

4. Van't Hof J. P. Eigenfrequencies of a Truncated Conical Resonator via the Classical and Wentzel-Kramers-Brillouin Methods / J. P. Van't Hof, D. D. Stancil // Transactions on Microwave Theory and Techniques. – Vol. MTT-56. – 2008. – No. 8. – P. 1909–1916.
5. Справочник по специальным функциям / под. Ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 830 с.
6. Григорьев А. Д. Электродинамика и микроволновая техника / А. Д. Григорьев. – СПб. : Лань, 2007. – 704 с.

Надійшла 21.04.2009

Досліджено вплив на резонансні властивості й структуру електромагнітного поля геометрії резонаторів, виконаних у вигляді сферичного сектора й усіченого сферичного сектора. Показано, що розходження

між резонансними частотами коливань типу  $H_{011}$ ,  $E_{111}$  і  $E_{112}$  у більшій мірі визначається кутом при вершині сферичного сектора. Виявлено, що в усічених резонаторах для  $E$  типів коливань зі зменшенням об'єму резонатора його резонансна частота зменшується.

*The influence of spherical and truncated spherical sector geometrical structure resonators on resonance frequency and em field structure is investigated. It has been shown that the resonance frequency discrepancies for  $H_{011}$ ,  $E_{111}$  and  $E_{112}$  modes are mainly defined by vertex angle of spherical sector. For  $E$  modes in truncated cavities an effect of resonance frequency diminishing with cavity volume reduction has been detected.*

УДК 537.612, 537.635

І. В. Зависляк, Г. П. Головач, М. О. Попов

## МОДИФІКОВАНА ЕЛІПТИЧНА СИСТЕМА КООРДИНАТ ДЛЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ З СИМЕТРІЄЮ ЕЛІПТИЧНОГО ЦИЛІНДРА

Представлена оригінальна модифікована еліптична система координат, розглянуто її властивості, наведено корисні співвідношення. Запропоновано застосовувати цю систему координат при розгляді задач математичної фізики, які мають симетрію еліптичного циліндра, зокрема, задач про знаходження власних хвиль і коливань в хвилеводах і резонаторах еліптичного перерізу та продемонстровано приклади її використання.

### ВСТУП

Для розв'язання багатьох задач математичної фізики необхідно використовувати еліптичну систему координат. Так, для електродинаміки і техніки як НВЧ, так і оптичного діапазонів значний інтерес становлять еліптичні хвилеводи і резонатори, які займають проміжне положення між своїми аналогами круглого та прямокутного перерізу. В них, на відміну від круглої геометрії, знімається азимутальне виродження власних хвиль і коливань, фіксується поляризація, розширяється робочий частотний діапазон хвилеводів, розріджується спектр резонаторів [1, 2].

В спінхвильовій електродинаміці еліптична система координат застосовувалася в [3], де розглядалися магнітостатичні хвилі в еліптичному циліндричному феритовому хвилеводі. Характерною особливістю розв'язку є те, що при цьому магнітостатичний потенціал (і магнітне поле також) повинні бути представлені у вигляді нескінченних рядів з функцій Мат'є (ззовні зразка) чи модифікованих функцій

Мат'є (всередині зразка). При цьому розв'язок характеристичного рівняння можливий лише наближеними числовими методами.

Метою даної роботи є запровадження нового ефективного аналітичного методу аналізу електродинамічних задач в системах з симетрією еліптичного циліндра і демонстрація її ефективності на прикладі повного аналітичного розв'язання спектральної задачі для поверхневих магнітостатичних коливань (ПМСК) в феромагнітних системах з геометрією еліптичного циліндра.

### МОДИФІКОВАНА ЕЛІПТИЧНА СИСТЕМА КООРДИНАТ

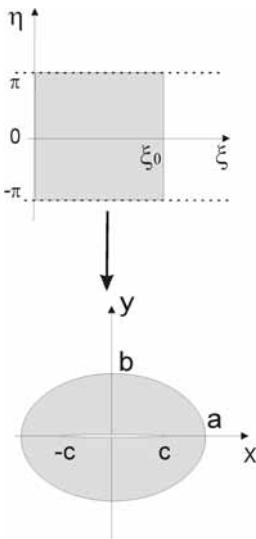
Зазвичай, при розв'язанні задач математичної фізики в областях, які мають симетрію еліптичного циліндра, використовується стандартна еліптична система координат [3, 4], у якої одна із координатних поверхонь є еліпсом:

$$x = c \cdot ch\xi \cdot \cos \eta, \quad y = c \cdot sh\xi \cdot \sin \eta, \quad z = z, \quad (1)$$

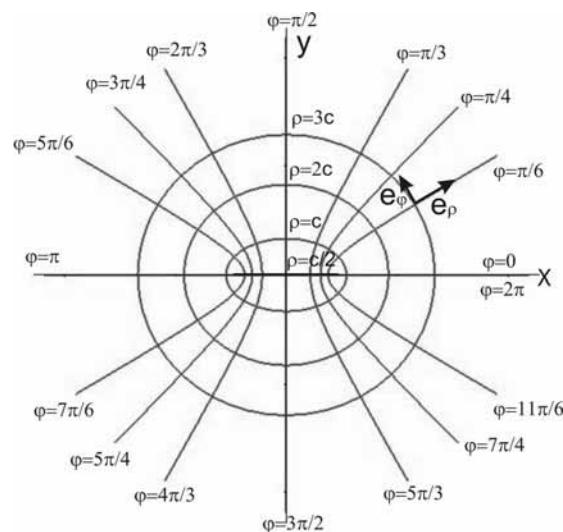
де  $\eta \in [-\pi, \pi]$ ,  $\xi \in [0, \infty)$ ,  $z \in (-\infty, \infty)$ ,  $c$  – напівфокальна відстань:  $c^2 = a^2 - b^2$ , де  $a$  і  $b$  – це відповідно велика і мала півосі еліпса, який відповідає  $\xi = \text{const}$ .

На площині  $xy$  заміна змінних (1) перетворює внутрішню область еліпса з півосями  $a$  і  $b$  на прямо-

© Зависляк І. В., Головач Г. П., Попов М. О., 2009



## *Рисунок 1 – Конформне перетворення областей при заміні (1)*



*Рисунок 2 – Координатні поверхні та орти МЕСК*

кутну область  $\eta \in [-\pi, \pi]$ ,  $\xi \in [0, \xi_0]$ ,  $\xi_0 = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{a+b}{a-b} \right)$  або, враховуючи періодичність змінної  $\eta$ , на смугу  $\xi \in [0, \xi_0]$  (рис. 1).

При цьому розріз  $x \in [-c, c]$  переходить у пряму  $\xi = 0$ , а поверхня еліпса – в  $\xi = \xi_0$ . Аналогічно зовнішня частина простору переходить у смугу  $\xi \in [\xi_0, \infty)$ .

Недоліком цієї системи координат є незручний перехід до полярної системи координат (ПСК). У цьому випадку  $c \rightarrow 0$ ,  $\xi \rightarrow \infty$ , відповідно, для певного разу потрібно знайти подвійну границю при  $\lim(\dots)$

одночасному виконанні умови  $\lim_{\substack{c \rightarrow 0 \\ \xi \rightarrow \infty}} \frac{ce^\xi}{2} = \rho$ ,  $\rho -$  радіус в ПСК. Дійсно, за цих умов  $\lim_{\substack{c \rightarrow 0 \\ \xi \rightarrow \infty}} (c \cdot sh\xi) =$   
 $= \lim_{\substack{c \rightarrow 0 \\ \xi \rightarrow \infty}} (c \cdot ch\xi) = \lim_{\substack{c \rightarrow 0 \\ \xi \rightarrow \infty}} \left( \frac{ce^\xi}{2} \right) \rightarrow \rho$ , і формула (1) перехо-  
 дить у відомий вираз для ПСК.

Якщо тепер у (1) одразу зробити заміну  $\frac{ce^{\xi}}{2} = \rho$ ,

$$\begin{aligned} x &= \left(\rho + \frac{c^2}{4\rho}\right) \cdot \cos\varphi, \quad y = \left(\rho - \frac{c^2}{4\rho}\right) \cdot \sin\varphi, \\ z &= z, \quad \varphi \in [-\pi, \pi], \\ \rho &\in [\frac{c}{2}, \infty], \quad z \in (-\infty, \infty). \end{aligned} \tag{2}$$

При цьому перехід до полярної системи координат здійснюється простою підстановкою  $c = 0$ . Перетво-

рення (2) будемо вважати означенням модифікованої еліптичної системи координат (МЕСК) і надалі використовуватимемо як заміну змінних для розв'язку поставленої задачі. МЕСК у багатьох відношеннях схожа з ПСК, що робить отримані результати більш наочними.

Розглянемо тепер детально властивості МЕСК. Як вже було сказано, зв'язок з декартової системою координат визначається рівняннями (2), зворотне петретворення задається формулами:

$$\begin{aligned} \sin^2\varphi &= \frac{1}{2c^2} \times \\ &\times \left( c^2 - x^2 - y^2 + \sqrt{x^2(x^2 + 2y^2 - 2c^2) + (y^2 + c^2)^2} \right), \\ \rho &= \frac{1}{2} \left( \frac{x}{\cos\varphi} + \frac{y}{\sin\varphi} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Конкретний корінь першого рівняння системи (3) обирається, виходячи зі знаків змінних  $x$  та  $y$ .

Координатні поверхні являють собою набір конфокальних еліпсів ( $\rho = R = \text{const}$ ), які описуються рівнянням  $\frac{x^2}{\left(R + \frac{c^2}{4R}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(R - \frac{c^2}{4R}\right)^2} = 1$ , та гіпербол ( $\varphi = \Phi = \text{const}$ ):  $\frac{x^2}{c^2 \cos^2 \Phi} - \frac{y^2}{c^2 \sin^2 \Phi} = 1$ , зображеніх на рис. 2.

Еліпсу з півосями  $a$  і  $b$  у даній системі координат відповідає значення  $\rho = \frac{a+b}{2}$ .

Розрахуємо масштабні множники Ламе для МЕСК:

$$\begin{aligned} h_\rho &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \rho}\right)^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{c^2}{4\rho^2}\right)^2 + \frac{c^2}{\rho^2} \sin^2 \phi}, \\ h_\phi &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \phi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \phi}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\rho^2 \left[ \left(1 - \frac{c^2}{4\rho^2}\right)^2 \cos^2 \phi + \left(1 + \frac{c^2}{4\rho^2}\right)^2 \sin^2 \phi \right]} = \rho h_\rho, \\ h_z &= 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Бачимо, що при  $c = 0$ , формули (4) переходят у вирази для циліндричної системи координат ( $h_\rho = 1$ ,  $h_\phi = \rho$ ,  $h_z = 1$ ), як і має бути.

Якобіан МЕСК має вигляд:

$$\left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\rho, \phi, z)} \right| = \rho \left( 1 + \frac{c^4}{16\rho^4} - \frac{c^2}{2\rho^2} \cos(2\phi) \right).$$

Якобіан дорівнює нулю лише в двох точках:  $\rho = c/2$ ,  $\phi = 0$  та  $\rho = c/2$ ,  $\phi = \pi$ .

Скориставшись загальним виглядом оператора Лапласа в довільній криволінійній системі координат [4]

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \times \\ &\times \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial V}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial V}{\partial x_3} \right) \right], \end{aligned}$$

можемо обчислити лапласіан в МЕСК:

$$\Delta V = \frac{1}{h_\rho h_\phi} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \right] + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$

Диференціальні оператори в МЕСК визначаються наступними формулами

$$\begin{aligned} \text{grad}V &= \left( \frac{1}{h_\rho} \frac{\partial V}{\partial \rho}, \frac{1}{\rho h_\phi} \frac{\partial V}{\partial \phi}, \frac{\partial V}{\partial z} \right), \\ \text{div} \vec{A} &= \frac{1}{\rho h_\rho^2} \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho h_\rho A_\rho) + \frac{\partial}{\partial \phi} (h_\rho A_\phi) \right) + \frac{\partial A_z}{\partial z}, \\ (\text{rot} \vec{A})_\rho &= \frac{1}{\rho h_\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}, \\ (\text{rot} \vec{A})_\phi &= \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{1}{h_\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \rho}, \\ (\text{rot} \vec{A})_z &= \frac{1}{\rho h_\rho^2} \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho h_\rho A_\phi) - \frac{\partial}{\partial \phi} (h_\rho A_\rho) \right). \end{aligned}$$

Для того, щоб розглянути трансформацію областей, зробимо допоміжні перетворення:

$$u = \rho \cos \phi, \quad v = \rho \sin \phi. \quad (5)$$

Тоді отримуємо:

$$x = u \left( 1 + \frac{c^2}{4(u^2 + v^2)} \right), \quad y = v \left( 1 - \frac{c^2}{4(u^2 + v^2)} \right).$$

Побудуємо відображення:

$$\begin{aligned} Z = x + iy &= u \left( 1 + \frac{c^2}{4(u^2 + v^2)} \right) + iv \left( 1 - \frac{c^2}{4(u^2 + v^2)} \right) = \\ &= u + iv + \frac{c^2(u - iv)}{4(u^2 + v^2)} = u + iv + \frac{c^2}{4(u + iv)}. \end{aligned}$$

Позначивши  $W = u + iv$ , отримуємо, що

$$Z = W + \frac{c^2}{4W}. \quad (6)$$

Вираз (6) є відомим конформним перетворенням, що переводить коло в еліпс [5, 6]. Таким чином, перетворення змінних, що задається формулами (2), складається з двох частин: 1) конформне відображення (6); 2) перехід від декартових змінних ( $u, v$ ) до полярних ( $\rho, \phi$ ). Відзначимо, що в [7], при розв'язанні задачі спінхильової електродинаміки з симетрією еліптичного циліндра, використовувалися декартові змінні, згідно з (6). Це призвело до нефізичної розбіжності компонент магнітного поля ПМСК у фокусах еліпса і не дозволило авторам аналітично побудувати розподіл магнітного поля. При використанні МЕСК розбіжності у фокусах еліпса не виникає.

Таким чином, при використанні (2) внутрішня частина еліпса з півосями  $a$  і  $b$  переходить у смугу  $\rho \in \left[ \frac{c}{2}, \frac{a+b}{2} \right]$  (з урахуванням періодичності по  $\pi$ ) через проміжну область у формі кільця з внутрішнім і зовнішнім радіусами  $\frac{c}{2}$  та  $\frac{a+b}{2}$ , відповідно. Зовнішня область – у смугу  $\rho \in \left[ \frac{a+b}{2}, \infty \right)$  (рис. 3).

Наведені вище співвідношення створюють підґрунтя для використання МЕСК в задачах математичної фізики з симетрією еліптичного циліндра, зокрема для аналізу металевих, діелектричних та гіротропних хвилеводів та резонаторів еліптичного перерізу.

### СПЕКТРАЛЬНА ЗАДАЧА ДЛЯ ФЕРОМАГНІТНИХ СТРУКТУР З СИМЕТРІЄЮ ЕЛІПТИЧНОГО ЦИЛІНДРА

Продемонструємо метод розділення змінних на основі застосування модифікованої еліптичної системи

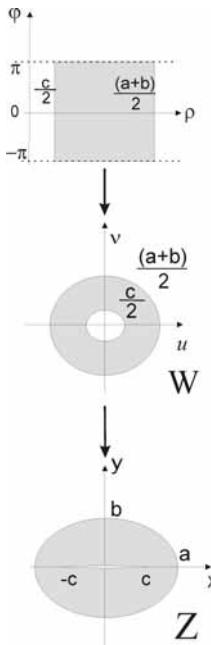


Рисунок 3 – Конформне перетворення областей при заміні (2)

координат при розв'язанні спектральних задач в магнітостатичних резонаторах еліптичної геометрії. Будемо виходити з рівняння Уокера [8]:

$$\operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} \Psi) = 0, \quad (7)$$

тут  $\hat{\mu}$  – тензор магнітної проникності, що задається співвідношеннями:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & -i\mu_a & 0 \\ i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

де  $\mu = \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)}{(\omega^2 - \omega_H^2)}$ ,  $\mu_a = \frac{\omega \omega_M}{(\omega^2 - \omega_H^2)}$ ,  $\omega_1^2 = \omega_H(\omega_H + \omega_M)$ ,  $\omega_M = \gamma 4\pi M_0$ ,  $\omega_H = \gamma H_{\text{eff0}}$ ,  $\omega$  – частота,  $M_0$  – намагніченість насичення,  $H_{\text{eff0}}$  – ефективне стало магнітне поле,  $\gamma$  – гіромагнітне відношення. В формулі (7)  $\Psi$  – магнітостатичний потенціал, що уводиться згідно з  $\vec{h} = \operatorname{grad} \Psi$ ,  $\vec{h}$  – змінна складова магнітного поля. В МЕСК (7) набуває вигляду

$$\mu \frac{1}{h_\rho h_\phi} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} \right] + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0.$$

Для розділення змінних підставимо  $\Psi(\rho, \phi, z) = R(\rho)\Phi(\phi)Z(z)$ :

$$\mu \frac{1}{h_\rho h_\phi} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial R}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \right] + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0.$$

Відокремимо функцію  $Z(z)$ :  $\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k^2$ , тоді:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial R}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{h_\rho h_\phi k^2}{\mu} = 0.$$

Підставивши в явному вигляді коефіцієнти Ламе, отримаємо:

$$\left[ \frac{1}{R} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial R}{\partial \rho} \right) + \frac{k^2}{\mu} \rho^2 \left( 1 - \frac{c^2}{4\rho^2} \right)^2 \right] + \left[ \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{k^2 c^2}{\mu} \sin^2 \phi \right] = 0.$$

Остаточно розділивши змінні, маємо:

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{k^2 c^2}{\mu} \sin^2 \phi = -n^2,$$

$$\frac{1}{R} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial R}{\partial \rho} \right) + \frac{k^2}{\mu} \rho^2 \left( 1 - \frac{c^2}{4\rho^2} \right)^2 = n^2.$$

Звідки після перетворень для першого рівняння отримуємо:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \left( \left( n^2 + \frac{k^2 c^2}{2\mu} \right) - 2 \frac{k^2 c^2}{4\mu} \cos 2\phi \right) \Phi = 0. \quad (8)$$

Це є рівняння Матьє [4],  $2\pi$  – періодичними по змінній  $\phi$  розв'язками якого є парні та непарні функції Матьє першого роду (функції Матьє з цілим індексом)  $ce_m(\phi, \frac{k^2 c^2}{4\mu})$  та  $se_m(\phi, \frac{k^2 c^2}{4\mu})$ . Друге рівняння можна переписати в наступному вигляді:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial R}{\partial \rho} + \left( \frac{k^2}{\mu} \left( 1 - \frac{c^2}{4\rho^2} \right)^2 - \frac{n^2}{\rho^2} \right) R = 0. \quad (9)$$

Бачимо, що при  $c = 0$ , рівняння (9) перетворюється у рівняння Бесселя.

Запропонований математичний апарат було застосовано для аналізу власних поверхневих магнітостатичних коливань в електродинамічних структурах еліптичного перерізу: намагнічених вздовж осі отвору у феромагнетику [9], феромагнітному циліндрі [9] та трубці [10, 11], а також еліптичних циліндрічних доменах у матеріалах з одновісною анізотропією [12]. Було знайдено в аналітичному вигляді вирази для резонансних частот та власних функцій, проаналізовано поляризацію та просторовий розподіл магнітного поля. Порівняння теоретичних частотнопольових залежностей з експериментальними показало їх гарне узгодження. Також продемонстровано

можливість застосування побудованої теорії для розрахунків спектрів феромагнітних нанодротів.

## ВИСНОВКИ

В роботі була представлена оригінальна модифікована еліптична система координат, розглянуто її основні властивості, знайдено масштабні множники Ламе, побудовано координатні поверхні, записано вирази для диференціальних операторів градієнта, ротора, дивергенції та оператора Лапласа. Запропоновано використовувати модифіковану еліптичну систему координат при розв'язанні задач математичної фізики в системах з геометрією еліптичного циліндра і наведено приклади успішного застосування.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Mahmoud S. F. Electromagnetic waveguides: theory and applications / S. F. Mahmoud. – London : Peter Peregrinus Ltd., 1991. – 228 p.
2. Dyott R. B. Elliptical Fiber Waveguides / R. B. Dyott. – Norwood, MA : Artech House, 1995. – 217 p.
3. De Wames R. E. Magnetostatic surface modes in an axially magnetized elliptical cylinder / R. E. De Wames, T. Wolfram // Appl. Phys. Lett. – 1970. – Vol. 16, № 8. – Р. 305–308.
4. Анго А. Математика для електро- и радіоінженеров / А. Анго. – М. : Наука, 1965. – 779 с.
5. Иванов В. И. Конформные отображения и их приложения / В. И. Иванов, В. Ю. Попов. – М. : Едиториал УРСС, 2002. – 324 с.
6. Miyazaki Y. Radio Wave absorption analysis of coated elliptic cylinders with lossy magnetic ferrite films using conformal mapping method / Y. Miyazaki // 3rd International Symposium on Electromagnetic Compatibility. – Beijing (China), 2002. – P. 432–437.

УДК: 538.935, 538.915, 538.953

V. V. Pogosov, E. V. Vasyutin, A. V. Babich

## FEATURE OF MAGIC METAL NANoclUSTERS IN MOLECULAR TRANSISTOR

*Effects of the charging and single-electron tunneling in a cluster structure are investigated theoretically. In the framework of the particle-in-a-box model for the spherical and disk-shaped gold clusters, the electron spectrum and the temperature dependence of the electron chemical potential are calculated. Difference between the chemical potentials of massive electrodes and island's one leads to its charging. We show that the effective residual charge is equal to the non-integer value of elementary charge  $e$  and depends on the cluster's shape. The equations for the analysis of the current-voltage characteristic are used under restrictions associated with the Coulomb instability of a cluster. For single-electron molecular transistors the non-monotonic size dependences of current gap and its voltage*

7. Roussigne Y. Spin waves in stripe submitted to a perpendicular applied field / Y. Roussigne, P. Moch // J. Phys. Condense Matter. – 2005. – Vol. 17, № 10. – Р. 1645–1652.
8. Гуревич А. Г. Магнитные колебания и волны / А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков. – М. : Физматлит., 1994. – 464 с.
9. Зависляк И. В. Поверхностные магнитостатические колебания в эллиптических отверстиях и цилиндрах / И. В. Зависляк, Г. П. Головач, М. А. Попов, В. Ф. Романюк // РЭ. – 2006. – Т. 51, № 2. – С. 213–220.
10. Попов М. А. Поверхностные магнитостатические колебания в ферритовых трубках эллиптического сечения / М. А. Попов, И. В. Зависляк // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2006. – Т. 49, № 6. – С. 3–11.
11. Попов М. А. Modelling of the magnetostatic surface oscillations in elliptical nanotubes / М. А. Попов, И. В. Зависляк // УФЖ. – 2008. – Т. 53, № 7. – С. 706–711.
12. Попов М. А. Поверхностные магнитостатические колебания в эллиптических цилиндрических магнитных доменах / М. А. Попов, И. В. Зависляк // ФТТ. – 2009. – Т. 51, № 1. – С. 81–84.

Надійшла 7.04.2009

Після доробки 28.05.2009

*Представлена оригінальна модифікована еліптическа система координат, рассмотрены ее свойства, приведены полезные соотношения. Предложено использовать эту систему координат при рассмотрении задач математической физики с симметрией эллиптического цилиндра, в частности, задач про нахождение собственных волн и колебаний в волноводах и резонаторах эллиптического сечения, продемонстрированы примеры ее применения.*

*The original modified elliptical coordinate system is submitted, its properties are considered, useful relationships are given. It was suggested to use this coordinate system for mathematical physics problems with the symmetry of the elliptical cylinder, in particular for eigen-waves and eigen oscillations problems in waveguides and of elliptic cross-section resonators, the examples of application were demonstrated.*

*asymmetry are computed. We suggest that an overheating of electron subsystem leads to the disappearance of a current gap and gradual smoothing of current-voltage curves that is observed experimentally.*

## 1 INTRODUCTION

The nanodispersed systems are prospective object of nanotechnology [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Transport of electrical charge across a nanoscale tunnel junction is accompanied by many effects, such as the Coulomb blockade of the average current, transfer of energy between elec-