

А. В. Неласая, Г. Л. Козина, Н. А. Молдовян

## ПРОТОКОЛЫ КОЛЛЕКТИВНОЙ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ НА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ

*В статье представлены новые протоколы коллективной цифровой подписи на эллиптических и гиперэллиптических кривых. Вычислительные схемы проиллюстрированы примерами.*

### ВВЕДЕНИЕ

Развитие технологий электронного документооборота требует новых механизмов обеспечения юридической силы коллективных электронных документов. В частности, при разработке коллективных проектов важной проблемой является использование протоколов [1–4], обеспечивающих реализацию коллективной электронной цифровой подписи.

Известные в настоящее время протоколы электронной цифровой подписи позволяют осуществить реализацию кратной подписи (директор, главный бухгалтер, ведущий инженер и т. д.), но при этом, в силу последовательной реализации кратной подписи, возникают следующие проблемы. При подписании электронного документа важна последовательность формирования подписей каждого из участников, при проверке подписей также важна проверяющая последовательность проверки подписей участников. Кроме этого, размер подписи увеличивается пропорционально числу участников, подписавших электронный документ.

Для устранения указанных недостатков были предложены новые протоколы [2–4] формирования и проверки подлинности коллективной электронной цифровой подписи. В этих протоколах используется общий (коллективный) открытый ключ, который формируется на основе индивидуальных открытых ключей группы пользователей. Применяемые на практике системы электронной цифровой подписи предоставляют возможность использования (доступности через Internet) стандартных справочников открытых ключей и/или типовых сертификатов открытых ключей, что благоприятствует практическому применению нового подхода генерации коллективной электронной цифровой подписи.

Важен также вопрос минимизации размера коллективной электронной цифровой подписи при необходимости ее записи в виде штрих-кода на бумажных носителях, например, в методах защиты от подделки документов с помощью электронной цифровой подписи

[4]. В данном аспекте представляет интерес изучение вопроса о возможности реализации новых протоколов коллективной электронной цифровой подписи как с использованием процедур проверки электронной цифровой подписи, специфицируемых стандартами подписи, так и новых протоколов, позволяющих уменьшить размер подписи.

В настоящей работе представлены новые протоколы коллективной цифровой подписи на эллиптических и гиперэллиптических кривых на основе стандарта электронной цифровой подписи ДСТУ 4145-2002 и предложенного в [6] протокола электронной цифровой подписи с предвычислениями ЕСРР. Вычислительные схемы протоколов проиллюстрированы примерами.

### 1 ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ

В качестве источника абелевой группы для протокола коллективной подписи на основе ДСТУ-4145, предложенного в [4], можно взять группу дивизоров гиперэллиптической кривой. Основное преимущество использования гиперэллиптических кривых состоит в том, что размер основного поля, над которым определена кривая, уменьшается пропорционально роду кривой без потери стойкости, хотя сама формула группового сложения выглядит более громоздко.

Пусть  $F$  – конечное поле и пусть  $\bar{F}$  – алгебраическое замыкание поля  $F$ . Гиперэллиптическая кривая  $C$  рода  $g \geq 1$  над  $F$  представляет собой [7] набор решений  $(x, y) \in F \times F$  уравнения

$$C: y^2 + h(x)y = f(x), \quad (1)$$

где  $h(x) \in F[x]$  – полином степени не более  $g$ ,  $f(x) \in F[x]$  – нормированный полином степени  $2g + 1$  и не существует решений  $(x, y) \in \bar{F} \times \bar{F}$ , которые бы одновременно удовлетворяли уравнению (1) и уравнениям  $2y + h(x) = 0$  и  $h'(x)y - f'(x) = 0$ . Считаем, что бесконечно удаленная точка  $\infty$  также принадлежит кривой.

Согласно [7], в качестве групповой структуры в случае гиперэллиптических кривых рассматривается якобиан кривой  $C$ . Каждый элемент якобиана – это класс эквивалентности дивизоров, который может быть

представлен унікально приведеним дивизором в формі пари поліномів в формі Мамфорда. На якобіані визначені групові операції додавання і дублювання дивизорів.

Згідно [8] порядок якобіана гіперелліптичної кривої обмежений інтервалом Хассе – Вейля

$$|(\sqrt{q}-1)^{2g}| \leq \#J/F_q \leq [(\sqrt{q}+1)^{2g}],$$

де  $q$  – характеристика поля, над яким визначена крива,  $g$  – род кривої. Будемо вважати, що порядок якобіана

$$\#J/F_q \approx q^g.$$

Більшість криптографічних застосувань базуються на еліптичних або гіперелліптичних кривих з довжиною ключа не менше 160 біт, тобто з порядком групи не менше  $2^{160}$ . Отже, для криптосистем на гіперелліптичних кривих над полем  $F_q$  повинно виконуватися як мінімум

$$g \cdot \log_2 q \approx 160.$$

В частині, для кривої роду 2 необхідно вибрати основне поле  $F_q$  з  $|F_q| \approx 2^{80}$ , з довжиною операндів 80 біт. Для кривої роду 3 потужність основного поля  $|F_q| \approx 2^{54}$ , для кривої роду 4  $|F_q| \approx 2^{40}$ .

Оскільки елементи підпису належать основному полю, над яким визначена крива, в разі гіперелліптичних кривих розмір ітогової колективної підпису зменшується пропорційно роду кривої. Так, при використанні гіперелліптичної кривої другого роду розмір колективної підпису буде приблизно в два рази менше, ніж при використанні еліптичної кривої, що має аналогічний рівень криптостійкості. Відповідно, при використанні кривої третього роду розмір колективної підпису зменшиться приблизно в три рази і т. д.

В криптографічних цілях використовуються гіперелліптичні криві роду 2 і 3. Криві вищого роду не є стійкими.

**2 ПРОТОКОЛ КОЛЕКТИВНОЇ ПОДПИСИ НА ОСНОВЕ СТАНДАРТА ДСТУ 4145-2002 НА ГІПЕРЕЛЛІПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ**

Введемо позначення:

$D$  – базовий дивизор гіперелліптичної кривої;

$l$  – кількість користувачів;

$n$  – порядок циклічної підгрупи якобіана гіперелліптичної кривої;

$d_i$  – секретний ключ  $i$ -го користувача;

$h$  – хеш-образ повідомлення.

$\psi(R)$  – функція перетворення дивизора в елемент основного поля. Авторами пропонується наступне перетворення: коефіцієнти першого полінома дивизора  $R$  представимо в формі числа в системі числення з основою, рівною модулю основного поля, над яким визначена крива (в разі простого поля). А потім переведемо це представлення в десятичну систему числення.

**Генерація відкритого колективного ключа.**

1. Кожен  $i$ -й користувач ( $i = 1 \dots l$ ) формує відкритий ключ виду

$$Q_i = -d_i D.$$

2. Колективний відкритий ключ обчислюється як сума відкритих ключів групи з  $l$  користувачів

$$Q = \sum_{i=1}^l Q_i = \sum_{i=1}^l -d_i D.$$

**Формування колективної підпису.**

1. Кожен користувач розраховує дивизор  $R_i$  наступним чином:

а) вибирає випадковий параметр  $k_i$ ,  $1 < k_i < n$ ;

б) обчислює  $R_i = k_i D$ .

2. По представленим користувачами дивизорам  $R_i$  обчислюється загальний дивизор

$$R = \sum_{i=1}^l R_i.$$

3. Обчислюється значення функції  $\psi(R)$ .

4. Перша частина підпису визначається формулою  $r = h\psi(R) \bmod n$ .

5. Кожен користувач обчислює свій параметр  $s_i$

$$s_i = (k_i + d_i r) \bmod n.$$

6. Друга частина підпису визначається формулою  $s = \sum_{i=1}^l s_i \bmod n$ .

Колективним підписом є пара чисел  $(r, s)$ .

**Перевірка колективної підпису.**

1. Перевіраючий обчислює хеш-образ  $h'$  загального повідомлення.

2. Використовуючи відкритий колективний ключ  $Q$ , обчислює дивизор  $R' = sD + rQ$  і

3. значення  $v = h'\psi(R')$ .

4. Якщо  $v = r$ , то підпис визнається справжнім.

**Пример 1.** Проиллюстрируем протокол коллективной подписи, используя гиперэллиптическую кривую рода 2 над полем  $F_7$ :

$$y^2 = x^5 + 2x^2 + x + 3 \pmod{7}.$$

Как показано в [9], якобиан этой кривой содержит 34 дивизора. Дивизор  $D = \langle x + 4, 1 \rangle$  формирует подгруппу порядка  $n = 17$ .

**Генерация открытого коллективного ключа.**

Пусть число пользователей  $l = 3$  и их секретные ключи соответственно равны:

$$d_1 = 5, \quad d_2 = 7, \quad d_3 = 11.$$

Тогда открытыми ключами пользователей являются:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -5D = -\langle x^2 + 5x + 2, 2x \rangle = \langle x^2 + 5x + 2, 5x \rangle, \\ Q_2 &= -7D = -\langle x^2 + 5x + 5, 5 \rangle = \langle x^2 + 5x + 5, 2 \rangle, \\ Q_3 &= -11D = -\langle x^2 + 4x + 6, x + 4 \rangle = \\ &= \langle x^2 + 4x + 6, 6x + 3 \rangle. \end{aligned}$$

Общий открытый ключ группы пользователей равен:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \langle x^2 + 4x + 6, x + 4 \rangle.$$

**Формирование коллективной подписи.**

Каждый пользователь генерирует случайный параметр  $k_i$ :

$$k_1 = 5, \quad k_2 = 9, \quad k_3 = 12$$

и вычисляет дивизор  $R_i = k_i D$ :

$$\begin{aligned} R_1 &= 5\langle x + 4, 1 \rangle = \langle x^2 + 5x + 2, 2x \rangle, \\ R_2 &= 9\langle x + 4, 1 \rangle = \langle x^2 + 3x + 5, 6x + 5 \rangle, \\ R_3 &= 12\langle x + 4, 1 \rangle = \langle x^2 + 5x + 2, 5x \rangle. \end{aligned}$$

Вычисленные дивизоры  $R_i$  предоставляются для вычисления общего дивизора

$$R = \sum_{i=1}^3 R_i = \langle x^2 + 3x + 5, 6x + 5 \rangle.$$

По дивизору  $R$  вычисляется функция  $\psi(R)$ :

$$\psi(R) = 135_7 \pmod{17} = (7^2 + 3 \cdot 7 + 5) \pmod{17} = 7.$$

Пусть хэш-образ  $h$  общего для группы пользователей сообщения равен 15:  $h = 15$ . Тогда первая часть коллективной подписи  $r$  вычисляется по формуле:

$$r = h\psi(R) = 15 \cdot 7 \pmod{17} = 3.$$

Далее каждый пользователь по своему секретному ключу  $d_i$ , значению  $k_i$  и общему значению  $r$  вычисляет свою долю второй части подписи:

$$\begin{aligned} s &= 5 + 5 \cdot 3 \pmod{17} = 3, \quad s = 9 + 7 \cdot 3 \pmod{17} = 13, \\ s &= 12 + 11 \cdot 3 \pmod{17} = 11. \end{aligned}$$

Вторая часть коллективной подписи равна:

$$s = \sum_{i=1}^3 s_i = (3 + 13 + 11) \pmod{17} = 10.$$

Таким образом, коллективная подпись группы из трех пользователей под общим сообщением есть  $(r, s) = (3, 10)$ .

**Проверка коллективной подписи.**

Проверяющий вычисляет хэш-образ  $h' = 15$  общего сообщения.

Используя открытый коллективный ключ  $Q$ , вычисляет дивизор

$$\begin{aligned} R' &= sD + rQ = 10D + 3Q = \\ &= 10\langle x + 4, 1 \rangle + 3\langle x^2 + 4x + 6, x + 4 \rangle = \\ &= \langle x^2 + 5x + 5, 2 \rangle + \langle x + 4, 6 \rangle = \\ &= \langle x^2 + 3x + 5, 6x + 5 \rangle \end{aligned}$$

и находит значение

$$\begin{aligned} \psi(R') &= \psi(\langle x^2 + 3x + 5, 6x + 5 \rangle) = \\ &= 135_7 \pmod{17} = 7 + 3 \cdot 7 + 5 = 7. \end{aligned}$$

Поскольку

$$v = h'\psi(R') = 15 \cdot 7 \pmod{17} = 3$$

совпадает с  $r$ , то подпись признается подлинной.

**3 ПРОТОКОЛ КОЛЛЕКТИВНОЙ ПОДПИСИ НА ОСНОВЕ ПРОТОКОЛА ЕСРР НА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ**

Протокол электронной цифровой подписи с предвычислениями ЕСРР [6] был предложен с целью уменьшить трудоемкость операции верификации подписи в корпоративной сети за счет умножения только на базовую точку, которое можно выполнить с предвычис-

лениями. Модифицируем этот протокол для реализации коллективной подписи.

Введем обозначения:

$P$  – базовая точка эллиптической кривой;

$l$  – количество пользователей;

$n$  – порядок циклической подгруппы точек эллиптической кривой;

$d_i$  – секретный ключ  $i$ -го пользователя;

$h$  – хэш-образ сообщения;

$\pi(R) = X_R \bmod n$  – выделение  $x$ -координаты точки

$R = (X_R, Y_R)$  эллиптической кривой.

**Генерация открытого коллективного ключа.**

1. Каждый  $i$ -й пользователь ( $i = 1 \dots l$ ) формирует открытый ключ вида

$$Q_i = -d_i P.$$

2. Коллективный открытый ключ вычисляется как сумма открытых ключей группы из  $l$  пользователей

$$Q = \sum_{i=1}^l Q_i = \sum_{i=1}^l -d_i P.$$

**Формирование коллективной подписи.**

1. Каждый  $i$ -й пользователь ( $i = 1 \dots l$ ) рассчитывает точку  $R_i$  следующим образом:

а) выбирает случайный параметр  $k_i$ ,  $1 < k_i < n$ ;

б) вычисляет значение  $t_i = \frac{k_i}{h} \bmod n$ ;

в) и точку  $R_i = t_i P$ .

2. По представленным пользователями точкам  $R_i$  вычисляется общая точка

$$R = \sum_{i=1}^l R_i = (X_R, Y_R)$$

3. и значение  $w = \pi(R) = X_R \bmod n$ .

4. Формируется точка  $wR = (x, y)$  и

5. первая часть коллективной подписи

$$r = \pi(x, y) = x \bmod n.$$

6. Каждый пользователь вычисляет свой параметр  $s_i$

$$s_i = (wk_i + hd_i) \bmod n$$

7. и предоставляет его для вычисления второй части коллективной подписи

$$s = \sum_{i=1}^l s_i.$$

Коллективной подписью является пара чисел –  $(r, s)$ .

**Проверка коллективной подписи.**

1. Проверяющий вычисляет хэш-образ  $h'$  общего сообщения

2. и значение  $t = \frac{s}{h'} \bmod n$ .

3. Используя открытый коллективный ключ  $Q$ , формирует точку  $tP + Q = (x, y)$

4. и вычисляет значение  $v = \pi(x, y) = x \bmod n$ .

5. Если  $v = r$ , то подпись признается подлинной.

**Обоснование корректности представленного протокола**

Поскольку при формировании подписи значение  $r$

$$\text{определяется формулой } r = \pi(wR) = \pi\left(w \sum_{i=1}^l \frac{k_i}{h} P\right),$$

а при проверке подписи проверочное выражение  $tP + Q$  дает точку  $wR$

$$\begin{aligned} tP + Q &= \frac{s}{h} P - \sum_{i=1}^l d_i P = \frac{\sum_{i=1}^l (wk_i + hd_i)}{h} P - \sum_{i=1}^l d_i P = \\ &= w \sum_{i=1}^l \frac{k_i}{h} P + \sum_{i=1}^l d_i P - \sum_{i=1}^l d_i P = w \sum_{i=1}^l \frac{k_i}{h} P = wR, \end{aligned}$$

в итоге имеем:

$$v = \pi(tP + Q) = \pi(wR),$$

что соответствует  $r$  при формировании подписи.

**Пример 2.** Проиллюстрируем протокол коллективной подписи, используя эллиптическую кривую над полем  $F_{79}$ :

$$y^2 = x^3 + x + 1 \pmod{79}.$$

Базовая точка  $P(5,62)$  этой эллиптической кривой образует циклическую подгруппу порядка 43.

**Генерация открытого коллективного ключа.**

Пусть число пользователей  $l = 3$  и их секретные ключи соответственно равны:

$$d_1 = 11, \quad d_2 = 26, \quad d_3 = 38.$$

Тогда открытыми ключами пользователей являются:

$$Q_1 = (30, 48), \quad Q_2 = (15, 28), \quad Q_3 = (32, 4).$$

Общий открытый ключ группы пользователей равен:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (30, 31).$$

**Формирование коллективной подписи.**

Каждый пользователь генерирует случайный параметр  $k_i$ :

$$k_1 = 5, \quad k_2 = 17, \quad k_3 = 23.$$

Следуя протоколу, каждый пользователь рассчитывает значение  $t_i$ :

$$t_1 = \frac{5}{37} \bmod 43 = 35, \quad t_2 = \frac{17}{37} \bmod 43 = 33, \\ t_3 = \frac{23}{37} \bmod 43 = 32$$

и находит точку  $R_i$ :

$$R_1 = 35P = (29, 18), \quad R_2 = 33P = (16, 20), \\ R_3 = 32P = (30, 48).$$

Вычисленные точки  $R_i$  предоставляются для вычисления общей точки

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = (34, 32).$$

По точке  $R$  вычисляется функция  $\pi(R)$

$$w = \pi(R) = 34 \bmod 43 = 34.$$

С использованием полученного значения определяется точка

$$wR = 34R = (31, 35)$$

и первая часть коллективной подписи  $r$

$$r = \pi(31, 35) = 31 \bmod 43 = 31.$$

Пусть хэш-образ  $h$  общего для группы пользователей сообщения равен 37:  $h = 37$ .

Далее каждый пользователь по своему секретному ключу  $d_i$ , значению  $k_i$  и общим значениям  $w$  и  $h$  вычисляет свою долю второй части подписи:

$$s_1 = (43*5 + 37*11) \bmod 43 = 18, \\ s_2 = (34*17 + 37*26) \bmod 43 = 35, \\ s_3 = (34*23 + 37*38) \bmod 43 = 38.$$

Вторая часть коллективной подписи равна:

$$s = (s_1 + s_2 + s_3) \bmod n = (18 + 35 + 38) \bmod 43 = 5.$$

Таким образом, коллективная подпись группы из трех пользователей под общим сообщением есть  $(r, s) = (31, 5)$ .

**Проверка коллективной подписи.**

Проверяющий вычисляет хэш-образ  $h' = 37$  общего сообщения.

Используя хэш-образ сообщения и открытый коллективный ключ  $Q$ , вычисляет значение

$$t = \frac{s}{h} \bmod n = \frac{5}{37} \bmod 43 = 35$$

и точку

$$tP + Q = 35*(5, 62) + (30, 31) = \\ = (29, 18) + (30, 31) = (31, 35).$$

Поскольку

$$v = 31 \bmod 43 = 31,$$

то есть  $v = r$ , то подпись признается подлинной.

**4 ПРОТОКОЛ КОЛЛЕКТИВНОЙ ПОДПИСИ НА ОСНОВЕ ПРОТОКОЛА ЕСРР НА ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ**

В качестве источника абелевой группы для предложенного протокола можно также взять группу дивизоров гиперэллиптической кривой, как это было сделано выше для ДСТУ-4145. В этом случае базовой точке, открытым ключам пользователей, и промежуточной точке  $R$  соответствуют дивизоры гиперэллиптической кривой.

**Генерация открытого коллективного ключа.**

1. Каждый  $i$ -й пользователь ( $i = 1 \dots l$ ) формирует открытый ключ вида

$$Q_i = -d_i D.$$

2. Коллективный открытый ключ вычисляется как сумма открытых ключей группы из  $l$  пользователей

$$Q = \sum_{i=1}^l Q_i = \sum_{i=1}^l -d_i D.$$

**Формирование коллективной подписи.**

1. Каждый пользователь рассчитывает дивизор  $R_i$  следующим образом:

а) выбирает случайный параметр  $k_i$ ,  $1 < k_i < n$ ;

б) вычисляет  $t_i = \frac{k_i}{h} \bmod n$

в) и  $R_i = t_i D$ .

2. По представленным пользователями дивизорам  $R_i$  вычисляется общий дивизор

$$R = \sum_{i=1}^l R_i$$

3. и значение  $w = \psi(R)$ .
4. Формируется дивизор  $wR$  и
5. первая часть коллективной подписи  $r = \psi(wR)$ .
6. Каждый пользователь вычисляет свой параметр  $s_i$

$$s_i = (wk_i + hd_i) \bmod n$$

7. и предоставляет его для вычисления второй части коллективной подписи

$$s = \sum_{i=1}^l s_i.$$

Коллективной подписью является пара чисел –  $(r, s)$ .

**Проверка коллективной подписи.**

1. Проверяющий вычисляет хэш-образ  $h'$  общего сообщения
2. и значение  $t = \frac{s}{h'} \bmod n$ .
3. Используя открытый коллективный ключ  $Q$ , формирует дивизор  $tD + Q$
4. и вычисляет значение  $v = \psi(tD + Q)$ .
5. Если  $v = r$ , то подпись признается подлинной.

**Пример 3.** Проиллюстрируем протокол коллективной подписи, используя гиперэллиптическую кривую, секретные ключи, открытый коллективный ключ, хэш-образ сообщения и случайные параметры  $k_i$  из примера 1.

**Формирование коллективной подписи.**

Следуя протоколу, каждый пользователь рассчитывает значения  $t_i$ :

$$t_1 = \frac{5}{15} \bmod 17 = 6, \quad t_2 = \frac{9}{15} \bmod 17 = 4, \\ t = \frac{12}{15} \bmod 17 = 11$$

и находит дивизор  $R_i$ :

$$R_1 = 6D = \langle x^2 + 4x + 6, 6x + 3 \rangle, \\ R_2 = 4D = \langle x^2 + 5x + 3, 5x \rangle, \\ R_3 = 11D = \langle x^2 + 4x + 6, x + 4 \rangle.$$

Вычисленные дивизоры  $R_i$  предоставляются для вычисления общего дивизора

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = \langle x^5 + 5x + 3, 5x \rangle.$$

По дивизору  $R$  вычисляется функция  $\psi(R)$ :

$$w = \psi(R) = 153_7 \bmod 17 = 7^2 + 5*7 + 3 \bmod 17 = 2.$$

С использованием полученного значения определяется дивизор

$$wR = 2R = \langle x^2 + 3x + 5, x + 2 \rangle$$

и первая часть коллективной подписи  $r$

$$r = \pi(x^2 + 3x + 5, x + 2) = 135_7 \bmod 17 = \\ = (7^2 + 3*7 + 5) \bmod 17 = 7.$$

Далее каждый пользователь по своему секретному ключу  $d_i$ , значению  $k_i$  и общим значениям  $w$  и  $h$  вычисляет свою долю второй части подписи:

$$s_1 = (2*5 + 15*5) \bmod 17 = 0, \\ s_2 = (2*9 + 15*7) \bmod 17 = 4, \\ s_3 = (2*12 + 15*11) \bmod 17 = 2.$$

Вторая часть коллективной подписи равна:

$$s = (s_1 + s_2 + s_3) \bmod n = (0 + 4 + 2) \bmod 17 = 6.$$

Таким образом, коллективная подпись группы из трех пользователей под общим сообщением есть  $(r, s) = (7, 6)$ .

**Проверка коллективной подписи.**

Проверяющий вычисляет хэш-образ  $h' = 15$  общего сообщения.

Используя хэш-образ сообщения и открытый коллективный ключ  $Q$ , вычисляет

$$t = \frac{s}{h'} \bmod n = \frac{6}{15} \bmod 17 = 14$$

и

$$tD + Q = 14 * \langle x + 4, 1 \rangle + \langle x^2 + 4x + 6, x + 4 \rangle = \\ = \langle x^2 + x + 6, 6x + 1 \rangle + \langle x^2 + 4x + 6, x + 4 \rangle = \\ = \langle x^2 + 3x + 5, x + 2 \rangle.$$

Поскольку

$$v = \psi(\langle x^2 + 3x + 5 \rangle) = 135_7 \bmod 17 = \\ = (7^2 + 3*7 + 5) \bmod 17 = 7,$$

то есть  $v = r$ , то подпись признается подлинной.

Таким образом, действие предложенных протоколов наглядно показано на примерах с небольшими размерами параметров. На практике для обеспечения достаточной стойкости порядок группы, для которой определен протокол, должен превышать  $2^{160}$ .

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Представленные в статье протоколы основаны на предложенном недавно способе формирования и проверки подлинности коллективной цифровой подписи,

базирующейся на понятии общего (коллективного) открытого ключа. Они обладают тем качеством, что размер подписи не увеличивается пропорционально числу подписавших участников. В дальнейшем необходимо рассмотреть вопросы стойкости предложенных схем к различным типам атак.

### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Min-Shiang Hwang, Cheng-Chi Le. Research issues and challenges for multiple digital signature // Int. J. of Network Security. – 2005. – Vol. 1, No 1. – P. 1–7.
2. Молдовян Н. А., Молдовян П. А. Новые протоколы слепой подписи // Безопасность информационных технологий. – М.: МИФИ. – 2007. – № 3. – С. 17–21.
3. Артамонов А. В., Маховенко Е. Б. Применение алгоритма Шнора в протоколе коллективной подписи // Материалы XIV Всероссийской научной конференции «Проблемы информационной безопасности в системе высшей школы». – 2007. – С. 17–18.
4. Гортинская Л. В., Молдовян Н. А., Козина Г. Л. Реализация протоколов коллективной подписи на основе стандартов ГОСТ 34.310–95 и ДСТУ 4145-2002 // Правове, нормативне та метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні. – Киев: НТУУ «КПІ». – 2008. – № 1. – С. 21–25.
5. Карякин Ю. Д. Технология «AXIS-2000» защиты материальных объектов от подделки // Управление защитой информации. – Минск: Институт технической кибернетики АН Белоруссии. – 1997. – Т. 1, № 2. – С. 90–97.
6. Anna Nelasa, Victor Dolgov, Anatolij Pogorily. Digital Signature Protocol for corporate network // Proceedings of International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2008). – Lviv-Slavsko (Ukraine). – 2008. – Pp. 396–397.
7. A. Menezes, Y. Wu, R. Zuccherato. An Elementary Introduction to Hyperelliptic Curves – Springer-Verlag, Berlin (Germany), 1998. – 31 p.
8. D. G. Cantor. Computing in Jacobian of a Hyperelliptic Curve // In Mathematics of Computation, volume 48 (177). – January 1987. – P. 95–101.
9. Неласая А. В. Протокол цифровой подписи на гиперэллиптических кривых // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – Запоріжжя: ЗНТУ. – 2006. – № 1. – С. 113–118.

Після доробки 17.03.2008

*В статті пропонуються нові протоколи колективного цифрового підпису на еліптичних та гіпереліптичних кривих. Обчислювальні схеми проілюстровані на прикладах.*

*New collective digital signature protocols on elliptic and hyperelliptic curves are proposed. Computational algorithms are illustrated with numerical examples.*

УДК 65.012.8(043)

В. И. Слепцов, Л. М. Карпуков

## ПРАВОВАЯ ПОДГОТОВКА КАДРОВ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

---

*Рассматриваются некоторые вопросы правовой подготовки специалистов по направлениям, входящим в отрасль знаний «Информационная безопасность», с учетом специфики их будущей профессиональной деятельности, учебных задач, законодательства Украины и опыта работы кафедры защиты информации Запорожского национального технического университета.*

### ВВЕДЕНИЕ

Уровень информационной безопасности, как в государственных структурах, так и в сфере хозяйственной деятельности, во многом определяется качеством подготовки работающих там специалистов, получивших образование по различным направлениям, объединяемым областью знаний «Информационная безопасность». Эффективность их усилий, направленных на защиту интересов субъектов информационных отношений зависит, прежде всего, от умения выявлять и оценивать угрозы, определять состояние защищенности информации, обоснованно выбирать способы ее защи-

ты от совокупности реальных угроз, разрабатывать и внедрять системы защиты на основе требований законодательства Украины.

Базовые теоретические знания с получением необходимых практических навыков студенты, обучающиеся в ЗНТУ по специальностям «Защита информации в компьютерных системах и сетях» и «Системы защиты от несанкционированного доступа», приобретают при изучении дисциплин: «Основы информационной безопасности», «Физико-технические методы защиты информации», «Организационно-техническое обеспечение систем защиты информации», «Криптографические методы защиты информации» и др. Не возникает особых проблем при определении объема лекционного материала, методологии преподавания, если речь идет о традиционных вопросах, связанных с изучением технических каналов утечки информации и методов их закрытия, программно-аппаратных способов получения несанкционированного доступа к защищаемой информации, обрабатываемой в информационно-теле-