

может в отдельных случаях иметь преимущества по сравнению с традиционной методикой.

ВЫВОДЫ

1. Ускоренный вариант итерационной процедуры ГЛМ, основанный на использовании метода окаймления для решения СЛАУ, позволяет ускорить процесс восстановления профиля. Использование ускоренного варианта вместо обычного является тем более выгодным, чем большее количество итераций метода требуется для полного восстановления.

2. Предложена модификация метода ГЛМ, позволяющая скорректировать искажения в восстановленном профиле, вызванные расходимостью зондирующего луча. Выполняемая коррекция является тем более точной, чем менее контрастным является ПДП.

3. Для структур с потерями энергии показано преимущество спектрального анализа как способа получения ИХО перед способом получения, основанным на экстраполяции ЧЗКО до нулевой частоты с использованием линейного предсказания и последующим выполнением ДПФ.

4. При наличии шума метод получения ИХО на основе экстраполяции данных измерений в частотной области может давать более точные значения диэлектрической проницаемости по сравнению со случаем применения параметрического спектрального анализа.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Аки К. Количественная сейсмология. Теория и методы. Т. 2 / К. Аки, П. Ричардс ; пер. с англ. А. В. Калинина. – М. : Мир, 1983. – 360 с. : ил.

УДК 621.372.22

О. О. Дробахин, П. И. Заболотный, Е. Н. Привалов

РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА МИКРОВОЛНОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ В ВИДЕ СФЕРИЧЕСКОГО СЕКТОРА

Исследовано влияние на резонансные свойства и структуру электромагнитного поля геометрии резонаторов, выполненных в виде сферического сектора и усеченного сферического сектора. Показано, что различие между резонансными частотами колебаний типа H_{011} , E_{111} и E_{112} в большей мере определяется углом при вершине сферического сектора. Выявлено, что в усеченных резонато-

2. Андреев М. В. Модернизация метода Гельфанда – Левитана для решения одномерной обратной задачи с помощью метода Прони / М. В. Андреев, О. О. Дробахин, А. Г. Новомлинов, В. Г. Короткая // Системні технології. Системи і процеси обробки інформації та управління. – 2003. – Вып. 5 (28). – С. 59–63.
3. Андреев М. В. Модификация метода Гельфанда – Левитана для решения одномерной обратной задачи с помощью метода пучка матриц / М. В. Андреев, О. О. Дробахин, А. Г. Новомлинов, В. Г. Короткая, А. В. Сазонов // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2002. – № 2. – С. 9–13.
4. Фортсайт Дж. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Дж. Фортсайт, К. Молер ; пер. с англ. под ред. Г. И. Марчука. – М. : Мир, 1969. – 168 с.
5. Дробахин О. О. Определение зависимости амплитуды отраженного импульса в методе синтеза радиопульса / О. О. Дробахин // Дефектоскопия. – 1994. – № 4. – С. 48–55.
6. Andreev M. V. Rational Representation in Spectrum Conjugate Domain for Parameters Determination of Reflecting Structures / M. V. Andreev, V. F. Borulko, O. O. Drobakhin, D. Yu. Saltykov // 10th Int. Conf. Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, September 14–17, 2004 : Proc. – Dnepropetrovsk. – 2004. – P. 449–451.

Надійшла 21.04.2009

Розглядаються такі прикладні питання, пов'язані з використанням методу Гельфанда – Левітана – Марченка, як пришвидшення ітераційної процедури, спосіб отримання імпульсної характеристики, урахування неплоского характеру хвилі, що зондує, та вплив втрат енергії в зразку, що досліджується, на результат відновлення профілю.

Considered are applied problems related to the usage of Gelfand – Levitan – Marchenko's method as acceleration of iterative procedure, methods to obtain impulse characteristics, consideration of non-flat character of probing wave, influence of energy losses in a sample as to the result of the building-up of the profile.

рах для E типов колебаний с уменьшением объема резонатора его резонансная частота уменьшается.

ВВЕДЕНИЕ

Аксиально-симметричные микроволновые резонаторы широко применяются в современных электронных

приборах, например, волномерах, датчиках, СВЧ-фильтрах и т. п. [1]. Наиболее широкое распространение получили устройства на основе микроволновых цилиндрических резонаторов [2] с рабочим типом колебаний H_{011} . Однако, обеспечение гарантированно одномодового режима работы этих резонаторов сложно осуществимо и требует непростых технических решений, позволяющих предотвратить возникновение высших типов колебаний с резонансными частотами, попадающими в тот же частотный интервал, которому принадлежит и основной рабочий тип колебаний [2]. Особенно сложно устранять вырождение типов колебаний H_{011} и E_{111} .

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В ряде работ [3, 4] было показано, что в аксиально-симметричных резонаторных системах, содержащих участки с конической образующей, вырождение типов колебаний H_{011} и E_{111} устраняется. При этом были рассмотрены случаи резонаторов в виде конуса и усеченного конуса, то есть предполагалось наличие плоских оснований. Анализ полей проводился в сферической либо в цилиндрической системах координат (для малых углов наклона конических образующих). Определение собственных резонансных частот сводилось к поиску корней уравнений, содержащих функции Бесселя и присоединенные функции Лежандра.

Представляет интерес исследовать структуру электромагнитного поля и поведение собственных резонансных частот при замене плоских оснований на сферические, то есть перейти к резонаторам в виде сферического сектора и усеченного сферического сектора. Целью таких исследований является оценка влияния кривизны оснований, а, следовательно, и угла при вершине конического сектора, на снятие вырождения типов колебаний H_{011} , E_{111} , трансформацию других типов колебаний с близкими частотами.

Для изучения особенностей поведения резонансных частот были рассмотрены резонаторы в виде:

- сферического сектора со сферической формой торца (рис. 1, а);
- усеченного сферического сектора с двумя сферическими торцами (рис. 1, б).

При оценке влияния изменения геометрических размеров рассматриваемых резонаторов на снятие вырождения ближайших к H_{011} типов колебаний ограничимся поиском решений для типов колебаний E_{111} и E_{112} . При этом будем рассматривать собственные колебания без учета влияния элементов возбуждения и связи.

Резонансные частоты резонаторов будем находить на основе решения уравнений Максвелла в сферической системе координат [3] для поперечно-электриче-

ских TE_{nmp} (r, φ, θ) и поперечно-магнитных TM_{nmp} (r, φ, θ) колебаний. Под r, φ, θ понимаются координаты в сферической системе координат.

Для получения уравнения, корни которого и определяют резонансные частоты резонатора в виде сферического сектора радиуса R со сферической формой торца, необходимо воспользоваться граничными условиями для электрического поля \vec{E} на металлической поверхности $[\vec{r}_0 \times \vec{E}] = 0$ (явный вид для которого приведен, например, в [3]), где \vec{r}_0 – единичный вектор нормальный к сферической поверхности.

С учетом известных соотношений [5] между сферическими и цилиндрическими функциями Бесселя уравнение для определения резонансных частот типов колебаний E_{111} и E_{112} принимает вид

$$\frac{d}{d(kr)} [\sqrt{kr} \cdot J_{\mu+0.5}(kr)]_{r=R} = 0 \quad (1)$$

или

$$J_{\mu-0.5}(kR) - \frac{2n-1}{2kR} J_{\mu+0.5}(kR) = 0, \quad (2)$$

а для колебаний H_{011}

$$J_{\nu+0.5}(kR) = 0, \quad (3)$$

где μ и ν порядок цилиндрической функции Бесселя J_μ и J_ν для поперечно-магнитных и поперечно-электрических колебаний, соответственно; $k = 2 \cdot \pi \cdot (f/c)$ – волновое число; f – резонансная частота; c – скорость света в вакууме.

Для определения порядков степеней μ и ν присоединенных функций Лежандра, входящих в выражения для полей сферического резонатора, использовались граничные условия на конической поверхности сферического конуса при $\theta = \theta_0$, сводящиеся к требованию обращения в нуль тангенциальной составляющей электрического поля (в данном случае E_φ и E_r). С учетом одинаковой зависимости обеих компонент от угла θ , условие равенства нулю обеих компонент сводится к одинаковым уравнениям, а именно: для поперечно-магнитных колебаний E_{11p}

$$P_\mu^1(\cos(\theta)) = 0, \quad (4)$$

а для поперечно-электрических колебаний H_{011}

$$\frac{d}{d\theta} P_\nu^1(\cos(\theta)), \quad (5)$$

где P_μ^1, P_ν^1 присоединенные функции Лежандра первой степени порядка μ и ν , соответственно.

Для удобства вычислений функций Бесселя значения θ подбирались таким образом, чтобы они соответствовали целым порядкам функции Бесселя. Все

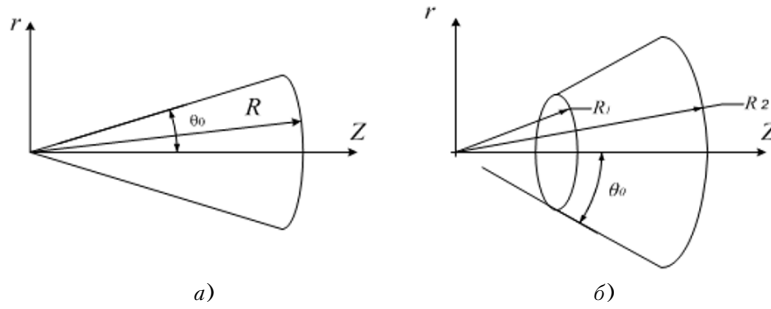


Рисунок 1 – Вид исследованных микроволновых резонаторов:
а – сферический сектор; б – усеченный сферический сектор

полученные результаты приводились к безразмерному виду. Геометрические размеры резонаторов нормировались к радиусу R торца основания сферического сектора. Частотные характеристики резонаторов представлялись через безразмерную величину $k \cdot R$.

При рассмотрении резонатора в виде усеченного сферического сектора (рис. 1, б) граничные условия на сферических торцевых поверхностях при $r = R_1$ и $r = R_2$ и для конической поверхности при $\theta = \theta_0$ задавались так же как и для микроволнового резонатора в виде сферического сектора со сферической формой торца. Геометрические размеры усеченных резонаторов нормировались к радиусу R_2 .

Соответствующее уравнение для резонансных частот для типов колебаний E_{111} и E_{112} принимает вид:

$$\begin{aligned} & \left[J_{n-1}(k\eta) - \frac{2n-1}{2k\eta} J_n(k\eta) \right] \times \\ & \times \left[N_{n-1}(kR_2) - \frac{2n-1}{2kR_2} N_n(kR_2) \right] - \\ & - \left[J_{n-1}(kR_2) - \frac{2n-1}{2kR_2} J_n(kR_2) \right] \times \\ & \times \left[N_{n-1}(k\eta) - \frac{2n-1}{2k\eta} N_n(k\eta) \right] = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

а для типа колебаний H_{011}

$$J_m(k\eta) \cdot N_m(kR_2) - J_m(kR_2) \cdot N_m(k\eta) = 0, \quad (7)$$

где $\eta = R_1/R_2$, N_j – функция Неймана j -го порядка.

Исследование влияния геометрических размеров и формы резонаторов на структуру их электромагнитных полей, выполнялось путем численного расчета методом конечных элементов (МКЭ) [6]. Предполагалось, что резонаторы изготовлены из меди, а их внутренний объем заполнен воздухом. Для сокращения объема вычислений и, с учетом азимутальной симметрии, расчеты проводились в областях, ограниченных двумя продольными секущими плоскостями,

расположенными под углом 10° друг к другу. На поверхности секущих плоскостей задавались граничные условия, соответствующие идеальной электрической стенке. Максимальный линейный размер элементов расчетной сетки не превышал $0,05$ радиуса R_2 торцевой поверхности резонатора.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

На рис. 2 представлены рассчитанные с помощью уравнений (2)–(3) значения нормированных резонансных частот $k \cdot R$ для типов колебаний H_{011} , E_{111} и E_{112} в зависимости от угла θ_0 сферического сектора.

Как видно из представленных результатов, при увеличении угла θ_0 сферического сектора, начиная со значения, приближенно равного $4,3^\circ$, наблюдается рост разности значений резонансных частот для колебаний типов H_{011} , E_{111} и E_{112} и, соответственно, снимается вырождение рассматриваемых типов колебаний. Наиболее значительный рост разности значений резонансных частот между типами колебаний H_{011} и E_{111} , а также H_{011} и E_{112} , наблюдается в диапазоне изменения угла θ_0 сферического сектора от $4,3^\circ$ до 60° .

Для оценки влияния формы торца резонатора на его параметры с помощью МКЭ были проведены расчеты резонансной частоты и добротности при различных значениях θ_0 для резонаторов с плоскими и сферическими торцами. Часть полученных результатов приведена в табл. 1.

Из представленных в табл. 1 результатов видно, что нормированная резонансная частота резонатора со сферической формой торца имеет более низкое значение по сравнению с резонансной частотой резонатора с плоским основанием и разница между ними возрастает пропорционально росту θ_0 . Добротность резонаторов со сферической формой торцевой поверхности, при углах $\theta_0 > 16^\circ$ имеет более высокое значение по сравнению с добротностью резонатора с плоским торцом. Однако, при значениях угла $\theta_0 < 16^\circ$

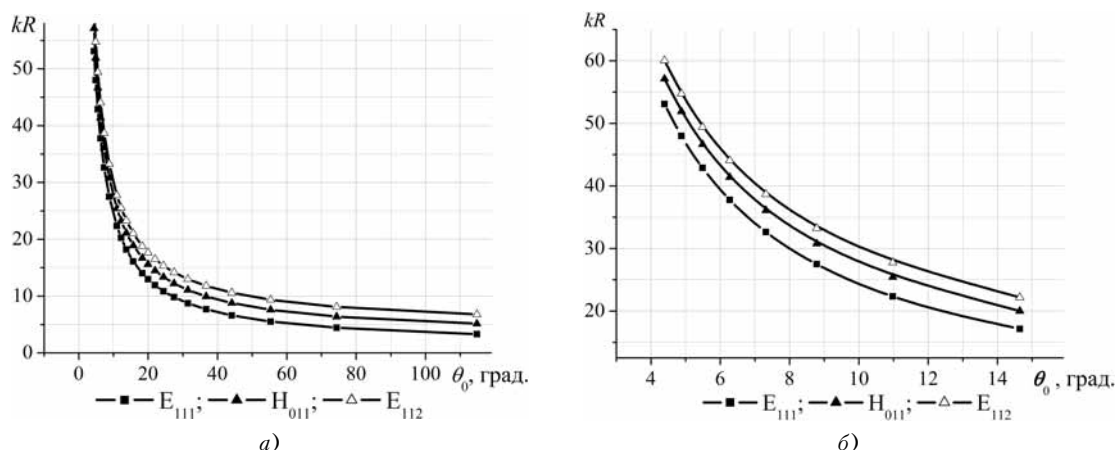


Рисунок 2 – Зависимость нормированных резонансных частот резонатора в виде сферического сектора для типов колебаний H_{011} , E_{111} и E_{112} от угла θ_0 сферического сектора:

a – во всем исследованном диапазоне изменения θ_0 ; *б* – при малых значениях θ_0

Таблица 1 – Зависимость нормированной резонансной частоты $k \cdot R$ и добротности Q резонатора в виде сферического сектора от угла θ_0 сферического сектора и формы торца

| θ_0 , град | Сферический торец | | Плоский торец | |
|-------------------|-------------------|-------|---------------|-------|
| | $k \cdot R$ | Q | $k \cdot R$ | Q |
| 16 | 19,01 | 22130 | 18,51 | 22320 |
| 21 | 14,95 | 25350 | 15,70 | 22410 |
| 26 | 12,85 | 27620 | 13,83 | 22540 |
| 30 | 11,45 | 29540 | 12,69 | 26350 |
| 34 | 10,47 | 31300 | 11,98 | 26940 |
| 38 | 9,77 | 32890 | 11,56 | 27330 |
| 41 | 9,22 | 34460 | 11,29 | 27570 |

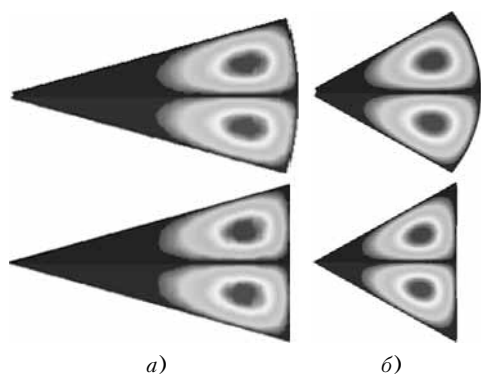


Рисунок 3 – Структура электрического поля в продольном сечении резонаторов с различной формой торцов:

a – при $\theta_0 = 16^\circ$; *б* – при $\theta_0 = 38^\circ$

и одинаковых R , добротности этих двух видов резонаторов приближенно одинаковы.

Данные в табл. 1 подтверждают представленные на рис. 3 результаты визуализации рассчитанной структуры электрического поля в продольном сечении ре-

зонаторов с плоскими и сферическими торцами для углов θ_0 , равных 16 и 38 градусам.

Из представленных рисунков видно, что при малых углах сферического сектора структура электрического поля в случае плоского торца визуально идентична структуре поля резонатора со сферическим торцом. По мере увеличения угла θ_0 сферического сектора наблюдается рост степени отличий электрического поля резонатора, имеющего торец сферической формы, по сравнению с полем резонатора с плоским торцом.

На рис. 4 представлены результаты расчета резонансных частот резонатора в виде усеченного сферического сектора с $\theta_0 = 11^\circ$ для всех рассматриваемых в данной работе типов колебаний. При изменении значения угла θ_0 наблюдается смещение частотного интервала, где возникают резонансы, однако характер зависимости резонансных частот от R_1/R_2 и взаимное расположение резонансных кривых для рассматриваемых типов колебаний остается практически неизменным.

Анализ зависимостей резонансных частот типов колебаний E_{111} , H_{011} и E_{112} резонатора в виде усечен-

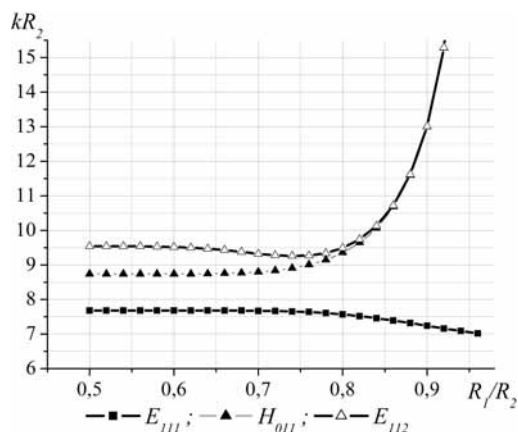


Рисунок 4 – Зависимость резонансных частот типов колебаний E_{111} , H_{011} и E_{112} резонатора в виде усеченного сферического сектора от отношения радиусов сферических торцевых поверхностей при $\theta_0 = 11^\circ$

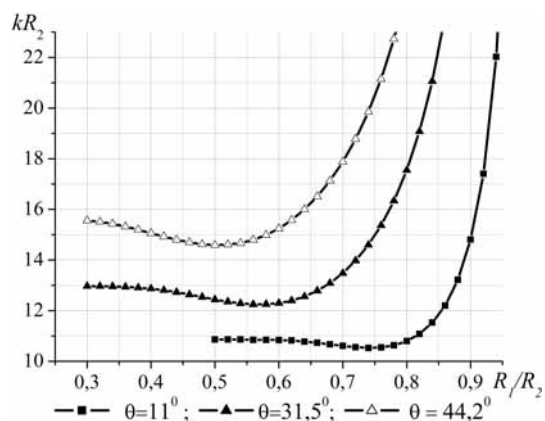


Рисунок 5 – Зависимость резонансных частот типа колебаний E_{112} резонатора в виде усеченного сферического сектора от отношения радиусов сферических торцевых поверхностей для ряда углов θ_0

ного сферического сектора от отношения радиусов сферических торцевых поверхностей, одна из которых показана на рис. 4, позволил выявить аномальный характер поведения резонансных частот для E типов колебаний. Так для колебания E_{111} это проявляется в том, что с уменьшением объема резонатора его резонансная частота уменьшается. Для типа колебаний E_{112} , помимо наличия падающего участка кривой, имеется еще и пологий минимум. Это хорошо видно при рассмотрении представленной на рис. 5 зависимости резонансных частот резонатора для колебаний типа E_{112} от отношения радиусов сферических торцевых поверхностей при углах θ_0 , равных 11° , $31,5^\circ$ и $44,2^\circ$.

Возможным объяснением аномального характера поведения резонансных частот для E типов колебаний может быть то, что при больших значениях отношения R_1/R_2 структура электрического поля стремится к структуре колебания E_{110} (наблюдаемой в цилиндрическом резонаторе), для которой характерна возможность существования колебаний при расстояниях между торцевыми поверхностями намного меньших половины длины электромагнитной волны. Именно для типа колебаний E_{110} характерно отсутствие зависимости резонансной частоты от длины резонатора и ее уменьшение с увеличением радиуса резонатора.

Таким образом, для усеченного сферического конуса уменьшение резонансной частоты с уменьшением резонансного объема можно трактовать, как и уменьшение резонансной частоты колебаний типа E_{110} в цилиндрическом резонаторе при увеличении его радиуса, так как в усеченном коническом резонаторе при сближении торцевых поверхностей средний радиус резонансного объема увеличивается.

ВЫВОДЫ

Проведенный анализ резонансных явлений для типов колебаний H_{011} , E_{111} и E_{112} в резонаторах в виде сферического сектора показал:

- возможность снятия вырождения между типами колебаний H_{011} , E_{111} и E_{112} в широком диапазоне изменения геометрических размеров резонаторов, причем разница резонансных частот в большей мере определяется углом при вершине сферического сектора;
- при малых углах сферического сектора структура электрического поля в случае плоского торца визуально идентична структуре поля резонатора со сферическим торцом;
- по мере увеличения угла θ сферического сектора наблюдается рост степени отличия электрического поля резонатора, имеющего торец сферической формы, по сравнению с полем резонатора с плоским торцом;
- аномальный характер поведения резонансных частот для E типов колебаний в усеченных резонаторах, проявляющийся в том, что с уменьшением объема резонатора его резонансная частота уменьшается;
- для колебаний типа E_{112} в резонаторах в виде усеченного сферического конуса имеется пологий экстремум, содержащий участок с аномальным поведением резонансных частот.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Makimoto M. Microwave resonators for wireless communication. Theory, design and application // M. Makimoto, S. Yamashita. – Berlin : Springer – Verlag, 2001. – 162 p.
2. Дробахин О. О. Датчики перемещений на основе круглых цилиндрических СВЧ-резонаторов / О. О. Дробахин, П. И. Заболотный, Е. Н. Привалов // Техника и приборы СВЧ. – 2008. – № 2. – С. 24–29.
3. Harrington R. F. Time-harmonic electromagnetic fields. – New York : Wiley, 2001. – 480 p.

4. Van't Hof J. P. Eigenfrequencies of a Truncated Conical Resonator via the Classical and Wentzel-Kramers-Brillouin Methods / J. P. Van't Hof, D. D. Stancil // Transactions on Microwave Theory and Techniques. – Vol. MTT-56. – 2008. – No. 8. – P. 1909–1916.
5. Справочник по специальным функциям / под. ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 830 с.
6. Григорьев А. Д. Электродинамика и микроволновая техника / А. Д. Григорьев. – СПб. : Лань, 2007. – 704 с.

Надійшла 21.04.2009

Досліджено вплив на резонансні властивості й структуру електромагнітного поля геометрії резонаторів, виконаних у вигляді сферичного сектора й усіченого сферичного сектора. Показано, що розходження

між резонансними частотами коливань типу H_{011} , E_{111} і E_{112} у більшій мері визначається кутом при вершині сферичного сектора. Виявлено, що в усічених резонаторах для E типів коливань зі зменшенням об'єму резонатора його резонансна частота зменшується.

The influence of spherical and truncated spherical sector geometrical structure resonators on resonance frequency and em field structure is investigated. It has been shown that the resonance frequency discrepancies for H_{011} , E_{111} and E_{112} modes are mainly defined by vertex angle of spherical sector. For E modes in truncated cavities an effect of resonance frequency diminishing with cavity volume reduction has been detected.

УДК 537.612, 537.635

І. В. Зависяк, Г. П. Головач, М. О. Попов

МОДИФІКОВАНА ЕЛІПТИЧНА СИСТЕМА КООРДИНАТ ДЛЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ З СИМЕТРІЄЮ ЕЛІПТИЧНОГО ЦИЛІНДРА

Представлена оригінальна модифікована еліптична система координат, розглянуто її властивості, наведено корисні співвідношення. Запропоновано застосовувати цю систему координат при розгляді задач математичної фізики, які мають симетрію еліптичного циліндра, зокрема, задач про знаходження власних хвиль і коливань в хвилеводах і резонаторах еліптичного перерізу та продемонстровано приклади її використання.

ВСТУП

Для розв'язання багатьох задач математичної фізики необхідно використовувати еліптичну систему координат. Так, для електродинаміки і техніки як НВЧ, так і оптичного діапазонів значний інтерес становлять еліптичні хвилеводи і резонатори, які займають проміжне положення між своїми аналогами круглого та прямокутного перерізу. В них, на відміну від круглої геометрії, знімається азимутальне виродження власних хвиль і коливань, фіксується поляризація, розширюється робочий частотний діапазон хвилеводів, розріджується спектр резонаторів [1, 2].

В спінохвильовій електродинаміці еліптична система координат застосовувалася в [3], де розглядалися магнітостатичні хвилі в еліптичному циліндричному феритовому хвилеводі. Характерною особливістю розв'язку є те, що при цьому магнітостатичний потенціал (і магнітне поле також) повинні бути представлені у вигляді нескінченних рядів з функцій Матьє (ззовні зразка) чи модифікованих функцій

Матьє (всередині зразка). При цьому розв'язок характеристичного рівняння можливий лише наближеними числовими методами.

Метою даної роботи є запровадження нового ефективного аналітичного методу аналізу електродинамічних задач в системах з симетрією еліптичного циліндра і демонстрація її ефективності на прикладі повного аналітичного розв'язання спектральної задачі для поверхневих магнітостатичних коливань (ПМСК) в феромагнітних системах з геометрією еліптичного циліндра.

МОДИФІКОВАНА ЕЛІПТИЧНА СИСТЕМА КООРДИНАТ

Зазвичай, при розв'язанні задач математичної фізики в областях, які мають симетрію еліптичного циліндра, використовується стандартна еліптична система координат [3, 4], у якої одна із координатних поверхонь є еліпсом:

$$x = c \cdot ch\xi \cdot \cos\eta, \quad y = c \cdot sh\xi \cdot \sin\eta, \quad z = z, \quad (1)$$

де $\eta \in [-\pi, \pi]$, $\xi \in [0, \infty)$, $z \in (-\infty, \infty)$, c – напівфокальна відстань: $c^2 = a^2 - b^2$, де a і b – це відповідно велика і мала півосі еліпса, який відповідає $\xi = \text{const}$.

На площині xy заміна змінних (1) перетворює внутрішню область еліпса з півосями a і b на прямо-