#### выводы

Анализ процессов теплоотдачи в гофрированных теплоотводах показал, что зависимости коэффициентов теплоотдачи от угла гофрирования легко нормируются относительно соответствующих значений для плоских поверхностей. Результаты аппроксимации представлены простыми выражениями, что позволяет использовать их в алгоритмах оптимизации массогабаритных параметров без применения инженерных средств проектирования.

Применение процедур оптимизации показало, что в гофрированных теплоотводах возможно уменьшение массогабаритных показателей более чем в 2 раза. При этом площадь, занимаемая теплоотводом на плате, уменьшается почти в 6 раз. Изменение массы обратно пропорционально изменению MS-критерия.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Дульнев Р. Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. – М.: Высш. шк., 1984. – 247 с.

*УДК 621.372.011.72* 

- Роткоп Л. Л., Спокойный Ю. Е. Обеспечение тепловых режимов при конструировании радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Советское радио, 1976. – 232 с.
   Ройзен Л. И., Дулькин И. Н. Теловой расчет оребрен-
- Ройзен Л. И., Дулькин И. Н. Теловой расчет оребренных поверхностей. под. ред. В. Г. Фастовского. М.: Энергия, 1977. – 256 с.
- Gaponenko N., Ogrenich E. Strategy of flanged radiators design // Proceedings of the International Conference TCSET'2006. – Р. 554–556.
   Алямовский А. А. SolidWorks. Компьютерное моделиро-
- Алямовский А. А. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 800 с.
- Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.

Досліджуються процеси тепловіддачі в гофрованих тепловідводах. Отримані залежності коефіцієнтів тепловідачі конвекцією та випромінювнням в залежності від кута гофрування. Показана можливість оптимізації масогабаритних показників. Запропонован алгоритм проектування.

Heat transfer in goffered heat sink are studied. Dependencies of heat transfer coefficients on goffered angle are obtained. The possibility of optimizing mass and size characteristics is shown. A new design algorithm is proposed.

### С. П. Гулин

## АНАЛИЗ СПЕКТРА ОТКЛИКА НЕЛИНЕЙНОСТИ, Представленной функцией динамического насыщения, при многочастотном воздействии

Предложен метод анализа спектра установившегося отклика нелинейности, представленной аналитической трансцендентной функцией, при многочастотном воздействии на основе гипергеометрической функции Гаусса. Полученные результаты позволяют моделировать поведение широкого класса электронных устройств и компонентов в режимах малого и большого сигналов с произвольным спектром.

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При анализе электронных систем в целом часто возникает необходимость исследовать работу отдельных функциональных узлов, работающих в нелинейных режимах при многочастотном воздействии в широком диапазоне изменения его нормы.

Для моделирования режимов работы указанных объектов исследования применяются математические модели с использованием функций, которые позволяют решать поставленную задачу с различной степенью

© Гулин С. П., 2007

точности, однако не обладают достаточной степенью гибкости для изменения их формы. В последние годы при решении подобных задач наметилось новое направление, связанное с концепцией «управляемого динамического насыщения» (КУДН) [1–5]. В одной из работ указанного направления А. Д. Канном [1] была предложена модель динамического насыщения безынерционного усилителя, которая описывается функцией вида

$$Y(X) = A \cdot \text{sgn}(X) \cdot [1 + (B/|X|)^{S}]^{-1/S}, \qquad (1)$$

где X и Y – входное и выходное напряжения, а B и A – их уровни насыщения; S – параметр, регулирующий кривизну годографа (1).

Необходимо отметить, что модель А. Д. Канна (1) не является пионерской в использовании и развитии принципа «динамического насыщения». Достаточно

Надійшла 12.09.07 Після доробки 15.10.07

сослаться на работу Л. К. Регенбогена [2], в которой была представлена простая модель безынерционного нелинейного устройства с использованием принципа управляемого насыщения

$$Y(X) = A \cdot [1 + (1/X)^{S}]^{-1/S}.$$
 (2)

Однако, как показано в работе С. Л. Лойка [3], модели вида (1–2) имеют существенные недостатки, обусловленные существованием точек сингулярности, которые не позволяют адекватно моделировать спектры отклика и нелинейные эффекты в устройствах при многочастотном воздействии. Ни в одной из известных автору публикаций, включая [1–5], не были исследованы причины проявления отмеченных недостатков и не были предложены пути их преодоления. Эту задачу удалось решить в работах [6] и [7], позволивших предложить функцию

$$Y(X) = Y_0 + A \cdot [1 + (B/X)^p]^{-1/S},$$
 (3)

которая в рамках КУДН обобщает модели (1–2) и обеспечивает большую гибкость в изменении формы ее годографа и, самое главное, устраняет недостатки, характерные для моделей А. Д. Канна и Л. Н. Регенбогена.

Автором в [7] на основе функции (3) были также предложены несколько ее модификаций, обеспечивающих моделирование передаточных характеристик широкого класса безынерционных нелинейных элементов (БНЭ) и устройств, не проявляющих свойств конвергентности [8], на основе КУДН, например:

$$Y_1(X) = Y_0 + A + \operatorname{sgn}(X) \cdot [1 + (B/|X|)^p]^{-1/S},$$
 (3a)

либо

$$Y_{2}(X) = Y_{0} \cdot |X| \cdot A \cdot \text{sgn}(X) \cdot [1 + (B/|X|)^{p}]^{-1/S}.$$
 (36)

Смысл параметров A и B в (3) тот же, что и в (1); p, S – параметры, регулирующие кривизну годографа функции (3) в пределах квадранта с учетом условий [7], причем,  $p \neq S, S > 1, p > 0; Y_0 = Y(0)$ . При этом параметры A и  $Y_0$  определяются из ВАХ, амплитудной или передаточной характеристики моделируемого безынерционного нелинейного устройства.

Кроме того, автором в [6] был предложен метод анализа спектра установившегося отклика БНЭ, передаточная характеристика которого описывается функцией динамического насыщения (ФДН) (3) на воздействие вида:

$$X_{\rm BX}(t) = X_0 + \sum_{i=1}^N X_i \cdot \cos(\omega_i t + \varphi_i) =$$
$$= X_N \cdot \left[ 1 + \sum_{i=0}^N \frac{X_i}{X_N} \cdot \cos(\omega_i t + \varphi_i) \right], \tag{4}$$

где  $X_0 = \text{const}; X_i, \omega_i, \varphi_i - \text{амплитуда, круговая часто$ та и начальная фаза*i*-й компоненты (4), соответствен $но; <math>X_0 = X_0 - X_N; X_N -$  норма, определяемая соотношением  $X_N = \sqrt{\sum_{i=0}^{N} |X_i|^2}.$ 

При этом предполагается, что частоты  $\omega_i$  – несоизмеримы, а их любые возможные линейные комбинации с целыми коэффициентами являются числами, не равными друг другу.

Однако алгоритм спектрального анализа отклика нелинейности (3) [6] оказался громоздким, поскольку включал операции обращения степенных рядов. Цель настоящей работы состоит в разработке компактного алгоритма анализа спектра установившегося отклика исследуемой нелинейности, свободного от указанного недостатка.

#### РЕШЕНИЕ

План решения сформулированной задачи заключается в том, чтобы, используя аналитическую связь (3), с учетом (4), найти компоненты отклика заданной комбинационной частоты  $\omega_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N} n_i \cdot \omega_i$  для различных порядков нелинейности, суммируя которые, с учетом их фазовых соотношений, получить искомый результат.

С этой целью представим (3) с учетом (4) в следующем виде:

$$Y(t) = Y_0 + A \cdot (1 + a_0^{-1} \cdot \tilde{x}^{-p})^{-1/S},$$
(5)

где

$$a_0 = (X_N / B)^p;$$
 (6a)

$$\tilde{x} = \left[1 + \sum_{i=0}^{N} \frac{X_i}{X_N} \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \varphi_i)\right] = 1 + z;$$

$$z = \sum_{i=0}^{N} \frac{X_i}{X_N} \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \varphi_i). \quad (66)$$

Так как поведение функции (3) при вариации нормы  $X_N$  уже изучено в [6], рассмотрим выражение в круглых скобках (5):

$$(1+a_0^{-1}\cdot\tilde{x}^{-p})^{-1/S} = [1+a_0^{-1}\cdot(1+z)^{-p}]^{-\frac{1}{S}}.$$
 (7)

.

Поскольку параметр p – произвольное действительное число, то результат возведения в степень (-p) бинома (1 + z) может быть представлен выражением [9]

$$(1+z)^{-p} = {}_{2}F_{1}(p;b;b;-z),$$
 (8)

где  $_2F_1(p;b;b;-z)$ , =  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(p)_k \cdot (-1)^k}{k!} \cdot z^k$  – гипергеомет-

рическая функция Гаусса;  $(p)_k = p \cdot \ldots \cdot (p-k+1) =$ 

 $= \frac{\Gamma(p+k)}{\Gamma(p)} - факториальная функция, z > 0; (p)_0 = 1;$   $\Gamma(p) = \int_0^\infty \exp(-t) \cdot t^{p-1} dt - гамма-функция Эйлера$ (p > 0) [10].

Для дальнейших преобразований без уменьшения общности ограничимся рассмотрением ФДН (3) в первом квадранте декартовой системы координат при условии  $Y_0 = Y(0) = 0$ .

Вводя параметр  $\gamma = -1/S$  и используя (8), представим (5) в виде

$$Y(t) = A \cdot (1 + a_0^{-1})^{\gamma} \cdot \lim_{m \to \infty} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{m} \frac{(p)_k \cdot (-1)^k}{(1 + a_0) \cdot k!} \cdot z^k \right]^{\gamma}.$$
 (9)

Для возведения в произвольную действительную степень содержимого квадратной скобки (9), согласно [10], применяем формулу полиномиального разложения

$$\left(1 + \sum_{l=1}^{L} U_{i}\right)^{\gamma} = \sum_{k_{1}=0}^{\infty} \sum_{k_{2}=0}^{\infty} \dots \sum_{k_{L}=0}^{\infty} \gamma \cdot (\gamma - 1) \cdot \dots \times \left(\gamma - \sum_{l=1}^{L} k_{l} + 1\right) \cdot \prod_{l=1}^{L} \frac{U_{l}^{k_{l}}}{k_{l}!}.$$
(10)

С учетом (10), соотношение (9) принимает вид

где  $A_0 = A \cdot (1 + a_0^{-1})^{\gamma}$ ;  $[\theta(m)]$  – целая часть числа возможных разбиений целого положительного числа *m* на *m* целых неотрицательных чисел-частей  $k_l$ ,  $l = \overline{1, m}$ .

Решение поставленной задачи включает определение числа всевозможных разбиений  $\theta(m)$  целого положительного числа m, равного значению верхнего индекса суммирования в (11), на m целых неотрицательных чисел-частей  $m_1$ , которые, согласно [11], удовлетворяют уравнение Диофанта

$$k_1 + 2 \cdot k_2 + 3 \cdot k_3 + \dots + m \cdot k_m = m, \qquad (12)$$

при одновременном выполнении дополнительного условия

$$m = \sum_{l=1}^{m} k_l, \ m \to \infty.$$
 (13)

Харди и Рамануджаном [11] была получена приближенная формула, определяющая число неограниченных разбиений  $\theta(m)$  числа *m*:

$$\theta(m) = (4 \cdot \sqrt{3} \cdot m)^{-1} \cdot \exp(\pi \cdot \sqrt{2m/3}) \times [1 + O(m^{-1/4 + \varepsilon})], \qquad (14)$$

где  $\varepsilon$  удовлетворяет неравенству  $0 < \varepsilon < 1/4$ .

Поскольку потребности практики при анализе спектра отклика современных узкополосных нелинейных систем и устройств телекоммуникации и связи на многочастотное воздействие пока удовлетворяются значением  $m \leq 10...20$  [3–5], то для такого диапазона значений m целесообразно использовать рекуррентное соотношение одного из следствий пентагональной теоремы Л. Эйлера [12]:

$$\theta(m) - \theta(m-1) + \theta(m-2) - \theta(m-5) - \theta(m-7) + \dots + + (-1)^{m} \cdot \{\theta[m-m \cdot (3m-1)/2] + + \theta[m-m \cdot (3m+1)/2] \} + \dots = 0,$$
(15)

де 
$$\theta(m) = 0$$
 для всех отрицательных  $m$ , а  $\theta(0) = 1$ .

$$Y(t) = A_0 \cdot \lim_{m \to \infty} \sum_{k=1}^{[0(m)]} \underbrace{\sum_{k_l=0}^m \dots \sum_{k_m=0}^m \gamma \cdot (\gamma - 1) \cdot \dots \cdot \left(\gamma - \sum_{l=1}^m k_l + 1\right)}_{\sum_{l=1}^m k_l = m; \ \sum_{l=1}^m l \cdot k_l = m; \ k_l \ge 0, \ l = \overline{1, m}} \cdot \prod_{l=1}^m \frac{(p)_{k_l} \cdot (-1)^{k_l} \cdot z^{l \cdot k_l}}{(1 + a_0)^l \cdot k_l!},$$
(11)

Т

ISSN 1607-3274 «Радіоелектроніка. Інформатика. Управління» № 2, 2007

Учитывая (66), производим последующие преобразования (11)

$$Y(t) = A_0 \cdot \lim_{m \to \infty} \sum_{k=1}^{[0(m)]} \underbrace{\sum_{k_1=0}^{m} \sum_{k_2=0}^{m} \dots \sum_{k_m=0}^{m} \gamma \cdot (\gamma - 1) \cdot \dots \cdot (\gamma - m + 1)}_{\sum_{l=1}^{m} k_l = m; \sum_{l=1}^{m} l \cdot k_l = m; k_l \ge 0, \ l = \overline{1, m}} \cdot \left[ \prod_{l=1}^{m} \frac{(p)_{k_l} \cdot (-1)^{k_l}}{(1 + a_0)^l \cdot k_l!} \right] \times \\ \times \sum_{d=0}^{m} \binom{m}{d} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{N} \frac{X_i}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_i t + \phi_i) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_i t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_i t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_i t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]^d \cdot \left[ \sum_{l=1}^{N} \frac{X_l}{X_0 - X_N} \cdot \cos(\omega_l t + \phi_l) \right]$$

Используя формулу Эйлера для косинуса и вводя комплексные, комплексно-сопряженные и нормированные амплитуды для *i*-й компоненты спектра воздействия (4):  $\overline{X}_i = \overline{X}_i \cdot e^{j\varphi_i t}$ ,  $\overline{X}_i = \overline{X}_i \cdot e^{-j\varphi_i t}$ ,  $\overline{X}_i = X_i/(X_0 - X_N)$ ,  $X_{0N} = (X_0 - X_N)/X_N$ , приводим (16) к виду

$$Y(t) = A_{0} \cdot \lim_{m \to \infty} \sum_{k=1}^{[\theta(m)]} \sum_{k_{1}=0}^{m} \sum_{k_{2}=0}^{m} \dots \sum_{k_{m}=0}^{m} \gamma \cdot (\gamma - 1) \cdot \dots \cdot (\gamma - m + 1) \cdot \left[ \prod_{l=1}^{m} \frac{(p)_{k_{l}} \cdot (-1)^{k_{l}}}{(1 + a_{0})^{l} \cdot k_{l}!} \right] \times \sum_{l=1}^{m} k_{l} = m; \sum_{l=1}^{m} l \cdot k_{l} = m; k_{l} \ge 0, \ l = \overline{1, m}$$

$$\times X_{0N} \cdot \sum_{d=0}^{m} \sum_{s=0}^{d} \frac{m! \binom{d}{s} \cdot 2^{-d}}{d! (m - d)!} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{N} \dot{\overline{X}}_{i} \cdot e^{j\omega_{i}t} \right]^{s} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{N} \ddot{\overline{X}}_{i} \cdot e^{-j\omega_{i}t} \right]^{\gamma - s}.$$
(17)

Мультиномиальные разложения в квадратных скобках (17), определяются формулами [10]:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} \dot{\overline{X}}_{i} \cdot e^{j\omega_{i}t} \end{bmatrix}^{s} = \sum_{q_{1}=0}^{s} \sum_{q_{2}=0}^{s} \dots \sum_{q_{N}=0}^{s} s! \times \prod_{i=1}^{N} \frac{\dot{\overline{X}}_{i}^{q_{i}}}{q_{i}!} \cdot e^{\left[j \cdot \left(\sum_{i=1}^{N} q_{i}\right) \cdot \omega_{i}t\right]}, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{N} \ddot{\overline{X}}_{i} \cdot e^{-j\omega_{i}t} \end{bmatrix}^{\gamma-s} = \sum_{r_{1}=0}^{\gamma-s} \sum_{r_{2}=0}^{\gamma-s} \dots \sum_{r_{N}=0}^{\gamma-s} (\gamma-s)! \times \prod_{i=1}^{N} \frac{\ddot{\overline{X}}_{i}^{r_{i}}}{r_{i}!} \cdot e^{\left[-j \cdot \left(\sum_{i=1}^{N} r_{i}\right) \cdot \omega_{i}t\right]}, \quad (19)$$

где  $\{q_i\}$  и  $\{r_i\}(i = \overline{1, N})$  — множество всевозможных разбиений целых чисел *s* и ( $\gamma$  – *s*) на *N* неотрицательных чисел-частей, соответственно.

Если определить  $g_i$  как меньшее из чисел  $q_i$  и  $r_i$ , то большее из них определится суммой  $g_i + |n_i|$ . Огра-

ничиваясь положительной частотной полуосью, введем следующие обозначения:

$$n = \sum_{i=1}^{N} |n_i|, \ \beta = \sum_{i=1}^{N} g_i.$$
(20)

Причем круговым частотам компонент с комплексными амплитудами  $\dot{\overline{X}}_i$  (16) соответствует неравенство  $n_i \ge 0$ , а круговым частотам компонент с комплексносопряженными амплитудами  $\ddot{\overline{X}}_i$  – неравенство  $n_i < 0$ .

Учитывая (19), результаты работы [6] и, применяя известные факториальные соотношения [10], получаем

$$(g_i + |n_i|)! = |n_i|! \cdot (|n_i| + 1)_{q_i},$$
(21)

$$\gamma \cdot (\gamma - 1) \cdot \dots \cdot (\gamma - n - 2 \cdot \beta + 1) =$$
  
=  $(-1)^n \cdot 2^{2\beta} \cdot (-\gamma)_n \cdot \left(\frac{n - \gamma}{2}\right)_{\beta} \cdot \left(\frac{n - \gamma + 1}{2}\right)_{\beta},$  (22)

где для целых k и  $m(k)_m = k \cdot (k+1) \cdot \ldots \cdot (k+m-1) -$ символ Похгаммера, а  $(k)_m = 1$  для  $m \le 0$ .

Учитывая (14–21), получаем конечную формулу отклика Y(t):

$$Y(t) = A_{0} \cdot \lim_{m \to \infty} \sum_{k=1}^{\left[\theta(m)\right]} \underbrace{\sum_{k_{1}=0}^{m} \dots \sum_{k_{m}=0}^{m} (-1)^{n} \cdot 2^{2\beta} \cdot \left(\frac{1}{S}\right)_{n}}_{\sum_{l=1}^{m} k_{l} = m; \sum_{l=1}^{m} l \cdot k_{l} = m; k_{l} \ge 0, \ l = \overline{1, m}} \cdot \left(\frac{n + \frac{1}{S}}{2}\right)_{\beta} \cdot \left(\frac{n + \frac{1}{S} + 1}{2}\right)_{\beta} \cdot \left[\prod_{l=1}^{m} \frac{(p)_{k_{l}} \cdot (-1)^{k_{l}}}{(1 + a_{0})^{l} \cdot k_{l}!}\right] \times X_{0N} \cdot \sum_{l=0}^{m} \frac{m! \cdot 2^{-j}}{(m - j)!} \cdot \sum_{s=0}^{j} \sum_{q_{1}=0}^{s} \dots \sum_{q_{N}=0}^{s} \sum_{r_{1}=0}^{\gamma-s} \cdots \sum_{r_{N}=0}^{\gamma-s} \prod_{i=1}^{N} \frac{\ddot{X}d_{i}^{g_{i}} \cdot \dot{X}_{i}^{g_{i}+|n_{i}|}}{g_{i}!!|n_{i}|! \cdot (n_{i}|+1)_{g_{i}}} e^{jn\omega_{i}t}.$$

$$(23)$$

Используя (23), после соответствующих преобразований получаем формулы, определяющие амплитуду комбинационного колебания  $V_{\Sigma}$  частотой  $\omega_{\Sigma}$  и величину постоянной составляющей отклика  $V_0$ 

$$\frac{1}{2} \cdot V_{\Sigma} = A_{0} \cdot \lim_{m \to \infty} \sum_{k=1}^{[0(m)]} \sum_{k_{1}=1}^{m} \dots \sum_{k_{m}=0}^{m} (-1)^{n} \cdot 2^{2\beta} \cdot \left(\frac{1}{S}\right)_{n} \left(\frac{n+\frac{1}{S}}{2}\right)_{\beta} \cdot \left(\frac{n+\frac{1}{S}+1}{2}\right)_{\beta} \cdot \left[\prod_{l=1}^{m} \frac{(p)_{k_{l}} \cdot (-1)^{k_{l}}}{(1+a_{0})^{l} \cdot k_{l}!}\right] \times \\ \times X_{0N}^{m} \cdot \sum_{d=0}^{m} \sum_{s=0}^{d} \frac{m! 2^{1-d}}{(m-d)!} \cdot \sum_{q_{1}=0}^{s} \dots \sum_{q_{N}=0}^{s} \sum_{r_{1}=0}^{\gamma-s} \sum_{r_{2}=0}^{\gamma-s} \dots \sum_{r_{N}=0}^{\gamma-s} \prod_{i=1}^{N} \frac{\overline{X}_{i}^{g_{i}} \cdot \overline{X}_{i}^{g_{i}+|n_{i}|}}{g_{i}!|n_{i}| \cdot (|n_{i}|+1)_{g_{i}}} \cdot \right)$$

$$V = A \cdot \lim_{m \to \infty} \sum_{k=1}^{\left[\frac{\theta(m)}{2}\right]} \sum_{k_{1}=0}^{m} \dots \sum_{k_{m}=0}^{m} 2^{2\beta} \cdot \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{1}{S}\right)_{\beta} \cdot \left(\frac{1}{S}+1\right)_{\beta} \cdot \left[\prod_{l=1}^{m} \frac{(p)_{k_{l}} \cdot (-1)^{k_{l}}}{(1+a)^{l} \cdot k_{l}!}\right] \times \sum_{\frac{m}{l=1}}^{m} k_{l}en; \sum_{q_{1}=0}^{m} k_{l}en; \sum_{q_{1}=0}^{r} \sum_{r_{2}=0}^{q} \dots \sum_{r_{N}=0}^{\gamma-s} \sum_{i=1}^{r} \sum_{k_{i}=0}^{n} \sum_{l=1}^{N} \frac{|\overline{X}_{i}|^{2g_{i}}}{(1+a)^{l} \cdot k_{l}!} \right] \times$$

$$(24)$$

Результаты практических расчетов по соотношениям (23-25) настоящей работы полностью совпадают с результатами расчетов, использующих аналогичные соотношения работы [6], однако требуют значительно меньших затрат машинного времени.

#### выводы

Практическая ценность работы состоит в том, что на основе гипергеометрической функции Гаусса предложен новый, свободный от недостатков метода [6] алгоритм расчета спектра установившегося отклика произвольной аналитической безынерционной нелинейности на многочастотное полиамплитудное воздействие. Предложенный алгоритм позволяет производить корректную оценку уровня нелинейных искажений отклика нелинейных безынерционных устройств, работающих с реальными сигналами, с помощью известных критериев совместно с ранее разработанной методикой [13] построения их математических моделей на основе КУДН.

Работа выполнена в рамках госбюджетной НИР № ДБ03916 «Дослідження алгоритмів обробки сигналів в умовах інтенсивної протидії з урахуванням неідеальності каналів передачі та приймання».

#### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- 1. Cann A. J. Nonlinearity model with variable knee sharp-
- 2.
- Cann A. J. Nonlinearity model with variable knee sharp-ness // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1980. Vol. AES-16, Nº 11. P. 874–877. Regenbogen L. K. Nonlinearity Model With Variable Knee Sharpness // IEEE Transaction Aerospace Electronic Sys-tems. 1980. Vol. AES-16, May. P.410–414. Loyka S. L. On the Use of Cann's Model for Nonlinear Behavioral-Level Simulation // IEEE Trans. on Vehicular Technology. 2000. Vol. 49, Nº 5, September. P. 1982–1985. З.
- Г. 1962–1965. Бобков А. М., Яковлев Н. Н. Аппроксимация характе-ристики нелинейного безынерционного элемента // Радиотехника. 1986. № 5. С.25–26. Верлань А. Ф., Горошко И. О., Гушель Т. П. Аппрокси-4.
- 5. мация экспериментальных зависимостей полиномами

с дробным показателем степени // Электронное моделирование. – 2002. – Т. 24, № 3. – С. 101–106.

- Гулин С. П. Анализ спектра отклика нелинейности, представленной аналитической трансцендентной функцией, на многочастотное воздействие большой нормы // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2004. – № 1. – С. 21–28.
- Гулин С. П. Условия применимости модели динамического насыщения в задачах анализа спектра отклика нелинейных устройств // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – Запоріжжя, ЗНТУ, 2005. – № 2(14). – С. 21–28.
- Данилов Л. В., Матханов П. Н., Филиппов Е. С. Теория нелинейных электрических цепей. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 256 с.: ил.
   Люк Ю. Специальные математические функции и их
- Люк Ю. Специальные математические функции и их аппроксимации. Перевод с англ. – М.: Мир, 1980.– 608 с.
- Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана. М.: Наука, 1979. 832 с.: ил.
- Сачков В. Н. Комбинаторные методы дискретной математики. – М.: Наука, 1977. – 320 с.
- Эндрюс Г. Теория разбиений. Перевод с англ. М.: Наука, 1982. – 256 с.
- Гулин С. П. Определение параметров адаптивной модели нелинейных компонентов, представленной аналитической трансцендентной функцией, на основе

экспериментальных характеристик // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2005. – № 2(13). – С. 25–32.

> Надійшла 4.04.07 Після доробки 15.05.07

Запропоновано метод аналізу усталеного відгуку нелінійності, що представлена аналітичною трансцендентною функцією, при багаточастотному впливі на основі гіпергеометричної функції Гауса. Отримані результати дозволяють моделювати поведінку широкого класу електронних пристроїв в режимах малого та великого сигналів з довільним спектром.

The method of analysis of spectrum of the set response of nonlinearity is offered, by the represented analytical transcendent function, at multifrequency influence on the basis of hypergeometrical function of Gausse. The got results allow to design the conduct of wide class of electronic devices and components in the modes of small and large signals with an arbitrary spectrum.

*УДК 539.1.074* 

А. А. Захарченко, В. Е. Кутний, И. М. Прохорец, А. В. Рыбка, М. А. Хажмурадов

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕНОСА ЗАРЯДА В Cdte детекторах у-излучения методами математического моделирования

Предложен метод быстрого определения параметров переноса заряда с использованием дозиметрических характеристики детектора и с применением математического моделирования.

#### ВВЕДЕНИЕ

Характеристики полупроводниковых детекторов, используемых для регистрации  $\gamma$ -излучения, существенно зависят от свойств переноса заряда: подвижности  $\mu$  и времени жизни  $\tau$  носителей заряда – электронов (*e*) и дырок (*h*). Качество детекторов характеризуется уровнем сбора неравновесного заряда, образующегося в полупроводнике под воздействием  $\gamma$ -излучения. Для количественного описания процесса сбора заряда обычно используется произведение  $\mu\tau$  [1].

У получивших в последние годы широкое распространение детекторов на базе CdTe  $(\mu\tau)_e$  обычно на порядок и более превышает  $(\mu\tau)_h$  [1]. Такое различие параметров переноса приводит к неполному сбору заряда, что сильно влияет на спектрометрические и дозиметрические характеристики детекторов [2, 3]. Для расчета параметров коррекции необходимо определить произведение μτ.

Прямые измерения параметров переноса заряда [4] в CdTe затруднены из-за высокого сопротивления образцов, что приводит к ошибкам измерения сравнимым по величине со значениями определяемых параметров. Часто используемые методики, основанные на анализе отклика детекторов при облучении  $\alpha$ -частицами [1] и низкоэнергетичным  $\gamma$ -излучением [5], применимы только для детекторов спектрометрического качества, у которых ( $\mu$ т)<sub>e</sub> превышает 1×10<sup>-3</sup> см<sup>2</sup>/B.

В последние годы разработан ряд методик определения  $(\mu \tau)_{e,h}$  в CdTe детекторах  $\gamma$ -излучения спектрометрического качества с помощью методов математического моделирования [6, 7]. Для детекторов дозиметрического качества эта задача остается нерешенной.

<sup>©</sup> Захарченко А. А., Кутний В. Е., Прохорец И. М., Рыбка А. В., Хажмурадов М. А., 2007