

4. Булавский В. А., Звягина Р. А., Яковлева М. А. Численные методы линейного программирования. – М.: Наука, 1977. – 368 с.

*структурой матрицы ограничений, которая позволяет значительно уменьшить объем вычислений.*

Надійшла 20.11.2007  
Після доробки 25.03.2008

*Приводятся оптимальные по порядку алгоритмы приближения производной таблично заданной функции. Использование классических методов квази-решения и невязки сводит задачу численного дифференцирования к решению задач линейного программирования со специальной*

*The algorithms of the approximation the derivative of the function given by table are given. Classic methods quasi-solution and discrepancy are used to numerical differentiation and lead the task to linear programming problems with special structure of distraction matrix, what allow us to decrease greatly computational complexity.*

УДК 621.365.036

А. Н. Довбня, С. Г. Удовенко, А. А. Шамраев

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ МАГНИТНОГО СПЕКТРОМЕТРА ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

---

*Разработан специализированный контроллер для цифрового управления магнитным спектрометром. По результатам активного эксперимента рассчитаны параметры модели анализирующего магнита, которая стала основой для синтеза адаптивного регулятора.*

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных задач в технике линейных ускорителей является измерение энергетического спектра ускоренных частиц. Наиболее точным является метод измерений с использованием анализирующего магнита, устанавливаемого на выходе линейного ускорителя. Точность измерений определяется качеством системы управления магнитом, эффективность которой в значительной мере зависит от качества используемых при ее построении математических моделей, которые, с одной стороны, должны наиболее полно отражать свойства исследуемых объектов, а с другой быть удобными для реализации алгоритмов управления. Отсутствие полной информации об условиях функционирования объектов, а также об их динамических характеристиках и характере действующих помех обуславливают необходимость применения при управлении такими объектами адаптивного и робастного подходов, допускающих возможность использования при синтезе регуляторов упрощенных (в частности, линейных) моделей.

К основным методам построения математических моделей технических объектов можно отнести: эмпирический, который основывается на статистической обработке реальных данных, полученных в процессе функционирования объекта; аналитический, основанный на применении законов физики и химии; комбинированный, который объединяет рациональное планирование эксперимента, статистическую обработку экспери-

ментальных данных и основные физико-химические закономерности; автоматическое построение математической модели с помощью цифрового вычислителя, подключенного к объекту через датчики и преобразователи.

В данной работе рассматривается решение задачи динамической идентификации анализирующего магнита с применением специализированного контроллера в комплексе с персональной ЭВМ для автоматизированного измерения энергетического спектра пучка ускоренных электронов на выходе линейного ускорителя ЛУ-40.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В общем случае задача построения математической модели объекта состоит в выборе ее структуры и оценке ее параметров таким образом, чтобы при использовании критерия минимума некоторой функции разности расчетных и экспериментальных данных соблюдалось условие близости модели исследуемому процессу.

В соответствии с априорными данными об анализирующем магните как объекте управления, он был классифицирован как одномерный объект с самовыравниванием, наиболее эффективным методом определения параметров модели которого является активный эксперимент. Для получения передаточной функции по результатам эксперимента целесообразно использовать модифицированный метод площадей Симою [1].

### СХЕМА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

На рис. 1 приведена часть схемы цифрового управления магнитным спектрометром, использованная для



Рисунок 1 – Система управления магнитным спектрометром



Рисунок 2 – Контроллер магнита

проведения активного эксперимента по определению динамических характеристик анализирующего магнита.

Текущее значение тока пучка, соответствующее плотности распределения электронов (выходной сигнал  $y$ ), снимается с токоприемника, расположенного за анализирующим магнитом и оцифровывается восьмиразрядным аналого-цифровым преобразователем (АЦП) с частотой преобразования 30 МГц, который подключен к управляющей ЭВМ через шину ISA. Полученные данные принимаются ЭВМ для дальнейшей обработки и хранения.

Для обеспечения возможности дистанционного управления током магнита был разработан специализированный контроллер (рис. 2), формирующий сигнал опорного напряжения на входе схемы стабилизации тока анализирующего магнита (входной сигнал  $x$ ). На-

пряжение формируется двенадцатиразрядным цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП), обеспечивая дискретность шага по току магнита менее 0,1 А (0,05 % от максимального тока анализирующего магнита). Ядро системы реализовано на базе микроконтроллера MSP430F1611, основными задачами которого являются формирование опорного напряжения на выходе ЦАП, стабилизация тока анализирующего магнита по сигналу обратной связи с выхода бесконтактного датчика Холла и обеспечение связи с ЭВМ. Обмен данными с управляющей ЭВМ осуществляется по оптоволоконному кабелю в последовательном формате по протоколу RS232C. Применение оптического канала связи обеспечивает гальваническую развязку контроллера от линии связи, что требуется для поддержания соответ-

ствующего уровня безопасности и помехозащищенности системы управления спектрометром.

Электропитание магнита осуществляется от генератора постоянного тока ПН145 с независимым возбуждением. Для обеспечения стабилизации и регулировки тока магнита обмотка возбуждения генератора подключена к управляемому источнику тока, при этом величина тока в обмотке возбуждения генератора задается контроллером магнита. Управляемый источник тока построен на базе импульсного источника напряжения и линейного источника тока.

### МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проведения эксперимента по определению переходных характеристик объекта использовался цифровой запоминающий осциллограф Tektronix TDS2014B, первый канал которого подключался к входу АЦП (вход измерения тока анализирующего магнита), а второй канал к выходу ЦАП (управляющее воздействие, которое задает ток в обмотке возбуждения генератора). Весь диапазон изменения тока в обмотке возбуждения 0...600 мА был разбит на 12 интервалов с шагом 50 мА, внутри которых объект управления можно считать линейным. На рис. 3 показаны осциллограммы напряжений в указанных точках при задании уставки от 200 мА до 250 мА.

Результаты измерений использовались в качестве исходных данных для расчета параметров динамической модели объекта управления по модифицированному методу площадей Симоу.

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

Динамические свойства идентифицируемого объекта будем аппроксимировать моделью следующего вида:

$$W_M(s) = K \bar{W}_M(s) e^{-s\tau} = K \frac{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n} e^{-s\tau}, \quad (1)$$

где  $K$  – коэффициент усиления,  $\tau$  – время запаздывания,  $a_i, b_i$  – коэффициенты передаточной функции.

Преобразуем модель (1) к нормированной передаточной функции с единичным коэффициентом усиления:

$$\bar{W}_M(s) = \frac{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}, \quad (2)$$

$$K = \bar{W}_M(0) = 1. \quad (3)$$

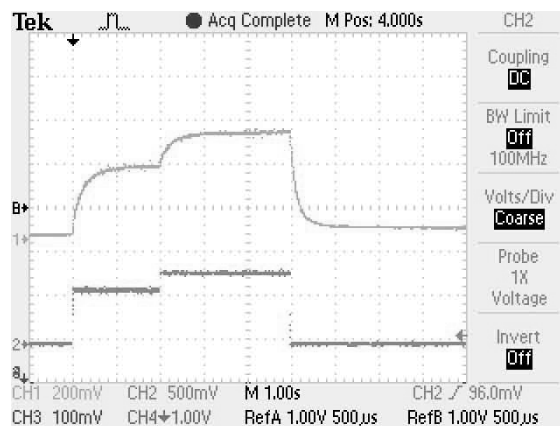


Рисунок 3 – Осциллограммы напряжений:  
1 – отклик; 2 – уставка

Передаточная функция (2), полученная по кривой разгона, может быть однозначно преобразована к исходной модели (1).

Для получения кривой разгона в системе цифрового управления магнитным спектрометром, приведенной на рис. 1, устанавливается номинальный статический режим  $x = x_n, y = y_n$ . Затем система переводится в ручной режим (регулятор отключается, обратная связь разрывается) и на объект регулирования в начальный момент времени подается скачкообразное воздействие.

Величина запаздывания  $\tau$  определяется непосредственно по кривой разгона, как время, за которое отклонение выходной величины  $\Delta y(t)$  после подачи входного воздействия не превышает 0,5...1 % от  $\Delta y_{уст}$ .

Коэффициент усиления соответствует отношению:

$$K = \frac{\Delta y_{уст}}{\Delta x_{уст}}. \quad (4)$$

Для определения коэффициентов передаточной функции используем подход, предложенный в работе [2].

Рассмотрим инверсную нормированную передаточную функцию модели

$$\bar{W}_M^{-1}(s) = \frac{1}{\bar{W}_M(s)} = \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m}. \quad (5)$$

Разложим  $\bar{W}_M^{-1}(s)$  в ряд Тейлора в точке  $s = 0$ :

$$\begin{aligned} \bar{W}_M^{-1}(s) &= \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m} = \\ &= 1 + S_1 s + S_2 s^2 + \dots + S_k s^k + \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\bar{W}_M^{-1}(0) = S_0 = 1$ .

При известных площадях  $S_k$  можно определить коэффициенты передаточной функции  $a_i, b_i$ . Для этого умножим обе части равенства (6) на знаменатель  $\overline{W}_M^{-1}(s)$ , в результате чего получим

$$\begin{aligned} (1 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n) &= \\ = (1 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m) \times & \\ \times (1 + S_1s + S_2s^2 + \dots + S_ks^k + \dots). & \end{aligned} \quad (7)$$

После очевидных преобразований уравнения (7) получим степенной ряд

$$\begin{aligned} 1 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n &= \\ = 1 + (b_1 + S_1)s + (b_2 + b_1S_1 + S_2)s^2 + \dots + & \\ + \left( b_k + \sum_{i=1}^{k-1} b_iS_{k-i} + S_k \right) s^k \dots & \end{aligned}$$

Приравнявая в последнем равенстве коэффициенты при одинаковых степенях  $s$  слева и справа, получим линейную систему уравнений для определения коэффициентов модели  $a_i, b_i$ :

$$\begin{aligned} a_1 &= b_1 + S_1, \\ a_2 &= b_2 + b_1S_1 + S_2, \\ a_3 &= b_3 + b_2S_1 + b_1S_2 + S_3, \\ &\dots \\ a_k &= b_k + S_k + \sum_{i=1}^{k-1} b_iS_{k-i}. \end{aligned} \quad (8)$$

При определении порядка модели примем  $m = n - 1$ . Тогда

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= a_{k+2} = \dots = 0, \\ b_k &= b_{k+1} = \dots = 0, \\ k &= n, n+1, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициенты  $a_i, b_i, i = 1, 2, \dots, n$  должны удовлетворять любому из уравнений (8). Сформируем систему из  $n$  уравнений (8) с учетом (9) для  $k = n+1, n+2, \dots, 2n$ :

$$\begin{aligned} 0 &= S_{n+1} + b_1S_n + b_2S_{n-1} + \dots + b_{n-1}S_2, \\ 0 &= S_{n+2} + b_1S_{n+1} + b_2S_n + \dots + b_{n-1}S_3, \\ &\dots \\ 0 &= S_{2n} + b_1S_{2n-1} + b_2S_{2n-2} + \dots + b_{n-1}S_{n+1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Определитель системы (10) имеет вид:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} S_2 & S_3 & \dots & S_n & S_{n+1} \\ S_3 & S_4 & \dots & S_{n+1} & S_{n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_k & S_{k+1} & \dots & S_{n+k} & S_{n+k+1} \\ S_{n+1} & S_{n+2} & \dots & S_{2n-1} & S_{2n} \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Из условия равенства нулю определителя (11), при котором система (10) имеет единственное решение, может быть определен порядок передаточной функции объекта.

При практических расчетах значения площадей  $S_i$  определяются с погрешностью, вызванной как неточностью определения переходной кривой, так и ошибками численного интегрирования. Поэтому условие  $\Delta_n = 0$  может выполняться лишь приближенно.

Для оценки величины  $n$  целесообразно использовать критерий:

$$\frac{\Delta_n}{\Delta_{n-1}} \leq \delta, \quad (12)$$

где  $\delta$  – некоторая малая величина.

Описанная методика была использована для обработки данных активного эксперимента на различных интервалах диапазона изменения тока в обмотке возбуждения анализирующего магнита. В результате получена нормированная передаточная функция вида (2), наилучшим образом аппроксимирующая динамические свойства идентифицируемого объекта, со следующими значениями коэффициентов, отличных от нуля:  $a_0 = 1, a_1 = 2,764, a_2 = 2,136; b_0 = 1, b_1 = -0,152$ . На рис. 4 приведены нормированные кривые разгона, построенные по экспериментальным и расчетным данным.

Предварительное исследование режимов работы магнитного спектрометра свидетельствует о квазистадио-

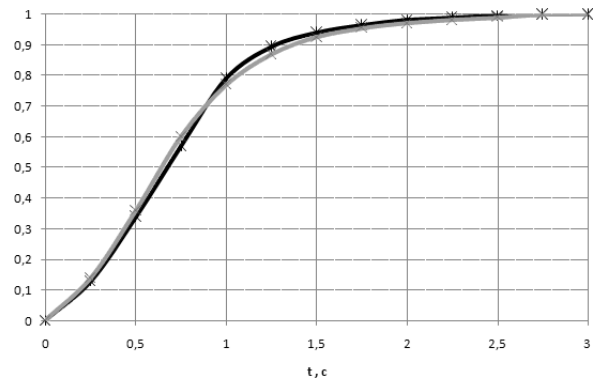


Рисунок 4 – Нормированная кривая разгона:

—\*— экспериментальная кривая; —— расчетная кривая

нарности его динамических характеристик. Возможность изменения характеристик идентифицируемого объекта во времени объясняется наличием неконтролируемых внешних и внутренних возмущений, действующих на систему автоматизированного измерения энергетического спектра пучка ускоренных электронов.

В связи с этим представляется целесообразным использование принципов адаптации в схеме цифрового управления магнитным спектрометром.

Квазистационарность свойств спектрометра делает возможным использование адаптивного байесовского идентификатора при синтезе цифрового регулятора [3]. Для оценки необходимости текущей коррекции коэффициентов передаточной функции анализирующего магнита предусмотрена вспомогательная процедура анализа данных, регистрируемых в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1. В качестве начальной модели магнита может быть использована полученная в настоящей статье передаточная функция.

## ВЫВОДЫ

Разработан специализированный контроллер для управления магнитным спектрометром, по экспериментальным данным рассчитаны параметры модели анализирующего магнита с использованием модифицированного метода площадей Симою. Полученная модель

использована для построения адаптивной системы цифрового управления магнитным спектрометром, испытания которой были проведены на базе линейного ускорителя электронов ЛУ-40 в НИК «Ускоритель» ННЦ «ХФТИ». Разработанная система управления показала удовлетворительные результаты при практическом применении в реальных измерениях. Дальнейшее развитие системы предполагает последовательное развитие ее программного обеспечения.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Симою М. П. Определение коэффициентов передаточных функций линеаризованных звеньев систем регулирования // Автоматика и телемеханика. – 1957. – № 6. – С. 514–527.
2. Волгин В. В. Методы расчета систем автоматического регулирования / Учебное пособие. – М.: Изд-во МЭИ, 1972. – 192 с.
3. Бодянский Е. В., Удовенко С. Г. Субоптимальное управление стохастическими процессами. – Харьков: Основа, 1997. – 140 с.

Надійшла 14.01.2008

*Розроблено спеціалізований контролер для керування магнітним спектрометром. За результатами активного експерименту розраховано параметри моделі магніту, що стала основою для синтезу адаптивного регулятора.*

*The specialized controller for control of magnet spectrometer is developed. The parameters of analyzing magnet model will be used for adaptive regulator design are calculated by active experiment data.*

УДК 681.3.06:330.322.54

В. И. Дубровин, О. И. Юськив

# МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ВЫБОРА ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

---

*Рассмотрены основные составляющие оптимального портфеля (ожидаемая доходность портфеля и стандартное отклонение как мера риска), позволяющие агенту финансового рынка непрерывно реструктурировать портфель (максимизируя полезность промежуточного потребления и (или) конечного капитала) в соответствии со стохастически меняющимися инвестиционными возможностями. Проанализированы методы оптимизации (метод Марковица и Шарпа), а также рассмотрена роль функции полезности в формировании инвестиционного портфеля.*

## ВВЕДЕНИЕ

Финансовое инвестирование непосредственно связано с формированием инвестиционного портфеля. Финансовые рынки в современных условиях характери-

зуются нестационарными, стохастическими и кризисными явлениями различной природы [1, 2, 3]. В таких условиях традиционная портфельная теория [4] и классические методы финансовой математики [5] оказываются неадекватными и неспособными объяснить как поведение финансовых временных рядов, так и несоответствие практических рекомендаций по размещению капитала в рисковые активы теоретическим предсказаниям [6]. Кроме того, инвестирование неотделимо от потребления, а инвестиционная стратегия требует динамической реструктуризации портфеля. Поэтому возникает необходимость развития методов моделирования оптимального размещения капитала в рисковые активы в условиях изменения их доходности.