

## ПОРЯДОК ОЦІНКИ НЕСУЧОЇ ЧАСТОТИ СИГНАЛУ, ЩО ПРИЙМАЄТЬСЯ СУПУТНИКОВОЮ СИСТЕМОЮ ЗВ'ЯЗКУ В БЕЗПЕРЕРВНОМУ РЕЖИМІ

**Туровський О. Л.** – канд. техн. наук, доцент, професор кафедри засобів захисту інформації Національного авіаційного університету Київ, Україна.

**Дробик О. В.** – канд. техн. наук, професор, директор Наукового центру, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Однією з особливостей систем супутникового зв'язку є переважне використання в них під час прийому сигналу в безперервному режимі фазової модуляції сигналів, що призначені для передачі корисної інформації. Використання вказаного виду модуляції потребує вирішення завдання щодо оцінки несучої частоти сигналу. А сама оцінка зводиться до задачі оцінки частоти максимуму в спектрі фрагменту синусоїдального сигналу на фоні адитивного гаусівського шуму. В статті розглянуто процес оцінки несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі по правилу максимальної правдоподібності.

**Мета.** Розробка порядку оцінки несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі по правилу максимальної правдоподібності.

**Метод.** Запропонований в роботі порядок та розроблений на його основі алгоритм дає змогу здійснити оцінку несучої частоти по правилу максимальної правдоподібності з врахуванням умов невизначеності всіх параметрів сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі.

**Результати.** З метою практичного впровадження вказаного алгоритму в діючі схеми супутникового зв'язку, в роботі запропоновані схеми його апаратної реалізації. Для ілюстрації співвідношення кордонів мінімально граничної дисперсії оцінки несучої частоти в роботі подані залежності, які дозволяють здійснити порівняння мінімально граничної дисперсії, визначеної нижнім кордоном Крамера-Рао та мінімально граничної дисперсії, визначеної з урахуванням всіх параметрів сигналу.

**Висновки.** Аналіз поданих залежностей показав, що в реальних умовах мінімальна дисперсія проведення несучої частоти сигналу по правилу максимальної правдоподібності, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі при невизначеності всіх параметрів сигналу може істотно відрізнятись від мінімальної дисперсії, отриманої на основі застосування нижнього кордону Крамера-Рао. Перспективи подальших досліджень слід спрямувати на розробку та створення алгоритмів та методик, спрямованих на МП-оцінку при умові максимального наближення мінімально граничної дисперсії оцінки несучої частоти реального сигналу до нижнього кордону Крамера-Рао, визначеного для оцінки несучої частоти в умовах визначеності інших параметрів сигналу.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** сигнал, що приймається, оцінка несучої частоти сигналу, мінімально гранична дисперсія оцінки несучої частоти, нижній кордон Крамера-Рао.

### АБРЕВІАТУРИ

МП-оцінка – оцінки несучої частоти сигналу по правилу максимальної подібності.

### НОМЕНКЛАТУРА

$\nu$  – зміщення частоти вхідного сигналу від її номінального значення;

$\varphi$  – початкова фаза сигналу;

$\tau$  – час затримки сигналу;

$d$  – передана інформаційна послідовність сигналу;

$T_s$  – інтервал слідування відліків комплексної огинаючої сигналу, що приймається;

$T$  – тактовий інтервал спостереження за вхідним сигналом;

$E_s$  – енергія одиничного імпульсу вхідного сигналу;

$N_0$  – інтервал спостережень, виражений в кількості інтервалів  $T_s$ ;

$K$  – інтервал спостережень, виражений в тактових інтервалах;

$\Omega$  – приведені значення зміщення частоти вхідного сигналу від її номінального значення;

$\approx$

$\varphi$  – випадкова величина фази сигналу;

$\approx$

$\tau$  – випадкова величина часу затримки сигналу;

$\approx$

$\Omega$  – випадкова величина приведеного значення зміщення частоти вхідного сигналу;

$z(t_n)$  – функція коливання вхідного сигналу;

$I_n$  – дійсна частина функції коливання вхідного сигналу;

$h$  – імпульсна характеристика фільтра, що формує вхідний сигнал;

$\approx$

$a$  – вектор незалежних величин вхідного сигналу;

$j$  – коефіцієнт комплексної складової величини, пов'язаної з вхідним сигналом;

$Q_n$  – постійна складова дійсної частини вхідного сигналу по змінній коливання, при розрахунку щіль-

ності ймовірності по кількості відліків інтервалів спостереження  $N_0$  за вхідним сигналом;

$i_n$  – дійсна частина функції коливання вхідного сигналу по випадковій змінній комплексної огинаючої опорного сигналу;

$q_n$  – постійна складова дійсної частини вхідного сигналу по випадковій змінній комплексної огинаючої опорного сигналу;

$t_n$  – час оцінки  $n$ -го імпульсу вхідного сигналу;

$\sigma^2$  – значення дисперсії похибки оцінки частоти вхідного сигналу;

$\sigma_v^2$  – значення дисперсії похибки оцінки частоти вхідного сигналу при відсутності даних про  $v$ ;

$CRLB(v)$  – нижній кордон Крамера-Рао для дисперсії оцінки несучої частоти сигналу, що приймається, коли є данні про всі інші параметри, крім  $v$ ;

$\Lambda$  – функція оцінки несучої частоти вхідного сигналу по ймовірним значенням його характеристик;

$E_{\varphi, \tau, d}^{\approx}$  – усереднене значення функції оцінки несучої частоти вхідного сигналу по ймовірним усередненим значенням  $\varphi$  і  $d$ ;

$D_S$  – позитивне значення усередненої по інформаційним послідовностям функції оцінки несучої частоти вхідного сигналу;

$r^*(t_n)$  – функція комплексної огинаючої вхідного сигналу, відкорельована дійсними випадковими значеннями комплексних складових;

$y$  – функція відклику узгодженого фільтра тракту прийому вхідного сигналу на вплив випадкового вхідного сигналу.

## ВСТУП

Робота сучасних систем супутникового зв'язку вимагає обробки вхідних сигналів, що приймаються демодуляторами вхідних пристроїв як в безперервному, так і в пакетному режимі передачі даних. Під час прийому сигналу в безперервному режимі у вказаних демодуляторах переважно застосовується фазова модуляція сигналів, що призначені для передачі корисної інформації [1]. В свою чергу, при використанні такого виду модуляції в супутникових каналах зв'язку виникає проблема істотної невизначеності сигналу, що приймається по частоті (частотна невизначеність сигналу). Для її вирішення в фазокогерентних системах супутникового зв'язку для відновлення несучої і тактової частот та для когерентної демодуляції аналогових і цифрових сигналів з кутовою модуляцією здійснюється синхронізація по частоті несучого коливання сигналу, що приймається.

**Об'єктом дослідження** є процес синхронізації по частоті несучого коливання сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку.

© Туровський О. Л., Дробик О. В., 2021  
DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-3

Комплексна огинаюча сигналу містить невідомі величини, а саме частоту ( $v$ ), фазу ( $\varphi$ ), затримку сигналу ( $\tau$ ) та передану інформаційну послідовність ( $d$ ). Завдання синхронізації фактично зводиться до оцінки істинних параметрів сигналу, що приймається –  $v, \varphi, \tau, d$ , знання значень яких необхідно для демодуляції сигналу  $z(t)$ .

Тобто вказана синхронізація при фазовій модуляції сигналу потребує вирішення завдання щодо оцінки несучої частоти сигналу.

Для вирішення завдання оцінки несучої частоти ФМ сигналу в умовах невизначеності інформації  $\varphi, \tau, d$  в ряді робіт пропонується застосувати правило максимальної правдоподібності. Відомо, що використання правила максимальної правдоподібності для оцінки несучої частоти (МП-оцінки) забезпечує асимптотично ефективну і асимптотично незміщену оцінку [2, 3]. Сутність якої полягає в визначенні максимуму функції  $\Lambda(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d})$  по випадковим значенням

величин вхідного сигналу. При наявності інформації про параметри  $\varphi, \tau, d$  пошук  $\Lambda(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d})$  по  $v$  може

забезпечити мінімально граничну дисперсію  $\sigma^2$ , яка буде визначатися нижнім кордоном  $CRLB(v)$  [3, 4].

При великих інтервалах спостереження ( $K \gg 1$ ) значення дисперсії похибки оцінки частоти вхідного фазомодульованого сигналу ( $\sigma^2$ ) може бути подане як функціональна залежність  $\sigma^2 = f(E_S, T_s, N_0)$  [5, 6, 7]. Запропонований підхід дозволяє визначити нижній кордон  $CRLB(v)$  при умові, що інші параметри сигналу відомі. Тобто оцінка проводиться в ідеальних умовах.

Зазвичай в умовах реального супутникового каналу частина інформації про параметри сигналу, що приймається, може бути відсутня. Виходячи з цього, мінімальна  $\sigma^2$  оцінки несучої частоти реального супутникового сигналу може дещо відрізнятись в гіршу сторону від значення нижнього кордону  $CRLB(v)$ , отриманого при цих же умовах [6].

**Предметом дослідження** є процес оцінки несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі. Вказана оцінка зводиться до задачі оцінки частоти максимуму

$\Lambda(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d})$  в спектрі фрагмента синусоїдального сигналу, що приймається в безперервному режимі на фоні адитивного гаусівського шуму.

Підвищення якості оцінки несучою частотою фазомодульованого сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі потребує розробки відповідної нової математичної моделі

процесу оцінки та створення на її основі відповідного порядку оцінки частоти.

**Мета роботи.** Розробка порядку оцінки несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі по правилу максимальної правдоподібності.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Достовірна МП-оцінка несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку по функції  $\Lambda(\tilde{\nu}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d})$  при прийнятті умови, що  $\nu$  невідома, вимагає вирішення актуального наукового завдання щодо визначення мінімально граничної дисперсії оцінки сигналу  $\sigma^2 = f(E_S, T_S, N_0)$  по нижньому кордону  $CRB(\nu)$  та розробку алгоритму проведення вказаної оцінки з урахуванням випадкових значень  $\tilde{\nu}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d}$  сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку.

## 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Питання визначення оптимальних критеріїв для оцінки несучої частоти сигналу, що приймається системою зв'язку та розробки порядку її проведення присвячено ряд робіт.

Автори робіт [5, 8, 7] запропонували зважений байєсівський Крамерський Рао-кордон для спільного визначення часу синхронізації та зсуву несучої частоти, який враховує попередній розподіл параметрів оцінки та є точною нижньою межею для всіх розглянутих значень співвідношення сигнал/шум. Питання визначення мінімально граничної дисперсії оцінки саме несучої частоти в даній роботі не розглядалися.

В роботах [9, 10, 11] поданий кордон Крамера-Рао для дисперсії сумісної оцінки доплерівського зміщення несучої частоти та затримок сигналу з довільною шириною спектру. Подані результати запропоновано застосовувати для випадків, коли ширина спектру сигналу не дозволяє застосовувати інші методи оцінки в рамках вузькополосної моделі. Безпосередньо оцінка несучої частоти та визначення для неї мінімально граничної дисперсії в роботах не розглядаються.

Автори роботи [12] пропонують нижній кордон Крамера-Рао для на оцінки частоти когерентної послідовності імпульсів, пасивно перехоплених на рухомій антенні. Таку оцінку автора пропонують проводити з метою визначення місцезнаходження передаючого радару. Безпосередньо несуча частота вказаних імпульсів та її оцінка в роботі не розглядалися, хоча робота є показовою з точки зору застосування нижнього кордону Крамер-Рао для МП оцінки несучої частоти.

Робота [13] присвячена вирішенню завдання по оцінці затримки сигналу в часі з урахуванням зміни форми імпульса сигналу під час навігації в приміщен-

нях. Для оцінки часу затримки використовується критерій нижнього кордону Крамера-Рао. Робота достатньо показова з точки зору оцінки сигналу, але безпосередньо оцінка несучої частоти в ній не розглядається

Автори роботи [14] пропонують вирази для дійсного нижнього кордону Крамера-Рао при сумісній оцінці доплерівського зміщення частоти та запізнення вхідного сигналу, а також оцінки синхронізації символів лінійно модульованого сигналу. В статті також обгрунтовані висновки про актуальність індивідуальної оцінки несучої частоти з відомою синхронізацією символів. Питання оцінки несучої частоти та визначення для неї мінімально граничної дисперсії в роботі не розглядаються.

В роботі [15] автори пропонують алгоритм на основі умовної максимізації очікування для сумісної оцінки каналу передачі даних в системах мультиплексування з ортогональним частотним розподілом каналів, фазового шуму генераторів та доплерівського зміщення несучої частоти. Для вказаної оцінки в роботі пропонується нижній гібридний кордон Крамер-Рао. Питання розрахунку нижнього кордону Крамер-Рао для несучої частоти та визначення для неї мінімально граничної дисперсії в роботі не розглядаються.

Питання визначення мінімально граничної дисперсії при оцінці якості роботи приймальної радіосистеми розглядалися в роботі [16]. В роботі безпосередньо запропоновані вирази для оцінки мінімальної дисперсії шуму та обгрунтовуються висновки про те, що така оцінка може вплинути на продуктивність системи на рівні оцінки зміщення несучої частоти та оцінки продуктивності каналу. Визначення значення нижнього кордону Крамера-Рао для запропонованої мінімально граничної дисперсії в роботі не проводилося.

В роботі [17] Розглянуті питання оцінки частоти для безперервних пакетів даних фіксованої довжини, що супроводжується шумом низького рівня. Мінімальна дисперсія оцінки частоти виводиться з точки зору спектральної щільності шуму на частотах, близьких до частоти сигналу. Але в роботі відсутній розгляд питання виводу нижнього кордону Крамер-Рао в якості мінімально граничної дисперсії для даного випадку.

## 3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Значне практичне значення для оцінки несучої частоти має визначення мінімально граничної дисперсії в умовах реального супутникового каналу, тобто в припущенні, що [1]:

- відсутня тактова синхронізація;
- відсутня інформація про інформаційну послідовність, що передається;
- відсутня інформація про початкову фазу несучого коливання.

Приймемо, що комплексна огинаюча опорного сигналу має вигляд [2]:

$$\tilde{r}(t) = \exp \left[ j \left( 2\pi \nu t + \tilde{\varphi} \right) \right] \sum_k \tilde{d}_k h \left( t - kT - \tilde{\tau} \right).$$

Прийmemo, що величина  $\tilde{\nu}$  лежить в діапазоні від  $-\nu_{\max}$  до  $\nu_{\max}$ .

Інтервал  $[-\nu_{\max}, \nu_{\max}]$  визначається початковою частотною невизначеністю сигналу, що приймається.

В подальшому прийmemo, що:

$$\tilde{d} = \left\{ \tilde{d}_0, \tilde{d}, \dots, \tilde{d}_{k-1} \right\} - \text{вектор незалежних випад-}$$

кових величин з нульовим середнім і з відповідними функціями кореляції [18].

Прийmemo, що значення величин  $\tilde{\varphi}$  та  $\tilde{\tau}$  і компоненти вектора  $\tilde{d}$  незалежні один від одного і всі інформаційні символи рівно ймовірні.

Таким чином, завдання полягає в тому, щоб отримати оцінку несучої частоти сигналу, що приймається по правилу максимальної правдоподібності (МП-оцінку) при відсутності інформації про передану інформаційну послідовність, початковій фазі несучої частоти сигналу, що приймається і тактовій синхронізації.

Запишемо сумісну функцію щільності ймовірності сигналу, що приймається в вигляді [19]:

$$p \left( z \uparrow \tilde{a} \right) = \left( \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \right)^N \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_n \left( I_n^2 + Q_n^2 - 2(I_n i_n + Q_n q_n) + i_n^2 + q_n^2 \right) \right]. \quad (1)$$

$$\text{де } \tilde{a} = \left\{ \tilde{\Omega}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d} \right\}; \quad I_n = \operatorname{Re} \left( z(t_n) \right); \quad Q_n = \operatorname{Im} \left( z(t_n) \right);$$

$$\tilde{r}(t_n) = \exp \left[ j \left( \tilde{\Omega} t_n + \tilde{\varphi} \right) \right] \sum_k \tilde{d}_k h \left( t_n - kt - \tilde{\tau} \right).$$

комплексна огинаюча опорного сигналу при випадкових величинах його характеристик;

$$i_n = \operatorname{Re} \left( \tilde{r}(t_n) \right); \quad q_n = \operatorname{Im} \left( \tilde{r}(t_n) \right);$$

$$t_n = nT_s, n = -\frac{N-1}{2}, \dots, 0, 1, \dots, \frac{N-1}{2}.$$

Прийнявши, що  $\sum_n I_n^2, \sum_n Q_n^2$  і  $i_n^2 + q_n^2 = \left| \tilde{r}(t_n) \right|^2$  – по-

стійні, які не залежать від  $\tilde{\nu}$ , а  $\left( \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \right)^N$  – деяка по-

зитивна постійна величина, для рішення завдання по оцінці частоти несучого коливання по правилу максимальної подібності достатньо знайти максимум наступної функції [19]:

$$\Lambda \left( \tilde{\nu}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d} \right) = \exp \left[ \frac{1}{\sigma^2} \sum_n \left( I_n i_n + Q_n q_n \right) \right]. \quad (2)$$

Відмітимо, що

$$I_n i_n + Q_n q_n = \operatorname{Re} \left( (I_n + jQ_n)^* (i_n - jq_n) \right) = \operatorname{Re} \left( z(t_n)^* \tilde{r}^*(t_n) \right).$$

З урахуванням введених вище позначень, вираз (2) приймає наступний вигляд:

$$\Lambda \left( \tilde{\nu}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d} \right) = \exp \left[ \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re} \left[ \sum_n z(t_n)^* \tilde{r}^*(t_n) \right] \right]. \quad (3)$$

Розглянемо суму  $\sum_m \left( z(t_n)^* \tilde{r}^*(t_n) \right)$

$$\begin{aligned} \sum_m z(t_n)^* \tilde{r}^*(t_n) &= \sum_n z(t_n)^* \left( \exp \left[ j \left( 2\pi \tilde{\nu} t_n + \tilde{\varphi} \right) \right] \sum_k \tilde{d}_k^* h \left( t_n - kT - \tilde{\tau} \right) \right)^* \\ &= \sum_n z(t_n)^* \exp \left( -j \tilde{\varphi} \right)^* \exp \left( -j 2\pi \tilde{\nu} t_n \right) \sum_k \tilde{d}_k^* h \left( t_n - kT - \tilde{\tau} \right). \end{aligned}$$

Звідси

$$\begin{aligned} \sum_m z(t_n)^* \tilde{r}^*(t_n) &= \\ &= \exp \left( -j \tilde{\varphi} \right)^* \sum_k \tilde{d}_k^* \sum_n z(t_n) \exp \left( -j 2\pi \tilde{\nu} t_n \right) h \left( t_n - kT - \tilde{\tau} \right). \end{aligned}$$

Прийmemo, що імпульсна характеристика фільтра  $h^*$  має кінцеву довжину, що дорівнює цілому числу символів інтервалів сигналу, що приймається. Також прийmemo, що інтервал спостереження багато більше довжини імпульсної характеристики фільтра. При введених вище обмеженнях справедливе наступне співвідношення:

$$\sum_m \left( z(t_n)^* \tilde{r}^*(t_n) \right) = \exp \left( -j \tilde{\varphi} \right)^* \sum_k \tilde{d}_k^* y \left( \tilde{\nu}, kT + \tilde{\tau} \right),$$

$$\text{де } y \left( \tilde{\nu}, t \right) = \sum_n z(t_n)^* \exp \left( -j 2\pi \tilde{\nu} t_n \right) h(t_n - t).$$

Фактично сигнал  $y\left(\tilde{v}, t\right)$  можна трактувати як відклик узгодженого фільтра (УФ) на сигнал  $z(t_n)^* \exp\left(-j2\pi\tilde{v}t\right)$ .

Звідси, вираз (3) перепишемо в вигляді

$$\Lambda\left(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d}\right) = \exp\left[\frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_n \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right]\right].$$

В подальшому ми повинні усереднити отриману функцію  $\Lambda\left(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d}\right)$  по так званим небажаним параметрам  $\tilde{\varphi}$ ,  $\tilde{\tau}$  та  $\tilde{d}$ . Процедура усереднення в загальному випадку є достатньо складною. Тому, для вирішення вказаної задачі усереднення розкладемо функцію  $\Lambda\left(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d}\right)$  в ряд Тейлора. Ми аналізуємо випадок малого відношення сигнал/шум, що дозволяє обмежитися лише трьома першими складовими розкладення [18]. Тому для  $\Lambda\left(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d}\right)$  запишемо:

$$\Lambda\left(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d}\right) = 1 + \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right]\right]^2, \quad (4)$$

Усередним другу складову в (4) по інформаційній послідовності

$$E_d \left\{ \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right] \right\} = \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k E_d^* \left\{ \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) \right\} \right].$$

Всі інформаційні символи рівномірні.

Тому  $E_d \left\{ \tilde{d}_k^* \right\} \rightarrow 0$  і

$$E_d \left\{ \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right] \right\}.$$

Розглянемо третю складову в (4). Відкинувши співмножники, що не залежать від  $\tilde{v}$ , запишемо

$$\left[ \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right] \right]^2 = \frac{1}{4} \left[ \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) \exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) + \tilde{d}_k^* y^*\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) \exp\left(j\tilde{\varphi}\right) \right]^2. \quad (5)$$

Звідси

$$\left[ \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right] \right]^2 = \frac{1}{2} \sum_i \sum_k \tilde{d}_i^* \tilde{d}_k y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) y^*\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) + \frac{1}{4} \exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \left( \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) \right)^2 + \frac{1}{4} \exp\left(j\tilde{\varphi}\right) \left( \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) \right)^2.$$

Відмітимо, що вираз (5) включає в себе складові з співмножниками виду  $\exp\left(\pm 2j\tilde{\varphi}\right)$ , усереднення яких по  $\tilde{\varphi}$  дає 0.

Отже, усереднив вираз (5) по заважаючому параметру  $\tilde{\varphi}$  і  $\tilde{d}$ , отримаємо

$$\Lambda\left(\tilde{v}, \tilde{\varphi}, \tilde{\tau}, \tilde{d}\right) = \left\{ \left[ \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right] \right]^2 \right\} = E_d \left\{ \frac{1}{2} \sum_i \sum_k \tilde{d}_i^* \tilde{d}_k y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) y^*\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) \right\}.$$

Звідси, з врахуванням функцій кореляції параметрів вектору  $\tilde{d} = \left\{ \tilde{d}_0, \tilde{d}, \dots, \tilde{d}_{k-1} \right\}$  маємо:

$$E_{\tilde{\varphi}, \tilde{d}} \left\{ \left[ \operatorname{Re}\left[\exp\left(-j\tilde{\varphi}\right) \sum_k \tilde{d}_k^* y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right)\right] \right]^2 \right\} = \frac{D_S}{2} \sum_k \left| y\left(\tilde{v}, kT + \tilde{\tau}\right) \right|^2.$$

#### 4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Усереднення виразу (4) по значенню  $\tau$ , рівномірно розподіленому на інтервалі  $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ , дає кінцевий результат:

$$\tilde{\Lambda}(\tilde{\nu}) = 1 + \frac{1}{2\sigma^4} \frac{D_S}{2T} \sum_k \int_{-T/2}^{T/2} \left| y(\tilde{\nu}, kT + \tau) \right|^2 d\tau.$$

де  $\tilde{\Lambda}(\tilde{\nu})$  функція правдоподібності

Співмножник  $\frac{1}{2\sigma^4} \frac{D_S}{2T}$  можна виключити із роз-

гляд, так як він не залежить від  $\tilde{\nu}$ .

Тобто, для знаходження МП-оцінки значення  $\tilde{\nu}$  достатньо знайти максимум функції

$$\tilde{\Lambda}(\tilde{\nu}) = \sum_k \int_{-T/2}^{T/2} \left| y(\tilde{\nu}, kT + \tau) \right|^2 d\tau. \quad (6)$$

Як підсумок, відмітимо, що сума в (6) еквівалентна інтегралу від функції  $\left| y(\tilde{\nu}, t) \right|^2$  на інтервалі спостереження  $T_0 = kT$ .

Таким чином, для знаходження МП-оцінки несучої частоти сигналу необхідно максимізувати функцію

$$L(\tilde{\nu}) = \sum_k \int_{-T/2}^{T/2} \left| y(\tilde{\nu}, t) \right|^2 d\tau \quad (7)$$

По всім розглянутим частотам  $\tilde{\nu}$ , таким, що

$$\left| \tilde{\nu} \right| \leq \nu_{\max}.$$

Схема, що може реалізувати обрахунок функції  $L(\tilde{\nu})$ , подана на рис. 1 [20].

Реалізація алгоритму МП-оцінки полягає в наступному. Діапазон можливих значень  $-\nu_{\max} \leq \tilde{\nu} \leq \nu_{\max}$  розбітьмо на  $M$  інтервалів з середніми точками  $\nu_k = \nu_0 + k\Delta\nu$ ,  $\nu_0 = -\nu_{\max}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, M-1$ .

Для кожної частоти  $\nu_k$  обраховується значення інтеграла (7) і знаходиться максимум по всім  $\nu_k$ .

На рис. 2 подана паралельна схема оцінки [20].

Застосування паралельної структури приводить до скорочення часу обрахування, але викликає ріст складності пристрою.

Схеми обрахування МП-оцінки несучої частоти, подані на рис. 1 та 2, як правило, називають схемами розімкнутого типу (open-loop frequency estimation algorithm) [4, 5, 6].

Альтернативний підхід полягає в застосуванні методів оцінювання замкнутого типу (closed-loop algorithm).

Як відомо [4, 19], знаходження максимуму функції  $L(\tilde{\nu})$  досягається рішенням рівняння:

$$dL(\tilde{\nu}) / d\tilde{\nu} = 0. \quad (8)$$

В роботах [4, 5, 6, 7] показано, що на основі аналізу виразу (8) може бути отримана петля частотної автопідстройки, яка реалізує МП-оцінку несучої частоти сигналу, що приймається (closed-loop frequency estimation algorithm) при відсутності інформації про передану інформаційну послідовність, початкову фазу несучої частоти сигналу, що приймається і тактову синхронізацію. На основі аналізу лінійної моделі петлі оцінюється мінімальна гранична дисперсія МП-оцінки частоти несучого коливання, отримана на основі правила (8) [4, 21].

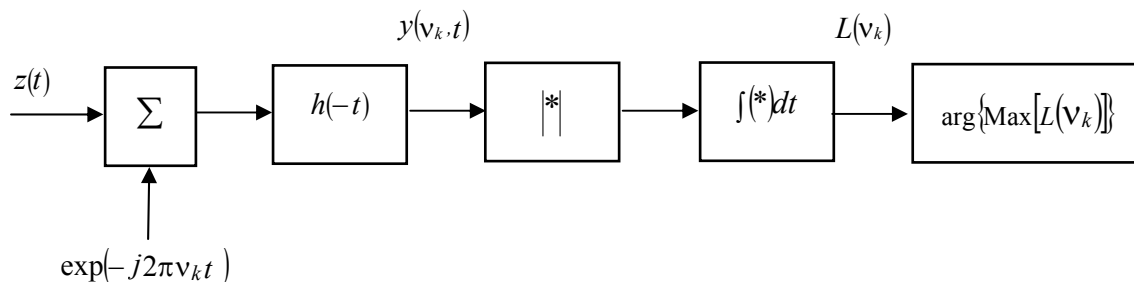


Рисунок 1 – Структурна схема послідовного обрахування МП-оцінки

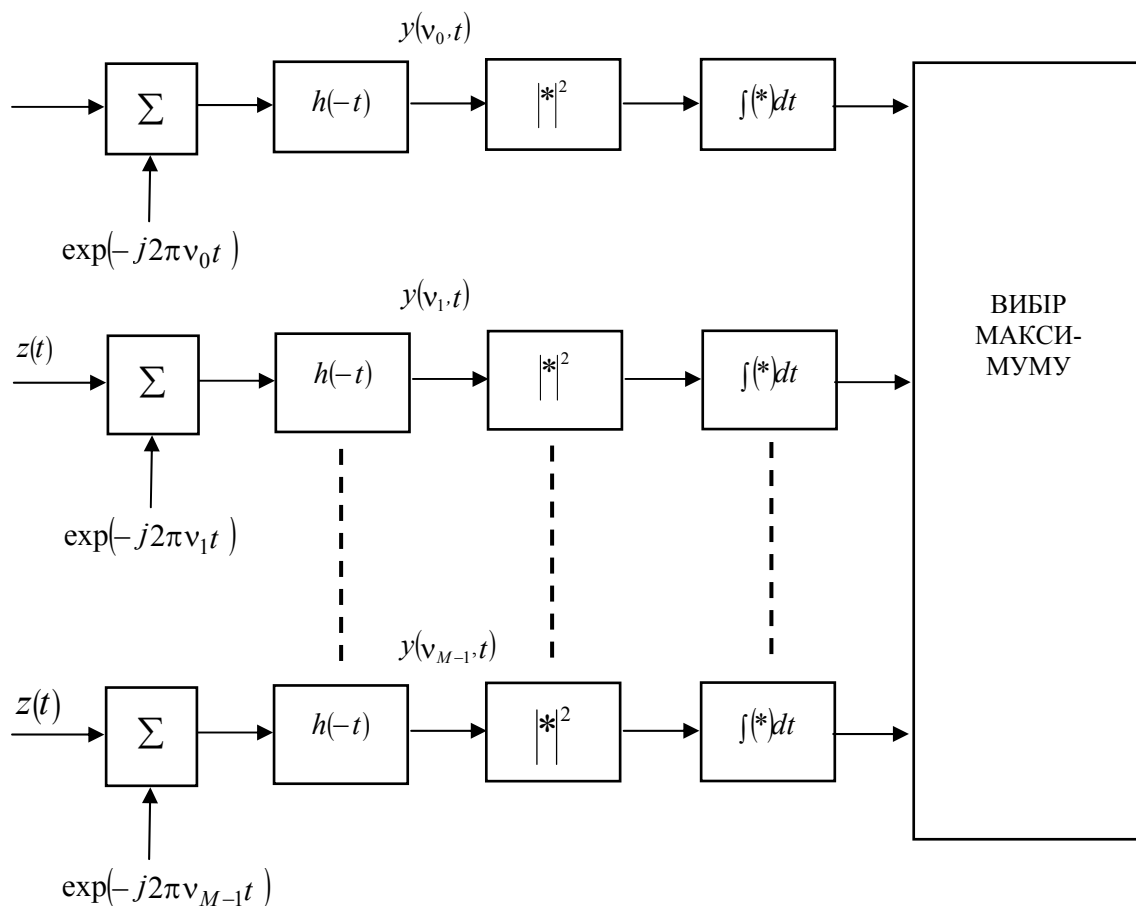


Рисунок 2 – Структурна схема паралельного обчислення МП-оцінки

На основі результатів, поданих в роботах [4, 5, 6], вираз для граничної дисперсії, нормованої до квадрату тактової частоти сигналу, що приймається може бути подано в вигляді:

$$\sigma_v^2 T^2 = \frac{2a}{\pi^2 K} \frac{1}{E_s/N_0} \left( 1 + \frac{1}{E_s/N_0} \right) \quad (9)$$

### 5 РЕЗУЛЬТАТИ

Для ілюстрації співвідношення кордонів, отриманих на основі виразу (9), і залежності  $CRLB(v) * T^2$  [4, 5], отриманої без врахування інших параметрів сигналу на рис. 3 подані залежності  $\sigma_v^2 T^2$  та  $CRLB(v) * T^2$  від співвідношення сигнал/шум на біт інформації  $E_s/N_0$  для  $K = 256$  (вид модуляції ФМ-4).

### 6 ОБГОВОРЕННЯ

Аналіз залежності, поданої на рис. 3, показує, що природно кордон  $\sigma_v^2 T^2$  значно гірше, ніж нижній кордон Крамера-Рао. Це пояснюється тим, що при отриманні МП-оцінки несучої частоти при прийнятих вище початкових умовах не використана інформація про інші параметри сигналу, що приймається, а саме  $(\varphi, \tau, d)$ .

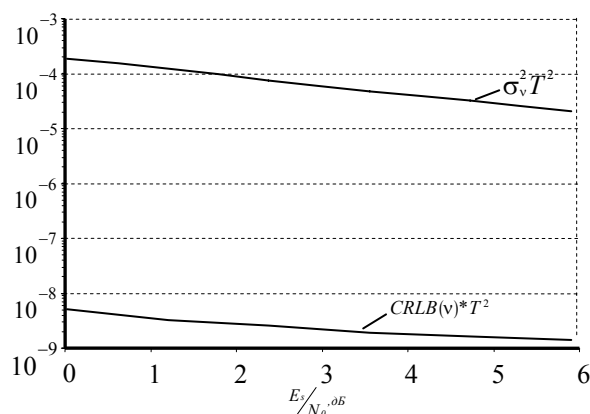


Рисунок 3 – Залежність нормованого кордону  $CRLB(v) * T^2$  та  $\sigma_v^2 T^2$  від співвідношення сигнал/шум, отримані на біт інформації для  $K = 256$ . Вид модуляції ФМ-4,  $K = 256$

Величину  $CRLB(v) * T^2$  в ряді робіт називають модифікованим кордоном Крамер-Рао –  $MCRB(v)$  (Modified Cramer-Rao bound) [6, 22]. Величину  $\sigma_v^2$  в деяких роботах найменують кордоном Крамера-Рао (Cramer-Rao bound) –  $CRB(v)$  [22]. Кордон  $CRB(v)$  – це кордон Крамера-Рао для дисперсії оцінки несучої

частоти сигналу, що приймається, коли ми маємо данні про всі інші параметри, крім  $\tilde{\nu}$ . А кордон  $\sigma_{\tilde{\nu}}^2$  – кордон Крамера-Рао для дисперсії оцінки несучої частоти, коли ми не маємо даних про ці параметри. Таким чином, дисперсія будь якої «доброї» незміщеної оцінки частоти коливання фазомодульованого сигналу повинна лежати між цими кордонами і якомога ближче до  $CRLB(\nu) * T^2$ .

Слід зазначити, що такий підхід до визначення нижньої межі дисперсії оцінки і, загалом, до оцінки несучої частоти, певною мірою досить ефективно використовується для оцінки несучої частоти сигналу, що передається в пакетному режимі. Це обґрунтовано та представлено в роботі [23].

У вказаній роботі визначено функціональні залежності, на їх основі формується правило та подано алгоритм оцінки несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в пакетному режимі, за правилом максимальної правдоподібності за допомогою ковзного швидкого перетворення Фур'є. Цей алгоритм дає можливість оцінити частоту за правилом максимальної правдоподібності, враховуючи умови невизначеності всіх параметрів сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в пакетному режимі, через короткі інтервали спостереження.

### ВИСНОВКИ

В роботі визначені функціональні залежності та, на їх основі, розроблено алгоритм оцінки несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі по правилу максимальної правдоподібності.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що в роботі вперше запропонований метод, та розроблений на його основі алгоритм, який дозволяє здійснити оцінку несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі по правилу максимальної правдоподібності з врахуванням умови невизначеності всіх параметрів сигналу.

Практична цінністю одержаних результатів роботи полягає у розробленому і поданому алгоритмі та запропонованій схемі його апаратної реалізації, яка дозволяє здійснити впровадження вказаного алгоритму в діючі системи супутникового зв'язку.

Для ілюстрації співвідношення кордонів мінімальної граничної дисперсії оцінки несучої частоти в роботі подані залежності, які дозволяють здійснити порівняння мінімальної граничної дисперсії, визначеної нижнім кордоном Крамера-Рао та мінімальної граничної дисперсії, визначеної з урахуванням всіх параметрів сигналу.

Аналіз вказаних залежностей показав, що в реальних умовах мінімальна дисперсія проведення МП-оцінки несучої частоти сигналу, що приймається супутниковою системою зв'язку в безперервному режимі

при невизначеності всіх параметрів сигналу може істотно відрізнятись від мінімальної дисперсії, отриманої на основі застосування нижнього кордону Крамера-Рао.

Перспективи подальших досліджень слід спрямувати на розробку та створення алгоритмів та методик, спрямованих на МП-оцінку при умові максимального наближення мінімальної граничної дисперсії оцінки несучої частоти реального сигналу до нижнього кордону Крамера-Рао, визначеного для оцінки несучої частоти в умовах визначеності інших параметрів сигналу.

### ПОДЯКИ

Робота виконана в межах науково-дослідного проекту «Розробка методу підвищення якості функціонування космічних навігаційних радіолокаційних систем на основі застосування нелінійних адаптивних компенсаторів» (номер державної реєстрації №0117U001334), що забезпечується бюджетом Державного університету телекомунікацій.

### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Горбатий І. В. Системи дистанційного зондування Землі з космосу : монографія / І. В. Горбатий. – Львов : СПОЛОМ, 2011. – 612 с.
2. Гришин Ю. П. Радиотехнические системы / Ю. П. Гришин, В. П. Ипатов, Ю. М. Казаринов. – М. : Высш. шк., 1990. – 496 с.
3. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – М. : Радио и связь, 1989. – 656 с.
4. D'Amico A. Cramer-Rao Bound for Clock Drift in UWB Ranging Systems / A. D'Amico, U. Mengali, L. Taponecco // IEEE Wireless Communication Letters. – 2013. – № 2(6). – P. 591–594. DOI: 10.1109/WCL.2013.080813.130424.
5. Khalesehossseini S. Generalized CRLB for DA and NDA Synchronization of UWB Signals with Clock Offset / S. Khalesehossseini, J. Nielsen // IEEE International Conference on Communications, 24–28 June 2007: proceedings. – Glasgow, Scotland, 2007. – Vol. 10. – P. 4305–4311. DOI: 10.1109/ICC.2007.710.
6. Wei H. Q. Influence of Phase on Cramer-Rao Lower Bounds for Joint Time Delay and Doppler Stretch Estimation / H. Wei, S. Ye, Q. Wan // 2007 9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications (ISSPA-2007), 12–15 Feb. 2007: proceedings. – Sharjah, Piscataway, 2007. – P. 1–4. DOI: 10.1109/ISSPA.2007.4555336.
7. Zhao Tong Cramer-Rao Lower Bounds for the Joint Delay-Doppler Estimation of an Extended Target / Tong Zhao, Tianyao Huang // IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP), 14–16 Dec. 2015: proceedings. – Orlando, FL, USA, 2015. – P. 17–24. DOI: 10.1109/TSP.2015.2505681.
8. Nasir A. A. Particle filters for joint timing and carrier estimation: Improved resampling guidelines and weighted bayesian cramer-rao bounds / A. A. Nasir, S. Durrani, R. A. Kennedy // IEEE Transactions on Com-



- munications. – 2012. – № 60(5). – P. 1407–1419. DOI: 10.1109/TCOMM.2012.022912.100559.
9. Гоголев И. В. Граница Крамера-Рао оценки доплеровской деформации и задержки сигнала с произвольной шириной спектра / И. В. Гоголев // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2016. – №6 – С. 3–6.
  10. Nan Z. Cramer-Rao lower bounds of joint time delay and Doppler-stretch estimation with random stepped-frequency signals / Z. Nan, T. Zhao, T. Huang // 2016 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP), 2016: proceedings. – Beijing. – 2016. – P. 647–651. DOI: 10.1109/ICDSP.2016.7868638.
  11. Liguori C. Estimation of signal parameters in the frequency domain in the presence of harmonic interference: a comparative analysis / C. Liguori, A. Paolillo, A. Pignotti // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2006. – Vol. 55, Issue 2. – P. 562–569. DOI: 10.1109/TIM.2006.870116
  12. Pourhomayoun M. Cramer-Rao lower bound for frequency estimation for coherent pulse train with unknown pulse / M. Pourhomayoun, M. Fowler // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2014. – Vol. 50, № 2. – P. 1304–1312. DOI: 10.1109/TAES.2014.130024
  13. Analysis of Cramer-Rao lower bound for time delay estimation using UWB pulses / [S. Yun, S. Kim, J. Koh, J. Kang] // Ubiquitous Positioning, Indoor Navigation, and Location Based Service (UPINLBS). – 2012. – № 1. – P. 1–5. DOI: 10.1109/UPINLBS.2012.6409764.
  14. Tavares G. On the true cramer-rao lower bound for data-aided carrier-phase-independent frequency offset and symbol timing estimation / G. Tavares, L. Tavares, A. Petrolino // IEEE Transactions on Communications. – 2010. – № 58 (2). – P. 442–447. DOI: 10.1109/TCOMM.2010.02.090023
  15. Channel, phase noise, and frequency offset in OFDM systems: Joint estimation, data detection, and hybrid cramer-rao lower bound / [O. H. Salim, A. Nasir, H. Mehrpouyan et al.] // IEEE Transactions on Communications. – 2014. – No. 62 (9). – P. 3311–3325. DOI: 10.1109/TCOMM.2014.2345056
  16. Huang W. C. An investigation into the noise variance and the SNR estimators in imperfectly-synchronized OFDM systems / W. C. Huang, C. P. Li, H. J. Li // IEEE Transactions Wireless on Communications. – 2010. – № 9 (3). – P. 1159–1167. DOI: 10.1109/TWC.2010.03.090614
  17. Minimum variance of frequency estimations for a sinusoidal signal with low noise / [Y. Chibane, S. K. Lamoreaux, J. M. Pendlebury, K. F. Smith] // Measurement Science and Technology. – 1999. – Vol. 6, № 12. – P. 135–144. DOI: 10.1088/0957-0233/6/12/004
  18. Леман Э. Теория точечного оценивания / Э. Леман. – М.: Наука, 1991. – 448 с.
  19. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 704 с.
  20. Фомин А. И. Синхронизация цифровых радиосистем передачи информации / А. И. Фомин. – М.: Сайнс-Пресс, 2008. – 280 с.
  21. Стифлер Дж. Дж. Теория синхронной связи. / Дж. Дж. Стифлер. – М.: «Связь», 1975. – 484 с.
  22. Determination of the lower border of Cramer-Rao for evaluation of the carrier frequency of the radio technical communication channel signal / [O. Turovsky, L. Berkman, O. Drobyk, et al.] // International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering. – 2020. – Vol. 9, № 4. – P. 5838–5845. <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2020/243942020>
  23. Estimates of the carrier frequency of the signal received by the satellite communication system in package mode / [O. Turovsky, O. Drobyk, A. Makarenko et al.] // International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering. – 2020. – Vol. 9, № 3. – P. 3223–3228. <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2020/115932020>

Стаття надійшла до редакції 26.05.2020.  
Після доробки 28.04.2021.

УДК 621.396

## ПОРЯДОК ОЦЕНКИ НЕСУЩЕЙ ЧАСТОТЫ СИГНАЛА СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ В НЕПРЕРЫВНОМ РЕЖИМЕ

**Туровский А. Л.** – канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры средств защиты информации Национального авиационного университета Киев, Украина.

**Дробик А. В.** – канд. техн. наук, профессор, директор Научного центра, Государственный университет телекоммуникаций, Киев, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Одной из особенностей систем спутниковой связи является преимущественное использование в них во время приема сигнала в непрерывном режиме фазовой модуляции сигналов, предназначенных для передачи полезной информации. Использование указанного вида модуляции требует решения задачи по оценке несущей частоты сигнала. А сама оценка сводится к задаче оценки частоты максимума в спектре фрагмента синусоидального сигнала на фоне аддитивного гауссовского шума. В статье рассмотрен процесс оценки несущей частоты сигнала спутниковой системой связи в непрерывном режиме по правилу максимального правдоподобия.

**Цель.** Разработка порядка оценки несущей частоты сигнала, принимаемого спутниковой системой связи в непрерывном режиме по правилу максимального правдоподобия.

**Метод.** Предложенный в работе порядок и разработанный на его основе алгоритм позволяет осуществить оценку несущей частоты по правилу максимального правдоподобия с учетом условий неопределенности всех параметров сигнала спутниковой системой связи в непрерывном режиме.

**Результаты.** С целью практического внедрения указанного алгоритма в действующие схемы спутниковой связи, в работе предложены схемы его аппаратной реализации. Для иллюстрации соотношения границ минимально предельной дисперсии оценки несущей частоты в работе представлены зависимости, которые позволяют осуществить сравнение минимально предельной дисперсии, определенной нижней границей Крамера-Рао и минимально предельной дисперсии, определенной с учетом всех параметров сигнала.

**Выводы.** Анализ представленных зависимостей показал, что в реальных условиях минимальная дисперсия проведения несущей частоты сигнала по правилу максимального правдоподобия, что принимается спутниковой системой связи в непрерывном режиме при неопределенности всех параметров сигнала может существенно отличаться от минимальной дисперсии, полученной на основе применения нижней границы Крамера-Рао. Перспективные дальнейших исследования следует направить на разработку и создание алгоритмов и методик, направленных на МП-оценку несущей частоты при условиях максимального приближения минимально предельной дисперсии оценки несущей частоты реального сигнала к нижней границе Крамера-Рао, определенного для оценки несущей частоты в условиях определенности других параметров сигнала.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** принимаемый сигнал, оценка несущей частоты сигнала, минимально предельная дисперсия оценки несущей частоты, нижняя граница Крамера-Рао.

UDC 621.396

## PROCEDURE FOR EVALUATION OF THE SUPPORTING FREQUENCY SIGNAL OF THE SATELLITE COMMUNICATION SYSTEM IN CONTINUOUS MODE

**Turovsky A. L.** – PhD, Associate Professor, Professor of the Department of Information Protection at the National Aviation University Kyiv, Ukraine.

**Drobik O. V.** – PhD, Professor, Director of the research center, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** One of the features of satellite communication systems is the advantageous use in them during the reception of the signal in the continuous mode of phase modulation of signals intended for the transmission of useful information. The use of this type of modulation requires solving the problem of estimating the carrier frequency of the signal. And the estimation itself is reduced to the problem of estimating the frequency of the maximum in the spectrum of a fragment of a sinusoidal signal against the background of additive Gaussian noise. The article considers the process of estimating the carrier frequency of a signal by a satellite communication system in a continuous mode according to the rule of maximum likelihood.

**Objective.** Development of a procedure for estimating the carrier frequency of a signal received by a satellite communication system in a continuous mode according to the maximum likelihood rule.

**Method.** The procedure proposed in the work and the algorithm developed on its basis allows to estimate the carrier frequency according to the rule of maximum likelihood, taking into account the conditions of uncertainty of all signal parameters by the satellite communication system in continuous mode.

**The results.** For the purpose of practical introduction of the specified algorithm in operating schemes of satellite communication, schemes of its hardware realization are offered in work. To illustrate the ratio of the limits of the minimum limiting variance of the carrier frequency estimate, the paper presents dependencies that allow comparing the minimum limiting variance defined by the lower Cramer-Rao boundary and the minimum limiting variance determined taking into account all signal parameters.

**Conclusions.** Analysis of these dependences showed that in real conditions the minimum dispersion of the carrier frequency of the signal according to the rule of maximum likelihood received by the satellite communication system in continuous mode with uncertainty of all signal parameters may differ significantly from the minimum dispersion obtained by applying the lower Kramer-Rao boundary. Prospective research, development and creation of algorithms and techniques aimed at estimating the carrier frequency at the minimum limiting variance in the conditions of uncertainty of all parameters of the received signal should be aimed at the maximum approximation of the minimum limiting variance of the estimated carrier frequency to the lower Cramer-Rao boundary to estimate the carrier frequency under conditions of certainty of other signal parameters.

**KEYWORDS:** the received signal, the signal carrier frequency estimate, the minimum limiting variance of the carrier frequency estimate, the lower Kramer-Rao boundary.

### REFERENCES

1. Horbatyy I. V. *Sistemy dystantsiynoho zonduvannya Zemli z kosmosu: monohrafiya*. L'vov, SPOLOM, 2011, 612 p.
2. Grishin YU. P., Ipatov V. P., Kazarinov YU. M.. *Radio-tehnicheskiye sistemy*. Moscow, Vyssh. shk., 1990, 496 p.
3. Levin B. R. *Teoreticheskiye osnovy statisticheskoy radiotekhniki*. Moscow, Radio i svyaz', 1989, 656 p.

4. D'Amico A., Mengali U., Taponocco L. Cramer-Rao Bound for Clock Drift in UWB Ranging Systems, *IEEE Wireless Communication Letters*, 2013, №2 (6), pp. 591–594. DOI: 10.1109/WCL.2013.080813.130424.
5. Khalesehosseni S., Nielsen J. Generalized CRLB for DA and NDA Synchronization of UWB Signals with Clock Offset, *IEEE International Conference on Communications, 24–28 June 2007: proceedings*. Glasgow, Scotland, 2007, Vol. 10, pp. 4305–4311. DOI: 10.1109/ICC.2007.710.
6. Wei H. Q., Ye S., Wan Q. Influence of Phase on Cramer-Rao Lower Bounds for Joint Time Delay and Doppler Stretch Estimation, *2007 9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications (ISSPA-2007), 12–15 Feb. 2007: proceedings*. Sharjah, Piscataway, 2007, pp. 1–4. DOI: 10.1109/ISSPA.2007.4555336.
7. Zhao Tong, Huang Tianyao Cramer-Rao Lower Bounds for the Joint Delay-Doppler Estimation of an Extended Target, *IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP)*, 14–16 Dec. 2015: proceedings. Orlando, FL, USA, 2015, pp. 17–24. DOI: 10.1109/TSP.2015.2505681.
8. Nasir A. A., Durrani S., Kennedy R. A. Particle filters for joint timing and carrier estimation: Improved resampling guidelines and weighted bayesian cramer-rao bounds, *IEEE Transactions on Communications*, 2012, No. 60(5), pp. 1407–1419. DOI: 10.1109/TCOMM.2012.022912.100559.
9. Gogolev. I. V. Granica Kramera-Rao ocnki doplerovskoj deformacii i zaderzhki signala s proizvol'noj shirinoj spektra, *Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij Rossii. Radioelektronika*, 2016, No. 6, pp. 3–6.
10. Nan Z., Zhao T., Huang T. Cramer-Rao lower bounds of joint time delay and Doppler-stretch estimation with random stepped-frequency signals, *2016 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP), 2016: proceedings*. Beijing, 2016, pp. 647–651. DOI: 10.1109/ICDSP.2016.7868638.
11. Liguori C., Pignotti A. Estimation of signal parameters in the frequency domain in the presence of harmonic interference: a comparative analysis, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2006, Vol. 55, Issue 2, pp. 562–569. DOI: 10.1109/TIM.2006.870116
12. Pourhomayoun M., Fowler M. Cramer-Rao lower bound for frequency estimation for coherent pulse train with unknown pulse, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, Vol. 50, No. 2, pp. 1304–1312. DOI: 10.1109/TAES.2014.130024
13. Yun S., Kim S., Koh J., Kang J. Analysis of Cramer-Rao lower bound for time delay estimation using UWB pulses, *Ubiquitous Positioning, Indoor Navigation, and Location Based Service (UPINLBS)*, 2012, No. 1, pp. 1–5. DOI: 10.1109/UPINLBS.2012.6409764.
14. Tavares G., Tavares L., Petrolino A. On the true cramer-rao lower bound for data-aided carrier-phase-independent frequency offset and symbol timing estimation, *IEEE Trans. Commun*, 2010. No. 58(2), pp. 442–447. DOI: 10.1109/TCOMM.2010.02.090023
15. Salim O. H., Nasir A., Mehrpouyan H., et al. Channel, phase noise, and frequency offset in OFDM systems: Joint estimation, data detection, and hybrid cramer-rao lower bound, *IEEE Trans. Commun*, 2014, No.62(9), pp. 3311–3325. DOI: 10.1109/TCOMM.2014.2345056
16. Huang W. C., Li C. P., Li H. J. An investigation into the noise variance and the SNR estimators in imperfectly-synchronized OFDM systems, *IEEE Trans. Wireless Commun*, 2010, No. 9 (3), pp. 1159–1167. DOI: 10.1109/TWC.2010.03.090614
17. Chibane Y., Lamoreaux S. K., Pendlebury J. M., Smith K. F. Minimum variance of frequency estimations for a sinusoidal signal with low noise, *Measurement Science and Technology*, 1999, Vol. 6, No. 12, pp. 135–144. DOI: 10.1088/0957-0233/6/12/004.
18. Leman E. Teoriya tochechnogo otsenivaniya. Moscow, Nauka, 1991, 448 p.
19. Borovkov A. A. Matematicheskaya statistika. Sankt-Peterburg, Lan', 2010, 704 p.
20. Fomin A. I. Sinkhronizatsiya tsifrovyykh radiosistem peredachi informatsii. Moscow, Sayns-Press, 2008, 280 p.
21. Dzh. Dzh. Stifler. Teoriya sinkhronnoy svyazi. Moscow, «Svyaz'», 1975, 484 p.
22. Turovsky O., Berkman L., Drobyk O., et al. Determination of the lower border of Cramer-Rao for evaluation of the carrier frequency of the radio technical communication channel signal, *International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering*, 2020, Vol. 9, No. 4, pp. 5838–5845. <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2020/243942020>
23. Turovsky O., Drobyk O., Makarenko A. et al. Estimates of the carrier frequency of the signal received by the satellite communication system in package mode, *International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering*, 2020, Vol. 9, No. 3, pp. 3223–3228. <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2020/115932020>