,76	?	–	3	2

Результаты ранжирования альтернатив экспертами Э1, Э2, Э3, Э4 представлены в табл. 1. При этом меньший ранг соответствует более предпочтительной альтернативе. Заметим, что первому эксперту Э1 для рассмотрения были представлены только первые четыре альтернативы, а эксперт Э2 при рассмотрении всех пяти альтернатив указал только лучшую.

На основе этой информации необходимо построить модели индивидуального многокритериального оценивания для каждого из четырех экспертов, которые позволят определить значения функций полезности альтернатив и, соответственно, получить их полное ранжирование. Далее провести агрегацию этих индивидуальных оценок с целью определения относительных коллективных экспертных оценок альтернатив и затем на их основе определить их ранги.

## 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Исходя из значений рангов альтернатив, представленных в табл. 1, система ограничений, например, для эксперта Э1 будет иметь вид:

$$\begin{cases} P(x_4) > P(x_1) \\ P(x_1) > P(x_3) \\ P(x_3) > P(x_2) \end{cases}, \quad (13)$$

а для эксперта Э2 –

$$\begin{cases} P(x_1) > P(x_2) \\ P(x_1) > P(x_3) \\ P(x_1) > P(x_4) \\ P(x_1) > P(x_5) \end{cases}. \quad (14)$$

Аналогично примерам (3), (13), (14) могут быть сформированы системы ограничений для экспертов Э3 и Э4. Модели индивидуального многокритериального оценивания и соответствующие задачи ЛП для определения кортежей значений коэффициентов  $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_5 \rangle$ , которые выражают относительную важность («вес») для конкретного эксперта частных критериев  $k_j(x_i)$ ,  $j = \overline{1, 5}$ ,  $i = \overline{1, 5}$  могут быть сформулированы аналогично (10).

Таким образом, в ходе решения четырех задач ЛП сформулированных на основе информации о ранжировании альтернатив каждым из экспертов Э1, Э2, Э3, Э4, а также с учетом (5) были получены кортежи значений коэффициентов  $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_5 \rangle$ , исходя из которых определены кортежи значений скалярных индивидуальных многокритериальных оценок (функций полезности) альтернатив  $\langle P_t(x_1), P_t(x_2), \dots, P_t(x_n) \rangle$ ,  $t = \overline{1, 4}$ ,  $i = \overline{1, 5}$ , которые представлены в соответствующих столбцах табл. 2.

Таблица 2 – Значения функций полезности альтернатив и результаты ранжирования

$x_i$	$P_1(x_i)$	$P_2(x_i)$	$P_3(x_i)$	$P_4(x_i)$	$C(x_i)$	Ранг
$x_1$	0,5443	0,6675	0,6680	0,4865	0,5916	2
$x_2$	0,3193	0,5623	0,5074	0,3284	0,4294	4
$x_3$	0,4316	0,2980	0,2190	0,4071	0,3389	5
$x_4$	0,7379	0,5585	0,6150	0,7358	0,6618	1
$x_5$	0,4743	0,4693	0,5610	0,5645	0,5173	3

На основе кортежей индивидуальных оценок, используя формулу (12), получим относительные количественные коллективные многокритериальные обобщенные оценки альтернатив  $C(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , которые позволят провести их ранжирование по степени их «полезности» для принятия решения. Результаты вычислений представлены в табл. 2.

В табл. 3 представлены результаты ранжирования альтернатив экспертами Э1, Э2, Э3, Э4 на основе построенных для каждого из них моделей индивидуального многофакторного оценивания. Таким образом нам удалось «аппроксимировать» значения рангов альтернатив, исходя из значений их функций полезности (см. табл. 2) для экспертов Э1 и Э2, используя только информацию об их предпочтениях (ранжировании) из табл. 1.

Таблица 3 – Результаты ранжирования альтернатив

$x_i$	Ранги альтернатив				Результаты коллективного голосования			
	Э1	Э2	Э3	Э4	Метод Борда	Метод Кондорсе	Метод медианы Кемени	Метод медианы рангов
$x_1$	2	1	1	3	1,5	1,5	1,5	1,5
$x_2$	5	2	4	5	4	4,5	4	4,5
$x_3$	4	5	5	4	5	4,5	5	4,5
$x_4$	1	3	2	1	1,5	1,5	1,5	1,5
$x_5$	3	4	3	3	3	3	3	3

Также представляет интерес решение задачи определения относительных коллективных «весовых» коэффициентов критериев  $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_5 \rangle$ , исходя из значений  $C(x_i)$ ,  $i = \overline{1, 5}$  (табл. 2). Они имеют следующие значения:

$$A = \langle 0,121, 0,207, 0,301, 0,258, 0,113 \rangle.$$

Следовательно, наиболее значимым является критерий  $k_3(x_i)$ , а за ним в порядке убывания важности идут критерии  $k_4(x_i)$ ,  $k_2(x_i)$ ,  $k_1(x_i)$  и  $k_5(x_i)$ .

Для сравнения приведем «весовые» коэффициенты критериев  $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_5 \rangle$ , вычисленные исходя из значений рангов альтернатив  $x_i$ ,  $i = \overline{1, 5}$  (табл. 2):  $A = \langle 0,090, 0,201, 0,383, 0,236, 0,090 \rangle$ . Здесь наблюдается небольшое расхождение из-за использования различных шкал измерения «предпочтительности» альтернатив (в первом случае она относительная, а во втором ранговая).

Используя эти данные и нормированные значения частных критериев (табл. 1) можно провести ранжирование альтернатив, применив схему оптимизации по последовательно применяемым критериям [9]. Результатом будет следующее ранжирование альтернатив  $x_4 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_3$ .

Формальную запись математической модели коллективного многокритериального оценивания с учетом (5) можно представить следующим образом:

$$C(x_i) = 0,121k_1(x_i) + 0,207k_2(x_i) + 0,301k_3(x_i) + 0,258k_4(x_i) + 0,113k_5(x_i), \quad i = \overline{1, 5}. \quad (15)$$

Все результаты работы получены с использованием программного средства MathCad14.

## 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Идея организации любой комплексной экспертизы заключается в выработке некоторого объективного общего подхода к решению проблемы. Однако задача выбора единственной альтернативы из некоторого допустимого множества в случае, когда каждая из них характеризуется множеством противоречивых критериев, является нетривиальной.

В данной работе сознательно не рассматриваются вопросы, связанные с методами организации экспертиз, проблемами согласованности мнений экспертов, оценки качества экспертной группы и т. п. Эти проблемы достаточно подробно рассмотрены в [1, 7, 8, 23] и являются предметом отдельного исследования.

Основными результатами применения предложенного в работе подхода является то, что с его помощью можно «аппроксимировать» недостающие данные о предпочтительности альтернатив, полученные от экспертов. Также можно получить количественные многокритериальные оценки альтернатив, что дает возможность перейти от порядковой шкалы к шкале отношений для измерения «полезности» той или иной альтернативы (см. табл. 2).

Как показывают многочисленные исследования, при решении задач многокритериального оценивания альтернатив, человек более точно выполняет операцию сравнения, чем количественного измерения. Этот факт также доказывает целесообразность применения описанного выше подхода, т. к. позволяет снизить субъективное влияние эксперта на процесс принятия окончательного решения. В данном случае от эксперта не требуется указание непосредственных точечных или интервальных количественных оценок альтернатив либо значений «весовых» коэффициентов критериев.

Сравнение полученных результатов коллективного ранжирования альтернатив (табл. 2) с наиболее известными методами обработки результатов голосования [1, 8], такими как методы Борда, Кондорсе, медиан Кемени и рангов показывает небольшое расхождение в значениях рангов (см. табл. 3). Это связано с тем, что, во-первых, указанные методы в принципе являются эмпирическими, а, во-вторых, их применение невозможно при отсутствии полной информации о рангах альтернатив, поэтому часть недостающей информации (табл. 1) была восполнена за счет применения предложенного в работе подхода. Ранги альтернатив для экспертов Э1 и Э2 были получены с учетом значений функций полезности, представленных в табл. 2.

Также к достоинствам метода следует отнести возможность получения латентной информации об относительных «весах» частных критериев, которые позволяют оценить «важность» каждого из них в процессе принятия решения.

Полученная модель коллективного многокритериального экспертного оценивания (15) позволяет прогнозировать значения функций полезности альтернатив, которые по каким-то причинам не были представлены к рассмотрению экспертам или новых альтернатив. Это существенно снижает затраты на проведение экспертизы, т. к. в этом случае не требуется привлечение экспертов.

Ранжирование альтернатив с помощью представленного в работе метода проводится на основе оперирования с точечными оценками «весовых» коэффициентов критериев и значениями функций полезности альтернатив. Однако идеи данного подхода можно использовать и для работы с интервальными и нечеткими интервальными значениями, как это предлагается в [24].



## ВЫВОДЫ

В работе решена актуальная задача построения математической модели коллективного многокритериального экспертного оценивания на основе метода компараторной идентификации. Это позволяет определять групповые обобщенные оценки альтернатив, а также проводить их ранжирование на основе этих оценок.

К достоинством предложенного подхода можно отнести отсутствие жесткого требования к экспертам по установлению ими отношения линейного порядка на всем допустимом множестве альтернатив, что иногда просто невозможно сделать. Это позволяет уменьшить субъективное влияние эксперта на результат оценивания альтернатив и последующего принятия решения.

### Научная новизна работы:

– впервые предложена формальная модель коллективного экспертного многокритериального оценивания альтернатив, которая отличается от существующих возможностью использования любой информации об отношении порядка на множестве рассматриваемых альтернатив, что дает возможность получать адекватные результаты при небольшом объеме данных;

– усовершенствован метод решения задачи компараторной структурной и параметрической идентификации модели многокритериального оценивания с применением полинома Колмогорова-Габор как универсального класса структур, что позволяет учитывать аддитивные, мультипликативные составляющие и их всевозможные комбинации и строить более адекватные модели.

**Практическая значимость результатов работы** состоит в том, что предложенный подход к построению модели коллективного экспертного оценивания может служить основой решения широкого круга задач, связанных с автоматизацией интеллектуального процесса принятия решений. В частности, задач оценки качества различных проектов, инвестиционного менеджмента, стратегического планирования, разработки проблемно-ориентированных систем поддержки принятия решений.

**Перспективы дальнейших исследований** состоят в дополнении представленного подхода возможностью учета оценок качественного состава и компетентности отдельных экспертов, входящих в группу, а также во всесторонней апробации разработанных моделей оценивания при решении различных практических задач.

## ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Крючковский В. В. Интроспективный анализ: методы и средства экспертного оценивания / В. В. Крючковский, Э. Г. Петров, Н. А. Соколова, В. Е. Ходаков. – Херсон : Издательство Гринь Д.С., 2011. – 169 с.
2. Петров К. Э. Компараторная структурно-параметрическая идентификация моделей скалярного многофакторного оце-

нивания / К. Э. Петров, В. В. Крючковский. – Херсон : Олди-плюс, 2009. – 294 с.

3. Saaty T. L. The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangible Criteria and for Decision-Making / T. L. Saaty // *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science.* – New York: Springer, 2016. – Vol. 233. – P. 363–419. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_1
4. Figueira J. ELECTRE Methods / J. Figueira, V. Mousseau, B. Roy // *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science.* – New York: Springer, 2016. – Vol. 233. – P. 155–185. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_5
5. Brans J. P. PROMETHEE Methods / J. P. Brans, Y. De Smet // *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science.* – New York: Springer, 2016. – Vol. 233. – P. 187–219. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_6
6. Papathanasiou J. TOPSIS / J. Papathanasiou, N. Ploskas // *Multiple Criteria Decision Aid. Springer Optimization and Its Applications.* – Cham: Springer, 2018. – Vol. 136. – P. 1–30. DOI: 10.1007/978-3-319-91648-4\_1
7. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также хроника событий в волшебной стране / О. И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 294 с.
8. Петровский А. Б. Теория принятия решений / А. Б. Петровский. – М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 400 с.
9. Подиновский В. В. Оптимизация по последовательно применяемым критериям / В. В. Подиновский, В. М. Гаврилов. – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 194 с.
10. Keeney R. L. Decisions with multiple objectives—preferences and value tradeoffs / R. L. Keeney, H. Raiffa. – Cambridge: Cambridge University Press, 1993. – 569 p. DOI: 10.1017/CBO9781139174084
11. Ларичев О. И. Вербальный анализ решений. / О. И. Ларичев. – М.: Наука, 2006. – 186 с.
12. Ломазов В. А. Когнитивная модель процесса принятия решения при выборе методов оценивания ИТ-проектов/ В. А. Ломазов, С. И. Маторин, В. С. Нехотина // *Фундаментальные исследования.* – 2015. – № 6–3. – С. 490–496.
13. Dyer J. S. Multiattribute Utility Theory (MAUT) / J. S. Dyer // *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science.* – New York: Springer, 2016. – Vol. 233. – P. 285–314. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_8
14. Bidoux L. Planning with preferences using Multi-Attribute Utility Theory along with a Choquet Integral / L. Bidoux, J. P. Pignon, F. Benaben // *Engineering Applications of Artificial Intelligence.* – 2019. – Vol. 85. – P. 808–817. DOI: 10.1016/j.engappai.2019.08.002
15. Network level bridges maintenance planning using Multi-Attribute Utility Theory / [Z. A. Bukhsh, I. Stipanovic, G. Klanker et al] // *Structure and Infrastructure Engineering.* – 2019. – Vol. 15, № 7. – P. 872–885. DOI: 10.1080/15732479.2017.1414858
16. Yi Z. Impacts of networking effects on software reliability growth processes: A multi-attribute utility theory approach / Z. Yi, Y. Wen, X. Wu // *Quality and Reliability Engineering International.* – 2019. – Vol. 35, № 6. – P. 1952–1972. DOI: 10.1002/qre.2486
17. Alshamrani O. Analytic Hierarchy Process & Multi Attribute Utility Theory Based Approach for the Selection of Lighting Systems in Residential Buildings: A Case Study / O. Alshamrani, A. Alshibani, M. Alogaili // *Buildings.* – 2018. – Vol. 8, № 6. – P. 73. DOI: 10.3390/buildings8060073
18. Bregar A. Decision support on the basis of utility models with discordance-related preferential information: investigation of

- risk aversion properties / A. Bregar // Journal of Decision Systems. – 2018. – Vol. 27, № 1. – P. 236–247. DOI: 10.1080/12460125.2018.1468170
19. Колмогоров А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения / А. Н. Колмогоров // Доклады АН СССР. – 1957. – Т. 5(114). – С. 953–956.
20. Ovezgel'dyev A. O. Modeling individual multifactor estimation using GMDH elements and genetic algorithms / A. O. Ovezgel'dyev, K. E. Petrov // Cybernetics and Systems Analysis. – 2007. – Vol. 43. – P. 126–133. DOI: 10.1007/s10559-007-0031-0
21. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
22. Зуховицкий С. И. Линейное и выпуклое программирование / С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. – М.: Наука, 1967. – 460 с.
23. Ситков Р. А. Методика проведения экспертного опроса по оцениванию свойств и факторов, влияющих на качество и компетентность экспертов / Р. А. Ситков, В. Н. Щельников, И. Е. Петрушин // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 11–5. – С. 944–948.
24. Ovezgel'dyev A. O. Fuzzy-Interval Choice of Alternatives in Collective Expert Evaluation / A. O. Ovezgel'dyev, K. E. Petrov // Cybernetics and Systems Analysis. – 2016. – Vol. 52. – P. 269–276. DOI: 10.1007/s10559-016-9823-4

Статья поступила в редакцию 02.06.2020.

УДК 519.81

### МЕТОД РАНЖУВАННЯ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ПРОЦЕДУРИ КОЛЕКТИВНОГО ЕКСПЕРТНОГО ОЦІНЮВАННЯ

**Петров К. Е.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інформаційних управляючих систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

**Дейнеко А. О.** – канд. техн. наук, доцент кафедри штучного інтелекту, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

**Чала О. В.** – канд. екон. наук, доцент, професор кафедри інформаційних управляючих систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

**Панфорова І. Ю.** – канд. техн. наук, доцент, професор кафедри інформаційних управляючих систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

#### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Вирішено актуальне завдання побудови математичної моделі колективного багатокритеріального експертного оцінювання альтернатив, яка є складовою частиною проблеми автоматизації інтелектуального процесу прийняття рішень.

**Мета роботи** полягає в розробці методу визначення відносних колективних багатокритеріальних оцінок альтернатив і їх подальшого ранжування на основі інформації про особисті уподобання експертів.

Об'єктом дослідження є процес аналізу та прийняття рішень в умовах багатокритеріальності.

Предметом дослідження є методи структурної та параметричної ідентифікації моделей багатокритеріального оцінювання альтернатив.

**Метод.** У роботі пропонується підхід до побудови моделі колективного багатокритеріального оцінювання альтернатив на основі інформації про встановлені експертами відносини часткового порядку на множині наявних альтернатив. Запропоновано метод структурної та параметричної ідентифікації моделі багатокритеріального оцінювання, заснований на ідеях теорії компараторної ідентифікації. Показано, що розв'язання задачі вибору структури моделі оптимальної складності доцільно проводити в класі полінома Колмогорова-Габора. Для знаходження параметрів моделі оцінювання пропонується використовувати спосіб, який базується на обчисленні чебишевської точки. Показано, що в цьому випадку задачу параметричної ідентифікації моделі можна звести до стандартної задачі лінійного програмування. Отримані на основі синтезованої математичної моделі скалярні колективні багатокритеріальні оцінки альтернатив дозволяють порівнювати їх між собою за «якістю» і, таким чином, виділити «найкращу» з них або проводити їх ранжування.

**Результати.** Розроблено підхід до побудови математичної моделі колективного багатокритеріального експертного оцінювання, на основі якої можна визначати групові узагальнені оцінки альтернатив, а також проводити їх ранжування. Наведено результати імітаційного моделювання, які демонструють можливість практичної реалізації і ефективність запропонованого підходу.

**Висновки.** Істотною перевагою підходу є можливість використання тільки нечислової інформації про переваги експертів. Це дозволяє частково вирішити проблему суб'єктивізму суджень експертів в ході прийняття рішень та знизити витрати на проведення колективного експертного оцінювання альтернатив. Синтезована модель колективного експертного оцінювання може служити основою для вирішення завдань оцінки якості різних проектів, інвестиційного менеджменту, стратегічного планування, розробки проблемно-орієнтованих систем підтримки прийняття рішень. У перспективі слід розглянути можливість доповнення представленого підходу можливістю врахування оцінок якісного складу і компетентності окремих експертів, що входять в групу.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** прийняття рішень, теорія корисності, багатокритеріальна оцінка, компараторна ідентифікація, функція корисності.

UDC 519.81

### THE METHOD OF ALTERNATIVE RANKING FOR A COLLECTIVE EXPERT ESTIMATION PROCEDURE

**Petrov K. E.** – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Information Control Systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

**Deineko A. O.** – PhD, Associate Professor of the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

**Chala O. V.** – PhD, Associate Professor, Professor of the Department of Information Control Systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

**Panforova I. Yu.** – PhD, Associate Professor, Professor of the Department of Information Control Systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

#### ABSTRACT

**Context.** The actual problem of constructing a mathematical model of a collective multi-criteria expert estimation of alternatives, which is an integral part of the automation of the intellectual decision-making process, has been solved.

© Петров К. Э., Дейнеко А. А., Чала О. В., Панфорова И. Ю., 2020  
DOI 10.15588/1607-3274-2020-2-9

**Objective.** The goal of the work is to develop a method for determining relative collective multi-criteria estimation of alternatives and their subsequent ranking based on information about personal preferences of experts.

The object of research is the process of analysis and decision-making in multi-criteria conditions.

The subject of the research are the methods of structural and parametric identification of the model of multi-criteria estimation of alternatives.

**Method.** The paper proposes an approach to constructing a model of collective multi-criteria estimation of alternatives based on information about partial-order relationships established by experts on the set of available alternatives. A method for structural and parametric identification of a model of multi-criteria estimation, which based on the ideas of the theory of comparator identification is proposed. It is shown that the solution to the problem of choosing the structure of a model of optimal complexity should be carried out in the class of Kolmogorov-Gabors polynomial. To find the parameters of the estimation model, it is proposed to use a method that is based on the calculating of the Chebyshev point. It is shown that in this case, the parametric identification problem of the model can be reduced to the standard linear programming problem. The scalar collective multi-criteria estimates of alternatives obtained on the basis of the synthesized mathematical model make it possible to compare them with each other in terms of "quality" and, thus, select the "best" of them or rank them.

**Results.** An approach has been developed to construct a mathematical model of collective multi-criteria expert estimation, on the basis of which it is possible to determine group generalized estimates of alternatives, as well as to rank them. The results of simulation modeling, which demonstrate the practical feasibility and effectiveness of the proposed approach are presented.

**Conclusions.** A significant advantage of the approach is the ability to use only non-numerical information about the preferences of experts. This allows you to partially solve the problem of subjectivity of expert opinions in the process of decision-making and reduce the cost of a collective expert estimation of alternatives. The synthesized model of collective expert estimation can serve as the basis for solving the problems of estimating the quality of various projects, investment management, strategic planning, and the development of problem-oriented decision support systems. In the future, it is worth considering the possibility of supplementing the presented approach with the possibility of taking into account estimates of the qualitative composition and competence of individual experts, which are included in the group.

**KEYWORDS:** decision making, utility theory, multi-criteria estimates, comparative identification, utility function.

## REFERENCES

1. Krjuchkovskij V. V., Petrov E. G., Sokolova N. A., Hodakov V. E. Introspektivnyj analiz: metody i sredstva jekspertnogo ocenivanija. Herson, Izdatel'stvo Grin' D.S., 2011, 169 p.
2. Petrov K. E., Krjuchkovskij V. V. Komparatornaja strukturno-parametricheskaja identifikacija modelej skaljarnogo mnogofaktornogo ocenivanija. Herson, Oldi-pljus, 2009, 294 p.
3. Saaty T. L. The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangible Criteria and for Decision-Making. *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science*. New York, Springer, 2016, Vol. 233, pp. 363–419. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_1
4. Figueira J., Mousseau V., Roy B. ELECTRE Methods. *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science*. New York, Springer, 2016, Vol. 233, pp. 155–185. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_5
5. Brans J. P., Smet Y. De PROMETHEE Methods. *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science*. New York, Springer, 2016, Vol. 233, pp. 187–219. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_6
6. Papathanasiou J., Ploskas N. TOPSIS. *Multiple Criteria Decision Aid. Springer Optimization and Its Applications*. Cham, Springer, 2018, Vol. 136, pp. 1–30. DOI: 10.1007/978-3-319-91648-4\_1
7. Larichev O. I. Teorija i metody prinjatija reshenij, a takzhe hronika sobytij v volshebnoj strane. Moscow, Logos, 2000, 294 p.
8. Petrovskij A. B. Teorija prinjatija reshenij. Moscow, Izdatel'skij centr «Akademija», 2009, 400 p.
9. Podinovskij V. V., Gavrilov V. M. Optimizacija po posledovatel'no primenjaemym kriterijam. Moscow, LENAND, 2016, 194 p.
10. Keeney R. L., Raiffa H. Decisions with multiple objectives—preferences and value tradeoffs. Cambridge, Cambridge University Press, 1993, 569 p. DOI: 10.1017/CBO9781139174084
11. Larichev O. I. Verbal'nyj analiz reshenij. Moscow, Nauka, 2006, 186 p.
12. Lomazov V. A., Matorin S. I., Nehotina V. S. Kognitivnaja model' processa prinjatija reshenija pri vybore metodov ocenivanija IT-proektov. *Fundamental'nye issledovanija*, 2015, No. 6–3, pp. 490–496.
13. Dyer J. S. Multiattribute Utility Theory (MAUT). *Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science*. New York, Springer, 2016, Vol. 233, pp. 285–314. DOI: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_8
14. Bidoux L., Pignon P., Benaben F. Planning with preferences using Multi-Attribute Utility Theory along with a Choquet Integral. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2019, Vol. 85, pp. 808–817. DOI: 10.1016/j.engappai.2019.08.002
15. Bukhsh Z. A., Stipanovic I., Klanker G., O'Connor A., Doree A. G. Network level bridges maintenance planning using Multi-Attribute Utility Theory. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2019, Vol. 15, No. 7, pp. 872–885. DOI: 10.1080/15732479.2017.1414858
16. Yi Z., Wen Y., Wu X. Impacts of networking effects on software reliability growth processes: A multi-attribute utility theory approach. *Quality and Reliability Engineering International*, 2019, Vol. 35, No. 6, pp. 1952–1972. DOI: 10.1002/qre.2486
17. Alshamrani O., Alshibani A., Alogaili M. Analytic Hierarchy Process & Multi Attribute Utility Theory Based Approach for the Selection of Lighting Systems in Residential Buildings: A Case Study. *Buildings*, 2018, Vol. 8, № 6, P. 73. DOI: 10.3390/buildings8060073
18. Bregar A. Decision support on the basis of utility models with discordance-related preferential information: investigation of risk aversion properties. *Journal of Decision Systems*, 2018, Vol. 27, No. 1, pp. 236–247. DOI: 10.1080/12460125.2018.1468170
19. Kolmogorov A. N. O predstavlenii nepreryvnyh funkcij neskol'kih peremennyh v vide superpozicij nepreryvnyh funkcij odnogo peremennogo i slozhenija. *Doklady AN SSSR*, 1957, Vol. 5(114), pp. 953–956.
20. Ovezgel'dyev A. O., Petrov K. E. Modeling individual multifactor estimation using GMDH elements and genetic algorithms. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2007, Vol. 43, pp. 126–133. DOI: 10.1007/s10559-007-0031-0
21. Tihonov A. N., Arsenin V. Ja. Metody reshenija nekorrektnykh zadach. Mosc Nauka, 1986. – 288 s.
22. Zuhovickij S. I., Avdeeva L. I. Linejnoe i vypukloe programmirovanie. Moscow, Nauka, 1967, 460 p.
23. Sitkov R. A., Shhel'nikov V. N., Petrushin I. E. Metodika provedenija jekspertnogo oprosa po ocenivaniju svojstv i faktorov, vlijajushhij na kachestvo i kompetentnost' jekspertov. *Fundamental'nye issledovanija*, 2016, No. 11–5, pp. 944–948.
24. Ovezgel'dyev A. O., Petrov K. E. Fuzzy-Interval Choice of Alternatives in Collective Expert Evaluation. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2016, Vol. 52, pp. 269–276. DOI: 10.1007/s10559-016-9823-4