

# РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

# РАДИОЕЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

# RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

---

---

УДК 621.391.8

О. С. Антропов, С. М. Вовк, В. Ф. Борулько

## МЕТОД МИНИМУМА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ

---

Рассмотрена задача определения диаграммы направленности антенны путем восстановления распределения токов в плоскости раскрыва антенны по данным ближнего поля. Для решения обратной задачи восстановления распределения токов применен метод минимума пространственной протяженности. Диаграмма направленности антенны получена путем преобразования Фурье поля в раскрыте. Представлены результаты численного моделирования для случая одномерной апертуры.

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных и актуальных задач теории антенн является задача определения диаграммы направленности антенны (ДНА) по результатам измерения ее ближнего поля. На практике этот вид измерений наиболее распространен, поскольку позволяет минимизировать искажающее влияние окружающей среды и дает возможность оценить ДНА посредством преобразования Фурье. Однако при практическом использовании результатов измерений ближнего поля возникают трудности, обусловленные конечным размером области измерений. Так, при использовании стандарт-

ной процедуры пересчета ближнего поля в дальнее поле, часть ближнего поля, которая не охвачена областью измерений, обычно полагается равной нулю [1]. Это приводит к неточному восстановлению распределения поля в дальней зоне вне некоторого диапазона углов, определяемого размерами антенны и области измерений, из-за появления в расчетах так называемой ошибки усечения. Для уменьшения ошибки усечения необходимо либо увеличить размер области измерений, либо ввести ограничения на физический размер исследуемых антенн. Это обуславливает необходимость поиска методов, позволяющих обойти указанные выше трудности.

Для решения указанной задачи было предложено несколько методов. Один из методов [2] использует априорную информацию о геометрии антенны и данные измерений ближнего поля для оценивания эквивалентного распределения магнитных токов на плоскости раскрыта антенны с последующим получением дальнего поля. Другой метод [3] использует дополнительную математическую обработку результатов измерений

ближнього поля на основі геометрических характеристик антени. Ідея цього метода основана на екстраполяції змірюваних даних близького поля за межі області змірювань. Це дозволяє отримати еквівалентну область змірювань, перевищуючу фізичні доступні. Так як цей метод основано на побудові квадратичного функціонала для модуля невязки змірюваного поля та вирахуваного поля, то отримане розв'язання буде нестабільним і для отримання стабільного розв'язання використовується техніка регуляризації Тіхонова [4]. Після восстановлення поля в близькій зоні, обидва методи використовують прямий пересортення распределення поля в близькій зоні та распределення поля в дальній зоні з допомогою стандартних алгоритмів преобразувань, основаних на алгоритмах швидкого преобразування Фурье. Существенным ограничением указанных и других аналогичных методов является необходимость располагать точными априорными сведениями о геометрических характеристиках исследуемой антенны. Если же такие априорные сведения являются неточными или отсутствуют, то применение указанных методов становится проблематичным.

В [5] ми предложили новий підхід до обробки результатів змірювань близького поля. Ідея цього підходу заключалася в заміні стандартної техніки регуляризації на нову техніку, яка основана на критерії мінімуму пространственої протяженності розв'язання. Применение цього підходу дозволяє досягти значущого підвищення результатів восстановлення поля точечних джерел, розташованих в розкриві антени, при відсутності априорних сведень про їх місця розташування. В данній роботі предполагається використовувати цей підхід для розв'язання задачі визначення ДНА по результатам змірювань близького поля антени. Ключевим моментом предложеного підходу є предположення про фінітність пространственного распределения токов в розкриві антени, представленого набором точечних джерел при відсутності априорних сведень про їх місця розташування.

## 1 ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Представлення распределення поля в дальній зоні посередством преобразування Фурье от пространственного распределения токов в раскрыве антены [6] является вычислительно эффективным и не содержит в себе погрешности, обусловленные ошибкой усечения. Следовательно, успешность решения задачи определения ДНА определяется результатом решения обратной задачи восстановления токов в раскрыве антены. Для демонстрации общего подхода к решению данной обратной задачи используем простую модель, которая описывает измеренные данные  $b(\xi)$  близького поля ан-

тени та распределение токов  $a(r)$  в області  $S$  апертури антени в рамках скалярної задачі рівнянням:

$$b(\xi) = \int_{S_0} a(r) \frac{e^{-ik|\xi-r|}}{|\xi-r|} dr + N(\xi); \quad \xi \in M, \quad (1)$$

де  $M$  – область змірювань,  $N(\xi)$  – аддитивний пространственный шум,  $S_0$  – невідома область распределения токов в області  $S$ , т. е.  $S_0 \subset S$ . Последнє означає, що якщо  $r \in S_0$ , тоді  $a(r) \neq 0$ , але якщо  $r \notin S_0$ , тоді  $a(r) = 0$ . Феноменологічна постановка обратної задачі восстановлення токов в області апертури антени формулюється таким чином: знайти распределение токов  $a(r)$  по известним значениям поля  $b(\xi)$  в условиях, когда эти известные данные искажены шумом и область  $S_0$  априорно неизвестна.

Отметим, что из (1) следует принципиальная невозможность точного определения  $a(r)$  в условиях ограниченной области змірювань  $M$  и наличия шума. Действительно, источники тока всегда ограничены в пространстве и создают поле во всем пространстве. Но если только часть этого пространства доступна для непосредственных измерений, то, во-первых, происходит потеря части полезной информации и, во-вторых, доступная полезная информация является искаженной из-за наличия измерительного шума.

Ясно, что потерявшаяся информация может быть восстановлена только искусственно на основе априорной информации, объем которой должен быть адекватен объему потерянной информации. Априорная информация, которая явно присутствует в модели (1), заключается в том, что искомое решение  $a(r)$  должно описываться финітною функцією, так як область  $S_0$  априорно обмежена. Теоретично така априорна інформація являється достаточною для восстановлення функції  $a(r)$  по будь-якому відомому сегменту даних  $b(\xi)$ . Однак наявність шума та відсутність знання або неточне знання області  $S_0$  не дозволяють ефективно застосовувати відповідні відомості для восстановлення. В цих умовах ми предполагаємо розв'язувати рівняння (1) таким чином, що пространственна протяженність області  $S_0$ , де розташовані джерела, буде мінімальною.

Рассмотрим случай, когда источники тока расположены вдоль оси  $OX$ , а измерения близкого поля выполняются вдоль линии, отстоящей от источников на расстоянии  $z$ , причем линия измерений параллельна оси  $OX$  и лежит в плоскости  $y = 0$ . Тогда можно переписать (1) в виде:

$$b(\xi) = \int_{S_0} a(x) \frac{e^{-ik\sqrt{(\xi-x)^2+z^2}}}{\sqrt{(\xi-x)^2+z^2}} dx + N(\xi). \quad (2)$$

Поскольку задача решения уравнения (2) относительно  $a(x)$  является некорректной обратной задачей, то для получения устойчивого решения нужна процедура регуляризации. Вместо стандартной квадратичной регуляризации, основанной на добавлении члена в виде энергии решения, используем нелинейную регуляризацию, добавляя неэнергетический член в форме, описывающей пространственную протяженность решения [5]. Это приводит к формулировке следующей задачи минимизации:

$$M \left| \int_S b(\xi) - \int_S a(x) \frac{e^{-ik\sqrt{(\xi-x)^2 + z^2}}}{\sqrt{(\xi-x)^2 + z^2}} dx \right|^2 d\xi + \gamma^2 \int_S \psi[a(x); \alpha, \beta, \dots] dx \rightarrow \min_{a(x)}, \quad (3)$$

где  $\gamma^2$  – параметр регуляризации. Первый член в (3) является мерой ошибки полученного решения по области измерений; второй член определяет пространственную протяженность решения в качестве регуляризирующего члена. Отметим, что функция  $\psi$ , представленная в (3), может иметь различные варианты [7]; здесь используем следующую форму представления:

$$\psi[s(x); \alpha, \beta] = [|s(x)|^2/A^2 + \alpha^2]^\beta - \alpha^{2\beta}; \quad 0 < \beta \leq 0, 5, \quad (4)$$

где параметры  $\alpha, \beta$  позволяют управлять поведением функции  $\psi$ . Результаты численного моделирования показали [5, 7, 8], что наиболее удачным является такой выбор:  $\alpha \approx \sigma$ ;  $\beta = 1/16$ , где  $\sigma$  – стандартное отклонение измерительного шума.

Решение задачи (3) будем называть решением по методу минимума пространственной протяженности (РММПП). Из (3) следует, что если для всех  $x$  выполняется:  $\alpha^2 \gg |a(x)|^2$ , то РММПП стремится к решению, получаемому при обычной регуляризации Тихонова с использованием энергетического члена. Кроме того, увеличение  $\gamma^2$  до очень больших значений приближает РММПП к нулевому решению, а использование малых  $\gamma^2$  приводит к решению без регуляризации. Таким образом, можно утверждать, что для каждого значения дисперсии шума существует некоторое наилучшее значение параметра регуляризации  $\gamma^2$ , при использовании которого абсолютная ошибка решения будет минимальной.

После решения задачи (3) с целью восстановления функции  $a(x)$ , описывающей распределение токов антенны, соответствующая ДНА определяется через преобразование Фурье:

$$F(u) = \frac{1}{2\pi} \int_S a(x) e^{jux} dx, \quad (5)$$

где  $u = k \sin \theta = 2(\pi/\lambda) \sin \theta$ ;  $\theta$  – угол между направлением излучения и внешней нормалью к апертуре антенны. После этого результат можно перевести в пространство углов с учетом только тех пространственных частот, которые соответствуют диапазону  $[-\pi/2, \pi/2]$ .

## 2 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Цель проведения численного моделирования заключалась в сопоставлении результатов определения ДНА по измерениям ближнего поля при применении двух методов регуляризации решения обратной задачи: квадратичной регуляризации Тихонова [3, 4] и регуляризации по методу минимума пространственной протяженности. Для моделирования исходное распределение токов было задано в виде набора точечных источников, расположенных на оси  $OX$  в заданных узлах дискретной сетки, которая имела равномерный шаг  $\Delta x$ . Предполагалось, что измерение комплексной амплитуды ближнего поля было проведено вдоль отрезка прямой линии с шагом  $\Delta \xi$ , отстоящей от линии источников на расстояние  $z$ . Учитывая (2), для численного моделирования была использована следующая система уравнений:

$$b_p = \sum_{q=1}^Q a_q \frac{e^{-i2\pi} \sqrt{[q(\Delta x/\lambda) - p(\Delta \xi/\lambda)]^2 + (z/\lambda)^2}}{\lambda \sqrt{[q(\Delta x/\lambda) - p(\Delta \xi/\lambda)]^2 + (z/\lambda)^2}} + N_p; \\ p = \overline{1, P}, \quad (6)$$

где  $b_p$  – известные данные, представленные комплексными значениями,  $P = 100$ ;  $\Delta x/\lambda = 0,1$ ;  $\Delta \xi/\lambda = 0,1$ ;  $z/\lambda = 2$ ;  $Q = 100$ , причем амплитуды точечных источников  $a_q = 1$  для  $q = 40, 50, 60, 70, 80$ , и  $a_q = 0$  для других  $q$ ,  $N_p$  – комплексный аддитивный гауссовский шум.

Полученные результаты численного решения обратной задачи (6) с использованием квадратичной регуляризации Тихонова и регуляризации по методу минимума пространственной протяженности приведены на рис. 1. На рис. 2 приведены графики соответствующих ДНА, которые были рассчитаны посредством дискретного преобразования Фурье и приведены к диапазону углов  $[-\pi/2, \pi/2]$ . При численном моделировании, выполненном для 100 различных реализаций шума при отношении сигнал/шум +20 dB, средний квадрат ошибки расчета ДНА по методу стандартной регуляризации Тихонова относительно истинной ДНА составил величину 6,87 %, тогда как для регуляризации по методу

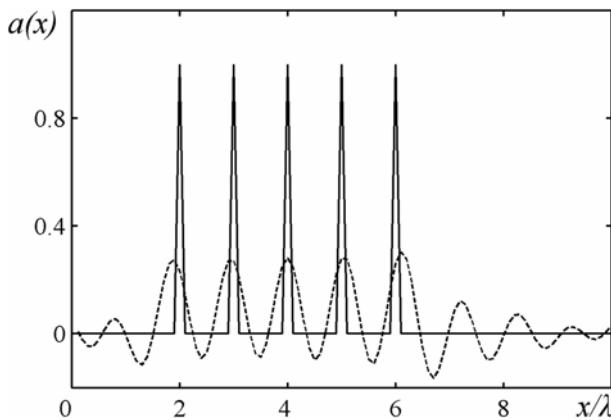


Рисунок 1 – Пространственное распределение токов:

пунктирная линия – стандартная регуляризация;  
непрерывная линия – предлагаемая регуляризация

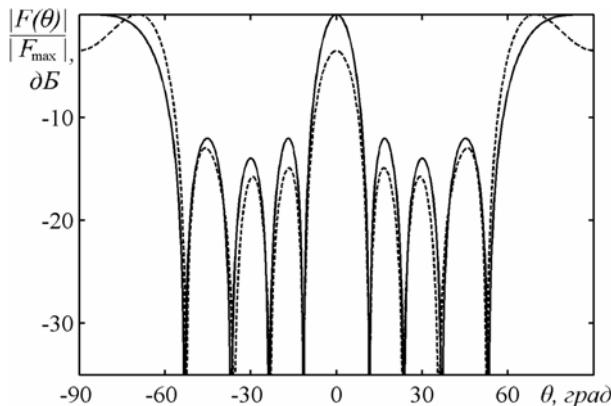


Рисунок 2 – Восстановленные ДНА:

пунктирная линия – стандартная регуляризация;  
непрерывная линия – предлагаемая регуляризация

минимума пространственной протяженности эта величина составила менее 0,27 %, причем при применении предлагаемого метода наблюдалось визуальное совпадение полученной ДНА с истинной ДНА.

Таким образом, можно заключить, что предложенный метод позволяет уменьшить ошибку расчета ДНА по сравнению со стандартным подходом.

## ВЫВОДЫ

Решение задачи определения ДНА целесообразно выполнять путем восстановления распределения токов в плоскости раскрыва с последующим преобразованием полученного распределения токов в значения ДНА. Данный подход обеспечивает возможность получения оценок ДНА в произвольном диапазоне углов, так как

при этом не возникает ошибки усечения данных из-за ограниченности области измерений ближнего поля. Применение метода минимума пространственной протяженности обеспечивает возможность решения обратной задачи при отсутствии априорных сведений о геометрии излучающей системы, причем применение функционала минимума пространственной протяженности в качестве регуляризирующего члена имеет преимущество по сравнению с традиционным подходом на основе квадратичной регуляризации. Результаты численного моделирования для случая одномерной апертуры подтвердили работоспособность и эффективность предложенного подхода.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Yaghjian A. D. An overview of near-field antenna measurements // IEEE Transactions Antennas Propagation. – 1986. – Vol. AP-34. – Pp. 30–45.
2. Petre P., Sarkar T. K. Near-field to far-field transformation using an equivalent magnetic current approach // IEEE Transactions Antennas Propagation. – 1992. – Vol. 40, No. 11. – Pp. 1348–1356.
3. Bolomey J.-C., Bucci O. M., Casavola L., D'Elia G., Migliore M. D., Ziyuat A. Reduction of truncation error in near-field measurements of antennas of base-station mobile communication systems // IEEE Transactions Antennas Propagation. – 2004. – Vol. AP-52, No. 2. – Pp. 593–602.
4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 286 с.
5. Вовк С. М., Борулько В. Ф. Регуляризация даних антенних вимірювань на основі обмеження просторової протяжності струмів. // Вісник Дніпропетровського національного університету. – 2006. – № 2/3. – С. 9–11.
6. Миникович Б. М., Яковлев В. П. Теория синтеза антенн. – М: Сов. Радио, 1969. – 269 с.
7. Вовк С. М., Борулько В. Ф. Метод минимума длительности для восстановления финитных сигналов // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1991. – Т. 34, № 9. – С. 66–69.
8. Вовк С. М., Борулько В. Ф. Відновлення рефлексограм за допомогою екстраполяції широкосмугових НВЧ-вимірювань методом мінімуму тривалості // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2005. – № 1. – С. 5–8.

Надійшла 5.03.2008

Після доробки 9.04.2008

*Розглянута задача визначення діаграми спрямованості антени шляхом відновлення розподілу струмів у площині розкриву антени за даними ближнього поля. Для розв'язку оберненої задачі відновлення розподілу струмів використано метод мінімуму просторової протяжності. Діаграма спрямованості антени отримана за допомогою перетворення Фур'є поля у площині розкриву. Представлені результати чисельного моделювання для випадку одновимірної апертури.*

*The problem of far-field pattern determination from near-field data measurements through restoration of currents distribution on the aperture plane is considered. Extension minimum method is applied for currents estimation inverse problem. Fourier transform applied afterwards to determine far-field pattern. Simulation results are presented for one-dimensional aperture case.*