

ПРОГРАМНИЙ АНАЛІЗ СТРУКТУРИ БЛОЧНО-ЦИКЛІЧНОЇ БАЗИСНОЇ МАТРИЦІ ДКП

Процько І. О. – д-р техн. наук, доцент кафедри автоматизованих систем управління Національного університету «Львівська політехніка», Львів, Україна.

Міщук М. В. – студент кафедри автоматизованих систем управління Національного університету «Львівська політехніка», Львів, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Використання матричного запису застосовується для формалізації предметної галузі в рамках алгебраїчного підходу. Ефективне обчислення дискретних косинусних перетворень використовує приведення гармонічного базису до блочно-циклічних матричних структур з подальшим обчисленням перетворень за допомогою швидких циклічних згорток. Детальний аналіз структури базисної блочної матриці перетворення забезпечує синтез ефективних алгоритмів дискретних косинусних перетворень довільних обсягів. Програмна реалізація проведення аналізу блочно-циклічних структур формує опис структури, що дозволяє зменшити обчислювальну складність алгоритму та виконати розпаралелення обчислень циклічних згорток.

Мета роботи – визначення алгоритмічних особливостей проведення аналізу структури базисної блочно-циклічної матриці, яка містить цілочисельні аргументи базисних гармонічних функцій, що дозволить зменшити обчислювальну складність синтезованого алгоритму дискретного косинусного перетворення на основі циклічних згорток.

Метод. Пошук і аналіз перебором елементів матриці зі змінним кроком, що враховує властивості блочності та циклічності сформованої базисної матриці дискретного косинусного перетворення, дозволяє швидше виконувати аналіз структури базисної блочної матриці перетворення в порівнянні з повним скануванням.

Результати. Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення виконання аналізу структури блочно-циклічної базисної матриці, за допомогою якого визначається масив параметрів даних формального опису структури базису дискретного косинусного перетворення. Дані аналізу структури базисної матриці дозволяють визначити наявність ідентичних циклічних підматриць розміщених горизонтально або вертикально одна відносно іншої і, тим самим, зменшити кількість виконання циклічних згорток.

Висновки. Ефективний аналіз блочно-циклічної структури базисної матриці на основі розробленого програмного забезпечення є важливою частиною процесу синтезу швидкого алгоритму, який забезпечує скорочення обчислювальної складності та можливість розпаралелення виконання дискретного косинусного перетворення. Розроблене алгоритмічне та програмне забезпечення виконання аналізу структури блочно-циклічної базисної матриці може застосовуватись і для аналізу структури та пошуку відповідних підматриць в будь-яких матрицях з цілими, дійсними та нульовими елементами.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: аналіз матриці, алгоритм пошуку, твірний масив, блочно-циклічні підматриці, дискретні косинусні перетворення.

АБРЕВІАТУРИ

БЦС – блочно-циклічні структури;
ДКП – дискретне косинусне перетворення;
ТМ – твірний масив;
ЦЗ – циклічні згортки.

W_N – базисна матриця перетворення;
 $\gamma_{k,n}$ – відповідні масштабувальні множники.

ВСТУП

Запис даних у вигляді k -мірної матриці $A(n_1, n_2, \dots, n_k)$, де кожен вимір може відповідати k параметрам пов'язаним зі значенням матричного елемента, використовується для формалізації предметної галузі в рамках алгебраїчного підходу. Використання матричного запису застосовується не тільки в системах лінійних рівнянь та лінійних перетвореннях, але і в різноманітних прикладних задачах інтелектуального аналізу даних, таких як дослідження генетичних послідовностей, текстової і веб-інформації, риночних кошків, розпізнавання образів та інших. В процесі розробки ефективних алгоритмів розв'язку цих задач виконується приведення матриці її до відповідного вигляду за допомогою факторизації або декомпозиції та подальшого аналізу структури сформованої матриці.

Термін аналіз структури матриці достатньо багатогранний, який визначається як алгебраїчним підходом, так і формальним специфічним математичним апаратом конкретної предметної області. За формою

НОМЕНКЛАТУРА

a – зміщення;
 $A(n_1, n_2, \dots, n_k)$ – k -мірна матриця;
 b – зміщення;
 h_{ij} – елемент твірного під масиву;
 $H(n)$ – твірний масив;
 $H_i(L_i)$ – твірний підмасив;
 k – число підмасивів у твірному масиві;
 L – обсяг твірного масиву;
 L_i – обсяг під масиву;
 N – обсяг перетворення;
 T – період базисної функції;
 $x(n)$, вхідна послідовність перетворення;
 $X^c(m)$ – вихідна послідовність перетворення;
 v_{ij} – елементи матриці аргументів;
 \bar{v}_{ij} – спрощені елементи матриці аргументів;
 $V_N(n_1, n_2)$ – матриця спрощених аргументів;

виділяють діагональні і трикутні матриці, а за основними властивостями рядків і стовпців бувають симетричні або кососиметричні, розріджені матриці, латинські та магічні квадрати та інші. Актуальним для організації ефективних обчислень є застосування блочних матриць [1]. Розділення матриці на блоки полягає у повному її поділі на неперетинаючі підматриці (блоки), де будь-який її елемент належить одній і тільки одній з цих підматриць. Наприклад, кронекерівський добуток матриць в результаті формує блочну матрицю. В блочній матриці підматриці можуть бути діагональними, трикутними, а сама блочна матриця може мати блочно-діагональну структуру, циклічно-блочну та інше [2].

Одним з підходів ефективного обчислення ДКП є приведення гармонічного базису до блочно-циклічних матричних структур з подальшим обчисленням перетворень за допомогою швидких циклічних згорток [3]. В роботі [4] для приведення гармонічного базису перетворення ДКП до набору циклічних зліва підматриць використовуються твірні масиви. Подальший синтез швидкого алгоритму перетворення потребує аналізу одержаної БЦС з метою скорочення обчислювальної складності та ефективної організації його виконання.

Об'єктом дослідження є алгоритмічний та програмний процес виконання аналізу структури цілочисельної блочної матриці, яка містить аргументи базисних гармонічних функцій ДКП.

Предметом дослідження є особливості визначення параметрів, які характеризують БЦС базисної матриці ДКП.

Метою роботи є визначення алгоритмічних особливостей виконання аналізу структури блочно-циклічної базисної матриці, яка містить цілочисельні аргументи базисних гармонічних функцій ДКП.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Підхід ефективного обчислення різних видів ДКП I–IV, що базується на декомпозиції матриці аргументів базисної функції розглянуто в роботах [4, 5]. В результаті застосування підходу, структуру базисної матриці можна задати ТМ

$$H(L) = H_1(L_1)H_2(L_2)\dots H_k(L_k) = (h_{11}, h_{12}, \dots, h_{1L_1})(h_{21}, h_{22}, \dots, h_{2L_2})\dots(h_{kL_1}, h_{kL_2}, \dots, h_{kL_k}). \quad (1)$$

Обсяг твірної масиви L дорівнює сумі обсягів підмасивів L_i

$$L = (L_1 + L_2 + \dots + L_k). \quad (2)$$

де h_{ij} – цілочисельні елементи твірної підмасиви $H_i(L_i)$, які є аргументами базисної гармонічної функції перетворення ($i=1,2,\dots,k; j=1,2,\dots,L_i$) та $h_{ij} < T/2$ менші періоду повторення базисної гармонічної функції; а k – число підмасивів у твірному масиві $H(n)$, яке визначається конкретним значенням N обсягу перетворення. Для основних видів ДКП I–IV, що знаходять широке застосування в процесі обробки інформацій-

них даних та сигналів, подано в табл. 1 значення періодичності та обсягу ТМ.

Таблиця 1– Значення періодичності та обсягу ТМ основних видів ДКП

| Вид перетворення | ДКП–I | ДКП–II | ДКП–III | ДКП–IV |
|--------------------|-------|--------|---------|--------|
| Періодичність, T | $2N$ | $4N$ | $4N$ | $8N$ |
| Обсяг ТМ, L | N | $2N$ | $2N$ | $2N$ |

ТМ визначається за підстановкою з рядків/стовпців аргументів гармонічної функції базисної матриці W_N перетворення обсягу N [6]. На основі твірної масиви здійснюється переіндексація рядків/стовпців базисної матриці, що в результаті приводить до формування БЦС в базисній матриці для різних видів ДКП.

Отже, одержуємо матрицю $V_N(n_1, n_2)$, що містить набір цілочисельних циклічних зліва підматриць різних обсягів, де розмірності n_1, n_2 визначаються обсягом твірних масивів для рядків та стовпців. Кожна з циклічних квадратних підматриць містить цілочисельні елементи, які належать одному з твірних підмасивів $H_i(L_i)$. Обсяги L_i кожного з твірних підмасивів є довільними, що залежать від обсягу перетворення N , і в сумі відповідають умові (2).

Для синтезу швидкого алгоритму перетворення необхідно виконати аналіз структури одержаної блочно-циклічної матриці з метою визначення ідентичних блоків, що розміщених горизонтально та вертикально один відносно іншого. Наявність ідентичних блоків приводить до зменшення обчислювальної складності та надає можливість розпаралелення виконання обчислення ДКП.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Аналіз структури матриці широко використовують в процесі аналізу зображень. В більшості графічних застосунків, в якості значень двовимірної матриці, використовується освітленість Y , що дорівнює зваженій сумі $Y=0,3R+0,59G+0,11B$. Ваги вибирають так, щоб максимально точно відповідати чутливості ока до R -червоного, G -зеленого і B -синього. Аналіз елементів освітленості в матриці і відповідно її структури залежить від схем оцінки пікселя в конкретному застосунку [7].

Актуальними є дослідження аналізу структури розріджених матриць. Для цього використовуються високопродуктивні обчислювальні апаратні [8] та програмні [9] засоби, нейронні мережі [10], що дозволяють класифікувати розріджені матриці, виділяти групи ненульових елементів, які можуть оброблятися незалежно. За результатами аналізу будується декомпозиція даних, що забезпечить найкоротший час розрахунків для конкретної структури матриці.

Таким чином, аналіз структури матриці залежить від застосування, яке накладає ряд вимог та критеріїв проведення аналізу. Для синтезу ефективних алгоритмів обчислення ДКП на основі циклічних згорток аналіз базисної матриці зводиться до пошуку ідентич-

них циклічних зліва цілочисельних підматриць. Критерієм та вихідними параметрами аналізу блочно-циклічних матриць є визначення ідентичних блоків, відповідних індексів розташування та належність елементів до одного з твірних підмасивів.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

В роботах [4, 11] описано методику та особливості обчислення твірних масивів (1) для синтезу швидких алгоритмів ДКП I–IV.

В загальному перетворення ДКП I–IV задається формулою:

$$X^c(m) = \gamma_{m,n} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos \left[\frac{(2m+a)(2n+b)\pi}{4N} \right], \quad (3)$$

де $\gamma_{m,n}$ – відповідні масштабувальні множники, a, b – зміщення в загальному виразі (3) можуть набувати значення $a, b \in \{0, 1\}$ і визначають види перетворень, $x(n)$, $X^c(m)$ – вхідна та вихідна послідовності перетворення ($m, n=0, 1, \dots, N-1$).

На основі елементів твірного масиву $H(L)$ здійснюється переіндексація рядків/стовпців базисної матриці, що в результаті приводить до формування БЦС в базисній матриці.

Наприклад, у ДКП-I, для якого $a=b=0$ в загальному виразі (3), обсягу $N=15$ за твірним масивом $H(14)=(1,2,4,8)(14,13,11,7)(3,6,12, 9)(5,10)$, відповідно методиці, БЦС матриці $V_{15}(14, 14)$ матиме вигляд

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 6 | 3 | 6 | 3 | 5 | 5 |
| 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 3 | 6 | 3 | 6 | 5 | 5 |
| 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 6 | 3 | 6 | 3 | 5 | 5 |
| 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 3 | 6 | 5 | 5 |
| 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 6 | 3 | 6 | 3 | 5 | 5 |
| 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 3 | 6 | 3 | 6 | 5 | 5 |
| 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 6 | 3 | 6 | 3 | 5 | 5 |
| 7 | 1 | 2 | 4 | 7 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 3 | 6 | 5 | 5 |
| 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 0 | 0 |
| 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 0 | 0 |
| 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 0 | 0 |
| 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 6 | 0 | 0 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 |

В роботі [6] описано алгоритм визначення твірного масиву. Особливістю цього комбінаційного алгоритму є те, що для формування циклічного розкладу підстановки використовується відбір перших елементів циклічних підмасивів в зростаючому порядку. Наприклад, для ДКП-II, для якого $a=0$ і $b=1$ в загальному виразі (3), обсягу $N=14$ ТМ має вигляд

$$H(28)=(0)(1,3,9,27,25,19)(2,6,18)(4,12,20)(5,15,11,23,13,17)(7,21)(8,24,16)(10,26,22)(14).$$

Однак, для відбору ідентичних блоків є важливим для аналізу наявність однакових перших елементів циклічних підмасивів і, відповідно, послідовності рядків. У кожному підмасиві твірного масиву, що сфор-

мовано в результаті циклічного розкладу підстановки, є можливим циклічний зсув елементів. Тому для забезпечення чіткого визначення ідентичних підматриць, розміщених горизонтально та вертикально одна відносно інших, та наглядної структуризації блочно-циклічної матриці необхідно перерозподілити твірні підмасиви $(h_{i1}, h_{i2}, \dots, h_{iLi})$ твірного масиву

$$H(L) = (h_{i1}, h_{i2}, \dots, h_{iLi}) (h_{(i+1)1}, \dots, h_{(i+1)L(i+1)}), \quad (4)$$

$$(i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, Li),$$

в якому $h_{(i+1)1}$ – перший цілочисельний елемент наступного твірного підмасиву $H_{i+1}(L_{i+1})$ визначається відповідно умови

$$h_{(i+1)1} = \begin{cases} L - h_{i1}, & \text{якщо } h_{i1} < L; \\ h_{(i+1)1}, & \text{якщо } h_{i1} < h_{(i+1)1} < h_{(i+2)1}. \end{cases} \quad (5)$$

Ця умова враховує те, що відповідно методиці [4], базисна матриця містить множину спрощених аргументів базисної функції ДКП. Значення спрощених елементів \bar{v}_{ij} в матриці аргументів ДКП I–IV, відповідно властивостям періодичності та симетричності базисних функцій, визначаються послідовністю обчислень:

$$v_{ij} = T - [(v_{ij}) \bmod T], \text{ якщо } [(v_{ij}) \bmod T] > T/2; \quad (6)$$

$$\bar{v}_{ij} = T/2 - (T - v_{ij}), \text{ якщо } (T - v_{ij}) > T/4 \text{ або } v_{ij} > T/4; \quad (7)$$

інакше $\bar{v}_{ij} = v_{ij}$, ($i = 1, 2, \dots, n_1; j = 1, 2, \dots, n_2$).

Приклад перерозподілу твірних підмасивів у твірному масиві для ДКП-II обсягу $N=14$, який в результаті виконання умови (5) має вигляд

$$H(28)=(0)(1,3,9,27,25,19)(2,6,18)(26,22,10)(4,12,20)(24,16,8)(5,15,11,23,13,17)(7,21)(14).$$

На основі отриманого твірного масиву здійснюється переіндексація рядків/стовпців аргументів функції базисної матриці, що в результаті приводить до формування БЦС в базисній матриці.

Для дослідження базисних матриць ДКП розроблено універсальний програмний засіб аналізу цілочисельних матриць, який виконує сканування всього набору елементів матриці. Для пошуку заданого фрагменту за максимальною шириною і висотою, відповідно його розмірності, в матриці виконується покрокове сканування з переміщенням згори вниз і зліва направо. Результат аналізу цілочисельних матриць і виділення еталонних фрагментів подано на рис. 1.

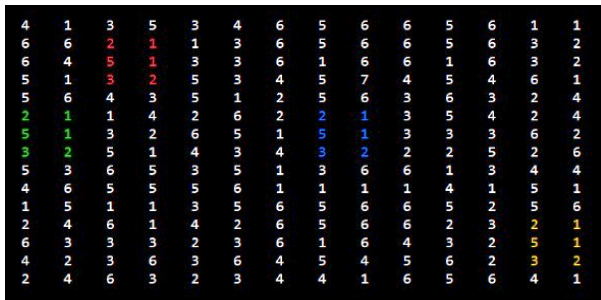


Рисунок 1 – Виділення еталонних фрагментів в цілочисельній матриці

Розроблене програмне забезпечення може застосовуватись як універсальний інструмент пошуку еталонних фрагментів у матрицях довільного обсягу. У засобі аналізу матриць передбачена можливість виділення фрагментів в таких режимах:

DECOR_DEFAULT – фрагмент не виділяється;

DECOR_UNDERLINED – ідентичні з еталоном фрагменти підкреслені (рис. 2);

DECOR_BOLD – ідентичні з еталоном фрагменти виділяються жирним шрифтом;

DECOR_COORD – визначення координат ідентичних з еталоном фрагментів;

DECOR_REVERSED – ідентичні з еталоном фрагменти мають протилежні значення кольору шрифту/фону.

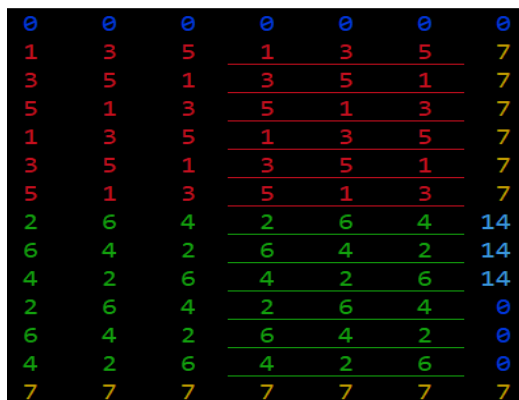


Рисунок 2 – Режим підкреслення фрагментів в процесі аналізу цілочисельної матриці

Недоліком універсального сканування є велика кількість обчислень, що зі збільшенням обсягу матриці має квадратичну залежність обчислювальної складності.

Для автоматичного синтезу алгоритмів обчислення ДКП I–IV на основі циклічних згорток необхідно забезпечити ефективний, з точки зору швидкодії, аналіз БЦС базисної матриці. Важливою особливістю структури сформованої базисної матриці є наявність набору квадратних циклічних зліва цілочисельних підматриць. Ця особливість дозволяє прискорити аналіз блочної матриці змінюючи крок сканування, що дорівнює обсягу підмасиву L_i , до якого належать елементи блоку. Програмне рішення реалізовано в IDE Visual

C++ 2019. В програмному кодї на мові C++ аналіз структури матриці включає такі основні функції:

highlight_block_fragments () – виділяє підматриці в матриці (Рис. 3);

is_in_coordinates_arr() – перевіряє наявність елемента у масиві координат;

are_equal_fragments() – перевіряє на ідентичність підматриці;

coordinates is_in_arr() – пошук заданого рядка в матриці;

coordinates repeated_fragment() – пошук заданого фрагменту у матриці;

element_matrix_print() – виконує вивід проаналізованої матриці на екран.

Пошук і аналіз ідентичних підматриць виконуємо, починаючи з верхнього рядка або першого стовпця. Далі проводимо перевірку на циклічність (одинакові значення послідовності елементів зі зміщеним у наступному рядку або стовпці). При невиконанні циклічності робимо висновок про завершення обсягу підматриці, тобто можна визначити її розмірність. Далі зміщуємось (по горизонталі/по вертикалі) на цей визначений обсяг і продовжуємо аналіз перебором елементів перших рядків або стовпців і, визначаючи нову підматрицю, що ідентична попередньо виділеною. В протилежному випадку зміщення відбувається на один крок для пошуку циклічної підматриці.

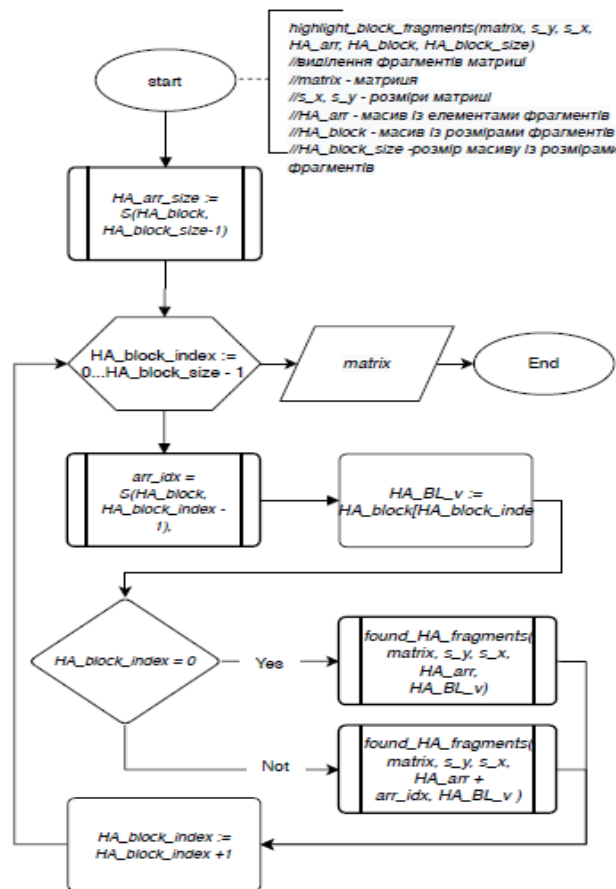


Рисунок 3 – Блок-схема функції highlight_block_fragments ()

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Для проведення аналізу структури базисної матриці ДКП I–IV для послідовностей довільного обсягу N враховується, що побудовано відповідно твірному $H(L)$ блочно-циклічну базисну матрицю спрощених аргументів функцій.

Наприклад, для ДКП-II обсягу $N=20$ сформувавши ТМ

$$H(20)=(0)(1,3,9,27)(2,6,18,26)(4,12,36,28) \\ (5,15,35,25)(7,21,17,29)(8,24)(10,30)(11,33,19,23) \\ (13,39,37,31)(14,38,34,22)(16,32)(20).$$

В результаті виконання перерозподілу твірних підмасивів, відповідно умови (5), отримаємо

$$H(20)=(0)(1,3,9,27)(39,37,31,13)(2,6,18,26) \\ (38,34,22,14)(4,12,36,28)(5,15,35,25)(7,21,17,29) \\ (33,19,23,11)(8,24)(32,16)(10,30)(20).$$

На основі твірною масиву здійснюється переіндексація рядків/стовпців спрощених аргументів функцій базисної матриці, що в результаті приводить до формування БЦС в базисній матриці. Наступним етапом синтезу алгоритмів ДКП на основі ЦЗ є виконання функції аналізу структури сформованої блочно-циклічної матриці. В результаті аналізу базисної матриці, на прикладі для ДКП-II обсягу $N=20$, отримуємо кольорове виділення циклічних підматриць та їх перших елементів у вигляді поданому на рис. 4. Відповідним кольором виділено блоки, що містять множину елементів, що належить тільки їм. Наприклад, червоним кольором (рис. 3) виділено блоки, в яких циклічні підматриці містять елементи $\{1, 3, 9, 13\}$.

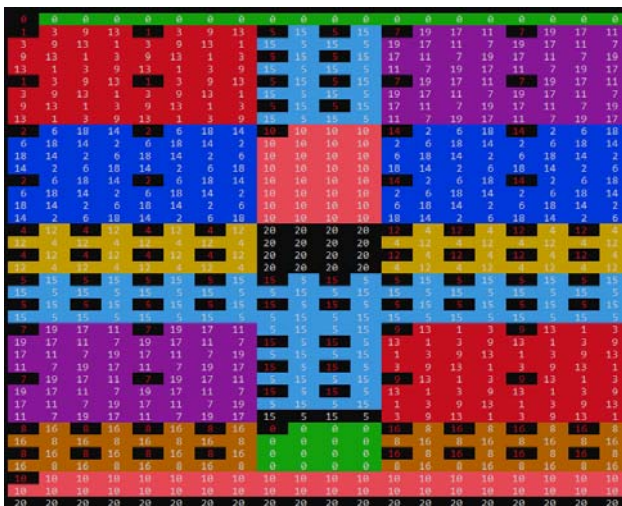


Рисунок 4 – Аналіз структури базисної матриці аргументів базисних функцій ДКП-II обсягу $N=20$

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Проведено тестування виконання аналізу базисних матриць ДКП-II обсягу $N=20$ розробленим універсальним програмним засобом, який виконує сканування всього набору елементів матриці, та функцією аналізу

блочно-циклічної матриці зі змінним кроком сканування (рис. 5).

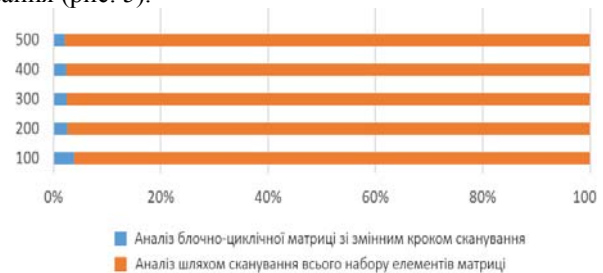


Рисунок 5 – Проведення аналізу структури базисної матриці ДКП-II обсягу $N=20$ програмами сканування з одиничним та змінним кроком

Одержано результати у відсотках часу проведення аналізу блочно-циклічної базисної матриці скануванням з одиничним та змінним кроком для кількості спроб від 100 до 500. Отже, врахування особливостей БЦС сформованої матриці аргументів базисних функцій для змінного кроку сканування, в разі прискорює процес виконання аналізу структури базисної матриці ДКП-II обсягу $N=20$.

В процесі автоматичного синтезу алгоритмів обчислення ДКП I–IV довільного обсягу N на основі ЦЗ завершенням етапу аналізу БЦС базисної матриці є формування масиву даних, що інформує про кількість ідентичних циклічних підмасивів, їх розташування. Ці дані дозволяють визначити мінімальну кількість та обсяг циклічних згортки, можливість їх паралельного обчислення та об'єднання результатів ЦЗ для визначення вихідних значень ДКП.

В результаті, для визначення ідентичних блоків, розміщених горизонтально та вертикально один відносно іншого, функція формує масив перших елементів циклічних підмасивів з відповідними координатами. Наприклад, для ДКП-II обсягу $N=20$ отримуємо масив даних

- $1\{1,0\}; 1\{5,0\}; 1\{1,4\}; 1\{5,4\}; 9\{25,12\}; 9\{29,12\};$
 $9\{25,16\}; 9\{29,16\};$
 $2\{9,0\}; 2\{13,0\}; 2\{9,4\}; 2\{13,4\}; 14\{9,12\};$
 $14\{13,12\}; 14\{9,16\}; 14\{13,16\};$
 $4\{17,0\}; 4\{19,0\}; 4\{17,2\}; 4\{19,2\}; 4\{17,4\};$
 $4\{19,4\}; 4\{17,6\}; 4\{19,6\}; 12\{17,12\}; 12\{19,12\};$
 $12\{17,14\}; 12\{19,14\}; 12\{17,16\}; 12\{19,16\};$
 $12\{17,18\}; 12\{19,18\};$
 $5\{21,0\}; 5\{23,0\}; 5\{21,2\}; 5\{23,2\}; 5\{21,4\};$
 $5\{23,4\}; 5\{21,6\}; 5\{23,6\}; 5\{1,8\}; 5\{3,8\}; 5\{5,8\};$
 $5\{7,8\}; 5\{1,10\}; 5\{3,10\}; 5\{5,10\}; 5\{7,10\}; 5\{21,12\};$
 $5\{23,12\}; 5\{21,14\}; 5\{23,14\}; 5\{21,16\}; 5\{23,16\};$
 $5\{21,18\}; 5\{23,18\}; 15\{21,8\}; 15\{23,8\}; 15\{26,8\};$
 $15\{28,8\}; 15\{30,8\}; 15\{21,10\}; 15\{23,10\}; 15\{26,10\};$
 $15\{28,10\}; 15\{30,10\}; 7\{25,0\}; 7\{29,0\}; 7\{25,4\};$
 $7\{29,4\}; 7\{1,12\}; 7\{5,12\}; 7\{1,16\}; 7\{5,16\};$
 $8\{33,0\}; 8\{35,0\}; 8\{33,2\}; 8\{35,2\}; 8\{33,4\};$
 $8\{35,4\}; 8\{33,6\}; 8\{35,6\}; 16\{33,12\}; 16\{35,12\};$
 $16\{33,14\}; 16\{35,14\}; 16\{33,16\}; 16\{35,16\};$
 $16\{33,18\}; 16\{35,18\};$
 $0\{0,0\}; 0\{33,8\}; 10\{9,8\}; 10\{37,0\}.$

Відповідно виконаному аналізу базисної матриці на рис. 3 перші елементи циклічних підмасивів, що дорівнюють, наприклад, 1 розташовані в базисній матриці за координатами $1\{1,0\}$; $1\{5,0\}$; $1\{1,4\}$; $1\{5,4\}$.

Тобто, маємо в структурі базисної матриці по дві ідентичні підматриці розміщених горизонтально $1\{1,0\}$ і $1\{1,4\}$ та $1\{5,0\}$ і $1\{5,4\}$, вертикально $1\{1,0\}$ і $1\{5,0\}$ та $1\{1,4\}$ і $1\{5,4\}$ одна відносно іншої.

Масив перших елементів з координатами розташування циклічних підмасивів в максимальному випадку може мати $(n_1 \times n_2)$ елементів в структурі базисної матриці $V_N(n_1, n_2)$ спрощених аргументів ДКП I–VI довільного обсягу N .

6 ОБГОВОРЕННЯ

Наявність ідентичних підматриць в структурі базисної матриці ДКП приводить до зменшення обчислювальної складності. Обсяг перетворення N та вид ДКП визначають кількість циклічних підматриць в структурі базисної матриці [12]. Ідентичні циклічні підматриці, що розміщені вертикально один відносно іншого приводять до одноразового обчислення ЦЗ, результати якої в процесі об'єднання використовуються для різних $X^c(m)$ вихідних значень перетворення. Ідентичні циклічні підматриці, що розміщені горизонтально один відносно іншого приводять до об'єднання груп вхідних значень $x(n)$ перетворення і одноразового обчислення ЦЗ, результати якої в процесі об'єднання використовуються для однієї групи вихідних значень перетворення. Так, дані аналізу $1\{1,0\}$; $1\{5,0\}$; $1\{1,4\}$; $1\{5,4\}$ в структурі базисної матриці (рис. 3) вказують на наявність двох ідентичних підматриць розміщених горизонтально та двох ідентичних підматриць розміщених вертикально одна відносно іншої. В цьому випадку виконується спершу об'єднання груп вхідних значень для підматриць розміщених горизонтально виконується одноразове обчислення ЦЗ, результати якої в процесі об'єднання використовуються для різних $X^c(m)$ вихідних значень перетворення, залежних від ідентичних підматриць розміщених вертикально.

Визначення мінімальної кількості ЦЗ на основі параметрів, які характеризують БЦС базисної матриці ДКП, надає можливість їхнього розпаралелення обчислення і тим самим до пришвидшення виконання перетворення.

Таким чином, формування базисної матриці ДКП у вигляді набору циклічних підматриць та проведення аналізу блочної структури дозволяє в результаті забезпечити високу ефективність використання обчислювальних ресурсів, та зменшити обчислювальну складність, що залежить як від обсягу так і виду ДКП.

ВИСНОВКИ

У роботі розглянуто аналіз на ідентичність підматриць зі змінним кроком пошуку, що враховує властивості блочності та циклічності сформованої базисної матриці ДКП I–VI. Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення виконання аналізу структури

© Процько І. О., Мішук М. В., 2020
DOI 10.15588/1607-3274-2020-3-16

блочно-циклічної базисної матриці, за допомогою якого визначається масив параметрів даних формального опису структури базису ДКП. Аналіз БЦС базисної матриці, що в результаті формує масив даних про кількість вертикально та горизонтально розташованих ідентичних циклічних підматриць, є важливим етапом автоматичного синтезу алгоритмів обчислення ДКП I–IV на основі ЦЗ довільних обсягів N .

Наукова новизна полягає у визначенні особливостей аналізу та обчислення параметрів, які характеризують структуру блочно-циклічної базисної матриці ДКП.

Практичне значення розробленого алгоритмічного та програмного забезпечення виконання аналізу БЦС базисної матриці ДКП полягає у забезпеченні зменшення обчислювальної складності та можливості розпаралелення обчислення синтезованого швидкого алгоритму обчислення ДКП.

Напрямок подальших досліджень полягатиме в розробці алгоритмічного та програмного забезпечення що зменшуватиме обчислювальні затрати та прискорить процес синтезу швидкого алгоритму обчислення ДКП, включаючи й етап аналізу БЦС базисної матриці перетворення.

ПОДЯКИ

Робота виконана в рамках держбюджетної науково-дослідної роботи ДБ / Нейрозахист (номер держ. реєстрації № ДР 0119U002256) (2019–20р.) національного університету «Львівська політехніка»

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Horn R. A. Matrix analysis / R. A. Horn, C. R. Johnson. – New York: Cambridge university press, 1985. – 561p. DOI: 10.1017/CBO9780511810817
2. Trott M. The Mathematica GuideBook for Programming / M. Trott. – New York : Springer-Verlag, 2004. – 1028 p. DOI 10.1007/978-1-4419-8503-3
3. Chan Y.-H. Generalized approach for the realization of discrete cosine transform using cyclic convolutions / Y.-H. Chan, W.-C. Siu // IEEE international conference on Acoustics, Speech, and Signal processing: digital speech processing, Minneapolis, USA, 27–30 April 1993: proceedings. – Washington: IEEE Computer Society, DC, 1993. – Vol. III. – P. 277–280. DOI: 10.1109/ICASSP.1993.319489
4. Prots'ko I. Algorithm of Efficient Computation of DCT I–IV Using Cyclic Convolutions / I. Prots'ko // International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing. – 2013. – Vol. 7, Issue 1. – P. 1–9.
5. Prots'ko I. Performance evaluation of the program of DCT-II using cyclic convolutions / I. Prots'ko, R. Rikmas, M. Mashevska // Computer Sciences and Information Technologies (CSIT'2017): International scientific and technical conference, Lviv, Ukraine, 5–8 September 2017: proceedings. – Lviv: Lvivska polytechnika Press, 2017. – P. 276–278. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2017.8098785
6. Процько І. О. Особливості обчислення твірних масивів для синтезу швидких алгоритмів ДКП I–IV / І. О. Процько // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2020. – № 2. – P. 149–157.
7. Image processing and matrices / [O. Prabhune, P. Sabale, D. N. Sonawane, C. L. Prabhune] // Data Management, Ana-

- lytics and Innovation (ICDMAI): International conference, Pune, India, 24–26 Feb. 2017: proceedings. – Pune : Curran Associates, Inc., 2017. – P. 166–171. DOI: 10.1109/ICDMAI.2017.8073504
8. Performance evaluation and analysis of sparse matrix and graph kernels on heterogeneous processors / [F. Zhang, W. Liu, N. Feng et al.] // CCF Transactions on High Performance Computing. – 2019. – Vol. 1. – P. 131–143.
9. Duff I. S. An overview of the sparse basic linear algebra subprograms: the new standard from the BLAS technical forum / I. S. Duff, M. A. Heroux, R. Pozo // ACM Transactions on Mathematical Software. – 2002. – Vol. 28, No. 2. – P. 239–267.
10. Pichel J. C. Sparse Matrix Classification on Imbalanced Datasets Using Convolutional Neural Networks / J. C. Pichel, B. Pateiro-Lopez // IEEE Access. – 2019. – Vol. 7. – P. 82377–82389. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2924060
11. Prots'ko I. The Algorithm and Structures for Efficient Computation of Type II/III DCT/ DST/ DHT Using Cyclic Convolutions / I. Prots'ko // International Journal of Signal Processing Systems. – 2014. – Vol. 2, No. 2. – P. 119–127. DOI: 10.12720/ijsp.2.2.119–127
12. Prots'ko I. Repeatability the block cyclic structures the basis matrices of DCT for sizes p^n / I. Prots'ko, R. Rykmas, V. Teslyuk // International conference Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH'2015), Polyana-Svalyava, Ukraine, 2–4 September 2015: proceedings. – Lviv : Veza & Co, 2015. – P. 107–109.

Стаття надійшла до редакції 25.05.2020.
Після доробки 01.06.2020.

УДК 004.93

ПРОГРАММНЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ БЛОЧНО-ЦИКЛИЧЕСКОЙ БАЗИСНОЙ МАТРИЦЫ ДКП

Процько І. О. – д-р техн. наук, доцент кафедри автоматизованих систем управління Національного університету «Львівська політехніка», Україна.

Мищук М. В. – студент кафедри автоматизованих систем управління Національного університету «Львівська політехніка», Україна.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Использование матричного записи применяется для формализации предметной области в рамках алгебраического подхода. Эффективное вычисления дискретного косинусного преобразований использует приведение гармоничного базиса к блочно-циклической матричной структуре с последующим вычислением преобразования с помощью быстрых циклических сверток. Анализ структуры базисной блочной матрицы преобразования обеспечивает синтез эффективных алгоритмов дискретного косинусного преобразования произвольных размеров. Программная реализация проведения анализа за блочно-циклических структур формирует описание структуры, что позволяет уменьшить вычислительную сложность алгоритма преобразования и выполнить распараллеливания вычислений циклических сверток.

Цель работы – определение алгоритмических особенностей проведения анализа структуры блочно-циклической матрицы, содержащей целочисленные аргументы базисных гармонических функций, что обеспечит уменьшение вычислительной сложности синтезированного алгоритма дискретного косинусного преобразования на основе циклических сверток.

Метод. Поиск и анализ перебором элементов матрицы с переменным шагом, учитывающий свойства блочности и цикличности сформированной базисной матрицы дискретного косинусного преобразования, позволяет быстрее выполнять анализ структуры блочной матрицы преобразования по сравнению с полным сканированием.

Результаты. Разработано алгоритмическое и программное обеспечение выполнения анализа структуры блочно-циклической базовой матрицы, с помощью которого определяется массив параметров данных формального описания структуры базиса дискретного косинусного преобразования. Данные анализа структуры базовой матрицы позволяют определить наличие идентичных циклических подматриц размещенных горизонтально или вертикально друг относительно друга и, тем самым, уменьшить количество выполнения циклических сверток.

Выводы. Эффективный анализ блочно-циклической структуры базисной матрицы на основе разработанного программного обеспечения является важной частью процесса синтеза быстрого алгоритма, который обеспечивает сокращение вычислительной сложности и возможность распараллеливания выполнения дискретного косинусного преобразования. Разработанное алгоритмическое и программное обеспечение выполнения анализа структуры блочно-циклической матрицы может применяться и для анализа структуры и поиска соответствующих подматриц в любых матрицах с целыми, действительными и нулевыми элементами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: анализ матрицы, алгоритм поиска, образующий массив, блочно-циклические подматрицы, дискретные косинусные преобразования.

UDC 004.93

SOFTWARE ANALYSIS OF STRUCTURE BLOCK-CYCLIC BASIC MATRIX OF DCT

Protsko I. O. – Dr. Sc., Associate Professor, Department of Automated Control Systems, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine.

Mishchuk M. V. – Student, Department of Automated Control Systems, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The matrix notation is used to formalize the subject area within the framework of the algebraic approach. Effective computation of the discrete cosine transforms uses the reduction of a harmonic basis to a block-cyclic matrix structure with the subsequent calculation of the transform using fast cyclic convolutions. An analysis of the structure of the basic block matrix of transforms provides a synthesis of algorithms of effective discrete cosine transforms of arbitrary sizes. The software implementation of the analysis of block-cyclic structures generates a description of the structure, which allows to reduce the computational complexity of the algorithm of effective discrete cosine transform and to perform parallelization of computation the cyclic convolutions.

Objective. The work is to determine the algorithmic features of the analysis of the structure of a block-cyclic matrix containing integer arguments of basic harmonic functions, which will reduce the computational complexity of the synthesized discrete cosine transform algorithm based on cyclic convolutions.

Method. Search and analysis by enumerating elements of the matrix with a variable step, taking into account the blockiness and cyclicity of the formed basis matrix of the discrete cosine transform, allows you to quickly analyze the structure of the block matrix of transform in comparison with full scanning.

Results. Algorithmic and software for analyzing the structure of a block-cyclic basis matrix have been developed, with the help of which an array of data parameters for a formal description of the basis matrix structure of a discrete cosine transform is determined. The analysis of the structure of the base matrix allows us to determine the presence of identical cyclic submatrices placed horizontally or vertically relative to each other and, thereby, reduce the number of cycles of convolutions.

Conclusions. An effective analysis of the block-cyclic structure of the basis matrix based on the developed software is an important part of the fast algorithm synthesis process, which provides a reduction in computational complexity and the ability to parallelize the implementation of the discrete cosine transform. The developed algorithmic and software for performing the analysis of the structure of a block-cyclic matrix can also be used to analyze the structure and search for the corresponding submatrices in any matrices with integer, real, and zero elements.

KEYWORDS: matrix analysis, search algorithm, hashing array, block-cyclic submatrices, discrete cosine transforms.

REFERENCES

1. Horn R. A., Johnson C. R. Matrix analysis. New York, Cambridge university press, 1985, 561 p. DOI: 10.1017/CBO9780511810817
2. Trott M. The Mathematica GuideBook for Programming. New York, Springer-Verlag, 2004, 1028 p. DOI 10.1007/978-1-4419-8503-3
3. Chan Y.-H., Siu W.-C. Generalized approach for the realization of discrete cosine transform using cyclic convolutions, *IEEE international conference on Acoustics, Speech, and Signal processing: digital speech processing, Minneapolis, USA, 27–30 April 1993: proceedings*. Washington, IEEE Computer Society, DC, 1993, Vol. III, pp. 277–280. DOI: 10.1109/ICASSP.1993.319489
4. Prots'ko I. Algorithm of Efficient Computation of DCT I–IV Using Cyclic Convolutions, *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*, 2013, Vol. 7, Issue 1, pp. 1–9.
5. Prots'ko I., Rikmas R., Mashevskaya M. Performance evaluation of the program of DCT-II using cyclic convolutions, *Computer Sciences and Information Technologies (CSIT'2017): International scientific and technical conference, Lviv, Ukraine, 5–8 September 2017: proceedings*. Lviv, Lvivska polytechnika Press, 2017, pp. 276–278. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2017.8098785
6. Prots'ko I. O. Peculiarities of computation the hashing arrays for the synthesis of fast algorithms of DCT I–IV, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020, No. 2, pp. 149–157.
7. Prabhune O., Sabale P., Sonawane D. N., Prabhune C. L. Image processing and matrices, *Data Management, Analytics and Innovation (ICDMAI): International conference, Pune, India, 24–26 Feb. 2017: proceedings*. Pune, Curran Associates, Inc., 2017, pp. 166–171. DOI: 10.1109/ICDMAI.2017.8073504
8. Zhang F., Liu W., Feng N., Zhai J., Du X. Performance evaluation and analysis of sparse matrix and graph kernels on heterogeneous processors, *CCF Transactions on High Performance Computing*, 2019, Vol. 1, pp. 131–143.
9. Duff I. S., Heroux M. A., Pozo R. An overview of the sparse basic linear algebra subprograms: the new standard from the BLAS technical forum, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 2002, Vol. 28, No. 2, pp. 239–267.
10. Pichel J. C., Pateiro- B. Lopez Sparse Matrix Classification on Imbalanced Datasets Using Convolutional Neural Networks, *IEEE Access*, 2019, Vol. 7, pp. 82377–82389. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2924060
11. Prots'ko I. The Algorithm and Structures for Efficient Computation of Type II/III DCT/ DST/ DHT Using Cyclic Convolutions, *International Journal of Signal Processing Systems*, 2014, Vol. 2, No. 2, pp. 119–127. DOI: 10.12720/ijspss.2.2.119–127
12. Prots'ko I., Rykmas R., Teslyuk V. Repeatability the block cyclic structures the basis matrices of DCT for sizes p^n , *International conference Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH'2015), Polyana-Svalyava, Ukraine, 2–4 September 2015: proceedings*. Lviv, Veza & Co, 2015, pp. 107–109.