

---

# РАДІОФІЗИКА

# РАДИОФИЗИКА

# RADIOPHYSICS

---

УДК 621.391

С. Г. Алексин, С. Г. Лебедев, О. О. Дробахин

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ГЕЛЬФАНДА – ЛЕВИТАНА – МАРЧЕНКО

---

*Рассматриваются такие прикладные вопросы, связанные с использованием метода Гельфанда – Левитана – Марченко, как ускорение итерационной процедуры, способ получения импульсной характеристики, учет неплоского характера зондирующей волны, влияние потерь энергии в образце на результат восстановления профиля.*

### ВВЕДЕНИЕ

Восстановление одномерного профиля диэлектрической проницаемости (ПДП)  $\epsilon(x)$  является одной из общих задач радиофизики. Задача восстановления  $\epsilon(x)$  относится к обратным задачам электродинамики. Для ее решения был создан метод Гельфанда – Левитана – Марченко (ГЛМ) [1]. Особенностью этого метода является то, что исходными данными для восстановления ПДП для него является не частотная зависимость коэффициента отражения (ЧЗКО), а импульсная характеристика отражения (ИХО) исследуемой структуры, которая связана с ЧЗКО парой преобразований Фурье. Вывод метода основывается на использовании плосковолнового приближения. Метод ГЛМ позволяет получить точное решение задачи в случае, если точно известна ИХО структуры.

Импульсная характеристика предполагает наличие информации о частотной характеристике, начиная с нулевой частоты. Обеспечение локальности измерений при решении задачи неразрушающего контроля изделий из диэлектриков требует использования излучения микроволнового диапазона, что принципиально не позволяет непосредственно получить ИХО

путем преобразования Фурье данных, измеренных в частотной области, вследствие наличия частоты отсечки в волноводных трактах. Кроме того, использование рупорных излучателей не обеспечивает получение строго плоской волны. Волна имеет свойства локальной квазисферической волны с фазовым центром излучения, размещенным внутри рупора. Конечность полосы частот измерений приводит к тому, что обратное преобразование Фурье позволяет получить лишь некоторое приближение к ИХО. Для синтеза более точной ИХО в [2, 3] предложено использовать параметрические методы спектрального анализа, однако, рассмотрен случай, когда имеется в наличии ЧЗКО, начиная с частот, близких к нулевой. В некоторых ситуациях легче ИХО не измерять непосредственно, а синтезировать с использованием методов спектрального анализа на основе данных измерений ЧЗКО на некоторой сетке частот.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью данной статьи является исследование путем численного эксперимента влияния на точность определения ПДП методом ГЛМ отклонения начальной частоты полосы измерений от нулевой, наличия расходимости излученной волны, влияния потерь в диэлектрике. Численная реализация метода ГЛМ предполагает использования более эффективного алгоритма, основанного на блочной структуре основной матрицы метода. В качестве средства параметрического

спектрального анализа целесообразно применить метод пучка матриц и рассмотреть два варианта: использование непосредственных спектральных оценок и проведение экстраполяции ЧЗКО до нулевой частоты с последующим применением дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

## МЕТОД ГЕЛЬФАНДА – ЛЕВИТАНА – МАРЧЕНКО

### 1 «Классический» вариант итерационной процедуры

Перед началом восстановления профиля ИХО подвергается эквидистантной дискретизации, что требует решения вспомогательной оптимизационной задачи о выборе количества отсчетов дискретизированной ИХО. Затем, в итерационной процедуре последовательно обрабатываются отсчеты ИХО и выполняется последовательное, слой за слоем, восстановление ПДП в глубину. В «классическом» варианте [1, 3] итерационной процедуры на  $k$ -й итерации ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) необходимо решить матричное уравнение вида:

$$\left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & R_0 \\ 0 & 0 & \dots & R_0 & R_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & R_0 & \dots & R_{k-2} & R_{k-1} \\ R_0 & R_1 & \dots & R_{k-1} & R_k \end{pmatrix} \right] \times$$

$$\times \begin{pmatrix} K_{-k}^k \\ K_{2-k}^k \\ \vdots \\ K_{k-2}^k \\ K_k^k \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R_0 \\ R_1 \\ \vdots \\ R_{k-1} \\ R_k \end{pmatrix}, \quad (1)$$

в котором матрица коэффициентов и вектор свободных членов формируются из отсчетов ИХО. Коэффициент  $K_k^k$  (верхний индекс обозначает номер итерации, нижний – номер неизвестного коэффициента), найденный из данного матричного уравнения, позволяет определить коэффициент отражения (КО) границы  $k$ -го и  $(k+1)$ -го слоев структуры по формуле

$$r_{k,k+1} = \frac{1}{(1 + K_k^k) \prod_{i=0}^{k-1} (1 - r_{i,i+1}^2)} - 1, \quad (2)$$

в которую входят КО от всех границ, что предшествуют данной, найденные на предыдущих итерациях.

Относительная диэлектрическая проницаемость (ДП)  $(k+1)$ -го слоя структуры выражается через ДП  $k$ -го слоя и КО границы этих слоев как

$$\epsilon_{k+1} = \epsilon_k \left( \frac{1 - r_{k,k+1}}{1 + r_{k,k+1}} \right)^2. \quad (3)$$

На нулевой итерации в данную формулу входит ДП пространства перед структурой  $\epsilon_0$ .

Толщина  $(k+1)$ -го слоя вычисляется по формуле:

$$d_{k+1} = \frac{c \Delta t}{2 \sqrt{\epsilon_{k+1}}}, \quad (4)$$

где  $c$  – скорость света,  $\Delta t$  – шаг дискретизации ИХО.

Вследствие того, что на  $k$ -й итерации необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)  $(k+1)$ -го порядка, итерации становятся все более медленными. При достаточно густой дискретизации ИХО необходимое количество итераций может достигать нескольких сотен и поэтому полное восстановление ПДП занимает много машинного времени. Поскольку СЛАУ решается полностью для нахождения только одного из неизвестных коэффициентов, очевидна неэффективность использования компьютерного ресурса.

### 2 Ускоренный вариант итерационной процедуры

Особенностью матрицы коэффициентов в матричном уравнении (1) является то, что данная матрица на  $k$ -й итерации включает в себя в качестве блока матрицу коэффициентов, соответствующую итерации  $k-2$ . Это позволяет использовать метод окаймления [4] для ускорения решения СЛАУ с разбиением матрицы коэффициентов на 9 блоков.

Запишем уравнение (1) в матричном виде:

$$\mathbf{A}^k \mathbf{K}^k = -\mathbf{R}^k, \quad (5)$$

где верхним индексом обозначен номер итерации, и используем блочное представление матрицы коэффициентов  $\mathbf{A}^k$ , вектора-столбца неизвестных  $\mathbf{K}^k$  и вектора-столбца свободных членов  $\mathbf{R}^k$ :

$$\mathbf{A}^k = \begin{pmatrix} 1 & (\mathbf{0}^k)^T & R_0 \\ \mathbf{0}^k & \mathbf{A}^{k-2} & \mathbf{r}^k \\ R_0 & (\mathbf{r}^k)^T & 1 + R_k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^k = \begin{pmatrix} K_{-k}^k \\ \mathbf{k}^k \\ K_k^k \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}^k = \begin{pmatrix} R_0 \\ \mathbf{r}^k \\ R_k \end{pmatrix},$$

где  $\mathbf{0}^k$  – нулевой вектор-столбец высотой  $k-1$ ;  $\mathbf{A}^{k-2}$  – матрица коэффициентов на итерации  $k-2$ ,  $\mathbf{r}^k$  та  $\mathbf{k}^k$  – введенные векторы-столбцы.

Решение матричного уравнения (5) находится как:

$$\mathbf{K}^k = -\mathbf{B}^k \mathbf{R}^k, \quad (6)$$

где  $\mathbf{B}^k$  – матрица, обратная матрице  $\mathbf{A}^k$ , которая также имеет рекуррентное блочное представление. Нахождение из (6) интересующего нас коэффициента  $K_k^k$  и его подстановка в (2) приводит к следующему выражению для КО границы:

$$r_{k,k+1} = \frac{\delta^k}{\prod_{i=1}^k (1 - r_{i,i+1}^2)} - 1, \quad (7)$$

где был введен параметр  $\delta$  на  $k$ -й итерации, который дается выражением:

$$\delta^k = 1 + R_k - R_0^2 - (\mathbf{r}^k)^T \mathbf{B}^{k-2} \mathbf{r}^k. \quad (8)$$

Рекуррентное выражение для матрицы  $\mathbf{B}^{k-2}$  имеет вид:

$$\mathbf{B}^{k-2} = \begin{pmatrix} 1 & (\mathbf{0}^{k-2})^T & 0 \\ \mathbf{0}^{k-2} & \mathbf{B}^{k-4} & \mathbf{0}^{k-2} \\ 0 & (\mathbf{0}^{k-2})^T & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\delta^{k-2}} \begin{pmatrix} R_0^2 & R_0 (\mathbf{r}^{k-2})^T \mathbf{B}^{k-4} & -R_0 \\ R_0 \mathbf{B}^{k-4} \mathbf{r}^{k-2} & \mathbf{B}^{k-4} \mathbf{r}^{k-2} (\mathbf{r}^{k-2})^T \mathbf{B}^{k-4} & -\mathbf{B}^{k-4} \mathbf{r}^{k-2} \\ -R_0 & -(\mathbf{r}^{k-2})^T \mathbf{B}^{k-4} & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{0}^{k-2}$  – нулевой вектор-столбец высотой  $k-3$ .

Таким образом, на итерациях отпадает необходимость полного решения матричного уравнения (1). Ускоренный метод ГЛМ состоит из двух параллельных итерационных процедур, первая из которых включается на четных итерациях, а вторая – на нечетных. На  $k$ -й итерации необходимо вычислить параметр  $\delta^k$  по формуле (8), коэффициент отражения границы слоев  $r_{k,k+1}$  по формуле (7), найти диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_{k+1}$  нового слоя по (3) и его толщину  $d_{k+1}$  по (4). Также на  $k$ -й итерации нужно сформировать матрицу  $\mathbf{B}^k$  по (9), которая будет использоваться на итерации  $k+2$  для вычисления параметра  $\delta^{k+2}$ .

### 3 Модификация метода ГЛМ для учета расходимости зондирующего луча

Несмотря на то, что метод ГЛМ был разработан в предположении плосковолновой модели зондирующего сигнала [1], несложная модификация данного метода делает его пригодным для восстановления и в случае, если рефлектометрические данные были получены при зондировании расходящейся волной. Данная модификация исходит из приближения пара-

ксиальной оптики, согласно которому импульсы ИХО приобретают ослабление, определяемое путем, пройденным зондирующим сигналом внутри структуры [5]. Корректировка данного ослабления и является целью предлагаемой модификации.

Предполагается, что в ИХО, являющейся исходными данными для восстановления профиля, первый импульс имеет амплитуду, равную КО от первой границы  $r_{01}$ , независимо от того, как далеко от образца находится антенна. Данное предположение основано на использовании калибровки амплитуды первого импульса на амплитуду импульса отражения от металлического листа, расположенного на том же расстоянии от антенны, что и исследуемая структура. Амплитуда каждого последующего импульса корректируется перед тем, как будет использована на соответствующей итерации метода ГЛМ. Так, для импульса  $R_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) корректирующее преобразование имеет вид:

$$R_k \rightarrow R_k \cdot \frac{z + \sum_{i=1}^k \frac{d_i}{\sqrt{\epsilon_i}}}{z},$$

где  $z$  – расстояние от передней грани структуры до фазового центра антенны. Данное корректирующее преобразование ИХО является тем более точным, чем меньшим контрастом обладает структура.

## СПОСОБЫ ПОЛУЧЕНИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

### 1 Параметрический спектральный анализ

Для синтезирования ИХО на основании данных многочастотной рефлектометрии используются различные методы параметрического спектрального анализа, такие как метод Прони [2], метод пучка матриц [3], метод, основанный на дробно-рациональной аппроксимации в спектрально-сопряженной области [6] и др. Поскольку все эти методы в общем случае дают комплексное время прихода импульсов и комплексные амплитуды, что неприемлемо для метода ГЛМ, перед восстановлением необходимо отбросить их мнимые части. Также перед восстановлением необходимо выполнить эквидистантную дискретизацию ИХО. Основным недостатком такого подхода является наличие ошибок в оценке фазы (поляриности) отражения от границ раздела, что влечет ошибку в определении ПДП.

### 2 ДПФ экстраполированных данных

Альтернативой параметрическому спектральному анализу является следующая методика, основанная на

ДПФ. Для ЧЗКО строится модель линейного предсказания, на основании которой частотная характеристика экстраполируется к нулевой частоте. Это позволяет, после преобразования Фурье во временную область, получить полярность пиков временного сигнала, соответствующую верной полярности отражений. Прежде чем характеристика будет переведена во временную область с помощью ДПФ, она должна быть обработана весовым окном и дополнена большим количеством нулевых отсчетов. Уменьшение уровня боковых лепестков импульсов во временном сигнале за счет весовой обработки ЧЗКО снимает проблему критичности выбора условного начала ИХО при восстановлении, однако загроубляет мелкие детали ПДП. В данной методике весовое окно и ДПФ должны быть использованы в своих энергосохраняющих, а не амплитудосохраняющих формах. В отличие от первого метода получения ИХО, второй метод сразу дает эквидистантную ИХО с действительным временем.

В случае, если в структуре имеются небольшие потери энергии (тангенс угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta \neq 0$ ), спектральный анализ будет ассоциировать их с мнимой частью времени прихода импульсов, которую следует просто отбросить, после чего метод ГЛМ восстановит профиль действительной части  $\epsilon(x)$ . Однако при применении ДПФ такой простой способ отбрасывания потерь уже не может быть использован.

При наличии шума в данных оценки мнимых частей комплексных времен, полученных с помощью метода пучка матриц [3], имеют значительные погрешности. При наличии потерь в материале и наличии расходимости эти части имеют отрицательный знак, что, при предсказании назад к нулевой частоте данных реального эксперимента, влечет рост амплитуды отсчетов ЧЗКО вплоть до значений, превышающих единицу, что является нефизичным. Для получения верной полярности отражения при использовании экстраполированных данных достаточно для каждого значения комплексного времени  $t_k = t'_k + jt''_k$ , после обнуления  $t''_k$ , рассчитать значения  $z_k = \exp(jt'_k \Delta f)$ . Коэффициенты линейного предсказания  $p_k$  обычно вычисляются как коэффициенты полинома, корнями которого являются  $z_k$ :

$$\prod_{k=1}^M (z - z_k) = z^M + \sum_{k=1}^M p_{M-k} z^{M-k}.$$

В таком случае каждый следующий отсчет ЧЗКО  $X_n$  при предсказании назад получается как линейная комбинация  $M$  последующих:

$$X_n = - \sum_{k=1}^M \frac{p_k}{p_0} X_{n+k}.$$

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### 1 Восстановление профиля $\epsilon(x)$ при наличии потерь в материале слоев

Для численного эксперимента была выбрана структура, моделирующая два листа оргстекла с воздушным зазором. Полагалось, что оргстекло имеет  $\epsilon = 2,6$ , толщины листов оргстекла и ширина воздушного зазора равны 40 мм. ЧЗКО была синтезирована в диапазоне 10–25 ГГц с шагом сетки частот 0,1 ГГц. Для перехода во временную область были использованы две методики: параметрический спектральный анализ с использованием метода пучка матриц и экстраполяция к нулю с последующим ДПФ. Порядок спектрального анализа  $M$  в первом случае и порядок линейного предсказания во втором были выбраны равными 15, а ширина окна в методе пучка матриц  $L$  была равна 76 отсчетам. Восстановленные ПДП изображены на рис. 1, *а* и *б*. На рис. 1, *в* помещены соответствующие временные сигналы, а на рис. 1, *г* – частотная характеристика. Отметим, что импульсная характеристика, изображенная на рис. 1, *в* сплошной линией, была отнормирована так, чтобы амплитуды импульсов были равны амплитудам спектральных компонент (пунктирная линия). Однако, при восстановлении по ней профиля с помощью метода ГЛМ, необходимо использовать нормировку, сохраняющую энергию. При рассмотрении случая измерений для начальной частоты, превышающей 10 ГГц, наблюдались ошибки спектрального анализа, которые сопровождались ошибками в восстановленном ПДП.

Выигрыш во времени восстановления, который дает использование ускоренного варианта итерационной процедуры вместо «классического», при восстановлении профиля, изображенного на рис. 1, *б*, составил более двух раз.

Моделирование было повторено, но на этот раз при синтезировании ЧЗКО полагалось, что материал имеет  $\text{tg}\delta = 0,08$ . ПДП, восстановленный по результатам спектрального анализа, визуально не отличался от профиля, изображенного на рис. 1, *а*, в то время как профиль, полученный с использованием экстраполяции и ДПФ, оказался сильно искаженным (рис. 2, *а* и *б*). Попытка устранения потерь путем закладывания чисто мнимых показателей экспонент в модель линейного предсказания только ухудшила результат восстановления профиля (рис. 2, *в* и *г*).

### 2 Восстановление профиля $\epsilon(x)$ при наличии расходимости луча

Для рассмотренной выше структуры (без потерь) и частотного диапазона была синтезирована ЧЗКО с параметром  $z = 100$  мм, задающим расстояние от передней границы первого оргстекла до фазового центра волны. ЧЗКО была подвергнута спектральному

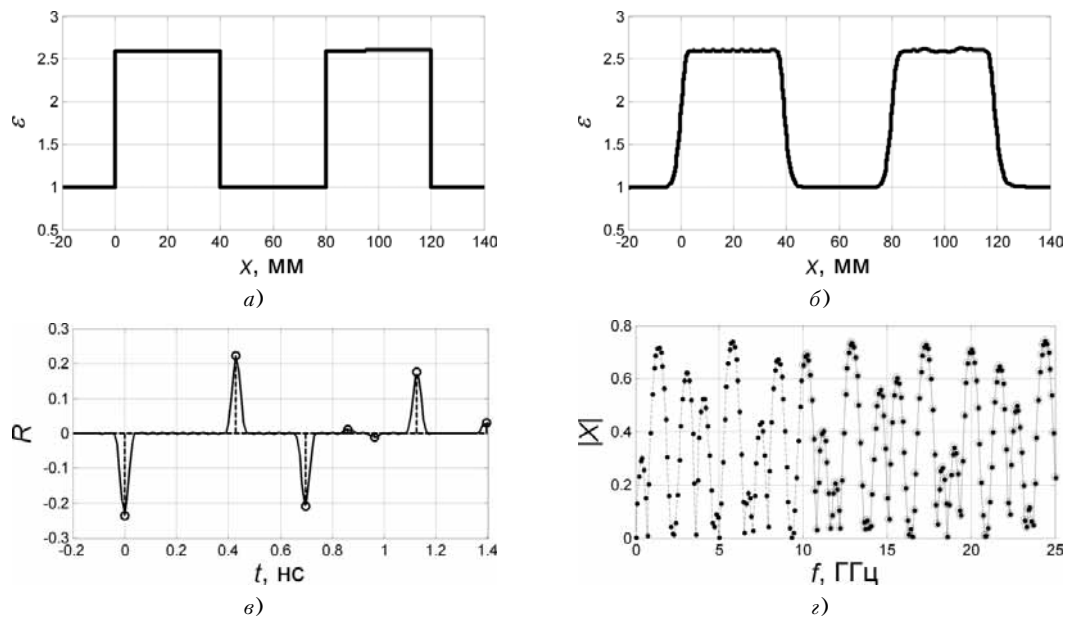


Рисунок 1 – Результат восстановления ПДП

и соответствующий сигнал при использовании двух методик для перехода во временную область:

а и пунктир на в – метод пучка матриц; б и сплошная линия на в – экстраполяция ЧЗКО к нулевой частоте с последующим ДПФ; г – исходная частотная характеристика (сплошная) и ее экстраполированная часть (пунктирная)

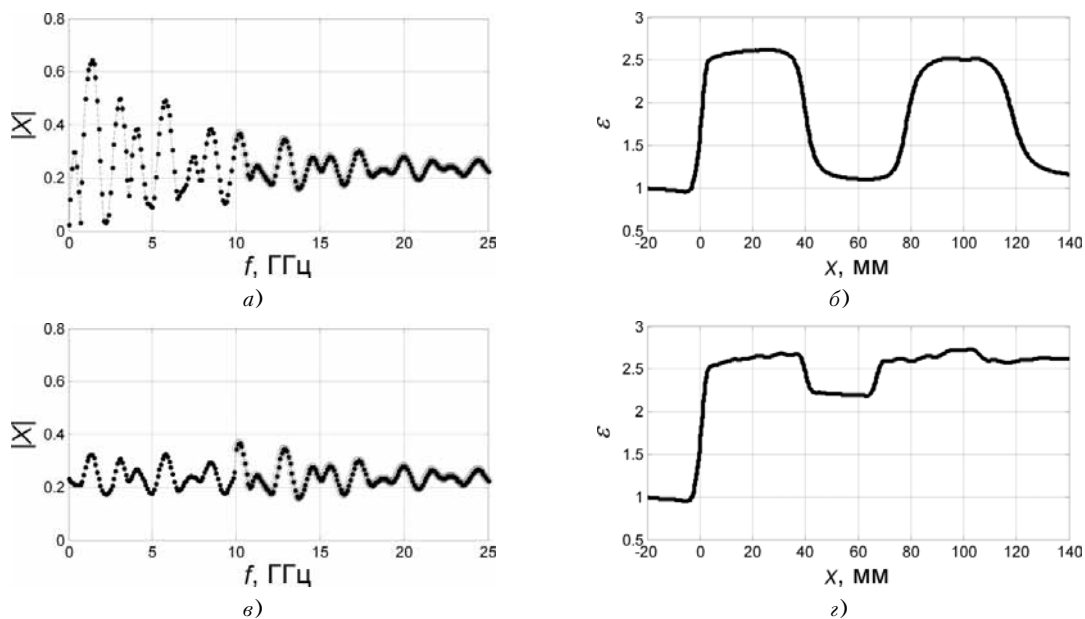


Рисунок 2 – Восстановление ПДП структуры

с потерями энергии при использовании экстраполяции ЧЗКО к нулевой частоте с последующим ДПФ:

а и б – ЧЗКО и профиль без обнуления  $t''$ ; в и г – ЧЗКО и профиль при обнулении  $t''$

анализу методом пучка матриц ( $M = 15$ ,  $L = 76$ ) и передана в программу, реализующую метод ГЛМ. На рис. 3 изображены восстановленные профили  $\epsilon$ , причем в первом случае использовался стандартный вариант метода ГЛМ, а во втором – с коррекцией расходимости. Из рисунка видно преимущество модифи-

цированного варианта итерационной процедуры. Однако, следует отметить, что модифицированный вариант метода не может корректно обрабатывать импульсы переотражений, вследствие чего в третьем слое профиля на рис. 3, б появились две небольшие ступеньки.

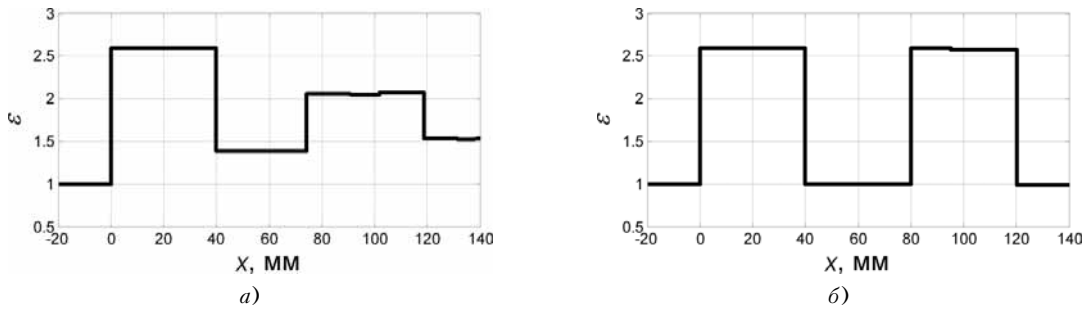


Рисунок 3 – Результат восстановления ПДП в случае расходящегося зондирующего сигнала:  
 а – при использовании стандартного метода ГЛМ; б – при использовании метода ГЛМ с коррекцией расходимости

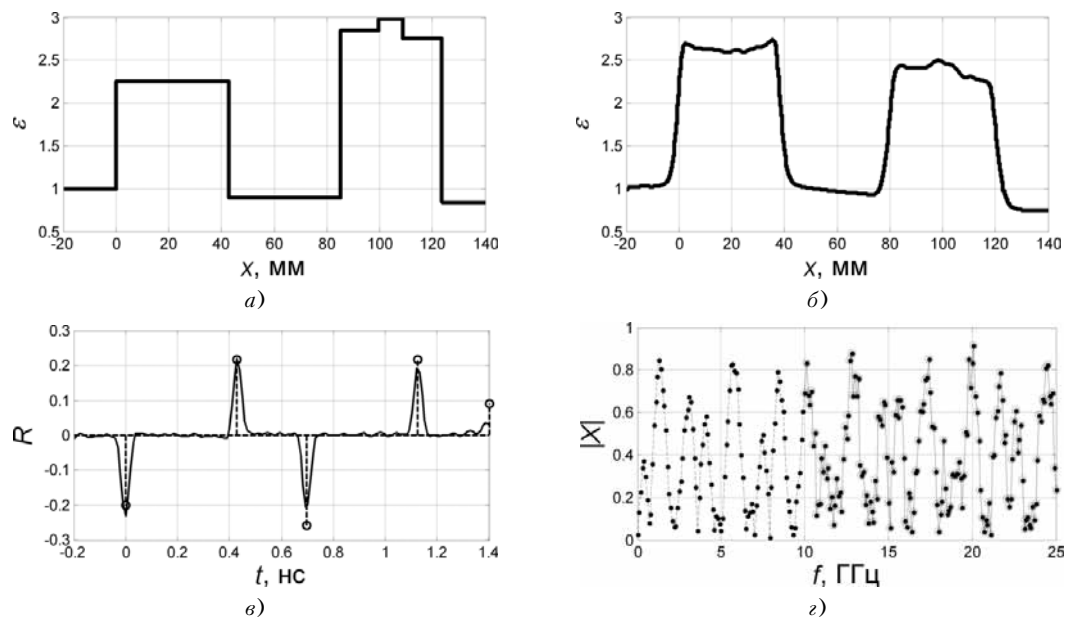


Рисунок 4 – Восстановление ПДП при наличии шума в частотных данных:  
 а и пунктир на в – метод пучка матриц; б и сплошная линия на в – экстраполяция ЧЗКО к нулевой частоте с последующим ДПФ; г – исходная частотная характеристика (сплошная) и ее экстраполированная часть (пунктирная)

### 3 Восстановление профиля $\varepsilon(x)$ при наличии шума

Для рассмотренной выше структуры (без потерь) в предположении плоской зондирующей волны была синтезирована ЧЗКО, в которую был введен аддитивный комплексный шум, имеющий нормальный закон распределения действительной и мнимой части. Действительная и мнимая части шума имели дисперсию  $\sigma^2 = 0,01$  и нулевое матожидание. ПДП, как и раньше, восстанавливался с использованием двух способов перехода во временную область, но на этот раз порядок спектрального анализа и линейного предсказания пришлось уменьшить до 6, поскольку ложные спектральные компоненты, обусловленные наличием шума, влекли получение ложных скачков в ПДП. Результаты восстановления и линейного предсказания изображены на рис. 4. Отметим, что в обо-

их случаях была использована одна и та же реализация шума.

Из рис. 4, а видно, что вследствие ошибок определения величины импульсов воздушный зазор и задний воздушный слой приобрели диэлектрическую проницаемость меньшую единицы, что нефизично. Кроме того, два импульса эха, которые должны были появиться между третьим и четвертым импульсами синтезированной ИХО, не были найдены спектральным анализом (сравните рис. 4, в и рис. 1, в), вследствие чего второй лист оргстекла приобрел ложный скачок диэлектрической проницаемости. Применение экстраполяции позволило несколько более точно определить значение  $\varepsilon$  первого и второго слоев по сравнению с непосредственным применением метода пучка матриц. Таким образом, проведение экстраполяции при обработке данных реального эксперимента

может в отдельных случаях иметь преимущества по сравнению с традиционной методикой.

## ВЫВОДЫ

1. Ускоренный вариант итерационной процедуры ГЛМ, основанный на использовании метода окаймления для решения СЛАУ, позволяет ускорить процесс восстановления профиля. Использование ускоренного варианта вместо обычного является тем более выгодным, чем большее количество итераций метода требуется для полного восстановления.

2. Предложена модификация метода ГЛМ, позволяющая скорректировать искажения в восстановленном профиле, вызванные расходимостью зондирующего луча. Выполняемая коррекция является тем более точной, чем менее контрастным является ПДП.

3. Для структур с потерями энергии показано преимущество спектрального анализа как способа получения ИХО перед способом получения, основанным на экстраполяции ЧЗКО до нулевой частоты с использованием линейного предсказания и последующим выполнением ДПФ.

4. При наличии шума метод получения ИХО на основе экстраполяции данных измерений в частотной области может давать более точные значения диэлектрической проницаемости по сравнению со случаем применения параметрического спектрального анализа.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Аки К. Количественная сейсмология. Теория и методы. Т. 2 / К. Аки, П. Ричардс ; пер. с англ. А. В. Калинина. – М. : Мир, 1983. – 360 с. : ил.

УДК 621.372.22

О. О. Дробахин, П. И. Заболотный, Е. Н. Привалов

# РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА МИКРОВОЛНОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ В ВИДЕ СФЕРИЧЕСКОГО СЕКТОРА

*Исследовано влияние на резонансные свойства и структуру электромагнитного поля геометрии резонаторов, выполненных в виде сферического сектора и усеченного сферического сектора. Показано, что различие между резонансными частотами колебаний типа  $H_{011}$ ,  $E_{111}$  и  $E_{112}$  в большей мере определяется углом при вершине сферического сектора. Выявлено, что в усеченных резонато-*

2. Андреев М. В. Модернизация метода Гельфанда – Левитана для решения одномерной обратной задачи с помощью метода Прони / М. В. Андреев, О. О. Дробахин, А. Г. Новомлинов, В. Г. Короткая // Системні технології. Системи і процеси обробки інформації та управління. – 2003. – Вып. 5 (28). – С. 59–63.
3. Андреев М. В. Модификация метода Гельфанда – Левитана для решения одномерной обратной задачи с помощью метода пучка матриц / М. В. Андреев, О. О. Дробахин, А. Г. Новомлинов, В. Г. Короткая, А. В. Сазонов // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2002. – № 2. – С. 9–13.
4. Фортсайт Дж. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Дж. Фортсайт, К. Молер ; пер. с англ. под ред. Г. И. Марчука. – М. : Мир, 1969. – 168 с.
5. Дробахин О. О. Определение зависимости амплитуды отраженного импульса в методе синтеза радиопульса / О. О. Дробахин // Дефектоскопия. – 1994. – № 4. – С. 48–55.
6. Andreev M. V. Rational Representation in Spectrum Conjugate Domain for Parameters Determination of Reflecting Structures / M. V. Andreev, V. F. Borulko, O. O. Drobakhin, D. Yu. Saltykov // 10th Int. Conf. Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, September 14–17, 2004 : Proc. – Dnepropetrovsk. – 2004. – P. 449–451.

Надійшла 21.04.2009

*Розглядаються такі прикладні питання, пов'язані з використанням методу Гельфанда – Левітана – Марченка, як пришвидшення ітераційної процедури, способів отримання імпульсної характеристики, урахування неплоского характеру хвилі, що зондує, та впливу втрат енергії в зразку, що досліджується, на результат відновлення профілю.*

*Considered are applied problems related to the usage of Gelfand – Levitan – Marchenko's method as acceleration of iterative procedure, methods to obtain impulse characteristics, consideration of non-flat character of probing wave, influence of energy losses in a sample as to the result of the building-up of the profile.*

*рах для E типов колебаний с уменьшением объема резонатора его резонансная частота уменьшается.*

## ВВЕДЕНИЕ

Аксиально-симметричные микроволновые резонаторы широко применяются в современных электронных