e-ISSN 1607-3274 Радіоелектроніка, інформатика, управління. 2021. № 2
p-ISSN 2313-688X Radio Electronics, Computer Science, Control. 2021. № 2

УДК 004.8, 004.032.26

СТОХАСТИЧНА ПСЕВДОСПІНОВА НЕЙРОННА МЕРЕЖА З ТРИДІАГОНАЛЬНИМИ СИНАПТИЧНИМИ ЗВ'ЯЗКАМИ

Пелещак Р. М. – д-р фіз.-мат. наук, професор кафедри інформаційних систем та мереж, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна.

Литвин В. В. – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем та мереж, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна.

Черняк О. І. – аспірантка кафедри математики, Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, Дрогобич, Україна.

Пелещак І. Р. – аспірант кафедри інформаційних систем та мереж, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна.

Дорошенко М. В. – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри інформатики та інформаційних систем, Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, Дрогобич, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Для скорочення часу обчислювального ресурсу в задачах діагностування та розпізнавання спотворених образів на основі повнозв'язної стохастичної псевдоспінової нейронної мережі виникає необхідність проріджження синаптичних зв'язків між нейронами, що вирішується за допомогою методу діагоналізації матриці синаптичних зв'язків без втрати взаємодії між всіма нейронами в мережі.

Мета роботи. Створення архітектури стохастичної псевдоспінової нейромережі з розрідженими та діагональними синаптичними зв'язками без втрати взаємодії між всіма нейронами в мережі для зменшення часу її навчання.

Метод. У статті використовується метод Хаусхолдера, метод стиску вхідних образів на основі діагоналізації матриці синаптичних зв'язків та система комп'ютерної математики MATLAB для зведення повнозв'язної нейромережі до тридіагонального вигляду з прихованими синаптичними зв'язками між всіма нейронами.

Результати. Розроблено модель архітектури стохастичної нейромережі з розрідженими перенормованими синаптичними зв'язками, які враховують вилучені синаптичні зв'язки. На основі перетворення матриці синаптичних зв'язків повнозв'язної нейронної мережі до матриці Гессенберга з тридіагональними синаптичними зв'язками запропоновано перенормоване локальне правило Хебба. За допомогою системи комп'ютерної математики «WolframMathematica 11.3» розраховано в залежності від числа нейронів N відносний час налаштування синаптичних зв'язків (за одну ітерацію) у стохастичній псевдоспіновій нейронній мережі з тридіагональною матрицею зв'язків, відносно часу налаштування синаптичних зв'язків (за одну ітерацію) у повнозв'язній синаптичній нейронній мережі.

Висновки. Встановлено, що зі збільшенням числа нейронів час налаштування синаптичних зв'язків (за одну ітерацію) у стохастичній псевдоспіновій нейронній мережі з тридіагональною матрицею зв'язків, відносно часу налаштування синаптичнихзв'язків (за одну ітерацію) у повнозв'язній синаптичній нейронній мережі, зменшується за гіперболічним законом. В залежності від напрямку псевдоспінів нейронів, запропоновано класифікацію перенормованої нейронної мережі із феромагнітною структурою, антиферомагнітною структурою та дипольним склом.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нейронна мережа, синаптичні зв'язки, матриця зв'язків, тридіагоналізація.

НОМЕНКЛАТУРА

$b_{\mu n}(t)$ – вагові коефіцієнти синаптичних зв'язків між вхідними сенсорними та псевдоспіновими нейронами у нейронній мережі Гессенберга;

E – функція енергії штучної нейромережі взаємодіючих псевдоспінових нейронів;

$f(h_n)$ – функція розподілу Фермі;

h_n – потенціал n-го стохастичного нейрона;

$\langle h_n(t) \rangle$ – локальне самоузгоджене поле, яке діє на псевдоспіновий нейрон S_n^z зі сторони решти псевдоспінових нейронів;

$h_n^{ext}(t)$ – це зовнішнє поле, яке складається з інформаційного сигналу $\xi_{\mu n}$ і шуму $V_{noise}^n(t)$ у вхідному каналі;

k_λ – коефіцієнт, що описує час налаштування одного синаптичного зв'язку повнозв'язної матриці;

k_γ – коефіцієнт, що описує час налаштування одного синаптичного зв'язку матриці Гессенберга;

N – кількість нейронів;

$N_{\lambda_{ij}}$ – кількість синаптичних зв'язків повнозв'язної нейронної мережі;

$N_{\hat{\lambda}}$ – кількість синаптичних зв'язків повнозв'язної симетричної квадратної матриці;

$N_{\hat{\gamma}}$ – кількість явних синаптичних зв'язків, які залишаються при перетворенні матриці $\hat{\lambda}$ у матрицю $\hat{\gamma}$;

P_r – ймовірність переходу нейрона в стани ± 1;

S_n – стан n-го стохастичного нейрона;

$\langle S_n \rangle$ – очікуване значення стану n-го стохастичного нейрона;

T – аналог температури, який використовують для керування рівнем шуму та ступенем невизначеності перемикання;

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

t_λ – час налаштування синаптичних зв'язків λ_{ij};

t_γ – час налаштування синаптичних зв'язків γ_{nk};

α – коефіцієнт, який показує, у скільки разів зменшується кількість синаптичних зв'язків нейронної мережі після приведення її до тридіагонального вигляду

$\hat{\gamma}$ – тридіагональна симетрична матриця зв'язків;

γ_{nk} – синаптичні зв'язки нейромережі Гессенберга;

$\delta_{\mu\mu'}$ – символ Кронекера;

α_c – параметр завантаження нейромережі;

$\hat{\lambda}$ – симетрична матриця повнозв'язних синаптичних зв'язків;

ξ_i та ξ_j – образи i-го та j-го пікселів відповідно;

$\{\xi_{\mu n}\}$ – набір, який представляє собою інформаційну копію нейронної мережі.

ВСТУП

Під час розв'язування задач розпізнавання спотворених образів за допомогою нейронних мереж виникають практичні питання мінімізації розміру нейромережі, архітектури синаптичних зв'язків між нейронами, зменшення часу навчання нейронної мережі, збільшення ємності P нейромережі ($P = \alpha_c N$, де α_c – параметр завантаження нейромережі, максимальне на даний час значення якого $\alpha_c \approx 0{,}14$ [1]) та підвищення ступеня узагальнення функціональної здатності нейромережі без втрати її продуктивності.

На даний час розмір нейромережі мінімізують за рахунок спрощення її структури [1]. Зокрема, є два підходи, щоб спростити структуру нейромережі: перший базується на «регуляризації», а другий – на вилученні із нейронної мережі синаптичних зв'язків.

У даній роботі спрощення структури повнозв'язної псевдоспінової нейронної мережі базується на приведенні симетричної матриці повнозв'язних синаптичних зв'язків до тридіагональної матриці Гессенберга [2]. У запропонованому підході зберігається взаємодія між всіма псевдоспіновими нейронами, на відміну від підходу вилучення синаптичних зв'язків. Ця взаємодія враховується у перенормованих зв'язках між найближчими сусідніми псевдоспіновими нейронами. При цьому підвищується ступінь узагальнення функціональної здатності нейромережі.

Об'єктом дослідження є процес розробки стохастичної псевдоспінової нейронної мережі з мінімізованою архітектурою синаптичних зв'язків.

Предметом дослідження є метод оцінки відносного часу налаштування синаптичних зв'язків (за одну ітерацію) у стохастичній псевдоспіновій нейронній мережі з тридіагональною матрицею синаптичних зв'язків у залежності від числа нейронів.

Метою даної роботи є створення архітектури стохастичної псевдоспінової нейромережі з мінімізованим числом синаптичних зв'язків для зменшення часу її навчання.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нейрони штучної псевдоспінової повнозв'язної нейронної мережі розміщені в точках простору з координатами (рис. 1)

$$\vec{r}_i = m_i \vec{a}_1 + n_i \vec{a}_2 + p_i \vec{a}_3, \tag{1}$$

де $m_i, n_i, p_i \in Z$, $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ – базисні вектори.

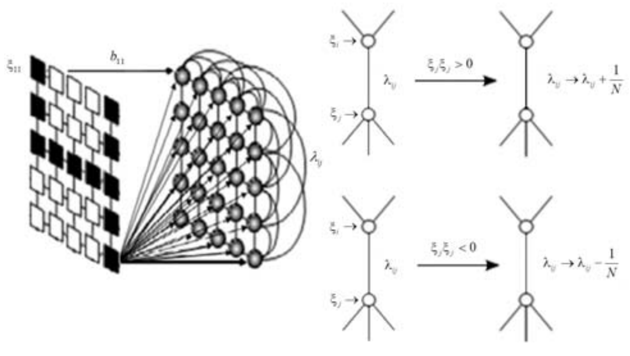

Рисунок 1 – Псевдоспінова нейронна мережа з повнозв'язними синаптичними зв'язками. Добуток $\xi_i\xi_j > 0$ вказує на підсилення синаптичного зв'язку між i-тим та j-тим нейронами, а $\xi_i\xi_j < 0$ – на його послаблення

Псевдоспінова нейромережа є найімовірнішою для конкретної реалізації динамічної нейронної мережі. Ця нейронна мережа складається з N стохастичних псевдоспінових нейронів, які взаємопов'язані синаптичними зв'язками λ_{ij}. Симетрична матриця повнозв'язних синаптичних зв'язків має наступний вигляд

$$\hat{\lambda} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \dots & \lambda_{1N} \\ \lambda_{12} & 0 & \lambda_{23} & \dots & \lambda_{2N} \\ \lambda_{13} & \lambda_{23} & 0 & \dots & \lambda_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{1N} & \lambda_{2N} & \lambda_{3N} & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Для вирішення задачі мінімізації часу навчання нейронної мережі, пропонується звести симетричну матрицю повнозв'язних синаптичних зв'язків псевдоспінової нейронної мережі (2) до тридіагональної симетричної матриці $\hat{\gamma}$ (матриці Гессенберга [3]).

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

У роботах [4, 5, 6] запропонована нова архітектура згорткових нейронних мереж, яка може бути застосована у випадку, коли вхідні дані не пов'язані між собою. Автори робіт [7, 8] досліджують задачу встанов-

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

лення зв'язку між нейронами мозку людини та мікротрубочками цитоскелета, зокрема у [7] описується енергія системи взаємодіючих псевдоспінів та розщеплення основного стану дипольної системи мікротрубочки на різні енергетичні стани.

Автор роботи [1] пропонує вилучення несуттєвих синаптичних звязків за рахунок матриці, оберненої до матриці Гессе, де виділяють несуттєві вагові синаптичні зв'язки багатошарового перцептрона і вилучають їх. У цьому підході функція вартості повинна бути двічі диференційованою по елементам вектора ваг синаптичних зв'язків.

Ще однин спосіб вилучення ваг синаптичних зв'язків з нейронної мережі полягає в тому, що проводиться оцінка функції штрафу за складність $E_c\left(\bar{w}\right)=\sum_{i\in C_{total}}\frac{\left(w_i/w_0\right)^2}{1+\left(w_i/w_0\right)^2}$ [9], яка залежить виключно від самої моделі нейромережі. Оцінка базується на попередніх знаннях про модель нейромережі. Де w_0 – деякий наперед визначений параметр; w_i – вага *i*-го синаптичного зв'язку; C_{total} – множина всіх синаптичних зв'язків нейромережі. Якщо $|w_i| \gg w_0$ функція штрафу за складність (вартість) $E_c\left(\bar{w}\right)$ для синаптичного зв'язку w_i досягає максимального значення і дорівнює 1. Це означає, що вага синаптичного зв'язку w_i має високу цінність для процесу навчання методом зворотнього поширення помилки. Таким чином функція штрафу дозволяє виявляти суттєві вагові синаптичні зв'язки між нейронами нейромережі, а не суттєві – вилучати.

У наступних роботах пропонується оптимізація структури нейронної мережі для таких задач, як обчислювання даних великомасштабних дата сетів [10] та автоматична розробка нейронних мереж на основі еволюційних алгоритмів [11].

Наступним методом мінімізації топології нейронної мережі (кількість нейронів, кількість синаптичних зв'язків між нейронами) є генетичний алгоритм (ГА) [12, 13].

Авторами роботи [14] запропоновано спрощення структури нейронної мережі за допомогою вилучення недіагональних компонентів синаптичних зв'язків методом діагоналізації матриці зв'язності.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Зведемо симетричну матрицю повнозв'язних синаптичних зв'язків псевдоспінової нейронної мережі (2) до тридіагональної симетричної матриці Гессенберга [3] $\hat{\gamma}$ за допомогою системи комп'ютерної математики Matlab з використанням функції *hess*, тобто $\hat{\gamma}=hess\left(\hat{\lambda}\right)$ [15]

$$\hat{\gamma}=\begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & & & & \\ \gamma_{12} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & & 0 & \\ & \gamma_{23} & \gamma_{33} & & & \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ & 0 & & & \gamma_{N-1,N-1} & \gamma_{N-1,N} \\ & & & & \gamma_{N-1,N} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Тоді архітектура псевдоспінової нейронної мережі з повнозв'язними синаптичними зв'язками (рис. 1) набуває наступного вигляду (рис. 2). При такій трансформації архітектури синаптичних зв'язків взаємодія між всіма псевдоспіновими нейронами не зникає, а враховується у перенормованих зв'язках між найближчими сусідніми псевдоспіновими нейронами (суцільні криві на рис. 2), тобто $\gamma_{nk}=F\left(\lambda_{ij}\right)$, де функція F описує закон перетворення матриці синаптичних зв'язків повнозв'язної нейронної мережі до тридіагональної матриці синаптичних зв'язків Гессенберга.

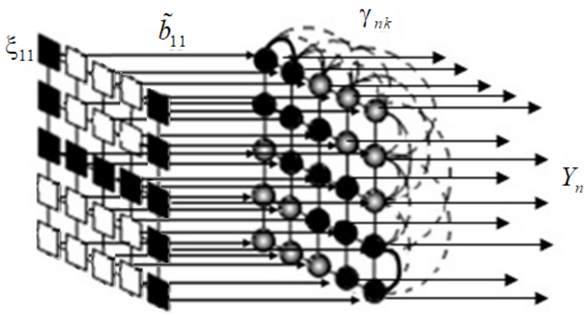

Рисунок 1 – Псевдоспінова нейронна мережа з розрідженими синаптичними зв'язками, отримана внаслідок приведення симетричної матриці повнозв'язних синаптичних зв'язків (2) до тридіагональної симетричної матриці (3)

Число синаптичних зв'язків повнозв'язної симетричної квадратної матриці (2), на головній діагоналі якої містяться нульові елементи $\left(\lambda_{ii}=0\right)$, визначається співвідношенням

$$N_{\hat{\lambda}}=N(N-1), \quad (4)$$

а число явних синаптичних зв'язків, які залишаються при приведенні матриці (2) до матриці Гессенберга (3), записується у вигляді

$$N_{\hat{\gamma}}=3(N-1). \quad (5)$$

Таким чином, число явних синаптичних зв'язків нейронної мережі Гессенберга буде меншим у

$$\alpha=\frac{N_{\hat{\gamma}}}{N_{\hat{\lambda}}}=\frac{3}{N}. \quad (6)$$

разів.

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

Стан S_n $(n=1,\ldots,N)$ n-го стохастичного нейрона, як і в моделі Хопфілда, є біполярним і приймає значення $S_n=\pm 1$. Перехід нейрона в стан $S_n=+1$ або $S_n=-1$ пов'язаний зі значенням потенціалу h_n не однозначно, а випадковим чином.

Імовірність переходу нейрона в стани ± 1:

$$P_r(S_n(t+1)=1)=f(h_n)\,, \tag{7}$$

$$P_r(S_n(t+1)=-1)=f(-h_n)=1-f(h_n)\,, \tag{8}$$

де $f(h_n)=1/(1+\exp(-2\beta h_n))$ – функція розподілу Фермі; $0<f(h_n)<1$; $f(h_n)+f(-h_n)=1$; $\beta=1/T$, де T – це аналог температури, який використовують для керування рівнем шуму та ступенем невизначеності перемикання. При цьому важливо відзначити, що T не описує фізичну температуру нейронної мережі (біологічної або штучної). Параметр T керує термальними флуктуаціями, які представляють ефект синаптичного шуму. У низькотемпературному інтервалі $T\to 0$ розподіл Фермі переходить в порогову функцію і поведінка мережі із стохастичних нейронів стає аналогічною поведінці мережі Хопфілда (без включення шуму), яка складена із звичайних біполярних нейронів.

Оскільки динаміка станів стохастичних нейронів є ймовірнісною, то потрібно цікавитись тільки середньою активністю, або очікуваними значеннями їх станів:

$$\langle S_n\rangle=(+1)\langle f(h_n)\rangle+(-1)\langle f(-h_n)\rangle\,. \tag{9}$$

В силу нелінійності функції розподілу Фермі усереднення зробимо у наближенні середнього поля [16]

$$\langle f(h_n)\rangle\cong f(\langle h_n\rangle)\,. \tag{10}$$

У результаті отримаємо наступну замкнену систему рівнянь:

$$\begin{aligned}\langle S_n\rangle&=(+1)\,f\left(\langle h_n(t)\rangle\right)-1\cdot\left(1-f\left(\langle h_n(t)\rangle\right)\right)=\\&=2\,f\left(\langle h_n(t)\rangle\right)-1=\tanh\left(\beta\langle h_n(t)\rangle\right).\end{aligned} \tag{11}$$

де $\langle h_n(t)\rangle$ – локальне самоузгоджене поле, яке діє на псевдоспіновий нейрон S_n^z зі сторони решти псевдоспінових нейронів і знаходиться із рівняння релаксаційної динаміки [7]:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\langle S_n^z(t)\rangle}{\partial t}=\langle h_n(t)\rangle,\\&\langle h_n(t)\rangle=-\frac{dE}{d\langle S_n^z(t)\rangle}=\sum_{\substack{k=1\\n\neq k}}^{N}\gamma_{nk}\langle S_k^z(t)\rangle+h_n^{ext}(t),\end{aligned} \tag{12}$$

де
$$h_n^{ext}(t)=\sum_{\mu=1}^{m}b_{\mu n}(t)\xi_{\mu n}+V_{noise}^{n}(t)\,. \tag{13}$$

Тут E – функція енергії штучної нейромережі взаємодіючих псевдоспінових нейронів, яка описується виразом, аналогічним до дипольної системи мікротрубочки цитоскелета нейрона [7]

$$E=-\frac{1}{2}\sum_{\substack{n=1\\n\neq k}}^{N}\sum_{k=1}^{N}\gamma_{nk}S_n^zS_k^z\,. \tag{14}$$

Мікротрубочки цитоскелета нейрона представляють собою інформаційно-білкові нанополімерні ланцюжки, які згорнуті в спіралі. Вони є найбільш прийнятними для нейронів мозку людини, що здійснюють «квантово-статистичні» обчислення [8, 17].

В залежності від знака елемента γ_{nk} матриці синаптичних зв'язків і характеру їх розподілу, штучні псевдоспінові нейронні мережі Гессенберга можна поділити на три типи:

– якщо всі елементи γ_{nk} матриці синаптичних зв'язків додатні $(\forall\gamma_{nk}>0)$, то в стані з мінімумом енергії $E=E_{\min}$ всі псевдоспіни нейронів мають однакові напрямки $S_n^z=+1$ (↑) або $S_n^z=-1$ (↓). При цьому енергія взаємодії будь-якої пари псевдоспінів $\delta E_{nk}=-\gamma_{nk}S_n^zS_k^z$ досягає свого мінімального значення $\delta E_{nk}=-\gamma_{nk}$. Такий стан нейромережі взаємодіючих псевдоспінових нейронів будемо називати «феромагнітним» (рис. 3).

$$\uparrow\gamma_{nk}\qquad +\uparrow+\uparrow+\uparrow+\uparrow+\uparrow$$

Рисунок 3 – «Феромагнітний» стан нейронної мережі

– у випадку, коли всі елементи γ_{nk} матриці синаптичних зв'язків є від'ємні $(\forall\gamma_{nk}<0)$, то в стані з мінімумом енергії $E=E_{\min}$ половина псевдоспінових нейронів має один напрям $S_n^z=+1$ (↑), а інша – протилежний $S_n^z=-1$ (↓). У цьому випадку псевдоспінову нейромережу зручно поділити на дві псевдоспінові нейромережі з однаковими векторами псевдоспінових (дипольних) моментів. При цьому енергія взаємодії будь-якої пари псевдоспінових нейронів із різних поділених нейромереж $\left(S_n^z=+1,S_n^z=-1\right)$ $\delta E_{nk}=-\gamma_{nk}S_n^zS_k^z$ досягає свого мінімального значення $\delta E_{nk}=-\gamma_{nk}$. У цьому випадку псевдоспінова нейромережа називається «антиферомагнітною» (рис. 4).

$$\uparrow\gamma_{nk}\qquad -\downarrow+\uparrow-\downarrow+\uparrow-\downarrow+\uparrow$$

Рисунок 4 – «Антиферомагнітний» стан нейронної мережі

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

– якщо елементи матриці синаптичних зв'язків γ_{nk} між псевдоспіновими нейронами випадково приймають як додатні, так і від'ємні значення, то така псевдоспінова нейронна мережа має назву «дипольне скло» (рис. 5). Таке твердження випливає з аналізу структури твердого тіла з випадковим розміщенням дипольних моментів у вузлах кристалічної гратки.

Відомо, що енергія фази «дипольного скла» в мікротрубочці цитоскелета володіє великою кількістю глобальних і локальних мінімумів в просторі конфігурацій дипольних моментів [7]. Тому навіть повністю невпорядкована дипольна нейромережа мікротрубочки цитоскелета (γ_{nk} розподілені випадково згідно $\gamma_n = \sum_{k=1}^{z} \gamma_{nk} = 0$, $I_n = \sum_{k=1}^{z} I_{nk} \neq 0$) володіє пам'яттю.

Оскільки γ_{nk} є випадковою величиною, то необхідно задати її статистичні властивості. Припускаємо, що випадкова величина γ_{nk}, задана на зв'язку між вузлами n та k, не залежить від того, які γ_{nk} знаходяться на інших зв'язках. У цьому випадку статистичні властивості γ_{nk} повністю визначаються функцією розподілу $f(\gamma_{nk})$ на даному зв'язку. Зазвичай припускають, що $f(\gamma_{nk})$ – Гаусова функція розподілу $f\left(\gamma_{nk}\right) = \frac{1}{I_{nk}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-2\gamma_{nk}^2 I_{nk}^2\right)$.

У такому випадку вона задається двома параметрами: середнім значенням $\tilde{\gamma}_{nk}$ і дисперсією I_{nk}: $\left\langle \gamma_{nk} \right\rangle = \tilde{\gamma}_{nk}$, $I_{nk} = \left\langle \gamma_{nk}^2 \right\rangle - \left\langle \gamma_{nk} \right\rangle^2$.

Мінімальному значенню функції E (14) («атрактору») відповідає певна конфігурація дипольних моментів нейронів у нейромережі.

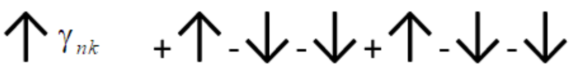

Рисунок 5 – Стан нейронної мережі «Дипольне скло»

Нехай необхідно записати в нейромережу Гессенберга (рис. 2) m різних образів-еталонів, кожен з яких характеризується своєю конфігурацією псевдоспінів $\left\{S_{\mu n}^z = \xi_{\mu n}\right\}$. Причому, різні конфігурації ортогональні, тобто

$$\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N} \xi_{\mu m}\xi_{\mu' m} = \delta_{\mu\mu'} . \quad (15)$$

Інформаційний сигнал для запису (запам'ятовування) – це послідовність біт $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_\mu, \ldots, \xi_{mN}$. Елемент ξ_μ з рівною ймовірністю приймає значення ± 1. Тут довжина послідовності (mN) вибрана кратною числу нейронів. Перепозначимо елементи послідовності:

$$\begin{gathered}
\xi_{11}, \xi_{21}, \xi_{31}, \ldots, \xi_{\mu 1}, \ldots, \xi_{m1}, \\
\xi_{12}, \xi_{22}, \xi_{32}, \ldots, \xi_{\mu 2}, \ldots, \xi_{m2}, \\
\xi_{13}, \xi_{23}, \xi_{33}, \ldots, \xi_{\mu 3}, \ldots, \xi_{m3}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\xi_{1N}, \xi_{2N}, \xi_{3N}, \ldots, \xi_{\mu N}, \ldots, \xi_{mN}.
\end{gathered} \quad (16)$$

Таким чином, кожному нейрону $n = 1, \ldots, N$ буде відповідати інформаційний набір $\left\{\xi_{\mu n}, \mu = 1, 2, 3, \ldots, m\right\}$. Або при фіксованому μ набір $\left\{\xi_{\mu n}, n = 1, 2, 3, \ldots, N\right\}$ представляє собою інформаційну копію мережі, тобто «репліку».

Для розрідження синаптичних зв'язків між сенсорними вхідними образами та обчислювальними нейронами зведемо матрицю синаптичних зв'язків між вхідними сенсорними образами та псевдоспіновими нейронами у нейронній мережі Гессенберга $(\hat{b}_{\mu n})$ до діагонального вигляду [14] і до симетричної форми. Для цього зробимо лінійне перетворення

$$(\hat{b}_{\mu n}) = \hat{U}^{-1}(b_{\mu n})\hat{U} , \quad (17)$$

де $\hat{U}$ – матриця, яка складається з власних базисних векторів $\vec{u}_\mu$ матриці $(\hat{b}_{\mu n})$, тобто $\hat{U} = \left(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \ldots, \vec{u}_\mu, \ldots, \vec{u}_N\right)$;

$$(\hat{b}_{\mu n})\vec{u}_\mu = \beta_\mu \vec{u}_\mu . \quad (18)$$

У базисі з власних векторів $\vec{u}_\mu$ матриця лінійного перетворення $(\hat{b}_{\mu n})$ має діагональний вигляд, причому на головній діагоналі розташовані дійсні власні числа $\beta_\mu = \beta_n \delta_{\mu n}$ матриці $(\hat{b}_{\mu n})$.

Запис (запам'ятовування) інформації в нейромережі відбувається в результаті формування матриці синаптичних зв'язків $\hat{\gamma}$ між псевдоспіновими нейронами за допомогою перенормованого локального правила Хебба:

$$\gamma_{nk} = F\left(\lambda_{ij} = \sum_{\mu=1}^{m} \xi_{\mu i}\xi_{\mu j}\right). \quad (19)$$

Тоді із (11), з урахуванням (12) та (13), випливає, що середня активність станів нейронів (тобто середнє значення стану n-го нейрона) описується виразом

$$\left\langle S_n \right\rangle = \tanh\left(\beta\left(\sum_{\substack{k=1 \\ n\neq k}}^{N} \gamma_{nk} \left\langle S_k^z(t) \right\rangle + \sum_{\mu=1}^{m} b_{\mu n}(t)\xi_{\mu n} + V_{noise}^n(t)\right)\right).$$

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

Для моделювання процесу еволюції системи псевдоспінів з дискретним часом на комп'ютерах нейромережа повинна здійснювати перетворення вхідної конфігурації $\langle S^z_{\mu n}\rangle = \xi_{\mu n}$ в дискретному часі так, щоб вихідна конфігурація $\langle S^z_{\mu nout}\rangle$ була близькою до тієї картини-еталону, яка є правильною відповіддю, тобто $\langle S^z_{\mu nout}(t+1)\rangle$ прийматиме значення

$$\operatorname{sgn}\left[\sum_{\substack{k=1\\ n\neq k}}^{N}\gamma_{nk}\left\langle S^z_k(t)\right\rangle + \sum_{\mu=1}^{m} b_{\mu n}(t)\xi_{\mu n} + V^n_{noise}(t)\right], \tag{20}$$

де

$$\operatorname{sgn}\left[\sum_{\substack{k=1\\ n\neq k}}^{N}\gamma_{nk}\left\langle S^z_k(t)\right\rangle + \sum_{\mu=1}^{m} b_{\mu n}(t)\xi_{\mu n} + V^n_{noise}(t)\right] =$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{при} \quad \sum\limits_{\substack{k=1\\ n\neq k}}^{N}\gamma_{nk}\left\langle S^z_k(t)\right\rangle + \sum\limits_{\mu=1}^{m} b_{\mu n}(t)\xi_{\mu n} + V^n_{noise}(t) \geq 0, \\ -1, & \text{при} \quad \sum\limits_{\substack{k=1\\ n\neq k}}^{N}\gamma_{nk}\left\langle S^z_k(t)\right\rangle + \sum\limits_{\mu=1}^{m} b_{\mu n}(t)\xi_{\mu n} + V^n_{noise}(t) < 0. \end{cases}$$

Псевдоспінова нейромережа із законом еволюції (20) володіє пам'яттю, яка зберігає деякий заданий набір образів-еталонів, що намагається згадати один із них, якщо їй пред'являється який-небудь із цих образів, спотворений шумами.

У результаті завершення процесу еволюції в системі псевдоспінів вхідний образ асоціюється з одним із образів-еталонів, що запам'ятався раніше, і можна стверджувати, що нейромережа виступає в ролі розподіленої структури з асоціативною пам'яттю.

Відновлення інформації, що запам'яталась, здійснюється в процесі стохастичної паралельної динаміки з дискретним часом $t = 0,1,2,3,\ldots$.

$$\left\langle S^z_{\mu out}(t+1)\right\rangle = \begin{cases} 1 & \text{із ймовірністю} \quad p = f(h_n), \\ -1 & \text{із ймовірністю} \quad q = 1-p. \end{cases} \tag{21}$$

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Час налаштування синаптичних зв'язків λ_{ij} (за одну ітерацію) у повнозв'язній нейронній мережі пропорційний числу синаптичних звязків N_λ, тобто

$$t_\lambda = k_\lambda N_\lambda . \tag{22}$$

Аналогічно, час налаштування синаптичних зв'язків γ_{nk} (за одну ітерацію) у нейронній мережі Гессенберга дорівнює

$$t_\gamma = k_\gamma N_\gamma . \tag{23}$$

Коефіцієнти k_λ, k_γ залежать від архітектури синаптичних зв'язків в нейронних мережах.

З урахуванням формул (4) та (5) отримаємо $t_\gamma / t_\lambda = 3k_\gamma(N-1)/k_\lambda N(N-1) = \alpha\nu$, де параметр α виражається формулою (6), а $\nu = k_\gamma / k_\lambda$.

Отже визначимо залежність відношення t_γ/t_λ від кількості стохастичних псевдоспінових нейронів N при $\nu = 1,2,3$.

Комп'ютерний експеримент реалізований у системі комп'ютерної математики «Wolfram Mathematica 11.3».

5 РЕЗУЛЬТАТИ

На рис. 6–8 наведені числові результати розрахунку залежності відношення t_γ / t_λ від кількості стохастичних псевдоспінових нейронів N при $\nu = 1,2,3$.

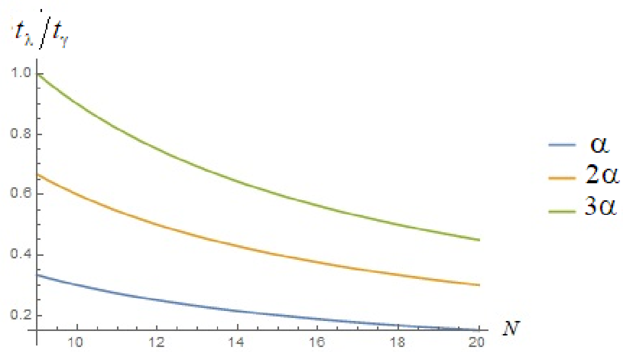

Рисунок 6 – Графік залежності відношення t_γ / t_λ від кількості стохастичних псевдоспінових нейронів при $N_{max} = 20$

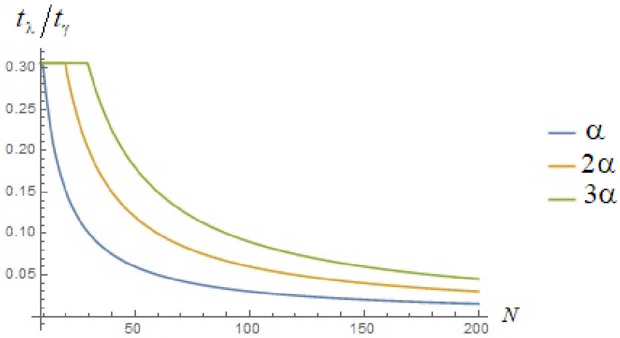

Рисунок 7 – Графік залежності відношення t_γ / t_λ від кількості стохастичних псевдоспінових нейронів при $N_{max} = 200$

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

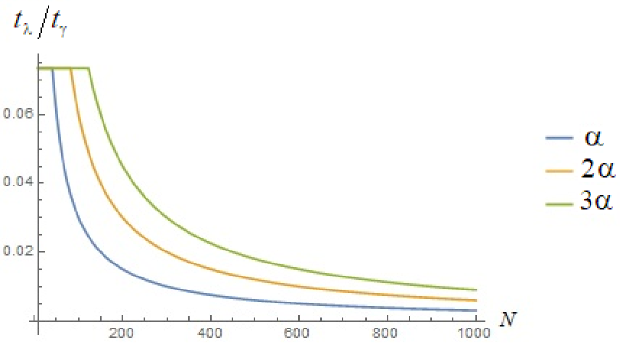

Рисунок 8 – Графік залежності відношення t_γ / t_λ від кількості стохастичних псевдоспінових нейронів при $N_{\max} = 1000$

6 ОБГОВОРЕННЯ

Як видно з рис. 6–8 відношення t_γ / t_λ зменшується за гіперболічним законом при зростанні числа нейронів, отже час використаний для налаштування тридіагональної нейронної мережі відносно часу налаштування повнозв'язної нейронної мережі, буде зменшуватись зі збільшенням числа нейронів *N*, тобто для роботи тридіагональної нейронної мережі буде використана значно менша кількість обчислювального ресурсу, оскільки число синаптичних зв'язків буде меншим у $\alpha = \frac{N_{\hat{\gamma}}}{N_{\hat{\lambda}}} = \frac{3}{N}$ разів. Зі збільшенням параметра α при однаковому значенні числа псевдоспінових нейронів N, відносний час t_γ / t_λ буде збільшуватись. Зокрема при $N = 200$, при $\alpha = 1$, $t_\gamma / t_\lambda = 1{,}5\%$, тоді як при $\alpha = 3$, $t_\gamma / t_\lambda = 4{,}5\%$.

Порівняно з методами [1, 4–13] запропонований нами метод зменшення числа синаптичних зв'язків враховує повну інформацію повнозвязної нейромережі, оскільки недіагональні компоненти повнозвязної матриці вагових коефіцієнтів синаптичних зв'язків містяться у головних компонентах тридіагональної матриці синаптичних зв'язків. Крім цього, цей метод вимагає менший обчислювальний ресурс порівняно з методом генетичного алгоритму.

ВИСНОВКИ

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що вперше:

– розроблено модель архітектури стохастичної нейромережі з розрідженими синаптичними зв'язками, яка враховує взаємодію між всіма псевдоспіновими нейронами у перенормованих зв'язках між найближчими сусідніми псевдаспіновими нейронами, що описуються тридіагональною матрицею синаптичних зв'язків Гессенберга;

– запропоновано спосіб розрідження синаптичних зв'язків між сенсорними та обчислювальними нейронами на основі діагоналізації повнозвязної матриці синаптичних зв'язків, що приводить до ефекту зменшення часу налаштування вагових коефіцієнтів синаптичних зв'язків у нейронній мережі;

– запропоновано перенормоване локальне правило Хебба на основі перетворення повнозвязної матриці синаптичних зв'язків між нейронами до тридіагональної матриці перенормованих синаптичних зв'язків (матриці Гессенберга);

– встановлено, що зі збільшенням числа нейронів час налаштування синаптичних зв'язків (за одну ітерацію) у стохастичній псевдоспіновій нейронній мережі з тридіагональною матрицею зв'язків, відносно часу налаштування синаптичнихзв'язків (за одну ітерацію) у повнозв'язній синаптичній нейронній мережі, зменшується за гіперболічним законом;

– запропоновано класифікацію нейронної мережі Гессенберга із феромагнітною, антиферомагнітною структурами та дипольним склом в залежності від напрямку псевдоспінів нейронів.

Результати дослідження можуть бути безпосередньо **практично використані** для:

– зменшення обчислювальних складностей за рахунок діагоналізації матриці синаптичних зв'язків (відсутність недіагональних компонент синаптичних зв'язків) між сенсорними і обчислювальними нейронами без втрати інформації, що міститься в недіагональних компонентах і зберігається в головних перенормованих тридіагональних компонентах матриці синаптичних зв'язків;

– шифрування інформації з підвищеним ступенем криптостійкості за рахунок перенормування повнозвязної матриці синаптичних зв'язків до тридіагональної, оскільки ключ шифрування в тридіагональній нейромережі має більш складну будову;

– підвищення узагальненої функціональної здатності нейронної мережі;

– розпізнавання промоторів ДНК, оскільки аналогом гомологічного індексу, який визначає близькість реальних промоторів ДНК до консенсус послідовності є енергія стану нейромережі.

Перспективи подальших досліджень полягають у тому, щоб дослідити ефективність запропонованого методу при розпізнаванні образів, шифруванні інформації та апроксимації складних нелінійних функцій.

ЛІТЕРАТУРА / ЛИТЕРАТУРА

1. Haykin S. Neural Networks and Learning Machines / S. Haykin. – Hamilton: Pearson, 2008. – 936 p.
2. Datta B. N. Numerical Linear Algebra and Applications / B. N. Datta. – Illinois: Second Ed. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2010. – 554 p. DOI: 10.1137/1.9780898717655
3. Richard L. Numerical Analysis / L. Richard, J. Burden, F. Douglas. – Boston : Cengage Learning, 2010. – 888 p.
4. Корнієнко О. В. Згорткова нейромережа для виявлення шахрайських операцій з кредитними картками / О. В. Корнієнко, С. О. Субботін // Automation of technological and business processes. – 2019. – Том. 11, № 3. – С. 65–74. DOI: 10.15673/atbp.v11i3.1503
5. Ismoilov N. A Comparison of Regularization Techniques in Deep Neural Networks / N. Ismoilov, S. Jang // Symmetry. – 2018. – Vol. 10, Issue 11. – P. 648. DOI:10.3390/sym10110648

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

6. Deep Neural Networks Regularization for Structured Output Prediction / [S. Belharbi, R. Herault, C. Chatelain et al.] // Neurocomputing. – 2018. – Vol. 281. – P. 169–177. DOI: 10.1016/j.neucom.2017.12.002
7. Слядников Е. Е. Физическая модель и ассоциативная память дипольной системы микротрубочки цитоскелета / Е. Е. Слядников // Журнал технической физики. – 2007. – Том. 77, № 7. – С. 77–86.
8. Penrose R. Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness / R. Penrose. – Oxford : Oxford University Press, 1996. – 480 p.
9. Weigened A. S. Generalization by weight-elimination with application to forecasting / A. S. Weigened, D. E. Rumelhart, B. A. Huberman // Advances in neural information processing systems. – 1991. – Vol. 3. – P. 875–882. DOI: 10.1109/ijcnn.1991.155287
10. A structure optimization algorithm of neural networks for large-scale data sets / [J. Yang, J. Ma, M. Berryman et al.] // Fuzzy Systems: First International Conference, China, 6–11 July 2014: proceedings. – Beijing : IEEE, 2014. – P. 956–961. DOI: 10.1109/fuzz-ieee.2014.6891662
11. Neural Architecture Optimization / [R. Luo, F. Tian, T. Qin et al.] // Neural Information Processing Systems: Thirty-second Conference, Canada, 3 – 8 December 2018: proceedings. – Montreal: NIPS, 2018. – P. 1–12.
12. Genetic Algorithm Based Deep Learning Neural Network Structure and Hyperparameter Optimization / [S. Lee, J. Kim, H. Kang et al.] // Appl. Sci. – 2021. – Vol. 11, Issue 2. – P. 744. DOI: 10.3390/app11020744
13. Wu W. Neural network structure optimization based on improved genetic algorithm / W. Wu // International Conference on Advanced Computational Intelligence: Fifth International Conference, China, 18–20 October 2012: proceedings. – Nanjing: ICACI, 2012. – P. 893–895. DOI: 10.1109/ICACI.2012.6463299
14. Lytvyn V. The compression of the input images in neural network that using method diagonalization the matrices of synaptic weight connections / V. Lytvyn, I. Peleshchak, R. Peleshchak // Conference on Advanced Information and Communication Technologies: Second International Conference, Ukrine, 4–7 July 2017: proceedings. – Lviv: AICT, 2017. – P. 66–70. DOI: 10.1109/AIACT.2017.8020067
15. Attaway S. Matlab: A Practical Introduction to Programming and Problem Solving / S. Attaway. – Oxford : Butterworth-Heinemann, 2019. – 626 p. DOI: 10.1016/b978-0-12-815479-3.00003-9
16. Ежов А. Нейрокомпютинг и его применения в экономике и бизнесе / А. Ежов, А. Шумский. – Москва : МИФИ, 1998. – 224 с.
17. Hameroff S. R. Quantum coherence in microtubules: A neural basis for emergent consciousness / S. R. Hameroff // Journal of consciousness studies. – 1994. – Vol. 1, Issue 1. – P. 91–118.

Received 08.04.2021.
Accepted 21.05.2021.

УДК 004.8, 004.032.26

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ПСЕВДОСПИНОВАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ С ТРЕХДИАГОНАЛЬНЫМИ СИНАПТИЧЕСКИМИ СВЯЗЯМИ

Пелещак Р. М. – д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры информационных систем и сетей, Национальный университет «Львовская политехника», Украина.

Литвин В. В. – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информационных систем и сетей, Национальный университет «Львовская политехника», Украина.

Черняк О. И. – аспирантка кафедры математики, Дрогобычский государственный педагогический университет имени Ивана Франко, Дрогобыч, Украина.

Пелещак И. Р. – аспирант кафедры информационных систем и сетей, Национальный университет «Львовская политехника», Украина.

Дорошенко Н. В. – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информатики и информационных систем, Дрогобычский государственный педагогический университет имени Ивана Франко, Дрогобыч, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Для сокращения времени вычислительного ресурса в задачах диагностирования и распознавания искаженных образов на основе полносвязной стохастической псевдоспиновой нейронной сети возникает необходимость прореживания синаптических связей между нейронами, которое решается с помощью метода диагонализации матрицы синаптических связей без потери взаимодействия между всеми нейронами в сети.

Цель работы. Создание архитектуры стохастической псевдоспиновой нейросети с разреженными и диагональными синаптическими связями без потери взаимодействия между всеми нейронами в слое для уменьшения времени ее обучения.

Метод. В статье используется метод Хаусхолдера, метод сжатия входных образов на основе диагонализации матрицы синаптических связей и система компьютерной математики MATLAB для приведения полносвязной нейросети к трехдиагональному виду со скрытыми синаптическими связями между всеми нейронами.

Результаты. Разработана модель архитектуры стохастической нейросети с разреженными перенормированными синаптическими связями, которые учитывают изъятые синаптические связи. На основе преобразования матрицы синаптических связей полносвязной нейронной сети к матрице Гессенберга с трехдиагональными синаптическими связями предложено перенормированное локальное правило Хебба. С помощью системы компьютерной математики «WolframMathematica 11.3» рассчитано в зависимости от числа нейронов N относительное время настройки синаптических связей (за одну итерацию) в стохастической псевдоспиновой нейронной сети с трехдиагональной матрицей связей, относительно времени настройки синаптических связей (за одну итерацию) в полносвязной синаптической нейронной сети.

Выводы. Установлено, что с увеличением числа нейронов время настройки синаптических связей (за одну итерацию) в стохастической псевдоспиновой нейронной сети с трехдиагональной матрицей связей, относительно времени настройки синаптических связей (за одну итерацию) в полносвязной синаптической нейронной сети, уменьшается за гиперболическим законом. В зависимости от направления псевдоспинов нейронов, предложена классификация перенормированной нейронной сети с ферромагнитной структурой, антиферромагнитной структурой и дипольным стеклом.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: нейронная сеть, синаптические связи, матрица связей, тридиагонализация.

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12

UDC 004.8, 004.032.26

STOCHASTIC PSEUDOSPIN NEURAL NETWORK WITH TRIDIAGONAL SYNAPTIC CONNECTIONS

Peleshchak R. M. – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Information Systems and Networks, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine.

Lytvyn V. V. – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Information Systems and Networks, Lviv Polytechnic National University, Ukraine.

Cherniak O. I. – Postgraduate student of the Department Of Mathematics, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, Ukraine.

Peleshchak I. R. – Postgraduate student of the Department Of Information Systems And Networks, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine.

Doroshenko M. V. – PhD, Associate Professor of the Department of informatics and information systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, Ukraine.

ABSTRACT

Context. To reduce the computational resource time in the problems of diagnosing and recognizing distorted images based on a fully connected stochastic pseudospin neural network, it becomes necessary to thin out synaptic connections between neurons, which is solved using the method of diagonalizing the matrix of synaptic connections without losing interaction between all neurons in the network.

Objective. To create an architecture of a stochastic pseudo-spin neural network with diagonal synaptic connections without loosing the interaction between all the neurons in the layer to reduce its learning time.

Method. The paper uses the Hausholder method, the method of compressing input images based on the diagonalization of the matrix of synaptic connections and the computer mathematics system MATLAB for converting a fully connected neural network into a tridiagonal form with hidden synaptic connections between all neurons.

Results. We developed a model of a stochastic neural network architecture with sparse renormalized synaptic connections that take into account deleted synaptic connections. Based on the transformation of the synaptic connection matrix of a fully connected neural network into a Hessenberg matrix with tridiagonal synaptic connections, we proposed a renormalized local Hebb rule. Using the computer mathematics system "WolframMathematica 11.3", we calculated, as a function of the number of neurons *N*, the relative tuning time of synaptic connections (per iteration) in a stochastic pseudospin neural network with a tridiagonal connection Matrix, relative to the tuning time of synaptic connections (per iteration) in a fully connected synaptic neural network.

Conclusions. We found that with an increase in the number of neurons, the tuning time of synaptic connections (per iteration) in a stochastic pseudospin neural network with a tridiagonal connection Matrix, relative to the tuning time of synaptic connections (per iteration) in a fully connected synaptic neural network, decreases according to a hyperbolic law. Depending on the direction of pseudospin neurons, we proposed a classification of a renormalized neural network with a ferromagnetic structure, an antiferromagnetic structure, and a dipole glass.

KEYWORDS: neural network, synaptic connections, connection matrix, tridiagonalization.

REFERENCES

1. Haykin S. Neural Networks and Learning Machines. Hamilton, Pearson, 2008, 936 p.
2. Datta B. N. Numerical Linear Algebra and Applications, Illinois: Second Ed. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2010, 554 p. DOI: 10.1137/1.9780898717655
3. Richard L., Burden J., Douglas F. Numerical Analysis. Boston, Cengage Learning, 2010, 888 p.
4. Korniienko O. V., Subbotin S. O. Zghortkova neiromerezha dlia vyiavlennia shakhraiskykh operatsii z kredytnymy kartkamy, *Automation of technological and business processes*, 2019, Vol. 11, Issue 3, pp. 65–74. DOI: 10.15673/atbp.v11i3.1503
5. Ismoilov N., Jang S. A Comparison of Regularization Techniques in Deep Neural Networks, *Symmetry,* 2018, Vol. 10, Issue 11, P. 648. DOI:10.3390/sym10110648
6. Belharbi S., Herault R., Chatelain C. et al. Deep Neural Networks Regularization for Structured Output Prediction, *Neurocomputing*, 2018, Vol. 281, pp. 169–177. DOI: 10.1016/j.neucom.2017.12.002
7. Slyadnikov E. E. Fizicheskaya model i assotsiativnaya pamyat dipolnoy sistemyi mikrotrubochki tsitoskeleta, *Zhurnal tehnicheskoy fiziki*, 2007, Vol. 77, Issue 7, pp. 77–86.
8. Penrose R. Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness. Oxford, Oxford University Press, 1996, 480 p.
9. Weigened A. S., Rumelhart D. E., Huberman B. A. Generalization by weight-elimination with application to forecasting, *Advances in neural information processing systems*, 1991, Vol. 3, pp. 875–882. DOI: 10.1109/ijcnn.1991.155287
10. Yang J., Ma J., Berryman M. et al. A structure optimization algorithm of neural networks for large-scale data sets, *Fuzzy Systems: First International Conference, China, 6–11 July 2014: proceedings*. Beijing, IEEE, 2014, pp. 956–961. DOI: 10.1109/fuzz-ieee.2014.6891662
11. Luo R., Tian F., Qin T. et al. Neural Architecture Optimization, *Neural Information Processing Systems: Thirty-second Conference, Canada, 3–8 December 2018: proceedings.* Montreal, NIPS, 2018, pp. 1–12.
12. Lee S., Kim J., Kang H. et al. Genetic Algorithm Based Deep Learning Neural Network Structure and Hyperparameter Optimization, *Appl. Sci,* 2021, Vol. 11, Issue 2, P. 744. DOI: 10.3390/app11020744
13. Wu W. Neural network structure optimization based on improved genetic algorithm, *International Conference on Advanced Computational Intelligence: Fifth International Conference, China, 18–20 October 2012: proceedings*. Nanjing: ICACI, 2012, pp. 893–895. DOI: 10.1109/ICACI.2012.6463299
14. Lytvyn V., Peleshchak I., Peleshchak R. The compression of the input images in neural network that using method diagonalization the matrices of synaptic weight connections, *Conference on Advanced Information and Communication Technologies: Second International Conference, Ukrine, 4–7 July 2017, proceedings. Lviv, AICT, 2017*, pp. 66–70. DOI: 10.1109/AIACT.2017.8020067
15. Attaway S. Matlab: A Practical Introduction to Programming and Problem Solving. Oxford, Butterworth-Heinemann, 2019, 626 p. DOI: 10.1016/b978-0-12-815479-3.00003-9
16. Ejov A., Shumskiy A. Neyrokompyuting i ego primeneniya v ekonomike i biznese. Moscow, MIFI, 1998, 224 p.
17. Hameroff S. R. Quantum coherence in microtubules: A neural basis for emergent consciousness, *Journal of consciousness studies*, 1994, Vol. 1, Issue 1, pp. 91–118.

DOI DOI 10.15588/1607-3274-2021-2-12