

Общая формула для определения абсциссы «центра тяжести результирующей фигуры» записывается в виде

$$u_c = \frac{\int_0^1 u\mu(u)du}{\int_0^1 \mu(u)du}. \quad (11)$$

Абсцисса «центра тяжести результирующей фигуры» при $A \leq B$ определяется по формуле

$$u_c = \frac{A \int_0^{(1-a)A} u du + \int_{(1-a)A}^{(1-a)B} \frac{u}{1-a} u du + B \int_{(1-a)B}^1 u du}{A \int_0^{(1-a)A} du + \int_{(1-a)A}^{(1-a)B} \frac{u}{1-a} du + B \int_{(1-a)B}^1 du} \quad \text{при } A \leq B. \quad (12)$$

После несложных вычислений находим:

$$u_c = \frac{B/2 + (1-a)^2(A^3 - B^3)/6}{B + (1-a)(A^2 - B^2)/2} \quad \text{при } A \leq B. \quad (13)$$

Абсцисса «центра тяжести результирующей фигуры» при $A \geq B$ определяется по формуле

$$u_c = \frac{A \int_0^{1-(1-a)A} u du + \int_{1-(1-a)A}^{1-(1-a)B} \frac{1-u}{1-a} u du + B \int_{1-(1-a)B}^1 u du}{A \int_0^{1-(1-a)A} du + \int_{1-(1-a)A}^{1-(1-a)B} \frac{1-u}{1-a} du + B \int_{1-(1-a)B}^1 du} \quad \text{при } A \geq B. \quad (14)$$

После несложных вычислений находим:

УДК 681.5.01.23

Т. Б. Никитина

СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО НЕЛИНЕЙНОГО РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОКАНАЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ

Разработан метод синтеза нелинейного робастного управления многоканальными системами, работающими по принципу грубого и точного управления в соответствии с итерационным алгоритмом. Приведен пример динамических характеристик синтезированной двухканальной электромеханической системы.

© Никитина Т. Б., 2007

$$u_c = \frac{A/2 - (1-a)(A^2 - B^2)/2 + (1-a)^2(A^3 - B^3)/6}{A - (1-a)(A^2 - B^2)/2} \quad \text{при } A \geq B. \quad (15)$$

Полученное значение u_c затем преобразуется в значение управляющего воздействия на объект управления

$$m^* = m_{\min}(1 - 2u_c).$$

В качестве примера приведем следующие результаты расчетов.

При $A = 0,1, B = 0,3, a = 0,25$ получаем $u_c = 0,6082$.

При $A = 0,3, B = 0,1, a = 0,25$ получаем $u_c = 0,3918$.

ВЫВОД

Полученные формулы позволяют использовать точный метод вычисления абсциссы «центра тяжести результирующей фигуры» при идентичных треугольных функциях принадлежности с ограничением и дают возможность упростить алгоритм расчета управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора. Изложенную методику можно также использовать для расчета управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора при функциях принадлежности другого вида.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Гостев В. И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления. – К.: Издательство «Радиоаматор», 2005. – 708 с.

Надійшла 5.06.07

Отримано аналітичні вираження для керуючих впливів на виході нечіткого регулятора при ідентичних трикутних функціях приналежності з обмеженням.

Analytical expressions for controlling actions on an output of an fuzzy controller are received at identical triangular membership functions with restriction.

печить точность, недостижимую в одноканальных системах [1–4]. Такие системы обычно применяются в тех случаях, когда с помощью одноканальных систем принципиально невозможно обеспечить требуемую точность управления. Это, в частности, касается систем управления большими антеннами и радиотелескопами, тяжелыми станками с ЧПУ, роботами и манипуляторами, прокатными станами, системами частотной и фазовой автоподстройки генераторов, оптических дисковых систем записи информации, источников питания с высоким качеством выходной энергии и многих других. Так, например, в тяжелых металлорежущих станках находит применение схема двухдвигательного электропривода, суммирование силовых воздействий от которых осуществляется через механический дифференциал. Особенно эффективно совместное использование электромеханических и гидравлических приводов, когда реализация уточняющего движения может осуществляться за счет управляющего зазора в паре винт – гайка и т. д. Третий точный канал может быть реализован в виде магнестрикционного либо пьезострикционного двигателя, жестко закрепленного на подвижной каретке, управляемой основными силовыми приводами.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ, СВЯЗЬ С НАУЧНЫМИ И ПРАКТИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ

Повышение точности многоканальных систем сдерживается наличием нелинейных и упругих элементов, что проявляется в неплавном движении рабочего органа, сопровождающегося остановками и рывками при движении рабочего органа на нижнем пределе рабочих скоростей. Рассмотрим синтез многоканальных систем цифрового нелинейного робастного управления с учетом нелинейных и упругих элементов. При этом рассматриваются аналитические нелинейности, которые могут быть аппроксимированы аналитическими выражениями в виде степенных рядов по векторам состояния и управления.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ДОСТИЖЕНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ ПО ДАННОЙ ПРОБЛЕМЕ

В работах [1–2] рассмотрены вопросы синтеза многоканальных систем робастного управления при непрерывном управлении. Современные системы управления реализуются на цифровой элементной базе. В работах [3–4] рассмотрены вопросы синтеза многоканальных систем цифрового робастного управления при последовательном синтезе отдельных каналов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной работы является синтез цифрового нелинейного робастного управления многоканальными системами, позволяющего обеспечивать работоспособность системы при изменении моделей объектов управления и внешних воздействий и высокой точности многоканальной системы.

ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА ИССЛЕДОВАНИЯ, ПОЛУЧЕННЫХ НАУЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При работе многоканальных систем в реальных условиях отработки задающих и компенсации возмущающих воздействий, требующих движения исполнительных механизмов многоканальных систем на малых скоростях, нередко возникают скачкообразные движения, остановки, автоколебания и т. д., хотя при синтезе линеаризованной системы условия устойчивости заведомо выполнялись [5–6]. Это связано с тем, что при синтезе системы использовались линейные модели каналов и идеализированная характеристика модели трения в виде знаковой характеристики от скорости движения. Однако при движении на низких и сверхнизких – ползучих скоростях наблюдается падающий участок в характеристике внешнего трения так, что с увеличением скорости движения момент сопротивления уменьшается. Наличие такого падающего участка в характеристике внешнего трения характерно при движении на низких скоростях, как при вращательном, так и при поступательном движении. При увеличении скорости движения падающий участок переходит в горизонтальный.

Для многих механизмов работа на падающем участке может приводить к возникновению автоколебаний и такой режим является аварийным [7–9]. Для других механизмов такой режим является нормальным [10], хотя и приводит к повышенному износу. В системах стабилизации и промышленных следящих системах неплавное движение вызывает ухудшение качества выпускаемой продукции. Так, например, в процессе прокатки многоканальная система регулирования геометрических параметров проката определяет точность поддержания толщины, профиля и формы готового проката. Однако в режиме захвата полосы при заправочной скорости проскальзывание валков относительно прокатываемой полосы может привести к серьезным авариям.

Таким образом, при синтезе многоканальных систем необходимо при работе на малых скоростях учитывать наличие падающего участка в характеристике внешнего трения, что обуславливает положительную обратную связь в системе [11–13]. Однако при работе на больших скоростях целесообразно учитывать горизонтальный и восходящий участки в характеристике

внешнего трения, так как системы, синтезированные с учетом падающего участка в линейном приближении при работе с большой скоростью на горизонтальном и восходящем участках обладают излишней инерционностью. С этой целью аппроксимируем нелинейную зависимость момента сопротивления от скорости проскальзывания аналитическим выражением в виде степенного ряда от скорости проскальзывания и при этом исходная система становится нелинейной [2–3].

В настоящее время наиболее широкое распространение получило решение задачи нелинейного цифрового робастного управления во временной области. Нахождение нелинейного робастного управления сводится к решению уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана для нелинейных моделей задающего и возмущающего воздействий и модели объекта управления многоканальной системы. В данной работе используется итеративное решение уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана в соответствии с разложением аналитических нелинейностей исходной системы в степенной ряд по переменным состояния системы. В частности, для нелинейной характеристики внешнего трения с учетом падающего, горизонтального и восходящего участков с достаточной для практики точностью необходим третий порядок аппроксимирующего полинома.

Рассмотрим многоканальную систему, состоящую из m автономных каналов, каждый j -й канал которой описывается разностным уравнением состояния

$$\begin{aligned}\vec{x}_j(k+1) &= \Phi_j(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)), \\ \vec{y}_j(k) &= \varphi_j(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)),\end{aligned}$$

в которой векторные функции $\Phi_j(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k))$, $\varphi_j(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k))$ могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Phi_j(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)) &= A_j \vec{x}_j(k) + \\ &+ B_j \vec{U}_j(k) + \sum_{i=2}^n f_i(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)), \\ \varphi_j(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)) &= C_j \vec{x}_j(k) + \\ &+ D_j \vec{u}_j(k) + \sum_{i=2}^n h_i(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)),\end{aligned}$$

где символ i указывает порядок формы от векторов состояния $\vec{x}_j(k)$ и управления $\vec{u}_j(k)$.

Рассмотрим модель задающего воздействия j -го канала, которая описывается уравнением состояния

$$\begin{aligned}\vec{x}_{jr}(k+1) &= \Phi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)), \\ \vec{y}_{jr}(k) &= \varphi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)),\end{aligned}$$

в которой векторные функции $\Phi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k))$, $\varphi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k))$ могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Phi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)) &= A_{jr} \vec{x}_{jr}(k) + \sum_{i=2}^n f_i(\vec{x}_{jr}(k)), \\ \varphi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)) &= C_{jr} \vec{x}_{jr}(k) + \sum_{i=2}^n h_{ijr}(\vec{x}_{jr}(k)),\end{aligned}$$

где символ i указывает порядок формы от векторов состояния $\vec{x}_j(k)$ и управления $\vec{u}_j(k)$.

Рассмотрим модель задающего воздействия j -го канала, которая описывается уравнением состояния

$$\begin{aligned}\vec{x}_{jr}(k+1) &= \Phi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)), \\ \vec{y}_{jr}(k) &= \varphi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)),\end{aligned}$$

в которой векторные функции $\Phi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k))$, $\varphi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k))$ могут быть представлены в следующем виде

$$\begin{aligned}\Phi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)) &= A_{jr} \vec{x}_{jr}(k) + \sum_{i=2}^n f_i(\vec{x}_{jr}(k)), \\ \varphi_{jr}(\vec{x}_{jr}(k)) &= C_{jr} \vec{x}_{jr}(k) + \sum_{i=2}^n h_{ijr}(\vec{x}_{jr}(k)),\end{aligned}$$

где символ i указывает порядок формы от векторов состояния $\vec{x}_j(k)$ и управления $\vec{u}_j(k)$.

Рассмотрим также модель возмущающего воздействия j -го канала, которая описывается уравнением состояния

$$\begin{aligned}\vec{x}_{jd}(k+1) &= \Phi_{jd}(\vec{x}_{jd}(k)), \\ \vec{y}_{jd}(k) &= \varphi_{jd}(\vec{x}_{jd}(k)),\end{aligned}$$

в которой векторные функции $\Phi_{jd}(\vec{x}_{jd}(k))$, $\varphi_{jd}(\vec{x}_{jd}(k))$ могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Phi_{jd}(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)) &= A_j \vec{x}_j(k) + \\ &+ B_j \vec{U}_j(k) + \sum_{i=2}^n f_i(\vec{x}_j(k), \vec{u}_j(k)), \\ \varphi_{jd}(\vec{x}_{jd}(k)) &= C_{jd} \vec{x}_{jd}(k) + \sum_{i=2}^n h_{ijd}(\vec{x}_{jd}(k)),\end{aligned}$$

где символ i указывает порядок формы от вектора состояния $\vec{x}_{jd}(k)$.

Введем согласно [2] вектор $\vec{x}(k)$ состояния многоканальной системы, компонентами которого являются вектора $\vec{x}_j(k)$ состояния всех каналов, входящих в систему, а также вектора состояний $\vec{x}_{jr}(k)$, $\vec{x}_{jd}(k)$ задающих и возмущающих воздействий этих каналов и за-

пишем уравнения состояния многоканальной системы в следующем виде:

$$\begin{aligned}\vec{x}(k+1) &= \Phi(\vec{x}(k), \vec{u}(k)), \\ \vec{y}(k) &= \varphi(\vec{x}(k), \vec{u}(k)),\end{aligned}$$

в которой векторные функции $\Phi(\vec{x}(k), \vec{u}(k))$, $\varphi(\vec{x}(k), \vec{u}(k))$ могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{x}(k), \vec{u}(k)) &= A\vec{x}(k) + B\vec{U}(k) + \sum_{i=2}^n f_i(\vec{x}(k), \vec{u}(k)), \\ \varphi(\vec{x}(k), \vec{u}(k)) &= C\vec{x}(k) + D\vec{u}(k) + \sum_{i=2}^n h_i(\vec{x}(k), \vec{u}(k)),\end{aligned}$$

где символ i указывает порядок формы от векторов состояния $\vec{x}(k)$ и управления $\vec{u}(k)$.

Рассмотрим задачу синтеза оптимального управления $\vec{u}(k)$, минимизирующего функционал

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(\vec{x}(k), \vec{u}(k)).$$

Предполагается, что функция $\psi(\vec{x}(k), \vec{u}(k))$ является аналитической и разлагается в степенной ряд

$$\psi(\vec{x}(k), \vec{u}(k)) = \sum_{i=2}^{n+1} \psi_i(\vec{x}(k), \vec{u}(k)).$$

Будем искать оптимальное управление $\vec{u}(k)$ в форме обратных связей по полному вектору состояния

$$\vec{u}(k) = \sum_{i=1}^n \vec{u}_i(\vec{x}(k)).$$

Введем функцию Ляпунова

$$V(\vec{x}(k)) = \sum_{i=2}^{n+1} V_i(\vec{x}(k)).$$

Тогда на основании достаточного условия оптимальности минимум критерию обеспечивает оптимальное управление, образующее систему уравнений, эквивалентную уравнению Гамильтона – Якоби – Беллмана [5],

$$\Phi^T(\vec{x}(k), \vec{u}(k)) \frac{\partial V(\vec{x}(k))}{\partial \vec{x}(k)} + \psi(\vec{x}(k), \vec{u}(k)) = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi^T(\vec{x}(k), \vec{u}(k))}{d\vec{u}(k)} \frac{\partial V(\vec{x}(k))}{d\vec{x}(k)} + \frac{\partial \psi(\vec{x}(k), \vec{u}(k))}{\partial \vec{u}(k)} = 0.$$

Решение многих задач оптимизации нелинейных систем приводит к необходимости решения уравнения

Гамильтона – Якоби [2]. Решение уравнения Гамильтона – Якоби в теории оптимизации нелинейных систем является таким же важным, как и решение уравнения Риккати в теории линейных оптимальных систем. В настоящее время к решению уравнения Гамильтона – Якоби проявляется повышенный интерес в связи с разработкой нелинейной теории H^∞ – нелинейного робастного управления. Это происходит аналогично тому, как решение линейной теории H^∞ – линейного робастного управления сводится к итеративной процедуре решения уравнения Риккати при заданном уровне толерантности. С практической точки зрения целесообразно рассматривать приближенное решение нелинейной теории H^∞ как приближенное решение уравнения Гамильтона – Якоби в виде итеративной процедуры. При этом робастное управление первым линеаризованным приближением решения уравнения Гамильтона – Якоби нелинейного робастного управления является решение уравнения Риккати в линейном робастном управлении. Такое представление имеет место для исходной нелинейной системы с аналитическими нелинейностями.

Ограничимся сначала в рядах членами низшего порядка относительно векторов состояния $\vec{x}_1(t)$ и управления $\vec{u}_1(t)$ первого канала. Тогда исходная система будет линейной, для которой может быть синтезировано линейное робастное управление. Запишем для исходной линейной дискретной системы разностное уравнение состояния, вектор контролируемых параметров $\vec{z}(k)$ и вектор измеряемых переменных $\vec{y}(k)$ с помощью Δ оператора в стандартной форме, принятой в H^∞ теории [14–15].

В этом случае уравнение состояния дискретной системы примет следующий вид:

$$\begin{aligned}\delta \vec{x}(k) &= A_\delta \vec{x}(k) + B_{1\delta} \vec{w}_1(k) + B_{2\delta} \vec{u}(k), \\ \vec{z}(k) &= C_1 \vec{x}(k) + D_{11} \vec{w}_1(k) + D_{12} \vec{u}(k), \\ \vec{y}(k) &= C_2 \vec{x}(k) + D_{21} \vec{w}_1(k) + D_{22} \vec{u}(k).\end{aligned}$$

Для нахождения цифрового робастного регулятора необходимо решить уравнение Риккати по управлению

$$\begin{aligned}0 &= \widehat{Q} + A^T X + XA + \Delta A^T XA - \left[\widehat{L} + B^T X(\Delta A + I) \right]^T \times \\ &\times \left[\widehat{R} + \Delta B^T X B \right]^{-1} \left[\widehat{L} + B^T X(\Delta A + I) \right],\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\widehat{R} + \Delta B^T X B &\stackrel{\Delta}{=} \widehat{R}_q / \Delta, \\ \widehat{L} + B^T X(\Delta A + I) &\stackrel{\Delta}{=} \widehat{L}_q / \Delta, \\ \widehat{Q} &\stackrel{\Delta}{=} \widehat{C}^T \widehat{J} \widehat{C} / \Delta.\end{aligned}$$

При этом замкнутой таким регулятором система

$$A - B(\widehat{R} + \Delta B^T X B)^{-1} (\widehat{L} + B X (\Delta A + I))$$

является устойчивой.

Для нахождения цифрового робастного наблюдателя необходимо решить уравнение Риккати по наблюдению

$$0 = \widehat{Q} + AZ + ZA^T + \Delta \widehat{A} Z \widehat{A}^T - [\widehat{L} + (\Delta \widehat{A} + I) Z \widehat{C}^T] \times \\ \times [\widehat{R} + \Delta \widehat{C} Z \widehat{C}^T]^{-1} [\widehat{L} + (\Delta \widehat{A} + I) Z \widehat{C}^T]^T,$$

где

$$\widehat{R} + \Delta C Z_{\infty} \widehat{C}^T \stackrel{\Delta}{=} \Delta \widehat{R}_q, \\ \widehat{L} + (\Delta \widehat{A} + I) Z_{\infty} \widehat{C}^T \stackrel{\Delta}{=} \widehat{L}_q, \\ Q \stackrel{\Delta}{=} \widehat{B} J \widehat{B}^T / \Delta.$$

При этом цифровой робастный наблюдатель может быть представлен в виде $A B C D$ реализации

$$\left[\begin{array}{c|c} \widehat{A} & \widehat{B} \\ \hline \widehat{C} & \widehat{D} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c|c} A - B_1 R_d^{-1} L_d & B_1 V_{21}^{-1} & 0 \\ \hline V_{12} R_3^{-1} (\widehat{L}_2 - \widehat{R}_2 R_d^{-1} L_d) & V_{12} \widehat{R}_3^{-1} V_{21}^{-1} & I \\ \hline C_2 - D_{21} R_d^{-1} L_d & D_{21} V_{21}^{-1} & 0 \end{array} \right],$$

где

$$R_d = R_1 - R_2^T R_3^{-1} R_2, \\ L_d = L_1 - R_2^T R_3^{-1} L_2, \\ V_{12}^T V_{12} = R_3, \\ V_{21}^T V_{21} = -\gamma^{-2} (R_1 - R_2^T R_3^{-1} R_2).$$

Естественно, что наблюдатель в замкнутом виде

$$\widehat{A} - [\widehat{L} + (\Delta \widehat{A} + I) Z \widehat{C}^T] (\widehat{R} + \Delta \widehat{C} Z \widehat{C}^T)^{-1} \widehat{C}$$

также является асимптотически устойчивой системой.

Тогда цифровой робастный регулятор и цифровой робастный наблюдатель представляют собой цифровой робастный компенсатор, входом которого является измеряемый вектор исходной системы $\vec{y}(k)$, а выходом является вектор управления исходной системы $\vec{u}(k)$. Робастный компенсатор с матрицами A_p, B_p, C_p, D_p описывается следующим уравнением состояния:

$$\vec{x}_p(k+1) = A_p \vec{x}_p(k) + B_p \vec{y}(k),$$

$$\vec{u}(k) = C_p \vec{x}_p(k) + D_p \vec{y}(k),$$

где

$$A_p = \widehat{A} - B_2 V_{12}^{-1} \widehat{C}_1 + B_2 V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1} \widehat{C}_2 - \widehat{L}_2 \widehat{R}_3^{-1} \widehat{C}_2, \\ B_p = -B_2 V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1} + \widehat{L}_2 \widehat{R}_3^{-1}, \\ C_p = -V_{12}^{-1} \widehat{C}_1 + V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1} \widehat{C}_2, \\ D_p = -V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1}.$$

В этих выражениях

$$\begin{bmatrix} \widehat{R}_1 & \widehat{R}_2 \\ \widehat{R}_2^T & \widehat{R}_3 \end{bmatrix} = \widehat{R} + \Delta \widehat{C} Z \widehat{C}^T, \\ \begin{bmatrix} \widehat{L}_1 & \widehat{L}_2 \end{bmatrix} = \widehat{L} + (\Delta \widehat{A} + I) Z \widehat{C}^T.$$

Решение уравнения Риккати по управлению может быть сведено к нахождению спектра матрицы Гамильтона по управлению

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} A_m + \Delta B \overline{R}^{-1} B^T (I + \Delta A_m^T) Q_m & -B \overline{R}^{-1} B (I + \Delta A_m^T)^{-1} \\ -(I + \Delta A_m^T) Q_m & -(I + \Delta A_m^T) A_m^T \end{bmatrix},$$

где

$$A_m = A - B \overline{R}^{-1} \overline{L}, \quad Q_m = \overline{Q} - \overline{L}^T \overline{R}^{-1} \overline{L}.$$

Решение уравнения Риккати по наблюдению также может быть сведено к нахождению спектра матрицы Гамильтона по наблюдению

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} \widehat{A}_m + \Delta \widehat{C}^T \widehat{R}^{-1} \widehat{C} (I + \Delta \widehat{A}_m^T) \widehat{Q}_m & -\widehat{C}^T \widehat{R}^{-1} \widehat{C} (I + \Delta \widehat{A}_m^T)^{-1} \\ -(I + \Delta \widehat{A}_m^T)^{-1} \widehat{Q}_m & -(I + \Delta \widehat{A}_m^T) \widehat{A}_m^T \end{bmatrix},$$

где

$$\widehat{A}_m = \widehat{A} - \widehat{L} \widehat{R}^{-1} \widehat{C}, \quad \widehat{Q}_m = \widehat{Q} - \widehat{L} \widehat{R}^{-1} \widehat{L}^T.$$

Подставим синтезированное таким образом линейное управление и квадратичную функцию Ляпунова в выражение для исходного нелинейного оптимального управления и добавим пока с неизвестными коэффициентами члены второго порядка в оптимальное управление и члены третьего порядка $V_3(\vec{x}(k))$ в функцию Ляпунова. Добавим также в исходную нелинейную систему члены второго порядка $f_2(\vec{x}(k), \vec{u}(k))$ и $h_2(\vec{x}(k), \vec{u}(k))$ и добавим к интегральному квадратичному функционалу

члены третьего порядка $\psi_3(\vec{x}(k), \vec{u}(k))$. Откуда найдем исходные уравнения для неизвестных коэффициентов второго порядка $\vec{u}_2(\vec{x}(k))$ оптимального управления и третьего порядка $V_3(\vec{x}(k))$ функции Ляпунова. Аналогично находятся последующие приближения.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В качестве примера рассмотрим синтез робастных регуляторов двухканальной системы с раздельной нагрузкой [1], у которой каждый канал представляет собой трехмассовую электромеханическую систему, схема которой показана на рис. 1. Система предназначена

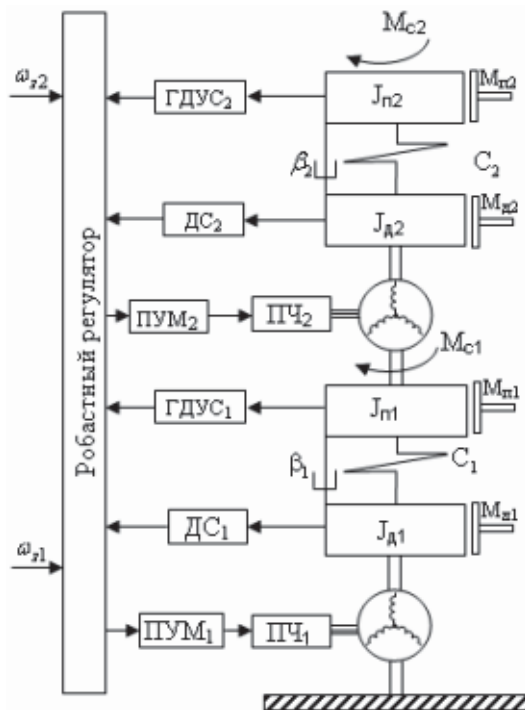


Рисунок 1 – Схема двухканальной системы с раздельной нагрузкой

для обработки заданных значений скоростей вращения ω_{z1}, ω_{z2} первой и второй платформ. На первую и вторую платформы действуют внешние моменты сопротивления $M_{с1}, M_{с2}$, которые являются возмущающими моментами.

Платформы приводятся во вращение с помощью асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором. В системе используется векторное управление асинхронными двигателями с помощью преобразователей частоты (ПЧ). Каждый канал содержит программно-

аппаратный контур прямого управления моментом (ПУМ) [4–7].

Скорости вращения платформ $\omega_{п1}, \omega_{п2}$, измеряются с помощью гироскопических датчиков угловых скоростей (ГДУС), а скорости вращения роторов двигателей $\omega_{д1}, \omega_{д2}$ измеряются с помощью датчиков скорости (ДС).

В системе учтены нелинейные характеристики моментов внутреннего трения на валах двигателей $M_{д1}, M_{д2}$ и платформ $M_{п1}, M_{п2}$.

Составим уравнения динамики основных элементов двухканальной системы с раздельной нагрузкой следя работе [3].

Уравнение равновесия моментов для платформы второго канала с моментом инерции $J_{п2}$

$$J_{п2} \frac{d\omega_{п2}}{dt} = M_{\Sigma 2} - M_{с2} - M_{п2}(\omega_{п2}),$$

где $M_{с2}$ – момент внешнего сопротивления, действующий на вторую платформу; $M_{\Sigma 2}$ – суммарный момент, приведенный ко второй платформе

$$M_{\Sigma 2} = M_{y2} + \beta_2(\omega_{д2} - \omega_{п2}),$$

где $\omega_{д2}, \omega_{п2}$ – скорости вращения соответственно ротора второго двигателя и второй платформы; β_2 – коэффициент вязкого трения трансмиссии; M_{y2} – упругий момент трансмиссии второй платформы, уравнение состояния которого примет следующий вид:

$$\frac{dM_{y2}}{dt} = C_2(\omega_{д2} - \omega_{п2}),$$

где C_2 – жесткость вала, соединяющего вторую платформу с двигателем.

Уравнение равновесия моментов для ротора второго двигателя с моментом инерции $J_{д2}$

$$J_{д2} \frac{d\omega_{д2}}{dt} = M_{д2} - M_{\Sigma 2} - M_{д2}(\omega_{д2}).$$

Уравнение равновесия моментов первой платформы с моментом инерции $J_{п1}$

$$J_{п1} \frac{d\omega_{п1}}{dt} = M_{\Sigma 1} - M_{с1} - M_{д2} - M_{п1}(\omega_{п1}),$$

где $M_{с1}$ – момент внешнего сопротивления, действующий на первую платформу; $M_{\Sigma 1}$ – суммарный момент, приведенный к первой платформе,

$$M_{\Sigma 1} = M_{y1} + \beta_1(\omega_{д1} - \omega_{п1}),$$

где $\omega_{д1}$, $\omega_{п1}$ – скорости вращения соответственно ротора первого двигателя и первой платформы; β_1 – коэффициент вязкого трения трансмиссии; M_{y1} – упругий момент трансмиссии первой платформы, уравнение состояния которого примет следующий вид:

$$\frac{dM_{y1}}{dt} = C_1(\omega_{д1} - \omega_{п1}),$$

где C_1 – жесткость вала, соединяющего первую платформу с двигателем.

Уравнение равновесия моментов для ротора первого двигателя с моментом инерции $J_{д1}$

$$J_{д1} \frac{d\omega_{д1}}{dt} = M_{д1} - M_{\Sigma 1} - M_{д1}(\omega_{д1}).$$

Нелинейные характеристики моментов внутреннего трения на валах двигателей $M_{д1}$, $M_{д2}$ и платформ $M_{п1}$, $M_{п2}$ являются нелинейными функциями скоростей движения соответствующих подвижных частей объекта управления и могут быть аппроксимированы степенными рядами:

$$M_c(\omega_{ck}) = \sum_{i=0}^n \beta_{ci} \omega_{ck}^i.$$

Для практического использования обычно достаточно третьего порядка этого степенного ряда. При этом обычно линейный член имеет отрицательное значение, квадратичный член имеет практически нулевое значение, а кубический член имеет положительное значение.

Для построения математической модели двухканальной системы с отдельной нагрузкой при цифровом управлении рассмотрим вспомогательную непрерывную динамическую систему.

Введем вектор состояния этой системы, компонентами которой являются скорость вращения первого двигателя $\omega_{д1}$, скорость вращения первой платформы $\omega_{п1}$, момент упругости первой платформы M_{y1} , скорость вращения второго двигателя $\omega_{д2}$, скорость вращения второй платформы $\omega_{п2}$, момент упругости второй платформы M_{y2} , так что вектор состояния примет следующий вид:

$$\vec{X}(t) = \{\omega_{д1}, \omega_{п1}, M_{y1}, \omega_{д2}, \omega_{п2}, M_{y2}\}^T.$$

Введем вектор внешних воздействий $\vec{U}(t)$, компонентами которого являются моменты первого и второго двигателей $M_{д1}$, $M_{д2}$, моменты внешних сопротивлений, действующих на первую и вторую платформы M_{c1} и M_{c2} , так что вектор внешних воздействий примет следующий вид:

$$\vec{U}(t) = \{M_{д1}, M_{д2}, M_{c1}, M_{c2}\}^T.$$

Тогда матрицы состояния и управления линеаризованной системы примут следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-\beta_1 - \beta_{д1}}{J_{д1}} & \frac{\beta_1}{J_{д1}} & -\frac{1}{J_{д1}} & & & \\ \frac{\beta_1}{J_{п1}} & \frac{-\beta_1 - \beta_{п1}}{J_{п1}} & \frac{1}{J_{п1}} & & & \\ C_1 & -C_1 & & & & \\ & & & \frac{-\beta_2 - \beta_{д2}}{J_{д2}} & \frac{\beta_2}{J_{д2}} & -\frac{1}{J_{д2}} \\ & & & \frac{\beta_2}{J_{п2}} & \frac{-\beta_2 - \beta_{п2}}{J_{п2}} & \frac{1}{J_{п2}} \\ & & & C_2 & -C_2 & \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{д1}} & & & & & \\ & \frac{1}{J_{п1}} & -\frac{1}{J_{п1}} & & & \\ & & & & & \\ & \frac{1}{J_{д2}} & & & & \\ & & & & -\frac{1}{J_{п2}} & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

В матрице состояния линеаризованной системы учтены лишь линейные составляющие нелинейных характеристик моментов внутреннего трения на валах двигателей $M_{д1}$, $M_{д2}$ и платформ $M_{п1}$, $M_{п2}$ в виде соответствующих линейных коэффициентов $\beta_{д1}$, $\beta_{д2}$, $\beta_{п1}$, $\beta_{п2}$.

Для этого непрерывного объекта управления построим его дискретный аналог

$$\vec{x}_д(k+1) = A_д \vec{x}_д(k) + B_д \vec{u}(k),$$

где $A_д = I + \frac{A_0 \Delta}{1!} + \frac{A_0^2 \Delta^2}{2!} + \dots + \frac{A_0^n \Delta^n}{n!}$.

Для полученной исходной дискретной системы представим матрицы состояния $A_д$ и управления $B_д$ этой вспомогательной системы в виде следующих блочных матриц:

$$A_д = \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ & A_{22} & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix};$$

$$B_д = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \\ & B_{22} & & B_{24} \end{bmatrix}.$$

При векторном управлении асинхронным двигателем с короткозамкнутым ротором обычно реализуется

го напряжения первого интегратора z_1 , помеха $f_{\omega 2}$ измерения скорости вращения $\omega_{д2}$ второго двигателя, помеха f_{z2} измерения выходного напряжения второго интегратора z_2 , так что

$$\vec{w}_1 = \{M_{c1}, \omega_{31}, M_{c2}, \omega_{32}, f_{\omega 1}, f_{z1}, f_{\omega 2}, f_{z2}\}^T.$$

Компонентами вектора управления \vec{u} являются заданные значения M_{31}, M_{32} моментов двигателей $M_{д1}, M_{д2}$, которые подаются на регуляторы моментов при прямом управлении моментом асинхронного двигателя при векторном управлении так, что $\vec{u} = \{M_{31}, M_{32}\}^T$.

Компонентами вектора контролируемых переменных $\vec{z}(k)$ примем ошибку ε_1 отработки заданной скорости вращения ω_{31} с помощью двигателя первой платформы $\omega_{д1}$ так, что $\varepsilon_1 = \omega_{31} - \omega_{д1}$; переменную состояния первого интегратора z_1 ; управляющее воздействие первого канала u_1 , ошибку ε_2 отработки заданной скорости вращения ω_{32} с помощью двигателя второй платформы $\omega_{д2}$ так, что $\varepsilon_2 = \omega_{32} - \omega_{д2}$; переменную состо-

яния второго интегратора z_2 и управляющее воздействие второго канала u_2 . При этом вектор контролируемых переменных имеет следующий вид:

$$\vec{z}(k) = \{\varepsilon_1(k), z_1(k), u_1(k), \varepsilon_2(k), z_2(k), u_2(k)\}^T.$$

Компонентами вектора измеряемых переменных $\vec{y}(k)$ примем измеренные $\varepsilon_{1u}(k), \varepsilon_{2u}(k)$ с помехами $f_{\omega 1}(k), f_{\omega 2}(k)$ ошибки $\varepsilon_1(k), \varepsilon_2(k)$ регулирования скоростей вращения двигателей первой и второй платформ так, что

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1u}(k) &= \varepsilon_1(k) + f_{\omega 1}(k), \\ \varepsilon_{2u}(k) &= \varepsilon_2(k) + f_{\omega 2}(k), \end{aligned}$$

а также измеренные $z_{1u}(k), z_{2u}(k)$ с помехами $f_{z1}(k), f_{z2}(k)$ вспомогательные переменные состояния $z_1(k), z_2(k)$ интеграторов так, что

$$\begin{aligned} z_{1u}(k) &= z_1(k) + f_{z1}(k), \\ z_{2u}(k) &= z_2(k) + f_{z2}(k), \end{aligned}$$

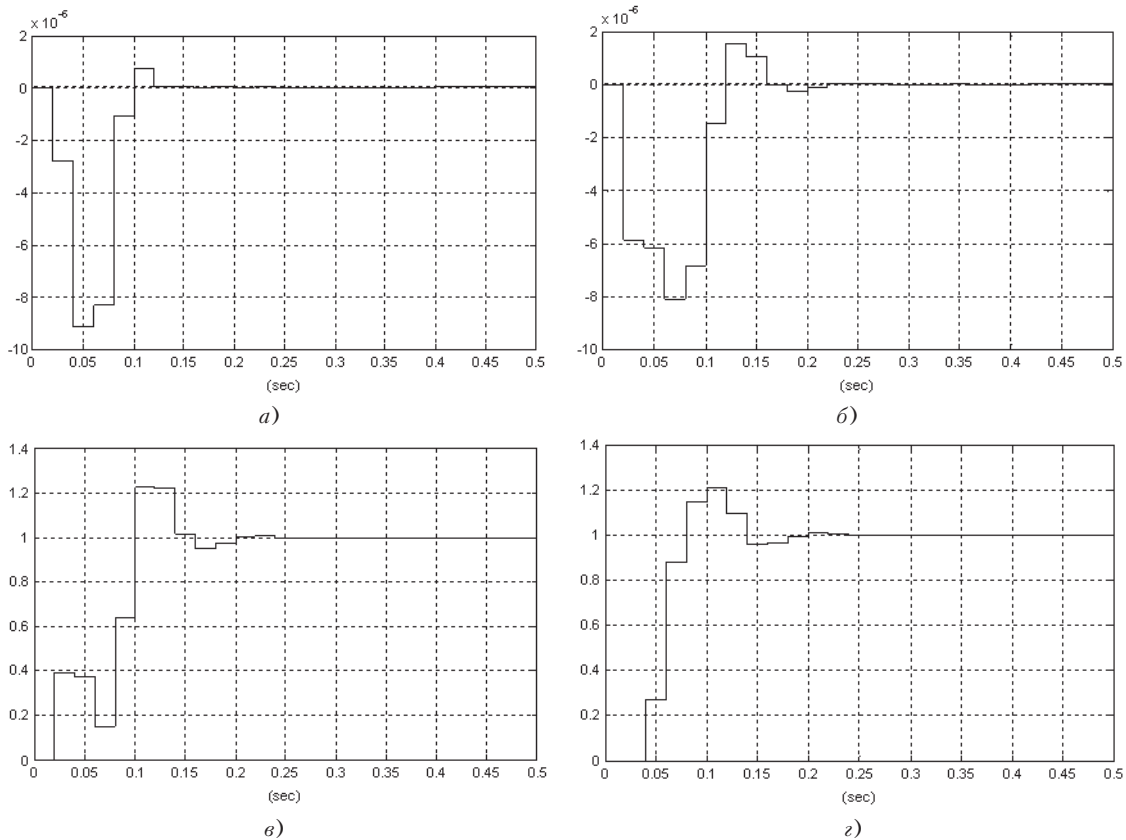


Рисунок 2 – Переходные процессы:

a – скорости вращения второго двигателя $\omega_{д2}$; *б* – скорости вращения второй платформы $\omega_{п2}$; *в* – момента упругости второй платформы M_{y2} ; *г* – момента второго двигателя $M_{д2}$ синтезированной системы по возмущению на второй канал

и, следовательно, вектор $\vec{y}(k)$ измеряемых переменных примет следующий вид:

$$\vec{y}(k) = \{\varepsilon_{1u}(k), z_{1u}(k), \varepsilon_{2u}(k), z_{2u}(k)\}^T.$$

В качестве примера на рис. 2 показаны переходные процессы: a – скорости вращения второго двигателя $\omega_{д2}$; b – скорости вращения второй платформы $\omega_{п2}$; v – момента упругости второй платформы M_{y2} ; z – момента второго двигателя $M_{д2}$ синтезированной системы по возмущению на второй канал. Как видно из этих графиков, в системе имеется астатизм по моменту сопротивления, а переходные процессы заканчиваются примерно за 0,25 с.

ВЫВОДЫ ИЗ ПРИВЕДЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ, ПЕРСПЕКТИВЫ ЭТОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается достаточно широкий класс многоканальных систем, работающих по принципу грубого и точного управления, у которых нелинейные эффекты могут быть аппроксимированы аналитическими нелинейностями в виде степенных рядов по векторам состояния и управления. Наличие нелинейных элементов и упругих звеньев в кинематических звеньях многоканальных систем сдерживают получение высокой точности, потенциально присущей таким системам. Рассмотрены вопросы приближенного синтеза многоканальных систем цифрового нелинейного робастного управления. Нахождение робастного нелинейного управления каждого канала сводится к решению уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана для нелинейных моделей задающего и возмущающего воздействий и модели объекта управления канала.

Приводится пример синтеза робастного регулятора двухканальной электромеханической системы с раздельной нагрузкой, у которой каждый канал является двухмассовой электромеханической системой с векторным управлением асинхронными приводами.

Показано, что с помощью синтезированного нелинейного робастного регулятора удалось достаточно эффективно демпфировать собственные механические колебания, обусловленные наличием упругих элементов, и уменьшить негативное влияние нелинейных элементов на динамические характеристики системы.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Никитина Т. Б. Робастное управление многоканальными итерационными электроприводами по H^2 и H критериям // *Електромашинобудування та електрообладнання. Міжвідомчий науково-технічний збірник*. – Випуск № 67. – Одеса, 2006. – С. 13–17.
2. Никитина Т. Б. Синтез робастных регуляторов многоканальных итерационных систем // *Радиоэлектроника и информатика. Научно-технический журнал*. – Харьков: ХНУР, 2007. – № 4(35). – С. 24–30.
3. Никитина Т. Б. Синтез цифровых робастных регуляторов многоканальных электромеханических систем // *Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (технічні науки)*. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». – Дніпродзержинськ: ДГТУ, 2007. – С. 391–392.
4. Никитина Т. Б. Синтез цифровых нелинейных робастных регуляторов каналов многоканальных систем при последовательном синтезе. // *Автоматизація виробничих процесів*. – Київ, 2006. – № 2 (23). – С. 109–114.
5. Никитина Т. Б. Синтез приближенно-оптимальных нелинейных систем цифрового управления технологическими процессами с аналитическими нелинейностями // *Автоматизація виробничих процесів*. – Київ, 2003. – № 2(17). – С. 62–65.
6. Кузнецов Б. И., Никитина Т. Б., Коломиец В. В. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими целями. – Харьков: УИПА, 2005. – 511с.
7. Никитина Т. Б. Стабилизация динамических характеристик двухканальной системы управления обмоточной машиной с помощью робастного управления // *Вестник НТУ «ХПИ»: Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Системный анализ, управление и информационные технологии»*. – 2006. – № 39. – С. 38–45.
8. Никитина Т. Б. Робастное управление двухмассовой электромеханической системой в режиме буксования // *Вестник НТУ «ХПИ»: Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Информатика и моделирование»*. – 2006. – № 40. – С. 138–144.
9. Никитина Т. Б. Исследование динамических характеристик цифрового робастного управления блюмингом в режиме пробуксовки валков // *Вестник НТУ «ХПИ». Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Автоматика и приборостроение»*. – 2006. – № 31. – С. 93–101.
10. Никитина Т. Б. Ограничение нагрузок в нелинейных многоканальных электромеханических системах при управлении по состоянию // *Механіка та машинобудування*. – Харків: 2006. – №1. – С. 259–264.
11. Никитина Т. Б. Робастная система управления двухмассовой обмоточной машиной // *Вісник Хмельницького національного університету (технічні науки)*. – Хмельницький: Хмельницький національний університет, 2007. – № 5(96). – С. 182–187.
12. Никитина Т. Б. Цифрове робастне управління двомасовою обмотувальною машиною // *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. *Електроенергетичні та електромеханічні системи*. – Львів, 2007. – № 587. – С. 70–75.
13. Никитина Т. Б. Робастное управление трехпорной управляемой платформой // *Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. науч. раб. Тематический выпуск «Системный анализ – управление и информационные технологии»*. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2007. – № 18. – С. 29–36.
14. Никитина Т. Б. Робастная стабилизация дискретно-континуального объекта // *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. Силова електроніка та енергоефективність*. – Київ.: 2007. – Ч. 1. – С. 56–61.
15. Никитина Т. Б. Цифровая робастная стабилизация танкового вооружения // *Електромашинобудування та електрообладнання. Міжвідомчий науково-технічний збірник*. – Одеса.: 2007. – Випуск № 68. – С. 16–21.

Надійшла 27.11.07

Розроблено метод синтезу нелінійного робастного управління багатоканальними системами, що працюють за принципом грубого і точного управління відповідно до ітераційного алгоритму. Наведено приклад динамічних характеристик синтезованої двокаанальної електромеханічної системи.

A method of synthesis for robust control multichannel systems, workings on rough and exact control principle in accordance with iteration algorithm is developed. The example of dynamic descriptions for synthesized twochannel electromechanical system is resulted.