

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.242.5:620.179.147

ОДНОРІДНІ ПЛАНИ БАГАТОФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ НА КВАЗИВИПАДКОВИХ R-ПОСЛІДОВНОСТЯХ РОБЕРТСА ДЛЯ СУРОГАТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ВИХРОСТРУМОВІЙ СТРУКТУРОСКОПІЇ

Гальченко В. Я. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, Україна.

Кошовий М. Д. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри інтелектуальних вимірвальних систем та інженерії якості, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

Трембовецька Р. В. – д-р техн. наук, доцент, доцент кафедри приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Робота присвячена питанням створення багатофакторних планів експериментів на основі квазивипадкових рекурсивних R-последовательностей Робертса. Об'єктом досліджень є процес створення комп'ютерних однорідних планів експериментів. Мета статті полягає в створенні багатофакторних, а саме шести- та семи- факторних, однорідних планів експериментів з низькими показниками розбіжностей, дослідження їх проєкційних властивостей та демонстрації їх використання на прикладі сурогатного моделювання у вихрострумівій структуроскопії.

Метод. Для побудови багатовимірних планів експериментів застосовано ітеративний метод рівномірного заповнення одиничного гіперкубу опорними точками, що забезпечує прийнятні показники гомогенності та який реалізовано на основі квазивипадкових безпараметричних адитивних рекурсивних R-последовательностей Робертса з використанням ірраціональних чисел, які, в свою чергу, отримані на основі узагальненої послідовності Фібоначчі. Критерієм досконалості планів є оцінка гомогенності за показниками розбіжностей, інваріантних відносно обертання координат та перемаркування й упорядкування факторів та які кількісно характеризують відхилення згенерованого розподілу від ідеального рівномірного.

Результати. Для каталогізації створено шести- та семи-факторні комп'ютерні однорідні плани експериментів, які характеризуються низькими показниками розбіжностей та достатньо високоякісними проєкційними властивостями. Підтверджено, раніше доведена в дослідженнях авторів, тенденція щодо збереження цих характеристик планів експериментів в багатовимірних факторних просторах, яка спостерігається зі збільшенням кількості точок плану. Оцінка якості створених планів експериментів здійснена як візуальним аналізом матриці розсіювання всіх двовимірних проєкцій, так і за кількісними показниками неоднорідності сукупності векторів, які утворюють план, а саме центрованою та циклічною розбіжностями.

На прикладі начального етапу створення сурогатної моделі для розв'язку задачі ідентифікації профілів електрофізичних параметрів у вихрострумівій структуроскопії показано певні особливості застосування створених планів, зокрема перехід масштабування від плану для одиничного гіперкубу до плану в реальному факторному просторі у вигляді гіперпаралелепіпеда, що суттєво не впливає на його характеристики гомогенності розподілу точок.

Висновки. Вперше виконано завдання створення шести- та семи-факторних однорідних планів експериментів з низькими показниками центрованої та циклічної розбіжностей на основі R-последовательностей Робертса. Досліджено проєкційні властивості створених планів експериментів для різної кількості точок. Удосконалено метод побудови багатовимірних комп'ютерних планів експериментів із врахуванням особливостей вихрострумівій структуроскопії. Продемонстровано використання шести-вимірних планів експериментів на прикладі сурогатного моделювання у вихрострумівій структуроскопії. Результати дослідження можуть бути використані при побудові сурогатних математичних моделей фізичних процесів будь-якими відомими методами апроксимації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: комп'ютерний план експерименту, сурогатна модель (метамодель), однорідний розподіл, квазивипадкові послідовності, проєкційні властивості, показники розбіжності.

АБРЕВІАТУРИ

ВСП – вихрострумний перетворювач;
КПЕ – комп’ютерний план експерименту;
ЛП_τ – послідовності Соболя;
ПЕ – план експерименту;
ОК – об’єкт контролю.

НОМЕНКЛАТУРА

a, c, g – параметри апроксимації;
 $CD(D_n)^2$ – центрована розбіжність;
 d – товщина приповерхневого шару ОК;
 E – індукована напруга у вихрострумовому перетворювачі;
 f – частота струму збудження;
 f_{\min}, f_{\max} – мінімальна та максимальна частота струму збудження вихрострумового перетворювача;
 N – кількість точок плану експерименту;
 n – кількість умовних шарів розбиття приповерхневого шару;
 R_1, R_2, \dots, R_s – безпараметричні адитивні рекурсивні послідовності Робертса;
 s – розмірність вхідних даних;
 $WD(P)^2$ – циклічна розбіжність;
 X – матриця плану;
 z – висота розташування ВСП над ОК;
 z_{\min}, z_{\max} – мінімальне та максимальне значення висоти розташування вихрострумового перетворювача;
 $\delta T, \%$ – технологічний допуск;
 $\sigma(d)$ – номінальний профіль електричної провідності приповерхневого шару ОК;
 $\sigma_{\min}, \sigma_{\max}$ – мінімальне та максимальне значення електричної провідності у приповерхневому шарі;
 $\mu(d)$ – номінальний профіль магнітної проникності приповерхневого шару ОК;
 μ_{\min}, μ_{\max} – мінімальне та максимальне значення магнітної проникності у приповерхневому шарі.

ВСТУП

Для дослідження складних нелінійних взаємозв’язків між багаточисельними входами та виходом ресурсномістких комп’ютерних імітаційних моделей фізичних процесів останнім часом досить продуктивно використовуються сурогатні моделі [1]. Сурогатну модель, тобто метамодель, зазвичай створюють на основі ретельно відібраних точок проектного простору, що складають доволі обмежені набори даних, в яких виконують обчислення з інтенсивним використанням процесора та пам’яті, задіяних комп’ютерними імітаційними моделями. Мета сурогатного моделювання полягає в знаходженні функції апроксимації (метамоделі), що дозволяє досліджувати процес, але виконувати це значно швидше. Отже, метамодель виконує функції проксі для комп’ютерної моделі фізичного процесу. Для забезпечення високої точності метамоделі важливою стає задача якісного вибору «навчальних» наборів даних. Якщо апріорна інформація щодо топології поверхні відгуку відсутня, а це для багатофакторних метамоделі майже правило, то доцільно використовувати схему рівномірного розподілу точок, в яких спостерігається відгук, у гі-

перпросторі. Дизайн «заповнення простору» (Space-Filling Design) дозволяє генерувати ефективні «навчальні» набори даних з отриманням максимальної інформації між входами та виходом досліджуваних взаємозв’язків. Якісний план експерименту (ПЕ) характеризується мінімальною кількістю обчислень з запусками ресурсної комп’ютерної моделі фізичного процесу. Крім того, ефективні плани у наслідку правильно зібраних даних дозволяють отримати достовірні результати, що в решті решт визначає важливість та актуальність їх створення та каталогізації.

Об’єкт дослідження – процес створення комп’ютерних однорідних планів експериментів.

Предмет дослідження – плани багатофакторних експериментів на основі квазівипадкових рекурсивних R -послідовностей.

Мета роботи – створення багатофакторних, а саме шести- та семи-факторних, однорідних планів експериментів з низькими показниками розбіжностей, дослідження їх проекційних властивостей та демонстрація їх використання на прикладі сурогатного моделювання у вихрострумовій структуроскопії.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

План експерименту, який характеризується N зразками (samples) та s вхідними змінними, складається із N комбінацій векторів x_1, \dots, x_N , де $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{is})$, $i = 1, \dots, N$. Вони збираються у матрицю плану X розміром $N \times s$. Створення плану однорідного комп’ютерного експерименту полягає у виборі вхідних комбінацій x_1, \dots, x_N , які забезпечують гомогенне заповнення вхідного простору у вигляді одиничного (unit) гіперкубу при виконанні обмежень $0 < x_{ik} < 1$ для $i = 1, \dots, N$; $k = 1, \dots, s$ ($s = 6$ – для шести-факторного ПЕ; $s = 7$ – для семи-факторного ПЕ). В цих дослідженнях як векторні складові планів використано одновимірні безпараметричні адитивні рекурсивні R -послідовності Робертса. Критеріями досконалості планів є оцінки гомогенності за показниками узагальнених розбіжностей, які кількісно характеризують відхилення згенерованого розподілу від ідеального рівномірного.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Серед методів створення однорідних експериментів, які реалізують технологію «заповнення простору» та яким дослідниками останнім часом приділяється особлива увага, існує умовний поділ на реалізуємо однократно (one-shot algorithm) та ітеративні. В планах з однократною реалізацією, до яких відносяться всі їх класичні варіанти [1], а саме дробові плани (fractional designs) як найпростіша форма [2], латинські гіперкуби (Latin hypercubes) [3], ортогональні масиви (orthogonal arrays) [4], MaxPro designs [5, 6] та їх певні модифікації, зокрема Cascading, Nested і Sliced Latin Hypercube Designs [3, 7, 8], досить складною задачею є встановлення раціональної загальної кількості зразків (samples). Важливим результатом створених ПЕ також є їх проекційні властивості [9, 10], які

не завжди є прийнятними. Не дивлячись на таку перевагу цієї технології як суттєва простота реалізації, все ж таки досить важко уникнути ситуації передискретизації (oversampling) або недостатньої дискретизації (undersampling), тобто занадто малої кількості зразків у ПЕ. Але саме така ситуація є найбільш ймовірною на практиці, коли апріорна інформація щодо поведінки гіперповерхні відгуку є відсутньою. З цих причин при використанні однократних методологій при створенні проєктів планів вибір їх розмірів виконується довільним чином та є проблемним.

Ітеративні технології складання ПЕ, що є представниками іншої більш досконалої методології, реалізують їх послідовний дизайн [11, 12]. В його рамках фактично застосовується метод адаптивної вибірки точок експерименту (adaptive sampling method), в яких розміри планів мають можливість змінюватися в результаті додавання нових зразків із збереженням попередньо створених або їх видалення. Цей тип дизайну передбачає використання квазівипадкових послідовностей (Sequential Experimental Design). Найбільш розповсюдженими серед них є послідовності Гальтона (Halton sequences), Соболя (Sobol' sequences), Нодерайтера (Niederreiter sequences), що характеризуються як послідовності із низькими розбіжностями (Low-discrepancy sequences). В [12] надано короткий та досить детальний аналіз ПЕ, побудованих з їх використанням, й зазначено переваги застосування цього дизайну. В той же час в дослідженнях [13] доведено на прикладі використання для побудови комп'ютерних однорідних планів заслужено популярних ЛП_τ-послідовностей Соболя (LP_τ-sequences), що довільний вибір комбінацій послідовностей в них далеко не завжди дозволяє отримати їх варіанти з низькими показниками розбіжностей. Натомість використання з цією метою безпараметричних адитивних рекурсивних R-послідовностей Мартіна Робертса (Martin Roberts) гарантовано забезпечує отримання планів з низькими показниками розбіжностей без проведення додаткових досліджень щодо можливості поєднання їх в один варіант комбінації. В статті надано алгоритм обчислення квазіпослідовностей, зроблено порівняльний аналіз, згенерованих на їх основі планів, з найкращими альтернативними варіантами, побудованими на ЛП_τ-послідовностях Соболя. Приклади практичного використання таких три- та чотири-факторних планів [14] на послідовностях, які не залежать від загальної кількості зразків, довели їх достатньо високі проєкційні властивості, а також досягнення низьких показників розбіжностей.

Отже, є сенс поширення набутого досвіду на створення багатофакторних, а саме шести- та семи- факторних, однорідних комп'ютерних планів експериментів (КПЕ), що побудовані на вказаній методології, для їх подальшої каталогізації та практичного використання.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Для побудови багатовимірних КПЕ застосовано метод рівномірного заповнення одиничного гіперкубу опорними точками, що має прийнятні характеристики гомогенності та який реалізовано на основі квазівипадкових безпараметричних адитивних рекурсивних R-послідовностей Робертса з використанням ірраціональних чисел, які в свою чергу отримані на основі узагальненої послідовності Фібоначчі [13].

Використовуючи математичні вирази для рекурсивних R-послідовностей в багатовимірному факторному просторі [13], створено сукупності послідовностей відповідно для шести та семи факторів, чисельні значення яких для $N = 100$ точок, наведено в таблиці 1 та таблиці 2.

Проте для створених КПЕ візуальна оцінка їх гомогенності в шести- та семи-вимірному просторі є неможливою. Тому для більшої наочності згенерованих послідовностей використано графічне їх зображення у вигляді матриці двовимірних проєкцій. Степінь високої гомогенності розподілу багатовимірних КПЕ можна спостерігати при збільшенні кількості точок ПЕ, що проілюстровано графіками для шести-вимірного плану на рис. 1 а, б, а на рис. 1 в, г – для семи- вимірного ПЕ.

Окрім цього, якість створених багатовимірних ПЕ також оцінюється за кількісними показниками неоднорідності сукупності векторів, а саме центрованою та циклічною розбіжностями [13]. Отримані показники центрованої та циклічної розбіжностей для деяких видів ПЕ із різною кількістю точок наведено в табл. 3.

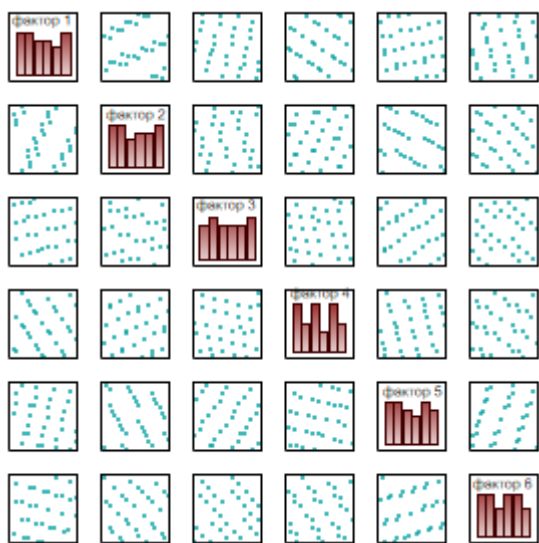
Таблиця 1 – Згенеровані R-послідовності в одиничному гіперкубі для шести-факторного ПЕ

Точки ПЕ	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
1	0,399	0,308	0,226	0,152	0,086	0,027
2	0,297	0,115	0,951	0,804	0,672	0,553
3	0,196	0,923	0,677	0,457	0,258	0,08
4	0,095	0,73	0,403	0,109	0,844	0,607
5	0,993	0,538	0,129	0,761	0,43	0,133
6	0,892	0,345	0,854	0,413	0,017	0,66
7	0,791	0,153	0,58	0,065	0,603	0,187
8	0,689	0,961	0,306	0,717	0,189	0,714
9	0,588	0,768	0,032	0,37	0,775	0,24
10	0,487	0,576	0,757	0,022	0,361	0,767
...
30	0,46	0,727	0,272	0,065	0,083	0,301
31	0,358	0,535	0,998	0,718	0,669	0,827
32	0,257	0,343	0,723	0,37	0,255	0,354
...
92	0,176	0,797	0,267	0,501	0,42	0,955
93	0,075	0,605	0,993	0,153	0,00606	0,482
94	0,973	0,412	0,719	0,805	0,592	0,00876
94	0,872	0,22	0,445	0,457	0,178	0,535
96	0,771	0,028	0,17	0,11	0,764	0,062
97	0,669	0,835	0,896	0,762	0,35	0,589
98	0,568	0,643	0,622	0,414	0,936	0,116
99	0,467	0,45	0,348	0,066	0,523	0,642
100	0,365	0,258	0,073	0,718	0,109	0,169

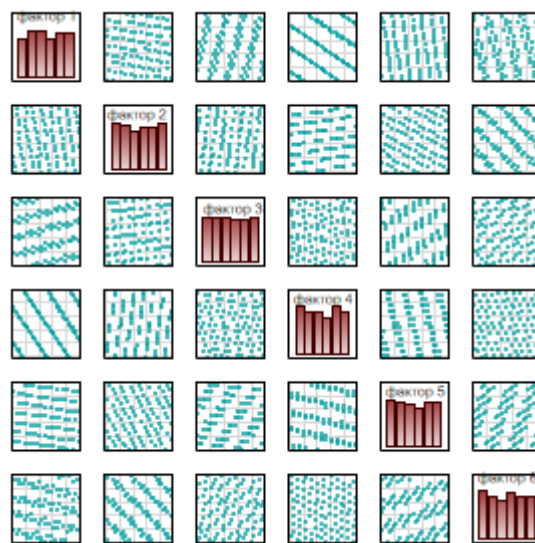
Таблиця 2 – Згенеровані R -последності в одиничному гіперкубі для семи- факторного ПЕ

Точки ПЕ	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7
1	0,411	0,331	0,257	0,190	0,129	0,073	0,023
2	0,323	0,162	0,015	0,881	0,759	0,647	0,546
3	0,234	0,993	0,772	0,571	0,388	0,221	0,069
4	0,146	0,824	0,530	0,262	0,018	0,795	0,592
5	0,057	0,655	0,287	0,952	0,647	0,369	0,115
6	0,969	0,486	0,045	0,643	0,277	0,943	0,638
7	0,881	0,317	0,802	0,333	0,906	0,517	0,161
8	0,792	0,148	0,560	0,024	0,536	0,090	0,684
9	0,704	0,979	0,317	0,715	0,165	0,664	0,208
10	0,61	0,81	0,075	0,405	0,795	0,238	0,731
...

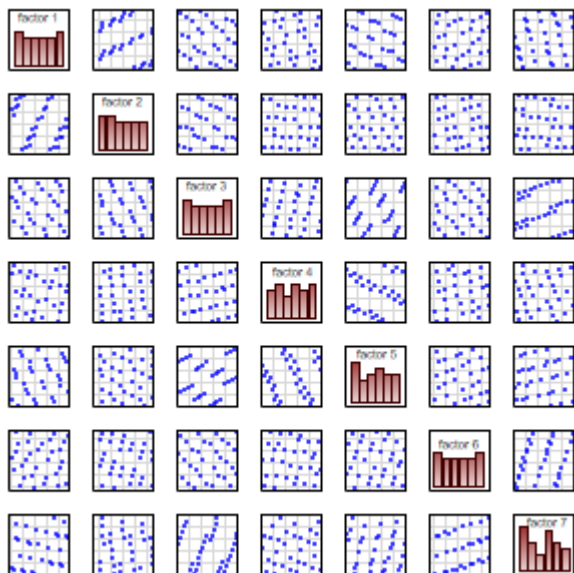
30	0,847	0,430	0,226	0,216	0,385	0,715	0,193
31	0,759	0,261	0,983	0,907	0,014	0,289	0,716
32	0,670	0,092	0,741	0,597	0,644	0,863	0,239
...
92	0,366	0,952	0,193	0,031	0,415	0,294	0,627
93	0,278	0,783	0,950	0,722	0,044	0,868	0,150
94	0,189	0,614	0,708	0,412	0,674	0,442	0,673
94	0,101	0,445	0,465	0,103	0,303	0,016	0,196
96	0,012	0,276	0,223	0,793	0,933	0,590	0,719
97	0,924	0,107	0,980	0,484	0,562	0,164	0,243
98	0,836	0,938	0,738	0,175	0,192	0,738	0,766
99	0,747	0,769	0,495	0,865	0,821	0,311	0,289
100	0,659	0,600	0,253	0,556	0,451	0,885	0,812



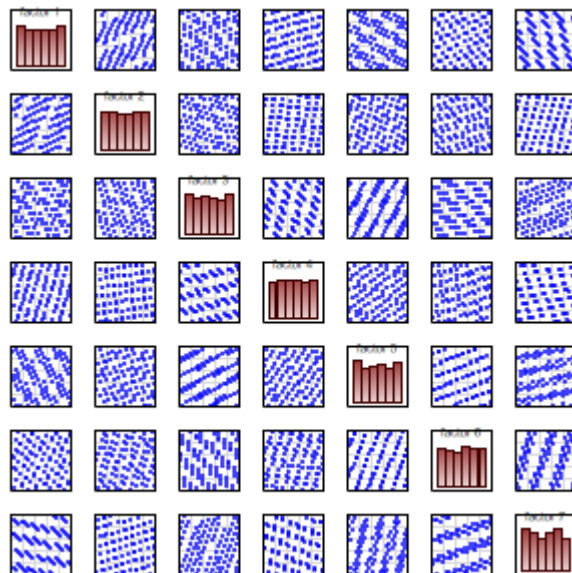
а



б



в



г

Рисунок 1 – Дослідження проєкційних властивостей всіх R -последностей попарно: а – шести- факторний ПЕ із кількістю точок $N = 32$; б – шести-факторний ПЕ $N = 100$; в – семи-факторний ПЕ із кількістю точок $N = 32$; г – семи-факторний ПЕ $N = 100$

Таблиця 3 – Показники узагальнених розбіжностей для багатовимірних ПЕ із різною кількістю точок

Кількість точок ПЕ	N = 10		N = 32		N = 100		N = 1000	
	CD(D _n) ²	WD(P) ²	CD(D _n) ²	WD(P) ²	CD(D _n) ²	WD(P) ²	CD(D _n) ²	WD(P) ²
Шести- факторний ПЕ	0,122	11,495	0,021	11,29	0,0053	11,25	0,000501	11,238
Семи- факторний ПЕ	0,199	15,491	0,038	15,08	0,0083	15	0,000564	14,98

Отже, із збільшенням розмірності гіперпростору та кількості точок підтверджується доволі прийнятна гомогенність та проєкційні властивості ПЕ в багатовимірних факторних просторах.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Продемонструємо використання одного із створених ПЕ на прикладі сурогатного моделювання в вихрострумівій структуроскопії.

Вихрострумива структуроскопія передбачає розв’язок оберненої задачі відновлення профілів електрофізичних характеристик ОК за сигналом вимірювального перетворювача, що базується на попередньому розв’язку прямої задачі і для реалізації якої в реальному масштабі часу необхідна високопродуктивна метамодель [14, 15].

При створенні метамоделі на «точну» фізичну модель процесу вимірювання профілів електрофізичних параметрів необхідно максимально врахувати умови проведення та можливі варіанти зміни впливових факторів на сигнал ВСП.

Функція апроксимації процесу вимірювання електрофізичних параметрів ОК у вихрострумівій структуроскопії є багатовимірною $E = f(\sigma(d), \mu(d), z, f, \dots)$, що залежить від низки параметрів, а саме, електропровідності та магнітної проникності, які мають неперервнозмінний профіль розподілу, висоти розташування ВСП z над ОК, частоти f струму збудження та ін.

Проте при вихрострумівій структуроскопії контроль електрофізичних параметрів у ході технологічного процесу виготовлення деталі має певні особливості. Так окрім номінальних профілів електричної провідності $\sigma(d)$ та магнітної проникності $\mu(d)$ можливий їх розкид в межах технологічного допуску $\delta T, \%$. Тобто при побудові багатовимірного ПЕ необхідно враховувати мінімальну і максимальну зміну електрофізичних параметрів профілів в межах цього допуску. В такому випадку кожний із впливових факторів прийматиме екстремальні значення, в межах яких генеруються точки ПЕ. Тоді метамодель, що враховуватиме, наприклад, шість впливових факторів матиме вигляд $E = f(\sigma_{\min}(d), \sigma_{\max}(d), \mu_{\min}(d), \mu_{\max}(d), z, f)$.

Враховуючи особливості, притаманні вихрострумівій структуроскопії, створення багатовимірного КПЕ для будь якої кількості впливових факторів здійснюється у декілька етапів. Перший етап полягає у генеруванні точок експерименту на основі безпараметричних адитивних рекурсивних R -послідовностей в одиничному гіперкубі. Другий етап – перехід розтягненням від одиничного гіперкубу до гіперпаралелепі-

педу реального факторного простору. Третій – розрахунок розподілу електрофізичних параметрів $\sigma(d)$ та $\mu(d)$ за типовим профілем, наприклад, «гаусіан» або «гіперболічний тангенс», які описуються формулами:

– профіль «гаусіан»

$$\begin{aligned} \sigma(d) &= \sigma_{\min} + (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \cdot \exp(-d^2/g^2), \\ \mu(d) &= \mu_{\min} + (\mu_{\max} - \mu_{\min}) \cdot \exp(-d^2/g^2); \end{aligned} \quad (1)$$

– профіль «гіперболічний тангенс»

$$\begin{aligned} \sigma(d) &= \sigma_{\max} + ((\sigma_{\min} - \sigma_{\max})/2) \cdot (1 + \tanh((d-c)/2a)), \\ \mu(d) &= \mu_{\max} + ((\mu_{\min} - \mu_{\max})/2) \cdot (1 + \tanh((d-c)/2a)). \end{aligned} \quad (2)$$

Продемонструємо запропонований алгоритм на прикладі створення шести- факторного КПЕ, для якого електрофізичні параметри змінюються в межах технологічного допуску $\delta T = \pm 15 \%$. В якості номінального прийнято профіль для електропровідності, мінімальне і максимального значення якого складає $\sigma_{\min} = 2 \cdot 10^5$ См/м, $\sigma_{\max} = 8 \cdot 10^6$ См/м, а для магнітної проникності – $\mu_{\min} = 1$, $\mu_{\max} = 30$ відповідно. Тоді в межах технологічного допуску діапазони зміни електричної провідності будуть $1,7 \cdot 10^5 \leq \sigma_{\min} \leq 2,3 \cdot 10^5$ См/м, $6,8 \cdot 10^6 \leq \sigma_{\max} \leq 9,2 \cdot 10^6$ См/м; магнітної проникності – $0,85 \leq \mu_{\min} \leq 1,15$, $25,5 \leq \mu_{\max} \leq 34,5$. Інші вихідні дані, необхідні для створення ПЕ, наступні: діапазон зміни висоти розташування ВСП над ОК $0,5 \cdot 10^{-3} \leq z \leq 0,5 \cdot 10^{-3}$ м та діапазон частоти струму збудження складає $1 \cdot 10^3 \leq f \leq 10 \cdot 10^3$ Гц.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

За згенерованими R -послідовностями (див. табл. 1) здійснено перехід масштабуванням від одиничного гіперкубу до гіперпаралелепіпеду реального факторного простору, числові значення яких наведено в таблиці 5 для кількості точок ПЕ $N = 75$. Така кількість точок обрана для зручності наочної демонстрації гомогенності ПЕ. Необхідно теж зазначити, що такий перехід не суттєво впливає на якість, а саме, гомогенність розподілу точок ПЕ. Деякі двовимірні проєкції такого ПЕ з використанням діаграм Вороного, які дозволяють візуально оцінити проєкційні властивості створеного плану за площею кожного утвореного сегменту, показано на рис. 2.

Таблиця 5 – Числові дані масштабованих R -последовностей для реального шести-факторного простору

Точки ПЕ	$\sigma_{\min} \times 10^5, \text{См/м}$	$\sigma_{\max} \times 10^6, \text{См/м}$	μ_{\min}	μ_{\max}	$z \times 10^{-3}, \text{м}$	$f, \text{Гц}$
1	1,939	7,538	0,918	26,87	0,7152	1240
2	1,878	7,076	1,135	32,74	2,18	5981
3	1,818	9,014	1,053	29,608	1,146	1721
4	1,757	8,553	0,971	26,478	2,611	6461
5	2,296	8,091	0,889	32,348	1,576	2201
6	2,235	7,629	1,106	29,218	0,5413	6941
7	2,174	7,167	1,024	26,088	2,006	2681
8	2,114	9,105	0,942	31,957	0,971	7421
9	2,053	8,644	0,859	28,826	2,437	3162
10	1,992	8,182	1,077	25,696	1,402	7902
...
30	1,976	8,546	0,932	26,089	0,705	3706
31	1,915	8,084	1,149	31,959	2,172	8447
32	1,854	7,622	1,067	28,829	1,137	4186
33	1,793	7,16	0,985	25,698	2,602	8926
34	1,733	9,098	0,902	31,568	1,567	4667
35	2,272	8,636	1,12	28,438	0,532	9407
...
65	2,248	9,182	1,052	33,527	1,989	7613
66	2,187	8,72	0,97	30,397	0,9543	3353
67	2,126	8,259	0,887	27,267	2,42	8094
68	2,065	7,797	1,105	33,136	1,385	3834
69	2,004	7,335	1,023	30,005	2,85	8573
70	1,943	6,873	0,94	26,875	1,815	4314
71	1,883	8,811	0,858	32,745	0,780	9054
72	1,822	8,35	1,076	29,615	2,246	4794
73	1,761	7,888	0,994	26,485	1,211	9535
74	1,7	7,426	0,911	32,353	2,676	5275
75	2,239	6,964	1,129	29,223	1,641	1015

Завершальним етапом формування масиву даних за створеним шести-факторним ПЕ є розрахунок профілів електричної провідності $\sigma(d)$ та магнітної проникності $\mu(d)$ за функціями (1) або (2). Визначимо вихідні дані для цього розрахунку наступними: товщина приповерхневого шару ОК $d = 3$ мм, кількість умовних шарів розбиття приповерхневого шару $n = 30$. Результат обчислення цих розподілів в приповерхневому шарі ОК в деяких точках ПЕ за профілями «гаусіан» та «гіперболічний тангенс» наведено на рис. 3.

Отже, для розглянутого прикладу сформована сукупність «навчальних» даних із врахуванням шести найвпливовіших факторів, яка необхідна для побудови гіперповерхні відгуку $E = f(\sigma(d), \mu(d), z, f)$ при створенні метамоделі.

6 ОБГОВОРЕННЯ

З ростом вимірності факторного простору задачі створення планів експерименту значно ускладнюються. Ця тенденція є справедливою також для однорідних планів, для створення яких використовуються квазівипадкові послідовності. Для успішного створення плану необхідною умовою є адекватний вибір одновимірної квазіпослідовності з низькими розбіжностями, що є ефективною щодо рівномірного розподілу навіть малої кількості точок плану. Крім того,

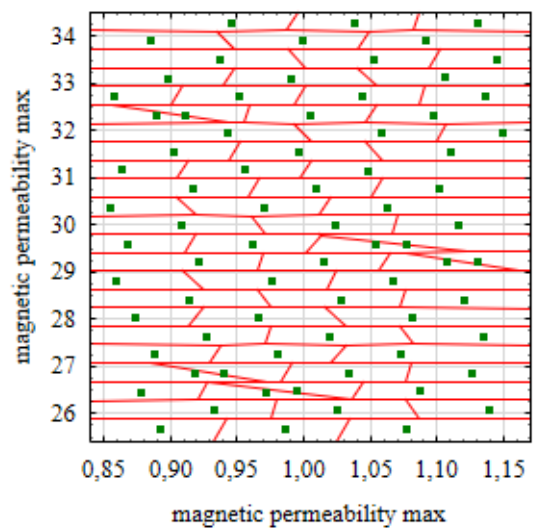
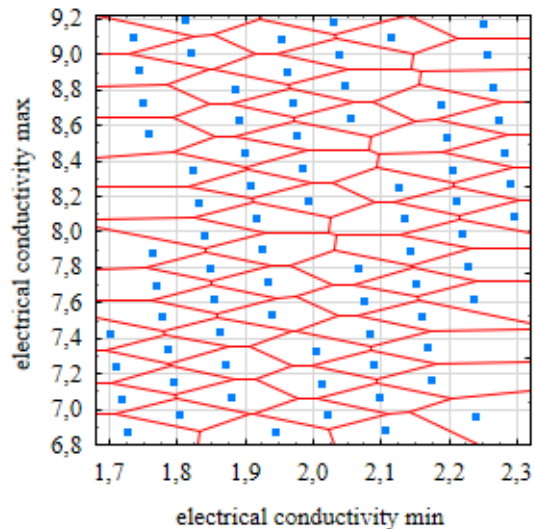


Рисунок 2 – Візуалізація деяких двовимірних проєкцій шести-факторного ПЕ з використанням діаграм Вороного: а – $(\sigma_{\min}, \sigma_{\max})$; б – (μ_{\min}, μ_{\max})

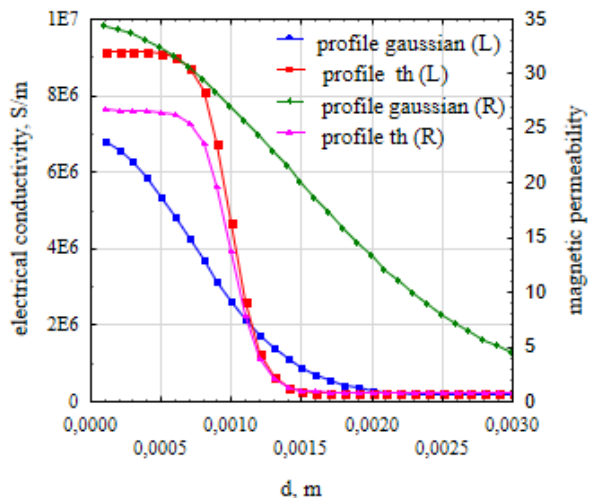


Рисунок 3 – Розподіл за профілем «гаусіан» та «гіперболічний тангенс» електричної провідності $\sigma(d)$ та магнітної проникності $\mu(d)$ по глибині приповерхневого шару ОК

дуже важливим наступним етапом є об'єднання необхідної кількості декількох одновимірних послідовностей в єдину комбінацію, яка реалізує в результаті багатовимірний план. Отже, навіть при наявності високоякісних одновимірних послідовностей із-за значної кількості варіантів комбінацій досить проблемно знайти такий, що забезпечує високу гомогенність та якісні проєкційні властивості плану, який створюється. З цих причин застосування нових квазівипадкових послідовностей, до яких відносяться послідовності Робертса, для побудови планів є доцільним. На даний час вважається, що найкращими серед одновимірних квазіпослідовностей є ЛП_τ-послідовності Соболя. Проте найліпший результат з їх використанням досягається кропіткими дослідженнями із вибору їх вдалих комбінацій. Враховуючи відому кількість їх, що сягає близько п'яти десятків, виконання цього завдання для багатofакторних планів є фактично неможливим. В той же час застосування безпараметричних адитивних рекурсивних R-послідовностей Робертса дозволяє гарантовано забезпечити ПЕ з низькими показниками розбіжностей без проведення додаткових досліджень щодо можливості поєднання їх в один варіант комбінації, що було доведено дослідженнями [13] на планах до п'яти факторів включно. В цій статті наведена в [13] методологія створення однорідних планів була поширена на випадки більшої вимірності факторного простору. Отримані результати щодо побудови шести- та семи-факторних ПЕ підтверджують їх достатньо високоякісні проєкційні властивості та надають перспективи для їх практичного застосування як в моделюванні, так і для експериментальних досліджень.

ВИСНОВКИ

Розв'язано задачу створення однорідних планів багатofакторних експериментів на квазівипадкових R-послідовностях Робертса.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що вперше для каталогізації запропоновані шести- та семи- факторні однорідні комп'ютерні плани експериментів із використанням квазівипадкових рекурсивних R-послідовностей Робертса, які забезпечують їх гарантовано низькі показники центрованої та циклічної розбіжностей та достатньо високоякісні проєкційні властивості без етапу добору вдалих комбінацій векторів плану. Це є відмінною особливістю запропонованих планів і відрізняє процес їх створення при застосуванні інших типів квазіпослідовностей.

Практична значущість результатів роботи полягає у тому, що результати досліджень можуть бути використані при побудові сурогатних математичних моделей фізичних процесів будь-якими відомими методами апроксимації. Також можливим є їх використання при реалізації кратного чисельного інтегрування, визначенні Парето-фронтів в задачах багатокритеріальної оптимізації.

© Гальченко В. Я., Кошовий М. Д., Трємбовецька Р. В., 2022
DOI 10.15588/1607-3274-2022-3-2

Перспективи подальших досліджень полягають у пошуку можливостей щодо покращення показників узагальнених розбіжностей в однорідних комп'ютерних планах експериментів, що реалізують ітеративний дизайн заповнення простору.

ПОДЯКИ

Робота проведена в рамках науково-дослідної роботи Черкаського державного технологічного університету «Обернені задачі вихрострумовеого контролю: моделі, алгоритми, методи оптимізації» (№ держ. реєстрації – 0120U103875).

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Dean A. M. Design and analysis of experiments / A. M. Dean, D. Voss, D. Draguljic, 2nd edn. – New York : Springer, 2017. – 840 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-52250-0>.
2. Antony J. Fractional Factorial Designs / J. Antony // Design of Experiments for Engineers and Scientists. – Elsevier, 2014. – P. 87–112. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-099417-8.00007-9>.
3. Crombecq K. Efficient space-filling and non-collapsing sequential design strategies for simulation-based modeling / K. Crombecq, E. Laermans, T. Dhaene // European Journal of Operational Research. – 2011. – Vol. 214, №3. – P. 683–696. DOI: 10.1016/j.ejor.2011.05.032.
4. Garud S. S. Design of Computer Experiments: A Review / S. S. Garud, A. I. Karimi, M. Kraft // Computers & Chemical Engineering. – 2017. – Vol. 106. – P. 71–95. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2017.05.010.
5. Leatherman E. R. Computer Experiment Designs for Accurate Prediction / E. R. Leatherman, T. J. Santner, A. M. Dean // Statistics and Computing. – 2018. – Vol. 28. – P. 739–751. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11222-017-9760-8>.
6. Joseph V. R. Designing computer experiments with multiple types of factors: The MaxPro approach / V. R. Joseph, E. Gul, S. Ba // Journal of Quality Technology. – 2019. – Vol. 52, № 4. – P. 1–12. DOI: 10.1080/00224065.2019.1611351.
7. Cui Q. A modified Latin hypercube sampling based on prior information / Q. Cui, H. Duan, X. Wang // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 768, № 5. – P. 052079. DOI: 10.1088/1757-899X/768/5/052079.
8. Ba S. Optimal Sliced Latin Hypercube Designs / S. Ba, W. R. Myers, W. A. Breneman // Technometrics. – 2015. – Vol. 57, № 4. – P. 479–487. DOI: 10.1080/00401706.2014.957867.
9. Joseph V. R. Maximum projection designs for computer experiments / V. R. Joseph, E. Gul, S. Ba // Biometrika, Biometrika Trust. – 2015. – Vol. 102, №2. – P. 371–380. DOI: 10.1093/biomet/asv002.
10. Mu W. A class of space-filling designs and their projection properties / W. Mu, S. Xiong // Statistics & Probability Letters. – 2018. – Vol. 141. – P. 129–134. doi:10.1016/j.spl.2018.06.002.
11. Surrogate Modelling with Sequential Design for Expensive Simulation Applications / [J. van der Herten, T. V. Steenkiste, I. Couckuyt, T. Dhaene]. – Computer Simulation, 2017. – 266 p. DOI: <https://doi.org/10.5772/67739>.
12. Koziel S. Surrogate Modeling For High-frequency Design: Recent Advances / S. Koziel, A. Pietrenko-dabrowska. – EUROPE: WSPC, March 5, 2022. – 468 p. DOI: <https://doi.org/10.1142/q0317>.
13. The construction of effective multi-dimensional computer designs of experiments based on a quasi-random additive recursive R_n-sequence / [V. Halchenko, R. Trembovetska, V. Tyckov, A. Storchak] // Applied Computer Systems. – 2020. – Vol. 25, № 1. – P. 70–76. DOI: <https://doi.org/10.2478/acss-2020-0009>.

14. Additive neural network approximation of multidimensional response surfaces for surrogate synthesis of eddy-current probes / [V. Ya Halchenko., R. V. Trembovetska, V. V. Tychkov et al.] // *Przegląd Elektrotechniczny*. – 2021. – № 9. – P. 46–49. <https://doi.org/10.15199/48.2021.09.10>.
15. Halchenko V. Ya. Surrogate synthesis of frame eddy current probes with uniform sensitivity in the testing zone / V. Ya.

Halchenko, R. V. Trembovetska, V. V. Tychkov // *Metrology and Measurement Systems*. – 2021. – Vol. 28, № 3. – P. 551–564. <https://doi.org/10.24425/mms.2021.137128>.

Стаття надійшла до редакції 23.05.2022.
Після доробки 20.08.2022.

УДК 519.242.5:620.179.147

ОДНОРОДНЫЕ ПЛАНЫ МНОГОФАКТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА КВАЗИСЛУЧАЙНЫХ R-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ РОБЕРТСА ДЛЯ СУРРОГАТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ВИХРОСТИЛЬНОЙ СТРУКТУРОСКОПИИ

Гальченко В. Я. – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры приборостроения, мехатроники и компьютеризированных технологий, Черкасский государственный технологический университет, Черкассы, Украина.

Кошевой Н. Д. – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры интеллектуальных измерительных систем и инженерии качества, Национальный аэрокосмический университет им. М. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Трембовецкая Р. В. – д-р техн. наук, доцент, доцент кафедры приборостроения, мехатроники и компьютеризированных технологий, Черкасский государственный технологический университет, Черкассы, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Работа посвящена вопросам создания многофакторных планов экспериментов на основе квазислучайных рекурсивных R-последовательностей Робертса. Объектом исследований является процесс создания однородных компьютерных планов экспериментов. Цель статьи состоит в создании многофакторных, а именно шести- и семи-факторных, однородных планов экспериментов с низкими показателями расхождений, исследовании их проекционных свойств и демонстрации их использования на примере суррогатного моделирования в вихреговой структуроскопии.

Метод. Для построения многомерных планов экспериментов применен итеративный метод равномерного заполнения единичного гиперкуба опорными точками, обеспечивающий приемлемые показатели гомогенности и реализуемый на основе квазислучайных безпараметрических аддитивных рекурсивных R-последовательностей Робертса с использованием иррациональных чисел, которые, в свою очередь, получены на основе обобщенной последовательности Фибоначчи. Критерием совершенства планов является оценка гомогенности по показателям расхождений, инвариантных относительно вращения координат и перемаркировки, а также упорядочивания факторов и которые количественно характеризуют отклонение сгенерированного распределения от идеального равномерного.

Результаты. Для каталогизации созданы шести- и семи-факторные однородные компьютерные планы экспериментов, которые характеризуются низкими показателями расхождений и достаточно высококачественными проекционными свойствами. Подтверждена, ранее доказанная в исследованиях авторов, тенденция сохранения этих характеристик планов экспериментов в многомерных факторных пространствах, которая также наблюдается с увеличением количества точек плана. Оценка качества созданных планов экспериментов осуществлялась как визуальным анализом матрицы рассеяния всех двумерных проекций, так и по количественным показателям неоднородности совокупности векторов, образующих план, а именно центрированным и циклическим расхождениям.

На примере начального этапа создания суррогатной модели для решения задачи идентификации профилей электрофизических параметров в вихреговой структуроскопии показаны некоторые особенности применения созданных планов, а именно переход масштабированием от плана для единичного гиперкуба к плану в реальном факторном пространстве в виде гиперпараллелепипеда, что существенно не влияет на его характеристики гомогенности распределения точек.

Выводы. Впервые решена задача создания шести- и семи-факторных однородных планов экспериментов с низкими показателями центрированного и циклического расхождений на основе R-последовательностей Робертса. Исследованы проекционные свойства созданных планов экспериментов для различного количества точек. Усовершенствован метод построения многомерных компьютерных планов экспериментов с учетом особенностей, характерных для вихреговой структуроскопии. Продемонстрировано использование шестимерных планов экспериментов на примере суррогатного моделирования в вихреговой структуроскопии. Результаты исследования могут быть использованы при построении суррогатных математических моделей физических процессов любыми известными методами аппроксимации.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: компьютерный план эксперимента, суррогатная модель (метамодель), однородное распределение, квазислучайные последовательности, проекционные свойства, показатели расхождения.

UDC 519.242.5:620.179.147

HOMOGENEOUS PLANS OF MULTI-FACTORY EXPERIMENTS ON QUASI-RANDOM R-ROBERTS SEQUENCES FOR SURROGATE MODELING IN A VORTEX STYLE STRUCTUROSCOPY

Galchenko V. Ya. – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Instrumentation, Mechatronics and Computerized Technologies, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine.

Koshevoy M. D. – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Intelligent Measuring Systems and quality engineering, National Aerospace University. M. E. Zhukovsky “Kharkiv aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

Trembovetskaya R. V. – Dr. Sc., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Instrument Engineering, Mechatronics and Computerized Technologies, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The article is devoted to the creation of multifactorial experimental plans based on quasi-random recursive Roberts R -sequences. The object of the research is the process of creating computer-aided experimental design plans. The aim of the article is to create multifactorial, namely six- and seven-factor, uniform plans of experiments with low discrepancies, study of their projection properties and demonstrate their use on the example of surrogate modeling in eddy current structuroscopy.

Method. An iterative method of unit hypercube even filling with reference points was used for constructing multidimensional experimental plans. It provides acceptable indicators of homogeneity and is realized on the basis of quasi-random nonparametric additive recursive Roberts R -sequences using irrational numbers, which, in turn, are obtained on the basis of the generalized Fibonacci sequence. The criterion for plans perfection is the assessment of homogeneity in terms of differences invariant with respect to the rotation of coordinates and re-marking and ordering of factors and which quantitatively characterize the deviation of the generated distribution from the ideal uniform.

Results. Six- and seven-factor computer uniform experimental plans have been created for cataloging, which are characterized by low discrepancies and sufficiently high-quality projection properties. The tendency, which had been previously proved in the authors' research, for preserving these experimental plans characteristics in multidimensional factor spaces, which is observed with increasing number of plan points, has been confirmed. The evaluation of the quality of the created experimental plans is carried out both by visual analysis of the scattering matrix of all two-dimensional projections and by quantitative indicators of heterogeneity of the set of vectors that form the plan, namely centered and cyclic discrepancies.

The example of the initial stage of creating a surrogate model to solve the problem of identifying profiles of electrophysical parameters in eddy current structuroscopy shows certain features of the application for created plans, in particular the transition from the plan for a unit hypercube to the plan in real factor space in the form of a hyperparallelepiped, which does not significantly affect its characteristics of homogeneity of the distribution of points.

Conclusions. For the first time, the problem of creating six- and seven-factor uniform plans of experiments with low rates of centered and cyclic discrepancies based on R -sequences of Roberts was solved. The projection properties of the created experimental plans for different number of points were investigated. The method of constructing multidimensional computer plans of experiments taking into account the peculiarities of eddy current structuroscopy was improved. The use of six-dimensional experimental plans on the example of surrogate modeling in eddy current structuroscopy was demonstrated. The results of the study can be used in the construction of surrogate mathematical models of physical processes by any known methods of approximation.

KEYWORDS: computer plan of the experiment, surrogate model (metamodel), uniform distribution, quasi-random sequences, projection properties, indicators of discrepancy.

REFERENCES

1. Dean A. M., Voss D., Draguljic D. 2nd edn. Design and analysis of experiments. New York, Springer, 2017, 840 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-52250-0>.
2. Antony J. Fractional Factorial Designs, *Design of Experiments for Engineers and Scientists*. Elsevier, 2014, pp. 87–112. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-099417-8.00007-9>.
3. Crombecq K., Laermans E., Dhaene T. Efficient space-filling and non-collapsing sequential design strategies for simulation-based modeling, *European Journal of Operational Research*, 2011, Vol. 214, No. 3, pp. 683–696. DOI: 10.1016/j.ejor.2011.05.032.
4. Garud S. S., Karimi A. I., Kraft M. Design of Computer Experiments: A Review, *Computers & Chemical Engineering*, 2017, Vol. 106, pp. 71–95. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2017.05.010.
5. Leatherman E. R., Santner T. J., Dean A. M. Computer Experiment Designs for Accurate Prediction, *Statistics and Computing*, 2018, Vol. 28, pp. 739–751. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11222-017-9760-8>.
6. Joseph V. R., Gul E., Ba S. Designing computer experiments with multiple types of factors: The MaxPro approach, *Journal of Quality Technology*, 2019, Vol. 52, No. 4, pp. 1–12. DOI: 10.1080/00224065.2019.1611351.
7. Cui Q., Duan H., Wang X. A modified Latin hypercube sampling based on prior information, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, Vol. 768, No. 5, pp. 052079. DOI: 10.1088/1757-899X/768/5/052079.
8. Ba S., Myers W. R., Breneman W. A. Optimal Sliced Latin Hypercube Designs, *Technometrics*, 2015, Vol. 57, No. 4, pp. 479–487. DOI: 10.1080/00401706.2014.957867.
9. Joseph V. R., Gul E., Ba S. Maximum projection designs for computer experiments, *Biometrika, Biometrika Trust*, 2015. Vol. 102, No. 2, pp. 371–380. DOI: 10.1093/biomet/asv002.
10. Mu W., Xiong S. A class of space-filling designs and their projection properties, *Statistics & Probability Letters*, 2018. Vol. 141, pp. 129–134. doi:10.1016/j.spl.2018.06.002.
11. Herten J., Steenkiste T. V., Couckuyt I., Dhaene T. Surrogate Modelling with Sequential Design for Expensive Simulation Applications, *Computer Simulation*, 2017, 266 p. DOI: <https://doi.org/10.5772/67739>.
12. Koziel S., Pietrenko-dabrowska A. Surrogate Modeling For High-frequency Design: Recent Advances, *EUROPE: WSPC*, March 5, 2022, 468 p. DOI: <https://doi.org/10.1142/q0317>.
13. Halchenko V., Trembovetska R., Tychkov V., Storchak A. The construction of effective multi-dimensional computer designs of experiments based on a quasi-random additive recursive R_d -sequence, *Applied Computer Systems*, 2020. – Vol. 25, No. 1, pp. 70–76. DOI: <https://doi.org/10.2478/acss-2020-0009>.
14. Halchenko V. Ya., Trembovetska R. V., Tychkov V. V. et al. Additive neural network approximation of multidimensional response surfaces for surrogate synthesis of eddy-current probes, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2021, No. 9, pp. 46–49. <https://doi.org/10.15199/48.2021.09.10>.
15. Halchenko V. Ya. Trembovetska R. V., Tychkov V. V. Surrogate synthesis of frame eddy current probes with uniform sensitivity in the testing zone, *Metrology and Measurement Systems*, 2021, Vol. 28, No. 3, pp. 551–564. <https://doi.org/10.24425/mms.2021.137128>.