нарности его динамических характеристик. Возможность изменения характеристик идентифицируемого объекта во времени объясняется наличием неконтролируемых внешних и внутренних возмущений, действующих на систему автоматизированного измерения энергетического спектра пучка ускоренных электронов.

В связи с этим представляется целесообразным использование принципов адаптации в схеме цифрового управления магнитным спектрометром.

Квазистационарность свойств спектрометра делает возможным использование адаптивного байесовского идентификатора при синтезе цифрового регулятора [3]. Для оценки необходимости текущей коррекции коэффициентов передаточной функции анализирующего магнита предусмотрена вспомогательная процедура анализа данных, регистрируемых в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1. В качестве начальной модели магнита может быть использована полученная в настоящей статье передаточная функция.

ВЫВОДЫ

Разработан специализированный контроллер для управления магнитным спектрометром, по экспериментальным данным рассчитаны параметры модели анализирующего магнита с использованием модифицированного метода площадей Симою. Полученная модель использована для построения адаптивной системы цифрового управления магнитным спектрометром, испытания которой были проведены на базе линейного ускорителя электронов ЛУ-40 в НИК «Ускоритель» ННЦ «ХФТИ». Разработанная система управления показала удовлетворительные результаты при практическом применении в реальных измерениях. Дальнейшее развитие системы предполагает последовательное развитие ее программного обеспечения.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. *Симою М. П.* Определение коэффициентов передаточных функций линеаризованных звеньев систем регулирования // Автоматика и телемеханика. – 1957. – № 6. – С. 514–527.
2. *Волгин В. В.* Методы расчета систем автоматического регулирования / Учебное пособие. – М.: Изд-во МЭИ, 1972. – 192 с.
3. *Бодянский Е. В., Удовенко С. Г.* Субоптимальное управление стохастическими процессами. – Харьков: Основа, 1997. – 140 с.

Надійшла 14.01.2008

Розроблено спеціалізований контролер для керування магнітним спектрометром. За результатами активного експерименту розраховано параметри моделі магніту, що стала основою для синтезу адаптивного регулятора.

The specialized controller for control of magnet spectrometer is develop.The parameters of analyzing magnet model will be used for adaptive regulator design are calculated by active experiment data.

УДК 681.3.06:330.322.54

В. И. Дубровин, О. И. Юськив

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ВЫБОРА ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

Рассмотрены основные составляющие оптимального портфеля (ожидаемая доходность портфеля и стандартное отклонение как мера риска), позволяющие агенту финансового рынка непрерывно реструктурировать портфель (максимизируя полезность промежуточного по-требления и (или) конечного капитала) в соответствии со стохастически меняющимися инвестиционными возможностями. Проанализированы методы оптимизации (метод Марковица и Шарпа), а также рассмотрена роль функции полезности в формировании инвестиционного портфеля.

ВВЕДЕНИЕ

Финансовое инвестирование непосредственно связано с формированием инвестиционного портфеля. Финансовые рынки в современных условиях характеризуются нестационарными, стохастическими и кризисными явлениями различной природы [1, 2, 3]. В таких условиях традиционная портфельная теория [4] и классические методы финансовой математики [5] оказываются неадекватными и неспособными объяснить как поведение финансовых временных рядов, так и несоответствие практических рекомендаций по размещению капитала в рисковые активы теоретическим предсказаниям [6]. Кроме того, инвестирование неотделимо от потребления, а инвестиционная стратегия требует динамической реструктуризации портфеля. Поэтому возникает необходимость развития методов моделирования оптимального размещения капитала в рисковые активы в условиях изменения их доходности.

При осуществлении портфельного инвестирования перед субъектами инвестирования возникают проблемы эффективного вложения финансовых ресурсов. Важной проблемой при этом является выделение отдельных этапов процедуры сравнения экономической эффективности портфельного инвестирования и определения комплекса мер, которые непосредственно влияют на безопасность инвестиционных вложений.

Осуществляя инвестиции на рынке ценных бумаг, коммерческие банки формируют собственные или клиентские портфели ценных бумаг. Инвестиционный портфель – это набор ценных бумаг, приобретенных для получения доходов и обеспечения ликвидности. Управление портфелем заключается в поддержке равновесия между ликвидностью и прибыльностью.

Преимуществом портфельного инвестирования является возможность выбора портфеля для решения специфических инвестиционных проблем. Для этого используются различные виды портфелей ценных бумаг, в каждом из которых будет собственный баланс между риском, принятым для собственника портфеля, и ожидаемой отдачей (доходом) в определенный период времени [7]. Соотношение этих действий и дает возможность определить тип портфеля ценных бумаг. Тип портфеля – это его инвестиционная характеристика, которая базируется на соотношении дохода и риска.

1 РОЛЬ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ В ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЯ

За последние десятилетия в теории принятия решений интенсивно развивается новое направление, основанное на использовании функции полезности. Это направление основано на соединении некоторых положений теории принятия решений, методов системного анализа, исследования операций и методов квалиметрии. В основу его развития были положены исследования по теории полезности Джона фон Неймана и Моргенштерна [6]. При принятии решений обязательно учитывается неопределенность, связанная со статистическим характером анализируемых явлений, с неполнотой информации, отражаемой значениями тех или иных факторов [6].

При принятии решений человек оказывается перед выбором различных благ. Функция полезности вводится для того, чтобы одним числом описать степень удовлетворения, полученного лицом, принимающим решение.

Функцию полезности $U(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ можно представить как потребность, выраженную в количестве x_1, $x_2, \ldots, x_N$, которую человек хочет удовлетворить.

Представление полезности в виде числа является удобным количественным выражением качественного исходного отношения предпочтения.

Рассмотрим общую схему определения функции полезности. Пусть X – множество точек $x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$ пространства E_N.

Принятие решений осуществляется по такой схеме.

1) Ставится цель, например: получение прибыли, снижение затрат и т. д.

2) Определяются способы достижения цели, т. е. альтернативы, например: вложить наличную сумму x_0 в банк под гарантированный процент или инвестировать в проект, по которому с вероятностью 0,5 сумма удваивается до $2x_0$ или уменьшается до px_0; строить одно большое предприятие или два малых, или инвестировать в другой вид деятельности и т. п.

3) Проводится анализ решений, то есть возможных исходов (последствий) выбранной альтернативы.

Обозначим через a допустимую альтернативу, а через A – множество всех допустимых альтернатив. Каждому действию a из A ставится в соответствие n числовых показателей $x_1(a), \ldots, x_N(a)$, то есть показатели $x_1, x_2, \ldots, x_N$ отображают каждое a из A в точку $x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$ исходов (последствий) действий N-мерного пространства E_N. Выбирается та альтернатива, последствия которой обладают более предпочтительным, с точки зрения лица, принимающего решение, набором выделенных свойств [6].

Функция U, которая каждой точке $x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$ пространства последствий ставит в соответствие действительное число $U(x)$, представляет структуру предпочтений лица, принимающего решение. Если U – функция полезности, отражающая предпочтение лица, принимающего решение, то задача о принятии решений может быть сформулирована в форме задачи оптимизации: найти $a \in A$, которое максимизирует $U(x(a))$. Функция полезности используется для того, чтобы помочь лицу, принимающему решение, четко выразить свои предпочтения.

Рассмотрим функции полезности, которые используются при исследовании только одной цели в управлении производством – показателя, отражающего доход от произведенной сделки.

На рис. 1, *а* изображена линейная функция. С ее помощью оценивается прирост полезности, происходящий пропорционально величине прироста капитала. Такой прирост происходит с одним и тем же коэффициентом пропорциональности a вне зависимости от того, сколько капитала используется в производстве. Это означает, что происходит насыщение полезности капитала.

Функция, представленная на рис. 1, *б*, описывает поведение лица, принимающего решение (ЛПР), относящегося осторожно к результату принятого решения. Чем больше средств имеется в распоряжении ЛПР, тем меньше оно заинтересовано в увеличении их объема путем дополнительного инвестирования.

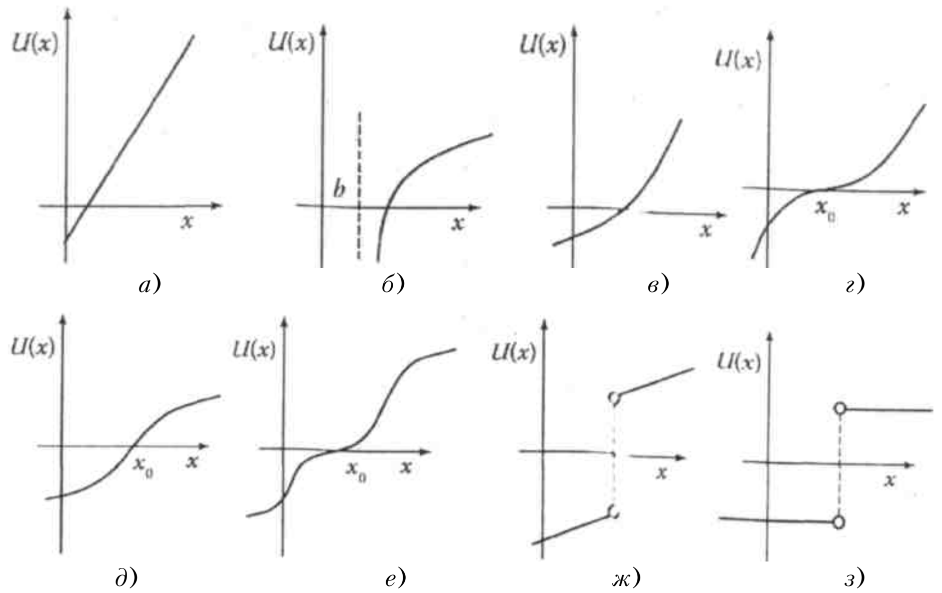


Рисунок 1 – Графики функции полезности

На рис. 1, *в* изображена функция полезности, которая описывает психологию мышления азартного ЛПР. Полезность дополнительной единицы прибыли для него увеличивается с ростом прибыли. Полученному доходу приписывается значительно большая ценность, чем она объективно существует. Лицо с такой функцией полезности неадекватно реагирует на потери, оно склонно преуменьшать размеры потерь.

ЛПР с функцией полезности, приведенной рис. 1, *г*, склонно преувеличивать предельную полезность дохода при его больших значениях и уменьшать при больших значениях проигрыша. При $x < x_0$ дополнительная единица дохода имеет меньшую ценность, чем предыдущая, а при $x > x_0$ – большую.

ЛПР с функцией полезности, изображенной на рис. 1, *д*, преуменьшает проигрыши и преувеличивает выигрыши. Эта функция описывает психологию ЛПР, отношение которого к большим выигрышам и к большим потерям носит осторожный характер.

Функция, изображенная на рис. 1, *е* описывает поведение «нормального» ЛПР. При нескольких больших по абсолютной величине значениях аргумента проявляется его умеренная азартность и осторожность. При больших значениях аргумента проявляется безразличие ЛПР к потерям.

Функция (рис. 1, *ж*) описывает психологию ЛПР, который, кроме объективного учета выигрыша, постоянно добавляет положительную за выигрыш и отрицательную за проигрыш «премию». Эта ситуация характерна для ЛПР-игрока.

Лицо с функцией полезности, изображенной на рис. 1, *з*, учитывает только выигрыш не менее определенной величины. Дальнейшее его повышение для такого ЛПР не играет роли.

На рис. 2 приведены наиболее часто встречающиеся на практике виды функции полезности логарифмического типа [6]. Графики этих кривых существенно зависят от параметра b (рис. 2, *а*, *б*; где b соответственно равен 1,5; 2; 3), их аналитическое выражение можно записать таким образом:

$$U(x) = \log_b (x + b) - 1.$$

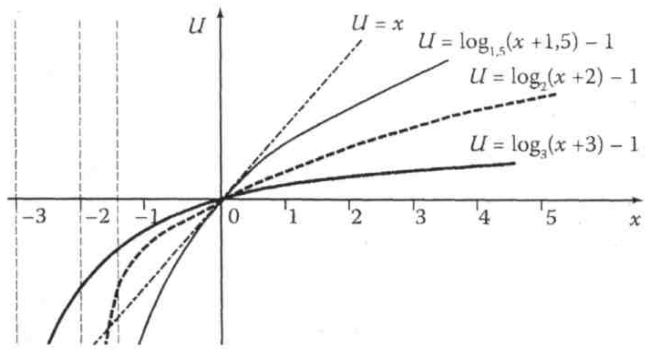
Основанием логарифма в этих функциях можно выбирать любое число $b > 1$, единицу отнимают для удобства анализа, чтобы полезность нулевого дохода была равна нулю.

Логарифмические кривые обладают свойствами, существенными для их применения в оценке инвестиционной и производственной деятельности.

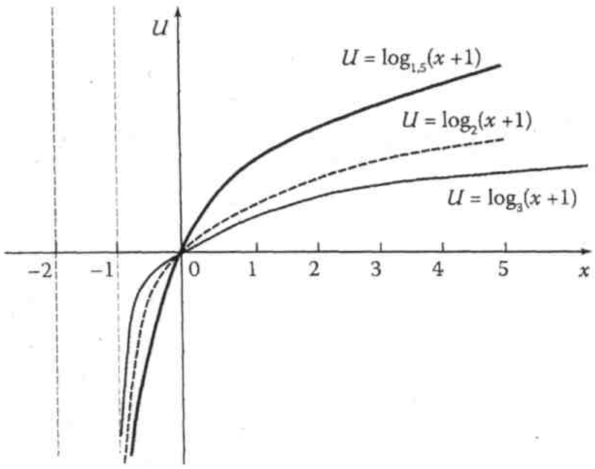
С помощью таких функций легко учитывать порог разорения, так как соответствующие им кривые определяют большие отрицательные значения полезности при приближении к соответствующим порогам чувствительности (порогам разорения). Параметр b можно рассматривать как относительный показатель размеров финансовых ресурсов компании. Большие значения b указывают на большой капитал, которым владеет компания. Соответственно, при возрастании капитала порог разорения перемещается в сторону больших потерь, а полезность выигрыша заметно падает.

Обычно функции полезности формируются на основе рационального общепринятого поведения менеджеров с учетом риска и порога разорения. Но функцию полезности можно также определять из равносильного соотношения

$$B^{U+1} - b = x.$$



а)



б)

Рисунок 2 – Вид функции полезности логарифмического типа

Здесь параметр b характеризует финансовые ресурсы компании, весомость которых оценивается с точки зрения различных ЛПР.

На рис. 2, *б* изображены ситуации, когда менеджеры полностью согласны между собой относительно потерь (порог разорения $b = -1$), но их мнения резко расходятся в отношении полезности уровней выигрыша.

2 ФОРМИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ С УЧЕТОМ ФУНКЦИЙ ПОЛЕЗНОСТИ

Для выбора наиболее оптимального портфеля в портфельной теории ценных бумаг используют кривые безразличия [7], которые являются монотонно возрастающими функциями. Для инвестора существует функция полезности, зависящая от двух аргументов: от ожидаемой доходности портфеля r_p и от стандартного (среднеквадратического) отклонения δ_p как меры риска:

$$U = U(r_p,\ \delta_p).$$

Все портфели, лежащие на одной линии безразличия, или линии уровня функции

$$U = U(r_p,\ \delta_p) = C,$$

являются равноценными для инвестора. Линии безразличия отражают отношение инвестора к риску и доходности портфеля и представляют собой кривые в координатах δ_p–r_p. Инвестор считает любой портфель, лежащий на линии безразличия выше и левее, более оптимальным, чем портфели, лежащие на линии безразличия, которая находится ниже и правее. Ожидаемая доходность портфеля, состоящего из n ценных бумаг, равна [7]:

$$r_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot r_i,$$

где x_i – доля начальной стоимости портфеля, инвестированная в i-й вид ценных бумаг; r_i – ожидаемая доходность i-го вида ценных бумаг; n – количество видов ценных бумаг в портфеле.

Дисперсия доходности портфеля равна ковариации

$$D(r_p) = \operatorname{cov}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot r_i,\ \sum_{j=1}^{n} r_j \cdot r_i\right) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i \cdot x_j \cdot \operatorname{cov}(r_i, r_j) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i \cdot x_j \cdot V_{ij}.$$

Здесь $\operatorname{cov}(r_p,\ r_j) = V_{ij}$ – ковариация ожидаемой доходности ценных бумаг i и j, вычисляется по формуле

$$\operatorname{cov}(r_i, r_j) = \rho_{ij}\sqrt{D(r_i)D(r_j)} = \rho_{ij}\delta_j\delta_i,$$
$$i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

где ρ_{ij} – коэффициент корреляции между доходностями i-й и j-й ценных бумаг; D и δ – соответственно, дисперсия и стандартное (среднеквадратическое) отклонение доходностей портфеля ценных бумаг.

$$-1 \le \rho_{ij} \le 1.$$

Формула для стандартного отклонения портфеля имеет вид

$$\delta_p = \sqrt{D(r_p)}.$$

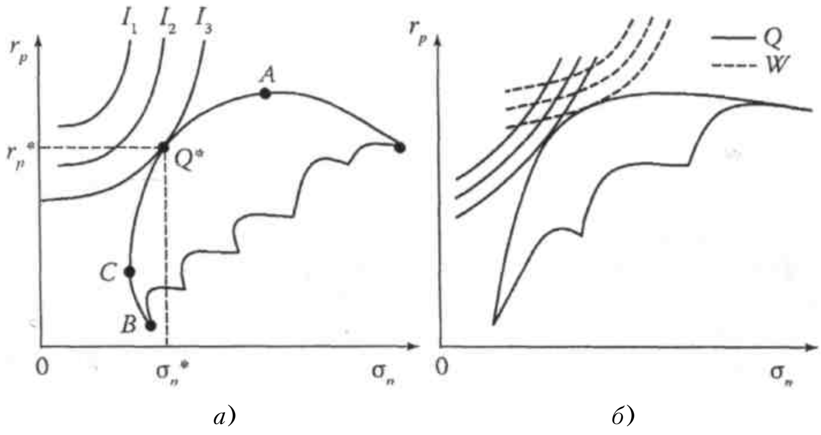


Рисунок 3 – Множество всех сформированных портфелей

На рис. 3, *а* показано достижимое множество, представляющее собой все портфели, которые можно сформировать из n видов ценных бумаг. Множество портфелей, обеспечивающих минимальный риск при меняющемся уровне ожидаемой доходности, находится на левой части границы достижимого множества, расположенного между тачками A и B [7]. Инвестор выбирает свой оптимальный портфель, исходя из максимума ожидаемого дохода и минимума риска (срсднеквадратического отклонения дохода). Инвестора удовлетворяют только портфели, находящиеся на верхней и левой границе достижимого множества.

Множество портфелей, которые может выбрать инвестор, представляет собой участок границы AC (рис. 3, *а*). Такое множество принято называть эффективным множеством портфелей, или множеством Парето. На этом множестве инвестор будет выбирать оптимальный с его точки зрения портфель.

Для выбора оптимального портфеля инвестор должен совместить свои линии безразличия с эффективным множеством. Оптимальный портфель будет соответствовать точке, в которой кривая безразличия касается эффективного множества: (портфель Q^* на кривой безразличия I_3).

Оптимальный портфель Q^* существенно зависит от формы линий безразличия, которые, в свою очередь, зависят от функции полезности, являющейся характеристикой стратегии инвестора. Если инвестор осторожен и стремится к уменьшению риска за счет снижения ожидаемой полезности доходности, то линии безразличия являются менее выпуклыми вниз (семейство линий Q на рис. 3, *б*).

Повышение риска инвестора для достижения более высокого уровня ожидаемой доходности выражается в том, что выпуклость вниз линий безразличия увеличивается (семейство линий W). Эта трактовка соответствует полезности Неймана – Моргенштерна, используемой для оценки действий инвестора.

3 ОПТИМИЗАЦИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ ПО МОДЕЛИ Г. МАРКОВИЦА

В 1952 г. американский экономист Г. Марковиц опубликовал работу [8], которая легла в основу теории инвестиционного портфеля. Г. Марковиц исходил из предположения о том, что инвестирование рассматривается как однопериодовый процесс [7], т. е. полученный в результате инвестирования доход не реинвестируется. Другим важным исходным положением в теории Г. Марковица является идея об эффективности рынка ценных бумаг.

Марковиц считал, что инвестор, формируя свой портфель, оценивает лишь два показателя: $E(r)$ – ожидаемую доходность и σ – стандартное отклонение как меру риска. Следовательно, инвестор должен оценить доходность и стандартное отклонение каждого портфеля и выбрать наилучший портфель, который наиболее всего соответствует его требованиям – обеспечивает максимальную доходность r при допустимом значении риска σ. Какой при этом конкретный портфель предпочтет инвестор, зависит от его оценки соотношения *«доходность – риск»*.

Цель любого инвестора – составить такой портфель ценных бумаг, который бы давал максимально возможную отдачу с минимально допустимым риском. Сравнение значений стандартных отклонений различных портфелей позволяет сделать два важных вывода: во-первых, при одних и тех же значениях коэффициентов корреляции между доходностями бумаг разным портфелям соответствуют разные величины σ, то есть при изменении соотношения ценных бумаг в портфеле меняется и риск портфеля. Во-вторых, для любого портфеля с понижением коэффициента корреляции бумаг уменьшается и риск портфеля (если, конечно портфель не состоит из одной ценной бумаги) [8].

Если брать различные количества ценных бумаг (3, 4, 5, ..., n), имеющих любые коэффициенты доходностей в пределах от (−1) до (+1), и создавать из них

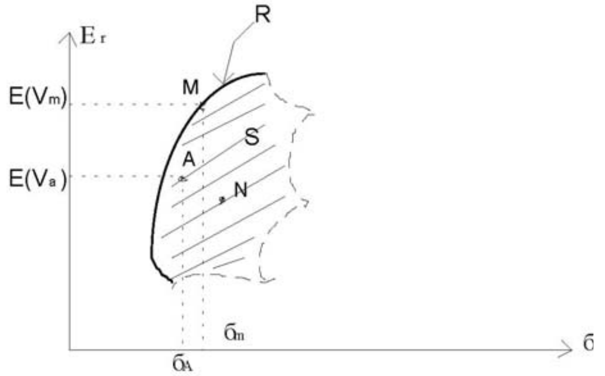


Рисунок 4 – Зона возможных существований портфелей

портфели, варьируя «вес» каждой ценной бумаги, то конкретному портфелю A будет соответствовать вполне определенное соотношение ожидаемой доходности $E(r_A)$ и риска (стандартное отклонение σ_A). Изображая эти соотношения на координатной плоскости с осями $E(r)$ и σ, получим точку A с координатами $[E(r_A);\ \sigma_A]$ на рис. 4 [8].

Заштрихованная площадь S представляет зону возможного существования портфелей, создаваемых из n выбранных ценных бумаг.

Для другого набора этих же ценных бумаг с определенным «весом» каждой бумаги получим другое соотношение ожидаемой доходности и риска (например, точка N на рис. 4). Можно показать, что из любого ограниченного набора ценных бумаг, выбранных инвестором, путем варьирования их «веса» можно получить бесконечное количество портфелей. Если для каждого из портфелей определить ожидаемую доходность и стандартное отклонение, отложить их на графике (рис. 4), то получим совокупность точек – зону, определяющую все возможные портфели для выбранного количества ценных бумаг.

Ключ к решению проблемы выбора оптимального портфеля лежит в теореме о существовании эффективного набора портфелей [9], так называемой границы эффективности. Суть теоремы сводится к выводу о том, что любой инвестор должен выбрать из всего бесконечного набора портфелей такой портфель, который обеспечивает максимальную ожидаемую доходность при каждом уровне риска и минимальный риск для каждой величины ожидаемой доходности.

Если инвестор выбрал n ценных бумаг со своими характеристиками $[E(r_i);\ \sigma_i;\ \sigma_{ij};\ \rho_{ij}$, где $i, j = 1, 2, \ldots, n]$, то найдется только одна комбинация ценных бумаг в портфеле, минимизирующая риск портфеля при каждом заданном значении ожидаемой доходности портфеля. Если обратиться к рис. 4, то вывод теоремы сводится к тому, что какую бы величину ожидаемой доходности не определил инвестор (например, $E(r_m)$ на рис. 4), всегда путем перебора весов ценных бумаг портфеля можно найти такой портфель, при котором уровень риска достигает минимального значения (на рис. 4 – точка M)[10].

Набор портфелей, которые минимизируют уровень риска при каждой величине ожидаемой доходности, образует так называемую границу эффективности – на рис. 4 это линия R. Как видно из данного рисунка, при перемещении по границе вверх – вправо величины $E(r)$ и σ увеличиваются, а при движении вниз – влево – уменьшаются.

Эффективный портфель – это портфель, который обеспечивает минимальный риск при заданной величине $E(r)$ и максимальную отдачу при заданном уровне риска.

На риск портфеля основное влияние оказывает степень корреляции доходностей входящих в портфель ценных бумаг – чем ниже уровень корреляции, то есть чем ближе коэффициент корреляции приближается к (–1), тем ниже риск портфеля. Путем диверсификации – изменения количества входящих в портфель ценных бумаг и их весов – инвестор способен снизить уровень риска портфеля, не изменяя при этом его ожидаемой доходности.

Если портфель состоит более чем из 2 ценных бумаг, то для любого заданного уровня доходности существует бесконечное число портфелей, т. е. можно сформулировать бесконечное количество портфелей, имеющих одну и ту же доходность.

Тогда задача инвестора сводится к следующему: из всего бесконечного набора портфелей с ожидаемой нормой отдачи $E(r_n)$ необходимо найти такой, который обеспечивал бы минимальный уровень риска. Иными словами, можно задачу инвестора свести к следующему [10]: необходимо найти минимальное значение дисперсий портфеля

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} W_i W_j P_{i,j} \sigma_i \sigma_j \qquad (1)$$

при заданных начальных условиях:

$$E(r\ \text{портфеля}) = \sum_{i}^{n} W_i E(r_i), \qquad (2)$$

$$\sum_{i=0}^{n} W_i = 1. \qquad (3)$$

Для решения задачи нахождения оптимального портфеля, содержащего n ценных бумаг, необходимо первоначально вычислить:

а) n значений ожидаемой доходности $E(r_i)$ (где $i = 1, 2, \ldots, n$) каждой ценной бумаги в портфеле;

б) n значений дисперсий σ_i^2 каждой ценной бумаги;

в) $n(n-1)/2$ значений ковариации $\sigma_{i,\,j}$, где $i,j = 1, 2, \ldots, n$.

Способы их вычисления приведены ранее. Если подставить значения $E(r_i)$, σ_i и $\sigma_{i,\,j}$ в уравнения (1)–(3), то выясняется, что в этих уравнениях неизвестными оказываются только величины W_i – «веса» каждой ценной бумаги в портфеле. Следовательно, задача формирования оптимального портфеля из n акций сводится к следующему: для выбранной величины доходности E^* инвестор должен найти такие значения W_i, при которых риск инвестиционного портфеля становится минимальным. Иначе говоря, для выбранного значения E^* инвестор должен определить, какие суммы инвестиционных затрат необходимо направить на приобретение той или иной ценной бумаги, чтобы риск инвестиционного портфеля оказался минимальным.

В теории Марковица инвесторы стремятся сформировать портфель ценных бумаг, чтобы максимизировать получаемую полезность. Каждый инвестор желает таким образом сформировать портфель, чтобы сочетание ожидаемой доходности $E(r)$ и уровня риска σ портфеля приносило бы ему максимальное удовлетворение потребностей и минимизировало риск при желаемой доходности. Разные инвесторы имеют отличные друг от друга мнения об оптимальности сочетания $E(r)$ и σ, т. к. отношение одного инвестора к риску не похоже на желание рисковать другого инвестора. Поэтому, говоря об оптимальном портфеле, надо иметь в виду, что эта категория сугубо индивидуальна и оптимальные портфели разных инвесторов теоретически отличаются друг от друга. Тем не менее, каждый оптимальный портфель непременно является эффективным, то есть инвесторы выбирают удовлетворяющий их (оптимальный) портфель из эффективных портфелей.

4 ОПТИМИЗАЦИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ ПО МОДЕЛИ ШАРПА

Выведенные Марковицем правила построения границы эффективных портфелей позволяют находить оптимальный (с точки зрения инвестора) портфель для любого количества ценных бумаг. Основной сложностью применения метода Марковица является большой объем вычислений, необходимый для определения весов W_i каждой ценной бумаги. Действительно, если портфель объединяет n ценных бумаг, то для построения границы эффективных портфелей необходимо предварительно вычислить n значений ожидаемых (средних арифметических) доходностей $E(r_i)$ для каждой ценной бумаги, n величин σ_i дисперсий всех норм отдачи, и $n(n-1)/2$ выражений попарных ковариаций $\sigma_{i,\,j}$ ценных бумаг в портфеле.

В 1963 г. американский экономист У. Шарп (William Sharpe) предложил новый метод построения границы эффективных портфелей, позволяющий существенно сократить объемы необходимых вычислений. В дальнейшем этот метод модифицировался и в настоящее время известен как одноиндексная модель Шарпа (Sharpe single-index model) [9].

В основе модели Шарпа лежит метод линейного регрессионного анализа, позволяющий связать две случайные переменные величины – независимую X и зависимую Y линейным выражением типа $Y = \alpha + \beta X$. Сам Шарп в качестве независимой переменной рассматривал доходность r_m. В качестве зависимой переменной берется доходность r_i i-й ценной бумаги. Обычно модель Шарпа называют рыночной моделью (Market Model), а доходность r_m – доходностью рыночного портфеля.

Пусть доходность r_m принимает случайные значения и в течение N шагов расчета наблюдаются величины $r_{m1}, r_{m2}, \ldots, r_{mN}$. При этом доходность r_i i-й ценной бумаги имеет значения $r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{iN}$. В таком случае линейная регрессионная модель позволяет представить взаимосвязь между величинами r_m и r_i в любой наблюдаемый момент времени в виде:

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{m,t} + \varepsilon_{i,t},$$

где $r_{i,t}$ – доходность i-й ценной бумаги в момент времени t; α_i – параметр, постоянная составляющая линейной регрессии, показывающая, какая часть доходности i-й ценной бумаги не связана с изменениями доходности рынка ценных бумаг r_m; β_i – параметр линейной регрессии, показывающий чувствительность доходности i-й ценной бумаги к изменениям рыночной доходности; $r_{m,t}$ – доходность рыночного портфеля в момент t; $\varepsilon_{i,t}$ – случайная ошибка, свидетельствующая о том, что реальные, действующие значения $r_{i,t}$ и $r_{m,t}$ порою отклоняются от линейной зависимости.

Особое значение необходимо уделить параметру β_i, поскольку он определяет чувствительность доходности i-й ценной бумаги к изменениям рыночной доходности. Если $\beta_i > 1$, то доходность данной ценной бумаги более чувствительна, подвержена большим колебаниям, чем рыночная доходность r_m. Соответственно, при $\beta_j < 1$ ценная бумага имеет меньший размах отклонений доходности r_j от средней арифметической (ожидаемой) величины $E(r_j)$, чем рыночная доходность. Для большинства ценных бумаг $\beta > 0$, хотя могут встретиться ценные бумаги и с отрицательной величиной β.

Для нахождения параметров α_i и β_i по результатам наблюдений используется метод наименьших квадратов (МНК). Используя этот метод в качестве параметров α_i и β_i берутся такие значения, которые минимизируют сумму квадратов ошибок ε. Если провести необходимые вычисления, то окажется, что параметры α_i и β_i принимают следующие значения:

$$\alpha_i = E(r_i) - \beta_i Y E(r_m),$$

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,\,m}}{\sigma_m^2} \text{ или } \beta_i = \frac{P_{i,\,m} \cdot \sigma_i}{\sigma_m}.$$

Параметры α_i и β_i регрессионной модели дают представление об общих тенденциях взаимосвязей между изменениями рыночного показателя r_m и нормой отдачи r_i. Однако величины α_i и β_i не позволяют давать однозначный ответ о степени подобной взаимосвязи. На точность регрессионной модели оказывают значительное влияние ошибки ε_i. Значит, точность регрессионной модели, степень взаимосвязи r_m и r_i, определяется разбросом случайных ошибок ε_i, который можно оценить с помощью дисперсии случайной ошибки. Кроме того, точность регрессии можно определить, оценивая, сколь точно регрессионная модель определяет дисперсию ценных бумаг, для которых составляется регрессионная модель: $\sigma^2_{\varepsilon,i}\sigma^2_i$.

Дисперсию i-й ценной бумаги можно представить в виде двух слагаемых:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma^2_{\varepsilon,i}, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i \beta_i = W_{n+1}. \tag{5}$$

Ниже приведены основные этапы, которые необходимо выполнить для построения границы эффективных портфелей в модели Шарпа:

1) выбрать n ценных бумаг, из которых формируется портфель, и определить исторический промежуток в N шагов расчета, за которым будут наблюдаться значения доходности $r_{i,t}$ каждой ценной бумаги;

2) по рыночному индексу вычислить рыночные доходности $r_{m,t}$ для того же промежутка времени;

3) определить величины β_i:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2}; \tag{6}$$

4) найти параметр α_i:

$$\alpha_i = E(r_i) - \beta_i E(r_m);$$

5) вычислить дисперсии ошибок регрессионной модели $\sigma^2_{\varepsilon,i}$;

6) подставить эти значения в уравнения (4)–(6).

После такой подстановки выяснится, что неизвестными величинами являются веса W_i ценных бумаг. Выбрав определенную величину ожидаемой доходности портфеля E^*, можно найти веса ценных бумаг в портфеле, построить границу эффективных портфелей и определить оптимальный портфель.

5 ПОРТФЕЛЬ ТОБИНА

Через несколько лет после исследования Марковица другой крупнейший американский экономист Д. Тобин заметил, что если на рынке есть безрисковые бумаги, то решение задачи об оптимальном портфеле сильно упрощается.

Связь между ожидаемой доходностью $E(r)$ и риском σ представляется в виде такой зависимости [9]:

$$E(r) = r_\delta + \frac{E(r_p) - r_\sigma}{\delta_p},$$

где r_p – безрисковая ставка доходности (эффективность безрисковых бумаг); $E(r_p)$ – ожидаемая ставка доходности рискованного актива; $\sigma_r\sqrt{D_r}$ – стандартное отклонение доходности рискованного актива; D_r – дисперсия (вариация) рисковой части портфеля, вариация портфеля равна $V_\Pi = (I - X_0)^2 D$, и риск портфеля равен $\sigma_\Pi = (1 - X_0)\sigma_r$.

Если X_0 – доля капитала, вложенного в безрисковую часть портфеля, а $(1 - X_0)$ – безрисковая доля портфеля, то задача Марковица об оптимальном портфеле в этом случае такова:

$$\sum_i \sum_j X_i X_j \to \min, \quad E_\Pi = x_0 r_0 + \sum_i x_i E_i,$$
$$x_0 + \sum_i x_i = 1.$$

Пусть Ω – матрица ковариаций рисковых видов ценных бумаг, $X = (x_i)$, $V = (v_i)$ – вектор-столбцы долей x капитала, вкладываемых в i-й вид рисковых ценных бумаг и ожидаемых эффективностей этого вида, $i = 1, \ldots, n$. Пусть также I – n-мерный вектор-столбец, компоненты которого равны 1. Тогда оптимальное значение долей x_i есть

$$X^* = \frac{E(r_p) - r_\delta}{(V - r_\delta I)\Omega^{-1} \cdot (V - r_\delta I)} \Omega^{-1}(V - r_\delta I). \tag{7}$$

Здесь Ω^{-1} – матрица, обратная к Ω. В числителе дроби стоит число, в знаменателе, если выполнить все действия, тоже получится число, причем константа, определяемая рынком и не зависящая от инвестора, $\Omega - 1(V - r_\delta I)$ – вектор-столбец размерности n. Данный вектор не зависит от эффективности портфеля $E(r_p)$. Таким образом, вектор долей рисковых видов ценных бумаг, пропорциональный этому вектору, также не зависит от $E(r_p)$. Следовательно, структура рисковой части портфеля не зависит от $E(r_p)$. Однако сумма компонент вектора X^* зависит от $E(r_p)$, а именно, компоненты вектора X^* пропорционально увеличиваются с ростом $E(r_p)$, поэтому доля x_0 безрисковых вложений будет при этом сокращаться.

Выразим риск оптимального портфеля в зависимости от его доходности. Для этого в формулу вариации портфеля $V_\Pi = X^T \Omega X$ подставим оптимальный вектор

X^* из формулы (7), обозначив знаменатель формулы (7) через d^2. Получим:

$$V_{\Pi} = \frac{(E(r_p) - r_\delta)^2}{d^4}[\Omega^{-1}(V - r_\delta I)]^T \Omega[\Omega^{-1}(V - r_\delta I)] =$$
$$= \frac{(E(r_p) - r_\delta)^2}{d^2}.$$

Окончательно:

$$V_{\Pi} = \frac{(E(r_p) - r_\delta)^2}{d^2} \text{ или } \sigma_{\Pi} = \frac{E(r_p) - r_\delta}{d}.$$

Можно также написать выражение эффективности оптимального портфеля от его риска:

$$E(r_p) - (r_\delta) = d\sigma_{\Pi} \text{ или } E(r_p) = r_\delta + d\sigma_{\Pi}.$$

Полученный оптимальный портфель называется портфелем Тобина минимального риска, т. е. портфель Тобина – это портфель Марковица при наличии на рынке безрисковых ценных бумаг.

6 МОДЕЛЬ БЛЭКА

Пусть инвестор желая увеличить свой инвестируемый капитал $P°$, находит дополнительную сумму P^g, тогда при покупке различных активов на суммы $P_i°$, …, $P_{п}°$ будем иметь [9] $P^0 + P^g = \sum_i P_i^0$ или после деления обеих частей этого равенства на P_0, $1 + Y^g = \sum_i x_i$, где $Y^g = \frac{P^g}{P^0}$. Пусть $x_{n+1} = -Y^g$, тогда получаем $\sum_{i=1}^{n+1} x_i = 1$, но одна из долей средств, вкладываемых в актив i-го типа, а именно величина x_i уже отрицательная.

Понятно, что в более сложных ситуациях отрицательных компонент, отвечающих заемным средствам, может быть больше одной. Доходность портфеля в этом случае вычисляется в виде

$$E_{\Pi} = \frac{P^K - P^0 - P^g}{P^0 + P^g},$$

где P^K – стоимость актива в конце периода; P^0 – стоимость актива в начале периода; P^g – дополнительный (заемный) актив.

На большинстве фондовых бирж Запада действия, которые математически формализуются в виде $x_i < 0$, допустимы и часто используются. Но ввиду их особой рискованности обычно есть дополнительные ограничения на такие действия, а по некоторым видам ценных бумаг и полный запрет. Портфели, удовлетворяющие условиям данного рынка, называются допустимыми. В модели Блэка допустимы любые портфели, т. е. они имеют единственное ограничение $\sum_i x_i = 1$.

Особенностью модели Блэка является то, что оказывается возможным реализовать любую, сколь угодно большую доходность (но за счет быстро растущего риска!).

Пусть есть два актива с ожидаемыми доходностями $e_1 = 1$ и $e_2 = -1$. Для портфеля $x_1 = 1 + V$, $x_2 = -v$ доходность

$$E_{\Pi} = 1 \cdot (1 + v) + (-1) \cdot (-v) = 1 + 2v \to \infty$$
$$\text{при } v \to \infty.$$

7 МОДЕЛЬ ТОБИНА – ШАРПА – ЛИНТНЕРА (ТШЛ)

В данной модели предполагается, что есть безрисковый актив, доходность которого не зависит от состояния рынка (обычно это – государственные ценные бумаги или вклады в большие банки). Если доходность безрискового актива (пусть он на рынке один, его номер – ноль) r_δ, то ожидаемая доходность $E(r_\delta) = r_\delta$, $\delta^2(r_\delta) = 0$ и $\text{cov}(r_\delta, r_i) = 0$ для всех $i \neq 0$, последнее означает, что в ковариационной матрице рынка есть нулевая строка и нулевой столбец. Все активы, кроме нулевого, – рисковые, то есть $\delta^2(r_i) > 0$ для $i = 1, …, n$.

Предположим, пусть существует портфель, который характеризуется вектором активов $\bar{x} = (x_0, x_1, …, x_n)$ и при $x_0 \neq 1$ его можно представить в виде линейной комбинации безрискового и рискового портфелей:

$$x = x_0 e_0 + (1 - x_0) y_0,$$

где $e_0 = (1, 0, 0, …, 0)$ – это безрисковый портфель, совпадающий с безрисковым активом; $Y_0\left(0, \frac{x_1}{1 - x_0}, …, \frac{x_n}{1 - x_0}\right)$ – чисто рисковой портфель.

Такое разложение играет важную роль при оценке фиксированных активов.

Рассмотрим рынок двух активов, описываемый вектором ожидаемых доходностей $E = (E_1, E_2)$ и матрицей ковариации

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix},$$

где $\rho = \rho_{12}$ – коэффициент корреляции доходностей активов, σ_1, σ_2 – стандартные отклонения.

Для модели Блэка, когда допустимы любые значения x_1 и x_2, лишь бы $x_1 + x_2 = 1$, имеем в двухмерном случае прямую на плоскости x_1, x_2, которая составлена из множества допустимых пар. Удобно представить эту прямую в параметрическом виде: $x_1 = t$, $x_2 = 1 - t$, тогда каждый портфель описывается так: $x = (t, 1 - t)$, t – принимает любые вещественные значения (в том числе и отрицательные).

Доходность портфеля $E_\Pi = E_1 t + E_2(1 - t) = E_2 + (E_1 - E_2)t$, риск портфеля

$$\sigma_\Pi^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} x_i x_j \operatorname{cov}(r_i, r_j) = (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)t^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)t + \sigma_2^2.$$

Оценкой портфеля называют ряд чисел $(\sigma^2(x), E(x))$, которую можно изобразить точкой на плоскости $\sigma^2 E_0$.

Плоскость (σ^2, E) называют критериальной. Меняя портфель, то есть меняя вектор $\bar{x}$, получают различные оценки, а для них разные точки на критериальной плоскости. Множество всех оценок (то есть множество пар (σ^2, E), а не множество портфелей) допустимых портфелей называют критериальным множеством. Если критериальное множество не сводится к одной точке, то возникает проблема выбора.

8 ПОСТРОЕНИЕ ГРАНИЦ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОРТФЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИ МАРКОВИЦА

Модель, первоначально разработанная Марковицем и до сих пор широко применяемая, использует общий риск каждого отдельного актива. Следовательно, при построении портфелей и определении общего риска портфеля должны рассматриваться ковариации в каждой паре потенциальных для портфеля активов.

Когда доходы по рискованному активу являются случайными переменными, доходы по портфелю – это взвешенная по стоимости средняя доходов по отдельным активам [10], т. е.

$$E(r_\Pi) = \sum_{i=1}^{n} V_i r_i.$$

Если коэффициент корреляции в парах активов меньше чем 1,0, то диверсификация может улучшить взаимосвязь между ожидаемым риском портфеля и ожидаемым доходом по портфелю. Это происходит потому, что, если переменная доходности является линейной функцией средней доходности, то фактор риска представляет собой квадратическую функцию дисперсии доходов по ценным бумагам. Степень улучшения портфеля зависит от весов, которые каждый из активов имеет в портфеле, и от корреляции этих активов.

Лучший способ продемонстрировать это – пример с двумя активами. Рассмотрим данные табл. 1 – различные среднеквадратические отклонения портфеля, составленного из двух рискованных активов, при допущениях, что корреляция $\rho_{1,2}$ равна 0,6 или 0,9 и что доли каждого актива в портфеле меняются на 10 %.

Рис. 5 – это диаграмма границ эффективности, относящихся к портфелям, построенным с учетом предположенных $\rho_{1,2} = 0{,}60$ и $\rho_{1,2} = 0{,}90$. Актив 1 имеет ожидаемый доход 8 % со среднеквадратическим отклонением 12 %, а актив 2 – ожидаемый доход 12 % со среднеквадратическим отклонением 16 %.

Среднеквадратическое отклонения портфеля вычисляется по формуле (8).

Среднеквадратическое отклонение портфеля из двух активов [11]:

$$\sigma_\Pi = \sqrt{V_1^2\sigma_1^2 + V_2^2\sigma_2^2 + 2V_1V_2(\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)}, \qquad (8)$$

где σ_Π – среднеквадратическое отклонение портфеля; V_1 и V_2 – веса активов 1 и 2 в портфеле; σ_1^2 и σ_2^2 – дисперсии доходов по активам 1 и 2; ρ_{12} – корреляция

Таблица 1 – Значения весов и среднеквадратических отклонений портфеля

Вес V_2	Вес V_1	Доход $E(r_n)$	σ_Π при $\rho_{12} = 0{,}6$	σ_Π при $\rho_{12} = 0{,}9$
0	1,0	8,0	12	12
0,1	0,9	8,4	11,82	12,26
0,2	0,8	8,8	11,80	12,56
0,3	0,7	9,2	11,91	12,89
0,4	0,6	9,6	12,17	13,26
0,5	0,5	10,0	12,55	13,65
0,6	0,4	10,4	13,06	14,07
0,7	0,3	10,8	13,67	14,52
0,8	0,2	11,2	14,37	15,0
0,9	0,1	11,6	15,15	15,49
1,0	0	12,0	16,0	16,0

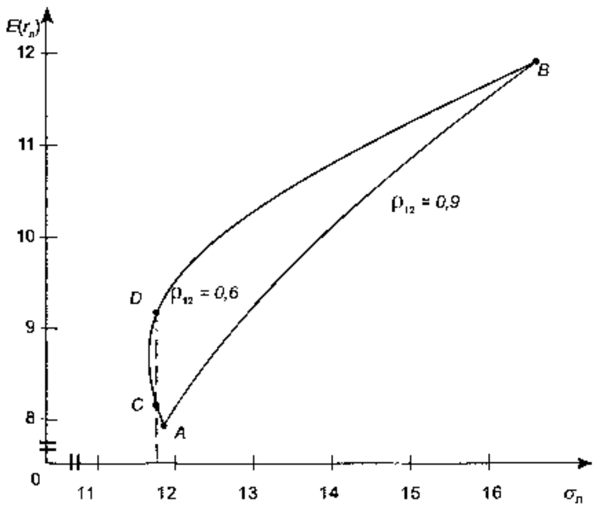


Рисунок 5 – Границы эффективности портфелей

доходов по активам 1 и 2; σ_1 и σ_2 – среднеквадратическое отклонение доходов по 1 и 2; $(\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)$ – ковариации доходов по активам 1 и 2.

Для предположенной степени корреляции среднеквадратическое отклонение рассчитано для некоторых различных портфелей, которые могут быть построены из этих двух активов и нанесены на диаграмму (рис. 5).

Сначала рассмотрим данные в столбце табл. 1 для $\rho_{1,2} = 0{,}6$ и график на рис. 5 для $\rho_{1,2} = 0{,}6$, отражающие выгоды от диверсификации для случая, когда активы умеренно коррелированы. Данные и график, обозначенные $\rho_{1,2} = 0{,}9$, показывают, что диверсификация имеет благотворное влияние на соотношение риск – доход, даже когда активы высоко, но не полностью коррелированы. В обоих случаях граница эффективности вогнута. Чем больше степень вогнутости, тем больше выгоды от диверсификации. Однако не все точки на границе эффективны, а эффективна только верхняя часть каждой вогнутой границы (обозначенных *AB* на рис. 5).

Верхняя часть каждой из линий *AB* представляет границу эффективности возможных портфелей, так как на границе невозможно достичь большего дохода без несения большего риска. Выше линии находится область недостижимых комбинаций риска и дохода из-за ограниченности характеристик ценных бумаг 1 и 2. Ниже линии находятся худшие комбинации риска и дохода, которые могут быть улучшены просто перемещением в любую точку на линии *AB*. Это достигается продажей существующих активов и покупкой 1 или 2. Например, портфель *C* располагается на нижней части границы, помеченной $\rho_{1,2} = 0{,}6$. Инвестор может повысить свою полезность продажей этого портфеля и покупкой комбинации 1 и 2, представленной любой из точек на границе эффективности. Например, перемещаясь в точку *D*, инвестор несет тот же уровень риска, но получает более высокий доход, чем в *C*.

Нужно отметить, что не существует единственного наилучшего портфеля. Жирные линии указывают на многие «эффективные портфели». Граница эффективна, потому что невозможно повысить доход без увеличения риска или снизить риск без снижения дохода. Возможная комбинация риска и дохода будет зависеть от целевой функции (функция полезности для инвестора).

ВЫВОДЫ

Проведенный анализ структуры оптимального портфеля позволил выяснить, какие риски, связанные со стохастически меняющимися инвестиционными возможностями, следует хеджировать. Анализ показывает, что при конкретной динамике производных ценных бумаг предложенные модели позволяют получать различные виды портфелей инвестиций при различных функциях полезности и различных уровнях относительного неприятия риска инвестора. Не существует «единственно верной» стратегии выбора инвестиционного портфеля, которая одинаково подходила бы всем инвесторам без исключения. При принятии решений о составе портфеля инвестор достигнет более высокой ожидаемой (средней) доходности, только если согласится на более высокую степень риска.

Можно снизить степень риска инвестиций, не снижая ожидаемой доходности, за счет более полной диверсификации как в пределах одного класса активов, так и среди нескольких разных классов активов.

Способность за счет диверсификации снизить рискованность портфеля инвестора зависит от корреляции между активами, составляющими портфель. На практике подавляющее большинство активов имеет между собой положительную корреляцию, потому что на них влияют одни и те же экономические факторы. Следовательно, возможность снижения риска за счет диверсификации среди рискованных активов без снижения ожидаемого уровня доходности ограничена.

Чем дольше период, в течение которого инвестор собирается владеть акциями, тем меньше стандартное отклонение доходности акций, взятое в годовом исчислении, и тем меньше вероятность того, что ставка доходности акций окажется ниже соответствующей процентной ставки для безрисковых облигаций.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. *Башарин Г. В.* Начала финансовой математики. – М.: Мир, 2003. – 189 с.
2. *Крушвиц С. К.* Финансирование и инвестиции. – СПб.: Питер, 2000. – 368 с.

3. Количественные методы финансового анализа / Под ред. Стивена Дж. Брауна и Марка П. Крицмена: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1996. – 352 с.
4. *Наталуха И. Г.* Моделирование спекулятивного бума на финансовом рынке с учетом психологии инвесторов // Материалы VI Всеросс. симпозиума «Математическое моделирование и компьютерные технологии». – Кисловодск, 2004. – Т. 2. – С. 7–8.
5. *Христановский В.В., Щербина В. П.* Функция полезности: теория и анализ: Учебное пособие.– Х.: ИД «ИНЖЕК», 2006. – 120 с.
6. *Черкасова В. А., Батенкова А. А.* Влияние стратегических рисков на финансовые результаты компании // Корпоративные финансы. – 2007. – № 3. – С. 64–76.
7. *Четыркин Е. М.* Финансовая математика. – М.: Дело, 2002. – 540 с.
8. *Шарп У., Александер Г., Бейли Д.* Инвестиционный менеджмент. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 257 с.
9. *Шапки А. С.* Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций: Монография. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2003. – 544 с.
10. *Эддоус М., Стэнсфилд Р.* Методы принятия решений. – М.: Мир, 2003. – 123 с.
11. *Якушков В. К.* Функция полезности для инвестирования. – М.: Дело, 2002. – 167 с.

Надійшла 25.04.2008

Розглянуто основні складові оптимального портфеля (очікуваний прибуток портфеля і стандартне відхилення як міра ризику), які дозволяють агенту фінансового ринку неперервно реструктурувати портфель (роблячи максимальною користь проміжного використання і (або) остаточного капіталу) у відповідності з інвестиційними можливостями, які змінюються стохастично. Проаналізовані методі оптимізації (метод Марковіца і Шарпа), а також розглянута роль функції корисності для формування інвестиційного портфеля.

The basic components of optimal portfolio were viewed: expected portfolio's yield and standard deviation as the risk's measure. These components allow the agent of the financial market to restructure portfolio uninterruptedly (maximizing profit of intermediate consumption and (or) final capital) according to stochastic varying investment opportunities. Methods of optimization (H. Markowitz's and W. Sharpe's method) were analysed, and also the role of utility function in forming investment portfolio was viewed.

УДК 004.658.3

А. Б. Кунгурцев, С. Л. Зиноватная

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕНОРМАЛИЗАЦИИ РЕЛЯЦИОННОЙ БАЗЫ ДАННЫХ В ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Рекомендуется выполнять денормализацию схемы отношений после тщательного тестирования производительности информационной системы. Предложена имитационная модель для тестирования поведения системы в условиях применения различных вариантов денормализации. На основе модели реализован программный инструмент, позволяющий исследовать базы данных, созданные с использованием различных систем управления базами данных.

ВВЕДЕНИЕ

Под денормализацией понимается процесс намеренного введения избыточности в нормализованных таблицах в целях увеличения производительности информационной системы (ИС). Производительность может быть повышена благодаря уменьшению времени выполнения запроса к БД, вызванному устранением операции соединения между отношениями либо сокращением размера отношений, участвующих в запросе. Необходимость такого изменения структуры базы данных (БД) становится очевидной лишь на этапе проектирования приложений [1]. Однако при определенных обстоятельствах изменение структуры отношений не приводит к ожидаемому повышению производительности ИС. Например, в [2] описаны случаи, в которых устранение операции соединения в запросе, соответствующее методу нисходящей денормализации, не приводит к уменьшению времени выполнения запроса. Кроме того, сокращение времени выполнения одних запросов путем внедрения денормализации может быть нивелировано увеличением времени выполнения других запросов, использующих отношения, которые были реструктурированы, так что в целом производительность ИС может ухудшиться.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Существуют программные продукты, позволяющие анализировать эффективность запросов к БД. Например, Query Analyzer [3] позволяет просматривать план выполнения запроса, сгенерированный оптимизатором запросов MS SQL Server. Однако не существует универсальных инструментов, которые дают возмож-