

5. L. P. Cordella, P. Foggia, C. Sansone, M. Vento. Performance evaluation of the VF Graph Matching Algorithm // Proc. of the 10th ICIAP, IEEE Computer Society Press. – 1999. – P. 1172–1177.
6. Bunke H., Vento M. Benchmarking of graph matching algorithms. // Proceedings of the 2nd Workshop on Graph-based Representations. – Haindorf. – 1999. – P. 109–114.
7. Cordella L. P., Foggia P., Sansone C., Vento M. An improved algorithm for matching large graphs. // Proc. of the 3rd IAPR TC-15 Workshop on Graph-based Representations in Pattern Recognition. – Italy. – 2001. – P. 149–159.
8. P. Foggia, C. Sansone, M. Vento. A performance comparison of five algorithms for graph isomorphism. // Proc. of Ильяшенко М. Б. Разработка и исследование параллельного алгоритма проверки граф-подграф изоморфизма. // Радиотехника. Информатика. Управление. – 2006. – № 1. – С. 63–69.
9. Пинчук В. П. Табличные инварианты на графах и их применение // Кибернетика и системный анализ. – 2001. – № 4. – С. 33–45.

Надійшла 20.07.07
Після доробки 26.10.07

В роботі запропоновано алгоритм оптимального резервування обчислювальних ресурсів, що здатен виконувати пошук областей резервування, згідно критеріям оптимальності по числу та максимальному завантаженню задіяних обчислювальних вузлів. Наводиться детальний опис алгоритму та набору попередніх умов, що звужують область пошуку у переборній частині алгоритму.

This paper presents algorithm for optimal distributed resources reservation, that allow to find reservation areas according to minimal amount of used computational nodes optimization criteria and maximal productivity usage of equipped computational nodes criteria. Paper contains detailed algorithm description, including set of preliminary conditions that reduce computational complexity of enumerating part of algorithm.

УДК:681.142.2

С. В. Курапов

КОНСТРУКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РАСКРАСКИ КУБИЧЕСКИХ ГРАФОВ

В данной работе представлен конструктивный алгоритм для раскраски кубических графов с применением теории вращения вершин. Алгоритм основан на фундаментальной теореме Петерсена выделения 1-факторов и 2-факторов в кубических графах.

ВВЕДЕНИЕ

В 1913 г. Биркгоф ввел понятие неприводимого графа и доказал ряд теорем о свойствах таких графов. Пользуясь этими результатами, американский математик Франклин доказал, что гипотеза четырех красок верна для всех плоских графов с числом вершин до 31. Французский ученый Майер довел это число до 96. Хееш в 1969 г. свел вопрос о справедливости гипотезы четырех красок к исследованию достаточно большого так называемого неустраняемого множества конфигураций. Хеешу удалось доказать, что после первого шага метода нейтрализации остается около 8900 положительных конфигураций, большинство из которых неприводимы [1]. В 1977 году доказательство гипотезы четырех красок было наконец получено К. Аппелем и У. Хакеном (Appel, Haken) последователями Хееша, и опубликовано в двух статьях [2].

Значительную часть рутинных проверок выполнил компьютер, и это революционное нововведение в сложившуюся практику дедуктивных рассуждений в чис-

той математике служит основанием для некоторого естественного скептицизма по отношению к данному доказательству, и по сей день.

Читатель данного доказательства, должен разбраться в 50 страницах текста и диаграмм, 85 страницах с почти 2500 дополнительными диаграммами, 400 страницами микрофишей, содержащими еще диаграммы, а также тысячи отдельных проверок утверждений, сделанных в 24 леммах основного текста. Вдобавок читатель узнает, что проверка некоторых фактов потребовала 1200 часов компьютерного времени, а при проверке вручную потребовалось бы гораздо больше. Статьи устрасшающи по стилю и длине, и немногие математики прочли их сколько-нибудь подробно [3].

В литературе [4] приведено мнение большинства специалистов о том, что нет более быстрого метода раскрашивания карты, чем перебор всех вариантов. Там же приведена Фортран-программа на основе алгоритма полного перебора. Следует также заметить, что во всех этих подходах к решению проблемы, отсутствует понятие планарности, хотя гипотеза доказывается для плоских графов, отсутствует также и конструктивный алгоритм раскраски. Поэтому, исследования направленные на создание более эффективных алгоритмов раскраски карты актуальны.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать конечные трехсвязные неориентированные графы без петель, мостов и кратных ребер. Пусть $G(X, U; P)$ – граф с множеством вершин $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и ребер $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$, где n – количество вершин графа и m – количество ребер графа G , а P – трехместный предикат ставящий в соответствие одному ребру две вершины записанный в виде матрицы смежностей или матрицы инцидентий. Пусть \mathfrak{F} – множество всех суграфов этого графа. Относительно операции сложения

$$(X, U_1; P) \oplus (X, U_2; P) = (X, (U_1 \cup U_2) \setminus (U_1 \cap U_2); P) \quad (1)$$

это множество, как известно, образует абелеву 2-группу, которую можно рассматривать как векторное пространство над полем из двух элементов $GF(2)$. Размерность этого пространства, называемого пространством суграфов графа G , конечно и равно m ($\dim \mathfrak{F} = m$). В качестве базиса этого пространства можно выбрать множество односторонних суграфов (u_1, u_2, \dots, u_m) . Тогда в этом базисе каждому элементу Y пространства \mathfrak{F} однозначно сопоставляется последовательность координат (a_1, a_2, \dots, a_m) , где $a_i \in \{0, 1\}$. При этом оказывается, что ребро u_i входит в суграф Y , если $a_i = 1$, и не входит в данный суграф в противном случае. В дальнейшем для удобства будем отождествлять пространство суграфов \mathfrak{F} и его координатное пространство.

Пространство суграфов, в свою очередь, содержит два подпространства: подпространство разрезов \mathfrak{F}_s и подпространство циклов \mathfrak{F}_c . Базис подпространства разрезов может состоять из так называемых единичных разрезов. Где под единичным разрезом подразумевается множество ребер инцидентных данной вершине. Размерность этого подпространства определяется

$$\eta(G) = n - 1. \quad (2)$$

Подпространство циклов составляют квазициклы. Напомним, что суграф называется квазициклом, если все его вершины имеют четную валентность. Множество графа G образует, как легко можно видеть, подпространство квазициклов \mathfrak{F}_c пространства \mathfrak{F} . Известно, что размерность подпространства \mathfrak{F}_c совпадает с цикломатическим числом

$$v(G) = m - n + 1 \quad (3)$$

графа G , а порядок группы \mathfrak{F}_c равен $2^{v(G)}$. Характерным квазициклом является простой цикл графа у которого валентность равна двум. Однако, существует подмножество простых циклов с мощностью еще

меньшей, чем подмножество простых циклов, обладающее определенными характерными свойствами. С этой целью вводится определение τ -цикла графа (единичного цикла).

Определение [5]: единичным циклом (τ -циклом) называется простой цикл, между двумя любыми несмежными вершинами которого в соответствующем графе не существует маршрутов меньшей длины, чем маршруты, принадлежащие данному циклу.

Подмножество, состоящее из единичных циклов, будем называть подмножеством единичных циклов и обозначать C_E .

Понятие τ -цикла графа G тесно связано с минимальными $(s - t)$ маршрутами графа на основании теоремы связности графа принадлежащей Менгеру [6] и верна следующая теорема.

Теорема [5]. Для любого трехсвязного графа без петель, мостов и кратных ребер линейное подпространство квазициклов содержит базис из τ -циклов.

Из всего множества связных графов можно выделить подмножество планарных графов, для которых существует базис состоящий из единичных циклов графа и удовлетворяющий нулевому значению функционала Мак-Лейна для этого базиса [5]

$$F(C) = \sum_{i=1}^m S_i^2 - 3 \sum_{i=1}^m S_i + 2m, \quad (4)$$

где S_i – количество базисных единичных циклов проходящих по i -му ребру.

Для любого плоского графа исходя из выбранного базиса единичных циклов определяется цикл называемый ободом графа, как сумма независимых векторов подпространства циклов C

$$C_{об} = \sum_{i=1}^{v(G)} C_i. \quad (5)$$

Имея множество независимых векторов подпространства \mathfrak{F}_c и обод графа $C_{об}$ строится вращение вершин δ , определяемое как циклический порядок (или циклическая перестановка) всех ребер инцидентных вершине введенное Г. Рингелем [7].

И тогда запись (G, δ) , будет обозначать рисунок графа G на плоскости с некоторым вращением вершин индуцированное базовой системой циклов и ободом.

Возможно и обратное, заданное вращение индуцирует систему циклов удовлетворяющую нулевому значению функционала Мак-Лейна.

Соответственно для множества непланарных графов не удается выделить базис состоящий из единичных циклов удовлетворяющий нулевому значению функционала Мак-Лейна. Для непланарных графов существу-

ет два непересекающихся подмножества относительно вращения вершин.

Первое подмножество представляет собой вращение вершин индуцированное подмножеством циклов из базиса подпространства C_E для которого функционал Мак-Лейна равен нулю, и обода для этого подмножества. Здесь по каждому ребру проходит ровно два цикла, но мощность этого подмножества меньше чем цикломатическое число графа. Этот случай подробно описан в монографии Г. Рингеля [7] и тесно связан с понятием рода поверхности и рода графа.

Второе подмножество представляет собой совокупность вращений вершин характеризующих рисунки графов, тоже индуцированные циклами, совокупность которых удовлетворяет нулевому значению функционала Мак-Лейна, но в данной совокупности существуют замкнутые ориентированные маршруты дважды проходящие по одному ребру, причем в различных направлениях. Это так называемые ω -маршруты.

Например, для плоского графа K_4 с вращением (рис. 1, а) имеем следующую систему индуцированных τ -циклов: $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 5\}$, $\{2, 3, 6\}$ и $C_{06} = \{4, 5, 6\}$.

Для неплоского графа K_5 с вращением (представленного на рис. 2, а) имеем следующую систему индуцированных циклов $c_1 = \{1, 3, 2\}$, $c_2 = \{1, 8, 5\}$, $c_3 = \{2, 9, 10\}$, $c_4 = \{3, 4, 9, 6, 7, 4, 5, 6\}$, $c_{06} = \{7, 8, 10\}$. Как видно c_4 включает в себя дважды ребро 4 и ребро 6, это ω -маршрут (см. рис. 2, б).

Рассмотрение свойств перечисленных выше вращений вершин выходит за рамки данной работы, здесь будем рассматривать только плоские графы с вращением вершин индуцирующие базовые единичные циклы удовлетворяющие нулевому значению функционала Мак-Лейна.

Плоский граф с треугольными гранями может быть построен из любого плоского графа путем введения новых ребер, в этом случае полученный граф называется максимально плоским графом.

Если в максимально плоском графе правильно раскрасить ребра, принадлежащие треугольным граням в три цвета (см. рис. 3), то тогда удастся раскрасить вершины данного плоского графа в четыре цвета согласно теореме Тэйта.

Теорема. (Тэйт) [1]. Необходимым и достаточным условием раскраски максимально плоского графа G с треугольными гранями четырьмя цветами состоит в том, чтобы хроматический класс двойственного кубического графа H был равен трем.

Если поставить в соответствие треугольным граням вершины в максимально плоском графе, то построится плоский кубический граф H двойственный максимально плоскому графу.

Переход от максимально плоского графа G с треугольными гранями к двойственному кубическому графу H осуществляется путем замены матрицы циклов

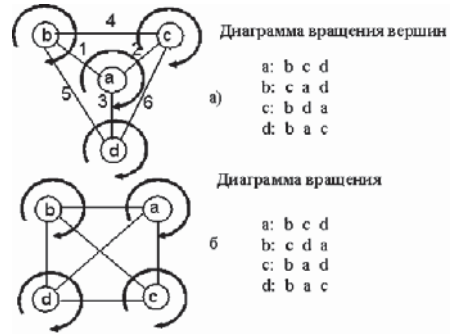


Рисунок 1 – Различные диаграммы вращений для различных рисунков графа G

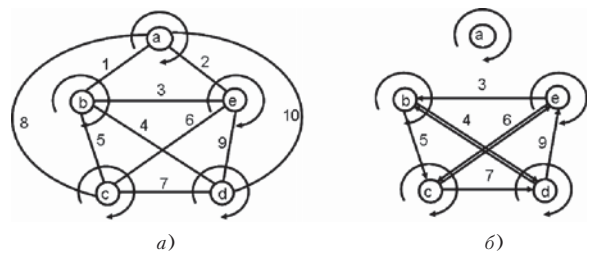


Рисунок 2 – Вращение вершин в непланарном графе G : а – вращение вершин; б – ω -маршрут

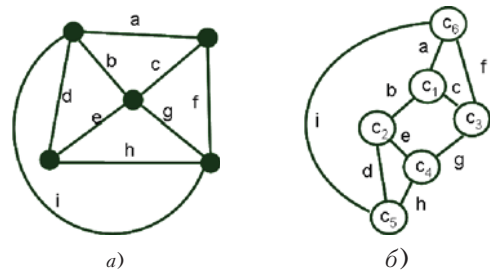


Рисунок 3 – Плоские графы: а – максимально плоский граф G ; б – двойственный кубический граф H

максимально плоского графа G с треугольными гранями на матрицу инцидентий кубического графа H .

Следует заметить, что единичные циклы (независимые вектора подпространства циклов \mathcal{L}_c) в кубическом графе H дуальны вращению вершин в максимально плоском графе G . Вращение вершин в кубическом графе H дуально базовым треугольным циклам в максимально плоском графе G .

Например, для максимально плоского графа G (см. рис. 3, а) треугольные циклы запишутся в виде:

$$C_1 = \{a, b, c\}; C_2 = \{b, d, e\}; C_3 = \{c, f, g\}; C_4 = \{e, g, h\}; C_5 = \{d, h, i\}; C_6 = \{a, f, i\}.$$

Вращение вершин в максимально плоском графе G (см. рис. 3, а) запишется в виде:

- 1: $a b d i$
- 2: $a f c$
- 3: $g f i h$
- 4: $e d h$
- 5: $b c g e$

Для кубического плоского графа H (см. рис. 3, б) единичные циклы запишутся в виде:

$$C_{H1} = \{a, b, d, i\}; C_{H2} = \{a, f, c\}; C_{H3} = \{g, f, i, h\};$$

$$C_{H4} = \{e, d, h\}; C_{H5} = \{b, c, g, e\}.$$

Вращение вершин в кубическом графе H (см. рис. 3, а) запишется в виде:

- $C_1: a c b$
- $C_2: b e d$
- $C_3: c f g$
- $C_4: e g h$
- $C_5: d h i$
- $C_6: a i f$

Будем говорить, что n -фактор – это регулярный су-граф степени n . Тогда для кубических графов справедлива теорема Петерсена.

Теорема (Петерсен) [6]. Любой кубический граф, не содержащий мостов, можно представить в виде суммы 1-фактора и 2-фактора.

Будем называть кубический граф, у которого хроматический класс равен трем, правильно раскрашенным кубическим графом. Обозначим ребра, раскрашенные в красный цвет, буквой R (или цифрой 3), ребра, раскрашенные в зеленый цвет, буквой Q (или цифрой 2), ребра, раскрашенные в синий, буквой B (или цифрой 1). Тогда переокраска ребер осуществляется по следующему закону сложения.

+	0	B (1)	Q (2)	R (3)
0	0	B (1)	Q (2)	R (3)
B (1)	B (1)	0	R (3)	Q (2)
Q (2)	Q (2)	R (3)	0	B (1)
R (3)	R (3)	Q (2)	B (1)	0

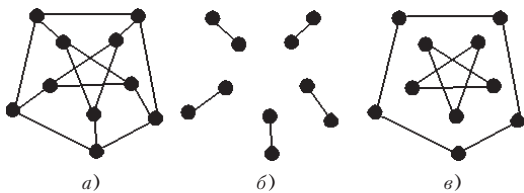


Рисунок 4 – Кубический граф Петерсена:
 а – граф Петерсена; б – 1-фактор графа Петерсена;
 в – 2-фактор графа Петерсена

В правильно раскрашенном кубическом графе обязательно образуется цветная конфигурация состоящая из цветных 2-факторов имеющих диски (простые циклы) только четной длины и цветных 1-факторов. Для такой цветной конфигурации справедливы следующие соотношения:

$$R_c \oplus Q_c \oplus B_c = \emptyset; \tag{6}$$

$$R_f \oplus Q_f \oplus B_f = H; \tag{7}$$

$$R_f \oplus R_c = H; \tag{8}$$

$$Q_f \oplus Q_c = H; \tag{9}$$

$$B_f \oplus B_c = H. \tag{10}$$

Здесь индекс c обозначает 2-факторы, индекс f обозначает 1-факторы, а H означает исходный кубический граф.

Любой цветной гамильтоновыи квазицикл (2-фактор) состоит из дисков. Если диск один, то это уже гамильтонов цикл.

Таким образом, задача раскраски ребер кубического графа H свелась к задаче нахождения 2-фактора имеющего диски только четной длины.

2 АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ 2-ФАКТОРА КУБИЧЕСКОГО ГРАФА С ЧЕТНЫМИ ДЛИНАМИ ДИСКОВ

Для построения алгоритма раскраски плоских кубических графов рассмотрим свойства плоского биквадратного графа B_3 как дуально-реберного к кубическому графу H (см. рис. 5, где вершины закрашены более темным цветом, а ребра пунктирные линии).

Матрица смежностей биквадратного графа B_3 образуется как произведение транспонированной матрицы инцидентий и матрицы инцидентий для кубического графа H :

$$A = B^T * B. \tag{11}$$

Здесь сложение и умножение производится по закону:

$$1 + 1 = 0; 1 + 0 = 1; 0 + 0 = 0;$$

$$1 * 1 = 1; 1 * 0 = 0. \tag{12}$$

Часть единичных циклов, записанных в виде циклического обхода вершин, в биквадратном графе B_3 дуальна треугольным циклам максимально плоского графа G . Такие циклы в биквадратном графе B_3 будем называть базовыми треугольными циклами. Другую

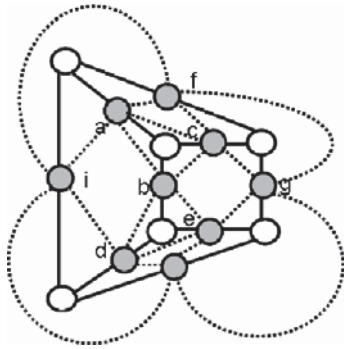


Рисунок 5 – Построение плоского биквадратного графа B_3 как дуально-реберного к плоскому кубическому графу H , изображенному на рис. 3, а

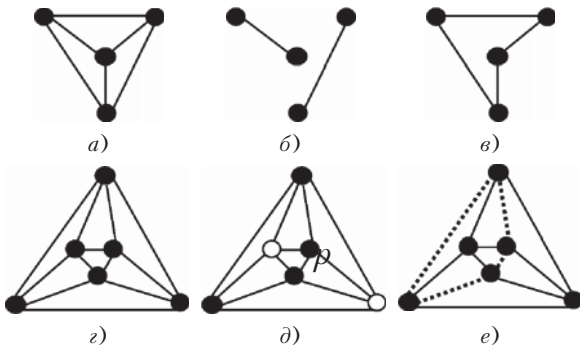


Рисунок 6 – Двойственность кубического графа H и биквадратного графа B_3 :

a – кубический граф H ; b – 1-фактор графа H ;
 $в$ – 2-фактор графа H ; $г$ – биквадратный граф B_3 ,
 дуальный к графу H ; $д$ – вершины графа B_3 ,
 дуальные 1-фактору графа H ; $е$ – циклы графа B_3 ,
 дуальные 2-фактору графа H

часть единичных циклов, записанных в виде циклического обхода вершин, в биквадратном графе B_3 дуальна базовым единичным циклам плоского кубического графа H .

Например, для биквадратного графа B_3 (см. рис. 5) базовые треугольные циклы записаны в виде циклических кортежей:

$$\begin{aligned} C_1 &= \langle b, a, c \rangle; & C_2 &= \langle b, e, d \rangle; \\ C_3 &= \langle c, f, g \rangle; & C_4 &= \langle e, g, h \rangle; \\ C_5 &= \langle d, h, i \rangle; & C_6 &= \langle a, i, f \rangle. \end{aligned}$$

Другая часть базовых единичных циклов биквадратного графа B_3 запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_7 &= \langle a, b, d, i \rangle; & C_8 &= \langle a, f, c \rangle; \\ C_9 &= \langle g, f, i, h \rangle; & C_{10} &= \langle e, d, h \rangle; \\ C_{11} &= \langle b, c, g, e \rangle. \end{aligned}$$

Вращение вершин биквадратного графа определится как сумма по модулю 2 кортежей базовых треугольных циклов с учетом цикличности:

$$\text{Вращение вершины } \delta_a = \langle i, f, a \rangle \oplus \langle a, c, b \rangle = \langle i, f, c, b \rangle \text{ а: } i f c b;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_b = \langle e, d, b \rangle \oplus \langle b, a, c \rangle = \langle e, d, a, c \rangle \text{ б: } e d a c;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_c = \langle b, a, c \rangle \oplus \langle c, f, g \rangle = \langle b, a, f, g \rangle \text{ с: } b a f g;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_d = \langle b, e, d \rangle \oplus \langle d, h, i \rangle = \langle b, e, h, i \rangle \text{ д: } b e h i;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_e = \langle d, b, e \rangle \oplus \langle e, g, h \rangle = \langle d, b, g, h \rangle \text{ е: } d b g h;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_f = \langle a, i, f \rangle \oplus \langle f, g, c \rangle = \langle a, i, g, c \rangle \text{ ф: } a i g c;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_g = \langle c, f, g \rangle \oplus \langle g, h, e \rangle = \langle c, f, h, e \rangle \text{ г: } c f h e;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_h = \langle e, g, h \rangle \oplus \langle h, i, d \rangle = \langle e, g, i, d \rangle \text{ х: } e g i d;$$

$$\text{Вращение вершины } \delta_i = \langle d, h, i \rangle \oplus \langle i, f, a \rangle = \langle d, h, f, a \rangle \text{ и: } d h f a.$$

Так как биквадратный граф B_3 образуется как реберный граф к кубическому графу, то имеет место двойственность (см. рис. 6). Циклы биквадратного графа B_3 дуальные 2-фактору графа H будем называть 2-дуальные циклы и обозначать – C_w .

Как мы убедились ранее, 2-факторы в кубическом графе H и 2-дуальные циклы C_w в биквадратном графе B_3 могут состоять из дисков (представляющих собой простые циклы) нечетной длины. Для правильной раскраски необходимо, чтобы все диски представляли собой циклы только четной длины. Рассмотрим следующую операцию, которая позволяет переводить диски нечетной длины в диски четной длины.

Рассмотрим кубический граф H и дуально-реберный к нему биквадратный граф B_3 представленные на рис. 6. Выделим в биквадратном графе B_3 2-дуальный цикл C_w , состоящий из двух нечетных дисков.

$$C_w = \{1, 3, 6, 11, 16, 26, 27, 28, 29, 30\}.$$

Выделим в данном графе произвольный цикл четной длины, включающий только по одному ребру базовых треугольных циклов, не пересекающийся по ребрам с 2-дуальным циклом и соединяющий диски 2-дуальных циклов. На рис. 7, а это цикл $\{20, 21, 23, 25\}$. Относительно выбранного цикла построим цикл, включая в него оставшиеся два ребра в выбранных базовых треугольных циклах. Построенный таким образом цикл будем называть четным соединяющим циклом в биквадратном графе B_3 и обозначать C_v . На рис. 7, б представлен четный соединяющий цикл $C_v = \{6, 7, 16, 17, 22, 24, 28, 30\}$, выделенный сплошными линиями.

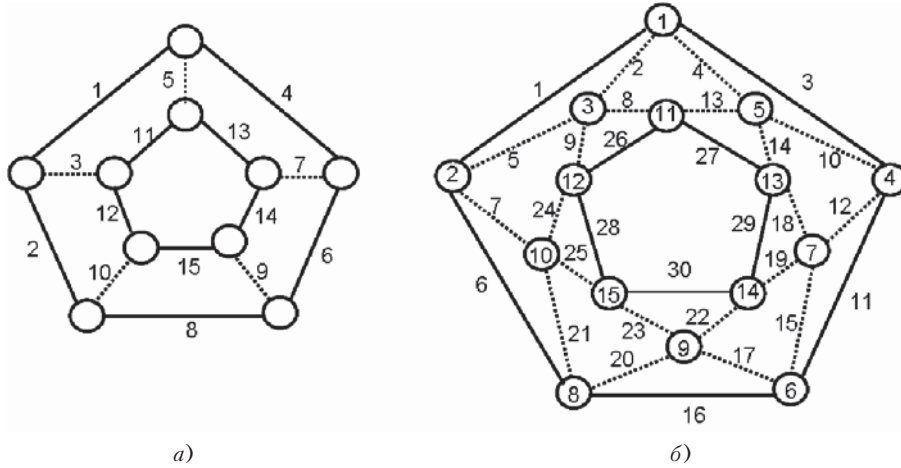


Рисунок 7 – Кубический граф H и его 2-фактор (а), биквадратный граф B_3 и его 2-дуальный цикл (б)

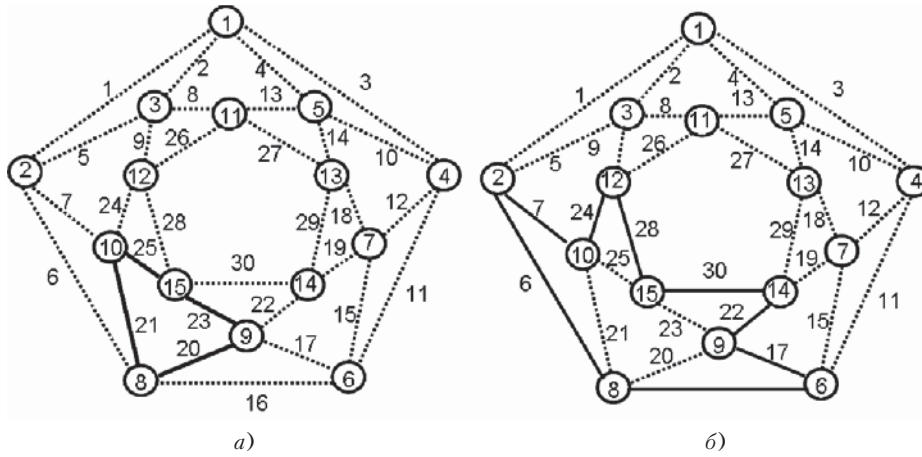


Рисунок 8 – Выделение четного соединяющего цикла в биквадратном графе B_3 (а), цикл C_v построенный на базе выделенного четного цикла (б)

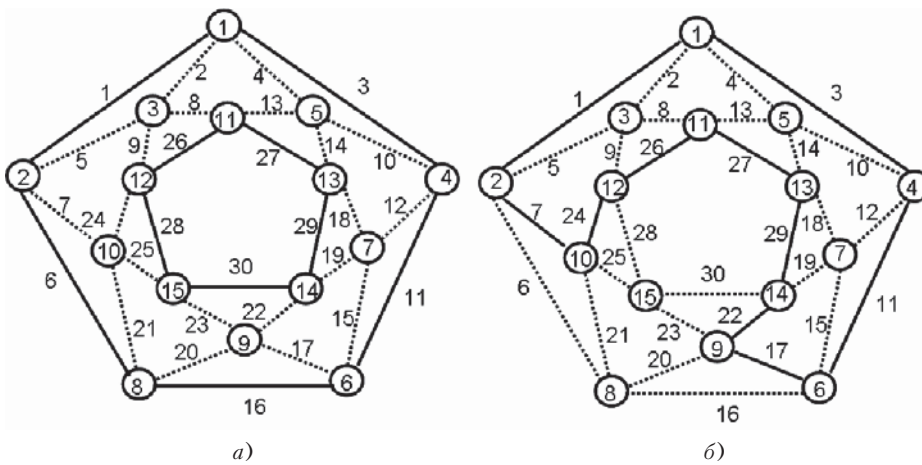


Рисунок 9 – Биквадратный граф B_3 и его 2-дуальные циклы с дисками нечетной длины (а) и 2-дуальные циклы с дисками четной длины (б)

Суммируем 2-дуальные циклы C_w , имеющие нечетную длину дисков и четный соединяющий цикл C_v . В результате получим новые 2-дуальные циклы с дисками четной длины:

$$\begin{aligned} C &= C_w \oplus C_v = \{1, 3, 6, 11, 16, 26, 27, 28, 29, 30\} \oplus \\ &\oplus \{6, 7, 16, 17, 22, 24, 28, 30\} = \\ &= \{1, 3, 7, 11, 17, 22, 24, 26, 27, 29\}. \end{aligned}$$

Следует заметить, что операция перевода 2-дуальных циклов с дисками нечетной длины в 2-дуальные циклы с дисками четной длины возможно только тогда, когда выделенный четной соединяющей цикл C_v в биквадратном графе B_3 не есть W -маршрут. Введенная операция сложения 2-дуальных циклов с дисками нечетной длины и цикла C_v в биквадратном графе B_3 , переводящая в 2-дуальных циклы с дисками четной длины является общим свойством для плоских биквадратных графов B_3 .

Опишем алгоритм получения хроматического класса кубического графа H , равного трем.

Пусть задан кубический граф H и его рисунок.

Шаг 1. [Построение дуального биквадратного графа B_3]. Строим дуально-реберный биквадратный граф B_3 к кубическому графу H . Идем на шаг 2.

Шаг 2. [Построение 2-дуальных циклов]. Строим 2-дуальные циклы в биквадратном графе B_3 . Если выделенные 2-дуальные циклы содержат только диски четной длины, то конец работы алгоритма. В противном случае идем на шаг 3.

Шаг 3. [Выделение четного соединяющего цикла C_v]. Выделяем четные соединяющие циклы C_v . Если выделенные четные соединяющие циклы не W -маршруты, то суммируем их с 2-дуальными циклами и полученные новые 2-дуальные циклы имеют четные диски. Следовательно, биквадратный граф B_3 имеет хроматическое число равное трем, а соответствующий кубический граф имеет хроматический класс равный трем. Если выделенные четные соединяющие циклы W -маршруты, то получение новых 2-дуальных циклов имеющих четные диски не возможно. Следовательно, биквадратный граф B_3 не имеет хроматического класса равного трем. Конец работы алгоритма.

ВЫВОДЫ

1. Представлена новая операция, отражающая свойства класса плоских биквадратных графов B_3 , позволяющая производить перевод 2-фактора в соответствующем дуальном плоском кубическом графе H с дисками нечетной длины в 2-факторы с дисками чет-

ной длины. Применение данной операции позволяет конструктивно произвести раскраску ребер любого плоского кубического графа H графа в три цвета. Так как выделенные 2-дуальные циклы биквадратного графа B_3 содержат только диски четной длины, то тогда возможно раскрасить вершины, принадлежащие 2-дуальному циклу в два цвета, а в третий цвет раскрасить вершины дуальные 1-фактору кубического графа. Вершины биквадратного графа находятся на ребрах кубического графа, следовательно, хроматический класс кубического графа будет равен трем.

2. На основании введенной операции построен алгоритм с линейной вычислительной сложностью $O(m)$ для поиска хроматического класса плоского кубического графа H . Вычислительная сложность алгоритма для шага 2 равна $O(n)$. Вычислительная сложность алгоритма шага 3 также линейна, так как данный алгоритм основан на методе поиска в глубину, а его вычислительная сложность равна $O(m)$.

3. Данная работа носит концептуальный характер подхода к решению поставленной задачи, так как детальное описание пошаговых алгоритмов описано в монографии [8].

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Донец Н. Г., Шор Н. З. Алгебраический подход к проблеме раскраски плоских графов – К.: Наук. думка, 1982. – 144 с.
2. Appel K., Haken W. Every Planar Map Is Four Colorable // Contemporary Mathematics. – Providence (R.I.): Amer. Math Soc., 1989. – Vol. 98. – P. 308.
3. Самохин А. В. Проблема четырех красок: Неоконченная теория доказательства // Соровский образовательский журнал. – 2001. – Т. 6, № 7. – С. 91–96.
4. Уззерел Ч. Этюды для программистов: Пер. с англ. – М: Мир. – 1982. – 288 с.
5. Курапов С. В., Перепелица В. А. Идентификация рисунка графа на плоскости // Актуальные проблемы развития общественной мысли и практики управления: Сборник научных трудов. – Запорожский институт государственного и муниципального управления. – 1996. – Вып.2. – С. 225–232.
6. Харари Ф. Теория графов: Пер. с англ. Козырева В. П. / Под ред. Гаврилова В. Г. – М.: Мир, 1973. – 300 с.
7. Рингель Г. Теорема о раскраске карт. – М.: Мир. – 1977. – 126 с.
8. Курапов С. В., Савин В. В. Векторная алгебра и рисунок графа. – Запорожье: ЗГУ, 2003. – 200 с.

Надійшла 15.01.07
Після доробки 2.04.07

У даній роботі наведено конструктивний алгоритм для розфарбування кубічних графів із застосуванням теорії обертання вершин. Алгоритм заснований на фундаментальній теоремі Петерсена виділення 1-факторів і 2-факторів у кубічних графах.

The constructive algorithm for coloring the cubic graph with using the theory of the tops' rotation is presented. The algorithm is founded on the fundamental Petersen's theorem of separations of 1-factors and 2-factors in the cubic graphs.

А. И. Липчанский, А. А. Давыдов

КЛАССИФИКАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ И ДИАГНОСТИРУЕМОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

В данной статье рассматривается классификация основных видов показателей для оценки надежности и диагностируемости компьютерных систем. Рассмотрены показатели безотказной работы, ремонтпригодности, долговечности, эксплуатационной готовности, комплексные показатели диагностируемости. Приведена классификация отказов.

ВВЕДЕНИЕ

За последние два десятилетия сложность и быстродействие компьютеров увеличилось в десятки тысяч раз. Задача, требовавшая год вычислений в 1983 г., сегодня решается за час, а современный карманный компьютер намного мощнее настольного тех времен. Но за прогресс и усовершенствования компьютерных систем (КС) приходится платить. Чем сложнее становятся КС, тем более неустойчиво и ненадежно они функционируют. Персональные компьютеры регулярно зависают, интернет-сайты довольно часто перестают работать. Новое программное обеспечение (ПО), разработанное для увеличения производительности КС, зачастую с точки зрения надежности только ухудшает ситуацию. В результате ежегодные затраты на поддержку и ремонт КС намного превышают общую стоимость оборудования и ПО как для индивидуальных пользователей, так и для корпораций. Традиционные меры по увеличению надежности КС рассчитаны на то, что операторы действуют безошибочно, и сейчас во многих случаях именно из-за их оплошности система выходит из строя на более длительное время, чем из-за любых других неполадок с оборудованием и ПО. Вопросы, связанные с оценкой надежности и диагностируемости КС, рассматривались во многих работах. Например, в [1] приведены различные аспекты гарантийности, принципы построения гарантийных КС, приводятся определения первичных свойств системы: безотказность, готовность, обслуживаемость, достоверность, функциональная безопасность, живучесть, целостность, конфиденциальность. В [2] выполнен аналитический обзор существующих экспертных систем (ЭС), встроенных в пассивные средства диагностирования вычислительных сетей, рассмотрены

преимущества и недостатки ЭС в целях определения целесообразности их использования для решения задач диагностирования корпоративных компьютерных сетей. В статье [3] рассмотрены применение экспертных систем реального времени для диагностики компьютерных систем.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Простой КС обходятся слишком дорого, а иногда просто недопустимы. Комплекс с надежностью в пять «девяток» работает без сбоев 99,999 % времени, т. е. за 25 лет в общем простаивает примерно 2 часа. Переход от двух «девяток» к пяти позволяет сохранить почти 90 часов рабочего времени в год. Поэтому классификация основных видов показателей для оценки надежности и диагностируемости КС на различных этапах жизненного цикла является актуальной задачей.

1 КЛАССИФИКАЦИЯ ОТКАЗОВ КС

Одной из важнейших характеристик надежности КС является безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки на отказ. Отказ КС рассматриваем как событие, заключающееся в прекращении способности объекта исполнять требуемую функцию. Ниже приведена классификация основных видов отказов КС:

- возникновение отказа: в аппаратной или программной части;
- изменения параметров КС во времени до отказа: внезапный (характеризующийся скачкообразным изменением значений параметров объекта) или постепенный (возникающий в результате постепенного изменения значений параметров);
- характер существования отказа во времени: сбой (самоустраняющийся или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора), перемежающийся (многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера), устой-