

РАДИОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 621.396

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ОПТИМІЗАЦІЇ СТРУКТУРИ БАГАТОАНТЕННИХ РАДІОПЕЛЕНГАТОРІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ ДЖЕРЕЛ СТОХАСТИЧНИХ СИГНАЛІВ

Жила С. С. – д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри аерокосмічних радіоелектронних систем, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

Церне Е. О. – д-р філософії, молодший науковий співробітник кафедри аерокосмічних радіоелектронних систем, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

Жила О. В. – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри вищої математики, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Актуальність теми полягає у необхідності вдосконалення радіопеленгаторів для підвищення точності, стійкості до перешкод та адаптації до змінних умов експлуатації. Сучасні наукові досягнення вимагають розробки методів статистичного синтезу та аналізу обробки стохастичних сигналів у багатоантенних системах, що дозволить врахувати невідомість реальних умов. Важливим є розширення можливостей таких систем для застосування в радіолокації, радіонавігації, зв'язку та інших галузях. Це сприятиме створенню нових підходів для пеленгування джерел невідомих сигналів у складних сценаріях експлуатації.

Мета. Дослідження спрямоване на підвищенні точності вимірювань кутового положення джерел радіовипромінювання стохастичних сигналів.

Метод. Ґрунтується на статистичній теорії оптимізації радіотехнічних систем дистанційного зондування та радіолокації. Для джерел стохастичних сигналів побудовано моделі сигналів і шумів, сформульовано функціонал правдоподібності у спектральній області, враховуючи структуру обернених кореляційних матриць. Для визначення граничних похибок оцінювання кутового положення джерела радіовипромінювання використано нерівність Крамера-Рао.

Результати. Вперше теоретично обґрунтовано підхід до статистичної оптимізації структури багатоантенних радіосистем пеленгації джерел стохастичного випромінювання, що дозволяє врахувати просторову орієнтацію, геометрію антенної решітки та діаграми спрямованості. Побудовано оптимальний метод обробки рівнянь спостереження для оцінювання кутового положення джерел стохастичних сигналів. Запропоновано узагальнену структуру одноантенного пеленгатора, що містить узгоджений фільтр, декорелюючий фільтр та цифровий обчислювач. Доведено, що використання декореляційної обробки дозволяє підвищити точність оцінювання за рахунок збільшення кількості незалежних відліків сигналу. Одержано аналітичні вирази для оцінювання та граничних похибок, які враховують ширину спектру та параметри діаграми спрямованості.

Висновки. У роботі представлено новітні теоретичні основи синтезу радіопеленгаторів довільної конфігурації, які враховують різноманітність форм діаграм спрямованості, просторове розташування та орієнтацію пеленгаторів. Розроблені моделі сигналів і шумів із застосуванням критерію максимуму функціоналу правдоподібності вперше дозволяють вирішувати оптимізаційні задачі синтезу з урахуванням фізичного змісту кореляційних матриць. Отримані результати підтверджено вирішенням задачі вимірювання кутового положення джерела випромінювання, що доводить ефективність запропонованих підходів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: багатоантенні пеленгатори, статистична оптимізація, оптимальне оброблення сигналів, імітаційне моделювання.

НОМЕНКЛАТУРА

$s_k(t)$ – випромінений k -м джерелом сигнал,
 $k = \overline{1, K}$;
 $s_{r,i}(t, \vec{r}', \theta_{s,k})$ – прийняте i -ю антеною просторово-часове поле;
 t – час;
 $\vec{r}'$ – просторові координати поверхні антени;

$\theta_{s,k}$ – кути візування кожного з k -го джерела,
 $i = \overline{1, N}$;
 $\dot{G}_i(\theta - \theta_{0i})$ – діаграма спрямованості i -ї антени, що орієнтована своїм максимумом у напрямку θ_{0i} ;
 $\dot{S}(2\pi f)$ – комплексна стохастична спектральна щільність амплітуди випромінюваного сигналу;

$\dot{P}(2\pi f)$ – невідповідна комплексна частотна характеристика передавача стохастичного сигналу;

$\langle \cdot \rangle$ – символ статистичного усереднення;

K_{0i} – коефіцієнт підсилення i -го приймального каналу;

$\delta(\theta - \theta_s)$ – дельта-функція, що визначає просторове положення точкового джерела радіовипромінювання у напрямку θ_s ;

$\psi_i(f, \theta_s)$ – фазовий зсув прийнятих сигналів в кожній з антен відносно певного фазового центру антенної решітки;

$\Delta r_i(\theta_s)$ – відстань, що проходять електромагнітні хвилі від фазового центру антени до кожного її елемента;

$n_i(t)$ – внутрішні шуми в приймальних трактах;

$\underline{W}(t_1, t_2, \theta_s)$ – обернена матриця обернених кореляційних функцій;

$\lambda, \hat{\lambda}$ – параметри, що підлягають оцінюванню;

$u_i(t)$ – випадкові коливання;

$k(\lambda)$ – нормуючий коефіцієнт;

$\underline{R}_u(t_1 - t_2, \theta_s)$ – матриця кореляційних функцій;

$\delta(t_1 - t_3)$ – дельта-функція;

$\underline{I}$ – одинична матриця;

j – уявна одиниця;

c – швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль;

T – час спостереження;

$F\{\cdot\}$ – оператор перетворення Фур'є;

$F^{-1}\{\cdot\}$ – оператор оберненого перетворення Фур'є;

$(\cdot)^+$ – знак ермітового спряження;

$\lambda_{\text{іст}}$ – істинне значення параметру, що підлягає оцінюванню;

$\sigma_{\hat{\lambda}}^2$ – гранична дисперсія оцінки $\hat{\lambda}$;

q – змінна, яка описує співвідношення сигнал-завада в прийнятих коливаннях;

ΔF – результуюча ширина спектру прийнятих коливань після узгодженої фільтрації і декореляції у додатній та від'ємній області частот;

$\hat{(\cdot)}$ – знак оцінки величини;

$\hat{P}_{s,T}$ – оцінка потужності корисного сигналу на інтервалі $(0, T)$.

ВСТУП

Актуальність. Радіопеленгатори і радіопеленгаційні комплекси знайшли широкого застосування в радіолокації [1–3], радіометрії [4, 5], радіонавігації [6–8], системах зв'язку [9] та радіокерування [10]. Осно-

вна задача окремого радіопеленгатора полягає в вимірюванні кутового положення джерела радіовипромінювання, а угруповання пеленгаторів – вимірювання просторового положення такого джерела або групи джерел. Існуючі теоретичні і практичні результати проєктування системи визначення кутового положення [11, 12] вагомі та створюють надійну основу для подальшого вдосконалення структури радіопеленгаторів, що передбачає покращення їхньої точності, збільшення робочого діапазону, підвищення стійкості до перешкод і забезпечення більшої гнучкості в адаптації до змінних умов експлуатації.

Варто відзначити, що в роботах [15–17] авторами вже досліджено особливості оптимальної обробки функціонально-детермінованих сигналів у багатоантенних радіопеленгаторах. Однак припущення про повну відомість моделі сигналу обмежує реальні сфери застосування отриманих результатів, адже в практичних умовах часто постає завдання пеленгування джерел стохастичних, апріорно невідомих сигналів, для яких оптимальний підхід до обробки та визначення параметрів прийнятих сигналів потребує додаткових досліджень та розробок.

У зв'язку з зазначеним стає актуальним статистичний синтез і аналіз методів обробки стохастичних сигналів у багатоантенних радіопеленгаторах, що дозволить розробити методологічні основи для адаптації систем пеленгування до реальних умов невизначеності, підвищити точність і надійність визначення параметрів сигналів, а також розширити можливості застосування таких систем у широкому діапазоні сучасних та перспективних сценаріїв експлуатації.

Об'єктом дослідження є процес статистичної оптимізації методів обробки стохастичних сигналів в багатоантенних радіопеленгаторах.

Предмет дослідження – основи теорії статистичного синтезу та аналізу методів обробки стохастичних сигналів в багатоантенних радіопеленгаторах.

Мета дослідження полягає в підвищенні точності вимірювань кутового положення джерел радіовипромінювання стохастичних сигналів.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Для розвитку теоретичних основ оптимізації структури багатоантенних радіопеленгаторів для випадку визначення положення джерел стохастичних сигналів опишемо вхідні і вихідні параметри.

Дано: у якості вихідних параметрів виступає просторове положення двох антен з координатами $(0, 0)$ і $(10, 0)$, що приймають електромагнітні випромінювання з частотною характеристикою

$$\dot{P}(2\pi f) = \begin{cases} 1, & f \in (2, 3 \text{ ГГц}, 2, 5 \text{ ГГц}); \\ 0, & f \notin (2, 3 \text{ ГГц}, 2, 5 \text{ ГГц}), \end{cases}$$

математичне сподівання прийнятих сигналів дорівнює нулю, амплітуда сигналів дорівнює одиниці, діаграма спрямованості кожної антени описується функцією

$$G_{1(2)}(\theta - \theta_{01(2)}) = \text{sinc}(\pi\theta D),$$

де розмір антени $D = 0,1 \text{ м}$.

Знайти: напрямок θ_s на точкове джерело радіовипромінювання.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Питанням статистичного синтезу і аналізу методів обробки сигналів в радіопеленгаторах присвячено не багато робіт за останній час. Основні результати за цим напрямком отримані при вирішенні задач виявлення сигналу [18–20] при скануванні обраної ділянки простору діаграмою спрямованості. Представлені підходи розвивають статистичну теорію оптимізації радіопеленгаторів, дозволяють побудувати оптимальні приймачі, проте дозволяють лише вирішити питання чи існує сигнал на вході в приймач чи ні. Результати розробок за даним підходом не дозволяють оцінити точність пеленгації за кутовими координатами і її залежність від параметрів приймача. Також не можливо визначити діапазон кутів однозначних вимірювань, адже вирішується найпростіша задача перевищення порогу.

Більш ефективним підходом до побудови оптимальних структур радіопеленгаторів є статистичний синтез методів обробки сигналів з відомою формою та параметрами в присутності гаусівських шумів [21–24]. Результати отримані за таким підходом дозволяють отримати структуру пеленгатора та оцінити його потенційну точність роботи. В той самий такі системи не можуть виконувати основні свої функції, коли форма сигналу невідома або є шумовою. Зацікавленість в таких системах постійно зростає, адже спектр частот заповнюється новими джерелами радіовипромінювання і загальна кількість джерел інтерференції збільшується. Деякі автори намагаються технічно вирішити проблему пеленгації джерел шумових сигналів [25–28], але такі результати плідні лише для часткових випадків.

Значний вклад у розвиток та застосування методів пеленгації джерел випромінювання функціонально детермінованих сигналів і шумів постановників активних завад зробили автори робіт [29–31]. Наукова новизна отриманих результатів полягає в застосуванні вже відомих методів спектрального аналізу прийнятих сигналів антенними решітками і комбінації цих методів, а також статистичній обробці результатів вимірювань груп «надрозділяючих» методів. Даний підхід ефективний, проте не розкриває методів статистичного синтезу і аналізу наскрізної обробки сигналів, починаючи з реєстрації поля кожною антеною і закінчуючи потенційними дисперсіями оцінювання кутового положення джерела шумових сигналів. Основний вклад авторів зроблено в аналізі кореляційних

© Жила С. С., Церне Е. О., Жила О. В., 2025
DOI 10.15588/1607-3274-2025-4-1

матриць рівнянь спостереження на виході фазованих антенних решіток та залежності якості оцінювання від точності пошуку обернених матриць. Менше уваги автори приділяють питанням розвитку математичного апарату синтезу нових методів обробки сигналів при багатоканальному прийомі.

Найбільш близьким по методології статистичного синтезу і аналізу методів обробки стохастичних сигналів в багатоантенних радіопеленгаторах є підхід, що представлено в роботі [32]. Автори пропонують виконувати статистичну оптимізацію методів в рамках критерію максимуму функції правдоподібності і записують функціонал правдоподібності в спектральній області для сигналів з стохастичним спектром. Тобто форма сигналу не конкретизується, а визначається лише діапазон частот та спектральна щільність потужності шумового сигналу. Даний підхід є плідним та дозволяє синтезувати найкращі методи та структури вимірювачів при параметричній невизначеності процесів, що підлягають обробці. Отримані результати та методологія може бути покращена за рахунок врахування кореляційних властивостей сигналів і шумів, визначаючи функцію правдоподібності з урахуванням прямої та оберненої кореляційної матриці процесів, що спостерігаються у приймачах.

3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Розглянемо основні складові теорії статистичного синтезу та аналізу методів обробки стохастичних сигналів в багатоантенних радіопеленгаторах.

Для початку задаємо моделі корисних сигналів та шумів і їх статистичні характеристики. Радіопеленгатори є пасивними пристроями, що приймають сигнали $s_k(t)$ від джерел радіовипромінювання, кутові положення яких необхідно визначити. Приймаючи ці сигнали рознесеними у просторі антенами можна стверджувати, що обробці підлягають просторово-часові поля $s_{r,i}(t, \vec{r}', \theta_{s,k})$. Використані наступні позначення: $s_k(t)$ – випромінений k -м джерелом сигнал, $k = \overline{1, K}$, $s_{r,i}(t, \vec{r}', \theta_{s,k})$ – прийняте i -ю антеною просторово-часове поле, t – час, $\vec{r}'$ – просторові координати поверхні антени, $\theta_{s,k}$ – кути візування кожного з k -го джерела, $i = \overline{1, N}$. Для спрощення задачі будемо вважати наступне: обробка просторового поля в межах кожної антени вже виконана, кожна антена характеризується діаграмою спрямованості $G_i(\theta - \theta_{0i})$, приймаємо стохастичні сигнали від одного джерела радіовипромінювання багатьма антенами, $k = 1$, джерело випромінювання є точковим. Модель стохастичного сигналу випромінювача не має визначеної функції, тому представимо її у вигляді перетворення Фур'є від спектру шуму

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\Pi}(2\pi f) \dot{S}(2\pi f) e^{j2\pi f t} df. \quad (1)$$

Будемо вважати, що формування стохастичного сигналу полягає в обмеженні у спектрі білого гаусівського шуму функцією $\dot{\Pi}(2\pi f)$.

Характеристики $\dot{S}(2\pi f)$ наступні $\langle \dot{S}(2\pi f) \rangle = 0$,
 $\langle \dot{S}(2\pi f_1) \dot{S}^*(2\pi f_1) \rangle = 0, 5 N_{0s} \delta(f_1 - f_2)$.

Використовуючи модель розсіяних електромагнітних хвиль [33], можна стверджувати, що сигнал на виході кожної з приймальних антен має вигляд

$$s_{r,i}(t, \theta_s) = K_{0,i} \int_{\Theta} G_i(\theta - \theta_{0,i}) \delta(\theta - \theta_s) \times \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\Pi}(2\pi f) \dot{S}(2\pi f) e^{j2\pi f t - j\psi_i(f, \theta_s)} df d\theta. \quad (2)$$

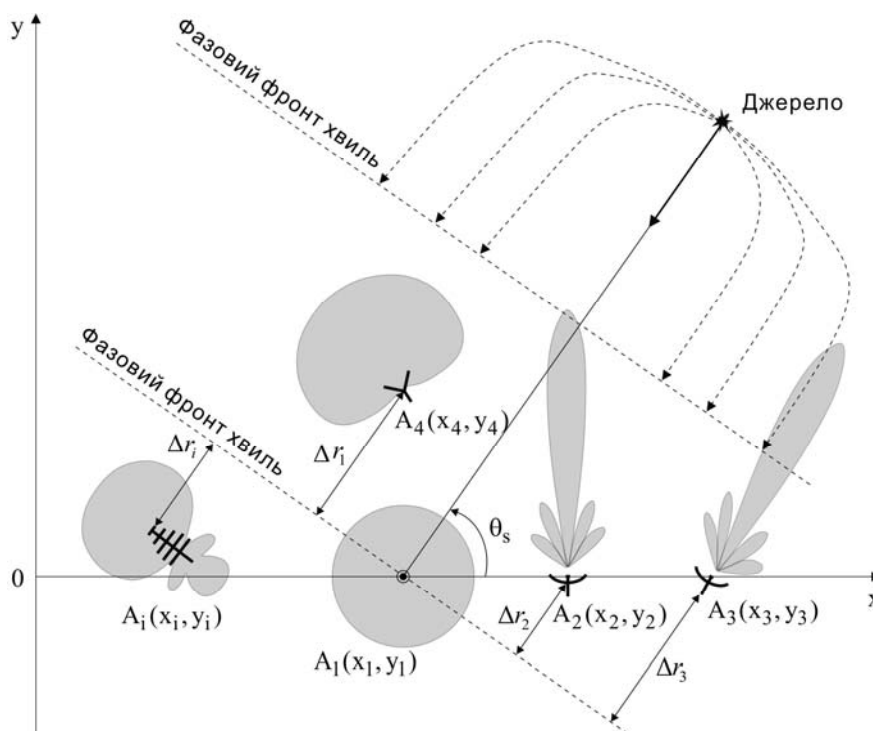


Рисунок 1 – Геометрія вимірювання кута візування θ_s в антенній решітці з довільним розміщенням різноманітних антен

Взаємна кореляційна функція сигналів на виходах i -го і j -го приймачів має вигляд

$$R_{s,ij}(t_1 - t_2, \theta_s) = \langle s_{r,i}(t_1, \theta_s) s_{r,j}(t_2, \theta_s) \rangle = K_{0,i} K_{0,j} G_i(\theta_s - \theta_{0,i}) G_j(\theta_s - \theta_{0,j}) \times \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{\Pi}(2\pi f)|^2 e^{j2\pi f(t_1 - t_2) - j2\pi f[\Delta r_i(\theta_s) - \Delta r_j(\theta_s)]} c^{-1} df. \quad (3) \quad \text{де}$$

Кореляційна функція корисного сигналу в кожному окремому i -му приймачі дорівнює

$$R_{s,ii}(t_1 - t_2, \theta_s) = \langle s_{r,i}(t_1, \theta_s) s_{r,i}(t_2, \theta_s) \rangle = K_{0,i}^2 G_i^2(\theta_s - \theta_{0,i}) 0, 5 N_{0s} R_h(t_1 - t_2), \quad (4)$$

$$R_h(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{\Pi}(2\pi f)|^2 e^{j2\pi f(t_1 - t_2)} df \quad (5)$$

– автокореляційна функція імпульсної характеристики вихідного тракту передавача стохастичного сигналу.

Математичне сподівання прийнятих сигналів визначимо наступним чином:

$$m_{s,i}(t) = \left\langle s_{r,i}(t, \theta_s) \right\rangle = K_{0,i} \int_{\Theta} G_i(\theta - \theta_{0,i}) \delta(\theta - \theta_s) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \dot{P}(2\pi f) \left\langle \dot{S}(2\pi f) \right\rangle e^{j2\pi f t - j\psi_i(f, \theta_s)} df d\theta = 0. \quad (6)$$

В кожному приймачі до зареєстрованих корисних сигналів додаються внутрішні шуми $n_i(t)$, які будемо апроксимувати білими гаусівськими шумами з наступними статистичними характеристиками:

$$m_{n,i}(t) = \langle n_i(t) \rangle = 0 \quad (7)$$

– математичне сподівання внутрішнього шуму,

$$R_{n,ij}(t_1 - t_2) = \langle n_i(t_1) n_j(t_2) \rangle = 0 \quad (8)$$

– взаємна кореляційна функція внутрішніх шумів в різних каналах,

$$R_{n,i}(t_1 - t_2) = \langle n_i(t_1) n_i(t_2) \rangle = 0, 5 N_{0ni} \delta(t_1 - t_2) \quad (9)$$

– автокореляційна функція шуму в кожному i -му каналі. Для спрощення розрахунків будемо вважати, що спектральні щільності потужності $N_{0ni} / 2$ в кожному каналі є однаковою і дорівнює $N_{0ni} / 2$.

Коливання, що будуть підлягати подальшій оптимальній обробці, будемо називати рівняннями спостереження. Система рівнянь спостереження для представленої геометрії та умов вимірювання має наступний вигляд:

$$u_i(t) = s_{r,i}(t, \theta_s) + n_i(t). \quad (10)$$

Кореляційна функція спостережень (10) на виходах i -го та j -го каналів дорівнює

$$\begin{cases} R_{u,ij}(t_1 - t_2) = R_{s,ij}(t_1 - t_2, \theta_s), & \text{для } i \neq j, \\ R_{u,ii}(t_1 - t_2) = R_{s,ii}(t_1 - t_2, \theta_s) + \frac{N_{0ni}}{2} \delta(t_1 - t_2), & \text{для } i = j. \end{cases} \quad (11)$$

Математичні сподівання прийнятих сигналів в кожному вимірювачі дорівнюватимуть нулю, адже

$$m_{u,i}(t) = \langle u_i(t) \rangle = \\ = \langle s_{r,i}(t, \theta_s) \rangle + \langle 2 s_{r,i}(t, \theta_s) n_i(t) \rangle + \langle n_i(t) \rangle = 0. \quad (12)$$

Визначимо критерій максимуму функціоналу правдоподібності для вирішення оптимізаційних задач. Оптимізацію методів обробки рівнянь спостереження (10) будемо виконувати методом максимуму функціоналу правдоподібності. Даний метод полягає в визначенні оптимальної оцінки параметру λ за результатами пошуку максимуму функціоналу правдоподібності $P(\vec{u}(t) | \lambda)$, де $\vec{u}(t) = \|u_1(t), u_2(t), \dots, u_i(t)\|$. Функціонал $P(\vec{u}(t) | \lambda)$ – це умовний функціонал щільнос-

ті ймовірності реєстрації випадкових коливань $u_i(t)$ при фіксованому значенні λ . Для наведеної геометрії та задачі пеленгації джерел випромінювання стохастичних сигналів випадковими коливаннями є рівняння спостереження в кожній з антен (10), а параметром, що підлягає оцінюванню є кут візування $\lambda = \theta_s$.

Приклади функціоналів правдоподібності для задач дистанційного зондування землі та радіолокації наведені в роботах [34, 35]. Існує багато досліджень з використанням критерію функціоналу правдоподібності, проте кожна задача потребує своїх уточнень та обмежень. Використовуючи методіку конструювання широкого класу функціоналів правдоподібності для активних та пасивних радіовимірювачів [34, 35], запишемо $P(\vec{u}(t) | \lambda)$ для визначених умов вимірювання наступним чином:

$$P(\vec{u}(t) | \lambda = \theta_s) = k(\theta_s) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T [\vec{u}^T(t_1) - m_u(t_1)] \times \right. \\ \left. \times \underline{W}(t_1, t_2, \theta_s) [\vec{u}(t_2) - m_u(t_2)] dt_1 dt_2 \right\}, \quad (13)$$

де $k(\lambda)$ – нормуючий коефіцієнт, що немає фізичного змісту, проте має фізичний сенс його похідна. Виникає цей коефіцієнт під час граничного переходу від математичного представлення щільності ймовірності в дискретному вигляді до безперервного.

Функція $\underline{W}(t_1, t_2, \theta_s)$ знаходиться з інтегрального рівняння

$$\int_0^T \underline{R}_u(t_1, t_2, \theta_s) \underline{W}_u(t_2, t_3, \theta_s) dt_2 = \underline{I} \delta(t_1 - t_3). \quad (14)$$

Максимум функціонала (13) знайдемо шляхом його диференціювання і прирівнювання до нуля

$$\frac{dP(\vec{u}(t) | \theta_s)}{d\theta_s} = 0. \quad (15)$$

Частіше при вирішенні таких задач диференціюють не функціонал правдоподібності, а його логарифм, адже логарифм є монотонною функцією, що не змінює положення максимуму функціоналу $P(\vec{u}(t) | \theta_s)$. В такому випадку підставляючи (12) в (13) і знаходячи похідну від логарифму $P(\vec{u}(t) | \theta_s)$ в (15)

$$\frac{d \ln P(\vec{u}(t) | \theta_s)}{d\theta_s} = 0, \quad (16)$$

отримаємо рівняння правдоподібності

$$\begin{aligned} spur \int_0^T \int_0^T \frac{dR_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s} W_u(t_1, t_2, \theta_s) dt_1 dt_2 = \\ = - \int_0^T \int_0^T \vec{u}^T(t_1) \frac{dW_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s} \vec{u}(t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (17)$$

Подальша конкретизація кореляційної функції та функції, що їй обернена дозволить отримати оптимальний метод обробки $u_i(t)$ для оцінки кутового положення джерела випромінювання стохастичних сигналів.

Знайти аналітичний вираз $W_u(t_1, t_2, \theta_s)$ з (14) достатньо складно. Для спрощення розрахунків доцільно вираз (14) і рівняння правдоподібності (17) представити в спектральній області. Виконавши всі розрахунки в області частота, на кінцевому етапі можливо представити обробку у часі. Розглянемо більш детально такий підхід.

Вважаючи, що рівняння спостереження стаціонарні на інтервалі $(0, T)$ і час спостереження значно перевищує час кореляції, перейдемо в (14) до різнице-вих аргументів $\tau = t_1 - t_2$ і нескінченних меж інтегрування

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_u(t_1 - t_2, \theta_s) W_u(t_2 - t_3, \theta_s) dt_2 = I \delta(t_1 - t_3). \quad (18)$$

Перетворення Фур'є від правої частини дорівнює одиничній матриці, а над лівою частиною виконаємо наступні дії

$$\begin{aligned} \int_0^T \left[\int_{-\infty}^{\infty} \underline{G}_R(f, \theta_s) \exp(j2\pi f(t_1 - t_2)) df \right] W_u(t_2 - t_3, \theta_s) dt_2 = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{G}_R(f, \theta_s) \underline{G}_W(f, \theta_s) \exp(j2\pi f(t_1 - t_3)) df = \\ = F^{-1} \{ \underline{G}_R(f, \theta_s) \underline{G}_W(f, \theta_s) \}, \end{aligned} \quad (19)$$

де

$$\underline{G}_R(f, \theta_s) = F \{ R_u(t_1 - t_2, \theta_s) \} \quad (20)$$

– матриця спектральних щільностей потужності прийнятих коливань,

$$\underline{G}_W(f, \theta_s) = \underline{G}_R^{-1}(f, \theta_s) = F \{ W_u(t_1 - t_2, \theta_s) \} \quad (21)$$

– обернена матриця до $\underline{G}_R(f, \theta_s)$.

З отриманих розрахунків випливає, що перетворення Фур'є від правої та лівої частини рівняння (14) буде вираз

$$\underline{G}_R(f, \theta_s) \underline{G}_W(f, \theta_s) = I. \quad (22)$$

Перетворення Фур'є від рівняння правдоподібності (17) має наступний вигляд

$$\begin{aligned} T spur \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\underline{G}_R(f, \theta_s)}{d\theta_s} \underline{G}_R^{-1}(f, \theta_s) df = \\ = - \int_{-\infty}^{\infty} \vec{U}_T^+(j2\pi f) \frac{d\underline{G}_R^{-1}(f, \theta_s)}{d\theta_s} \vec{U}_T(j2\pi f) df, \end{aligned} \quad (23)$$

де

$$\vec{U}_T(j2\pi f) = \int_0^T \vec{u}(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{u}_T(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (24)$$

– спектр укороченої інтервалом спостереження T реалізації векторного процесу $\vec{u}(t)$.

Таким чином у виразах (19)–(24) наведені вирази для вирішення оптимізаційної задачі в спектральній області і отримання методу обробки спостережуваних спектрів $\vec{U}_T(j2\pi f)$.

Граничні похибки оцінювання кутового положення. Теорія статистичного синтезу та аналізу методів обробки сигналів визначає граничні похибки визначення оцінок $\hat{\lambda}$, як нижню границю нерівності Крамера-Рао

$$\left\langle (\hat{\lambda} - \lambda)^2 | \lambda \right\rangle_{\lambda=\lambda_{\text{іст}}} \geq - \left\langle \frac{d^2 \ln P(\vec{u}(t) | \lambda)}{d\lambda^2} \right\rangle_{\lambda=\lambda_{\text{іст}}}^{-1}. \quad (25)$$

В такому випадку, дисперсія похибки оцінювання кута візування $\lambda = \theta_s$ матиме наступний вираз

$$\sigma_{\theta_s}^2 = - \frac{1}{\left\langle \frac{d^2 \ln P(\vec{u}(t) | \theta_s)}{d\theta_s^2} \right\rangle_{\theta_s=\theta_s \text{ іст}}} \quad (26)$$

Аналіз аналітичних виразів дисперсії $\sigma_{\theta_s}^2$ має значну актуальність на етапі планування експериментів, зокрема для визначення оптимальної геометрії антенної решітки та просторової орієнтації діаграм спрямованості кожної з її елементів. Під оптимальністю розуміється досягнення мінімальних похибок оцінювання кута θ_s .

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Для підтвердження ефективності запропонованих теоретичних основ синтезу оптимальних методів вимірювання кутового положення джерела стохастич-

них сигналів розглянемо елементарний випадок одноантенного нескануючого радіопеленгатора [36].

Постановка оптимізаційної задачі. За критерієм максимуму функціоналу правдоподібності необхідно на інтервалі часу $t \in [0, T]$ оптимальним чином оцінити кутове положення джерела радіовипромінювання θ_s за результатами прийому в одноантенному радіопеленгаторі корисного сигналу $s_r(t, \theta_s)$ на фоні внутрішніх шумів $n(t)$.

Вирішення оптимізаційної задачі. Для визначених умов проведення вимірювання рівняння правдоподібності набуде наступного вигляду

$$u(t) = s_r(t, \theta_s) + n(t), \quad (27)$$

де

$$s_r(t, \theta_s) = K_0 \int_{\Theta} G(\theta - \theta_0) \delta(\theta - \theta_s) \times \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\Gamma}(2\pi f) \dot{S}(2\pi f) e^{j2\pi f t} df d\theta. \quad (28)$$

На відміну від загальної моделі сигналів (2) в отриманому виразі (28) відсутня інформація про фазовий зсув, що пропорційний кутовому положенню джерела радіовипромінювання. Тобто в одноантенному радіопеленгаторі вся інформація по кутове положення джерела радіовипромінювання міститься в амплітуді прийнятих коливань.

Кореляційна функція рівняння спостереження дорівнює

$$R_u(t_1 - t_2, \theta_s) = K_0^2 G^2(\theta_s - \theta_0) \frac{N_{0s}}{2} R_h(t_1 - t_2) + \frac{N_{0n}}{2} \delta(t_1 - t_2). \quad (29)$$

Розрахувавши перетворення Фур'є від (29), отримаємо спектральну щільність потужності прийнятих коливань

$$G_R(f, \theta_s) = K_0^2 G^2(\theta_s - \theta_0) \frac{N_{0s}}{2} |\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2 + \frac{N_{0n}}{2}. \quad (30)$$

Похідну від спектральної щільності потужності, що входить в (23), розрахуємо наступним чином

$$\frac{dG_R(f, \theta_s)}{d\theta_s} = K_0^2 \frac{dG^2(\theta_s - \theta_0)}{d\theta_s} \frac{N_{0s}}{2} |\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2. \quad (31)$$

Вираз для матриці $\underline{G}_W(f, \theta_s)$ у випадку оптимізації структури одноантенного пеленгатора стає функцією і дорівнює $G_W(f, \theta_s) = G_R^{-1}(f, \theta_s)$, а похідна від цієї функції матиме вигляд

$$\frac{dG_R^{-1}(f, \theta_s)}{d\theta_s} = -\frac{1}{G_R^2(f, \theta_s)} \frac{dG_R(f, \theta_s)}{d\theta_s}. \quad (32)$$

Підставляючи (30) і (31) в (23), вирішимо рівняння правдоподібності для випадку реєстрації сигналів в одній антенні

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dG_R(f, \theta_s)}{d\theta_s} G_R^{-1}(f, \theta_s) df = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{U}_T(j2\pi f)|^2 \frac{1}{G_R^2(f, \theta_s)} \frac{dG_R(f, \theta_s)}{d\theta_s} df, \quad (33)$$

в наступному вигляді

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2}{\left[K_0^2 G^2(\theta_s - \theta_0) \frac{N_{0s}}{2} |\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2 + \frac{N_{0n}}{2} \right]} df = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{U}_T(j2\pi f)|^2 \times \frac{|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2}{\left[K_0^2 G^2(\theta_s - \theta_0) \frac{N_{0s}}{2} |\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2 + \frac{N_{0n}}{2} \right]^2} df. \quad (34)$$

Для визначення θ_s помножимо і поділимо в лівій частині рівняння (34) підінтегральний вираз на знаменник, винесемо за дужки $K_0^2 G^2(\theta_s - \theta_0) \frac{N_{0s}}{2}$ і розв'яжемо отримане рівняння відносно $G^2(\theta_s - \theta_0)$

$$G^2(\theta_s - \theta_0) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left[|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2 + \frac{1}{q} \right] |\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2}{\left[|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2 + \frac{1}{q} \right]^2} df = \frac{1}{K_0^2 \frac{N_{0s}}{2}} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{U}_T(j2\pi f)|^2 \frac{|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2}{\left[|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2 + \frac{1}{q} \right]^2} df, \quad (35)$$

де $q = (K_0^2 G^2(\theta_s - \theta_0) N_{0s}) / N_{0n}$ – співвідношення сигнал-завада в прийнятих коливаннях $u(t)$.

Права частина (35) представляє собою обробку прийнятих коливань в спектральній області. Спочатку з $u(t)$ необхідно сформувати періодограму Фур'є $|\dot{U}_T(j2\pi f)|^2$. Далі періодограму необхідно пропустити через узгоджений фільтр $|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2$ і декорелюючий фільтр $1/\left[|\dot{\Gamma}(2\pi f)|^2 + \frac{1}{q} \right]^2$. Узгоджений фільтр має повністю повторювати частотну характеристику передавача стохастичного сигналу для оптимальної фільтрації внутрішніх шумів приймача. Декорелюю-

чий фільтр розширює результуючий спектр частот прийнятих коливань і дозволяє збільшити кількість некорельованих відліків при оцінюванні кута θ_s . Ступінь декореляції залежить від співвідношення q , чим більше рівень сигналу над шумами тим краще виділяються придушені компоненти інформативного спектру. Після фільтрації періодограми в зазначених фільтрах необхідно виконати її усереднення за частотою і нормування на T для оцінки потужності прийнятих коливань.

В лівій частині (35), в чисельнику дробу під інтегралом також є величина $1/q$, якою можна знехтувати, адже на практиці доцільно обирати $q > 100$. В такому випадку маємо

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{P}(2\pi f)|^2 \frac{|\dot{P}(2\pi f)|^2}{\left[|\dot{P}(2\pi f)|^2 + \frac{1}{q}\right]^2} df = 2\Delta F. \quad (36)$$

З урахуванням введених операцій отримуємо

$$G^2(\theta_s - \theta_0) 2\Delta F = \frac{1}{K_0^2 N_{0s} / 2} \hat{P}_{s,T}. \quad (37)$$

Якщо вважати, що шум з прийнятих коливань відфільтрований повністю, або його вплив є незначним, то

$$\hat{P}_{s,T} \approx K_0^2 G^2(\theta_s - \theta_0) N_{0s} \Delta F. \quad (38)$$

Поділивши ліву і праву частину (37) на $2\Delta F$, отримуємо оцінку квадрату діаграми спрямованості в напрямку на джерело випромінювання

$$\begin{aligned} \hat{G}^2(\theta_s - \theta_0) &= \frac{1}{K_0^2 N_{0s} \Delta F} \hat{P}_{s,T} = \\ &= \frac{1}{K_0^2 N_{0s} \Delta F T} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{U}_{TW}(j2\pi f)|^2 df, \end{aligned} \quad (39)$$

де

$$\dot{U}_{TW}(j2\pi f) = \dot{U}_T(j2\pi f) \left[\frac{\dot{P}(2\pi f)}{|\dot{P}(2\pi f)|^2 + q^{-1}} \right]. \quad (40)$$

Згідно з теоремою Парсеваля-Лапласа

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{U}_{TW}(j2\pi f)|^2 df = \int_0^T u_{TW}^2(t) dt, \quad (41)$$

де

$$u_{TW}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_{TW}(j2\pi f) e^{j2\pi f t} df \quad (42)$$

– декорельоване у часі рівняння спостереження. В такому випадку оптимальний метод оцінки кутового положення джерела стохастичного сигналу в часовій області матиме вигляд

$$\hat{G}^2(\theta_s - \theta_0) = \frac{1}{K_0^2 N_{0s} \Delta F} \hat{P}_{s,T} = \frac{1}{K_0^2 N_{0s} \Delta F} \frac{1}{T} \int_0^T u_{TW}^2(t) dt. \quad (43)$$

Отримана оцінка в (39) і (43) не є оцінкою кута θ_s , так як цей кут є аргументом квадрату діаграми спрямованості або деякої функції

$L[\theta_s] = G^2(\theta_s - \theta_0)$. Бажано, щоб функція $L[\theta_s]$ була лінійною, тоді оцінка θ_s матиме вигляд

$$\hat{\theta}_s = L^{-1} \left[\frac{1}{K_0^2 N_{0s} \Delta F} \hat{P}_{s,T} \right] + \theta_0. \quad (44)$$

Необхідно зауважити, що кут θ_0 має бути відомим, адже це опорний напрямок від якого визначається кутове положення джерела радіовипромінювання. Звичайно, що більшість реальних діаграм спрямованості є нелінійними функціями, такими як гаусівська функція, $\text{sinc}[\theta_s - \theta_0]$ тощо. В цьому випадку оцінка $\hat{\theta}_s$ є неоднозначною і необхідно додатково використовувати обмеження по зміні положення антени або обирати лише лінійну ділянку діаграми спрямованості для вимірювання.

Також згідно з розвинутою теорією можливо визначити аналітичний вираз для граничної дисперсії оцінки кутового положення джерела стохастичного сигналу. Запишемо другу похідну від логарифму функціоналу правдоподібності у виразі (26) наступним чином

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \ln P(\vec{u}(t) | \theta_s)}{d\theta_s^2} = \\ = -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \frac{d^2 R_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s^2} W_u(t_1, t_2, \theta_s) dt_1 dt_2 - \\ -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \frac{dR_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s} \frac{dW_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s} dt_1 dt_2 - \\ -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \frac{d^2 W_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s^2} u(t_1) u(t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (45)$$

Підставляючи (45) в (26) отримуємо дисперсію

$$\sigma_{\theta_s}^2 = \left[-\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \frac{dR_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s} \frac{dW_u(t_1, t_2, \theta_s)}{d\theta_s} dt_1 dt_2 \right]^{-1} \Bigg|_{\theta_s = \theta_{s \text{ icm}}} \quad (46)$$

Для конкретизації (46) перепишемо отриманий вираз у спектральній області. Для цього будемо вважати, що рівняння спостереження стаціонарні і можливо перейти у виразах до різницевого аргументу $\tau = t_1 - t_2$

$$\sigma_{\theta_s}^2 = \left[-\frac{T}{2} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right) \frac{dR_u(\tau, \theta_s)}{d\theta_s} \frac{dW_u(\tau, \theta_s)}{d\theta_s} d\tau \right]^{-1} \Bigg|_{\theta_s = \theta_{s \text{ icm}}} \quad (47)$$

Зазвичай при використанні стохастичних зондуючих сигналів час кореляції τ є значно меншим за час спостереження, тому можна вважати $|\tau| \ll T$ і $(1 - |\tau|/T) \approx 1$. З урахуванням приведених припущень перепишемо вираз (47)

$$\sigma_{\theta_s}^2 = \left[-\frac{T}{2} \int_{-T}^T \frac{dR_u(\tau, \theta_s)}{d\theta_s} \frac{dW_u(\tau, \theta_s)}{d\theta_s} d\tau \right]^{-1} \Bigg|_{\theta_s = \theta_{s \text{ icm}}} \quad (48)$$

або в спектральній області

$$\sigma_{\theta_s}^2 = \left[\frac{T}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dG_R(-f, \theta_s)}{d\theta_s} \frac{dG_R(f, \theta_s)}{d\theta_s} \frac{1}{G_R^2(f, \theta_s)} df \right]^{-1} \Bigg|_{\theta_s = \theta_{s \text{ icm}}} \quad (49)$$

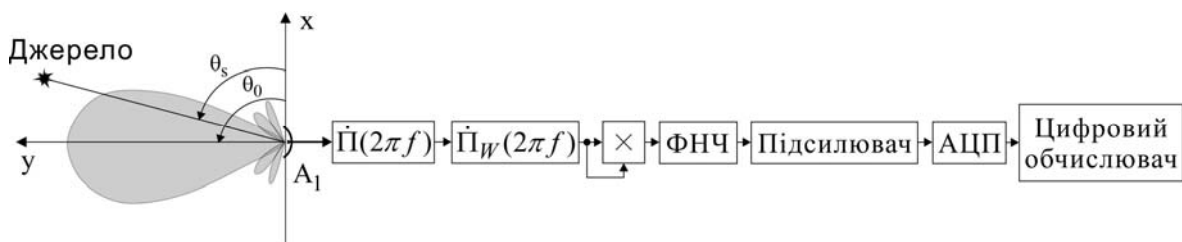


Рисунок 2 – Структурна схема оптимального одноантенного радіопеленгатору джерела стохастичних сигналів

Робота схеми на рис. 2 полягає в наступному. Антена, що орієнтована в напрямку θ_0 приймає електромагнітні коливання від джерела стохастичних сигналів з напрямку θ_s . Сигнали на виході антени послідовно обробляються в узгодженому фільтрі з частотною характеристикою $\dot{G}(2\pi f)$ і в декорелюючому

Підставляючи (31) в (49), конкретизуємо вираз для граничних похибок оцінок кута

$$\sigma_{\theta_s}^2 = \frac{G^4(\theta_s - \theta_0)}{T \Delta F \left(\frac{dG^2(\theta_s - \theta_0)}{d\theta_s} \right)^2} \Bigg|_{\theta_s = \theta_{s \text{ icm}}} \quad (50)$$

З отриманого виразу (50) випливає, що гранична дисперсія похибки оцінювання кута візування джерела стохастичного сигналу обернено пропорційна часу спостереження, ширині спектру частот прийнятих сигналів після фільтрації в узгодженому фільтрі та декорелюючому фільтрі, а також нормованій крутизні квадрату діаграми спрямованості в точці істинного напрямку на джерело випромінювання. Залежність граничних похибок від нормованої крутизни $G^2(\theta_s - \theta_0)$ впливає з необхідності вирішувати обернену задачу визначення θ_s з рівняння

$$L[\theta_s] = \hat{G}^2(\theta_s - \theta_0) .$$

5 РЕЗУЛЬТАТИ

З аналізу методу оцінки $\hat{\theta}_s$ (44) слідує практичний результат – структура одноантенного пеленгатора джерела стохастичних сигналів, що показана на рис. 2.

фільтрі з $\dot{G}_W(2\pi f) = 1 / \left[\left| \dot{G}(2\pi f) \right|^2 + q^{-1} \right]$. Після фільтрації сигнал надходить на квадратичний детектор і усереднюється у фільтрі нижніх частот.

Результат оцінки потужності прийнятих коливань нормується в підсилювачі до необхідного рівня, що може бути оцифрованим в аналого-цифровому перетворювачі, і далі перетворюється в цифровий вигляд

та оброблюється в цифровому обчислювачі. В цифровому обчислювачі реалізуються операції нормування отриманих коливань на величини $K_0^2 N_{0s} \Delta F$ та вирішується обернена задача виділення θ_s з $L[\cdot]$.

Окрім реалізації різних математичних операцій розрахунку θ_s за отриманими оцінками потужності можливо також накладати певні умови на вимірювання або виконувати сканування діаграмою спрямованості всього діапазону кутів. Так, можливо визначити умову, що оцінка θ_s при зміні θ_0 матиме оптимальне значення $\hat{\theta}_s = \theta_0$ при досягненні правою стороною найбільшого значення, адже ліва сторона для реальних діаграм спрямованості досягає максимуму при $\theta_s - \theta_0 = 0$.

Відповідно до структурної схеми була розроблена імітаційна модель в програмному забезпеченні Simulink від компанії The MathWorks, що зображена на рис. 3. До складу моделі входять блоки Формування сигналу передавача, Вплив внутрішніх шумів, Кла-

сичний одноканальний пеленгатор, Модифікований одноканальний пеленгатор, Оцінка точності класичної обробки, Оцінка точності модифікованої обробки, Індикатор результату вимірювань, Індикатор оцінки точності.

Результат оцінки точності вимірювання кутового положення джерела радіовипромінювання показано на рис. 4 і рис. 5. На рис. 4 показана зміна кутового положення джерела стохастичного сигналу, що задається слайдером та результат його оцінювання. Рис. 5 ілюструє зміну середньоквадратичного відхилення оцінок від істинного значення кута для класичного та модифікованого методів. Для моделювання були вибрані наступні параметри: діаграма спрямованості гаусівська з шириною 120° , $N_{0s} = 1 \text{ Вт/Гц}$, $\Delta F = 1 \text{ МГц}$, $T = 1 \text{ с}$, $q = 30 \text{ дБ}$, $K_0 = 1$.

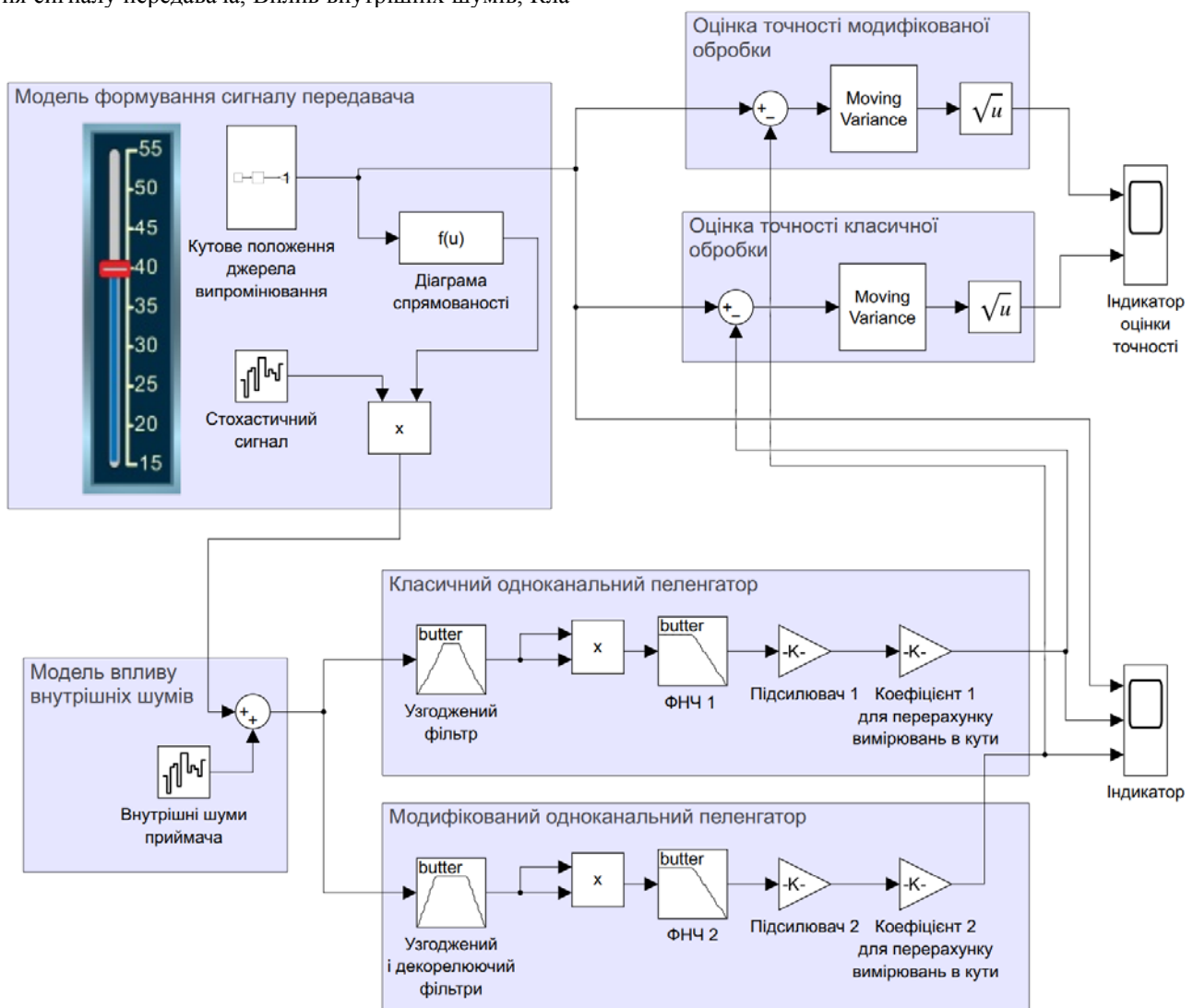


Рисунок 3 – Імітаційна модель дослідження точності роботи класичного та модифікованого пеленгаторів



Рисунок 4 – Емпіричні результати вимірювань: чорна лінія – істинне значення кута, червона лінія – оцінка класичним методом, зелена лінія – оцінка модифікованим методом

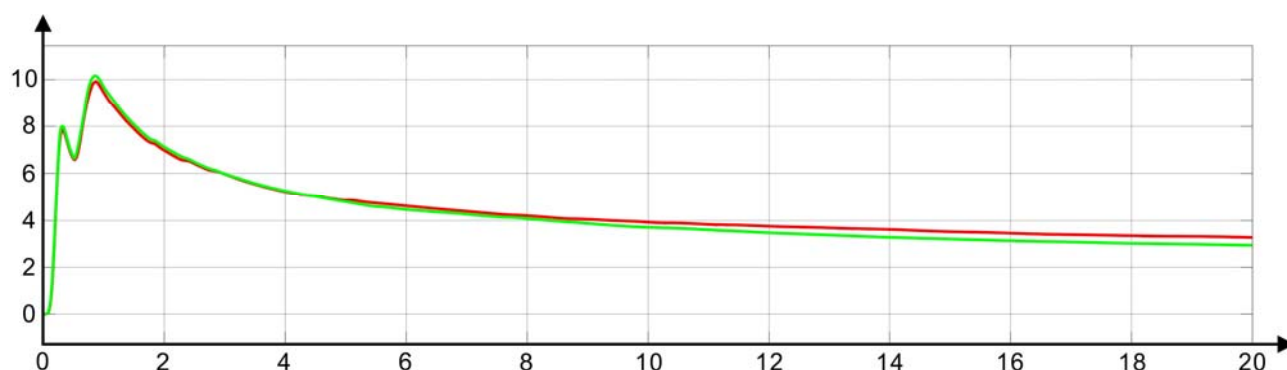


Рисунок 5 – Середньоквадратичне відхилення оцінок: червона лінія – класичний метод, зелена лінія – модифікований метод

З отриманих графіків слідє, що точність вимірювання кута для визначених параметрів з використанням класичного методу пеленгації складає $3,5^\circ$. Модифікований метод показує підвищення точності на 10% за рахунок оптимальної операції декореляції прийнятих коливань.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Отримані результати у вигляді структури радіопеленгатора і імітаційної моделі дозволили підтвердити працездатність методів, що отримані з використанням запропонованих теоретичних основ оптимізації радіосистем вимірювання кутового положення джерел випромінювання стохастичних сигналів. В той самий час виграш в точності був отриманий при співвідношенні сигнал-завада 30 дБ, що є досить великим для сучасних радіовимірювальних систем. Для обговорення залежності результатів вимірювань від рівня шумів в розроблені моделі були проведенні численні моделювання при різних q . Результати наведені в табл. 1

Таблиця 1 – Залежності точності радіопеленгації від співвідношення сигнал-шум

Співвідношення сигнал-шум	Похибка оцінювання кута класичним методом	Похибка оцінки кута модифікованим методом	Виграш в точності
30 дБ	$3,257^\circ$	$2,923^\circ$	10%
23 дБ	3,569	$3,143^\circ$	12%
20 дБ	3,764	$3,304^\circ$	12,2%
10 дБ	6,116	$5,455^\circ$	10,8%
9 дБ	6,644	$5,952^\circ$	10,4%
6 дБ	8,968	$8,146^\circ$	9,2%
4 дБ	11,37	$10,42^\circ$	8,3%
3 дБ	12,8	$11,74^\circ$	8,3%

З аналізу отриманих в табл.1 похибок випливає, що зі зменшенням співвідношення q точність визначення кута погіршується. При цьому до 20 дБ погіршення складає $0,05^\circ$ на 1 дБ, а після 20 дБ втрата точності значно погіршується і складає одиниці градусів на 1 дБ. Виграш запропонованого методу до 9 дБ складає від 10% до 12%, а після цього значення співвідношення сигнал-завада виграш починає постійно зменшуватися. Розрахункове потенціальне значення σ_{θ_s} за формулою (50) складає $1,581^\circ$. З цього можна зробити висновки, що для отримання близької до потенціальної точності q має бути не менше 20 дБ, а для отримання виграшу за новим модифікованим методом – не менше 9 дБ.

ВИСНОВКИ

Наукова новизна. У роботі представлено теоретичні основи синтезу радіопеленгаторів довільної конфігурації, які враховують різницю у формах діаграм спрямованості, довільну орієнтацію та просторове положення окремих пеленгаторів. Наукова новизна роботи полягає у розробці моделей сигналів, шумів та їх статистичних характеристик, а також у використанні критерію максимуму функціоналу правдоподібності для вирішення оптимізаційних задач синтезу радіопеленгаторів. Вперше показано, що представлення рівняння правдоподібності у спектральній області дозволяє визначити фізичний зміст обернених кореляційних матриць, що використовується в оптимальній обробці сигналів.

Практична значимість дослідження полягає у формулюванні методик наскрізного синтезу нових методів, що дозволяють визначити гранично досяжні похибки вимірювань. Запропоновані підходи можуть бути використані для побудови радіопеленгаторів із підвищеною точністю та адаптованістю до різних умов роботи. Ефективність розроблених теоретичних основ підтверджено на прикладі вирішення задачі вимірювання кутового положення джерела радіовипромінювання за допомогою одноантенного нескануючого радіопеленгатора.

Для майбутніх досліджень. У перспективі результати роботи можуть бути використані для подальшого розвитку теорії синтезу радіопеленгаторів у багатоканальних системах, дослідження їх ефективності в умовах високого рівня шумів, а також для реалізації в багатопозиційних радіолокаційних системах. Крім того, запропоновані підходи можуть бути розширені для пеленгації джерел із змінними характеристиками випромінювання.

ПОДЯКИ

Робота виконана за фінансової підтримки Міністерства освіти і науки України. Номери державної реєстрації проєктів: 0123U102002 і 0123U102000.

ЛІТЕРАТУРА

1. Monopulse direction finder for harmonic radar system / [I. Hertl, M. Strýček, V. Poláček, V. Brno] // Proceedings of the 18th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications. – Vilnius, Lithuania, 2010. – P. 1–3.
2. A new method of multi-frequency active aperture synthesis for imaging of SAR blind zone under aerospace vehicle / [V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla et al.] // Proceedings of the 14th International Conference The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM). – 2017. – P. 118–120. DOI: 10.1109/CADSM.2017.7916099.
3. Zhang C. Direction Finding in MIMO Radar With Unknown Mutual Coupling / C. Zhang, H. Huang, B. Liao // IEEE Access. – 2017. – Vol. 5. – P. 4439–4447. DOI: 10.1109/ACCESS.2017.2684465.
4. Pavlikov V. V. Structural optimization of Dicke-type radiometer / V. V. Pavlikov, S. S. Zhyla, O. V. Odokienko // Proceedings of the 2nd International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF). – 2016. – P. 171–174. DOI: 10.1109/YSF.2016.7753829.
5. Radiometer with signal energies ratio / [V. V. Pavlikov, S. S. Zhyla, A. V. Odokienko, M. O. Antonov] // Proceedings of the IEEE Radar Methods and Systems Workshop (RMSW). – 2016. – P. 99–102. DOI: 10.1109/RMSW.2016.7778560.
6. Cwalina K. Wideband Radio Direction Finder Implemented in Software Defined Radio Technology / K. Cwalina, P. Rajchowski, J. Sadowski // Applied Mechanics and Materials. – 2016. – Vol. 817. – P. 348. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.817.348.
7. Ziolkowski C. Radio Bearing of Sources with Directional Antennas in Urban Environment / C. Ziolkowski, J. M. Kelnar // International Journal of Microwave and Wireless Technologies. – 2018. – Vol. 10, № 7. – P. 759–771. DOI: 10.1017/S1759078718000648.
8. Gulko V. L. Polarization Amplitude-Phase Direction Finding Methods in Two-Canal UHF Radio Beacon Navigation Systems / V. L. Gulko, A. A. Mescheryakov // arXiv. – 2020. DOI: 10.48550/arXiv.2012.12728.
9. Direction Finding // Wireless Communications Systems. – John Wiley & Sons, 2020. – P. 301–323. DOI: 10.1002/9781119419204.ch8.
10. Cook H. A. Radio Direction-Finding Techniques for an Unmanned Aerial Vehicle / H. A. Cook, M. T. E. Kahn, V. Balyan // Micro-Electronics and Telecommunication Engineering. Lecture Notes in Networks and Systems. – Springer, Singapore, 2020. – Vol. 106. – P. 1. DOI: 10.1007/978-981-15-2329-8_1.
11. Active Aperture Synthesis Radar for High Spatial Resolution Imaging / [V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla et al.] // Proceedings of the 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS). – 2018. – P. 252–255. DOI: 10.1109/UWBUSIS.2018.8520021.
12. UWB Active Aperture Synthesis Radar: Operating Principle and Development of the Radar Block Diagram / [V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla et al.] // Proceedings of the IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS). – 2017. – P. 27–30. DOI: 10.1109/MRRS.2017.8075018.
13. Novak A. Radio direction finding in air traffic services / A. Novak // Promet-Traffic-Traffico. – 2005. – Vol. 17, № 5. – P. 273–276.
14. Ilčev D. S. New Aspects of Progress in the Modernization of the Maritime Radio Direction Finders (RDF) / D. S. Ilčev // Transactions on Maritime Science. – 2021. – Vol. 10, № 01. – P. 68–83. DOI: 10.31861/sisiot2023.2.02006.
15. Pavlikov V. Optimal signal processing for radiometric imaging with multi-antenna & multi-band passive radars / V. Pavlikov, S. Zhyla, O. V. Odokienko // Proceedings of the International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT). – 2015. – P. 7–12. DOI: 10.1109/ICATT.2015.7136821.
16. Statistical Synthesis and Analysis of Functionally Deterministic Signal Processing Techniques for Multi-Antenna

- Direction Finder Operation / [S. Zhyla, E. Tserne, Y. Volkov et al.] // *Computation*. – 2024. – Vol. 12, № 9. – P. 170. DOI: 10.3390/computation12090170.
17. Volosyuk V. Statistical Theory of Optimal Functionally Deterministic Signals Processing in Multichannel Aerospace Imaging Radar Systems / V. Volosyuk, S. Zhyla // *Computation*. – 2022. – Vol. 10, № 12. – P. 213. DOI: 10.3390/computation10120213.
18. Chen Z. Cooperative Energy Detection Algorithm Based on Background Noise and Direction Finding Error / [Z. Chen, Y. Zhang] // *AEU – International Journal of Electronics and Communications*. – 2018. – Vol. 95. – P. 326–341. DOI: 10.1016/j.aeue.2018.08.029.
19. Boulogeorgos A. A. Energy Detection Spectrum Sensing Under RF Imperfections / A. A. Boulogeorgos, N. D. Chatzidihamantis, G. K. Karagiannidis // *IEEE Transactions on Communications*. – 2016. – Vol. 64, № 7. – P. 2754–2766. DOI: 10.1109/TCOMM.2016.2561294.
20. Spatial-Temporal Opportunity Detection for Spectrum-Heterogeneous Cognitive Radio Networks: Two-Dimensional Sensing / [Q. Wu, G. Ding, J. Wang, Y. D. Yao] // *IEEE Transactions on Wireless Communications*. – 2013. – Vol. 12, № 2. – P. 516–526. DOI: 10.1109/TWC.2012.122212.111638.
21. Selection of Number of Compensatory Channels and Placement of Receivers with Non-Identical Frequency Response at Phased-Array Radar under Gaussian Noise Jamming / [V. Riabukha, A. Semeniaka, Y. Katiushyn et al.] // *Radioelectronics and Communications Systems*. – 2022. – Vol. 65, № 1. – P. 1–10. DOI: 10.3103/S0735272722010010.
22. Riabukha V. P. Analysis of Protection Efficiency of Phased-Array Radars Against the Gaussian Noise Jamming / V. P. Riabukha, A. V. Semeniaka, Y. A. Katiushyn // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2021. – Vol. 80, № 2. – P. 1. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.2021036556.
23. Holland R. L. The Statistical Theory of Radio Direction Finding / R. L. Holland // *Technical Memorandum AccNr ADA104156*. – US Defense Technical Information Center. – 1981.
24. Statistical Estimates of the Accuracy of Mono-Pulse Direction Finding of Sources of Radio Emission by Dual-Channel Phase Devices / [V. Voitko, A. Ilnyckij, O. Iliashov et al.] // *Visnyk NTUU KPI Serii – Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*. – 2020. – № 81. – P. 30–37. DOI: 10.20535/RADAP.2020.81.30-37.
25. Fabirovskyy S. Research and Development of a High-Precision Direction Finder for Radio Emission Sources Detecting / S. Fabirovskyy, V. Storozh, A. Solomko // *Information and Communication Technologies, Electronic Engineering*. – 2023. – Vol. 3, № 10. – P. 158–169. DOI: 10.23939/ictee2023.02.158.
26. Impact of Mutual Coupling on Wideband Adcock Direction Finders / [S. Henault, Y. M. Antar, S. Rajan et al.] // *Proceedings of the Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*. – 2008. – P. 001327–001332. DOI: 10.1109/CCECE.2008.4564755.
27. Development of Radio Direction Finder Using 6 Log Periodic Dipole Array Antennas / [K. N. Purwanto, A. Yahya, N. H. H. Khamis et al.] // *Proceedings of the 5th International Conference on Information Technology, Computer, and Electrical Engineering (ICITACEE)*. – 2018. – P. 157–160. DOI: 10.1109/ICITACEE.2018.8576965.
28. Polikarovskiykh O. Implementing the Search Algorithm of the Correlation Interferometer Direction Finder Through the GNU Radio Software Platform / O. Polikarovskiykh, I. Hula // *Security of Infocommunication Systems and Internet of Things*. – 2023. – Vol. 1, № 2. – P. 02006. DOI: 10.31861/sisiot2023.2.02006.
29. Combining Target Detection Against the Background of Jamming Signals and Jamming Signal DOA Estimation / [D. I. Lekhovyt'skiy, D. V. Atamanskiy, V. P. Riabukha, et al.] // *Proceedings of the International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT)*. – 2015. – P. 1–5. DOI: 10.1109/ICATT.2015.7136777.
30. Atamanskiy D. V. Noise Emissions Sources Direction-Finding in the Process of Their Background Air Threats Detection in Radars with Phased Antenna Array / D. V. Atamanskiy // *Radioelectronics and Communications Systems*. – 2017. – Vol. 60, № 7. – P. 303–311. DOI: 10.3103/S0735272717070032.
31. Spectral Estimation Methods for a Joint System of the Non-Noise-Like Targets Detection and the Noise Radiating Sources Localization / [D. V. Atamanskiy, V. P. Riabukha, V. M. Kartashov, et al.] // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2022. – № 1. – P. 7. DOI: 10.15588/1607-3274-2022-1-1.
32. Synthesis of an Optimal Algorithm for Processing Random Signals during Phase Direction Finding / [A. O. Zhukov, I. N. Valyaev, V. P. Kovalenko et al.] // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – Vol. 1679, № 3. – P. 032021. DOI: 10.1088/1742-6596/1679/3/032021.
33. Volosyuk V. Phenomenological Description of the Electromagnetic Field and Coherent Images in Radio Engineering and Optical Systems / V. Volosyuk, V. Pavlikov, S. Zhyla // *Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)*. – 2018. – P. 302–305. DOI: 10.1109/MMET.2018.8460321.
34. Volosyuk V. K. Statistical Theory of Radio Engineering Systems for Remote Sensing and Radar / V. K. Volosyuk, V. F. Kravchenko // *Fizmatlit*. – Moscow, Russia. – 1988.
35. Modern Methods for Optimal Spatio-Temporal Signal Processing in Active, Passive, and Combined Active-Passive Radio-Engineering Systems / [V. K. Volosyuk, Y. V. Gulyaev, V. F. Kravchenko, et al.] // *Journal of Communications Technology and Electronics*. – 2014. – Vol. 59, № 2. – P. 97–118. DOI: 10.1134/S1064226914020090.
36. Single Antenna Power Measurements Based Direction Finding / [J. P. Lie, T. Blu, C. M. S. See] // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2010. – Vol. 58, № 11. – P. 5682–5692. DOI: 10.1109/TSP.2010.2065227.

Received 03.06.2025.
Accepted 20.10.2025.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF THE STRUCTURE OF MULTI-ANTENNA RADIO DIRECTION FINDERS OPTIMISATION FOR DETERMINING THE STOCHASTIC SIGNAL SOURCES POSITION

Zhylya S. S. – Dr. Sc., Associate Professor, Head of the Department of Aerospace Radio-Electronic Systems, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, Ukraine.

Tserne E. O. – PhD, Junior Researcher of the Department of Aerospace Radio-Electronic Systems, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, Ukraine.

Zhylya O. V. – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Higher Mathematics, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The relevance of the topic lies in the need to improve radio direction finders to increase accuracy, resistance to interference and adaptation to changing operating conditions. Modern scientific achievements require the development of methods for statistical synthesis and analysis of stochastic signal processing in multi-antenna systems, which will allow to take into account the uncertainty of real conditions. It is important to expand the capabilities of such systems for use in radar, radio navigation, communications and other industries. This will facilitate the creation of new approaches for direction finding of unknown signal sources in complex operating scenarios.

Objective. The study is based on improving the measurements of the angular position accuracy of radio sources of stochastic signals.

Method. The approach is based on the statistical theory of optimization of radio remote sensing and radar systems. Signal and noise models are constructed for stochastic signal sources, and the likelihood functional in the spectral domain is formulated, taking into account the structure of inverse correlation matrices. The Cramer-Rao inequality is used to determine the limiting errors of estimation of the angular position of the radio source.

Results. For the first time the approach to statistical optimization of the structure of multi-antenna radio systems for direction finding of stochastic radiation sources is theoretically justified, allowing to take into account the spatial orientation, antenna array geometry and radiation pattern. An optimal method of processing the observation equations for estimating the angular position of stochastic signal sources is constructed. A generalized structure of a single-antenna direction finder containing a matched filter, a decoherence filter and a digital calculator is proposed. It is proved that the use of decorrelating processing allows to increase the estimation accuracy by increasing the number of independent signal samples. Analytical expressions for estimation and limiting errors, which take into account the spectrum width and directional pattern parameters, are obtained.

Conclusions. This paper presents the latest theoretical foundations for the synthesis of radio direction finders of arbitrary configuration, which take into account the variety of radiation pattern shapes, spatial location and orientation of direction finders. The developed models of signals and noise using the maximum likelihood function criterion for the first time allow solving optimisation problems of synthesis with consideration the physical content consideration of correlation matrices. The obtained results are confirmed by solving the problem of measuring the radiation source angular position, which proves the proposed approaches effectiveness.

KEYWORDS: multi-antenna direction finders, statistical optimization, optimal signal processing, simulation modeling.

REFERENCES

1. Hertl I., Strýček M., Poláček V., Brno V. Monopulse direction finder for harmonic radar system, *Proceedings of the 18th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications*. Vilnius, Lithuania, 2010, pp. 1–3.
2. Pavlikov V., Volosyuk V., Zhyla S., Van H. N., Van K. N. A new method of multi-frequency active aperture synthesis for imaging of SAR blind zone under aerospace vehicle, *Proceedings of the 14th International Conference The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)*, 2017, pp. 118–120. DOI: 10.1109/CADSM.2017.7916099.
3. Zhang C., Huang H., Liao B. Direction Finding in MIMO Radar With Unknown Mutual Coupling, *IEEE Access*, 2017, Vol. 5, pp. 4439–4447. DOI: 10.1109/ACCESS.2017.2684465.
4. Pavlikov V. V., Zhyla S. S., Odokienko O. V. Structural optimization of Dicke-type radiometer, *Proceedings of the 2nd International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF)*, 2016, pp. 171–174. DOI: 10.1109/YSF.2016.7753829.
5. Pavlikov V. V., Zhyla S. S., Odokienko A. V., Antonov M. O. Radiometer with signal energies ratio, *Proceedings of the IEEE Radar Methods and Systems Workshop (RMSW)*, 2016, pp. 99–102. DOI: 10.1109/RMSW.2016.7778560.
6. Cwalina K., Rajchowski P., Sadowski J. Wideband Radio Direction Finder Implemented in Software Defined Radio Technology, *Applied Mechanics and Materials*, 2016, Vol. 817, P. 348. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.817.348.
7. Ziolkowski C., Kelner J. M. Radio Bearing of Sources with Directional Antennas in Urban Environment, *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, 2018, Vol. 10, № 7, pp. 759–771. DOI: 10.1017/S1759078718000648.
8. Gulko V. L., Mescheryakov A. A. Polarization Amplitude-Phase Direction Finding Methods in Two-Canal UHF Radio Beacon Navigation Systems, *arXiv*, 2020. DOI: 10.48550/arXiv.2012.12728.
9. Direction Finding, *Wireless Communications Systems*. John Wiley & Sons, 2020, pp. 301–323. DOI: 10.1002/9781119419204.ch8.
10. Cook H. A., Kahn M. T. E., Balyan V. Radio Direction-Finding Techniques for an Unmanned Aerial Vehicle, *Micro-Electronics and Telecommunication Engineering. Lecture Notes in Networks and Systems*. Springer, Singapore, 2020, Vol. 106, P. 1. DOI: 10.1007/978-981-15-2329-8_1.

11. Pavlikov V., Volosyuk V., Zhyla S., Van H. N., Van K. N. Active Aperture Synthesis Radar for High Spatial Resolution Imaging, *Proceedings of the 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS)*, 2018, pp. 252–255. DOI: 10.1109/UWBUSIS.2018.8520021.
12. Pavlikov V., Volosyuk V., Zhyla S., Van H. N., Van K. N. UWB Active Aperture Synthesis Radar: Operating Principle and Development of the Radar Block Diagram, *Proceedings of the IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS)*, 2017, pp. 27–30. DOI: 10.1109/MRRS.2017.8075018.
13. Novak A. Radio direction finding in air traffic services, *Promet-Traffic-Traffico*, 2005, Vol. 17, № 5, pp. 273–276.
14. Ilčev D. S. New Aspects of Progress in the Modernization of the Maritime Radio Direction Finders (RDF), *Transactions on Maritime Science*, 2021, Vol. 10, № 01, pp. 68–83. DOI: 10.31861/sisiot2023.2.02006.
15. Pavlikov V., Zhyla S., Odokienko O. V. Optimal signal processing for radiometric imaging with multi-antenna & multi-band passive radars, *Proceedings of the International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT)*, 2015, pp. 7–12. DOI: 10.1109/ICATT.2015.7136821.
16. Zhyla S., Tserne E., Volkov Y., et al. Statistical Synthesis and Analysis of Functionally Deterministic Signal Processing Techniques for Multi-Antenna Direction Finder Operation, *Computation*, 2024, Vol. 12, № 9, P. 170. DOI: 10.3390/computation12090170.
17. Volosyuk V., Zhyla S. Statistical Theory of Optimal Functionally Deterministic Signals Processing in Multichannel Aerospace Imaging Radar Systems, *Computation*, 2022, Vol. 10, № 12, P. 213. DOI: 10.3390/computation10120213.
18. Chen Z., Zhang Y. Cooperative Energy Detection Algorithm Based on Background Noise and Direction Finding Error, *AEU – International Journal of Electronics and Communications*, 2018, Vol. 95, pp. 326–341. DOI: 10.1016/j.aeue.2018.08.029.
19. Boulageorgos A. A., Chatzidiamentis N. D., Karagiannidis G. K. Energy Detection Spectrum Sensing Under RF Imperfections, *IEEE Transactions on Communications*, 2016, Vol. 64, № 7, pp. 2754–2766. DOI: 10.1109/TCOMM.2016.2561294.
20. Wu Q., Ding G., Wang J., Yao Y. D. Spatial-Temporal Opportunity Detection for Spectrum-Heterogeneous Cognitive Radio Networks: Two-Dimensional Sensing, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2013, Vol. 12, № 2, pp. 516–526. DOI: 10.1109/TWC.2012.122212.111638.
21. Riabukha V., Semeniaka A., Katiushyn Y. et al. Selection of Number of Compensatory Channels and Placement of Receivers with Non-Identical Frequency Response at Phased-Array Radar under Gaussian Noise Jamming, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2022, Vol. 65, № 1, pp. 1–10. DOI: 10.3103/S0735272722010010.
22. Riabukha V. P., Semeniaka A. V., Katiushyn Y. A. Analysis of Protection Efficiency of Phased-Array Radars Against the Gaussian Noise Jamming, *Telecommunications and Radio Engineering*, 2021, Vol. 80, № 2, P. 1. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.2021036556.
23. Holland R. L. The Statistical Theory of Radio Direction Finding, *Technical Memorandum AccNr ADA104156*. US Defense Technical Information Center, 1981.
24. Voitko V., Ilnycki A. J., Iliashov O., Steiskal A., Marchenko A. Statistical Estimates of the Accuracy of Mono-Pulse Direction Finding of Sources of Radio Emission by Dual-Channel Phase Devices, *Visnyk NTUU KPI Seriya – Radiotekhnika Radioaparobuduvannia*, 2020, № 81, pp. 30–37. DOI: 10.20535/RADAP.2020.81.30-37.
25. Fabirovskyy S., Storozh V., Solomko A. Research and Development of a High-Precision Direction Finder for Radio Emission Sources Detecting, *Information and Communication Technologies, Electronic Engineering*, 2023, Vol. 3, № 10, pp. 158–169. DOI: 10.23939/ictee2023.02.158.
26. Henault S., Antar Y. M., Rajan S., Inkol R., Wang S. Impact of Mutual Coupling on Wideband Adcock Direction Finders, *Proceedings of the Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*, 2008, pp. 001327–001332. DOI: 10.1109/CCECE.2008.4564755.
27. Purwanto K. N., Yahya A., Khamis N. H. H. et al. Development of Radio Direction Finder Using 6 Log Periodic Dipole Array Antennas, *Proceedings of the 5th International Conference on Information Technology, Computer, and Electrical Engineering (ICITACEE)*, 2018, pp. 157–160. DOI: 10.1109/ICITACEE.2018.8576965.
28. Polikarovskiykh O., Hula I. Implementing the Search Algorithm of the Correlation Interferometer Direction Finder Through the GNU Radio Software Platform, *Security of Infocommunication Systems and Internet of Things*, 2023, Vol. 1, № 2, P. 02006. DOI: 10.31861/sisiot2023.2.02006.
29. Lekhovyskiy D. I., Atamanskiy D. V., Riabukha V. P. et al. Combining Target Detection Against the Background of Jamming Signals and Jamming Signal DOA Estimation, *Proceedings of the International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT)*, 2015, pp. 1–5. DOI: 10.1109/ICATT.2015.7136777.
30. Atamanskiy D. V. Noise Emissions Sources Direction-Finding in the Process of Their Background Air Threats Detection in Radars with Phased Antenna Array, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2017, Vol. 60, № 7, pp. 303–311. DOI: 10.3103/S0735272717070032.
31. Atamanskiy D. V., Riabukha V. P., Kartashov V. M. et al. Spectral Estimation Methods for a Joint System of the Non-Noise-Like Targets Detection and the Noise Radiating Sources Localization, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2022, № 1, P. 7. DOI: 10.15588/1607-3274-2022-1-1.
32. Zhukov A. O., Valyaev I. N., Kovalenko V. P. et al. Synthesis of an Optimal Algorithm for Processing Random Signals during Phase Direction Finding, *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, Vol. 1679, № 3, P. 032021. DOI: 10.1088/1742-6596/1679/3/032021.
33. Volosyuk V., Pavlikov V., Zhyla S. Phenomenological Description of the Electromagnetic Field and Coherent Images in Radio Engineering and Optical Systems, *Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)*, 2018, pp. 302–305. DOI: 10.1109/MMET.2018.8460321.
34. Volosyuk V. K., Kravchenko V. F. Statistical Theory of Radio Engineering Systems for Remote Sensing and Radar, *Fizmatlit*. Moscow, Russia, 1988.
35. Volosyuk V. K., Gulyaev Y. V., Kravchenko V. F., et al. Modern Methods for Optimal Spatio-Temporal Signal Processing in Active, Passive, and Combined Active-Passive Radio-Engineering Systems, *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2014, Vol. 59, № 2, pp. 97–118. DOI: 10.1134/S1064226914020090.
36. Lie J. P., Blu T., See C. M. S. Single Antenna Power Measurements Based Direction Finding, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, Vol. 58, № 11, pp. 5682–5692. DOI: 10.1109/TSP.2010.2065227.