УДК 621.3.088.2, 004.94

Марусенкова Т. А.

Канд. техн. наук, асистент, Національний університет «Львівська політехніка», Україна

МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ 3D-ЗОНДОМ З НЕЛІНІЙНИМИ ВИХІДНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

У статті запропонований метод оцінки придатності результатів вимірювання магнітного поля 3D-зондом, що складається з трьох сенсорів, вихідні характеристики яких залежать від усіх компонентів вектора магнітної індукції, а також їхніх квадратів. Одержані аналітичні залежності, які дозволяють визначити, чи можна 3D-зондом магнітного поля з відомими коефіцієнтами вихідних характеристик забезпечити вимірювання вектора магнітної індукції з відносною похибкою, не більшою за задану.

Ключові слова: 3D-зонди магнітного поля, давачі Холла, похибка, вимірювання.

НОМЕНКЛАТУРА

РХС – розщеплені холлівські структури;

a_{ij} – коефіцієнти при компонентах вектора магнітної індукції у трьох вихідних сигналах 3D-зонда магнітного поля ($i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,3}$);

b_{ij} – коефіцієнти при квадратах компонент вектора магнітної індукції у трьох вихідних сигналах 3D-зонда магнітного поля ($i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,3}$);

B – модуль вектора магнітної індукції;

B_x – проекція вектора магнітної індукції на вісь абсцис у прямокутній декартовій системі координат, прив'язаній до підкладки 3D-зонда;

B_y – проекція вектора магнітної індукції на вісь ординат у прямокутній декартовій системі координат, прив'язаній до підкладки 3D-зонда;

B_z – проекція вектора магнітної індукції на вісь аплікат у прямокутній декартовій системі координат, прив'язаній до підкладки 3D-зонда;

B_{xf} – значення проекції вектора магнітної індукції на вісь абсцис, знайдене з похибкою;

S_i – вихідний сигнал i-го давача у складі 3D-зонда магнітного поля ($i = \overline{1,3}$);

A – матриця системи лінійних рівнянь;

ΔB_x – абсолютна похибка величини B_x;

ΔB_y – абсолютна похибка величини B_y;

ΔB_z – абсолютна похибка величини B_z;

α – кут між віссю абсцис і вектором магнітної індукції;

β – кут між віссю аплікат і вектором магнітної індукції;

N – допустима відносна похибка, з якою потрібно виміряти величину магнітної індукції;

y – допоміжна функція;

q – допоміжна змінна, введена для стислості запису;

φ – допоміжна змінна, кут між векторами;

δB – відносна похибка вимірювання величини B.

ВСТУП

Давачі Холла є одними з найбільш поширених сенсорів магнітного поля завдяки їхнім численним перевагам, зокрема, здатності вимірювати магнітне поле в широких межах ($10^{-5}...10^{2}$ Т), низькому енергоспоживанню (<10 мВт), мінімальним габаритам (1…3 мм) тощо [1, 2]. Традиційні холлівські сенсори характеризуються симетричним розміщенням пар струмових і потенційних електродів. Їхній сигнал лінійно залежить від проекції вектора індукції магнітного поля на нормаль до площини чутливого напівпровідникового шару, що робить традиційні холлівські сенсори простими у калібруванні та використанні. Різновидом давачів Холла є розщеплені холлівські структури (РХС), що відрізняються від традиційних давачів Холла структурною асиметрією [3, 4], зокрема, РХС може мати два струмових і лише один потенційний електрод. За рахунок структурної асиметрії забезпечується можливість одночасного вимірювання усіх компонент вектора магнітної індукції і підвищення просторової роздільної здатності 3D-зондів магнітного поля на основі РХС. Таким чином, РХС володіють перевагами перед традиційними холлівськими сенсорами і мають принципово нові властивості. Однак, окрім переваг, структурна асиметрія РХС породжує також і їхню проблематику – вихідні характеристики РХС у магнітному полі вже понад 500 мТ є нелінійними. Щоб знайти компоненти вектора магнітної індукції за допомогою зондів на основі РХС, слід розв'язати систему нелінійних рівнянь, яка, взагалі кажучи, може мати більше ніж один розв'язок. Метою роботи є визначення вимог, яким повинні відповідати 3D-зонди магнітного поля з вихідними характеристиками, що залежать одночасно від усіх компонент вектора магнітної індукції і їхніх квадратів, щоб забезпечити можливість вимірювання вектора магнітної індукції з похибкою, не більшою за допустиму.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У [5] розглянуто 3D-зонд магнітного поля на основі розщеплених холлівських структур, вихідні характерис-

 DOI 10.15588/1607-3274-2014-2-6

тики яких у магнітних полях понад 500 мТ описуються функціями вигляду:

$$a_{11}B_x + a_{12}B_y + a_{13}B_z + b_{11}B_x^2 + b_{12}B_y^2 + b_{13}B_z^2 = S_1$$

$$a_{21}B_x + a_{22}B_y + a_{23}B_z + b_{21}B_x^2 + b_{22}B_y^2 + b_{23}B_z^2 = S_2 \quad (1)$$

$$a_{31}B_x + a_{32}B_y + a_{33}B_z + b_{31}B_x^2 + b_{32}B_y^2 + b_{33}B_z^2 = S_3,$$

де S_i – вихідний сигнал i-го сенсора у складі 3D-зонда, $B = \begin{pmatrix} B_x & B_y & B_z \end{pmatrix}$ – вимірювана векторна величина, a_{ij}, b_{ij} $(i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,3})$ – відомі коефіцієнти.

Рівняння (1) є рівняннями квадрик і, що очевидно з їхнього геометричного змісту, можуть мати більше, ніж один розв’язок (декілька точок перетину квадрик). Неоднозначність розв’язків обмежує та ускладнює застосування 3D-зондів з вихідними характеристиками вигляду (1). Тим не менш, 3D-зонд може бути придатний для використання у випадках, якщо вся множина розв’язків системи (1) знаходиться у межах певної допустимої похибки. У даній роботі поставлена задача знаходження аналітичних залежностей, яким повинні задовольняти коефіцієнти a_{ij}, b_{ij} для забезпечення вимірювання модуля вектора магнітної індукції з відносною похибкою, не більшою за задану.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Як вже відзначалося, зонди на основі розщеплених холлівських структур характеризуються нелінійними характеристиками, причому нелінійність залежить від величини вектора магнітної індукції. Відповідно, результати застосування таких зондів залежать від умов застосування, тобто, для різних величин магнітного поля розкид розв’язків буде різним. Тому для можливості прийняття рішення про коректність результатів доцільно використовувати зазначені зонди у складі інтелектуальних сенсорів [6], «мозком» яких є мікроконтролери.

Можна виділити два принципово різні підходи до використання зондів, для яких результат знаходження шуканої векторної величини на основі їхніх вихідних сигналів є неоднозначним. Один з підходів – дізнатися число розв’язків системи нелінійних рівнянь (зокрема, вигляду (1)). Якщо це число виявиться більшим за 1, – обчислити відстань між розв’язками. Типово для пошуку кількості розв’язків системи нелінійних рівнянь застосовують базис Гребнера [7, 8]. Однак, застосування цього методу в інтелектуальних сенсорах обмежується можливостями мікроконтролерів внаслідок чутливості методу до точності проміжних обчислень. Спосіб відділення коренів для застосування в інтелектуальних сенсорах запропонований у [9]. Знаходження числових областей, що містять розв’язки, дозволяє приблизно оцінити, наскільки розв’язки відрізняються один від одного. Якщо ця відмінність істотна, необхідні додаткові заходи, що дозволили б відкинути зайві розв’язки. Якщо ж усі розв’язки системи нелінійних рівнянь (складених на основі вихідних характеристик зонда та зчитаних сигналів) відрізняються не більше, ніж на допустиму похибку, достатньо знайти один з розв’язків і провести оцінку, наскільки істинне значення може відрізнятися від знайденого. Можливість виконання цієї умови залежить від коефіцієнтів a_{ij}, b_{ij}. Зокрема, чим меншими є коефіцієнти при квадратах B_x^2, B_y^2 і B_z^2 вимірюваної векторної величини (по відношенню до коефіцієнтів при B_x, B_y, B_z), тим менше розв’язок системи рівнянь (1) відрізняється від розв’язку цієї системи рівнянь при $b_{ij} = 0$ (тобто, від розв’язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь).

На практиці коефіцієнти при квадратах B_x^2, B_y^2 і B_z^2 у вихідних характеристиках зондів на основі РХС у певному діапазоні магнітних полів є значно меншими за коефіцієнти при компонентах вектора магнітної індукції, що уможливлює існування рішення задачі, сформульованої у статті. Крім того, у кожного з сенсорів на основі РХС типово більш вираженою є чутливість до складової вектора магнітної індукції, перпендикулярної до площини їхнього чутливого шару, ніж чутливість до двох інших компонент.

3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Запишемо систему рівнянь (1) у наступному вигляді:

$$a_{11}B_x + a_{12}B_y + a_{13}B_z = S_1 - \left(b_{11}B_x^2 + b_{12}B_y^2 + b_{13}B_z^2\right),$$

$$a_{21}B_x + a_{22}B_y + a_{23}B_z = S_2 - \left(b_{21}B_x^2 + b_{22}B_y^2 + b_{23}B_z^2\right),$$

$$a_{31}B_x + a_{32}B_y + a_{33}B_z = S_3 - \left(b_{31}B_x^2 + b_{32}B_y^2 + b_{33}B_z^2\right). \quad (2)$$

Розв’яжемо СЛАР

$$AB = S, \quad (3)$$

де A – матриця системи (2), $S = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{pmatrix}^T$. В результаті цього отримуємо вектор-розв’язок B, який відрізняється від істинного значення вимірюваного вектора. Різниця між обчисленим вектором B і істинним вектором залежить від величин $\left(b_{11}B_x^2 + b_{12}B_y^2 + b_{13}B_z^2\right)$, $\left(b_{21}B_x^2 + b_{22}B_y^2 + b_{23}B_z^2\right)$, $\left(b_{31}B_x^2 + b_{32}B_y^2 + b_{33}B_z^2\right)$ – чим вони менші, тим меншою буде похибка. Компонента шуканого вектора B_x може бути виражена наступним чином:

$$B_{xf} = \frac{S_1\left(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}\right) + S_2\left(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}\right) + S_3\left(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}\right)}{|A|}, \quad (4)$$

де $|A|$ – визначник матриці системи (2).

Абсолютну похибку компоненти вектора ΔB_x можна оцінити як абсолютну різницю між значеннями B_x, обчисленими зі СЛАР (2) і СЛАР (3). Отже:

$$\Delta B_x = \frac{1}{|A|}\cdot\left(b_{11}B_x^2 + b_{12}B_y^2 + b_{13}B_z^2\right)\left(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}\right) +$$
$$+\frac{1}{|A|}\cdot\left(b_{21}B_x^2 + b_{22}B_y^2 + b_{23}B_z^2\right)\left(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}\right) +$$
$$+\frac{1}{|A|}\cdot\left(b_{31}B_x^2 + b_{32}B_y^2 + b_{33}B_z^2\right)\left(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}\right). \quad (5)$$

Тут і надалі під позначеннями B_x, B_y, B_z та B розуміємо їхні істинні значення. З теорії похибок відомо, що абсолютна похибка суми не перевищує суми абсолютних похибок складових. Такий підхід для оцінки похибки дасть завищений результат. Тим не менш, спочатку оцінимо абсолютну похибку першого доданка у (5) як функції від α і β – кутів, що визначають компоненти B_x, B_y і B_z вектора B. Очевидно, що величини $(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32})$ та $|A|$ не залежать від α та β і не впливають на результат, тому шукатимемо максимальне значення функції:

$$y = b_{11}B^2\cos^2\alpha\sin^2\beta + b_{12}B^2\sin^2\alpha\sin^2\beta + b_{13}B^2\cos^2\beta\,. \quad (6)$$

Враховуючи те, що функція y є періодичною і визначеною для всіх чисел α і β, шукатимемо її значення у стаціонарних точках.

Знайдемо частинні похідні:

$$\frac{\partial y}{\partial\alpha} = -2b_{11}B^2\sin^2\beta\cos\alpha\sin\alpha + 2b_{12}B^2\sin^2\beta\sin\alpha\cos\alpha =$$
$$= \sin 2\alpha\left(-b_{11}B^2\sin^2\beta + b_{12}B^2\sin^2\beta\right) = \sin 2\alpha\cdot B^2\sin^2\beta\,(b_{12} - b_{11}),$$

$$\frac{\partial y}{\partial\beta} = 2b_{11}B^2\cos^2\alpha\sin\beta\cos\beta + 2b_{12}B^2\sin^2\alpha\sin\beta\cos\beta -$$
$$-2b_{13}B^2\sin\beta\cos\beta = B^2\sin 2\beta\left(b_{11}\cos^2\alpha + b_{12}\sin^2\alpha - b_{13}\right),$$

Розв’яжемо відносно α і β систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sin 2\alpha\cdot B^2\sin^2\beta\,(b_{12} - b_{11}) = 0, \\ B^2\sin 2\beta\left(b_{11}\cos^2\alpha + b_{12}\sin^2\alpha - b_{13}\right) = 0, \end{cases}$$

Знайдена множина розв’язків:

1. $\beta = \pi n$, $n \in Z$, значення α довільне.

2. $\alpha = \dfrac{\pi n}{2}$, $n \in Z$, $\beta = \dfrac{\pi k}{2}$, $k \in Z$.

3. $\alpha = \dfrac{\pi n}{2}$, $n \in Z$, значення β – довільне, якщо $b_{11} = b_{13}$ і n – парне або $b_{12} = b_{13}$ і n – непарне.

4. $\beta = \dfrac{\pi n}{2}$, $n \in Z$, значення α – довільне, якщо $b_{11} = b_{12} \neq b_{13}$.

5. Всі значення α та β, якщо $b_{11} = b_{12} = b_{13}$.

Знайдемо значення функції (6) для знайдених стаціонарних точок:

1. $y = b_{13}B^2$;

2. Для парних значень n і парних значень k: $y = b_{13}B^2$;

Для парних значень n і непарних значень k: $y = b_{11}B^2$;

Для непарних значень n і парних значень k: $y = b_{13}B^2$;

Для непарних значень n і непарних значень k: $y = b_{12}B^2$;

3. Для непарних значень n $y = b_{12}B^2 = b_{13}B^2$, для парних – $y = b_{11}B^2 = b_{13}B^2$;

4. Для непарних значень n $y = b_{11}B^2 = b_{12}B^2$, для парних – $y = b_{13}B^2$;

5. $y = b_{11}B^2 = b_{12}B^2 = b_{13}B^2$.

Оскільки абсолютну похибку оцінюють як найбільше з абсолютних значень відхилення між істинним і виміряним значенням функції, то перевіряти знайдені стаціонарні точки на наявність у них локального мінімуму або максимуму непотрібно. Вибираємо серед знайдених значень функції у стаціонарних точках максимальне абсолютне значення, враховуючи умови рівності коефіцієнтів b_{11}, b_{12}, b_{13}.

У будь-якому випадку, максимальне значення функції (6) можна оцінити як $\max\left\{|b_{11}|B^2,\ \ |b_{12}|B^2,\ \ |b_{13}|B^2\right\}$, тобто, як максимальний з коефіцієнтів при функціях $\cos^2\alpha\sin^2\beta$, $\sin^2\alpha\sin^2\beta$, $\cos^2\beta$.

Оцінимо максимальне значення функції (5).

Згрупуємо множники при B_x^2, B_y^2, B_z^2:

$$\Delta B_x = \frac{1}{|A|}\cdot\Big(b_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + b_{21}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) +$$
$$+ b_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})\Big)B_x^2 +$$
$$+\frac{1}{|A|}\cdot\Big(b_{12}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + b_{22}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) +$$
$$+ b_{32}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})\Big)B_y^2 +$$
$$+\frac{1}{|A|}\cdot\Big(b_{13}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + b_{23}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) +$$
$$+ b_{33}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})\Big)B_z^2\,. \quad (7)$$

Якщо виразимо B_x, B_y і B_z у сферичних координатах, легко побачити, що за аналогією з попереднім випадком (пошуку максимуму функції (6)), максимальним значенням ΔB_x буде максимальне серед абсолютних значень:

$$\frac{1}{|A|}\cdot\Big|b_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + b_{21}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) +$$
$$+ b_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})\Big|B^2,$$

$$\frac{1}{|A|}\cdot\Big|b_{12}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + b_{22}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) +$$
$$+ b_{32}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})\Big|B^2, \quad (8)$$

Похибки ΔB_y і ΔB_z знаходимо аналогічно.

Максимальне значення ΔB_y можна оцінити як максимальне серед значень:

$$\frac{1}{|A|}\cdot\left|b_{11}\left(a_{23}a_{31}-a_{21}a_{33}\right)+b_{21}\left(a_{11}a_{33}-a_{13}a_{31}\right)+\right.$$
$$\left.+b_{31}\left(a_{13}a_{21}-a_{11}a_{23}\right)\right|B^2,$$
$$\frac{1}{|A|}\cdot\left|b_{12}\left(a_{23}a_{31}-a_{21}a_{33}\right)+b_{22}\left(a_{11}a_{33}-a_{13}a_{31}\right)+\right.$$
$$\left.+b_{32}\left(a_{13}a_{21}-a_{11}a_{23}\right)\right|B^2, \qquad (9)$$
$$\frac{1}{|A|}\cdot\left|b_{13}\left(a_{23}a_{31}-a_{21}a_{33}\right)+b_{23}\left(a_{11}a_{33}-a_{13}a_{31}\right)+\right.$$
$$\left.+b_{33}\left(a_{13}a_{21}-a_{11}a_{23}\right)\right|B^2.$$

а максимальне значення ΔB_z – як максимальне серед значень:

$$\frac{1}{|A|}\cdot\left|b_{11}\left(a_{21}a_{32}-a_{22}a_{31}\right)+b_{21}\left(a_{12}a_{31}-a_{11}a_{32}\right)+\right.$$
$$\left.+b_{31}\left(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\right)\right|B^2,$$
$$\frac{1}{|A|}\cdot\left|b_{12}\left(a_{21}a_{32}-a_{22}a_{31}\right)+b_{22}\left(a_{12}a_{31}-a_{11}a_{32}\right)+\right.$$
$$\left.+b_{32}\left(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\right)\right|B^2, \qquad (10)$$
$$\frac{1}{|A|}\cdot\left|b_{13}\left(a_{21}a_{32}-a_{22}a_{31}\right)+b_{23}\left(a_{12}a_{31}-a_{11}a_{32}\right)+\right.$$
$$\left.+b_{33}\left(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\right)\right|B^2.$$

Нехай потрібно забезпечити точність обчислень модуля вимірюваної векторної величини, не гіршу за N %, тобто, повинно виконуватися співвідношення:

$$\frac{\Delta B}{|B|}\le N, \text{ що рівнозначно } \frac{(\Delta B)^2}{B^2}\le N^2 \text{ і } (\Delta B)^2\le B^2N^2. \qquad (11)$$

Виразимо похибку ΔB через координати вектора B_x, B_y, B_z та їхні похибки:

$$\Delta B=\sqrt{\left(B_x+\Delta B_x\right)^2+\left(B_y+\Delta B_y\right)^2+\left(B_z+\Delta B_z\right)^2}-$$
$$-\sqrt{\left(B_x^2+B_y^2+B_z^2\right)}. \qquad (12)$$

Піднесемо ліву та праву частину (12) до квадрату:

$$(\Delta B)^2=\left(B_x+\Delta B_x\right)^2+\left(B_y+\Delta B_y\right)^2+\left(B_z+\Delta B_z\right)^2-$$
$$-2\sqrt{\left(\left(B_x+\Delta B_x\right)^2+\left(B_y+\Delta B_y\right)^2+\left(B_z+\Delta B_z\right)^2\right)\left(B_x^2+B_y^2+B_z^2\right)}+\left(B_x^2+B_y^2+B_z^2\right). \qquad (13)$$

Після алгебраїчних перетворень одержуємо:

$$(\Delta B)^2=\left(B_x^2+2B_x\Delta B_x+\Delta B_x^2+B_y^2+2B_y\Delta B_y+\Delta B_y^2+B_z^2+2B_z\Delta B_z+\Delta B_z^2\right)-$$
$$-2B\sqrt{\left(B_x+\Delta B_x\right)^2+\left(B_y+\Delta B_y\right)^2+\left(B_z+\Delta B_z\right)^2}+\left(B_x^2+B_y^2+B_z^2\right). \qquad (14)$$

Перетворимо (14) наступним чином:

$$(\Delta B)^2=\left(B^2+2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2\right)-$$
$$-2B\sqrt{B^2+2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}+B^2. \qquad (15)$$

Підставимо (15) у (11):

$$\left(B^2+2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2\right)-$$
$$-2B\sqrt{B^2+2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}+B^2\le \qquad (16)$$
$$\le N^2B^2.$$

Зробимо заміну змінних $q=\sqrt{B^2+2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}$ і розв'яжемо нерівність

$$q^2-2Bq+B^2\left(1-N^2\right)\le 0. \qquad (17)$$

$$D=(-2B)^2-4B^2\left(1-N^2\right)=4B^2N^2,$$

$$q_{1,2}=\frac{2B\pm 2BN}{2}=B(1\pm N).$$

Розв'язки нерівності: $B(1-N)\le q\le B(1+N)$.

Звідси

$$B^2(1-N)^2-B^2\le 2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z+$$
$$+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2\le B^2(1+N)^2-B^2. \qquad (18)$$

Представимо $2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z$ як скалярний добуток векторів

$$2\left(B_x\quad B_y\quad B_z\right)\bullet\left(\Delta B_x\quad \Delta B_y\quad \Delta B_z\right)=2B\sqrt{\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}\cdot\cos\varphi, \qquad (19)$$

де φ – кут між векторами.

Найменше значення виразу

$$2B_x\Delta B_x+2B_y\Delta B_y+2B_z\Delta B_z+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2. \qquad (20)$$

досягається при $\cos\varphi=-1$, а найбільше – при $\cos\varphi=1$.

Звідси випливає, що для забезпечення умови (18) найменше можливе значення виразу (20) повинно бути не меншим за $B^2N(N-2)$, а найбільше – не більшим за $B^2N(N+2)$:

$$-2B\sqrt{\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2\ge B^2N(N-2), \qquad (21)$$

$$2B\sqrt{\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}+\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2\le B^2N(N-2).$$

Після множення першої нерівності у (21) на –1 отримуємо систему нерівностей:

$$2B\sqrt{\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}-\left(\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2\right)\le -B^2N(N-2), \qquad (22)$$

$$2B\sqrt{\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2}+\left(\Delta B_x^2+\Delta B_y^2+\Delta B_z^2\right)\le B^2N(N+2).$$

Після додавання лівих і правих частин цих нерівностей, відповідно, одержимо:

$$4B\sqrt{\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2 + \Delta B_z^2} \le -B^2 N(N-2) + B^2 N(N+2),$$

або, після спрощення,

$$\sqrt{\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2 + \Delta B_z^2} \le BN. \quad (23)$$

Піднесемо вираз (23) до квадрату:

$$\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2 + \Delta B_z^2 \le B^2 N^2. \quad (24)$$

Як було показано вище, залежності (8), (9) та (10) дають достатньо строгі оцінки похибок ΔB_x, ΔB_y, ΔB_z.

Однак, співвідношення (8), (9) та (10) містять величину B^2, а ліва частина співвідношення (24) – величину B^4, яка не є відомою. Після скорочення на B^4 у лівій частині (24) для відомих коефіцієнтів a_{ij}, b_{ij}, буде фіксоване число, у правій – величина $\frac{N^2}{B^2}$. Таким чином, підставляючи необхідні значення у формулу (24) і перевіряючи, чи виконується нерівність, приймаємо рішення про достовірність результатів вимірювання вказаної величини магнітної індукції із заданою похибкою. Інше застосування формули – за заданим значенням величини магнітної індукції можна визначити максимальну відносну похибку.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Безпосередні експериментальні дослідження є недоцільними внаслідок того, що на практиці складно одержати достатню вибірку 3D-зондів магнітного поля з різними наборами коефіцієнтів вихідних характеристик і потрібно було б провести значну кількість вимірювань. Тому для верифікації одержаних результатів було використано імітаційне моделювання. За допомогою програми, розробленої у середовищі MATLAB, 1000 разів випадковим чином генерувалися значення коефіцієнтів $a_{ij}, b_{ij}, (i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3})$ вихідних характеристик (1), а для кожного набору коефіцієнтів 50 разів генерувалися випадкові значення компонент вектора магнітної індукції B_x, B_y, B_z. За формулами (1) розраховувалися значення «вихідних сигналів» давачів S_1, S_2, S_3. Для кожного набору випадковим чином згенерованих чисел розраховувалися компоненти вектора магнітної індукції як розв'язки СЛАР (3), без урахування квадратичних складових вихідних характеристик. Далі обчислювалися абсолютні похибки кожної з компонент вектора магнітної індукції (як абсолютна різниця між розв'язком СЛАР (3) та випадковим чином згенерованими компонентами вектора магнітної індукції B_x, B_y, B_z), а також абсолютна ΔB і відносна δB похибки самого вектора магнітної індукції B. Для кожного набору згенерованих чисел за аналітичною залежністю (24) перевірялася можливість вимірювати вектор магнітної індукції з похибкою, не гіршою за задану, і результати зіставлялися з обчисленою відносною похибкою δB.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Для всіх коефіцієнтів a_{ij}, b_{ij}, $(i=\overline{1,3}$, $j=\overline{1,3})$, що задовольняли умові (24), обчислена відносна похибка δB не перевищувала задану відносну похибку. Однак, з-поміж знегерованих випадковим чином коефіцієнтів, $a_{ij}, b_{ij}, (i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3})$ траплялися такі, що не задовольняли умову (24) і, тим не менш, для жодного з 50 наборів компонент вектора магнітної індукції B_x, B_y, B_z відносна похибка δB не перевищувала задану.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Порівняльний аналіз результатів імітаційного моделювання з представленими у статті аналітичними розрахунками показали, що оцінки (8), (9) та (10) абсолютних похибок ΔB_x, ΔB_y, ΔB_z є завищеними. Іншим можливим джерелом завищення оцінки є спрощення виразу (20), оскільки мало ймовірно, щоб вектори $\left(\overline{B_x \quad B_y \quad B_z}\right)$ та $\left(\overline{\Delta B_x \quad \Delta B_y \quad \Delta B_z}\right)$ були колінеарні або антиколінеарні. Отже, виконання умови (24) забезпечує можливість вимірювання вектора магнітної індукції із заданою точністю, однак, порушення умови (24) ще не означає відсутність такої можливості. Подальшим розвитком наведених у роботі результатів може бути менш строга і більш складна в обчисленні оцінка придатності 3D-зонда для практичного використання. Якщо ж встановлено, що система рівнянь (1) може мати розв'язки, що відрізняються між собою більше ніж на величину допустимої похибки, шляхом вирішення проблеми може бути структурна модифікація 3D-зонда, при якій до системи (1) додається одне чи більше рівнянь, введення яких обмежує множину розв'язків.

ВИСНОВКИ

Запропоновано метод оцінки придатності 3D-зонда магнітного поля на основі давачів Холла, вихідні характеристики яких залежать від усіх компонент вектора магнітної індукції та їхніх квадратів, для вимірювання вектора магнітної індукції з похибкою, що не перевищує задану. Вперше одержано аналітичну залежність (нерівність), яка дозволяє за коефіцієнтами вихідних характеристик 3D-зонда магнітного поля визначити, чи можна забепечити вимірювання вектора магнітної індукції у заданих межах з допустимою похибкою за допомогою цього 3D-зонда. Якщо коефіцієнти вихідних характеристик сенсорів у складі 3D-зонда, задана величина магнітної індукції та максимальна допустима похибка задовольняють нерівність, результати вимірювання магнітного поля гарантовано перебуватимуть у межах допустимої похибки, інакше – потрібні додаткові дослідження.

Одержана аналітична залежність може бути застосована передусім для задач вимірювання магнітного поля за допомогою сенсорів на основі РХС. Однак, викладений математичний апарат може бути адаптований для сенсорів інших векторних величин.

ПОДЯКИ

Роботу виконано за сприяння Лабораторії магнітних сенсорів Національного університету «Львівська політехніка», що люб'язно надала результати експериментальних вимірювань вихідних сигналів дослідних взірців 3D-зондів магнітного поля на основі розщеплених холлівських структур.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Popovic R. S. Hall Effect Devices / R. S. Popovic. – Adam Hilger, Bristol, Philadelphia and New York, 2002. – 420 p.
2. Мікроелектронні сенсорні пристрої магнітного поля / [І. А. Большакова, М. Р. Гладун, Р. Л. Голяка, З. Ю. Готра та ін.] ; за ред. З. Ю. Готри. – Львів : Вид. Національного університету «Львівська політехніка», 2001. – 412 с.
3. Нові конструкції напівпровідникових тонкоплівкових 3-D сенсорів магнітного поля / [І. А. Большакова, Р. Л. Голяка, О. Ю. Макідо, Т. А. Марусенкова] // Электроника и связь. – 2009. – № 2–3. – С. 6–10.
4. Popovic R. S. Not-plate-like Hall magnetic sensors and their applications / R. S. Popovic // Sensors and Actuators A: Physical. – 2000. – Vol. 85, Issues 1–3. – P. 9–17.
5. Большакова І. А.Польова характеристика сенсорів магнітного поля на розчеплених холлівських структурах / І. А. Большакова, Р. Л. Голяка, Т. А. Марусенкова // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2010.– № 681 Електроніка. – С.66–75.
6. Chaudhari M. Study of Smart Sensors and their Applications / M. Chaudhari, S. Dharavath // International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering. – 2014. – Vol. 3, Issue1. – P. 5031–5034.
7. Sturmfels B. What is a Gröbner Basis? // Notices of the AMS. – 2005. – Vol. 52. – P. 2–3.
8. Adams W. W. Introduction to Grцbner Bases. Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, R. I., 1994.
9. Marusenkova T. Approach To Roots Separation For Solving Nonlinear Equations On ARM Cortex-Based Microcontrollers [Text] / T. Marusenkova, I. Yurchak // «CAD in Machinery Design. Implementation and Educational Issues» : XXII Ukrainian-Polish Conference : prxeedings. – Lviv, 2014. – P. 101–103.

Стаття надійшла до редакції 04.11.2014.

Марусенкова Т. А.
Канд. техн. наук, ассистент, Национальный университет «Львовская политехника», Украина

МЕТОД ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ 3D-ЗОНДОМ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ВЫХОДНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В статье предложен метод оценки применимости результатов измерения магнитного поля с помощью 3D-зонда, состоящего из трех сенсоров, выходные характеристики которых зависят от всех компонентов вектора магнитной индукции и их квадратов. Выведены аналитические зависимости, позволяющие проверить возможность обеспечить измерение вектора магнитного поля с относительной погрешностью не больше заданной с помощью 3D-зонда магнитного поля с известными коэффициентами выходных характеристик.

Ключевые слова: 3D-зонды магнитного поля, датчики Холла, погрешность, измерение.

Marusenkova T. A.
PhD, Assistant, Lviv Polytechnic National University, Ukraine

METHOD OF EVALUATING INACCURACY OF MAGNETIC FIELD MEASUREMENT USING A 3D-PROBE WITH NONLINEAR OUTPUT CHARACTERISTICS

The work proposes a method allowing to check whether the desired accuracy of magnetic flux-density vector’s measurement can be achieved using a magnetic 3D probe based on three sensors with output characteristics dependent on all the magnetic-flux density vector’s components and the squared components. As the result of the method we’ve obtained analytical formulas that allow to predict the 3D-probe’s applicability for measuring the magnetic field’s magnitude with the acceptable inaccuracy.

Keywords: magnetic 3D probes, Hall devices, inaccuracy, measurement.

REFERENCES

1. Popovic R. S. Hall Effect Devices. Adam Hilger, Bristol, Philadelphia and New York, 2002, 420 p.
2. Bol’shakova I. A., Gladun M. R., Goljaka R. L., Gotra Z. Ju. ta in. Mikroelektronni sensorni prystroi’ magnitnogo polja; za red. Z. Ju. Gotry. L’viv. Vyd. Nacional’nogo universytetu «L’vivs’ka politehnika», 2001, 412 p.
3. Bol’shakova I. A., Holyaka R. L., Makido O. Yu., Marusenkova T. A. Novi konstruktsiyi napivprovidnykovykh tonkoplivkovykh 3-D sensoriv mahnitnoho polya, *Elektronyka y svyaz’,* 2009, No. 2–3, pp. 6–10.
4. Popovic R. S. Not-plate-like Hall magnetic sensors and their applications, *Sensors and Actuators A: Physical,* 2000, Vol. 85, Issues 1–3, pp. 9–17.
5. Bol’shakova I. A., Holyaka R. L., Marusenkova T. A. Pol’ova kharakterystyka sensoriv mahnitnoho polya na rozcheplenykh khollivs’kykh strukturakh, *Elektronika. Visnyk Natsional’noho universytetu «L’vivs’ka politekhnika»*, 2010, No. 681, pp. 66–75.
6. Chaudhari M., Dharavath S. Study of Smart Sensors and their Applications, *International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering,* 2014, Vol. 3, Issue 1, pp. 5031–5034.
7. Sturmfels B. What is a Gröbner Basis?, *Notices of the AMS,* 2005, Vol. 52, pp. 2–3.
8. Adams W. W. Introduction to Grцbner Bases. Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, R. I., 1994.
9. Marusenkova T., Yurchak I. Approach To Roots Separation For Solving Nonlinear Equations On ARM Cortex-Based Microcontrollers [Text]. *XXII Ukrainian-Polish Conference on «CAD in Machinery Design. Implementation and Educational Issues».* Lviv, 2014, pp. 101–103.