
РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

РАДІОЕЛЕКТРОНИКА ТА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 517.958:537.8

Дорошенко В. А.¹, Стрельницький А. Е.², Стрельницький А. А.³¹Д-р. физ.-мат. наук, профессор, декан, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина²Канд. техн. наук, доцент, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина³Аспирант, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина, E-mail: o.stral@i.ua

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОНИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ С ПОЛУПРОЗРАЧНЫМИ СТЕНКАМИ И ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЬЮ

Рассмотрена краевая задача возбуждения гармоническим электрическим радиальным диполем полубесконечного полупрозрачного кругового тонкого конуса с продольной щелью. Метод решения задачи основан на использовании потенциала Дебая, интегральных преобразований Конторовича-Лебедева и метода рядов Фурье. Получено аналитическое решение задачи и исследовано влияние щели на спектр, структуру поля и его поведения у вершины конуса.

Ключевые слова: диполь, полупрозрачный конус, продольная щель, строгий метод, аналитическое решение.

ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование процессов взаимодействия электромагнитных волн с объектами является одним из базовых этапов проектирования и создания современных радиоэлектронных приборов и устройств. Построение математической модели, адекватной рассматриваемому физическому процессу, является ключевым моментом и играет существенную роль в теоретическом изучении рассеивающих и фокусирующих свойств тел. Задача дифракции электромагнитных волн на канонических сплошных идеально проводящих регулярных и однородных структурах (цилиндр, шар) относятся к хорошо исследованным задачам теории дифракции, чего нельзя сказать об электродинамических краевых задачах для импедансных нерегулярных и незамкнутых структурах. Усложнение конструкций радиофизических, радиотехнических и электронных приборов и устройств значительно расширяют область их применения, но приводит к необходимости совершенствования соответствующих математических моделей. Так, наличие ребер (вершин, краев) приводит к возникновению краевых волн, которые

нередко вносят существенный вклад в рассеиваемое поле. Конические структуры занимают особое место среди канонических структур, поскольку имеют вершину и являются моделями широкополосных и сверх-широкополосных антенн [1]. Задачам дифракции электромагнитных волн на неограниченном круговом идеально проводящем конусе посвящено значительное число работ [2–6]. Для практических приложений интерес представляет решение электродинамических задач для неидеально проводящих конусов (полупрозрачных, резистивных, диэлектрических и т.д.) [7–9]. Наличие неоднородностей в виде щелей на поверхности рассеивающих экранов меняет структуру рассеянного поля и приводит к появлению щелевых и реберных волн, а также к расширению рабочей полосы радиотехнических устройств [10, 11]. Анализ литературных источников показал отсутствие строгого решения краевой электродинамической задачи для полупрозрачного конуса с прорезанной от вершины продольной щелью.

Целью данной работы является исследование модельной задачи возбуждения точечным источником полубесконечного неидеальнопроводящего конуса с продольной щелью.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Электрический радиальный диполь с единичным моментом возбуждает полу-бесконечный круговой полупрозрачный тонкий конус Σ с углом раскрыва 2γ и находится на оси конуса в точке $B(\vec{r}_0)$ (рис. 1). Поле диполя изменяется по гармоническому закону $e^{-i\omega t}$. Свойство конической поверхности частично отражать и частично пропускать электромагнитное поле определяется параметром прозрачности $W > 0$. Вдоль образующей конуса от его вершины прорезана продольная щель с угловой шириной d , равной по величине двугранному углу, который образован плоскостями, проходящими через ось конуса и кромки щели.

Поскольку коническая поверхность является координатной поверхностью сферической системы координат r, θ, φ введем ее с началом в вершине конуса ($r = 0$), который определяется уравнением $\theta = 2\gamma$.

Задача заключается в нахождении в присутствии источника и конической поверхности полного поля \vec{E}, \vec{H} :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1, \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1, \quad (1)$$

где \vec{E}_0, \vec{H}_0 поле источника, а \vec{E}_1, \vec{H}_1 – рассеянное конусом поле. Искомое поле \vec{E}, \vec{H} удовлетворяет:

1) уравнениям Максвелла вне полупрозрачного конуса и источника;

2) краевым условиям на поверхности конуса:

$$\begin{aligned} \vec{n} \times \left\{ \vec{n} \times [\vec{E}^+ + \vec{E}^-] \right\} &= Z \vec{n} \times L [\vec{H}^+ - \vec{H}^-], \\ \vec{n} \times \vec{E}^+ &= \vec{n} \times \vec{E}^-; \end{aligned} \quad (2)$$

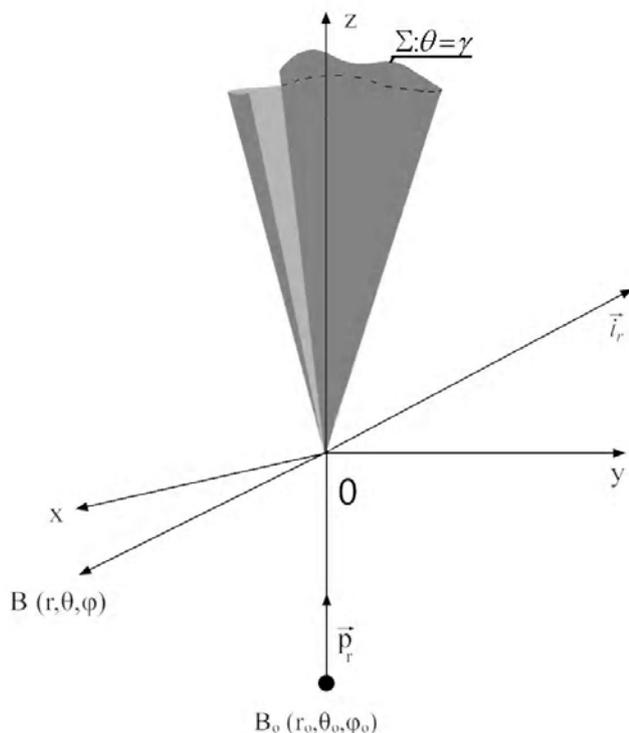


Рис. 1. Полубесконечный круговой полупрозрачный тонкий конус с продольной щелью

3) условию на бесконечности;

4) условию ограниченности энергии в любой ограниченной области пространства,

где $\vec{E}^\pm = \vec{E}|_{\theta=\gamma\pm 0}$; $Z = \frac{2w}{q} W \sin \gamma$, $q = -ik$, $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$,

$w = \sqrt{\mu/\epsilon}$ – волновое сопротивление среды, ϵ и μ – проницаемости среды, в которую помещен незамкнутый полупрозрачный конус, \vec{n} – внешняя нормаль к поверхности конуса Σ , L – дифференциальный оператор 2-го порядка по радиальной координате:

$$LU = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (rU).$$

Следует отметить, что наличие в краевых условиях (2) дифференциального оператора позволяет построить уточненную модель неидеально проводящей конической поверхности по сравнению с моделью краевых условий с линейной зависимостью между электрическим и магнитным полями [12]. Краевая электродинамическая задача в такой постановке имеет единственное решение [13]. Введем потенциал Дебая u , через который выражаются составляющие электромагнитного поля [14]. Полному полю \vec{E}, \vec{H} соответствует потенциал u , а полю источника и рассеянному полям, соответственно, u_0 и u_1 :

$$u = u_0 + u_1.$$

Таким образом, исходная электродинамическая задача 1)–4) свелась к смешанной краевой задаче математической физики относительно потенциала u , который удовлетворяет:

– уравнению Гельмгольца

$$\Delta u - q^2 u = 0,$$

всюду вне незамкнутой полупрозрачной конической поверхности и источника;

– принципу предельного поглощения;

– условию ограниченности энергии;

– краевым условиям на конусе, соответствующим (2):

$$\begin{aligned} u|_{\theta=\gamma} &= W \sin \gamma \left[\frac{\partial u}{\partial \theta} \right]_{\theta=\gamma} = 0, \\ [Q]|_{\theta=\gamma} &= Q|_{\theta=\gamma+0} - Q|_{\theta=\gamma-0}. \end{aligned} \quad (3)$$

МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Для решения краевой задачи применим интегральные преобразования Канторовича-Лебедева [15] относительно радиальной координаты и представим неизве-

стний потенціал для розсіяного конусом поля u_1 в такому вигляді

$$u_1 = \frac{1}{2\pi^2 \varepsilon r_0} \int_0^\infty \tau \theta \pi \tau \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \times \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma) \hat{U}_{i\tau} d\tau \quad (4)$$

де $K_{i\tau}(qr)$ функція Макдональда, $P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma)$ функція Лежандра 1-го роду,

$$\hat{U}_{i\tau} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \frac{P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \gamma)} e^{in\varphi} \quad (5)$$

x_n невідомі коефіцієнти, а знак «+» в (5) відповідає області $0 < \theta < \gamma$, і «-» – області $\gamma < \theta < \pi$. В результаті використання крайових умов (3), а також умови неперервності потенціала і його частинних похідних в щелі приходимо до таких функціональних рівнянь відносно шуканих коефіцієнтів x_n :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sigma_{i\tau}^{(n)} x_n e^{in\varphi} = 1, \quad d/2 < |\varphi| \leq \pi, \quad \sigma_{i\tau}^{(n)} = 1 + 2W \varpi_{i\tau}^{(n)}, \quad (6)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \varpi_{i\tau}^{(n)} x_n e^{in\varphi} = 0, \quad |\varphi| < d/2, \quad (7)$$

$$\varpi_{i\tau}^{(n)} = \frac{(-1)^n \operatorname{ch} \pi \tau \Gamma(1/2 + i\tau + n)}{\pi \Gamma(1/2 + i\tau - n)} \times \frac{1}{P_{-1/2+i\tau}^n(-\cos \gamma) P_{-1/2+i\tau}^n(\cos \gamma)}$$

Сведемо (6), (7) до системи лінійних алгебраїчних рівнянь фредгольмівського типу (СЛАУ-2), оскільки розв'язати (6), (7) представляється проблематичним через їх неустойчивість. Використовуючи метод рядів Фур'є, приходимо до СЛАУ-2 такого виду

$$\varpi_{i\tau}^{(p)} x_p = \frac{1}{2W} \left\{ B_{0,p}(\delta) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_{n,p}(\delta) x_n \right\}, \quad (8)$$

$$\delta = d/2, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$B_{n,p}(\delta) = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \frac{\sin(n-p)\delta}{n-p}, & n \neq p, \\ \frac{1}{\pi}(\pi - \delta), & n = p. \end{cases}$$

В результаті формального предельного переходу в (8) при исчезновіні щелі ($d \rightarrow 0$) отримуємо значення коефіцієнтів для сплошного напівпрозорого конуса:

$$x_0 = \frac{1}{2W \varpi_{i\tau}^{(0)} + 1}, \quad x_p = 0 \quad \text{для } p \neq 0.$$

Тоді потенціал для розсіяного сплошним напівпрозорим конусом поля має вигляд

$$u_1 = \frac{1}{2\pi^2 \varepsilon r_0} \int_0^\infty \tau \theta \pi \tau \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \times \frac{P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma)}{2W \varpi_{i\tau}^{(0)} + 1} \frac{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \gamma)} d\tau \quad (9)$$

Для вивчення структури розсіяного поля і спектра крайової задачі слід перейти до інтегрування по мнимій осі, використавши теорему Коші про вичетах [16] і записати інтеграл в (9) у вигляді ряду вичетів подинтегральної функції. Подінтегральна функція після перетворення інтеграла є мероморфною функцією комплексної змінної, полюси якої є спектральними значеннями крайової задачі для сплошного напівпрозорого конуса і корнями рівняння

$$\pi P_{-1/2+\zeta}(\cos \gamma) P_{-1/2+\zeta}(-\cos \gamma) + 2W \cos \pi \zeta = 0. \quad (10)$$

При малих значеннях параметра W ($W \ll 1$), поверхнісні властивості сплошного напівпрозорого конуса незначительно відрізняються від поверхнісних властивостей сплошного ідеально провідячого конуса, а корні рівняння (10)

$$\zeta_s^\pm = \alpha_s^\pm - \frac{2}{\pi} W G_{\alpha_s^\pm}^* + O(W^2),$$

$$G_{\alpha}^* = \frac{\cos \pi \alpha}{\frac{d}{d\zeta} \left[P_{-1/2+\hat{\mu}}(\cos \gamma) P_{-1/2+\hat{\mu}}(-\cos \gamma) \right]_{\zeta=\alpha}},$$

$$P_{-1/2+\alpha_s^+}(\cos \gamma) = 0, \quad P_{-1/2+\alpha_s^-}(-\cos \gamma) = 0,$$

$$s = 0, 1, 2, 3, \dots$$

знаходяться поблизу корней $P_{-1/2+\zeta}(\pm \cos \gamma) = 0$, які визначають спектр для сплошного ідеально провідячого конуса в разі осесиметричного збудження його електричним радіальним диполем [2]. Вблизи вершини складові електричного поля ведуть себе як $(qr)^{-1+\alpha_{n,p}}$, а магнітного $(qr)^{\alpha_{n,p}}$, де

$$\alpha_{n,p} = \alpha_{ud,n,p} - \frac{W}{\pi} G_{\alpha}^{**} + O(W^2), \quad \alpha_{ud,n,p} = \alpha_0^-,$$

$$G_{\alpha}^{**} = \frac{\cos \pi \alpha_0^-}{P_{-1/2+\alpha_0^-}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\zeta} \left[P_{-1/2+\zeta}(-\cos \gamma_2) \right]_{\zeta=\alpha_0^-}}.$$

Учитывая свойства функций Лежандра, заключаем, что при достаточно малом параметре W имеем $\alpha_{n,np} < \alpha_{уд,np}$. Из вышеизложенного следует, что особенность поля у вершины сплошного полупрозрачного конуса при $W \ll 1$ больше, чем у сплошного идеально проводящего.

В случае большого значения параметра прозрачности $W \gg 1$ (полупрозрачный конус с высоким уровнем прозрачности), корни (10) такие:

$$\zeta_j = 1/2 + j + \frac{1}{2W} [P_j(\cos \gamma_2)]^2 + O(W^{-2}),$$

$$j = 0, 1, 2, 3 \dots, \zeta_0 = 1/2 + \frac{1}{2W} + O(W^{-2}). \quad (11)$$

Электромагнитное поле вблизи вершины сплошного полупрозрачного конуса ведет себя так:

$$|\vec{E}| \sim |qr|^{-1+1/2W}, \quad |\vec{H}| \sim |qr|^{1/2W}. \quad (12)$$

Отсюда следует, что особенность поля вблизи острия конуса слабо зависит от угла раствора полупрозрачного конуса.

В случае близкого расположения источника к вершине конуса (наиболее интересном для практических приложений) одна из составляющих электрического поля определяется слагаемым

$$E_{10}^* = \frac{ikp_1}{4W_1} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{-3/2+\zeta_0} \frac{\sin kr_0}{r_0} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2},$$

которое описывает сферическую ТЕМ волну, соответствующую спектральному значению ζ_0 (11) и распространяющуюся от вершины конуса. Поле этой волны и определяет поведение электромагнитного поля вблизи вершины конуса ($qr \ll 1$):

$$|\vec{E}| \sim |qr|^{-1+\alpha}, \quad |\vec{H}| \sim |qr|^\alpha, \quad \alpha = -1/2 + \zeta_0. \quad (13)$$

В структуре поля для сплошного идеально проводящего конуса такой волны нет [2], а ее существование обусловлено поверхностными свойствами полупрозрачного конуса. Вдоль оси конуса ($\theta = 0$) поле этой волны отсутствует, а вблизи поверхности конуса ($\theta = \gamma$) достигает своего наибольшего значения. Если источник располагается в точках $kr_0 = n\pi, n \in \mathbb{N}$, то поле этой волны пренебрежимо мало и ее вклад в общее поле незначителен. О возможности существования ТЕМ волн в структуре рассеянного подобной конической поверхностью поля упоминается в [8]. Для произвольных значений параметра прозрачности W анализ спектра краевой задачи может быть проведен на основе численного решения

уравнения (10). Изменению параметра W в пределах от нуля до больших значений соответствует изменение поверхностных свойств полупрозрачного конуса от свойств, близких к свойствам идеально проводящего конуса, до свойств поверхности, слабо отражающей падающее на нее поле. В соответствии с (13), поведение электромагнитного поля у вершины конуса определяется величиной параметра α , зависимость которого от параметра прозрачности и угла раскрытия конуса приведена на рис. 2, 3. Отсюда видно, что особенность поля вблизи вершины конуса слабо зависит от угла раствора конуса при больших значениях. С уменьшением параметра, особенность поля у вершины полупрозрачного конуса приближается к особенности сплошного конуса.

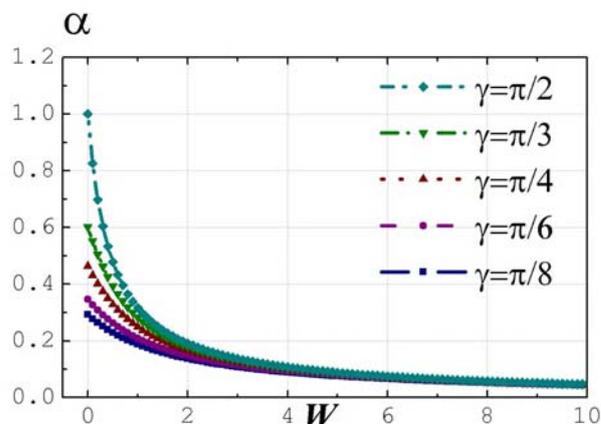


Рис. 2. Зависимость параметра α , характеризующего поведение поля у вершины конуса от параметра прозрачности W

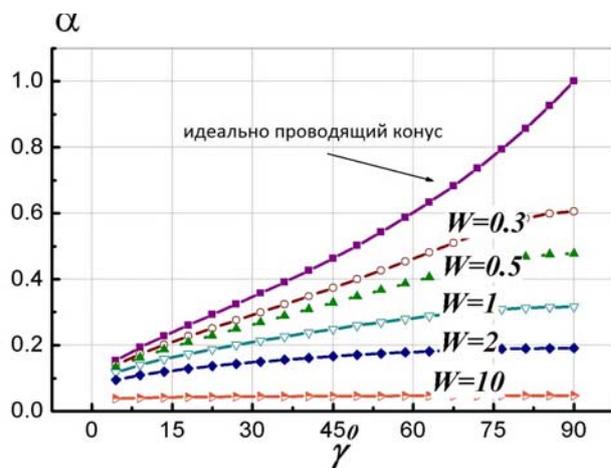


Рис. 3. Зависимость параметра α от угла раскрытия полупрозрачного конуса

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПОЛУПРОЗРАЧНОГО КОНУСА С УЗКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЬЮ

В предположении узкой щели ($\delta \ll 1$) потенциал Дебая u_1 имеет такое асимптотическое разложение по малому параметру δ вдали от щели:

$$u_1 = -\frac{1}{\pi^2 r_0 W} \int_0^{+\infty} \frac{\tau \text{sh} \pi \tau a_{0\tau} b_{0\tau}}{G_{i\tau}^{(0)} - \delta / (2\pi W)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \times \frac{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \gamma)} d\tau + \frac{\delta}{\pi^3 r_0 W} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\varphi} \int_0^{+\infty} \frac{\tau \text{sh} \pi \tau a_{0\tau} b_{0\tau}}{G_{i\tau}^{(-p)} - \delta / (2\pi W)} \times \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-n}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^{-n}(\pm \cos \gamma)} d\tau + O\left(\frac{1}{W} \delta^2 \ln \frac{1}{\delta}\right), \quad (14)$$

$$G_{i\tau}^{(M)} = \varpi_{i\tau}^{(M)} + 1/2W, \frac{\delta}{W} \ll 1, a_{0\tau} = \frac{1}{4\epsilon \text{ch} \pi \tau} \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}, b_{0\tau} = -P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma).$$

В случае исчезновения щелей на поверхности полупрозрачного конуса ($\delta \rightarrow 0$), в пределе представление для u_1 (14) совпадает с выражением для сплошного полупрозрачного конуса (9). При неограниченном возрастании параметра прозрачности W ($W \rightarrow +\infty$) полупрозрачная поверхность исчезает, а предел потенциала u_1 (14) ($W \rightarrow +\infty$) равен нулю. Появления в представлении (14) ряда Фурье по азимутальной координате φ обусловлено наличием щели на поверхности полупрозрачного конуса. В результате использования алгоритма сведения интегрального представления к представлению в виде ряда по полюсам подынтегральной функции, правую часть (14) можно записать в виде суперпозиции волн, которые возникают вследствие взаимодействия поля источника и рассеивающей конической поверхностью. Эти волны определяются собственными значениями краевой задачи, которые удовлетворяют такому спектральному уравнению:

$$G_{\zeta}^{(-p)}(\gamma, W) - \delta / (2\pi W) = 0, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

Уравнение

$$G_{\zeta}^{(0)} = 0, G_{\zeta}^{(-p)}(\gamma, W) \Big|_{p=0} = 0$$

представляет собой спектральное уравнение (10) для сплошного полупрозрачного конуса. Появление щели на поверхности полупрозрачного конуса приводит к возникновению в структуре рассеянного поля высших мод ($p = 1, 2, \dots$). При $\delta/W \ll 1$ корни (15) $\hat{\zeta}_s^{-p} = \hat{\zeta}_s^{-p}(\gamma, W, \delta)$, находятся вблизи корней $\hat{\zeta}_s^{-p} = \hat{\zeta}_s^{-p}(\gamma, W)$ уравнения ($\text{Re} \zeta > 0$)

$$G_{\zeta}^{(-p)}(\gamma, W) = 0,$$

а последние зависят как от угла раскрытия конуса γ , так и параметра прозрачности W :

$$\hat{\zeta}_s^{-p} = \hat{\zeta}_s^{-p} + \frac{\delta}{2\pi W} \frac{1}{\frac{d}{d\zeta} G_{\zeta}^{(-p)} \Big|_{\zeta=\hat{\zeta}_s^{-p}}} + O\left((\delta/W)^2\right), \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

Наименьшее собственное значение спектра находится среди корней (16) при $p = 0$. Рассмотрим значения $\hat{\zeta}_s^{-p}$ при $p = 0$:

$$\hat{\zeta}_s^{-p} \Big|_{p=0} = \hat{\zeta}_s = \zeta_s + \frac{\delta}{2\pi W} \times \frac{1}{\frac{d}{d\zeta} G_{\zeta}^{(0)} \Big|_{\zeta=\hat{\zeta}_s}} + O\left((\delta/W)^2\right), \quad (17) s = 0, 1, 2, \dots, \quad G_{\zeta}^{(0)} \Big|_{\zeta=\zeta_s} = 0.$$

Наименьшее собственное значение краевой задачи $\hat{\zeta}_0$ является наименьшим из значений (17):

$$\hat{\zeta}_0 = \zeta_0 + \frac{\delta}{2W} \frac{1}{\frac{d}{d\zeta} G_{\zeta}^* \Big|_{\zeta=\hat{\zeta}_0}} + O\left((\delta/W)^2\right), \quad (18)$$

а ζ_0 – наименьший корень функции $G_{\zeta}^{(0)}(\gamma, W)$. При $W \gg 1$ и $\delta \ll 1$ значение (18) записывается в таком виде

$$\hat{\zeta}_0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2W} - \frac{\delta}{2\pi W} + O\left((\delta/W)^2\right). \quad (19)$$

Принимая во внимание представление (11), получаем из (19)

$$\hat{\zeta}_0 \approx \zeta_0 - \frac{\delta}{2\pi W}, \quad (20)$$

из чего следует, что $\hat{\zeta}_0 < \zeta_0$.

Поле вблизи вершины полупрозрачного конуса с узкими щелями ведет себя так

$$|\vec{E}| \sim |qr|^{-3/2+\hat{\epsilon}_0}, \quad |\vec{H}| \sim |qr|^{-1/2+\hat{\epsilon}_0}.$$

На основании (20) заключаем, что наличие узкой щели усиливает имеющуюся особенность поля (12) у вершины полупрозрачного конуса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование в строгой постановке электродинамической краевой задачи для полубесконечного полупрозрачного конуса с прорезанной вдоль образующей щелью в случае его возбуждения электрическим радиальным диполем, расположенным на оси структуры. Метод решения краевой задачи базируется на использовании интегрального преобразования Конторовича-Лебедева и рядов Фурье вследствие чего исходная электродинамическая задача сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения потенциалов Дебая в ряд Фурье по азимутальной координате сферической системы координат. В частном случае сплошного полупрозрачного конуса исследованы спектр рассеянного поля и его поведение вблизи вершины. Впервые получено строгое решение в случае возбуждения конуса с узкой щелью электрическим радиальным диполем. Вследствие сравнения решений для сплошного полупрозрачного конуса и полупрозрачного конуса с продольной щелью показано, что наличие щели усиливает имеющуюся вблизи вершины полупрозрачного конуса особенность поля. Полученные в работе результаты могут быть использованы при проектировании широкополосных и сверхширокополосных антенн, а также приборов диагностики и контроля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астанин, Л. Ю. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений [Текст] / Л. Ю. Астанин, А. А. Костылев. – М. : Радио и связь, 1989. – 191 с.
2. Излучение и рассеяние волн : пер. с англ. [Текст] / Под ред. М. Л. Левина. – М. : Мир, 1978. – Т. 1, 2: Т 1 – 552 с., Т 2 – 558 с.
3. Фельд, Я. Н. Возбуждение заданными токами металлического конуса, расположенного над металлической плоскостью [Текст] / Фельд Я. Н. // Радиотехника и электроника. – 1995. – Т. 40, № 1. – С. 28–34.
4. Numerical Calculation of the diffraction coefficients for an arbitrary shaped perfectly conducting cone [Text] / [V. M. Babich, V. P. Smyshlyaev, D. B. Dement'ev, B. A. Samokhin] // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – May 1996. – Vol. 44, No. 5. – P. 740–747.
5. Горяинов, А. С. Дифракция плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси конуса [Текст] / Горяинов А. С. // Радиотехника и электроника. – 1961. – Т. 6, № 1. – С. 47–57.
6. Николаев, Б. Г. Дифракция поля точечного источника на круговом конусе [Текст] / Николаев Б. Г. // Записки науч. Семинаров. – 1974. – Т. 42, № 6. – С. 212–227.
7. Felsen, L. B. Electromagnetic properties of wedge and cone surfaces with a linearly varying surface impedance [Text] / Felsen L. B. // IRE Trans. on Antennas & Propagat. – 1959. – AP-7, No.12. – P. 231–243.
8. Гошин, Г. Г. Граничные задачи электродинамики в конических областях. [Текст] / Гошин Г. Г. – Томск : Изд-во Томск. ун-та, 1987. – 127 с.
9. Bernard, J. M. L. Analytical-numerical calculation of diffraction coefficients for an Impedance cone [Text] / J. M. L. Bernard, M. A. Lyalinov // Trans. on Antennas and Propagation. – 2008. – vol. 56, No. 6. – P. 1616–1623.
10. Шестопалов, В. П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции [Текст] / Шестопалов В. П. – К. : Наук. думка, 1983. – 251 с.
11. Дорошенко, В. А. О структуре поля радиального магнитного диполя, рассеянного конической поверхностью с прорезанными вдоль образующих щелями [Текст] / В. А. Дорошенко, В. Г. Сологуб // Радиотехника и электроника. – 1987. – Т. 32, № 5. – С. 1110–1112.
12. Senior, T. B. A. Approximate boundary conditions in electromagnetic [Text] / T. B. A. Senior, J. L. Volakis // The institution of Electrical Engineers. – London : United Kingdom, 1995. – 353 p.
13. Ваганов, Р. Б. Основы теории дифракции [Текст] / Р. Б. Ваганов, Б. З. Каценельбаум. – М. : Наука, 1982. – 272 с.
14. Вайнштейн, Л. А. Электромагнитные волны [Текст] / Вайнштейн Л. А. – М. : Радио и связь, 1988. – 440 с.
15. Уфлянд, Я. С. О некоторых новых интегральных преобразованиях и их приложениях к задачам математической физики. В кн. : Вопросы математической физики. [Текст] / Я. С. Уфлянд – Л. : Наука, 1976. – С. 93–106.
16. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного [Текст] / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – М. : Наука, 1973. – 736 с.

Стаття надійшла до редакції 16.12.2013.

Після доробки 22.04.2014.

Дорошенко В. О.¹, Стрельницький О. Є.², Стрельницький О. О.³

¹Д-р. фіз.-мат. наук, професор, декан, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна

²Канд. техн. наук, доцент, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна

³Аспірант, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗБУДЖЕННЯ КОНІЧНОЇ АНТЕНИ З НАПІВПРОЗОРИМИ СТІНКАМИ І ПОЗДОВЖНЬОЮ ЩІЛИНОЮ

Розглянута крайова задача збудження гармонійним електричним радіальним диполем напівнескінченного напівпрозорого кругового тонкого конуса з поздовжньою щілиною. Метод розв'язку задачі базується на використанні потенціалу Дебая, інтегральних перетворень Конторовича-Лебедева і методу рядів Фур'є. Отримано аналітичний розв'язок задачі і досліджено вплив щілини на спектр, структуру поля та його поведінку поблизу вершини конуса.

Ключові слова: диполь, напівпрозорий конус, поздовжня щілина, строгий метод, аналітичний розв'язок.

Doroshenko V. O.¹, Strelnytskyi O. E.², Strelnytskyi O. O.³

¹Doctor of Science, professor, Dean, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine

²Ph. D., Associate professor, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine

³Postgraduate student, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine

MATHEMATICAL MODELING OF EXCITATION OF A CONICAL ANTENNA WITH SEMI-TRANSPARENT WALLS AND A LONGITUDINAL SLOT

A boundary problem of excitation of a semi-infinite semi-transparent circular thin cone with a longitudinal slot by a harmonic electrical radial dipole is considered. The solution method is based on using a Debye's potential, the Kontorovich-Lebedev transforms and the Fourier's series method. It is shown that solving an electromagnetic boundary problem is equivalent to solving a system of linear algebraic equations with respect to unknown coefficients. The analytical problem solution is obtained and a slot effect on the boundary problem spectrum, the electromagnetic field structure and its behavior at the cone tip is investigated. It is proved that slot presence intensifies the tip singularity as for comparing with the field singularity at the tip of the continuous (closed) semi-transparent cone.

Keywords: dipole, semi-transparent cone, longitudinal slot, rigorous method, analytical solution.

REFERENCES

1. Astanin L. Yu., Kostylev A. A. *Osnovy sverhshirokopolosnykh radiolokatsionnykh izmerenij*. Moscow, Radio i svyaz, 1989, 191 p.
2. Izluchenie i rasseyaniye voln: Per. s angl. [Tekst], Pod red. M. L. Levina. Moscow, Mir, 1978, Vol. 1,2: Vol. 1, 552 p., Vol. 2, 558 p.
3. Feld Ya. N. Vozbuzhdeniye zadannymi tokami metallicheskogo konusa, raspolozhennogo nad metallicheskoy ploskostyu, *Radiotekhnika i elektronika*, 1995, vol. 40, No.1, pp. 28–34.
4. Babich V. M., Smyshlyaev V. P., Dement'ev D. B., Samokhin B. A. Numerical Calculation of the diffraction coefficients for an arbitrary shaped perfectly conducting cone, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, May 1996, vol. 44, No. 5, pp. 740–747.
5. Goryainov A. S. Difraktsiya ploskoy elektromagnitnoy volny, rasprostranyayusheysya vdol osi konusa, *Radiotekhnika i elektronika*, 1961. vol. 6, No. 1, pp. 47–57.
6. Nikolaev B. G. Difraktsiya polya tochechnogo istochnika na krugovom konuse. *Zapiski nauch. Seminarov*, 1974, vol. 42, No 6, pp. 212–227.
7. Felsen L. B. Electromagnetic properties of wedge and cone surfaces with a linearly varying surface impedance, *IRE Trans. on Antennas & Propagat.*, 1959, AP-7, No. 12. pp. 231–243.
8. Goshin G. G. *Granichnyye zadachi elektrodinamiki v konicheskikh oblastiakh*. Tomsk, Izd-vo Tomsk Un-ta, 1987, 127 p.
9. Bernard J. M. L., Lyalinov M. A. Analytical-numerical calculation of diffraction coefficients for an Impedance cone, *Trans. on Antennas and Propagation*, 2008, vol. 56, No. 6, pp. 1616–1623.
10. Shestopalov V. P. *Summatornyie uravneniya v sovremennoy teorii difraktsii*. Kiev, Nauk. dumka, 1983, 251 p.
11. Doroshenko V. A., Sologub V. G. O strukture polya radialnogo magnitnogo dipolya, rasseyannogo konicheskoy poverhnostyu s prorezannymi vdol obrazuyuschih, *Radiotekhnika i elektronika*, 1987, vol. 32, No. 5. pp. 1110–1112.
12. Senior T. B. A., Volakis J. L. *Approximate boundary conditions in electromagnetic*. The institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 1995, 353 p.
13. Vaganov R. B., Katsenelbaum B. Z. *Osnovyi teorii difraktsii*. Moscow, Nauka, 1982, 272 p.
14. Vaynshteyn L. A. *Elektromagnitnyye volny*. Moscow, Radio i svyaz, 1988, 440 p.
15. Uflyand Ya. S. O nekotorykh novykh integralnykh preobrazovaniyakh i ih prilozheniyakh k zadacham matematicheskoy fiziki. V kn.: *Voprosyi matematicheskoy fiziki*. Leningrad, Nauka, 1976, pp. 93–106.
16. Lavrentev M. A., Shabat B. V. *Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo*. Moscow, Nauka, 1973, 736 p.