

ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

THEORY AND METHODS OF AUTOMATIC CONTROL

УДК 681.513

Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова

КОМПЕНСАЦИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ТРЕНИЯ НА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Представлен обзор известных методов компенсации влияния нелинейного трения на системы управления. Предполагается, что измеряются только позиционные сигналы. Предложены редуцированные алгоритмы, оценивающие вектор неопределенности и скорости объекта управления. Осуществляется компенсация влияния вектора неопределенности комбинированным регулятором. Работоспособность алгоритмов управления проиллюстрирована численным моделированием.

ОБЗОР ИЗВЕСТНЫХ МЕТОДОВ КОМПЕНСАЦИИ ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ТРЕНИЯ

Из всех видов возмущений следует выделить нелинейное трение. Нелинейное трение может оказывать сильное отрицательное влияние на процессы управления. Это, в первую очередь, относится к управлению малыми скоростями и позиционному управлению. Существует большое количество моделей трения, отличающихся друг от друга как количеством учитываемых эффектов, так и их математическим описанием [1–7].

1. Кулоново трение описывается уравнением $f = -f_0 \text{sign} \dot{x}$, где f_0 – модуль трения, \dot{x} – относительная скорость трущихся поверхностей.

2. Модель Леонардо да Винчи (предложенная в 1519 г. [1]), наряду с кулоновым трением $f = -f_0 \text{sign} \dot{x}$, $\forall |\dot{x}| > 0$, учитывает статическое трение.

3. Модели Гаусса, Лоренца, Тастина [1].

4. Lund Grenoble (LuGre), предложенная в 1995 г. в городах Lund и Grenoble [2].

5. Модели, перечисленные в пп. 3 и 4, помимо описанных выше эффектов, учитывают уменьшение модуля трения в районе нулевой скорости при увеличении ее модуля (Stribeck-эффект). Эти модели отличаются друг от друга математическим описанием.

Зависимость трения от скорости для моделей, перечисленных в п. 3 и 4, имеет вид, представленный на рис. 1. Эту модель, можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} f &= -m \text{ при } \dot{x} = 0, \quad \forall |m| \leq f_0, \\ f &= -f_0 \text{sign} m \text{ при } \dot{x} = 0, \quad \forall (|m| > f_0), \\ f &= -\varphi(|\dot{x}|) \text{sign} \dot{x} \text{ при } |\dot{x}| > 0, \end{aligned}$$

где m – сумма всех внешних воздействий на объект управления (ОУ), f_0 – максимальный момент трения

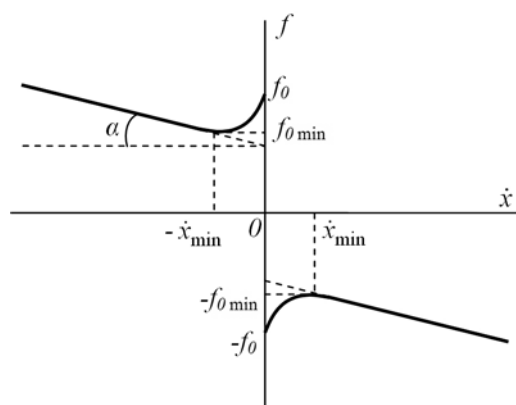


Рисунок 1 – Залежність тріння від швидкості

покою. Моделі из пп. 3, 4 отличаются друг от друга функциями $|f| = \varphi(\dot{x})$. Помимо перечисленных эффектов в нелинейном трении присутствуют такие явления как залипание, эффект «щетки» (смещение, предшествующее скольжению), неравномерное движение. Влияние нелинейного трения существенно отличается в зависимости от назначения системы управления, а именно, предназначена система для управления скоростью одного знака или для стабилизации положения, происходящей со знакопеременными скоростями.

При управлении скоростью одного знака трение постоянно находится на одной и той же ветви, пусть, например, на левой ветви рис. 1. На этой ветви при возрастании модуля скорости можно выделить ниспадающую и возрастающую части. При нахождении скорости на восходящей части сила трения стабилизирует движение. При нахождении на нисходящей – дестабилизирует. Вследствие этого в системе могут возникнуть автоколебания скорости между указанными участками. Наиболее сложным в динамическом отношении является режим стабилизации положения с нулевой скоростью. В этом случае проявляются все выше перечисленные эффекты трения. В отличие от управления скоростью, при позиционном управлении трение делает задачу управления существенно нелинейной, так как управление происходит в окрестности нулевой скорости (см. рис. 1). Данный обзор посвящен компенсации влияния трения при позиционном управлении.

Позиционному управлению в присутствии нелинейного трения в отечественной литературе уделено очень мало внимания. Следует отметить работу Ларина В. Б. [8], в которой рассматривается сухое трение (модель Леонардо да Винчи). В этой работе показано, что в случае ПИД-регулятора требуемое положение равновесия асимптотически устойчиво, но процесс затухания медленный и указано на необходимость вычисления и компенсации трения. Для оценки трения, по заключению автора, необходимо измерять

ускорение. Таким образом, для компенсации трения предлагается использовать комбинированное управление. (Как бы в дополнение к работе [8], в работе [5] указано, что при наличии падающих участков характеристики трения системы с ПИД-регуляторами являются неустойчивыми из-за наличия интегральной части регулятора).

В противоположность отечественной литературе, в иностранной литературе уделяется очень большое внимание позиционному управлению с нелинейным трением (см. работы [1–6, 9–17] и библиографию к ним). Рассматриваются следующие методы:

1. Предварительная (off-line) полная или частичная идентификация выбранной модели трения с последующим ее доопределением в реальном времени (on-line) и компенсацией на фоне ПД-регулирования [3–6, 11, 18, 20].

2. Введение уравнений воздействия трения в общую систему уравнений движения и по этим уравнениям синтез законов управления [13, 15, 16, 19].

3. Компенсация трения без учета его математической модели за счет применения таких робастных методов управления как управление с большими коэффициентами усиления (БКУ) или системы с переменной структурой (СПС) [9, 17].

С целью обеспечения работоспособности системы позиционного управления в присутствии нелинейного трения в работах [3–6, 11] предлагается применять комбинированное управление с предварительной идентификацией и последующей компенсацией трения в сочетании с ПД-управлением. Авторы этих работ задаются теми или иными существенно нелинейными моделями трения и предварительно идентифицируют коэффициенты этих моделей, с тем, чтобы по полученным моделям уже в реальном времени вычислять трение и компенсировать его. Этот метод обладает целым рядом существенных недостатков. Во-первых, нет таких моделей, которые учитывают все эффекты. Во-вторых, при наличии других, помимо трения, возмущений идентификация будет не точной. В-третьих, трение не может быть стабильным и компенсация не может быть полной. В-четвертых, ПД-регулятор не в состоянии в достаточной степени уменьшать ошибки от других воздействий.

Метод, описанный в работах [13, 15, 16], базируется на построении функций Ляпунова для модели всей системы, включающей модель трения. Он обладает теми же недостатками, что и предыдущий метод. Кроме того, алгоритмы управления (если их даже удастся синтезировать) получаются очень сложными.

СПС обладают высокой степенью робастности, но им присущ ряд недостатков, а именно: плохая помехозащищенность по отношению к высокочастотным помехам, способность возбуждать колебания упругих элементов, внесение в систему высокочастотных колебаний, ухудшающих точность управления скоростью,

отсутствие робастности на участках достижения линий переключения, повышенные энергозатраты, пониженная надежность, генерация акустических шумов. С целью уменьшения степени (но не полного устранения) каждого из перечисленных недостатков в работе [9] для формирования управляющих воздействий релейные звенья sign меняются на линейные звенья с насыщением (saturation), оценивается сумма внешних воздействий, по которой с некоторым гарантированным запасом устанавливается амплитуда управляющих воздействий. На линейных участках звеньев saturation используются ПИД-регуляторы, не рекомендованные в работе [5] для компенсации трения. Кроме того, в работе [5] для оценки внешних воздействий требуется информация о перемещениях, скоростях и ускорениях.

Таким образом, задача точного позиционного управления при наличии нелинейного трения требует лучшего решения. По нашему мнению, решение указанной задачи можно получить за счет робастного комбинированного управления, исследованного в работах [21–23]. Изложим суть этого метода, разработанного для общего случая неопределенностей, применительно к случаю, когда в неопределенность входит нелинейное трение. Объединение всех внешних воздействий, включая трение, и воздействий параметрических неопределенностей в один вектор неопределенности, его идентификация в реальном времени и компенсация на фоне регулирования формируют комбинированную систему управления с наблюдателем неопределенности – КСУНН [21–23]. Однако этот метод ранее не рассматривался применительно к объектам с нелинейным трением. Кроме того, методы оценки вектора скорости в работах [21–23] или сложны, или не учитывают динамику объекта управления. Ниже предлагается новый метод реализации комбинированного управления с наблюдателем вектора неопределенности и вектора состояния объекта управления (ОУ), отличающийся повышенной точностью за счет учета динамики ОУ при сравнительно малом объеме вычислений.

КОМПЕНСАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ СОВМЕСТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ТРЕНИЯ И ДРУГИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Рассматривается объект управления

$$\ddot{x} = A_1x + A_2\dot{x} + Bu + Gf, \quad x \in R^n, \quad f \in R^\alpha, \quad (1)$$

где x, u – векторы состояния и управления, A_1, A_2, B, G – постоянные известные матрицы соответствующих размеров, $f = f(x, u, t)$ – ограниченная кусочно дифференцируемая вектор-функция (неопределен-

ность), в которую собраны неизвестные погрешности объекта (1), внешние воздействия на объект, включая трение, и погрешности датчиков. Наблюдатель неопределенности будет строиться таким образом, что его быстрое действие в достаточной степени будет больше быстрого действия управляемого объекта. В этом случае функция f будет медленно меняющейся в масштабе времени наблюдателя неопределенности, вследствие чего при его синтезе будем полагать

$$\dot{f} = 0. \quad (2)$$

(Работоспособность такого предположения подтверждается численным моделированием.) Зададимся целью построить наблюдатель для системы (1), (2) с измерением только x , разделяющий скорость \dot{x} и неопределенность f (редуцированный наблюдатель). Перепишем уравнение (1) в виде

$$\ddot{x} = A_2\dot{x} + Gf + [A_1x + Bu]. \quad (3)$$

Пусть выполняется условие согласованности управления и возмущения $G = BQ$, где Q – некоторая известная матрица, и матрица B обратимая. В уравнении (3) вектор в скобках известен. Предположим на время, что скорость \dot{x} известна. В системе (2), (3) примем в качестве оцениваемых переменных \dot{x} и f с измерением

$$y = \dot{x}. \quad (4)$$

Поскольку в соответствии с теоремой 1.31 работы [24] система (2)–(4) является полностью наблюдаемой, построим для нее наблюдатель в виде [25]

$$\ddot{\hat{x}} = A_2\dot{\hat{x}} + G\hat{f} + L_x(\dot{\hat{x}} - \dot{x}) + [A_1x + Bu], \quad (5)$$

$$\dot{\hat{f}} = L_f(\dot{\hat{x}} - \dot{x}), \quad (6)$$

где L_x, L_f – матрицы коэффициентов передачи наблюдателя. Для устранения необходимости дифференцирования выходного сигнала x введем новые переменные

$$z_x = \dot{\hat{x}} + L_x x, \quad z_f = \hat{f} + L_f x, \quad (7)$$

откуда следует

$$\dot{\hat{x}} = z_x - L_x x, \quad \hat{f} = z_f - L_f x. \quad (8)$$

С учетом выражений (8) система (5), (6) принимает вид

$$\dot{z}_x = (A_2 + L_x)(z_x - L_x x) + G(z_f - L_f x) + [A_1x + Bu], \quad (9)$$

$$\dot{z}_f = L_f(z_x - L_x x). \quad (10)$$

В системе (9), (10) отсутствует неизмеряемый вектор \dot{x} . Поэтому необходимость в измерении вектора \dot{x} отпадает. Закон управления сформируем в виде

$$u = K_1x + K_2\dot{\hat{x}} - Q\hat{f}, \quad (11)$$

где \hat{x} , \hat{f} определены в (8).

Известно, что объем вычислений при интегрировании системы уравнений пропорционален квадрату порядка системы. Пусть каждое из уравнений системы (12), (13) имеет порядок n . Тогда объем вычислений наблюдателя разделим наблюдатель (9), (10) на два блока с односторонней связью. С этой целью продумаем неособые преобразования системы (9), (10) подобные тому, как было сделано в работе [21], в результате чего получим

$$\dot{z}_x^* = (A_2 + L_x^*)z_x^* + Bu + [A_1 - (A_2 + L_x^*)L_x - GL_f]x, \quad (12)$$

$$\dot{z}_f = L_f(z_x^* + Sz_f - L_x x), \quad (13)$$

где

$$S = -(A_2 + L_x^*)^{-1}G, \quad (14)$$

$$z_x = z_x^* + Sz_f, \quad (15)$$

$$L_x = L_x^* + SL_f. \quad (16)$$

Из уравнений (12), (13) видно, что уравнение (12) независимо от уравнения (13). С учетом квадратичной зависимости объема вычислений от порядка системы объем вычислений $N = n^2 + n^2 = 2n^2$, что в два раза меньше, чем в неразложенной системе.

ПРИМЕР

Рассматривается управляемое движение твердого тела с неизвестной массой, на которое действуют нелинейное трение и нагрузка неизвестных величин. Крутизна характеристики исполнительного органа также не известна. Измеряется только перемещение тела.

ОУ описывается уравнением

$$I_c \ddot{\phi}_c = nc_m i - f_c - f_l, \quad (17)$$

где ϕ_c – угол поворота ОУ, I_c – его момент инерции, i – ток якорной цепи двигателя постоянного тока (ДПТ), c_m – его моментный коэффициент; n – передаточное число редуктора, f_c – момент нелинейного трения в ОУ, f_l – момент нагрузки. В качестве модели трения использовалась модель LuGre (рис. 1).

Момент инерции ОУ и управляющее воздействие представим в виде

$$I_c = I_{c0} + I_{c\delta}, \quad m := nc_m i = nc_m i_0 + nc_m i_\delta. \quad (18)$$

Здесь индексом 0 обозначены известные номинальные части соответствующих величин, а индексом δ – погрешности их знания. С учетом обозначений (18) уравнение (17) примет вид

$$I_{c0} \ddot{\phi}_c = nc_m i_0 + f_\Sigma, \quad (19)$$

где суммарная неопределенность f_Σ описывается следующим выражением:

$$f_\Sigma = nc_m i_\delta - f_c - f_l - I_{c\delta} \ddot{\phi}_c. \quad (20)$$

Согласно уравнению (2) запишем

$$\dot{f}_\Sigma = 0. \quad (21)$$

Построим наблюдатель для системы (19), (21), соответствующий наблюдателю (8)–(10)

$$\dot{\hat{\phi}}_c = z_\phi - l_\phi \phi_c, \quad \dot{\hat{f}}_\Sigma = z_f - l_f \phi_c, \quad (22)$$

$$\dot{z}_\phi = I_{c0}^{-1} nc_m i_0 + I_{c0}^{-1} (z_f - l_f \phi_c) + l_\phi (z_\phi - l_\phi \phi_c), \quad (23)$$

$$\dot{z}_f = l_f (z_\phi - l_\phi \phi_c), \quad (24)$$

где l_ϕ , l_f – коэффициенты передачи наблюдателя. Закон управления (11) будет иметь вид

$$i = k_1(\phi_c - \phi_{cp}) + k_2(\hat{\phi}_c - \dot{\phi}_{cp}) - (nc_m)^{-1} \hat{f}_\Sigma + (nc_m)^{-1} I_{c0} \dot{\phi}_{cp}, \quad (25)$$

где k_1 , k_2 – коэффициенты закона управления. Расчет коэффициентов закона управления и наблюдателей осуществлялся по стандартным полиномам с биномиальным распределением корней.

При моделировании принимались следующие параметры: $I_{c0} = 250 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, момент инерции считается неизвестным и находится в диапазоне $I_c = (0, 5 \dots 2) I_{c0}$, $n = 377$, $c_m = 0,062 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^{-1}$, $f_l = 0 \dots 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $f_c = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $nc_m i = (1 \pm 0,2) nc_m i_0$, ток ограничивался значениями $\pm 360 \text{ А}$.

На рис. 2, 3 показан переходный процесс, возникающий при подаче ступенчатого программного сигнала величиной 3° ($\phi_{cp} = 0,05236 \text{ рад}$) при номинальном моменте инерции ОУ. Нагрузка $f_l = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$ в виде ступенчатого сигнала прикладывалась на 0,5 с и снималась на 0,8 с. На рис. 2 показан весь переходный процесс, а на рис. 3 – его фрагмент. Как видно

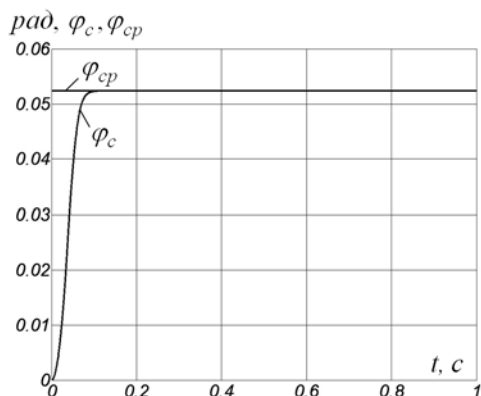


Рисунок 2

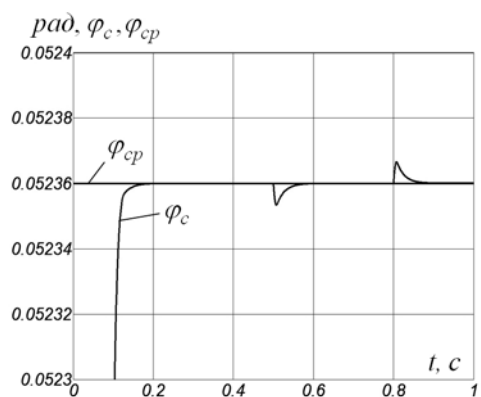


Рисунок 3

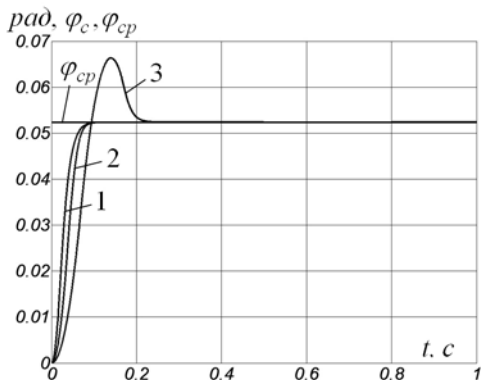


Рисунок 4

из графиков, синтезированная система управления обеспечивает аperiodический переходный процесс, является астатической по отношению к нагрузке, хорошо работает при наличии нелинейного трения, а также в системе отсутствует автоколебательный режим, характерный для СПС. Следует отметить, что ошибка от трения не оказывает существенного влияния на переходный процесс и полностью отсутствует

в установившемся режиме. В то же время, при ПИД-регуляторе система оказывается неустойчивой. На рис. 4 представлены переходные процессы, возникающие при моделировании следующих случаев: 1) с минимальным моментом инерции ОУ при максимальной крутизне моментной характеристики двигателя, 2) с номинальными параметрами, 3) с максимальным моментом инерции при минимальной крутизне моментной характеристики двигателя, которые подтверждают работоспособность системы при оговоренных условиях. Следует обратить внимание на то, что сочетания отклонений момента инерции ОУ и крутизны исполнительного органа выбраны наихудшими. В случае сочетания 3 наблюдается перерегулирование, что объясняется наличием ограничения на напряжение. Как показывают результаты моделирования, осуществляются точная оценка неопределенности и ее компенсация, за счет чего достигается высокая точность управления.

ВЫВОДЫ

Анализ методов компенсации влияния трения при позиционном управлении позволяет заключить, что наибольшими возможностями обеспечения высокой точности управления при наличии нелинейного трения любого типа (в том числе и типа LuGre) обладает комбинированный метод управления с наблюдателями вектора неопределенности. Высокая точность управления достигается за счет комбинированного принципа действия, который заключается в следующем. В вектор неопределенности объединяются все неизвестные внешние воздействия, включая трение, и воздействия параметрических неопределенностей. С помощью наблюдателя этот вектор идентифицируется и компенсируется одной из составляющих закона управления. Вторая составляющая закона управления обеспечивает управление оставшейся полностью детерминированной линейной стационарной системой. Благодаря такому принципу действия разработанных систем, в отличие от систем с переменной структурой, осуществляется «мягкое» управление с пониженными энергетическими затратами, повышается помехоустойчивость к высокочастотным помехам и в меньшей степени «возбуждается» паразитная динамика. Также следует отметить, что разрабатываемые в данной статье алгоритмы не требуют знания математической модели трения. Модель необходима только для иллюстрации работоспособности рассматриваемого комбинированного управления путем численного моделирования.

Особо следует отметить, что, несмотря на наличие или отсутствие различного вида неопределенностей и возмущений, показатели качества переходных

процессов и точность управления практически не меняются. (Имеет место робастная модальность).

Численное моделирование подтвердило правильность предлагаемого метода синтеза робастной системы управления, а также показало возможность получения с помощью этого метода заданных динамических характеристик.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. *Armstrong-Helouvy B.* A survey of models, analysis tools, and compensation methods for the control of machines with friction / B. Armstrong-Helouvy, P. Dupont, and C. Canudas de Wit // *Automatica*. – 1994. – Vol. 30, No. 7. – Pp. 1083–1138.
2. *Canudas-de-Wit C.* A new model for control of systems with friction / C. Canudas-de-Wit, H. Olsson, K.J. Astrom, and P. Lischinsky // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 1995. – Vol. 40. – Pp. 419–425.
3. *Vedagarbha P.* Tracking control of mechanical systems in the presence of nonlinear dynamic friction effects / P. Vedagarbha, D. M. Dawson, and M. Feemster // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – 1999. – Vol. 7, No. 4. – Pp. 446–456.
4. *Hirschorn R. M.* Control of nonlinear systems with friction / R.M. Hirschorn, G. Miller // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – 1999. – Vol. 7, No. 5. – Pp. 588–595.
5. *Mallon N.* Friction compensation in a controlled one-link robot using a reduced-order observer / N. Mallon, N. van de Wouw, D. Putra, and H. Nijmeijer // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – 2006. – Vol. 14, No. 2. – Pp. 374–383.
6. *Marton L.* Modeling, identification, and compensation of stick-slip friction / L. Marton and B. Lantos // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2007. – Vol. 54, No. 1. – Pp. 511–521.
7. *Костиков А. Ю.* Идентификация параметров динамической модели трения в электроприводах технологических машин / А. Ю. Костиков // Труды III Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'04, Москва, 28–30 января 2004 г. – 2004. – С. 571–588.
8. *Ларин В. Б.* О компенсации нелинейного трения в робототехнических системах / В. Б. Ларин // *Прикладная механика*. – 1996. – Т 32, No. 5. – С. 69–74.
9. *Yu-Feng Li.* Sliding mode control of two-mass positioning systems / Yu-Feng Li, B. Eriksson and J. Wikander // *14th World Congress of IFAC*, Beijing, P. R. China, 1999. – Paper C-2a-05-2. – Pp. 151–156.
10. *Cho S.-I.* A learning approach to Stick-Slip friction compensation / S.-I. Cho and I.-J. Ha // *14th Triennial World Congress of IFAC*, Beijing, P. R. China. – 1999. – Pp. 169–174.
11. *Shirazi L. R.* Robust friction compensation based on Karnopp model / L.R. Shirazi, A. Besancon-Voda // *Proceedings of the ECC 2001*, 4–7 September, 2001, Seminario de Vilar, Porto, Portugal. – 2001. – Pp. 2558–2563.
12. *Vivas C.* Gain-scheduling control of systems with dynamic friction / C. Vivas, F.R. Rubio, C. Canudas-de-Wit // *Proc. Of the 41st IEEE Conf. on Decision and Control*, Las Vegas, Nevada, USA, December, 2002. – Pp. 89–94.
13. *Hung N. V. Q.* Adaptive control for nonlinearly parameterized uncertainties in robot manipulators / N. V. Q. Hung, H.D. Tuan, T. Narikiyo and P. Apkarian // *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, Nevada USA, December 2002. – 2002. – Pp. 1727–1732.
14. *Grujic L. T.* Control synthesis for robot motion robust exponential stability. Part 1: Modelling and synthesis / L. T. Grujic, A. Kokosy // *In Pros. of IFAC-IFIP-IMACS Conf. Control of Industrial Systems*, Belfort, France, 20–22 May, 1997, Vol. 3. – Pp. 704–709.
15. *Kokosy A.* Control synthesis for robot motion robust exponential stability. Part 2: Application and simulations / A. Kokosy, L.T. Grujic // *In Pros. of IFAC-IFIP-IMACS Conf. Control of Industrial Systems*, Belfort, France, 20–22 May, 1997, Vol. 3. – Pp. 710–715.
16. *Huang Chin-I.* Adaptive backstepping speed/position control with friction compensation for linear induction motor / Chin-I. Huang, and Li-Chen Fu // *In Pros. of the 41st IEEE Conf. on Decision and Control*, Las Vegas, Nevada, USA, December, 2002. – 2002. – TuM03-3. – Pp. 474–479.
17. *Alonge F.* Adaptive and robust techniques for friction compensation in motion control of robotic manipulators / F. Alonge, F.D'Ippolito, F.M. Raimondi // *In Pros. of IFAC-IFIP-IMACS Conf. Control of Industrial Systems*, Belfort, France, 20-22 May, 1997, Vol. 3. – Pp. 697–703.
18. *Wen-Fang Xie.* Sliding-mode-observer-based adaptive control for servo actuator with friction / Xie Wen-Fang // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2007. – Vol. 54, No. 3. – Pp. 1517–1527.
19. *Makker C.* Lyapunov-based tracking control in the presence of uncertain nonlinear parameterizable friction / C. Makker, G. Hu, and W. E. Dixon // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2007. – Vol. 52. – Pp. 1988–1994.
20. *Maolin Jin.* Robust compliant motion control of robot with nonlinear friction using time-delay estimation / Jin Maolin, Hoong Kang Sang, and Hun Chang Pyung // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2008. – Vol. 55, No. 1. – Pp. 258–269.
21. *Потапенко Е. М.* Сравнительная оценка робастных систем управления с различными типами наблюдателей / Е. М. Потапенко // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. – 1995. – № 1. – С. 109–117.
22. *Потапенко Е. М.* Робастное управление маневрирующим упругим космическим аппаратом / Е. М. Потапенко, В. Г. Бичай // *Проблемы управления и информатики*. (Киев, НАНУ) – 1998. – № 4. – С. 72–85.
23. *Потапенко Е. М.* Об общности альтернативных робастных систем управления / Е. М. Потапенко, В. Г. Бичай // *Проблемы управления и информатики* (Киев, НАНУ). – 1998. – № 5. – С. 27–30.
24. *Квакернаак Х.* Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М. : Мир, 1977. – 650 с.
25. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства / Н.Т. Кузовков. – М. : Машиностроение, 1976. – 184 с.

Надійшла 25.05.2009

Представлено огляд відомих методів компенсації впливу нелінійного тертя на системи керування. Передбачається, що вимірюються лише позиційні сигнали. Запропоновані редуковані алгоритми, що оцінюють вектор невизначеності та швидкості об'єкта керування. Здійснюється компенсація впливу вектора невизначеності комбінованим регулятором. Працездатність алгоритмів керування проілюстровано чисельним моделюванням.

The review of known compensation methods for a nonlinear friction effect on control systems is presented. It is assumed that only position signals are measured. The reduced algorithms that estimate an uncertainty vector and speeds for a control object are proposed. The compensation of the effect of the uncertainty vector is performed with a compound controller. The working capacity of the control algorithms is illustrated by a numerical simulation.