НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 004.932.2:004.93'1

ВИВЧЕННЯ КРИТЕРІЇВ ІНФОРМАТИВНОСТІ ДАНИХ ПРИ ВПРОВАДЖЕННІ АПАРАТУ ДЕРЕВ РІШЕНЬ У МЕТОДАХ СТРУКТУРНОЇ КЛАСИФІКАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ

Гадецька С. В. – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Харків, Україна.

Гороховатський В. О. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри інформатики, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

Стяглик Н. І. – канд. пед. наук, завідувач кафедри інформаційних технологій, Харківський навчально-науковий інститут ДВНЗ «Університет банківської справи», Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Дієві класифікаційні рішення у сучасних системах комп'ютерного зору потребують поглибленого вивчення природи оброблюваних даних. Кластерне подання для базової системи структурних ознак як множини дескрипторів ключових точок зображення сприяє зниженню розмірності та суттєвому спрощенню засобів аналізу даних. Основним інструментом є статистичне дослідження даних описів у складі кластерного подання, яке відображає узагальнені властивості візуального об'єкта. Впровадження апарату дерев ґрунтується на статистичному аналізі компонентів даних задля прийняття рішення про віднесення візуального об'єкту до відповідного класу. Побудова дерев базується на показниках інформативності даних, що забезпечують процес логічного оброблення при розділенні у гілках дерева. Маючи єдину ймовірнісну природу, ці показники вимірюють і оцінюють суттєво різну за змістом інформацію. Важливим представляється вивчення як загальних властивостей цих критеріїв у задачі класифікації, так і оцінювання їх індивідуальних характеристик.

Мета роботи. Вирішення задачі класифікації візуальних об'єктів за кластерним поданням даних для структурного опису зображення із застосуванням апарату дерев рішень.

Метод. Запропоновано спосіб класифікації зображень на основі кластерного подання даних із використанням апарату дерев рішень та інструментарію теорії інформації.

Результати. Підтверджено працездатність і ефективність методу класифікації шляхом застосування апарату дерев до кластерного подання даних структурного опису зображення. На прикладах застосування різних критеріїв інформативності для реальних експериментальних даних зображень оцінена результативність створених дерев. Порівняльним чином проаналізовані особливості впровадження різних критеріїв інформативності даних при побудові дерева рішень.

Висновки. Застосування розглянутих критеріїв інформативності різним чином задає послідовність впровадження незалежних змінних у класифікаційному дереві, якими виступають числові показники кластерного подання опису зображення. Проведені розрахунки свідчать про те, що ентропія Шеннона та коефіцієнт Джині є достатньо потужними критеріями інформативності, які забезпечують практичну побудову класифікаційного дерева рішень. Схожість функції сумісної інформативності кореневого вузла для різних критеріїв підтверджує об'єктивність проведеного дослідження, а їх відмінність відображає індивідуальний характер чутливості до аналізованих даних.

Наукову новизну дослідження складає удосконалення та статистичне обґрунтування процедур прийняття класифікаційних рішень для даних кластерного подання описів зображень на основі впровадження моделей дерев.

Практична значущість роботи полягає у підтвердженні результативності запровадження апарату дерев для класифікації даних на прикладах зображень у системах комп'ютерного зору.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: комп'ютерний зір, методи структурного розпізнавання зображень, множина ключових точок, дескриптор BRISK, кластерне подання, релевантність описів, критерій приросту інформації, ентропія Шеннона, ентропія Рен'ї, коефіцієнт Джині.

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

АБРЕВІАТУРИ

BRISK – (Binary Robust Invariant Scalable Keypoints) – метод виявлення та опису ключових точок;

OpenCV – бібліотека програмного забезпечення для систем комп'ютерного зору;

КТ – ключова точка;

ID3 – метод побудови дерев рішень.

НОМЕНКЛАТУРА

Z – база описів еталонів;

Z_j – опис еталону;

O – опис аналізованого об'єкту;

J – число класів;

K_i – кластер,

k – число кластерів;

$h\left[Z^j\right]$ – векторний опис еталону у кластерному просторі;

h_i^j – кількість елементів j-го еталону, що належать кластеру K_i;

$Gain$ – критерій приросту інформації;

n – кількість даних, що розділяються у вузлі дерева;

n_1, n_2 – число елементів дочірніх вузлів бінарного дерева;

$I(n)$ – критерій інформативності даних;

$I_S(n)$ – інформаційна ентропія Шеннона;

p – оцінка ймовірності появи елементів класу серед елементів вузла;

$I_J(n)$ – коефіцієнт Джині;

$I_R(n)$ – ентропія Рен'ї;

$I_T^{\alpha}(n)$ – ентропія Тсалліса.

ВСТУП

Процес впровадження дієвих класифікаційних рішень у сучасних системах комп'ютерного зору потребує вирішення ряду проблем, пов'язаних із поглибленим вивченням природи оброблюваних даних. У структурних методах розпізнавання зображень описи візуальних об'єктів подаються у вигляді множини дескрипторів ключових точок (КТ) – скінченної множини числових векторів достатньо високої розмірності [1–4]. У такому випадку трансформація простору даних до моделі кластерної системи сприяє зниженню розмірності, суттєвому спрощенню засобів оброблення та прикладного застосування [5, 6]. Основним інструментом при цьому виступає статистичне дослідження даних описів у складі кластерного подання, яке в аспекті розпізнавання відображає узагальнені властивості візуального об'єкта [6, 7].

Розкладення множини дескрипторів КТ шляхом її чисельного представлення у кластерному просторі дає можливість впровадити потенцію сучасного апарату data science для аналізу змісту кластерів задля побудови дійового класифікатора [5, 6]. Одним із варіантів є застосування дерев рішень, що робить процес класифікації прозорим і зрозумілим для людини [8, 9, 10, 11]. Впровадження апарату дерев ґрунтується на статистичному аналізі компонентів даних задля прийняття рішення про віднесення візуального об'єкту за його кластерним описом до відповідного класу. Побудова дерев базується на ряді показників інформативності даних, що забезпечують їх логічне оброблення при розділенні у гілках дерева [9]. На сьогодні до найбільш використовуваних можна віднести критерії Шеннона, Джині та Рен'ї [8, 9, 12, 13]. Незважаючи на єдину ймовірнісну природу, ці показники насправді вимірюють і оцінюють суттєво різну за змістом інформацію. Важливим представляться вивчення як загальних властивостей цих критеріїв стосовно задачі класифікації, так і визначення їх індивідуальних особливостей.

Об'єктом дослідження статті є векторна модель кластерного подання структурного опису зображення як множини дескрипторів ключових точок.

Предметом дослідження є побудова дерева класифікаційних рішень на основі кластерного подання опису.

Мета – вивчення властивостей критеріїв інформативності при впровадженні дерев рішень задля забезпечення результативної класифікації.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Формальною основою структурної класифікації є база $Z=\left\{Z^j\right\}_{j=1}^J$ описів зображень еталонів Z^j (алфавіт класів), що подана у вигляді сукупності значень об'єднаної множини дескрипторів КТ бази Z [1–3]. Таке розбиття може бути здійснено одним із методів кластеризації [5].

Впровадимо на множині Z розбиття $Z=\left\{K_i\right\}_{i=1}^k$, де K_i – непусті кластери, що не перетинаються. Вважаємо елементи $z\in K_i$ еквівалентними між собою. Фактично маємо дві системи класів на множині даних бази $\forall z\in Z:\{Z^j\}$ – для зображень еталонів та $\{K_i\}$ – для кластерів. Розбиттям $\{K_i\}_{i=1}^k$ опис Z^j еталону трансформується у вектор $h[Z^j]$ цілих чисел

$$h[Z^j]=(h_1^j,h_2^j,\ldots,h_i^j,\ldots,h_k^j)\,, \tag{1}$$

де $h_i^j=card\{z\in Z^j\ \&\ z\in K_i\}$ [6, 7].

У відповідності до формалізму data science будемо розглядати значення вектору h як систему незалежних факторів, які впливають на величину залежної змінної – номера класу j [10, 14–16]. Спираючись на таблицю вхідних даних, яка включає набори векторів $h[Z^j]$, обчислені для варіацій описів еталонів, побу-

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

дуємо дерево рішень із застосуванням критеріїв приросту інформації, заснованих на інформаційній ентропії Шеннона, α-ентропії Рен'ї та коефіцієнті Джині. Класифікаційне дерево спричинить можливість прийняти рішення щодо належності довільного опису O, поданого у вигляді $h[O]$ за формулою (1), до деякого класу A, який містить об'єкти, віднесені до одного з еталонів Z^j із фіксованим номером j. Зауважимо, що відповідно до термінології теорії дерев рішень кластери можна розглядати як кількісні атрибути.

Завданнями дослідження є вивчення властивостей аналізованих критеріїв стосовно впровадження продуктивної класифікації.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Формальна постановка задачі класифікації із використанням опису зображення як множини дескрипторів КТ сформульована у [1–3], де також вивчаються особливості та недоліки застосування моделі структурного опису для традиційних методів статистичної класифікації [10, 14–17]. Зазначається, що ключовою вадою є завеликий обсяг обчислювальних витрат при обробленні масивів багатовимірних даних та необхідність використання статистичних таблиць. У статтях [3, 6] вивчаються моделі для побудови модифікацій системи ознак задля скорочення обсягу обчислень, зокрема, розглядається застосування методів кластеризації даних. Монографії [5, 14–16] присвячені безпосередньо аналізу призначення та характеристик сучасних методів кластеризації даних.

У статті [4] обговорюється принцип побудови дескриптора BRISK, використання якого для формування дескрипторів КТ дає можливість впровадити бінарне оброблення даних.

Дослідження [6] містить результати експериментів із класифікації кластерних описів у межах прикладної бази зображень метеликів. У працях [1–3, 18] викладено результати застосування статистичних мір для обчислення релевантності описів, що виявляє тісний зв'язок метричних та статистичних підходів. Робота [2] містить результати вивчення блочного подання та засоби фрагментного конструювання статистичних розподілів, що дають можливість сформувати узагальнене подання множини дескрипторів як системи частин. При цьому багатовимірне подання трактується як сукупність одновимірних, які набагато простіше обробляти та аналізувати.

Дерева як результативний апарат апроксимації даних застосовуються у сучасних методах data science [10, 14–16]. У книгах [8, 9, 11] викладено суть одного із найбільш популярних алгоритмів ID3 для формування дерев, який використано у практичній частині нашого дослідження.

Роботи [7, 10, 14–17] використано як джерела класичних методів статистичного оцінювання.

Публікації [19, 20] містять демонстрацію успішного застосування базових підходів теорії дерев рішень щодо вирішення прикладних класифікаційних задач.

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

При побудові бінарного дерева для прийняття класифікаційних рішень стосовно належності досліджуваного об'єкту O, поданого у вигляді (1), до деякого класу A скористаємося методом ID3 [8, 9], за яким для розділення множини кореневого вузла з n об'єктів обираємо один з атрибутів $K_i, i = 1,\dots,k$, відповідно до нього будуємо вітки і формуємо дочірні вузли. Для цього застосуємо формалізм – показник приросту інформації [9, 11] для фіксованого критерію $I(n)$:

$$Gain(n, n_1, n_2) = I(n) - \frac{n_1}{n} I(n_1) - \frac{n_2}{n} I(n_2), \qquad (2)$$

де виконана умова $n_1 + n_2 = n$.

Суть методу ID3 побудови дерев полягає у послідовному виборі на черговому етапі одного з атрибутів K_i, який забезпечує найбільший приріст інформації (2) [9]. За результатом вибору створюється черговий вузол дерева.

Зазначимо, що в якості критерію інформативності $I(n)$ можна обирати різні функції, серед яких найбільш поширеною є інформаційна ентропія Шеннона $I_S(n)$, що у випадку бінарного розділення обчислюється за формулою [9, 11]:

$$I_S(n) = -p \ln p - (1-p)\ln(1-p), \qquad (3)$$

у якій фігурує частота $p = \frac{x}{n}$ появи числа x елементів класу A серед n елементів вузла.

Розглянемо також альтернативні критерії інформативності $I(n)$: коефіцієнт Джині $I_J(n)$ [9, 11], ентропію Тсалліса [12, 21] $I_T^{\alpha}(n)$, α-ентропію Рен'ї $I_R^{\alpha}(n)$ [12, 22], зокрема, ентропію Рен'ї $I_R(n)$ при α=2, які обчислюються відповідно за формулами (4)–(7):

$$I_J(n) = 1 - p^2 - (1-p)^2, \qquad (4)$$

$$I_T^{\alpha} = \frac{1}{\alpha - 1}(1 - p^{\alpha} - (1-p)^{\alpha}), \alpha \ge 0, \alpha \ne 1, \qquad (5)$$

$$I_R^{\alpha} = \frac{1}{\alpha - 1}\ln(p^{\alpha} + (1-p)^{\alpha}), \alpha \ge 0, \alpha \ne 1, \qquad (6)$$

$$I_R(n) = -\ln(p^2 + (1-p)^2). \qquad (7)$$

Як бачимо, спільною основою побудови усіх показників є частота p, що обчислюється у вузлі дерева для аналізованої сукупності даних.

Аналіз критеріїв (4)–(7) виявив цікаві факти щодо їх властивостей, взаємозв'язку і відмінностей, що, безумовно, має відбитися на особливостях структури відповідних класифікаційних дерев. Наведемо найбільш суттєві твердження, які сприятимуть порівнянню цих критеріїв що доцільності їх впровадження у процесі побудови дерев.

По-перше, в роботі [23] встановлено функціональний зв'язок між ентропією Рен'ї $I_R^\alpha(n)$ (6) та ентропією Тсалліса $I_T^\alpha(n)$ (5) у вигляді:

$$I_T^\alpha(n) = \frac{e^{(1-\alpha)I_R^\alpha(n)} - 1}{1-\alpha}, \quad I_R^\alpha(n) = \frac{\ln((1-\alpha)I_T^\alpha(n)+1)}{1-\alpha}.$$

Ці залежності дають підстави зупинитися на застосуванні одній з функцій (5), (6). Авторами вирішено обрати функцію $I_R^\alpha(n)$ як краще вивчену і представлену у науковій літературі. Крім того, при α=2 ентропія Тсалліса (5) в точності співпадає з коефіцієнтом Джині (4).

По-друге, у роботі [24] доведено спадання α-ентропії Рен'ї $I_R^\alpha(n)$ (6) відносно параметра α. Дійсно, показано, що похідна функції $I_R^\alpha(n)$ дорівнює

$$\frac{dI_R^\alpha(n)}{d\alpha} = -\frac{1}{(1-\alpha)^2}\left(z_1 \ln\frac{z_1}{p} + z_2 \ln\frac{z_2}{1-p}\right),$$

де $z_1 = \frac{p^\alpha}{p^\alpha + (1-p)^\alpha}$, $z_2 = \frac{(1-p)^\alpha}{p^\alpha + (1-p)^\alpha}$, і є недодатною величиною при всіх $\alpha \geq 0, \alpha \neq 1$, отже, функція $I_R^\alpha(n)$ не зростає за параметром α.

Такий характер поведінки функції $I_R^\alpha(n)$ наводить на думку, що при виборі атрибуту для побудови дерева у випадку близьких (схожих за атрибутами) результатів кращого розрізнення можна досягти при застосуванні незначного за величиною значення α. У даній роботі обрано α=2 як одне з доцільних для практичних обчислень.

По-третє, найбільш поширена ентропія Шеннона $I_S(n)$ (3) є граничним випадком ентропії Тсалліса $I_T^\alpha(n)$ (5) і α-ентропії Рен'ї $I_R^\alpha(n)$ (6) при $\alpha \to 1$ [12], що доведено класичними методами математичного аналізу:

$$\lim_{\alpha \to 1} I_T^\alpha(n) = \lim_{\alpha \to 1} I_R^\alpha(n) = I_S(n).$$

Наведений факт є безумовним поясненням затребуваності ентропії Шеннона $I_S(n)$.

По-четверте, на користь використання коефіцієнта Джині $I_J(n)$ (4) говорить легкість його практичного застосування, а також його прозорий ймовірнісний зміст: $I_J(n)$ дорівнює ймовірності того, що випадково обраний (за певним атрибутом) об'єкт не належить до випадково обраного класу.

Зазначимо, що підсумком проведеного порівняльного аналізу наведених критеріїв інформативності (3)– (7), які можуть бути залучені до реалізації критерію приросту інформації (2), було рішення щодо доцільності обрання для використання у роботі інформаційної ентропії Шеннона $I_S(n)$ (3), коефіцієнта Джині $I_J(n)$ (4) і ентропії Рен'ї $I_R(n)$ при $\alpha = 2$ (7).

З точки зору задачі дослідження, цікавим представляється порівняльний аналіз для різних критеріїв інформативності сумісної структури двох можливих дочірніх вузлів окремого атрибуту для отримання висновків щодо природи відмінностей значень цих критеріїв, які лежать в основі критерію приросту інформації (2). Як бачимо із формули (2), для кожного фіксованого вузла з кількістю елементів n перший доданок виразу $I(n)$ є постійною величиною, отже, для розділення його на два дочірніх вузли з відповідною кількістю елементів дочірніх вузлів n_1, n_2 мінімізації потребуватиме вираз

$$I(n, n_1, n_2) = \frac{n_1}{n} I(n_1) + \frac{n_2}{n} I(n_2), n_1 + n_2 = n, \quad (8)$$

який назвемо показником сумісної інформативності вузла дерева.

У експериментальній частині роботи досліджено, як при фіксованому n змінюється величина (8) в залежності від можливих наборів n_1, n_2 та внутрішньої структури дочірніх вузлів для різних критеріїв $I(n)$ відповідно до формул (3), (4), (7).

Зауважимо також, що для практичного впровадження критерію (2) треба встановити пороги задля здійснення дискретизації значень аналізованої змінної у вузлі дерева. Як правило [9], у випадку кількісного атрибуту для визначення оптимального порогу розбиття наявні значення цього атрибуту ранжирують за зростанням і здійснюють квантування, спосіб якого, взагалі кажучи, може бути довільним і обирається дослідником. З усіх рівнів квантування, якими є окремі значення атрибуту, в якості порогу обирають той, який забезпечує найбільше значення критерію приросту інформації (2).

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Проаналізуємо процес побудови класифікаційного дерева за критерієм приросту інформації (2) на прикладі трьох класів описів (A, B, C) із 15-ти об'єктів (табл. 1) у поданні із 10-ти кластерів, які взяті із [1] і отримані при аналізі зображень гербів міст України. Кожний об'єкт (рядок таблиці) є результатом кластерного подання зображення відповідного класу у кластері K_i, $i = 1,\ldots,10$, які розглядаємо у сенсі кількісних атрибутів.

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

Таблиця 1 – Кластерні подання описів об’єктів

№ об’-єкта	К1	К2	К3	К4	К5	К6	К7	К8	К9	К10	Клас
1	7	9	9	9	14	15	6	11	11	9	A
2	6	10	11	10	12	14	7	10	10	10	A
3	5	11	8	11	13	14	8	12	10	8	A
4	8	11	10	12	12	11	5	10	14	7	A
5	5	7	12	13	14	12	6	9	14	8	A
6	8	11	8	16	3	14	13	9	11	7	B
7	9	12	9	14	2	15	13	10	9	7	B
8	7	13	8	12	5	15	12	8	9	11	B
9	8	12	9	17	4	12	14	10	11	3	B
10	9	10	7	15	4	11	12	11	10	11	B
11	15	7	3	13	9	18	7	8	11	9	C
12	14	9	4	11	10	17	7	8	13	7	C
13	15	8	5	12	12	15	8	9	10	6	C
14	13	7	4	12	11	16	6	7	12	12	C
15	16	9	5	10	11	15	9	5	10	10	C

Зауважимо, що наведені 15 об’єктів дійсно суттєво відрізняються приналежністю до одного з трьох класів, що підтверджується значущими відмінностями манхеттенської відстані між об’єктами різних класів A, B і C.

Виконаємо побудову бінарного дерева рішень стосовно належності об’єкту до класу A, позначивши через H клас, що об’єднує два інших класи – B і C. Будемо реалізовувати критерій (2) із застосуванням інформаційної ентропії Шеннона (3) як критерію інформативності, а також виконаємо аналогічні розрахунки за допомогою коефіцієнта Джині (4) і ентропії Рен’ї при $\alpha = 2$ (7), розглядаючи їх як альтернативні показники інформативності. Здійснимо порівняльний аналіз дерев, отриманих за трьома вказаними показниками (критеріями). Окрему увагу приділимо їх якості, можливій відмінності, дослідженню причин такої відмінності, а також відповідним висновкам щодо доцільності застосування того чи іншого критерію.

Згідно алгоритму ID3 для розділення множини кореневого вузла з 15-ти об’єктів (за даними табл. 1) на першому кроці обираємо один з 10-ти атрибутів, відповідно до якого будуємо вітки і формуємо дочірні вузли. Оскільки усі атрибути K_i є кількісними, це потребує попереднього встановлення для кожного з них порогів для розбиття. Для визначення оптимального значення порогу відсортуємо значення кожного атрибуту за зростанням, і розглянемо можливі розбиття за допомогою медіани, а також 0,25- і 0,75-квантилів отриманого ряду. В якості порогу відповідного атрибуту оберемо те з трьох вказаних значень, яке забезпечує найбільший приріст інформації (2). Отже, для даного прикладу, оскільки кількість об’єктів є невеликою (15), будемо вважати достатнім розбивати значення кожного з атрибутів тільки на дві частини, тобто за допомогою одного порогу. У випадку значної кількості записів пропонуємо виконувати більш дрібне квантування і, таким чином, здійснювати розбиття набору значень для кожного атрибуту на кілька частин (більше двох).

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

За результатами розрахунків на підставі даних табл. 1 найбільший приріст інформації (2) для розділення кореневого вузла забезпечує атрибут К1 у випадку використання ентропії Шеннона (значення 0,28) і атрибут К3 – у випадку використання коефіцієнта Джині і ентропії Рен’ї ($\alpha = 2$) (відповідно значення 0,22 і 0,33). Виконуючи розділення кореневого вузла за критерієм інформативності (3) відповідно до атрибуту К1, приходимо в результаті до класифікаційного дерева, наведеного на рис. 1.

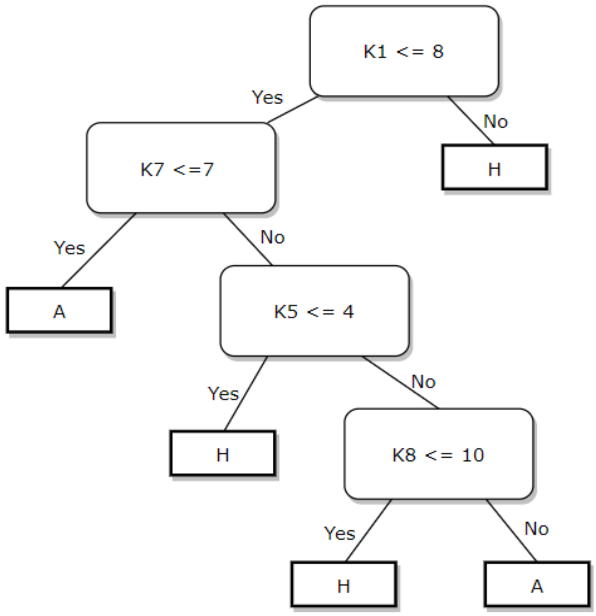

Рисунок 1 – Дерево рішень з використанням ентропії Шеннона (3)

Аналогічно виконується побудова дерев з використанням коефіцієнта Джині (4) і ентропії Рен’ї (7) (розділенням за атрибутом К3 з порогом 9), які виявилися однаковими для цих критеріїв інформативності. Отримане дерево рішень наведене на рис. 2.

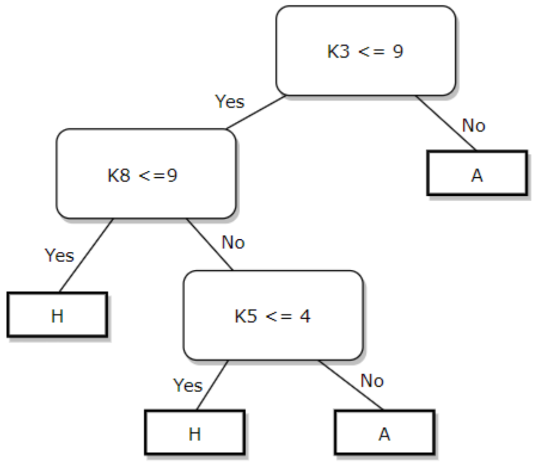

Рисунок 2 – Дерево рішень з використанням коефіцієнта Джині (4) та ентропії Рен’ї (7)

e-ISSN 1607-3274 Радіоелектроніка, інформатика, управління. 2020. № 3
p-ISSN 2313-688X Radio Electronics, Computer Science, Control. 2020. № 3

Як бачимо, дерево рішень на рис. 2 приводить до результату більш коротким шляхом. Це можна пояснити тим, що ентропія Рен'ї і коефіцієнт Джині краще розрізнюють наявні об'єкти даних, ніж ентропія Шеннона. В той самий час, швидкий результат не завжди приводить до якісної класифікації через дуже тісну прив'язку сформованого дерева до навчальної перенавчання [9, 25]. Отже, факт залучення побудованим деревом рішень невеликої кількості атрибутів (наприклад, три атрибути в дереві, отриманому з використанням коефіцієнта Джині та ентропії Рен'ї проти чотирьох атрибутів в дереві, отриманому з використанням ентропії Шеннона) не є свідченням кращого результату, але і не може бути однозначно визначено як гірший результат.

Зауважимо, що в умовах даних табл. 1 показник сумісної інформативності вузла (8) при розбитті кореневого вузла ($n=15$) у випадку застосування ентропії Шеннона за формулою (2) може бути записаний у вигляді:

$$I_S(x,y)=\begin{cases}\frac{x+y}{15}\left(\left(\frac{x}{x+y}\right)\ln\left(\frac{x}{x+y}\right)+\left(\frac{y}{x+y}\right)\ln\left(\frac{y}{x+y}\right)\right)-\\ \frac{15-x-y}{15}\left(\left(\frac{5-x}{15-x-y}\right)\ln\left(\frac{5-x}{15-x-y}\right)+\left(\frac{10-y}{15-x-y}\right)\ln\left(\frac{10-y}{15-x-y}\right)\right),\\ \text{якщо } 0\le x\le 5,\ 0\le y\le 10,\ (x+y)(15-x-y)\ne 0,\ x\in Z,\ y\in Z;\\ 0{,}64,\ \text{якщо } x=0,\ y=0 \text{ або } x=5,\ y=10.\end{cases} \quad (9)$$

де x, y – відповідно кількості елементів класу А і Н в першому дочірньому вузлі. Зазначимо, що в теорії інформації загальноприйнято вважати $\ln 0=0$ [9].

Аналогічно для ж цього прикладу показник сумісної інформативності кореневого вузла у випадку застосування коефіцієта Джині за формулою (3) набуває вигляду:

$$I_J(x,y)=\begin{cases}\frac{x+y}{15}\left(1-\left(\frac{x}{x+y}\right)^2-\left(\frac{y}{x+y}\right)^2\right)+\\ +\frac{15-x-y}{15}\left(1-\left(\frac{5-x}{15-x-y}\right)^2-\left(\frac{10-y}{15-x-y}\right)^2\right),\\ \text{якщо } 0\le x\le 5,\ 0\le y\le 10,\ (x+y)(15-x-y)\ne 0,\ x\in Z;\\ 0{,}44,\ \text{якщо } x=0,\ y=0 \text{ або } x=5,\ y=10.\end{cases} \quad (10)$$

Показник сумісної інформативності кореневого вузла у випадку застосування ентропії Рен'ї ($\alpha=2$) за формулою (7) у цьому випадку розраховується за формулою:

$$I_R(x,y)=\begin{cases}-\frac{x+y}{15}\left(\ln\left(\left(\frac{x}{x+y}\right)^2+\left(\frac{y}{x+y}\right)^2\right)\right)-\\ -\frac{15-x-y}{15}\left(\ln\left(\left(\frac{5-x}{15-x-y}\right)^2+\left(\frac{10-y}{15-x-y}\right)^2\right)\right),\\ \text{якщо } 0\le x\le 5,\ 0\le y\le 10,\ (x+y)(15-x-y)\ne 0, x\in Z, y\in Z;\\ 0{,}59,\ \text{якщо } x=0, y=0 \text{ або } x=5, y=10.\end{cases} \quad (11)$$

Як бачимо, задача мінімізації функцій вигляду (9)–(11) є нелінійною цілочисельною оптимізаційною задачею з обмеженнями. Крім того, кожна окрема начальна множина об'єктів, призначена для побудови класифікаційного дерева рішень, має додаткові обмеження на значення аргументів в тому сенсі, що усі припустимі пари (x, y) утворюють лише деяку підмножину множини усіх можливих цілочисельних пар (x, y), що задовольняють умовам $0\le x\le 5,\ 0\le y\le 10$. На рис. 3 наведемо графік функції (9).

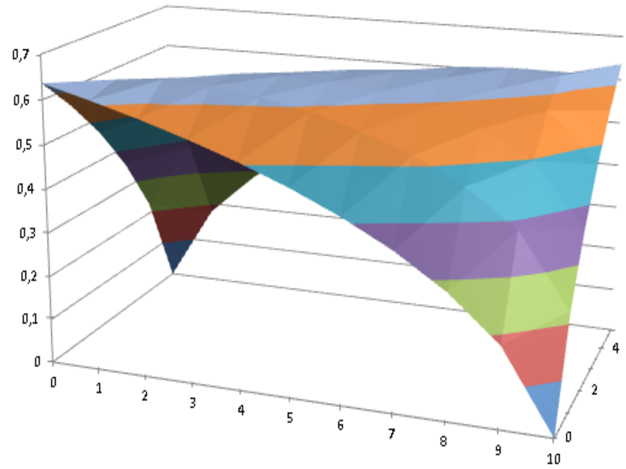

Рисунок 3 – Графік функції (9)

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Основним результатом дослідження є підтвердження можливості застосування апарату дерев рішень до об'єктів кластерного подання даних структурного опису зображення. Незалежними змінними тут виступають кількісні показники елементів опису, що потрапили у склад окремого кластеру. На прикладах розглянутих конкретних критеріїв інформативності, які впроваджено для реальних експериментальних даних зображень, показана працездатність підходів і результативність створених дерев. Проаналізовані також особливості застосування критеріїв для даних кластерного подання.

Аналіз застосування критеріїв інформативності даних для кластерного подання показав, що їх вибір при побудові дерева диктується не тільки змістом даних, а також і форматом їх представлення.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Усі точки поверхні з цілочисельними координатами x, y $(0\le x\le 5,\ 0\le y\le 10)$ відповідають деякій структурі дочірніх вузлів дерева. Чим нижче така точка на графіку, тим краще розділення кореневого вузла. Як бачимо, при наближенні точки $(x;y)$ до діагоналі прямокутника $0\le x\le 5,\ 0\le y\le 10$, що виходить з початку координат, розділення кореневого вузла погіршується (оскільки показник сумісної інформативності вузла (9) збільшується, а значення критерію приросту інформації (2) зменшується). Навпаки, при наближенні точки $(x;y)$ до вершин прямокутника (0;0) та (5;10) розділення кореневого вузла покращується (оскільки показник сумісної інформативності

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

вузла (9) знижується, а значення критерію приросту інформації (2) підвищується).

Цікаво відмітити, що графіки функції (10) і (11) мають вигляд, дуже схожий з наведеним на рис. 3 графіком функції (9). Це пояснює той факт, що розглянуті авторами інші приклади навчальної множини об'єктів приводили, на відміну від розглянутого прикладу, і до однакових класифікаційних дерев рішень. З іншого боку, отримання різних дерев для наведеного прикладу свідчить про наявність певних глибинних відмінностей у властивостях функцій (9)–(11), а також про їхню різнопланову чутливість до можливої структури дочірніх вузлів дерева. Ретельний порівняльний аналіз проведених розрахунків показав, що ентропія Шеннона краще реагує на досить неоднорідні, але невеликі за розміром вузли, а коефіцієнт Джині та ентропія Рен'ї є більш чутливими до достатньо однорідних і значно більших за розміром вузлів. Саме така відмінність поведінки показників сумісної інформативності вузла (9)–(11) і привела до отримання різних дерев, наведених на рис. 1, 2.

Проведені розрахунки свідчать про те, що як ентропія Шеннона, так і коефіцієнт Джині є достатньо потужними критеріями інформативності, які забезпечують практичну побудову класифікаційного дерева рішень. Вважаємо за доцільне скористатися критерієм (2) послідовно із застосуванням ентропії Шеннона (3) і коефіцієнта Джині (4) для усунення класифікаційних помилок, виходячи із встановленого факту різнопланової чутливості вказаних критеріїв до можливих структур вузлів дерева, що будується.

На рис. 1 та 2 показані синтезовані бінарні дерева, що побудовані по принципу «один проти всіх» і націлені на прийняття рішення про належність даних до одного із класів (у даному випадку до класу А). Зрозуміло, що завершення побудови повноцінного дерева можна досягти аналізом даних решти класів (В та С). При цьому, як правило, застосовують один і той же критерій інформативності. Наряду з цим, проведені нами дослідження показують також можливість використовувати комбіновану послідовність різноманіття критеріїв.

ВИСНОВКИ

Розглянуті інформаційні критерії різним чином задають послідовність впровадження у класифікаційному дереві незалежних змінних, якими виступають чисельні показники кластерного подання опису зображення. Схожість функції сумісної інформативності кореневого вузла для різних критеріїв підтверджує об'єктивність проведеного дослідження, а їх відмінність відображає індивідуальний характер чутливості до аналізованих даних.

Наукову новизну дослідження складає удосконалення та статистичне обґрунтування процедур прийняття класифікаційних рішень для даних кластерного подання описів зображень на основі впровадження моделей дерев.

Практична значущість роботи полягає у підтвердженні результативності запровадження апарату дерев для класифікації даних кластерного опису візуального об'єкта на прикладах зображень у системах комп'ютерного зору.

Перспективи дослідження пов'язані із вивченням результативності інтелектуальних процедур класифікації на підставі дерев рішень для даних описів зображень у об'ємних базах візуальних даних.

ПОДЯКИ

Робота виконана в рамках держбюджетної НДР Харківського національного університету радіоелектроніки «Глибинні гібридні системи обчислювального інтелекту для аналізу потоків даних та їх швидке навчання» (№ ДР0119U001403).

ЛІТЕРАТУРА / ЛИТЕРАТУРА

1. Гадецька С. В. Застосування статистичних мір релевантності для векторних структурних описів об'єктів у задачі класифікації зображень / С. В. Гадецька, В. О. Гороховатський // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2018. – №4 (50). – С. 62–68.
2. Гороховатський В. О. Вивчення статистичних властивостей моделі блочного подання для множини дескрипторів ключових точок зображень / В. О. Гороховатський, С. В. Гадецька, Н. І. Стяглик // Радіоелектроніка, інформатика, управління.–2019. – № 2. – С. 100–107. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-11.
3. Gorokhovatsky V. O. Determination of Relevance of Visual Object Images by Application of Statistical Analysis of Regarding Fragment Representation of their Descriptions / V. O. Gorokhovatsky and S. V. Gadetska // Telecommunications and Radio Engineering. – 2019. – No. 78 (3). – P. 211–220. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v78.i3.20.
4. Leutenegger S. BRISK: Binary Robust Invariant Scalable Keypoints / S. Leutenegger, M. Chli and R. Y. Siegwart // Computer Vision (ICCV). – 2011.– P. 2548–2555.
5. Aggarwal C. C. and Reddy C. K. Data Clustering. Algorithms and Application / C. C. Aggarwal and C. K. Reddy. – Boca Raton : CRC Press, 2014.
6. Gorokhovatskyi O. Analysis of Application of Cluster Descriptions in Space of Characteristic Image Features / O. Gorokhovatskyi, V. Gorokhovatskyi, O. Peredrii // Data.– 2018. – No. 3(4). – P. 52. DOI: 10.3390/data3040052. Available online: https://www.mdpi.com/2306-5729/3/4/52
7. Гороховатский В. А. Исследование результативности структурных методов классификации изображений с применением кластерной модели данных / В. А. Гороховатский, Е. П. Путятин, В. С. Столяров // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2017. – №3 (42). – С. 78–85.
8. Nong Ye. Data Mining: Theories, Algorithms, and Examples (1st. ed.) / Ye. Nong. – CRC Press, Inc., USA, 2013.
9. Паклин Н. Б. Бизнес-аналитика: от данных к знаниям: учеб. пособ. / Н. Б. Паклин, В. И. Орешков. – СПб. : Питер, 2013. – 704 с.
10. Субботин С. А. Методы синтеза моделей количественных зависимостей в базисе деревьев регрессии, реализующих кластер-регрессионную аппроксимацию по

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

прецедентам / С. А. Субботин// Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2019. – № 3. – С. 76–85.
11. Witten I. H. Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques. 3rd Edition / I. H. Witten, E. Frank, and M. A. Hall. – Morgan Kaufmann Publishers, Burlington. – 2011.
12. Чумак О. В. Энтропии и фракталы в анализе данных / О. В. Чумак. – Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2011. – 164 с.
13. Башкиров А. Г. Энтропия Реньи как статистическая энтропия для сложных систем / А. Г. Башкиров // ТМФ. – 2006. – Т. 149, № 2. – С. 299–317. DOI: http://dx.doi.org/10.4213/tmf4235
14. Kacprzyk, J. Springer Handbook of Computational Intelligence / J. Kacprzyk, W. Pedrycz. – Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2015.
15. Computational intelligence: a methodological introduction / [R. Kruse, C. Borgelt, F.Klawonn et. al.]. – London : Springer-Verlag, 2013. – 488 p.
16. Clarke B. Principles and theory for data mining and machine learning / B. Clarke, E. Fokoue, H. H. Zhang. – New York : Springer, 2009. – 781 p.
17. Duda R. O. Pattern classification, 2ed. / R. O. Duda, P. E. Hart, D. G. Stork. – Wiley, 2000. – 738 p.
18. Gorokhovatskyi V. Recognition of Visual Objects Based on Statistical Distributions for Blocks of Structural Description of Image. Lecture Notes in Computational Intelligence and Decision Making / V. Gorokhovatskyi, S. Gadetska, R. Ponomarenko // Proc. of the XV Int. Scientific Conf. "Intellectual Systems of Decision Making and Problems of Computational Intelligence" (ISDMCI' 2019). – Ukraine, May 21–25, 2019. – P. 501–512. Available online: https://rd.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-26474-1_35
19. Decision trees: an overview and their use in medicine / [V. Podgorelec, P. Kokol, B. Stiglic, I. Rozman] // Journal of Medical Systems, Kluwer Academic/Plenum Press. – October 2002. – Vol. 26, No. 5. – P. 445–463.
20. Grzymala-Busse J. W. Selected algorithms of machine learning from example / J. W. Grzymala-Busse // Fundamenta Informaticae. – 1993. – No. 18. –P. 193–207
21. Sumiyoshi Abe. Axioms and uniqueness theorem for Tsallis entropy / Abe Sumiyoshi // Physics Letters. – 2000. – A. 271. – P. 74–79.
22. Renyi A. On measures of entropy and information.[Електронний ресурс] / A. Renyi. – Режим доступу: http://l.academicdirect.org/Horticulture/GAs/Refs/Renyi_1961.pdf.
23. Nielsen F. On Rényi and Tsallis entropies and divergences for exponential families / F. Nielsen & R. Nock, CoRR. abs/1105.3259, 2011.
24. Beck C. Thermodynamics of Chaotic Systems: An Introduction (Cambridge Nonlinear Science Series) / C. Beck & F. Schögl. – Cambridge : Cambridge University Press, 1993. DOI:10.1017/CBO9780511524585
25. Кафтанников И. Л. Особенности применения деревьев решений в задачах классификации / И. Л. Кафтанников, А. В. Парасич // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2015. – Т. 15, № 3. – С. 26–32.DOI: 10.14529/ctcr150304

Received 19.05.2020.
Accepted 27.08.2020.

УДК 004.932.2:004.93'1

ИЗУЧЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ИНФОРМАТИВНОСТИ ДАННЫХ ПРИ ВНЕДРЕНИИ АППАРАТА ДЕРЕВЬЕВ РЕШЕНИЙ В МЕТОДАХ СТРУКТУРНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Гадецкая С. В. – канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Харьков, Украина.

Гороховатский В. А. – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры информатики, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

Стяглик Н. И. – канд. пед. наук, заведующий кафедры информационных технологий, Харьковский образовательно-научный институт государственного высшего учебного заведения «Университет банковского дела», Харьков, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Действенные классификационные решения в современных системах компьютерного зрения требуют углубленного изучения природы обрабатываемых данных. Кластерное представление для базовой системы структурных признаков как множества дескрипторов ключевых точек изображения способствует снижению размерности и существенному упрощению средств анализа данных. Основным инструментом является статистическое исследование данных описаний в составе кластерного представления, которое отражает обобщенные свойства визуального объекта. Внедрение аппарата деревьев основывается на статистическом анализе компонентов данных для принятия решения об отнесении визуального объекта к соответствующему классу. Построение деревьев базируется на показателях информативности данных, обеспечивающих процесс логической обработки при разделении в ветвях дерева. Имея единую вероятностную природу, эти показатели измеряют и оценивают существенно различную по содержанию информацию. Важным представляется изучение как общих свойств этих критериев в задаче классификации, так и оценивание их индивидуальных характеристик.

Цель работы. Решение задачи классификации визуальных объектов по кластерному представлению данных для структурного описания изображения с применением аппарата деревьев решений.

Метод. Предложен способ классификации изображений на основе кластерного представления данных с использованием аппарата деревьев решений и инструментария теории информации.

Результаты. Подтверждена работоспособность и эффективность метода классификации путем применения аппарата деревьев к кластерному представления данных структурного описания изображения. На примерах применения различных критериев информативности для реальных экспериментальных данных изображений оценена результативность созданных

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

деревьев. Сравнительным образом проанализированы особенности внедрения различных критериев информативности данных при построении дерева решений.

Выводы. Применение рассмотренных критериев информативности различным образом задает последовательность внедрения независимых переменных в классификационном дереве, которыми являются количественные показатели кластерного представления описания изображения. Проведенные расчеты свидетельствуют о том, что энтропия Шеннона и коэффициент Джини являются достаточно мощными критериям информативности, которые обеспечивают практическое построение классификационного дерева решений. Сходство функции совместной информативности корневого узла для различных критериев подтверждает объективность проведенного исследования, а их отличие отражает индивидуальный характер чувствительности к анализируемым данным.

Научную новизну исследования составляет усовершенствование и статистическое обоснование процедур принятия классификационных решений для данных кластерного представления описаний изображений на основе внедрения моделей деревьев.

Практическая значимость работы заключается в подтверждении результативности внедрения аппарата деревьев для классификации данных на примерах изображений в системах компьютерного зрения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: компьютерное зрение, методы структурного распознавания изображений, множество ключевых точек, дескриптор BRISK, кластерное представление, релевантность описаний, критерий прироста информации, энтропия Шеннона, энтропия Реньи, коэффициент Джини.

UDC004.932.2:004.93’1

STUDY OF STATISTICAL PROPERTIES OF THE BLOCK SUPPLY MODEL FOR A NUMBER OF DECORATORS OF KEY POINTS OF IMAGES

Gadetska S. V. – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Kharkiv National Automobile and Highway University, Kharkiv, Ukraine.

Gorokhovatsky V. A. – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Computer Science, National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

Stiahlyk N. I. – PhD, Head of the Department of Information Technology, Kharkiv Educational and Research Institute of the University of Banking, Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. Effective classification solutions in modern computer vision systems require an in-depth study of the nature of the processed data. The cluster representation for the basic system of structural features as a set of descriptors of key image points helps to reduce dimensionality and significantly simplify data analysis tools. The main tool is a statistical study of these descriptions as part of a cluster presentation, which reflects the generalized properties of a visual object. The implementation of the tree apparatus is based on a statistical analysis of data components to make a decision on assigning a visual object to the corresponding class. The construction of trees is based on indicators of informativeness of data that provide the logical processing process when dividing in tree branches. Having a single probabilistic nature, these indicators measure and evaluate information that is significantly different in content. It is important to study both the general properties of these criteria in the classification problem and the assessment of their individual characteristics.

Objective. The solution of the problem of classifying visual objects according to the cluster representation of data for the structural description of the image using the apparatus of decision trees.

Method. A method for classifying images based on a cluster representation of data using the apparatus of decision trees and tools of information theory is proposed.

Results. The efficiency and effectiveness of the classification method is confirmed by applying the tree apparatus to the cluster representation of the structural image description data. Using examples of various informational content criteria for real experimental image data, the effectiveness of the created trees is estimated. The features of the introduction of various criteria for information content in the construction of a decision tree are analyzed comparatively.

Conclusions. The application of the considered informational criteria in various ways sets the sequence for introducing independent variables in the classification tree, which are quantitative indicators of the cluster representation of the image description. The calculations show that the Shannon entropy and the Gini coefficient are quite powerful informational criteria that provide practical construction of a classification decision tree. The similarity of the joint informational function of the root node for different criteria confirms the objectivity of the study, and their difference reflects the individual nature of sensitivity to the analyzed data.

The scientific novelty of the study is the improvement and statistical justification of the procedures for making classification decisions for cluster presentation data of image descriptions based on the introduction of tree models.

The practical significance of the work is to confirm the effectiveness of the implementation of the tree apparatus for classifying data using examples of images in computer vision systems.

KEYWORDS: computer vision, structural image recognition methods, many key points, BRISK descriptor, cluster representation, description relevance, information growth criterion, Shannon entropy, Renyi entropy, Gini coefficient.

REFERENCES

1. Hadetska S. V., Horokhovatskyi V. O. Zastosuvannia statystychnykh mir relevantnosti dlia vektornykh strukturnykh opysiv obiektiv u zadachi klasyfikatsii zobrazhen, *Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku*, 2018, No. 4 (50), pp. 62–68.
2. Horokhovatskyi V. O., Hadetska S. V., Stiahlyk N. I. Vyvchennia statystychnykh vlastyvostei modeli blochnoho podannia dlia mnozhyny deskryptoriv kliuchovykh tochok zo-

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7

brazhen, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 2, pp. 100–107. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-11.
3. Gorokhovatsky V. O. and Gadetska S. V. Determination of Relevance of Visual Object Images by Application of Statistical Analysis of Regarding Fragment Representation of their Descriptions, *Telecommunications and Radio Engineering*, 2019, No. 78 (3), pp. 211–220. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v78.i3.20.
4. Leutenegger S., Chli M., and Siegwart R.Y. BRISK: Binary Robust Invariant Scalable Keypoints. Computer Vision (ICCV), 2011, pp. 2548–2555.
5. Aggarwal C. C. and Reddy C. K. Data Clustering. Algorithms and Application. Boca Raton: CRC Press, 2014.
6. Gorokhovatskyi O., Gorokhovatskyi V., Peredrii O. Analysis of Application of Cluster Descriptions in Space of Characteristic Image Features, *Data,* 2018, No. 3(4), P. 52. DOI: 10.3390/data3040052. Available online: https://www.mdpi.com/2306-5729/3/4/52
7. Gorohovatskij V. A., Putyatin E. P., Stolyarov V. S. Issledovanie rezul'tativnosti strukturnyh metodov klassifikacii izobrazhenij s primeneniem klasternoj modeli dannyh, *Radio Electronics, Computer Science, Control,* 2017, No. 3 (42), pp. 78–85.
8. Nong Ye. Data Mining, Theories, Algorithms, and Examples (1st. ed.). CRC Press, Inc., USA, 2013.
9. Paklin N. B., Oreshkov V. I. Biznes-analitika: ot dannyh k znaniyam: ucheb. posob., SPb., Piter, 2013, 704 p.
10. Subbotin, S. A. Metody sinteza modelej kolichestvennyh zavisimostej v bazise derev'ev regressii, realizuyushchih klaster-regressionnuyu approksimaciyu po precedentam, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 3, pp. 76–85.
11. Witten I. H., Frank E. and Hall M. A. Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques. 3rd Edition, Morgan Kaufmann Publishers, Burlington, 2011.
12. CHumak O. V. Entropii i fraktaly v analize dannyah, Moskva-Izhevsk: NIC «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika», Institut komp'yuternyh issledovanij, 2011,164 p.
13. Bashkirov A. G., Entropiya Ren'i kak statisticheskaya entropiya dlya slozhnyh sistem, *TMF,* 2006, Vol. 149, No. 2, pp. 299–317. DOI: http://dx.doi.org/10.4213/tmf4235
14. Kacprzyk J., Pedrycz W. Springer Handbook of Computational Intelligence. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2015.
15. Kruse R., Borgelt C., Klawonn F. et. al. Computational intelligence: a methodological introduction. London, Springer-Verlag, 2013, 488 p.
16. Clarke B., Fokoue E., Zhang H. H. Principles and theory for data mining and machine learning. New York, Springer, 2009, 781 p.
17. Duda R. O., Hart P. E., Stork D.G . Pattern classification, 2ed., Wiley, 2000, 738p.
18. Gorokhovatskyi V., Gadetska S., Ponomarenko R. Recognition of Visual Objects Based on Statistical Distributions for Blocks of Structural Description of Image. Lecture Notes in Computational Intelligence and Decision Making, *Proc. of the XV Int. Scientific Conf. "Intellectual Systems of Decision Making and Problems of Computational Intelligence" (ISDMCI' 2019)*. Ukraine, May 21–25, 2019, pp. 501–512. Available online: https://rd.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-26474-1_35
19. Podgorelec V., Kokol P., Stiglic B., Rozman I., Decision trees: an overview and their use in medicine, *Journal of Medical* Systems, Kluwer Academic/Plenum Press, October 2002, Vol. 26, No. 5, pp. 445–463,
20. Grzymala-Busse J. W. Selected algorithms of machine learning from example, *Fundamenta Informaticae,* 1993, No. 18, pp. 193–207.
21. Abe, Sumiyoshi. Axioms and uniqueness theorem for Tsallis entropy. *Physics Letters,* 2000, A. 271. pp. 74–79.
22. Renyi A. On measures of entropy and information. [Electronic resource]. Access mode: http://l.academicdirect.org/Horticulture/GAs/Refs/Renyi_1961.pdf.
23. Nielsen, F., & Nock, R. On Rényi and Tsallis entropies and divergences for exponential families. CoRR. abs/1105.3259, 2011.
24. Beck, C., & Schögl, F. Thermodynamics of Chaotic Systems: An Introduction (Cambridge Nonlinear Science Series). Cambridge. Cambridge University Press, 1993. DOI: 10.1017/CBO9780511524585
25. Kaftannikov I. L., Parasich A. V. Osobennosti prime-neniya derev'ev reshenij v zadachah klassifikacii. *Vestnik YUUrGU. Seriya «Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika»*, 2015, Vol. 15, No. 3, pp. 26–32. DOI: 10.14529/ctcr15030

DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-7