

# НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

## НЕЙРОІНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

### NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 004.032.26

Бодяньський Є. В.<sup>1</sup>, Дейнеко А. О.<sup>2</sup>, Куценко Я. В.<sup>3</sup><sup>1</sup>Д-р. техн. наук, науковий керівник Проблемної НДЛ АСУ, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна<sup>2</sup>Канд. техн. наук, науковий співробітник Проблемної НДЛ АСУ, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна<sup>3</sup>Аспірантка кафедри штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

#### ПОСЛІДОВНЕ НЕЧІТКЕ КЛАСТЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ НЕЙРО-ФАЗЗИ ПІДХОДУ

У статті запропоновано on-line нейро-фаззі систему для вирішення задач послідовного нечіткого кластерування даних, що дозволяє опрацьовувати вектори спостережень за умов обмеженого числа даних в оброблюваній вибірці, а також алгоритм її самонавчання на основі самоорганізованої мапи Т. Когонена. Архітектура системи містить сім шарів обробки інформації і є за своєю суттю гібридом системи Ванга-Менделя та нечіткої кластерувальної самоорганізованої мережі. Запропонована система в процесі самонавчання налаштовує не лише свої параметри, але й архітектуру в on-line режимі. Для налаштування параметрів функцій належності гібридної нейро-фаззі системи введено алгоритм, що ґрунтується на використанні конкурентного навчання. У процесі навчання гібридна нейро-фаззі система налаштовує синаптичні ваги, центри і параметри ширини функцій належності. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропоновану архітектуру гібридної нейро-фаззі системи. Проведено низку експериментів з дослідження властивостей запропонованої системи. Результати експериментів підтвердили те, що запропоновану систему можна використовувати для розв'язання задачі кластерування, при цьому оброблення даних відбувається в on-line режимі. Система характеризується простотою чисельної реалізації. Характерною особливістю запропонованої системи є те, що вона об'єднує в собі як навчання з вчителем, так і самонавчання.

**Ключові слова:** гібридна система, обчислювальний інтелект, нейро-фаззі система, функція належності, нечітке кластерування.

#### НОМЕНКЛАТУРА

SOM – самоорганізована мапа Когонена;

FCM – метод нечітких С-середніх;

VLDB – надвелика база даних;

RBFN – радіально-базисні нейронні мережі;

SVM – машини опорних векторів;

FSOM – нейро-фаззі мережа Когонена;

 $x(k)$  – вектор вхідних сигналів; $\hat{x}(k)$  – оцінка вектора вхідних сигналів; $x_i(k)$  –  $i$ -та компонента вектора вхідних сигналів; $m$  – кількість кластерів; $h$  – кількість функцій належності на кожному вході; $R^n$  – простір вхідних ознак; $k$  – номер спостереження у навчальній вибірці або

момент поточного часу;

 $c_{li}$  – параметр, що визначає центр  $l$ -ї функції належності  $i$ -ї компоненти; $\sigma_i$  – параметр ширини функції належності; $\sigma_{li}$  – параметр ширини  $l$ -ї функції належності  $i$ -ї компоненти; $\mu_{li}$  – функція належності на  $i$ -му вході; $N$  – обсяг навчальної вибірки; $\tilde{f}_l$  – функція належності; $\varphi_l(k)$  – сигнал на виході третього прихованого шару; $e(k)$  – векторна похибка; $\bar{e}$  – значення скалярного критерію точності; $\|\bullet\|$  – будь-яка норма у метриці Мінковського; $w_{il}$  – значення синаптичної ваги; $W$  – матриця синаптичних ваг; $r$  – радіус сусідства; $\eta(2)$  – параметр кроку навчання на другому такті; $R^h$  – простір сигналів підвищеної розмірності; $\varphi(x)$  – сигнал на виході другого прихованого шару; $()^+$  – символ операції псевдообернення; $\beta$  – невід'ємний параметр фаззифікації, що визначає нечітку границю між різними класами;

$u_j(k)$  – рівень належності  $k$ -го спостереження до  $j$ -го кластеру;

$\tilde{c}_j^K(k)$  – параметр центру в мапі Когонена;

$P(k-1)$  – коваріаційна матриця.

## ВСТУП

У наш час підходить до опрацювання інформації, які засновані на математичному апараті обчислювального інтелекту [1–4], набули широкого розповсюдження для вирішення багатьох задач, що виникають в рамках Data Mining [5, 6], при цьому кластерування займає особливе місце [7, 8], оскільки процес пошуку рішення на основі парадигми самонавчання [9] значно складніше навчання з вчителем. Незважаючи на те, що сьогодні існує безліч алгоритмів кластерування, лише незначна їх частина може бути використана для вирішення задач Data Stream Mining [10], коли інформація подається на опрацювання по-спілку в on-line режимі. У цій ситуації доцільним є використання кластерувальних самоорганізованих нейронних мереж Т. Когонена (SOM) [11], призначених для опрацювання великих масивів даних в послідовному режимі. При цьому апріорно припускається, що внутрішня структура оброблюваних даних є такою, що відновлювані кластери взаємно не перетинаються і мають опуклу форму, що дозволяє в процесі налаштування нейронної мережі побудувати розділяючі гіперплощини, які чітко розмежовують різні класи.

Зрозуміло, що існуючі системи обчислювального інтелекту мають бути суттєво модифікованими для оброблення великих масивів інформації (Big Data), які поспілку надходять на опрацювання та формують кластери довільної форми, що можуть деяким чином перетинатися.

У зв'язку з цим метою цієї роботи є розробка гібридної еволюційної нейро-фаззі системи та адаптивного методу її самонавчання для послідовного нечіткого кластерування даних в умовах перетинання кластерів довільної форми.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У найбільш загальній постановці задачі кластерування передбачається, що є масив (можливо зростаючий) з  $N$  багатовимірних спостережень, що описуються  $n$ -вимірними векторами ознак  $x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T \in R^n$ ,  $k = 1, 2, \dots, N, \dots$ , які необхідно розбити на  $m$  кластерів, при цьому це число може бути заздалегідь невідомо, тобто  $1 < m < N$ . Очевидно, що така велика кількість відомих методів вирішення задачі кластерування пов'язана з тим, що сьогодні не існує універсального алгоритму придатного для ефективного використання у всіх виникаючих випадках. Одна з таких можливих і досить складних ситуацій пов'язана з припущенням, що кожен вектор спостережень може одночасно відноситись з різними рівнями належності не до одного, а відразу до кількох чи до всіх формуємих кластерів. У цій ситуації на перший план виходять, так звані, м'які алгоритми (soft algorithms) [8], серед яких найбільшу увагу привернуто до нейро-фаззі систем [9–11].

## 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Задача кластерування великих масивів багатовимірних спостережень (векторів-образів) часто виникає у багатьох реальних практичних задачах, а для її вирішення розроблено множини алгоритмів [1–3], при цьому в останні роки в рамках концепції Big Data особлива увага приділяється оброблянню інформації, що зберігається або у надвеликих базах даних (VLDB), або надходить на опрацювання в on-line режимі в формі потоку даних (data stream).

У випадку, коли класи перетинаються можуть бути використані методи нечіткого кластерного аналізу [12, 13], у тому числі нечіткі самоорганізовані мережі Т. Когонена [14, 15], що реалізують в тій чи іншій формі метод нечітких  $C$ -середніх (FCM) [16].

У випадку неопуклих кластерів завдання кластерування істотно ускладнюється, оскільки нейронні мережі Т. Когонена як в чіткому, так і нечіткому варіантах, реалізують фактично методи  $K$ -середніх і нечітких  $C$ -середніх, які формують опуклі множини з опрацьованих спостережень.

Для вирішення задач кластерування у випадках, коли класи даних мають довільну форму, можуть бути використані ядерні самоорганізовані мапи Т. Когонена [7, 17, 18], побудовані на основі ядер Дж. Мерсера [19–21] і засновані на мінімізації критерію емпіричного ризику, що полягає в основі спеціального класу нейронних мереж, відомих як машини опорних векторів (SVM) [9]. Треба відзначити, що SVM-нейронні мережі, як потужний засіб вирішення багатьох задач Data Mining, включаючи і кластерування, призначені для опрацювання інформації тільки у пакетному режимі і не можуть аналізувати дані, що поспілку надходять в нейронну мережу.

У зв'язку з цим доцільно замість традиційного SVM-підходу використовувати ідеї, що покладені в основу радіально-базисних нейронних мереж (RBFN) [9] і пов'язані з теоремою Т. Кавера [23], яка стверджує, що лінійно-нероздільна задача розпізнавання образів в просторі вхідних ознак  $R^n$  може стати лінійно-роздільною в просторі підвищеної розмірності  $R^h$  ( $n+1 \leq h$ ). На основі спільного використання RBFN і SOM в [23] була введена on-line кластеризувальна нейро-система, призначена для чіткого відновлення класів довільної форми. Основним недоліком цієї системи, втім як і всіх радіально-базисних нейромереж, є, так званий, «прокльон розмірності», що породжує різке збільшення числа  $R$ -нейронів в прихованому шарі з ростом розмірності вхідного простору  $R^n$ .

У зв'язку з цим доцільною є розробка on-line нейро-фаззі системи для вирішення задач послідовного нечіткого кластерування даних, що дозволяє опрацьовувати вектори спостережень будь-якої розмірності в умовах обмеженого числа спостережень в оброблюваній вибірці.

## 3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

На рис. 1 наведено архітектуру запропонованої гібридної кластеризувальної on-line нейро-фаззі системи. Вхідною інформацією для цієї системи є центрована щодо середнього вибірка векторів спостережень, яка можливо зростає  $x(1), x(2), \dots, x(k), \dots, x(N), \dots$ ;  $x(k) = (x_1(k), \dots, x_i(k), \dots, x_n(k))^T \in R^n$  таких, що

$-1 \leq x_i(k) \leq 1$ ,  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_i(k) = 0$ , яка повинна бути розділе-

на на  $m$  кластерів довільної форми, при цьому  $k$  тут може бути як номером поточного спостереження, так і моментом поточного часу.

Вектори спостережень  $x(k)$  послідовно надходять на нульовий (рецепторний) шар системи, звідки передаються на перший прихований шар, утворений  $nh$  (по  $h$  на кожний вхід) функціями  $\mu_{li}(x_i)$ ,  $l = 1, 2, \dots, h$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$  і виконуючий фаззифікування вхідного простору  $R^n$ . Другий прихований шар забезпечує агрегування рівнів належності, розрахованих в першому шарі, і містить  $h$  блоків множення. Таким чином, перші два шари цієї системи повністю збігаються з шарами найбільш популярних нейро-фаззі систем ANFIS і TSK [24, 25], основною перевагою яких крім універсальних апроксимуючих властивостей є те, що їх вихідний сигнал лінійно залежить від параметрів-синаптичних ваг, які налаштовуються, що дозволяє використовувати для їх налаштування як множини відомих лінійних алгоритмів навчання [9, 26], так і відомі методи адаптивного кластерування [30, 28], які є оптимальними за швидкодією.

Отже, якщо на вхід системи подано векторний сигнал  $x(k)$ , елементи першого прихованого шару здійснюють його фаззифікування, обчислюючи рівні належності  $0 < \mu_{li}(x_i(k)) \leq 1$ , при цьому зазвичай в якості функцій належності використовуються традиційні гавсіани

$$\mu_{li}(x_i(k)) = \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{li})^2}{2\sigma_i^2}\right),$$

де  $c_{li}$ ,  $\sigma_i$  – параметри центрів і ширини відповідно. Зауважимо також те, що попереднє кодування даних на деякий інтервал, наприклад,  $-1 \leq x_i(k) \leq 1$  дозволяє спростити розрахунки, оскільки параметри ширини  $\sigma_i$  в цьому випадку можуть бути прийняті однаковими для всіх входів, тобто  $\sigma_i = \sigma$ .

У другому прихованому шарі обчислюються агреговані значення

$$\varphi_l(k) = \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)),$$

при цьому для гавсіанів з однаковими параметрами ширини є коректним співвідношення

$$\varphi_l(k) = \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{li})^2}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{\|x(k) - c_l\|^2}{2\sigma^2}\right),$$

де  $c_l = (c_{l1}, c_{l2}, \dots, c_{ln})^T$ , тобто сигнали на виходах блоків множення другого прихованого шару є аналогічними сигналам на виходах нейронів  $R_l$  першого прихованого шару звичайних радіально-базисних нейронних мереж (RBFN).

Третій прихований шар системи – шар нормалізації ( $N$ ) реалізує елементарне перетворення

$$\tilde{\varphi}(x) = \frac{\varphi(x)}{\|\varphi(x)\|},$$

де  $\varphi(x) = (\varphi_1(x), \dots, \varphi_l(x), \dots, \varphi_h(x))^T$ , необхідне для ефективної роботи четвертого вихідного шару, що є фактично кластерувальною нейро-фаззі мережею Когонена (FSOM) [29], налаштування параметрів якої виконується за допомогою спеціалізованої процедури конкурентного самонавчання.

У цьому шарі вирішується задача розбиття послідовностей образів підвищеної розмірності  $\tilde{\varphi}(x(1)), \dots, \tilde{\varphi}(x(k)), \dots, \tilde{\varphi}(x(N)), \dots$  на  $m$  кластерів із знаходженням прототипів-центроїдів  $\tilde{c}_1^k, \dots, \tilde{c}_j^k, \dots, \tilde{c}_m^k$  (нейрони  $N_j^k$ ) і рівнів належності кожного  $\tilde{\varphi}(k)$  до кожного  $j$ -го кластера  $u_j(k)$  (нейрони  $N_j^M$ ),  $\tilde{c}_j^k \in R^h$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Важлива проблема, що виникає в процесі синтезу системи, полягає в тому, як ефективно організувати базис, утворений дзвонуватими функціями, в якому можна було б ефективно провести кластерування. Для цього необхідно організувати процес адаптації кількості  $h > n$  і центрів  $c_{li}$  функцій належності першого шару.

Для вирішення цієї задачі призначені п'ятий, шостий і сьомий додаткові шари, утворені  $nh$  налаштованими синаптичними вагами,  $n+1$  суматорами і  $n$  блоками ділення, що вирішують задачі дефаззифікування.

Таким чином, перший, другий, п'ятий, шостий і сьомий шари системи утворюють по суті багатовихідну нейро-фаззі систему Ванга-Менделя [30] (TSK-система нульового порядку), основною відмінністю якої є те, що в якості навчального тут використовується вхідний сигнал  $x(k)$ , тобто система працює в режимі автоасоціації [21]. Виходом сьомого шару є векторний сигнал  $\hat{x}(k) \in R^n$ , який є оцінкою вхідного сигналу  $x(k)$ .

Якість відновлення оцінюється на основі векторної похибки

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$$

за допомогою того чи іншого скалярного критерію, наприклад:

$$\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\|x(k) - \hat{x}(k)\|}{\|x\|^*},$$

де  $\|\bullet\|^*$  – будь-яка норма у метриці Мінковського, або МАРЕ-оцінки

$$\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\sum_{i=1}^n |x_i(k) - \hat{x}_i(k)|}{\sum_{i=1}^n |x_i(k)|} \times 100\%.$$

Якщо виявиться, що значення  $\bar{e}$  перевищує деякий апіорно заданий поріг, приймається рішення про те, що процес налаштування цих шарів повинен тривати, тобто  $h, c_{li}, w_{il}$ , підлягають подальшому уточненню. Кінцевим результатом навчання цих шарів є значення  $h, c_{li}, i$  матриця синаптичних ваг  $W = \{w_{il}\}$ .

Необхідно також зауважити, що на виходах  $p$ 'ятого прихованого шару формується  $nh$  сигналів

$$w_{il} \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = w_{il} \phi_l(k),$$

а на виходах шостого  $-n + 1$  сигналів

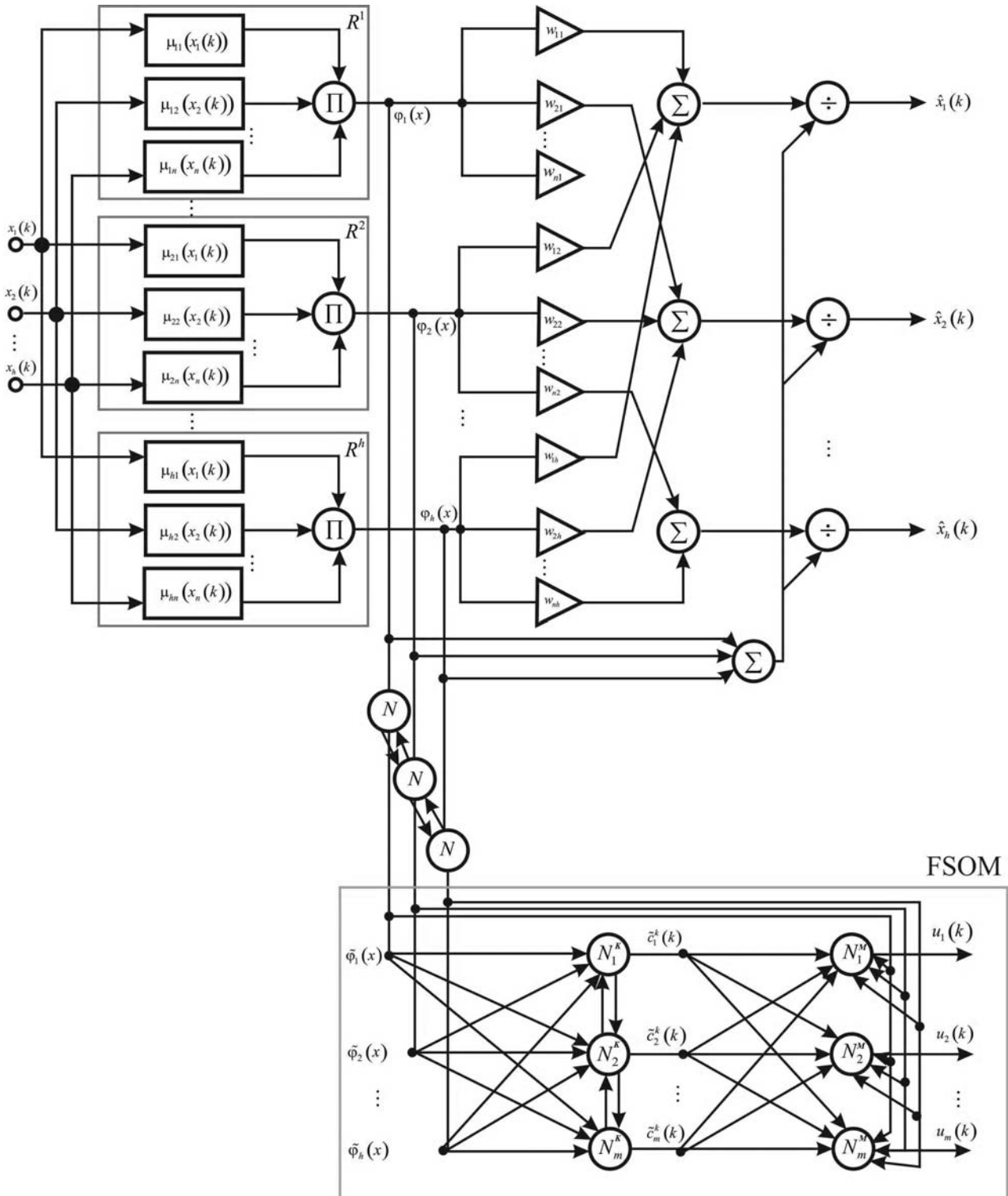


Рисунок 1 – Нечітка кластерувальна гібридна нейро-фаззі система

$$\sum_{l=1}^h w_{il} \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h w_{il} \varphi_l(k),$$

$$\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h \varphi_l(k)$$

і, нарешті, на виходах сьомого шару –  $n$  сигналів

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k) &= \frac{\sum_{l=1}^h w_{il} \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \sum_{l=1}^h w_{il} \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \\ &= \sum_{l=1}^h w_{il} \hat{\varphi}_l(x(k)) = w_i^T \hat{\varphi}^h(x(k)), \end{aligned}$$

$$\text{де } \hat{\varphi}_l(x(k)) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}, \quad w_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in})^T,$$

$$(\hat{\varphi}_1(x(k)), \dots, \hat{\varphi}_1(x(k)), \dots, \hat{\varphi}_h(x(k)))^T.$$

Вводячи в подальший розгляд  $(n \times 1)$ -вектор  $\hat{x}(k) = (\hat{x}_1(k), \dots, \hat{x}_i(k), \dots, \hat{x}_n(k))^T$  і  $(n \times h)$ -матрицю  $W = (w_1, w_i, \dots, w_n)^T$ , остаточно можна записати

$$\hat{x}(k) = W \hat{\varphi}^h(x(k))$$

та

$$e(k) = x(k) - W \hat{\varphi}^h(x(k)).$$

Процес навчання нейро-фаззі системи, що розглядається, зводиться до самонавчання – еволюції першого прихованого шару, навчання з вчителем матриці синаптичних ваг  $w$  п'ятого прихованого шару і конкурентного самонавчання нейро-фаззі-мережі Когонена четвертого вихідного шару.

В основу налаштування першого прихованого шару покладені ідеї еволюційних фаззі-систем і, перш за все, адаптивний метод самонавчання гібридної нейро-фаззі системи [31].

Нехай на вхід системи, у якій в початковому стані в першому прихованому шарі відсутні функції належності, надходить перше спостереження навчальної вибірки  $x(1) = (x_1(1), \dots, x_i(1), \dots, x_n(1))^T$ . Це спостереження формує перший набір функцій належності  $\mu_1 = (\mu_{11}, \dots, \mu_{1i}, \dots, \mu_{1n})^T$  таких, що  $c_{1i} = x_i(1)$ .

Далі для векторної функції належності  $\mu_1$  з центром  $c_1(1)$  задається радіус сусідства  $r$ , що визначається максимально можливим числом  $h$  функцій належності у системі. Так, якщо функції належності по компонентам роз-

поділені рівномірно, то

$$r = \frac{2}{h-1}.$$

Далі, при надходженні другого спостереження  $x(2)$  проводиться перевірка умови

$$\max_i |c_{1i} - x_i(2)| \leq r. \quad (1)$$

Якщо ця умова виконується, проводиться корекція центрів функцій належності  $\mu_1$  відповідно до правила

$$c_{1i}(2) = c_{1i}(1) + \eta(2)(x_i(2) - c_{1i}(1)),$$

де  $\eta(2)$  – параметр кроку навчання, наприклад, при  $\eta(2) = 0,5$

$$c_{1i}(2) = \frac{c_{1i}(1) + x_i(2)}{2}.$$

У тому випадку, якщо умова (1) не виконується, формується друга функція належності з центрами

$$c_{2i}(2) = x_i(2).$$

Таким чином, формується вузол системи  $R_2$ , утворений елементами першого і другого шарів.

Нехай до моменту надходження на вхід системи спостереження  $x(k)$  сформовано  $p$  вузлів  $R_l$  функцій належності  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p, p < h$  з центрами  $c_{li}(k-1), l = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, n$ . З надходженням  $x(k)$  виконується перевірка умови

$$\max_i |c_{1i} - x_i(k)| \leq r \quad \forall l = 1, 2, \dots, p. \quad (2)$$

Якщо ця умова виконується, проводиться корекція центрів функцій належності, найближчих до відповідних компонентів  $x_i(k)$  відповідно до правила

$$c_{li}(k) = c_{li}(k-1) + \eta(k)(x_i(k) - c_{li}(k-1)). \quad (3)$$

Нескладно помітити, що (3) є не що інше, як відоме правило самонавчання Т. Когонена «Переможець отримує все» [11] з тією лише різницею, що самонавчання мапи Т. Когонена реалізується на гіперсфері

$$\|x(k)\|_2 = 1,$$

а правило (3) – на гіперкубі

$$\|x(k)\|_\infty = 1.$$

У тому випадку, якщо умова (2) не виконується, в системі формується  $(p+1)$ -й  $(p+1 \leq h)$  вузол  $R_{p+1}$  з центрами функцій належності

$$c_{p+1,i}(k) = x_i(k).$$

Як можна побачити, ця процедура є гібридом еволюційного алгоритму Н. Касабова [33] і самоорганізовної мапи Т. Когонена [11], при цьому процес еволюції архітектури-самонавчання функцій належності може протікати як безперервно, так і до досягнення кількості функцій належності граничного значення  $nh$ .

Для налаштування матриці синаптичних ваг може бути використаний або рекурентний метод найменших квадратів, який є за суттю оптимальною за швидкістю гавсі-всько-ньютонівською процедурою оптимізації вигляду

$$\begin{cases} W(k) = W(k-1) + \frac{(x(k) - W(k-1)\hat{\phi}^h(x(k)))\hat{\phi}^{hT}(x(k))P(k-1)}{1 + \hat{\phi}^{hT}(x(k))P(k-1)\hat{\phi}^h(x(k))}, \\ P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\hat{\phi}^h(x(k))\hat{\phi}^{hT}(x(k))P(k-1)}{1 + \hat{\phi}^{hT}(x(k))P(k-1)\hat{\phi}^h(x(k))}, \end{cases}$$

або багатовимірна версія алгоритму Качмажа-Уїдрю-Гоффа

$$\begin{aligned} W(k) &= W(k-1) + \frac{(x(k) - W(k-1)\hat{\phi}^h(x(k)))\hat{\phi}^{hT}(x(k))}{\|\hat{\phi}^h(x(k))\|^2} \hat{\phi}^{hT}(x(k)) = \\ &= W(k-1) + (x(k) - W(k-1)\hat{\phi}^h(x(k)))\hat{\phi}^{h+}(x(k)), \end{aligned}$$

де  $(\bullet)^+$  – символ операції псевдообернення.

В основі конкурентного самонавчання четвертого прихованого шару полягає ймовірнісний алгоритм нечіткого кластерування, заснований на оптимізації цільової функції вигляду [16]

$$E(u_i, \tilde{c}_j^K) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^m u_j^K(k) \|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K\|^2$$

за обмежень

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m u_j(k) &= 1, k = 1, 2, \dots, N, \\ 0 \leq \sum_{k=1}^N u_j(k) &\leq N, j = 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

де  $u_j(k) \in [0, 1]$ ,  $\beta$  – невід’ємний параметр фаззифікування, що визначає нечітку границю між різними класами і впливає на рівень нечіткості в остаточному розбитті даних по кластерам.

Застосування стандартного апарату нелінійного програмування, заснованого на невизначених множниках Лагранжа і вирішенні системи рівнянь Каруша-Куна-Таккера, веде до відомого результату

$$\begin{cases} \tilde{c}_j^K = \frac{\sum_{k=1}^N u_j^\beta(k) \tilde{\varphi}(x(k))}{\sum_{k=1}^N u_j^\beta(k)}, \\ u_j(k) = \frac{\left(\|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K\|^2\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m \left(\|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_l^K\|^2\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \end{cases} \quad (4)$$

який при  $\beta = 2$  збігається з алгоритмом нечітких С-середніх (FCM) Дж. Бездека:

$$\begin{cases} \tilde{c}_j^K = \frac{\sum_{k=1}^N u_j^2(k) \tilde{\varphi}(x(k))}{\sum_{k=1}^N u_j^2(k)}, \\ u_j(k) = \frac{\left(\|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K\|^2\right)^{-2}}{\sum_{l=1}^m \left(\|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_l^K\|^2\right)^{-2}}. \end{cases} \quad (5)$$

Алгоритми (4), (5) набули широкого поширення при вирішенні задач нечіткого кластерування, проте їх використання можливе тільки в пакетному режимі при фіксованому об’ємі оброблюваної вибірки даних.

Якщо ж дані надходять на опрацювання послідовно в on-line режимі, є доцільним використання рекурентного варіанту (4), заснованого на процедурі нелінійного програмування Ерроу-Гурвіца-Удзави вигляду

$$\begin{cases} \tilde{c}_j^K(k) = \tilde{c}_j^K(k-1) + \eta(k) u_j^\beta(k-1) (\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K(k-1)), j = 1, 2, \dots, m, \\ u_j(k) = \frac{\left(\|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K(k)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m \left(\|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_l^K(k)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}. \end{cases} \quad (6)$$

Аналізуючи (6), можна помітити, що розглядаючи співмножник  $u_j^\beta(k-1)$  в якості функції сусідства, отримуємо правило самонавчання Т. Когонена на основі принципу «Переможець отримує більше» (WTM), при  $\beta \rightarrow 1$  отримуємо алгоритм типу К-середніх, а  $\beta \rightarrow 0$  відповідає стандартному правилу Т. Когонена типу «Переможець отримує все» (WTA):

$$\tilde{c}_j^K(k) = \tilde{c}_j^K(k-1) + \eta(k) (\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K(k-1)) \quad (7)$$

аналогічне (3). Нескладно помітити також, що рекурентна процедура (7) мінімізує цільову функцію вигляду

$$E(\tilde{c}_j^K) = \sum_k \|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K\|^2,$$

оптимізація якої веде до звичайної оцінки середнього арифметичного

$$\tilde{c}_j^K(k) = \frac{1}{k} \sum_{\varphi(\tilde{x}(k)) \in Cl_j} \tilde{\varphi}(x(k))$$

або у рекурентній формі:

$$\tilde{c}_j^K(k) = \tilde{c}_j^K(k-1) + \frac{1}{k} (\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K(k-1)).$$

Такий вибір параметра кроку  $\eta(k)$  узгоджується з правилами стохастичної апроксимації і надає результатам ясний фізичний зміст.

Таким чином, алгоритм самонавчання (6) четвертого прихованого шару остаточно може бути записаний у вигляді

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{c}_j^K(k) &= \tilde{c}_j^K(k-1) + \frac{u_j^\beta(k-1)}{k} (\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K(k-1)), j = 1, 2, \dots, m, \\ u_j(k) &= \frac{\left( \|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_j^K(k)\|^2 \right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m \left( \|\tilde{\varphi}(x(k)) - \tilde{c}_l^K(k)\|^2 \right)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \end{aligned} \right.$$

що поєднує в собі обчислювальну простоту і послідовну обробку когоненівського навчання з можливістю нечіткого кластерування.

Вектори-центроїди кластерів  $\tilde{c}_j^K(k)$ , обчислені в просторі підвищеної розмірності  $R^h$ , далі можуть бути спроектовані у вихідний простір  $R^n$  за допомогою матриці синаптичних ваг на основі перетворення

$$c_j^K(k) = W(k)^N \tilde{c}_j^K(k) \quad \forall j = 1, 2, \dots, m,$$

$$c_j^K(k) \in R^n, \quad \tilde{c}_j^K(k) \in R^h.$$

Таким чином, розглянута кластерувальна нейро-фаззі система є за суттю гібридом двох нейро-фаззі систем: еволюційної TSK-системи і нечіткої кластерувальної мережі Когонена, що дозволяє в on-line режимі відновлювати класи довільної форми, що перекриваються (лінійно нероздільні), які формуються даними, що надходять на оброблення у формі потоку інформації.

**4 ЕКСПЕРИМЕНТИ**

Ефективність запропонованої гібридної нейро-фаззі системи та процедур її навчання продемонстрована при розв’язанні задачі нечіткого кластерування. В якості тестових даних було обрано три вибірки з UCI-репозиторія – Iris, Wine та Breast Cancer [34]. Всі данні було попередньо пронормовано на гіперкуб в інтервалі [-1, 1].

Для порівняння ефективності запропонованої системи з ефективністю інших існуючих систем було обрано самоорганізовану мапу Т. Когонена та метод нечітких С-середніх (FCM).

У якості критерію якості кластерування було обрано середньоквадратичну похибку MSE.

**5 РЕЗУЛЬТАТИ**

Результати проведених експериментів наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Результати експериментів

Тип системи	Iris	Wine	Breast Cancer
Самоорганізована мапа Т. Когонена	0,067	0,79	0,82
FCM	0,07	0,072	0,08
Гібридна нейро-фаззі система	0,054	0,069	0,0083

**6 ОБГОВОРЕННЯ**

Як можна побачити з табл. 1, запропонована гібридна нейро-фаззі система досить непогано показала себе при розв’язанні задач кластерування. Варто відзначити, що з ростом вибірки похибка кластерування запропонованої нейро-фаззі системи зменшувалась. Якщо порівнювати якість кластерування, гібридна нейро-фаззі система продемонструвала найкращий результат.

Результат кластерування за допомогою гібридної нейро-фаззі системи для вибірок Iris, Wine та Breast Cancer наведено на рис. 2. Для більшої наочності результати візуалізовані у трьохвимірному просторі.

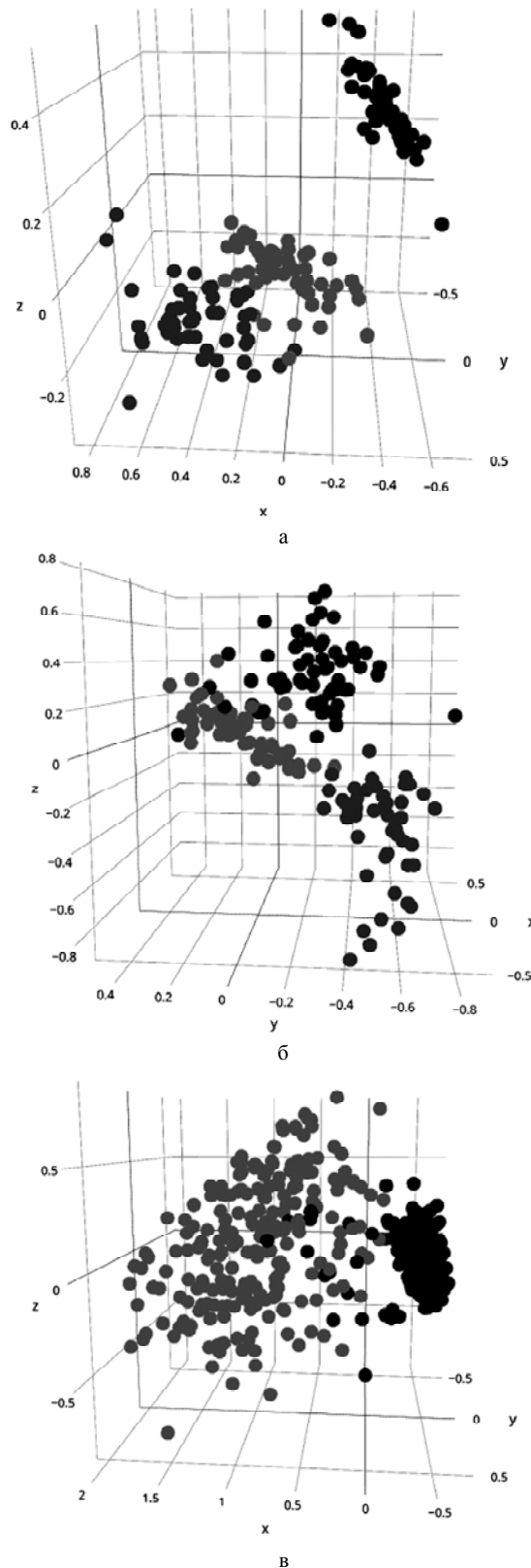


Рисунок 2 – Результати кластерування гібридною нейро-фаззі системою: а – вибірка Iris, б – вибірка Wine, в – вибірка Breast Cancer

## ВИСНОВКИ

Таким чином у розгляд введено еволюційний підхід до вирішення задач нечіткого on-line кластерування потоків даних, що послідовно надходять на опрацювання.

Наукова новизна роботи полягає у тому, що запропоновано гібридну нейро-фаззі систему обчислювального інтелекту, що призначена для нечіткого on-line кластерування потоку інформації в умовах невизначеності як про форму класів, так і про рівні їх перекриття. Введена нейро-фаззі система є досить простою в чисельній реалізації і дозволяє вирішувати задачі динамічного інтелектуального аналізу даних (DDM) та інтелектуального аналізу потоків даних (DSM) за умов суттєвої апріорної невизначеності.

До практичної цінності отриманих результатів можна віднести те, що запропоновану систему можна використовувати для розв'язання задач кластерування в умовах великої кількості спостережень (Big Data), що надходять на оброблення в послідовному режимі.

## ПОДЯКИ

Роботу виконано в рамках держбюджетної науково-дослідної теми Харківського національного університету радіоелектроніки № 307 «Динамічний інтелектуальний аналіз послідовностей нечіткої інформації за умов суттєвої невизначеності на основі гібридних систем обчислювального інтелекту».

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Rutkowski L. Computational Intelligence. Methods and Techniques / L. Rutkowski. – Berlin-Heidelberg : Springer-Verlag, 2008. – 514 p.
2. Mumford C. Computational Intelligence. Collaboration, Fuzzy and Emergence / C. Mumford, L. Jain. – Berlin: Springer-Verlag, 2009. – 726 p.
3. Computational Intelligence. A Methodological Introduction / [R. Kruse, C. Borgelt, F. Klawonn and other]. – Berlin : Springer, 2013. – 488 p.
4. Du K.-L. Neural Networks and Statistical Learning / K.-L. Du, M. N. S. Swamy. – London : Springer-Verlag, 2014. – 824 p.
5. Han J. Data Mining : Concepts and Techniques / J. Han, M. Kamber. – Amsterdam : Morgan Kaufmann Publ., 2006. – 754 p.
6. Aggarwal C. C. Data Mining / A. A. Aggarwal. – Cham : Springer, Int. Publ., Switzerland, 2015. – 734 p.
7. Aggarwal C. C. Data Clustering. Algorithms and Application / C. C. Aggarwal, C. K. Reddy. – Boca Raton : CRC Press, 2014. – 648 p.
8. Xu R. Clustering, IEEE Press Series on Computational Intelligence / R. Xu, D. C. Wunsch. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2009. – 370 p.
9. Haykin S. Neural Networks. A Comprehensive Foundation / S. Haykin. – Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, Inc., 1999. – 842 p.
10. Bifet A. Adaptive Stream Mining: Pattern Learning and Mining from Evolving Data Streams / A. Bifet. – IOS Press, 2010. – 224 p.
11. Kohonen, T. Self-Organizing Maps / T. Kohonen. – Berlin : Springer-Verlag, 1995. – 362 p.
12. Höppner F. Fuzzy-Clusteranalyse. Verfahren für die Bilderkennung, Klassifikation und Datenanalyse. / F. Höppner, F. Klawonn, R. Kruse. – Braunschweig : Vieweg, 1996. – 280 p.
13. Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition [F. Höppner, F. Klawonn, R. Kruse, T. Runkler]. – Chichester : John Wiley & Sons, 1999. – 289 p.
14. Tsao E. C.-K. Fuzzy Kohonen clustering networks / E. C.-K. Tsao, J. C. Bezdek, N. R. Pal // Pattern Recognition. – 1994. – Vol. 27, № 5. – P. 757–764.
15. Smoothly distributed fuzzy C-means: a new self-organizing map [R. D. Pascual-Marqui, A. D. Pascual-Montano, K. Kochi, J. M. Caroso] // Pattern Recognition, 2001. – Vol. 34, № 5. – P. 2395–2402.
16. Bezdek J.-C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms / J.-C. Bezdek. – N. Y. : Plenum Press, 1981. – 272 p.
17. Girolami M. Mercer kernel-based clustering in feature space / M. Girolami // IEEE Transactions on Neural Networks. – 2002. – Vol. 13, Issue 3. – P. 780–784.
18. Camastra F. A novel kernel method for clustering / F. Camastra, A. Verri // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2005. – Issue. 5. – P. 801–805.
19. Schölkopf B. Learning with Kernels / B. Schölkopf, A. Smola. – Cambridge, M. A. : MIT Press, 2002. – 648 p.
20. Kung S. Y. Kernel Methods and Machine Learning / S. Y. Kung. – Cambridge : University Press, 2014. – 578 p.
21. Kacprzyk J. Springer Handbook of Computational Intelligence / J. Kacprzyk, W. Pedrycz. – Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2015. – 1634 p.
22. Cover T. M. Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities with applications in pattern recognition / T. M. Cover // IEEE Transactions on Electronic Computers. – 1965. – Vol. 14. – P. 326–334.
23. Бодянский Е. В. Ядерная самоорганизующаяся карта на основе радиально-базисной нейронной сети / Е. В. Бодянский, А. А. Дейнеко, Я. В. Куценко // Электротехнические и компьютерные системы. – 2015. – № 20. – С. 97–105.
24. Jang J.-S. Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence / J.-S. Jang, C.-T. Sun, E. Mizutani. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997. – 640 p.
25. Takagi T. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1985. – Vol. 15, № 1. – P. 116–132.
26. Friedman J. The Elements of Statistical Learning. Data Mining, Inference and Prediction / J. Friedman, T. Hasti, R. Tibshirani. – Berlin : Springer, 2003. – 552 p.
27. Ljung L. System Identification : Theory for User / L. Ljung. – Upper Saddle river : Prentice Hall, Inc., 1987. – 432 p.
28. Nelles O. Nonlinear System Identification / O. Nelles. – Berlin : Springer, 2001. – 785 p.
29. Bodyanskiy Ye. Adaptive neuro-fuzzy Kohonen network with variable fuzzifier / Ye. Bodyanskiy, B. Kolchygin, I. Pliss // Int. J. Information Technologies and Knowledge. – 2011. – Vol. 18, Issue 3. – P. 215–223.
30. Wang L. X. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning / L. X. Wang, J. M. Mendel // IEEE Transactions on Neural Networks. – 1992. – Vol. 3, Issue 5. – P. 807–814.
31. Lughofer E. Evolving Fuzzy Systems – Methodologies and Applications / E. Lughofer. – Studies in Fuzziness and Soft Computing. – Springer-Berlin, 2011. – 410 p.
32. Bodyanskiy Ye. V. Adaptive method of hybrid learning for an evolving neuro-fuzzy system / Ye. V. Bodyanskiy, O. O. Boiko, I. P. Pliss // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – Vol. 51, Issue 4. – P. 500–505.
33. Kasabov N. Evolving Connectionist Systems / N. Kasabov. – London : Springer-Verlag, 2003. – 307 p.
34. Frank A. UCI Machine Learning Repository [Electronic resource] / A. Frank, A. Asuncion. – Irvine, CA : University of California, School of Information and Computer Science, 2013. – Access mode: <http://archive.ics.uci.edu/ml>.

Стаття надійшла до редакції 01.08.2016.

Після доробки 16.08.2016.



Бодянский Е. В.<sup>1</sup>, Дейнеко А. О.<sup>2</sup>, Куценко Я. В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, научный руководитель Проблемной НИЛ АСУ, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, научный сотрудник Проблемной НИЛ АСУ, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

<sup>3</sup>Аспирантка кафедры искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ НЕЙРО-ФАЗЗИ ПОДХОДА

В статье предложена on-line нейро-фаззи система для решения задачи последовательной нечеткой кластеризации данных, которая позволяет обрабатывать векторы наблюдений любой размерности в условиях ограниченного числа данных в обрабатываемой выборке, а также алгоритм ее самообучения на основе самоорганизующейся карты Т. Кохонена. Архитектура системы содержит семь слоев обработки информации и, по своей сути, является гибридом системы Ванга-Менделя и кластеризирующей самоорганизующейся сети. Предложенная система в процессе самообучения настраивает не только свои параметры, но и архитектуру в on-line режиме. Для настройки параметров функций принадлежности гибридной нейро-фаззи системы введен алгоритм, основанный на использовании конкурентного обучения. В процессе обучения гибридная нейро-фаззи система настраивает синаптические веса, центры и параметры ширины функций принадлежности. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенную архитектуру гибридной нейро-фаззи системы. Проведен ряд экспериментов по исследованию свойств предлагаемой системы. Результаты экспериментов подтвердили, что предложенную систему можно использовать для решения задачи кластеризации, при этом обработка данных происходит в on-line режиме. Система характеризуется простотой численной реализации. Отличительной особенностью предложенной системы является то, что она объединяет в себе как обучение с учителем, так и самообучение.

**Ключевые слова:** гибридная система, вычислительный интеллект, нейро-фаззи система, функция принадлежности, нечеткая кластеризация.

Bodyanskiy Ye. V.<sup>1</sup>, Deineko A. O.<sup>2</sup>, Kutsenko Ya. V.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dr. Sc., Scientific Head of the Control Systems Research Laboratory, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

<sup>2</sup>Ph.D, Researcher at the Control Systems Research Laboratory, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

<sup>3</sup>Ph.D, student at the Artificial Intelligence Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

### SEQUENTIAL FUZZY CLUSTERING BASED ON NEURO-FUZZY APPROACH

An on-line neuro-fuzzy system for solving data stream fuzzy clustering task and its self-learning procedures based on T. Kohonen's rule are proposed in the paper. The architecture of proposed system consists of seven information processing layers and represents the hybrid of the Wang-Mendel system and clustering self-organizing network. During a learning procedure in on-line mode, the proposed system tunes both its parameters and its architecture. For tuning of membership functions parameters of neuro-fuzzy system the method based on competitive learning is proposed. The hybrid neuro-fuzzy system tunes its synaptic weights, centers and width parameters of membership functions. Software that implements the proposed hybrid neuro-fuzzy system's architecture has been developed. A number of experiments has been held in order to research the proposed system's properties. Experimental results have proved the fact that the proposed system could be used to solve a sequential stream clustering task. The proposed system provides computational simplicity. A distinguishing feature of the proposed system is that this system combine supervised learning and self-learning procedures.

**Keywords:** hybrid system, Data Mining, Data Stream Mining, neuro-fuzzy system, membership function, fuzzy clustering.

### REFERENCES

- Rutkowski L. Computational Intelligence. Methods and Techniques. Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag, 2008, 514 p.
- Mumford C., Jain L. Computational Intelligence. Collaboration, Fuzzy and Emergence. Berlin, Springer-Verlag, 2009, 726 p.
- Kruse R., Borgelt C., Klawonn F., Moewes C., Steinbrecher M., Held P. Computational Intelligence. A Methodological Introduction. Berlin, Springer, 2013, 488 p.
- Du K.-L., Swamy M.N.S. Neural Networks and Statistical Learning. London, Springer-Verlag, 2014, 824 p.
- Han J., Kamber M. Data Mining: Concepts and Techniques. Amsterdam: Morgan Kaufmann Publ., 2006, 754 p.
- Aggarwal C. C. Data Mining, Cham, Springer, Int. Publ., Switzerland, 2015, 734 p.
- Aggarwal C. C., Reddy C. K. Data Clustering. Algorithms and Application. Boca Raton, CRC Press, 2014, 648 p.
- Xu R., Wunsch D. C. Clustering, IEEE Press Series on Computational Intelligence. Hoboken, NJ. John Wiley & Sons, Inc., 2009, 370 p.
- Haykin S. Neural Networks. A Comprehensive Foundation, Upper Saddle River, N.J., Prentice Hall, Inc., 1999, 842 p.
- Bifet A. Adaptive Stream Mining: Pattern Learning and Mining from Evolving Data Streams. IOS Press, 2010, 224 p.
- Kohonen T. Self-Organizing Maps. Berlin, Springer-Verlag, 1995, 362 p.
- Höppner F., Klawonn F., Kruse R. Fuzzy-Clusteranalyse: Verfahren für die Bilderkennung, Klassifikation und Datenanalyse. Braunschweig, Vieweg, 1996, 280 p.
- Höppner F., Klawonn F., Kruse R., Runkler T. Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition. Chichester, John Wiley & Sons, 1999, 289 p.
- Tsao E. C.-K., Bezdek J. C., Pal N. R. Fuzzy Kohonen clustering networks, Pattern Recognition, 1994, Vol. 27, No. 5, pp. 757–764.
- Pascual-Marqui R. D., Pascual-Montano A. D., Kochi K., Caroso J. M. Smoothly distributed fuzzy C-means: a new self-organizing map, Pattern Recognition, 2001, Vol. 34, No. 5, pp. 2395–2402.
- Bezdek J.-C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms, N.Y., Plenum Press, 1981, 272 p.
- Girolami M. Mercer kernel-based clustering in feature space, IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, Vol. 13, Issue 3, pp. 780–784.
- Camasta F., Verri A. A novel kernel method for clustering, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, Issue. 5, pp. 801–805.
- Schulkopf B., Smola A. Learning with Kernels, Cambridge, M.A., MIT Press, 2002, 648 p.
- Kung S. Y. Kernel Methods and Machine Learning, Cambridge, University Press, 2014, 578 p.
- Kacprzyk J., Pedrycz W. Springer Handbook of Computational Intelligence. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2015, 1634 p.
- Cover T. M. Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities with applications in pattern recognition, IEEE Transactions on Electronic Computers, 1965, Vol. 14, pp. 326–334.
- Bodyanskiy Ye., Deineko A., Kutsenko Ya. Kernel Self-Organizing Map based on radial-basis neural network, Electrotechnical and computer systems, 2015, Vol. 20, pp. 97–105.
- Jang J.-S., Sun C.-T., Mizutani E. Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence, Upper Saddle River, Prentice Hall, 1997, 640 p.
- Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, Vol.15, № 1, pp. 116–132.
- Friedman J., Hasti T., Tibshirani R. The Elements of Statistical Learning. Data Mining, Inference and Prediction. Berlin, Springer, 2003, 552 p.
- Ljung L. System Identification: Theory for User, Upper Saddle river, Prentice Hall, Inc., 1987, 432 p.
- Nelles O. Nonlinear System Identification. Berlin, Springer, 2001, 785 p.
- Bodyanskiy Ye., Kolchygin B., Pliss I. Adaptive neuro-fuzzy Kohonen network with variable fuzzifier, Int. J. Information Technologies and Knowledge, 2011, Vol. 18, Issue 3, pp. 215–223.
- Wang L. X., Mendel J. M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning, IEEE Transactions on Neural Networks, 1992, Vol. 3, Issue 5, pp. 807–814.
- Lughofer E. Evolving Fuzzy Systems – Methodologies and Applications, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Springer-Berlin, 2011, 410 p.
- Bodyanskiy Ye.V., Boiko O.O., Pliss I. P. Adaptive method of hybrid learning for an evolving neuro-fuzzy system, Cybernetics and Systems Analysis, 2015, Vol. 51, Issue 4, pp. 500–505.
- Kasabov N. Evolving Connectionist Systems. London, Springer-Verlag, 2003, 307 p.
- Frank A., Asuncion A. UCI Machine Learning Repository [Electronic resource], Irvine, CA, University of California, School of Information and Computer Science, 2013, Access mode: <http://archive.ics.uci.edu/ml>.