

p-ISSN 1607-3274  
e-ISSN 2313-688X

Радіоелектроніка  
Інформатика  
Управління

Radio Electronics  
Computer Science  
Control

Радиоэлектроника  
Информатика  
Управление

2019/4

ISSN 1607-3274



9 771607 327005 94 >







Національний університет «Запорізька політехніка»

## **Радіоелектроніка, інформатика, управління**

Науковий журнал

Виходить чотири рази на рік

№ 4(51) 2019

Заснований у січні 1999 року.

Засновник і видавець – Національний університет «Запорізька політехніка».

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Запоріжжя

НУ «Запорізька політехніка»

2019

National University «Zaporizhzhia Polytechnic»

## **Radio Electronics, Computer Science, Control**

The scientific journal

Published four times per year

№ 4(51) 2019

Founded in January 1999.

Founder and publisher – National University «Zaporizhzhia Polytechnic».

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

Zaporizhzhia

NU «Zaporizhzhia Polytechnic»

2019

Национальный университет «Запорожская политехника»

## **Радиоэлектроника, информатика, управление**

Научный журнал

Выходит четыре раза в год

№ 4(51) 2019

Основан в январе 1999 года.

Основатель и издатель – Национальный университет «Запорожская политехника».

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Запорожье

НУ «Запорожская политехника»

2019

**Науковий журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління»** (скорочена назва – РІУ) видається Національним університетом «Запорізька політехніка» (НУ «Запорізька політехніка») з 1999 р. періодичністю чотири номери на рік.

Зареєстровано у Міністерстві юстиції України 19.11.2019 р. (Свідцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ № 24220-14060 ПР.)

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Наказом Міністерства освіти і науки України № 1328 від 21.12.2015 р. «Про затвердження рішень Атестаційної колегії Міністерства щодо діяльності спеціалізованих вчених рад від 15 грудня 2015 року» журнал включений до переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата фізико-математичних та технічних наук.

В журналі безкоштовно публікуються наукові статті англійською, російською та українською мовами.

**Правила оформлення статей** подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал забезпечує **безкоштовний відкритий он-лайн доступ** до повнотекстових публікацій.

Журнал дозволяє авторам мати авторські права і зберігати права на видання без обмежень. Журнал дозволяє користувачам читати, завантажувати, копіювати, поширювати, друкувати, шукати або посилатися на повні тексти своїх статей. Журнал дозволяє повторне використання його вмісту у відповідності з СС ліцензією СС-BY.

Опублікованими статтям присвоюється унікальний ідентифікатор цифрового об'єкта DOI.

**Журнал входить до наукометричної бази Web of Science.**

**Журнал реферується та індексується** у провідних міжнародних та національних реферативних журналах і наукометричних базах даних, а також розміщується у цифрових архівах та бібліотеках з безкоштовним доступом у режимі on-line (у т. ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИНЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВІНТІ, Джерело), повний перелік яких подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

**Журнал розповсюджується** за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

**Тематика журналу:** телекомунікації та радіоелектроніка, програмна інженерія (включаючи теорію алгоритмів і програмування), комп'ютерні науки (математичне і комп'ютерне моделювання, оптимізація і дослідження операцій, управління в технічних системах, міжмашинна і людино-машинна взаємодія, штучний інтелект, включаючи системи, засновані на знаннях, і експертні системи, інтелектуальний аналіз даних, розпізнавання образів, штучні нейронні і нейро-нечіткі мережі, нечітку логіку, колективний інтелект і мультиагентні системи, гібридні системи), комп'ютерна інженерія (апаратне забезпечення обчислювальної техніки, комп'ютерні мережі), інформаційні системи та технології (структури та бази даних, системи, засновані на знаннях та експертні системи, обробка даних і сигналів).

Усі статті, пропонувані до публікації, одержують **об'єктивний розгляд**, що оцінюється за суттю без урахування раси, статі, віросповідання, етнічного походження, громадянства або політичної філософії автора(ів).

Усі статті проходять двоступінчасте закрите (анонімне для автора) **рецензування** штатними редакторами і незалежними рецензентами – провідними вченими за профілем журналу.

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

**Головний редактор – Субботін Сергій Олександрович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

**Заступник головного редактора – Піза Дмитро Макарович** – доктор технічних наук, професор, проректор з науково-педагогічної роботи та питань перспектив розвитку університету, директор інституту інформатики та радіоелектроніки, професор кафедри радіотехніки та телекомунікацій, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

**Члени редколегії:**

**Андролідакіс Іосіф** – доктор філософії, голова департаменту телефонії Центру обслуговування мереж, Університет Яніни, Греція;

**Бодяньський Євгеній Володимирович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

**Веннекенс Юст** – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наір), Католицький університет Льовена, Бельгія;

**Вольф Карстен** – доктор філософії, професор, професор кафедри технічної інформатики, Дортмундський університет прикладних наук та мистецтв, Німеччина;

**Вуттке Ганс-Дітріх** – доктор філософії, доцент, провідний науковий співробітник інституту технічної інформатики, Технічний університет Льменау, Німеччина;

**Горбань Олександр Миколайович** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор факультету математики, Університет Лестера, Велика Британія;

**Городничий Дмитро Олегович** – доктор філософії, кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Дирекції науки та інженерії, Канадська агенція прикордонної служби, Канада;

**Дробахін Олег Олегович** – доктор фізико-математичних наук, професор, перший проректор, Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, Україна;

**Зайцева Олена Миколаївна** – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

**Камеяма Мічітака** – доктор наук, професор, професор факультету науки та інженерії, Університет Ішіномакі Сеншу, Японія;

**Карташов Володимир Михайлович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

**Леващенко Віталій Григорович** – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

**Луенго Давид** – доктор філософії, професор, завідувач кафедри теорії сигналів та комунікацій, Мадридський політехнічний університет, Іспанія;

**Марковська-Качмар Урсула** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри обчислювального інтелекту, Вроцлавська політехніка, Польща;

**Олійник Андрій Олександрович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

**Павліков Володимир Володимирович** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, проректор з наукової роботи, Національний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Україна;

**Папшицький Марцін** – доктор наук, професор, професор відділу інтелектуальних систем, Дослідний інститут систем Польської академії наук, м. Варшава, Польща;

**Скруський Степан Юрійович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

**Табунчик Галина Володимирівна** – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

**Тригано Томас** – доктор філософії, старший викладач кафедри електричної та електронної інженерії, Інженерний коледж ім. С. Шамон, м. Ашдод, Ізраїль;

**Хенке Карстен** – доктор технічних наук, професор, науковий співробітник факультету інформатики та автоматизації, Технічний університет Льменау, Німеччина;

**Шарпанських Олексій Альбертович** – доктор філософії, доцент, доцент факультету аерокосмічної інженерії, Делфтський технічний університет, Нідерланди.

## РЕДАКЦІЙНО-КОНСУЛЬТАТИВНА РАДА

**Аррас Пітер** – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наір), Католицький університет Льовена, Бельгія;

**Ліснянський Анатолій** – кандидат фізико-математичних наук, головний науковий експерт, Ізраїльська електрична корпорація, Хайфа, Ізраїль;

**Мадрицх Христіан** – доктор філософії, професор факультету інженерії та інформаційних технологій, Університет прикладних наук Каринфії, Австрія;

**Маркосян Мгер Вардкесович** – доктор технічних наук, професор, директор Єреванського науково-дослідного інституту засобів зв'язку, професор кафедри телекомунікацій, Російсько-вірменський університет, м. Єреван, Вірменія;

**Рубель Олег Володимирович** – кандидат технічних наук, доцент факультету інженерії, Університет МакМастера, Гамільтон, Канада;

**Тавхелідзе Автанділ** – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор школи бізнесу, технології та освіти, Державний університет ім. Ілії Чавчавадзе, Тбілісі, Грузія;

**Урестью Дору** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри електроніки та обчислювальної техніки, Трансильванський університет в Брашові, Румунія;

**Шульц Пітер** – доктор технічних наук, професор, професор інституту цифрової трансформації застосунків та живих доменів (IDiAL), Дортмунд, Німеччина.

Рекомендовано до видання вченою радою НУ «Запорізька політехніка», протокол № 4 від 25.11.2019.

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом НУ «Запорізька політехніка».

**Веб-сайт журналу:** <http://ric.zntu.edu.ua>.

**Адреса редакції:** Редакція журналу «РІУ», Національний університет «Запорізька політехніка», вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна.

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

Факс: +38-061-764-46-62

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

© Національний університет «Запорізька політехніка», 2019

The scientific journal «Radio Electronics, Computer Science, Control» is published by the National University «Zaporizhzhia Polytechnic» NU «Zaporizhzhia Polytechnic» since 1999 with periodicity four numbers per year.

The journal is registered by the Ministry of Justice of Ukraine in 19.11.2019. (State Registration Certificate of printed mass media series KB № 24220-14060 IIP).

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

By the Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 21.12.2015 № 1328 “On approval of the decision of the Certifying Collegium of the Ministry on the activities of the specialized scientific councils dated 15 December 2015” journal is included in the list of scientific specialized periodicals of Ukraine, where the results of dissertations for Doctor of Science and Doctor of Philosophy in Mathematics and Technical Sciences may be published.

The journal publishes scientific articles in English, Russian, and Ukrainian free of charge.

The article formatting rules are presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

The journal provides policy of on-line open (free of charge) access for full-text publications. The journal allow the authors to hold the copyright without restrictions and to retain publishing rights without restrictions. The journal allow readers to read, download, copy, distribute, print, search, or link to the full texts of its articles. The journal allow reuse and remixing of its content, in accordance with a CC license CC-BY.

Published articles have a unique digital object identifier (DOI).

The journal is included into Web of Science.

The journal is abstracted and indexed in leading international and national abstracting journals and scientometric databases, and also placed to the digital archives and libraries with a free on-line access (including DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИИЛ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, VINITI (All-Russian Institute of scientific and technical information), Djerelo), full list of which is presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

The journal is distributed by the Catalogue of Ukrainian periodicals (the catalog number is 22914).

The journal scope: telecommunications and radio electronics, software engineering (including algorithm and programming theory), computer science (mathematical modeling and computer simulation, optimization and operations research, control in technical systems, machine-machine and man-machine interfacing, artificial intelligence, including data mining, pattern recognition, artificial neural and neuro-fuzzy networks, fuzzy logic, swarm intelligence and multiagent systems, hybrid systems), computer engineering (computer hardware, computer networks), information systems and technologies (data structures and bases, knowledge-based and expert systems, data and signal processing methods).

All articles proposed for publication receive an objective review that evaluates substantially without regard to race, sex, religion, ethnic origin, nationality, or political philosophy of the author(s).

All articles undergo a two-stage blind peer review by the editorial staff and independent reviewers – the leading scientists on the profile of the journal.

## EDITORIAL BOARD

**Editor-in-Chief – Sergey Subbotin** – Dr. Sc., Professor, Head of Software Tools Department, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

**Deputy Editor-in-Chief – Dmytro Piza** – Dr. Sc., Professor, Vice-rector for scientific and pedagogical work and issues of development prospects of the University, Director of the Institute of Informatics and Radio Electronics, Professor of the Department of Radio Engineering and Telecommunications, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

### Members of the Editorial Board:

**Iosif Androulidakis** – PhD, Head of Telephony Department, Network Operation Center, University of Ioannina, Greece;

**Evgeniy Bodyanskiy** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

**Oleg Drobakhin** – Dr. Sc., Professor, First Vice-Rector, Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine;

**Alexander Gorban** – PhD, Professor, Professor of the Faculty of Mathematics, University of Leicester, United Kingdom;

**Dmitry Gorodnichy** – PhD, Associate Professor, Leading Research Fellow at the Directorate of Science and Engineering, Canada Border Services Agency, Ottawa, Canada;

**Karsten Henke** – Dr. Sc., Professor, Research Fellow, Faculty of Informatics and Automation, Technical University of Ilmenay, Germany;

**Michitaka Kameyama** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Faculty of Science and Engineering, Ishinomaki Senshu University, Japan;

**Volodymyr Kartashov** – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Media Engineering and Information Radio Electronic Systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

**Vitaly Levashenko** – PhD, Professor, Head of Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia;

**David Luengo** – PhD, Professor, Head of the Department of Signal Theory and Communication, Madrid Polytechnic University, Spain;

**Ursula Markowska-Kaczmar** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Computational Intelligence, Wrocław University of Technology, Poland;

**Andrii Oliinyk** – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

**Marcin Paprzycki** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Intelligent Systems, Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland;

**Volodymyr Pavlikov** – Dr. Sc., Senior Researcher, Vice-Rector for Research, N. E. Zhukovsky National Aerospace University “KhAI”, Ukraine;

**Alexei Sharpanskykh** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Aerospace Engineering Faculty, Delft University of Technology, Netherlands;

**Stepan Skrupsky** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer Systems and Networks, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine

**Galyna Tabunshchyk** – PhD, Associate Professor, Professor of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

**Thomas (Tom) Trigano** – PhD, Senior Lecturer of the Department of Electrical and Electronic Engineering, Sami Shamoon College of Engineering, Ashdod, Israel;

**Joost Vennekens** – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus de Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

**Carsten Wolff** – PhD, Professor, Professor of the Department of Technical Informatics, Dortmund University of Applied Sciences and Arts, Germany;

**Heinz-Dietrich Wuttke** – PhD, Associate Professor, Leading Researcher at the Institute of Technical Informatics, Technical University of Ilmenay, Germany;

**Elena Zaitseva** – PhD, Professor, Professor, Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia.

## EDITORIAL-ADVISORY COUNCIL

**Peter Arras** – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus De Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

**Anatoly Lisnianski** – PhD, Chief Scientific Expert, Israel Electric Corporation Ltd., Haifa, Israel;

**Christian Madritsch** – PhD, Professor of the Faculty of Engineering and Information Technology, Carinthia University of Applied Sciences, Austria;

**Mher Markosyan** – Dr. Sc., Professor, Director of the Yerevan Research Institute of Communications, Professor of the Department of Telecommunications, Russian-Armenian University, Yerevan, Armenia;

**Oleg Rubel** – PhD, Associate Professor, Faculty of Engineering, McMaster University, Hamilton, Canada;

**Peter Schulz** – Dr. Sc., Professor, Professor, Institute for Digital Transformation of Applications and Living Domains (IDiAL), Dortmund, Germany;

**Avtandil Tavkhelidze** – PhD, Professor, Professor of the School of Business, Technology and Education, Ilia State University, Tbilisi, Georgia;

**Doru Ursuțiu** – Dr. Sc., Professor, Professor, Department of Electronics and Computer Engineering, University of Transylvania at Brasov, Romania.

Recommended for publication by the Academic Council of NU «Zaporizhzhia Polytechnic», protocol № 4 dated 25.11.2019.

The journal is imposed by the editorial-publishing department of NU «Zaporizhzhia Polytechnic».

The journal web-site is <http://ric.zntu.edu.ua>.

The address of the editorial office: Editorial office of the journal «Radio Electronics, Computer Science, Control», National University «Zaporizhzhia Polytechnic», Zhukovskiy street, 64, Zaporizhzhia, 69063, Ukraine.

Tel.: +38-061-769-82-96 – the editorial-publishing department.

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)©

Fax: +38-061-764-46-62

© National University «Zaporizhzhia Polytechnic», 2019

**Научный журнал «Радиоэлектроника, информатика, управление»** (сокращенное название – РИУ) издается национальным университетом «Запорожская политехника» (НУ «Запорожская политехника») с 1999 г. периодичностью четыре номера в год.

Зарегистрирован в Министерстве юстиции Украины 19.11.2019 г. (Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации серия КВ № 24220-14060 ПР).

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Приказом Министерства образования и науки Украины № 1328 от 21.12.2015 г. «Об утверждении решений Аттестационной коллегии Министерства относительно деятельности специализированных ученых советов от 15 декабря 2015 года» журнал включен в перечень научных профессиональных изданий Украины, в которых могут публиковаться результаты диссер-тационных работ на соискание ученых степеней доктора и кандидата физико-математических и технических наук.

В журнале бесплатно публикуются научные статьи на английском, русском и украинском языках.

Правила оформления статей представлены на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал обеспечивает бесплатный открытый он-лайн доступ к полнотекстовым публикациям. Журнал разрешает авторам иметь авторские права и сохранять права на издание без ограничений. Журнал разрешает пользователям читать, загружать, копировать, распространять, печатать, искать или ссылаться на полные тексты своих статей. Журнал разрешает повторное использование его содержания в соответствии с CC лицензией CC-BY.

Опубликованным статьям присваивается уникальный идентификатор цифрового объекта DOI.

Журнал входит в наукометрическую базу Web of Science.

Журнал реферруется и индексируется в ведущих международных и национальных реферативных журналах и наукометрических базах данных, а также размещается в цифровых архивах и библиотеках с бесплатным доступом on-line (в т.ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИНЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВИНТИ, Дажэрло), полный перечень которых представлен на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал распространяется по Каталогу периодических изданий Украины (подписной индекс – 22914).

**Тематика журнала:** телекоммуникации и радиоэлектроника, программная инженерия (включая теорию алгоритмов и программирования), компьютерные науки (математическое и компьютерное моделирование, оптимизация и исследование операций, управление в технических системах, межмашинное и человеко-машинное взаимодействие, искусственный интеллект, включая интеллектуальный анализ данных, распознавание образов, искусственные нейронные и нейро-нечеткие сети, нечеткую логику, коллективный интеллект и мультиагентные системы, гибридные системы), компьютерная инженерия (аппаратное обеспечение вычислительной техники, компьютерные сети), информационные системы и технологии (структуры и базы данных, системы, основанные на знаниях, и экспертные системы, обработка данных и сигналов).

Все статьи, предлагаемые к публикации, получают объективное рассмотрение, которое оценивается по существу без учета расы, пола, вероисповедания, этнического происхождения, гражданства или политической философии автора(ов).

Все статьи проходят двухступенчатое закрытое (анонимное для автора) рецензирование штатными редакторами и независимыми рецензентами – ведущими учеными по профилю журнала.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор – Субботин Сергей Александрович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

**Заместитель главного редактора – Пиза Дмитрий Макарович** – доктор технических наук, профессор, проректор по научно-педагогической работе и вопросам перспектив развития университета, директор института информатики и радиоэлектроники, профессор кафедры радиотехники и телекоммуникаций, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

### Члены редколлегии:

**Андрюлидакис Иосиф** – доктор философии, глава департамента телефонии Центра обслуживания сетей, Университет Янины, Греция;

**Бодянский Евгений Владимирович** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

**Веннекенс Юст** – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

**Вольф Карстен** – доктор философии, профессор, профессор кафедры технической информатики, Дортмундский университет прикладных наук и искусств, Германия;

**Вуттке Ганс-Дитрих** – доктор философии, доцент, ведущий научный сотрудник института технической информатики, Технический университет Ильменау, Германия;

**Горбань Александр Николаевич** – доктор физико-математических наук, профессор, профессор факультета математики, Университет Лестера, Великобритания;

**Городничий Дмитрий Олегович** – доктор философии, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Дирекции науки и инженерии, Канадское агентство пограничной службы, Канада;

**Дробахин Олег Олегович** – доктор физико-математических наук, профессор, первый проректор, Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара, Украина;

**Зайцева Елена Николаевна** – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

**Камеяма Мичитака** – доктор наук, профессор, профессор факультета науки и инженерии, Университет Ишиномаки Сеншу, Япония;

**Карташов Владимир Михайлович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой медиаинженерии и информационных радиоэлектронных систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

**Левашенко Виталий Григорьевич** – кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

**Луэнго Давид** – доктор философии, профессор, заведующий кафедрой теории сигналов и коммуникаций, Мадридский политехнический университет, Испания;

**Марковска-Качмар Урсула** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительного интеллекта, Вроцлавская политехника, Польша;

**Олейник Андрей Александрович** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

**Павликов Владимир Владимирович** – доктор технических наук, старший научный сотрудник, проректор по научной работе, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Э. Жуковского «ХАИ», Украина;

**Пашинский Марцин** – доктор наук, профессор, профессор отдела интеллектуальных систем, Исследовательский институт систем Польской академии наук, г. Варшава, Польша;

**Скруцкий Степан Юрьевич** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры компьютерных систем и сетей, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

**Табунщик Галина Владимировна** – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

**Тригано Томас** – доктор философии, старший преподаватель кафедры электронной и электрической инженерии, Инженерный колледж им. С. Шамоу, г. Ашдод, Израиль;

**Хенке Карстен** – доктор технических наук, профессор, научный сотрудник факультета информатики и автоматизации Технический университет Ильменау, Германия;

**Шарпаньских Алексей Альбертович** – доктор философии, доцент факультета аэрокосмической инженерии, Делфтский технический университет, Нидерланды.

## РЕДАКЦИОННО-КОНСУЛЬТАТИВНЫЙ СОВЕТ

**Аррас Питер** – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

**Лисьянский Анатолий** – кандидат физико-математических наук, главный научный эксперт, Израильская электрическая корпорация, Хайфа, Израиль;

**Мадритц Христиан** – доктор философии, профессор факультета инженерии и информационных технологий, Университет прикладных наук Каринфии, Австрия;

**Маркосян Мгер Вардкесович** – доктор технических наук, профессор, директор Ереванского научно-исследовательского института средств связи, профессор кафедры телекоммуникаций, Российско-армянский университет, Ереван, Армения;

**Рубель Олег Владимирович** – кандидат технических наук, доцент факультета инженерии, Университет МакМастер, Гамильтон, Канада;

**Тавхелидзе Автандил** – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор школы бизнеса, технологии и образования, Государственный университет им. Ильи Чавчавадзе, Тбилиси, Грузия;

**Урестью Дору** – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры электроники и вычислительной техники, Трансильванский университет в Брашове, Румыния;

**Шульц Питер** – доктор технических наук, профессор, профессор института цифровой трансформации приложений и живых доменов (DiAL), Дортмунд, Германия.

Рекомендовано к изданию ученым советом НУ «Запорожская политехника», протокол № 4 от 25.11.2019.

Журнал сверстан редакционно-издательским отделом НУ «Запорожская политехника».

Веб-сайт журнала: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Адрес редакции: Редакция журнала «РИУ», Национальный университет «Запорожская политехника», ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063, Украина.

Тел.: +38-061-769-82-96 – редакционно-издательский отдел

Факс: +38-061-764-46-62

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

© Национальный университет «Запорожская политехника», 2019

# ЗМІСТ

|  |            |
|--|------------|
| <b>РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....</b>  | <b>7</b>   |
| <i>Romanenko S. N., [Dmitrenko V. P.], Tverdenko A. V.</i><br>COMPACT DIRECTIONAL COUPLERS USING COMBINATION OF MICROSTRIP AND SLOT LINES.....   | 7          |
| <b>МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....</b>   | <b>14</b>  |
| <i>Вовк С. М., Прокопчук О. Н.</i><br>ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРА С НЕСКОЛЬКИМИ ЗНАЧЕНИЯМИ.....   | 14         |
| <i>Gorodnov V. P.</i><br>THE ANALYTICAL DESCRIPTION OF FINAL PROBABILITIES FOR STATES OF QUEUING SYSTEMS WITH INPUT FLOW OF GROUPS OF REQUIREMENTS.....  | 25         |
| <i>Левин В. И.</i><br>МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ КОРРУПЦИИ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ.....  | 38         |
| <i>Тарасов В. Н., Бахарева Н. Ф.</i><br>СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ M/HE2/1 С ОБЫЧНЫМИ И СО СДВИНУТЫМИ ВХОДНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ.....                                     | 50         |
| <b>НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....</b>   | <b>59</b>  |
| <i>Kondruk N. E.</i><br>A COMPARATIVE STUDY OF CLUSTER VALIDITY INDICES.....   | 59         |
| <i>Leoshchenko S. D., Oliinyk A. O., Subbotin S. A., Lytvyn V. A., Shkarupylo V. V.</i><br>MODIFICATION AND PARALLELIZATION OF GENETIC ALGORITHM FOR SYNTHESIS OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS.....    | 68         |
| <i>Маляр М. М., Поліщук А. В., Поліщук В. В., Шаркаді М. М.</i><br>НЕЙРО-НЕЧІТКА МОДЕЛЬ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ.....   | 83         |
| <i>Shved A. V.</i><br>SYNTESIS OF GROUP DECISIONS IN THE PROBLEM OF ANALYSIS OF THE TECHNICAL CONDITION OF MILITARY-CIVILIAN OBJECTS.....  | 92         |
| <i>Spevakov A. G., Spevakova S. V., Matiushin I. S.</i><br>DETECTING OBJECTS MOVING IN SPACE FROM A MOBILE VISION SYSTEM.....  | 103        |
| <b>ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....</b>  | <b>111</b> |
| <i>Боровик О. В., Рачок Р. В., Боровик Л. В., Купельський В. В.</i><br>МЕТОДИКА ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТУ РУХУ КОЛОНИ ТЕХНІКИ ПО НЕСТАЦІОНАРНІЙ МЕРЕЖІ ДОРІГ.....                                 | 111        |
| <i>Висоцька В. А., Демчук А. Б., Литвин В. В.</i><br>ОСОБЛИВОСТІ АРХІТЕКТУРИ ІНТЕРНЕТ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ КОМЕРЦІЙНИМ КОНТЕНТОМ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ MACHINE LEARNING, WEB MINING ТА SEO-ТЕХНОЛОГІЙ..... | 121        |
| <i>Гусєва Ю. Ю., Чумаченко І. В.</i><br>ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ МОНІТОРИНГУ ЦІННОСТІ ЯК ІНСТРУМЕНТ АДАПТАЦІЇ ДО ЗМІН У ВИМОГАХ СТЕЙКХОЛДЕРІВ ПРОЄКТІВ.....  | 136        |
| <i>Князєва Н. О., Шестопалов С. В., Сіренко О. І.</i><br>МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНІСНО-ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК РІВНЯ СЕРВЕРІВ СЕРВІСІВ ТА ДОДАТКІВ IMS.....   | 145        |
| <i>Mukhina M. P., Filyashkin M. K.</i><br>COMPUTER MODELING OF ACCURACY CHARACTERISTICS OF STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM.....   | 157        |
| <i>Сердюк М. Є., Беркут В. Г., Сірик С. Ф.</i><br>МЕТОД ПОКРАЩЕННЯ ВИДИМОСТІ НА ЗАТУМАНЕНИХ ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕННЯХ ТА ЙОГО РЕАЛІЗАЦІЯ У КОМП'ЮТЕРНІЙ СИСТЕМІ ОБРОБКИ ЗОБРАЖЕНЬ.....                    | 166        |
| <i>Sokolov A. V., Zhdanov O. N.</i><br>AVALANCHE CHARACTERISTICS OF CRYPTOGRAPHIC FUNCTIONS OF TERNARY LOGIC.....  | 177        |
| <i>Faure E. V., Shvydkyi V. V., Lavdanskyyi A. O., Kharin O. O.</i><br>METHODS OF FACTORIAL CODING OF SPEECH SIGNALS.....  | 186        |
| <i>Fedotova-Piven I. M., Rudnytskyi V. M., Piven O. B., Myroniuk T. V.</i><br>THE INVERSION METHOD OF FOUR-BIT BOOLEAN SAC CRYPTOTRANSFORMS.....   | 199        |
| <b>УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....</b>  | <b>211</b> |
| <i>Zinchenko S. M., Nosov P. S., Mateychuk V. M., Mamenko P. P., Grosheva O. O.</i><br>AUTOMATIC COLLISION AVOIDANCE WITH MULTIPLE TARGETS, INCLUDING MANEUVERING ONES.....                          | 211        |
| <i>Фрейман В. И.</i><br>АНАЛИЗ ДОСТОВЕРНОСТИ ПЕРЕДАЧИ МЕЖДУ УСТРОЙСТВАМИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ПАКЕТИРОВАНИИ ОШИБОК.....   | 223        |

# CONTENTS

|   |            |
|---|------------|
| <b>RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....</b>  | <b>7</b>   |
| <i>Romanenko S. N., [Dmitrenko V. P.], Tverdenko A. V.</i><br>COMPACT DIRECTIONAL COUPLERS USING COMBINATION OF MICROSTRIP AND SLOT LINES.....  | 7          |
| <b>MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING.....</b>  | <b>14</b>  |
| <i>Vovk S. M., Prokopchuk O. M.</i><br>ESTIMATION OF PARAMETER WITH SEVERAL VALUES.....   | 14         |
| <i>Gorodnov V. P.</i><br>THE ANALYTICAL DESCRIPTION OF FINAL PROBABILITIES FOR STATES OF QUEUING SYSTEMS WITH INPUT FLOW OF GROUPS OF REQUIREMENTS.....   | 25         |
| <i>Levin V. I.</i><br>MATHEMATICAL METHODS AND MODELS FOR STUDYING CORRUPTION IN ORGANIZATIONAL SYSTEMS.....  | 38         |
| <i>Tarasov V. N., Bakhareva N. F.</i><br>COMPARATIVE ANALYSIS OF TWO QUEUING SYSTEMS M/HE2/1 WITH ORDINARY AND WITH THE SHIFTED INPUT DISTRIBUTIONS.....  | 50         |
| <b>NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....</b>  | <b>59</b>  |
| <i>Kondruk N. E.</i><br>A COMPARATIVE STUDY OF CLUSTER VALIDITY INDICES.....  | 59         |
| <i>Leoshchenko S. D., Oliinyk A. O., Subbotin S. A., Lytvyn V. A., Shkaruplyo V. V.</i><br>MODIFICATION AND PARALLELIZATION OF GENETIC ALGORITHM FOR SYNTHESIS OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS.....     | 68         |
| <i>Malyar N. N., Polishchuk A. V., Polishchuk V. V., Sharkadi M. N.</i><br>NEURO-FUZZY MULTICRITERIA ASSESSMENT MODEL.....  | 83         |
| <i>Shved A. V.</i><br>SYNTESIS OF GROUP DECISIONS IN THE PROBLEM OF ANALYSIS OF THE TECHNICAL CONDITION OF MILITARY-CIVILIAN OBJECTS.....   | 92         |
| <i>Spevakov A. G., Spevakova S. V., Matiushin I. S.</i><br>DETECTING OBJECTS MOVING IN SPACE FROM A MOBILE VISION SYSTEM.....   | 103        |
| <b>PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.....</b>  | <b>111</b> |
| <i>Borovyk O. V., Rachok R. V., Borovyk L. V., Kupelsky V. V.</i><br>THE METHOD OF SELECTION OF THE OPTIMAL ROUTE OF MOVEMENT OF COLUMNS OF VEHICLES UNDER NON-STATIONARY ROAD NETWORK.....           | 111        |
| <i>Vysotska V. Demchuk A., Lytvyn V.</i><br>FEATURES OF THE ARCHITECTURE FOR INTERNET COMMERCIAL CONTENT MANAGEMENT SYSTEM BASED ON METHODS OF MACHINE LEARNING, WEB MINING AND SEO TECHNOLOGIES..... | 121        |
| <i>Husieva Yu. Yu., Chumachenko I. V.</i><br>SOFTWARE FOR VALUE MONITORING AS AN ADAPTATION TOOL FOR CHANGES IN PROJECT STEAKHOLDERS' REQUIREMENTS.....   | 136        |
| <i>Kniazieva N. O., Shestopalov S. V., Sirenko O. I.</i><br>METHOD OF DEFINITION OF PROBABILITY-TIME CHARACTERISTICS OF LAYER OF SERVICES AND APPLICATIONS SERVERS OF IMS.....                        | 145        |
| <i>Mukhina M. P., Filyashkin M. K.</i><br>COMPUTER MODELING OF ACCURACY CHARACTERISTICS OF STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM.....  | 157        |
| <i>Serdiuk M. E., Berkut V. G., Sirik S. F.</i><br>THE METHOD OF IMPROVING FOGGED IMAGES VISIBILITY AND ITS USING IN THE PROCESSING IMAGES COMPUTER SYSTEM.....                                       | 166        |
| <i>Sokolov A. V., Zhdanov O. N.</i><br>AVALANCHE CHARACTERISTICS OF CRYPTOGRAPHIC FUNCTIONS OF TERNARY LOGIC.....   | 177        |
| <i>Faure E. V., Shvydkyi V. V., Lavdanskyyi A. O., Kharin O. O.</i><br>METHODS OF FACTORIAL CODING OF SPEECH SIGNALS.....   | 186        |
| <i>Fedotova-Piven I. M., Rudnytskyi V. M., Piven O. B., Myroniuk T. V.</i><br>THE INVERSION METHOD OF FOUR-BIT BOOLEAN SAC CRYPTOTRANSFORMS.....  | 199        |
| <b>CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....</b>  | <b>211</b> |
| <i>Zinchenko S. M., Nosov P. S., Mateychuk V. M., Mamenko P. P., Grosheva O. O.</i><br>AUTOMATIC COLLISION AVOIDANCE WITH MULTIPLE TARGETS, INCLUDING MANEUVERING ONES.....                           | 211        |
| <i>Freyman V. I.</i><br>ANALYSIS OF THE TRANSMISSION RELIABILITY BETWEEN CONTROL SYSTEMS DEVICES WHEN ERRORS ARE PACKAGED.....  | 223        |

# РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

## RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

# РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

---

UDC 621.372.83

### COMPACT DIRECTIONAL COUPLERS USING COMBINATION OF MICROSTRIP AND SLOT LINES

**Romanenko S. N.** – PhD, Associate Professor of department of Information Defense, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

**Dmitrenko V. P.** – PhD, Associate Professor of department of Radio engineering and Telecommunications, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

**Tverdenko A. V.** – Graduate student of department of Information Defense, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

#### ABSTRACT

**Context.** Transition of modern electronics to higher frequencies is directly related with an extremely important problem of miniaturization of microwave integrated circuits. Conventional planar structures such as microstrip directional couplers have the feature – their linear dimensions are defined by the wavelength in the transmission lines, so the use of such structures for miniaturization of microwave integrated circuits becomes problematic.

**Objective.** Using 3D-structures on combinations of transmission lines to study frequency properties of two possible implementations of quarter-wave directional couplers based on a combination of microstrip and slot transmission lines. Obtaining simple analytical expressions for calculating the electrophysical parameters of these directional couplers and confirm their properties by rigorous electrodynamic calculation.

**Methods.** An even-odd mode decomposition technique and the scattering matrix theory were used to derive simple analytical formulas for calculating impedances of transmission line segments that define the topology of couplers considered.

**Results.** Electrodynamic modeling of proposed couplers with dispersion and losses in the lines showed that the proposed constructions have better frequency characteristics in comparison with traditional three-branch microstrip directional couplers. It is also shown that the considered designs of couplers have great potential in the selection of the desired electrical characteristics of devices.

**Conclusions.** The presented compact couplers can find a broad range of applications in mobile communication systems for decoupling of channels, division of power and frequency conversion. The method of transition from planar to three-dimensional structures used in the development of directional couplers on combinations of transmission lines permits not only to create compact devices with desired characteristics but also paves the way for significant decrease in the size and costs of the broad range of electronic equipment utilizing such couplers.

**KEYWORDS:** Directional couplers, microstrip and slot lines, microwave integrated circuits.

#### NOMENCLATURE

$k$  is the power division ratio between operating ports;

$Z_i$  is the impedance of corresponding line;

$\lambda_i$  is the wavelength in corresponding line;

$S_{ij}$  is the element of scattering matrix;

$W_i$  is the width of corresponding line.

#### INTRODUCTION

Microwaves and millimeter-waves are rapidly finding new applications. These include modern mobile

communication systems where the problem of miniaturization is of crucial importance. An important part of many microwave circuits are directional couplers on the base of microstrip lines which are used not only as decoupling devices with the function of bridges but also as circuit elements for directional diversion of a certain part of the power from the main line. For consistent mathematical description of such couplers, it is convenient to apply an even-odd mode decomposition technique using symmetry properties of the circuit [1].



It is well known that increasing the number of branches in the coupler leads to better coupler parameters in the frequency band. Moreover, if the condition of equal power division is set which corresponds to the hybrid coupler it is necessary to increase the impedance of end branches to ensure the matching requirements. This fact imposes technological limitations in the implementation of strip structures on substrates with  $\epsilon_r \approx 10$  and therefore in practice two-branch couplers are the most widely used. However if an unequal power division is used instead one can avoid most of the above-mentioned technological limitations as shown in [2]. For the co-directional coupler the power division ratio between operating ports 3 and 4 is defined as

$$k = \frac{|S_{31}|^2}{|S_{41}|^2}. \quad (1)$$

Then for a two-branch coupler (Fig. 1) the ratios for determining the impedances of branches will have the form

$$Z_1 = Z_0 \cdot \sqrt{k}; \quad Z_2 = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{k}{k+1}}. \quad (2)$$

Here  $Z_0$  is the input impedance.

For a three-branch coupler (Fig. 2) one can implement different relations between the impedances.

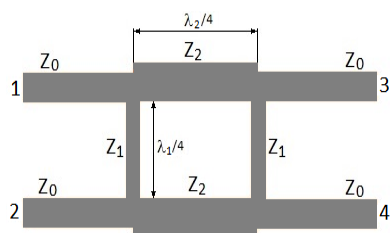


Figure 1 – Two-branch microstrip coupler

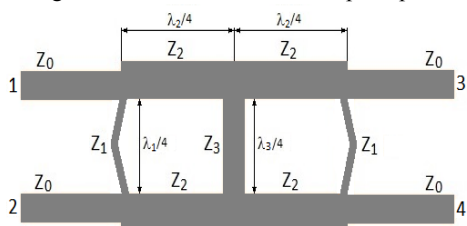


Figure 2 – Three-branch microstrip coupler

For example, two options discussed in [2] are:

– option 1:

$$Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}, \quad Z_2 = \frac{Z_0}{\sqrt{2}}, \quad Z_3 = \frac{Z_0\sqrt{k+1}}{2}, \quad (3)$$

– option 2:

$$Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}, \quad Z_2 = Z_0, \quad Z_3 = Z_0\sqrt{k+1}. \quad (4)$$

It should be noted that relations (3) or (4) are not unique. In these formulas, only  $Z_1$  parameter is uniquely determined, and one of the other two parameters of  $Z_2$  or  $Z_3$  (which are related to each other by a certain ratio) can be selected in accordance with technological or other limitations. This means that, for example, the formula for  $Z_3$  in (3) is obtained by choosing  $Z_2=Z_0/\sqrt{2}$ , and in (4), the expression for  $Z_3$  is obtained by choosing  $Z_2=Z_0$ . With a different choice of  $Z_2$  expressions for  $Z_3$  will be different.

In the case of a four-branch coupler several different relations between the characteristic impedances may also be realized [2].

Fig. 3 shows the frequency dependence of the scattering parameters of two- and four-branch 3 dB lossless directional couplers (quadrature hybrids) in the frequency range  $0.5f_0$  up to  $1.5f_0$ , where  $f_0$  is the operating frequency.

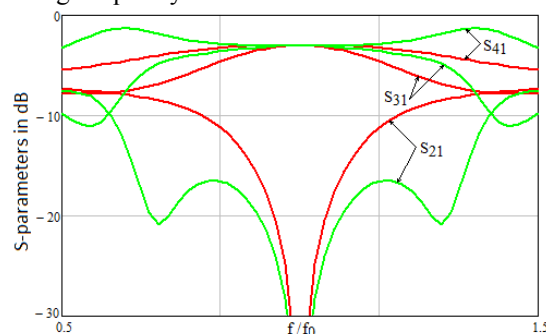


Figure 3 – Frequency dependence of scattering parameters of two-branch (red line) and four-branch (green line) quadrature hybrids

It can be seen from Fig. 3, when the number of branches is increased the operating bandwidth of the coupler is expanded but the longitudinal dimensions of the device are increased significantly in this case.

## 1 PROBLEM STATEMENT

As mentioned above, the main disadvantages of traditional microstrip couplers are large size and technological limitations when using substrates with  $\epsilon_r \approx 10$ . Table 1 shows the parameters of traditional 3- and 4-branch microstrip couplers, which is non-technological ( $Z_1$  for 3-branch and  $Z_1$  and  $Z_2$  for 4-branch) and at the same time, the longitudinal dimensions of these couplers are large enough ( $\lambda_2/2$  for 3-branch and  $3\lambda_2/4$  for 4-branch couplers).

Table 1 – Non-technological parameters  $Z_1$  and  $Z_2$

| Coupler  | $k$ | $Z_1$ , Ohm | $Z_2$ , Ohm | $Z_3$ , Ohm | $Z_4$ , Ohm |
|----------|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 3-branch | 1   | 120.711     | 35.355      | 35.355      | –           |
|          | 1   | 120.711     | 50          | 70.711      | –           |
| 3-branch | 2   | 157.313     | 35.355      | 43.301      | –           |
|          | 2   | 157.313     | 50          | 86.603      | –           |
| 4-branch | 2   | 150         | 130         | 33.29       | 24.38       |

In this regard the task of the primary importance is the development of a new structures of small directional couplers with sufficiently wide bandwidth and without technological restrictions in the manufacturing process on dielectric substrates with a large value of  $\epsilon_r$ . This problem can be successfully solved by using the idea of combining different types of transmission lines.

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

In the literature at the miniaturization of microwave devices focus is on the development of new element base based on the traditional planar structures. So in [3] for the reduction in the size of microwave devices is proposed to use buried microstrip lines, which have better electrodynamic parameters as compared to conventional microstrip lines. The works [4, 5, 6] are dedicated to the use of air-gap transmission lines for millimeter-wave applications. Various variants of microstrip lines with inclusions of SRR-structures (split-ring resonators) to reduce the size and improve the electrical characteristics of microwave devices are discussed in [7, 8, 9]. Several examples of using combinations of different planar type transmission lines to create directional couplers are given in [10]. A wide review of the use of known types of planar structures for miniaturization of microwave and millimeter-wave integrated circuits is presented in [11, 12] where it is noted that further progress in this area should be associated with the transition to the three-dimensional structures.

## 3 MATERIALS AND METHODS

The first conceptual design of a compact coupler on a combination of microstrip and slot line is shown in Fig. 4 a where the top plane is the topology of stripline structure and the lower plane is the topology of slotline structure. Numbers 1, 2, 3, 4 correspond to the numbers of ports of the device and  $Z_1, Z_2, Z_3$  are the impedances of corresponding lines. The equivalent scheme of the coupler is shown in Fig. 4 b).

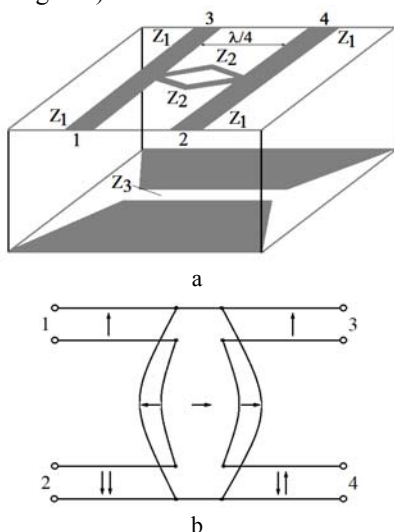


Figure 4 – Topology a) and equivalent scheme b) of the coupler on the combination of microstrip and slot lines. Arrows on the equivalent scheme show electric field directions in the lines

The scattering matrix of such coupler using even-odd mode decomposition technique and a symmetry of the scheme can be written in the general case as

$$S = \frac{1}{F^2 + G^2} \begin{pmatrix} EG - jEF & FH & jGH & jGH \\ -jEF & EG & jGH & FH \\ FH & jGH & EG & -jEF \\ jGH & FH & -jEF & EG \end{pmatrix}, \quad (5)$$

where  $E = Z_2^2 Z_3 + 2Z_1^2 Z_2 + Z_1^2 Z_3$ ;  $H = 2Z_1 Z_2^2$ ;

$F = 2Z_1 Z_2 (Z_2 + Z_3)$   $G = Z_2^2 Z_3 - 2Z_1^2 Z_2 - Z_1^2 Z_3$ .

It can be seen from Fig. 4 b) that this scheme of coupler is anti-directional; in this design working ports are 2 and 3 and port 4 is isolated. Accordingly the power division ratio will be determined by the expression

$$k = \frac{|S_{21}|^2}{|S_{31}|^2}. \quad (6)$$

If the conditions of matching and decoupling are fulfilled ( $S_{ii} = S_{41} = 0$ ) then matrix (5) can be simplified and takes the form

$$S = \frac{1}{F^2} \begin{pmatrix} 0 & -jEF & FH & 0 \\ -jEF & 0 & 0 & FH \\ FH & 0 & 0 & -jEF \\ 0 & FH & -jEF & 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

from which using (6) it is easy to obtain unambiguous relations for calculating the impedances  $Z_2$  and  $Z_3$  from  $Z_1$  and  $k$ :

$$Z_2 = Z_1 \cdot \frac{1 + \sqrt{1+k}}{\sqrt{k}}, \quad Z_3 = Z_1 \cdot \sqrt{k}, \quad (8)$$

Another design of a compact coupler on the combination of microstrip and slot line is shown in Fig.5. The notation here is same as in Fig. 4.

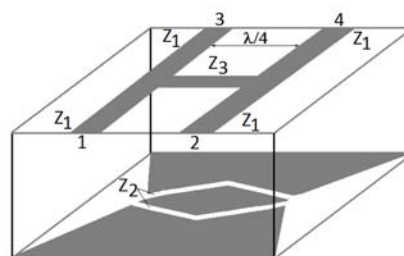


Figure 5 – Another proposed coupler topology based on the combination of microstrip and slot lines

Analogously to the structure shown in Fig. 4, the general form of the scattering matrix of this coupler is of the form:



$$S = \frac{1}{F^2 + G^2} \begin{pmatrix} -jEG & -EF & FH & jGH \\ -EF & -jEG & jGH & FH \\ FH & jGH & -jEG & -EF \\ jGH & FH & -EF & -jEG \end{pmatrix}, \quad (9)$$

where  $E = Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_2Z_3$ ;  $H = 2Z_1Z_3$ ;

$F = 2Z_1(Z_2 + Z_3)$ ;  $G = -Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_2Z_3$ .

Under conditions of full matching and decoupling matrix (9) can be simplified:

$$S = \frac{1}{F^2} \begin{pmatrix} 0 & -EF & FH & 0 \\ -EF & 0 & 0 & FH \\ FH & 0 & 0 & -EF \\ 0 & FH & -EF & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

from which simple formulae to calculate the impedances  $Z_2$  and  $Z_3$  are obtained:

$$Z_2 = Z_1 \cdot \frac{\sqrt{1+k} - 1}{\sqrt{k}}, \quad Z_3 = \frac{Z_1}{\sqrt{k}}. \quad (11)$$

Calculated frequency dependences of scattering parameters for both of the proposed combined microstrip/slot line coupler designs are shown in Fig. 6 (red and green lines). The calculation assumes no dispersion, no losses in the lines, and equal division of power between the output ports. For comparison, the isolation of a classic variant of the three-branch microstrip line hybrid bridge is shown in the same figure (blue curve).

Fig. 6 shows that in the operating band both schemes of couplers have nearly identical characteristics. Importantly, it is apparent from comparison of the curves, both of the proposed designs have better isolation (comparison of red, green and blue line in Fig. 6) as compared to the conventional three-branch hybrid bridge built on a microstrip lines.

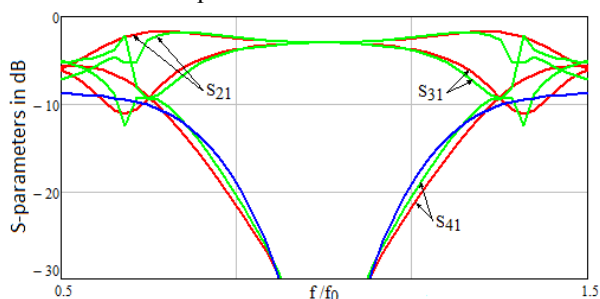


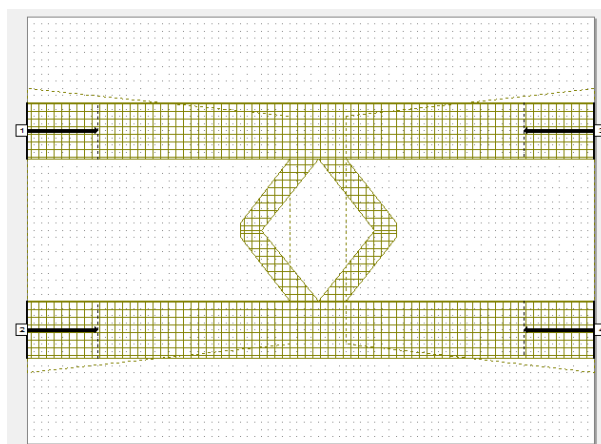
Figure 6 – Frequency dependence of the scattering parameters of the couplers built on a combination of microstrip and slot lines: design from Fig. 4 – red line, design from Fig. 5 – green line, the three-branch microstrip line hybrid bridge – blue line

#### 4 EXPERIMENTS

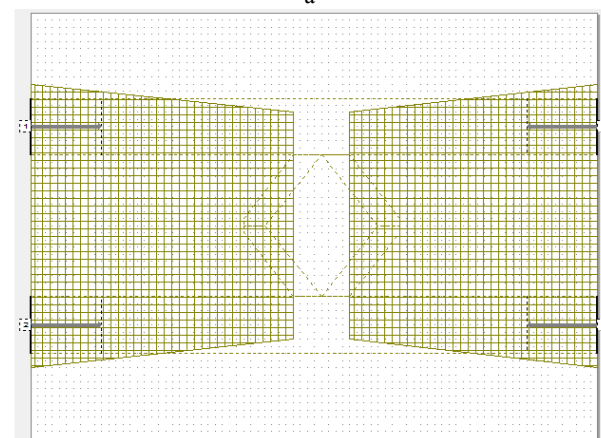
The simplest variant of topology of proposed directional coupler on combinations of strip and slot transmission lines, corresponding to Fig. 4, is represented on Fig. 7 where Fig. 7 a) shows the topology of microstrip structure and Fig. 7 b) the topology of slotline structure.

© Romanenko S. N., Dmitrenko V. P., Tverdenko A. V., 2019  
 DOI 10.15588/1607-3274-2019-4-1

AWR Design Environment (MWO) was used to model this structure with the dispersion and losses in the lines. On the figures also shown the decomposition of microstrip and slot line structures to reach good accuracy of calculations.



a



b

Figure 7 – Topology of layers in the MWO: a) stripline and b) slotline structures

It should be noted, that the characteristics of proposed structure is rather sensitive to varying the topology. For example, small modification of coupler slotline structure (with the same stripline structure) as shown in Fig. 8 can significantly change the frequency characteristics of the circuit.

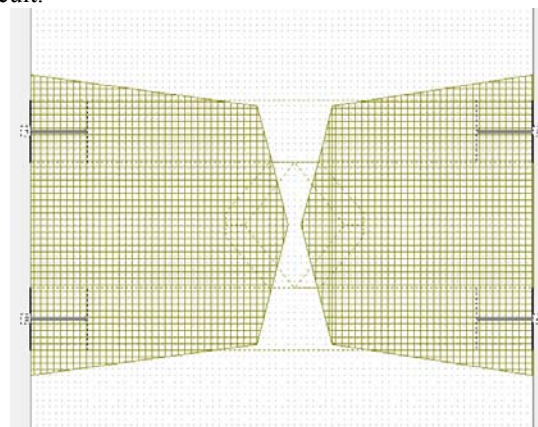


Figure 8 – Modification of the coupler slotline structure

## 5 RESULTS

Electrodynamic simulation was performed in the frequency range 12–16 GHz using a dielectric GaAs substrate of thickness  $h = 1$  mm and parameters  $\epsilon_r = 9.8$  and  $\text{tg}\delta = 0.0005$ . Simulation results of the coupler with the power division ratio in working arms  $k=5$  are shown in Fig. 9. Under these conditions, the geometric dimensions of the structure were as follows: microstrips ( $Z_1=50 \Omega$ )  $W_1=1.037$  mm, ( $Z_2=77.133 \Omega$ )  $W_2=0.354$  mm, slot line ( $Z_3=111.803 \Omega$ )  $W_3=0.637$  mm.

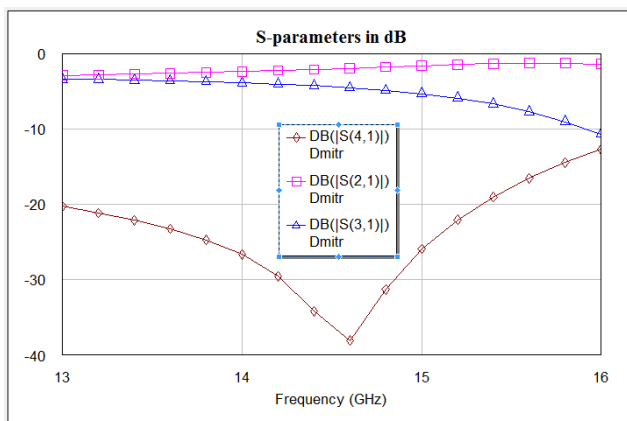


Figure 9 – The frequency characteristics of the directional coupler in the MWO

As noted above the proposed method of designing multilayer structures on combinations of transmission lines has a very great potential in the selection of the required electrical performance of the devices. For example in the case under consideration changing coupler slotline structure as shown in Fig. 8 significantly improve the frequency characteristics of the circuit that is shown in Fig. 10.

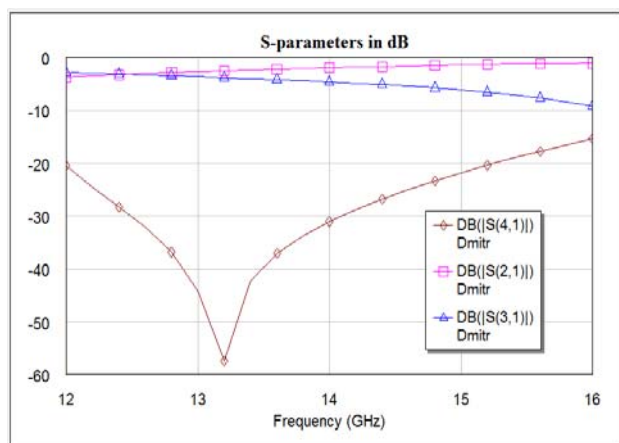


Figure 10 – Characteristics for modified slotline structure

As one can see such simple modification of slotline structure leads to a significantly (about 20 dB) improved isolation ( $S_{41}$ ) at the operating frequency as compared with the previous version of structure. It also expands the working frequency band of the circuit and improves matching across it that is shown on Fig. 11 where it is

seen  $\text{VSWR} < 2$  over the entire frequency range with the minimum value of  $\text{VSWR} = 1.04$  at the operating frequency, which demonstrates excellent matching of scheme with the line having characteristic impedance of 50 Ohms.

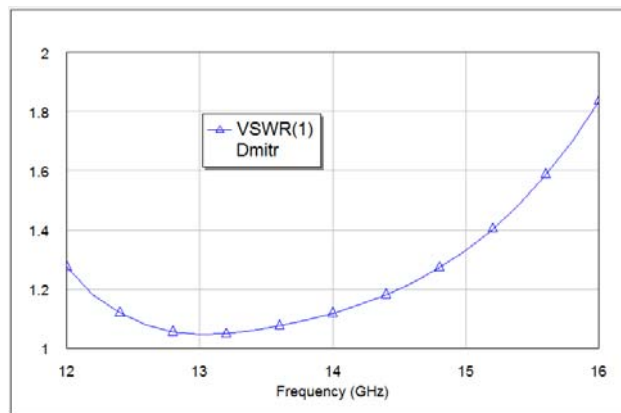


Figure 11 – Frequency dependence of VSWR of the coupler in the frequency range

## 6 DISCUSSION

In this paper the method of transition from planar to three-dimensional structures and based on this idea develop the designs of directional couplers on combinations of transmission lines is presented. In particular, two variants of compact 3D couplers on combination of microstrip and slot lines are presented. Using the even- and odd-mode excitation and the symmetry of schemes the scattering matrices of couplers are obtained for general case. From the conditions of full matching and isolation, simple formulae are obtained for calculating impedances of  $\lambda/4$  transmission line segments that define the topology of the couplers. These formulae are convenient for engineering calculations and allow rapid analysis of schemes with the help of existing automated systems.

It should be noted that in work [10] several variants of structures of directional couplers on combinations of transmission lines are considered, however, there are no results of theoretical analysis, numerical simulation or experiment. In other literary sources, the authors did not find analogues of similar structures. Thus, the directional couplers considered in this paper are proposed for the first time and their characteristics are described in detail analytically and verified by numerical simulation.

The proposed method of designing multilayer structures on combinations of transmission lines has a very great potential in the selection of the required electrical performance of the devices.

## CONCLUSIONS

The proposed directional couplers are small in size but have better frequency characteristics than a classic three-branch coupler on microstrip lines. Detailed electrodynamic modeling with the dispersion and losses in the lines confirms the characteristics of proposed



directional couplers. The presented compact coupler designs can find a broad range of applications in mobile communication systems for decoupling of channels, division of power and frequency conversion provided that output ports are not required to be adjacent.

The method of transition from planar to three-dimensional structures used in the paper and in particular the development of directional couplers on combinations of transmission lines permits not only to create compact devices with desired characteristics but also paves the way for significant decrease in the size and costs of the broad range of electronic equipment utilizing such couplers.

### REFERENCES

1. Pozar D.M. Microwave engineering, 4-th edition. John Wiley&Sons, Inc., 2012, 756 p.
2. Romanenko S. N., Dmitrenko V. P., Voskoboynik V. A. Calculation of microstrip directional couplers with dispersion and losses in transmission lines, *Radioelectronics. Informatics. Control*, 2013, No. 2, pp. 32–36
3. Ishikawa T., Yamashita E. Characterization of Buried Microstrip Lines for Constructing High-Density Microwave Integrated Circuits, *IEEE Trans. on MTT*, 1996, Vol. 44, No. 7, pp. 1074–1080.
4. [Jeong Inho, Shin Seong-Ho, Go Ju-Hyun, Lee Joong-Soo, Nam Choong-Mo, Kim Dong-Wook, Kwon Young-Se High-Performance Air-Gap Transmission Lines and Inductors for Millimeter-Wave Applications, *IEEE Trans. on MTT*, 2002, Vol. 50, No. 12, pp. 2850–2855
5. Kumar R., Chaudhary Kumar R. Modified microstrip-line-fed rectangular dielectric resonator antenna coupled with slotted ground plane for wideband circular polarization, *Microwave and Optical Technology Letters*, 2016, Vol. 58, No. 1, pp. 206–210. DOI: 10.1002/mop.29523
6. Reddy D. P. Babu R. Design and Simulation of E-Slot Patch Antenna with Coaxial Feed for Multi Band Applications, *Journal of Telecommunications System & Management*, 2017, Vol. 6, 4 p. – DOI: 10.4172/2167-0919.1000147
7. Falcone F., Lopetegi T., Laso M. A. G., Baena J. D., Bonache J., Marqués R., Martín F., Sorolla M. Babinet Principle Applied to the Design of Metasurfaces and Metamaterials, *Phys. Rev. Lett.*, 2004, Vol. 93, No. 19, pp. 197401-1 – 197401-4
8. Bonache J., Gil I., García-García J., Martín F. Novel Microstrip Bandpass Filters Based on Complementary Split-Ring Resonators, *IEEE Trans. on MTT*, 2006, Vol. 54, No. 1, pp. 265–271.
9. Gil M., Bonache J., Gil I., García-García J., Martín F. Miniaturization of planar microwave circuits by using resonant-type left-handed transmission lines, *IET Microwave Antennas and Propagation*, 2007, Vol. 1, pp. 73–79
10. Gvozdev V. I., Nefedov E. I. 3D microwave integrated circuits. Moscow, Science, Main edition of the physical and mathematical literature, 1985, 256 p.
11. Niehenke E. C., Pucel R. A., Bahl I. J. Microwave and millimeter-wave integrated circuits, *IEEE Trans. on MTT*, 1999, Vol. 50, No. 3, pp. 846–857
12. Nakajima H., Hirota A., Yoneda N., Miyashita H. Microstrip line to waveguide transition with quarter-wavelength open stubs, *IEICE Communications Express*, 2017, Vol. 6, No. 6, pp. 309–313. DOI: 10.1587/comex.2016SPL0029

Received 22.03.2019.

Accepted 28.10.2019.

УДК 621.372.83

### КОМПАКТНІ СПРЯМОВАНІ ВІДГАЛУЖУВАЧІ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМБІНАЦІЇ МІКРОСМУЖКОВИХ І ЩІЛНИХ ЛІНІЙ

**Романенко С. М.** – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри захисту інформації, національний університет «Запорізька політехніка», Запоріжжя, Україна.

**Дмитренко В. П.** – канд. техн. наук, доцент кафедри радіотехніки і телекомунікації, національний університет «Запорізька політехніка», Запоріжжя, Україна.

**Тверденко А. В.** – аспірант кафедри захисту інформації, національний університет «Запорізька політехніка», Запоріжжя, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Перехід сучасної електроніки на більш високі частоти безпосередньо пов'язаний з надзвичайно важливою проблемою мініатюризації інтегральних схем НВЧ. Традиційні плоскі структури, такі як мікросмужкові спрямовані відгалужувачі, мають особливість – їх лінійні розміри визначаються довжиною хвилі в лініях передачі, тому використання таких структур для мініатюризації інтегральних схем НВЧ стає проблематичним.

**Мета.** Використання 3D-структур на комбінаціях ліній передачі для вивчення частотних властивостей двох можливих реалізацій чвертьхвильових спрямованих відгалужувачів на комбінації мікросмужкових і щілинних ліній передачі. Отримання простих аналітичних виразів для розрахунку електрофізичних параметрів цих спрямованих відгалужувачів і підтвердження їх властивостей суворим електродинамічним розрахунком.

**Методи.** Метод синфазного і протифазного збудження і теорія матриць розсіювання були використані для отримання простих аналітичних формул для розрахунку імпедансів сегментів ліній передачі, які визначають топологію розглянутих відгалужувачів.

**Результати.** Електродинамічне моделювання запропонованих відгалужувачів з дисперсією і втратами в лініях показало, що запропоновані конструкції мають кращі частотні характеристики в порівнянні з традиційними трешлейфними мікросмужковими спрямованими відгалужувачами. Також показано, що розглянуті конструкції відгалужувачів мають великий потенціал у виборі необхідних електричних характеристик пристроїв.

**Висновки.** Представлені компактні відгалужувачі можуть знайти широке застосування в системах мобільного зв'язку для розв'язки каналів, поділу потужності і перетворення частоти. Метод переходу від плоских до тривимірних структур, використовуваний при розробці спрямованих відгалужувачів на комбінаціях ліній передачі, дозволяє не тільки створювати

компактні пристрої з заданими характеристиками, але і відкриває шлях до значного зменшення розмірів і ціни широкого спектру електронного обладнання, що використовує такі відгалужувачі.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** Спрямований відгалужувач, мікросмужкова і щілинна лінії, інтегральна схема НВЧ.

УДК 621.372.83

### КОМПАКТНЫЕ НАПРАВЛЕННЫЕ ОТВЕТВИТЕЛИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМБИНАЦИИ МИКРОПОЛОСКОВЫХ И ЩЕЛЕВЫХ ЛИНИЙ

**Романенко С. Н.** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры защиты информации, национальный университет «Запорожская политехника», Запорожье, Украина.

**Дмитренко В. П.** – канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехники и телекоммуникации, национальный университет «Запорожская политехника», Запорожье, Украина.

**Тверденко А. В.** – аспирант кафедры защиты информации, национальный университет «Запорожская политехника», Запорожье, Украина.

#### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Переход современной электроники на более высокие частоты напрямую связан с чрезвычайно важной проблемой миниатюризации интегральных схем СВЧ. Традиционные плоские структуры, такие как микрополосковые направленные ответвители, имеют особенность – их линейные размеры определяются длиной волны в линиях передачи, поэтому использование таких структур для миниатюризации интегральных схем СВЧ становится проблематичным.

**Цель.** Использование 3D-структур на комбинациях линий передачи для изучения частотных свойств двух возможных реализаций четвертьволновых направленных ответвителей на комбинации микрополосковых и щелевых линий передачи. Получение простых аналитических выражений для расчета электрофизических параметров этих направленных ответвителей и подтверждение их свойства строгим электродинамическим расчетом.

**Методы.** Метод синфазного и противофазного возбуждения и теория матриц рассеяния были использованы для получения простых аналитических формул для расчета импедансов сегментов линий передачи, которые определяют топологию рассматриваемых ответвителей.

**Результаты.** Электродинамическое моделирование предлагаемых ответвителей с дисперсией и потерями в линиях показало, что предлагаемые конструкции имеют лучшие частотные характеристики по сравнению с традиционными трехшлейфными микрополосковыми направленными ответвителями. Также показано, что рассмотренные конструкции ответвителей имеют большой потенциал в выборе требуемых электрических характеристик устройств.

**Выводы.** Представленные компактные ответвители могут найти широкое применение в системах мобильной связи для развязки каналов, разделения мощности и преобразования частоты. Метод перехода от плоских к трехмерным структурам, используемый при разработке направленных ответвителей на комбинациях линий передачи, позволяет не только создавать компактные устройства с заданными характеристиками, но и открывает путь к значительному уменьшению размеров и цены широкого спектра электронного оборудования, использующего такие ответвители.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** направленный ответвитель, микрополосковая и щелевая линии, интегральная схема СВЧ.

#### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Pozar D. M. Microwave engineering, 4-th edition / D. M. Pozar. – John Wiley&Sons, Inc., 2012. – 756 p.
2. Romanenko S. N. Calculation of microstrip directional couplers with dispersion and losses in transmission lines / [S. N. Romanenko, V. P. Dmitrenko, V. A. Voskoboynyk] // Radioelectronics. Informatics. Control. Ukraine. – 2013 – № 2. – P. 32–36
3. Ishikawa T. Characterization of Buried Microstrip Lines for Constructing High-Density Microwave Integrated Circuits / [T. Ishikawa, E. Yamashita] // IEEE Trans. on MTT. – 1996. – Vol. 44, № 7. – P. 1074–1080
4. High-Performance Air-Gap Transmission Lines and Inductors for Millimeter-Wave Applications / [Inho Jeong, Seong-Ho Shin, Ju-Hyun Go et al.] // IEEE Trans. on MTT. – 2002. – Vol. 50, № 12 – P. 2850–2855
5. Kumar R. Modified microstrip-line-fed rectangular dielectric resonator antenna coupled with slotted ground plane for wideband circular polarization / [R. Kumar, R. Kumar Chaudhary] // Microwave and Optical Technology Letters. – 2016. – Vol. 58, № 1. – P. 206–210. DOI: 10.1002/mop.29523
6. Reddy D. P. Design and Simulation of E-Slot Patch Antenna with Coaxial Feed for Multi Band Applications / [Durga Prasad Reddy, Ravindra Babu] // Journal of Telecommunications System & Management. – 2017. – Vol. 6. – 4 p. DOI: 10.4172/2167-0919.1000147
7. Babinet Principle Applied to the Design of Metasurfaces and Metamaterials / [F. Falcone, T. Lopetegui, M. A. G. Laso et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2004 – Vol. 93, № 19 – P. 197401-1–197401-4
8. Novel Microstrip Bandpass Filters Based on Complementary Split-Ring Resonators / [J. Bonache, I. Gil, J. Garcia-Garcia, F. Martin] // IEEE Trans. on MTT. – 2006. – Vol. 54, № 1 – P. 265–271
9. Miniaturization of planar microwave circuits by using resonant-type left-handed transmission lines / [M. Gil, J. Bonache, I. Gil et al.] // IET Microwave Antennas and Propagation. – 2007. – Vol. 1 – P. 73–79
10. Gvozdev V. I. 3D microwave integrated circuits / [V. I. Gvozdev, E. I. Nefedov]. – M. : Science. Main edition of the physical and mathematical literature, 1985. – 256 c.
11. Niehenke E. C. Microwave and millimeter-wave integrated circuits / [E. C. Niehenke, R. A. Pucel, I. J. Bahl] // IEEE Trans. on MTT, 1999. – Vol. 50, № 3. – P. 846–857
12. Microstrip line to waveguide transition with quarter-wavelength open stubs / [H. Nakajima, A. Hirota, N. Yoneda, H. Miyashita] // IEICE Communications Express. – 2017. – Vol. 6, № 6. – P. 309–313. DOI: 10.1587/comex.2016SPL0029



# МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

## MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.02

#### ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРА С НЕСКОЛЬКИМИ ЗНАЧЕНИЯМИ

**Вовк С. М.** – канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры компьютерных наук и информационных технологий Днепропетровского национального университета имени Олеся Гончара, Днепро, Украина.

**Прокопчук О. Н.** – аспирант кафедры компьютерных наук и информационных технологий Днепропетровского национального университета имени Олеся Гончара, Днепро, Украина.

#### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** В условиях, когда на разных частях интервала наблюдения параметр заданной модели данных принимает разные значения, возникает задача оценивания параметра с несколькими значениями. Объектом исследования в данной работе является процесс оценивания параметра с несколькими значениями.

**Цель.** Целью работы является разработка подхода к решению задачи оценивания нескольких значений неизвестного параметра для заданной модели данных.

**Метод.** Подход к решению задачи оценивания неизвестного параметра с несколькими значениями основан на построении функции невязки между данными и их моделью и последующем применении к ней критерия минимума протяженности. Критерий минимума протяженности позволяет индивидуализировать значения неизвестного параметра в виде локальных минимумов функционала квазипротяженности для заданной функции невязки. В дискретном случае предлагаемый подход заключается в поиске основных локальных минимумов многоэкстремальной целевой функции. Для решения этой задачи в одномерном случае предложен простой метод, эффективность которого проиллюстрирована на примерах задач с одним неизвестным линейным параметром и с одним неизвестным нелинейным параметром модели.

**Результаты.** В отличие от традиционных подходов, основанных на критерии наименьших квадратов или критерии наименьших модулей и обеспечивающих возможность оценивания только одного значения неизвестного параметра, предложенный подход предоставляет возможность оценивания нескольких значений неизвестного параметра. Численное моделирование одномерных задач аппроксимации данных моделями с одним неизвестным линейным параметром и с одним неизвестным нелинейным параметром подтвердило целесообразность предложенного подхода и его эффективность в условиях, когда необходимое сглаживание функционала не приводит к потере слабых локальных минимумов.

**Выводы.** Для оценивания неизвестного параметра с несколькими значениями целесообразно использовать подход, заключающийся в постановке и решении задачи минимизации функционала квазипротяженности, который построен на основе функции невязки данных с заданной моделью. Этот подход обеспечивает индивидуализацию значений неизвестного параметра путем формирования локальных минимумов целевой функции, которые отвечают искомым значениям параметра. Результаты численного моделирования одномерных задач для случаев линейного и нелинейного параметра подтвердили эффективность применения предложенного подхода.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** обработка, оценивание, критерий, протяженность, аппроксимация.

#### НОМЕНКЛАТУРА

$A$  – амплитудный коэффициент;  
 $A_1, \dots, A_M$  – значения коэффициента  $A$  ;  
 $\bar{A}_i$  – среднее значение оценки  $A_i$  ;  
 $B$  – постоянный коэффициент;  
 $E^{(\alpha, \beta, q)}$  – функционал квазипротяженности;  
 $F$  – некоторый функционал качества оценки;  
 $G(v)$  – преобразование Фурье от функции  $g(x)$  ;

$M$  – количество значений параметра  $\theta$  ;  
 $N$  – количество элементов;  
 $X$  – интервал наблюдения исходных данных;  
 $X_i$  –  $i$ -я часть интервала  $X$  ;  
 $a$  – левая граница интервала;  
 $b$  – правая граница интервала;  
 $c$  – величина расширения интервала;  
 $err$  – среднеквадратическая ошибка;

$f(x)$  – некоторая функция;  
 $f_n$  – значение  $f(x)$  для  $x = x_n$ ;  
 $g(x)$  – функция, описывающая исходные данные;  
 $g_n$  – значение  $g(x)$  для  $x = x_n$ ;  
 $k$  – угловой коэффициент наклона прямой;  
 $k_S^{(\alpha, \beta, q)}$  – нормирующий коэффициент;  
 $m_i$  – местоположение  $i$ -й гауссовой кривой;  
 $n$  – номер элемента;  
 $p(\xi)$  – закон распределения  $\xi$ ;  
 $q$  – свободно настраиваемый параметр;  
 $s(x; \theta)$  – функция, описывающая модель данных;  
 $s_n(\theta)$  – значение  $s(x; \theta)$  для  $x = x_n$ ;  
 $\text{var}$  – величина дисперсии оценок;  
 $x$  – аргумент функции;  
 $x_0$  – аргумент нормировки функции  $\psi_S^{(\alpha, \beta, q)}(x)$ ;  
 $x_n$  –  $n$ -е значение аргумента  $x$ ;  
 $\Delta A$  – шаг сетки по  $A$ ;  
 $\Delta B$  – шаг сетки по  $B$ ;  
 $\Delta x$  – шаг дискретизации по аргументу  $x$ ;  
 $\Delta v$  – шаг сетки по параметру  $v$ ;  
 $\Phi_p$  –  $p$ -е значение целевой функции;  
 $\alpha$  – свободно настраиваемый параметр;  
 $\beta$  – свободно настраиваемый параметр;  
 $\delta$  – наибольший модуль отклонения;  
 $\theta$  – неизвестный параметр;  
 $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_M$  – оценки значений параметра  $\theta$ ;  
 $v$  – частота;  
 $v_1, v_2$  – значения частоты  $v$ ;  
 $\xi$  – случайная величина;  
 $\sigma_i$  – полуширина  $i$ -й гауссовой кривой;  
 $v$  – параметр масштаба шума Коши;  
 $\varphi_0$  – начальная фаза;  
 $\psi(x)$  – произвольная функция потерь (стоимости);  
 $\psi_S^{(\alpha, \beta, q)}(x)$  – функция, задающая супермножество стоимостных функций.

## ВВЕДЕНИЕ

Задача оценивания параметра с несколькими значениями возникает в условиях, когда на разных частях интервала наблюдения данные описываются одной и той же самой моделью, но с разными значениями этого параметра. Простым примером такой задачи является задача оценивания амплитудных уровней кусочно-постоянного сигнала [1–2]. В этой задаче моделью данных является константа, которая в некоторые моменты времени переключается с одного значения на другое значение. Другим примером является задача оценивания частоты по фрагменту записи частотно-манипулированного сигнала [3]. Можно отметить, что подобные задачи возникают в случае пред-

ставления данных кусочной моделью, состоящей из неизвестных отрезков одной и той же самой функциональной зависимости с одним и тем же самым неизвестным параметром. Сложность решения таких задач обусловлена тем, что их математические постановки отвечают задачам невыпуклой оптимизации.

В данной работе рассматривается задача оценивания неизвестного параметра заданной модели данных для случая, когда на интервале наблюдения данных этот параметр принимает несколько различных значений. После обзора литературы дается описание предложенного подхода, сформулированного на основе критерия минимума протяженности. При этом отмечается важность настройки метода оценивания на текущую шумовую обстановку путем установления наилучших значений свободных параметров минимизируемого функционала. Эффективность предложенного подхода иллюстрируется на примере задачи с одним неизвестным линейным параметром модели и на примере задачи с одним неизвестным нелинейным параметром модели.

**Объектом исследования** в данной работе является процесс оценивания нескольких значений одного неизвестного параметра заданной модели данных.

**Предмет исследования** составляет задача оценивания нескольких значений одного неизвестного параметра для случая, когда неизвестный параметр является линейным параметром модели, и для случая, когда неизвестный параметр является нелинейным параметром модели.

**Целью данной работы** является разработка и описание подхода к постановке и решению задачи оценивания параметра с несколькими значениями.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть на разных частях интервала наблюдения  $X$  модель  $s(x; \theta)$  отвечает исходным данным  $g(x)$  со своим значением параметра  $\theta$ . Тогда задачу оценивания параметра  $\theta$  с несколькими значениями можно сформулировать в виде задачи оптимизации:

$$\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_M\} = \arg \min_{\theta} F[g(x) - s(x; \theta)], \quad x \in X, \quad (1)$$

в которой функционал  $F$  задает качество оценивания, а  $\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_M\}$  есть множество оценок значений параметра  $\theta$ , где величина  $M$  заранее неизвестна. Согласно (1), постановка задачи заключается в поиске местоположений локальных минимумов функционала  $F$ , включая поиск их количества  $M$ . Однако эта постановка требует уточнений. Во-первых, они связаны с необходимостью выбора вида функционала  $F$ , который должен обеспечивать как «индивидуализацию» значений неизвестного параметра  $\theta$ , так и эффективное сглаживание шума в исходных данных. Во-вторых, они связаны с необходимостью введения правил отбора тех локальных минимумов, которым отве-



чают искомые значения неизвестного параметра. Эти уточнения будут сделаны дальше.

## 2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Классический подход к постановке задачи оценивания неизвестных параметров заданной модели данных основан на предположении, что каждый неизвестный параметр может принимать только одно значение. В рамках теории статистических оценок это предположение диктует необходимость поиска глобального минимума (или глобального максимума) показателя качества оценивания. В качестве такого показателя обычно принимают величину безусловного среднего риска, минимум которого при заданной функции потерь (функции стоимости) отвечает так называемой байесовской оценке [4]. При использовании простой функции потерь и предположении о постоянстве априорной плотности вероятности неизвестного параметра его байесовская оценка переходит в оценку максимального правдоподобия [5]. Последняя оценка широко используется на практике для получения оптимальных и квазиоптимальных решений [4]. Так, в предположении гауссовского закона распределения элементов исходных данных соответствующий критерий максимального правдоподобия становится квадратичным критерием, приводя к задаче наименьших квадратов [6]. Достоинство последней задачи заключается в том, что для модели данных, которая описывается константой, задача наименьших квадратов дает аналитическое решение, производя оценку в виде среднего арифметического значения всех элементов данных. Предположение о лапласовском законе распределения элементов исходных данных приводит к постановке задачи наименьших модулей, решением которой для модели данных в форме константы является медианное значение [7]. Однако подходы, основанные на использовании квадратичной, модульной или другой выпуклой функции потерь, являющиеся неудовлетворительными как для обработки данных с аномальными значениями [8], так и для обработки данных, описываемых кусочной моделью с одной и той же функциональной зависимостью, но с разными значениями ее параметров. Можно отметить, что эти случаи являются похожими в том смысле, что по отношению к фрагменту данных с одним из истинных значений неизвестного параметра фрагменты данных с другими значениями этого параметра являются аномальными. По этой причине для решения задачи оценивания нескольких значений одного параметра можно использовать робастный подход, основанный на критерии обобщенного максимального правдоподобия и предназначенный для решения задач обработки данных при их неполном статистическом описании [9]. Традиционно робастный подход реализуется на основе функций потерь с горизонтальными асимптотами [10]. В классической теории статистических оценок этому отвечает выбор невыпуклых функций потерь, в качестве которых могут использоваться, например, прямоугольная или экспо-

ненциальная функция потерь [4]. При этом выбор таких функций для практического использования должен завершаться установкой значений их настроечных параметров. Дополнительно к этому можно отметить, что предположение о наличии нескольких значений неизвестного параметра заставляет отказаться от требования поиска одного глобального минимума в пользу требования поиска нескольких локальных минимумов, которые можно считать основными. Последнее значительно усложняет решение задачи даже для случая линейного параметра модели, делая возможным получение искомого решения только в численном виде.

Основу робастного подхода составляет идея метода М-оценивания, которая для дискретного случая формулируется в виде задачи минимизации [9]:

$$\min_{\theta} \sum_{n=1}^N \psi[f_n; \theta], \quad (2)$$

где элементы  $f_n$ ;  $n=1, \dots, N$  связаны с исходными данными и их моделью (например,  $f_n$  есть значение невязки между данными и их моделью для дискретного момента  $n$ ), а  $\psi$  есть произвольная функция [10]. Использование в (2) в качестве функции  $\psi$  логарифма совместной плотности вероятности и предположения о полном статистическом описании данных приводит к критерию максимального правдоподобия [5].

В [11] предложено развитие идеи метода М-оценивания. Оно заключается в построении «супермножества» стоимостных функций, которое управляется набором из трех свободных параметров. Стоимостная функция, которая задает это супермножество, имеет вид [11]:

$$\psi_S^{(\alpha, \beta, q)}(x) = k_S^{(\alpha, \beta, q)} [(1 + |x/\alpha|^q)^{\beta/q} - 1], \quad (3)$$

где  $0 < \alpha < \infty$ ,  $0 < q < \infty$ ,  $-\infty < \beta \leq 1$  и  $\beta < q$ ,  $k_S^{(\alpha, \beta, q)} = 1 / [(1 + |x_0/\alpha|^q)^{\beta/q} - 1]$ , а  $x_0$  является точкой нормировки функции (3) на единицу, то есть  $\psi_S^{(\alpha, \beta, q)}(x_0) = 1$  (обычно  $x_0 = 1$ ). Параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $q$  имеют смысл свободных параметров, которые позволяют менять поведение стоимостной функции (3). Элементами супермножества являются многие известные стоимостные функции, а разработанный механизм их преобразования позволяет выполнять настройку процесса обработки на текущую шумовую обстановку путем задания наилучших значений свободных параметров.

В [12] описаны два подхода к постановке задачи оценивания нескольких значений одного параметра на примере задачи определения амплитудных уровней кусочно-постоянного сигнала. Эти подходы можно условно обозначить терминами «аддитивный» и «мультипликативный». Аддитивный подход отвечает

случаю, когда общий (результатирующий) функционал получается объединением всех возможных частных функционалов, получаемых для отдельных частей интервала наблюдения  $X$ , на которых искомый параметр принимает одно значение. Тогда если частные функционалы являются выпуклыми, то и общий функционал будет выпуклым. Следовательно, в этом случае все минимумы частных функционалов будут сливаться в один общий глобальный минимум. Последнее означает, что для решения рассматриваемой задачи в рамках указанного аддитивного подхода необходимо использовать функционалы, которые не являются выпуклыми. Мультипликативный подход заключается в построении полинома заданной степени для каждого элемента невязки, что при выборе квадратичного критерия качества оценивания приводит к необходимости решения системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов полинома и поиску корней данного полинома. Мультипликативный подход может быть применен также и при выборе неквадратичного критерия качества оценивания, однако в этом случае решение задачи можно получить только численно [12].

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для решения рассматриваемой задачи используем критерий минимума протяженности [13]. Он заключается в требовании минимизировать протяженность функции, используемой для поиска решения. Целесообразность применения этого критерия для решения рассматриваемой задачи определяется тем, что априорно некоторой части исходных данных  $g(x)$  должна отвечать модель с одним из истинных значений неизвестного параметра, а остальной части данных  $g(x)$  может отвечать модель с другими истинными значениями этого параметра. Тогда функция  $s(x; \theta)$  с одним из истинных значений параметра  $\theta$  будет корректно приближать  $g(x)$  только на некоторой части интервала наблюдения, которая в общем случае является неизвестной. Следовательно, при отсутствии шума можно потребовать, чтобы суммарная протяженность подынтервалов несовпадения данных  $g(x)$  с их моделью  $s(x; \theta)$  была минимальной. В этом случае вдоль оси значений неизвестного параметра  $\theta$  должны наблюдаться локальные минимумы функционала строгой протяженности невязки [13], местоположение которых будет указывать на искомые значения параметра, а их количество – на количество таких значений. Но поскольку на практике значения функции  $g(x)$  искажены шумом и, возможно, грубыми ошибками, то критерий минимума протяженности целесообразно применять не в форме задачи минимизации функционала строгой протяженности, а в форме задачи минимизации функционала квазипротяженности  $E^{(\alpha, \beta, q)}$  [13]. При этом будем предполагать, что локальные минимумы функционала квазипротяженности, которые отвечают искомым значениям неизвестного параметра, существуют для заданных значений  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $q$ . Тогда постановка задачи (1) принимает вид:

ности, которые отвечают искомым значениям неизвестного параметра, существуют для заданных значений  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $q$ . Тогда постановка задачи (1) принимает вид:

$$\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_M\} = \arg \min_{\theta} E^{(\alpha, \beta, q)}[g(x) - s(x; \theta)], \quad (4)$$

где

$$E^{(\alpha, \beta, q)}[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_S^{(\alpha, \beta, q)}[f(x)] dx. \quad (5)$$

Учитывая (3) и (5), развернутая запись задачи (4) есть:

$$\min_{\theta} \left\{ k_S^{(\alpha, \beta, q)} \cdot \int_X \left[ \left( 1 + \left| \frac{g(x) - s(x; \theta)}{\alpha} \right|^q \right)^{\beta/q} - 1 \right] dx \right\}, \quad (6)$$

где  $k_S^{(\alpha, \beta, q)} > 0$  для  $0 < \beta < 1$  и  $k_S^{(\alpha, \beta, q)} < 0$  для  $-\infty < \beta < 0$ , а при  $\beta \rightarrow \pm 0$  вместо (6) имеем:

$$\begin{aligned} \min_{\theta} \left\{ k_S^{(\alpha, 0, q)} \cdot \int_X \ln \left( 1 + \left| \frac{g(x) - s(x; \theta)}{\alpha} \right|^q \right) dx \right\} = \\ = \min_{\theta} \left\{ \int_X \ln \left( 1 + \left| \frac{g(x) - s(x; \theta)}{\alpha} \right|^q \right) dx \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

где  $k_S^{(\alpha, 0, q)} = 1 / \ln[1 + |x_0 / \alpha|^q] > 0$ .

В дискретном случае (6) и (7) принимают вид:

$$\min_{\theta} \left\{ k_S^{(\alpha, \beta, q)} \sum_{n=1}^N \left[ \left( 1 + \left| \frac{g_n - s_n(\theta)}{\alpha} \right|^q \right)^{\beta/q} - 1 \right] \right\} \quad (8)$$

и

$$\min_{\theta} \left\{ \sum_{n=1}^N \ln \left( 1 + \left| \frac{g_n - s_n(\theta)}{\alpha} \right|^q \right) \right\}. \quad (9)$$

Рассмотрим оценивание неизвестного линейного параметра, которым является амплитудный коэффициент модели данных. Предположение о том, что на интервале наблюдения этот коэффициент принимает несколько значений, можно записать в виде:

$$s(x; A) = \begin{cases} A_1 f(x), & x \in X_1; \\ \dots & \\ A_M f(x), & x \in X_M, \end{cases} \quad (10)$$

где  $\bigcup_{i=1}^M X_i = X$ ;  $X_i \cap X_j = \emptyset$ ;  $i \neq j$ . Обобщая запись (10) в виде:

$$s(x; A) = Af(x); \quad x \in X, \quad (11)$$

где параметр  $A$  принимает значения  $A_1, \dots, A_M$ , и подставляя (11) в (8) и (9), для дискретного случая получим задачи:

$$\min_A \left\{ k_S^{(\alpha, \beta, q)} \sum_{n=1}^N \left[ \left( 1 + \left| \frac{g_n - Af_n}{\alpha} \right|^q \right)^{\beta/q} - 1 \right] \right\} \quad (12)$$

и

$$\min_A \left\{ \sum_{n=1}^N \ln \left( 1 + \left| \frac{g_n - Af_n}{\alpha} \right|^q \right) \right\}, \quad (13)$$

которые являются одномерными многоэкстремальными задачами оптимизации относительно неизвестного параметра  $A$ . Для численного решения задач (12)–(13) используем метод перебора значений параметра  $A$  на равномерной сетке в известном интервале. Этот интервал зададим в виде:  $[a - c, b + c]$ , где  $a$  и  $b$  задают границы межквартильного интервала для значений отношения  $g(x_n)/f(x_n)$ ;  $n = 1, \dots, N$ , а  $c > 0$  задает величину расширения межквартильного интервала для исключения возможности появления локальных минимумов на его границах (это необходимо для применения указанного ниже способа поиска локальных минимумов, по крайней мере, в случае отсутствия шума). Шаг сетки  $\Delta A$  установим равным желаемой точности оценивания, например, равным одной сотой части длины указанного межквартильного интервала. Тогда поиск всех локальных минимумов можно осуществить следующим способом. Для заданных значений  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $q$  и для каждого значения параметра  $A$  из заданного интервала его значений вычислим  $P$  значений целевой функции  $\Phi_p$ ;  $p = 1, \dots, P$ , которая записана в (12)–(13) под знаками операции минимизации. Далее возьмем тройку соседних значений  $\Phi_{p-1}$ ,  $\Phi_p$  и  $\Phi_{p+1}$ , где  $1 < p < P$ , и проверим выполнение неравенств:

$$(\Phi_{p+1} - \Phi_p)(\Phi_p - \Phi_{p-1}) < 0, \quad (14)$$

$$(\Phi_{p+1} - 2\Phi_p + \Phi_{p-1}) > 0. \quad (15)$$

Одновременное выполнение неравенств (14) и (15) указывает на то, что  $\Phi_p$  является минимальным значением среди своих соседей  $\Phi_{p-1}$  и  $\Phi_{p+1}$ . Аккумулируя такие минимальные значения, получим набор локальных минимумов целевой функции.

Отбор основных локальных минимумов выполним таким способом. Основными локальными минимумами будем считать наиболее глубокие локальные минимумы, которые превышают заданный порог глубины и расположены далеко друг от друга. Поэтому если в результате вычислений глубокие локальные минимумы окажутся ближе друг к другу, чем величина допустимого расстояния, то этот факт будем связывать с недостаточным сглаживанием целевой функции, которое следует повторить с увеличенным значением параметра  $\alpha$ .

Рассмотрим задачу оценивания неизвестного нелинейного параметра, который принимает несколько

значений. В общем виде предлагаемый подход к ее решению заключается в построении функционала квазипротяженности, зависящего от неизвестного нелинейного параметра, и его минимизации методом нулевого порядка на заданном интервале значений. Этот интервал может формироваться как на основе априорных сведений, так и на основе множества «пробных» значений, получаемых в результате решения соответствующего нелинейного уравнения относительно неизвестного параметра. Далее в качестве примера рассмотрим задачу оценивания частоты частотно-манипулированного сигнала:

$$s(x) = \begin{cases} A \sin(2\pi\nu_1 x + \varphi_0), & x \in X_1; \\ A \sin(2\pi\nu_2 x + \varphi_0), & x \in X_2, \end{cases} \quad (16)$$

где переменная  $x$  имеет смысл переменной времени, амплитуда  $A$  и начальная фаза  $\varphi_0$  полагаются известными, а  $\nu_1 \geq 0$  и  $\nu_2 \geq 0$ , где  $\nu_1 \neq \nu_2$ , есть неизвестные значения частоты. Обобщая (16) в виде:

$$s(x; \nu) = A \sin(2\pi\nu x + \varphi_0); \quad x \in X, \quad (17)$$

где параметр  $\nu$  принимает значения  $\nu_1$  и  $\nu_2$ , и подставляя (17) в (8) и (9), для дискретного случая получим задачи:

$$\min_{\nu} \left\{ c \cdot \sum_{n=1}^N \left[ \left( 1 + \left| \frac{g_n - A \sin(2\pi\nu x_n)}{\alpha} \right|^q \right)^{\beta/q} - 1 \right] \right\}, \quad (18)$$

где  $c = k_S^{(\alpha, \beta, q)}$ , и

$$\min_{\nu} \left\{ \sum_{n=1}^N \ln \left( 1 + \left| \frac{g_n - A \sin(2\pi\nu x_n)}{\alpha} \right|^q \right) \right\}. \quad (19)$$

Задачи (18)–(19) являются одномерными многоэкстремальными задачами оптимизации относительно неизвестного параметра  $\nu$ . Если дискретные отсчеты  $g_n$  заданы с равномерным шагом дискретизации  $\Delta x$ , то в этом случае для задания интервала поиска значений параметра  $\nu$  можно использовать подход, общепринятый в рамках метода дискретного преобразования Фурье. Он заключается в задании сетки значений параметра  $\nu$  с шагом  $\Delta\nu = 1/(N \cdot \Delta x)$  в интервале  $[-\nu_{\max}, \nu_{\max}]$ , где  $\nu_{\max} = 1/(2 \cdot \Delta x)$ . Тогда поиск всех локальных минимумов функционала квазипротяженности можно осуществить способом, основанным на проверке неравенств (14)–(15) с дополнительной проверкой его значений в граничных точках интервала. Отбор основных локальных минимумов можно выполнить путем сравнения их глубины с заданным пороговым значением и сравнения величины близости их расположения с величиной допустимого расстояния.

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Моделирование задачи с одним неизвестным линейным параметром, который принимал два различных значения, выполнялось на основе функциональ-



ной зависимости, состоящей из суммы двух гауссовых функций и шума. Эта зависимость имела вид:

$$g(x) = A_1 e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2}} + A_2 e^{-\frac{(x-m_2)^2}{2\sigma_2^2}} + \xi, \quad (20)$$

где  $A_1 = 1$ ;  $A_2 = 2$ ;  $m_1 = 1,5$ ;  $m_2 = 4$ ;  $\sigma_1 = 0,5$ ;  $\sigma_2 = 0,25$ , и была задана в интервале значений аргумента  $x \in [0; 5]$  с шагом  $\Delta x = 0,01$  на  $N = 501$  точке, включая концы интервала. Случайная величина  $\xi$  была распределена по закону Коши:  $p(\xi) = (\nu/\pi) \cdot (\xi^2 + \nu^2)^{-1}$  с параметром масштаба  $\nu = 0,01$  и нулевым параметром сдвига. Поскольку для данного численного моделирования имеем:  $\Delta m = |m_2 - m_1| = 2,5$ , то  $\Delta m = 5\sigma_1 = 10\sigma_2$ . Последнее означает, что заданные гауссовы функции практически не влияют друг на друга. По этой причине форма модельной функции была задана в виде:

$$f(x) = e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2}} + e^{-\frac{(x-m_2)^2}{2\sigma_2^2}}, \quad (21)$$

а сама модель описана соотношением (11), в котором неизвестный амплитудный параметр  $A$  принимал два значения:  $A_1$  и  $A_2$ . Таким образом, данная задача состояла в получении оценок двух значений одного неизвестного параметра  $A$ .

Второй пример задачи с неизвестным линейным параметром составляла задача, в которой этот параметр принимал три различных значения. Для ее моделирования в качестве исходной зависимости использовался зашумленный пилообразный сигнал, модель которого задавалась отрезками прямой линии с известным угловым коэффициентом. Учитывая данные предположения, исходная зависимость моделировалась на основе формулы:

$$g(x) = kx + B + \xi, \quad (22)$$

где  $k = 3$ , случайная величина  $\xi$  была распределена по закону Коши с параметром масштаба  $\nu = 0,1$  и нулевым параметром сдвига, а неизвестный параметр  $B$  принимал такие значения:  $B = 0$  для  $x \in [0; 2)$ ,  $B = -7$  для  $x \in [2; 4)$  и  $B = -14$  для  $x \in [4; 6]$ . Исходная зависимость (22) подвергалась дискретизации с шагом  $\Delta x = 0,01$  на интервале  $[0; 6]$  и, таким образом, была задана на  $N = 601$  точке, включая концы указанного интервала. Задача состояла в оценивании трех значений неизвестного параметра  $B$  по известным значениям функции  $g(x)$  при известном значении  $k$ .

Моделирование задачи с одним неизвестным нелинейным параметром, который принимал несколько значений, выполнялось на основе функциональной зависимости (16), в которой  $A = 1$ ,  $\varphi_0 = \pi/8$ ,  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = 2$ ,  $\Delta x = 0,01$ ,  $X_1 = [0; 2,2]$ ,  $X_2 = (2,2; 5]$  и, следовательно,  $X = X_1 \cup X_2 = [0; 5]$ . К каждому элементу данных, полученных посредством дискретизации

этой зависимости с шагом  $\Delta x = 0,01$  в интервале  $X = [0; 5]$ , добавлялась случайная величина  $\xi$ , распределенная по закону Коши с параметром масштаба  $\nu = 0,01$  и нулевым параметром сдвига. Таким образом, общее количество элементов исходных данных было равно  $N = 501$  (включая концы интервала), а максимальной положительной частоте отвечало значение  $\nu_{\max} = 50$ . В качестве модельной функции использовалась функция (17), частота которой менялась с шагом  $\Delta \nu = 1/((N-1) \cdot \Delta x) = 0,2$  в интервале (полосе частот)  $[0; 50]$ . Поскольку  $\nu_1 = 1$  и  $\nu_2 = 2$ , то эти значения частоты попадали в узлы построенной сетки, а именно в шестой и в 11-й узлы, соответственно. С целью сравнения результатов, на основе алгоритма дискретного преобразования Фурье строился дискретный спектр исходных данных. Кроме моделирования данной задачи с указанным значением параметра масштаба шума Коши, выполнялось также ее моделирование со значительно увеличенным (в 10, 100 и 1000 раз) значением этого параметра. Такое моделирование имело целью исследовать потенциальные возможности предложенного подхода и показать его преимущество над подходом, основанным на методе дискретного преобразования Фурье.

## 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 и рис. 2 приведены результаты моделирования задачи оценивания двух значений неизвестного линейного параметра, которым являлся амплитудный параметр  $A$ . На рис. 1а приведена одна из случайных реализаций зависимости (20), а на рис. 1б приведена зависимость (21), которая использовалась в качестве модели.

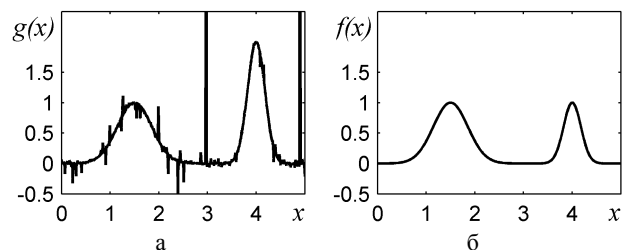


Рисунок 1 – Моделирование задачи с линейным параметром:

а – исходная зависимость с шумом Коши; б – модель

Рис. 2а, рис. 2б и рис. 2в отображают целевые функции, которые были получены для  $\beta = 0$  и  $q = 2$  в случаях  $\alpha = 0,001$ ,  $\alpha = 0,03$  и  $\alpha = 1$ , условно обозначенных как случаи недостаточного, оптимального и чрезмерного сглаживания, соответственно. Для всех этих трех случаев расширенный межквартильный интервал был равен  $[0,909; 2,032]$ , сформированный шаг сетки  $\Delta A = 0,011$ ,  $c = \Delta A$  и  $P = 103$ . Для лучшей визуализации графиков функционала квазипротяженности интервал значений параметра  $A$  был продолжен влево и вправо с шагом  $\Delta A$  таким образом, чтобы он был не меньше интервала  $[0; 3]$ .

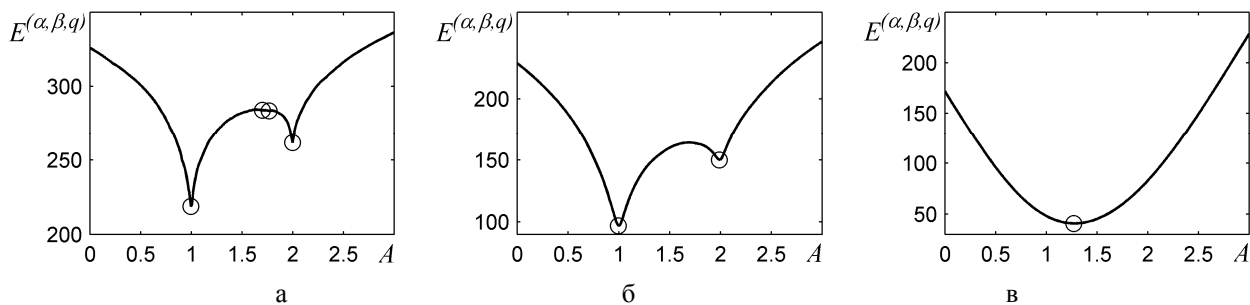


Рисунок 2 – Целевая функция для линейного параметра при:

а – недостаточном сглаживании; б – оптимальном сглаживании; в – чрезмерном сглаживании; найденные локальные минимумы обозначены кружками

На рис. 2а видно, что для  $\alpha = 0,001$  было получено четыре локальных минимума, которым отвечали значения 0,997; 1,701; 1,767 и 1,999, соответственно. Однако этот результат оказался неустойчивым при уменьшении шага сетки  $\Delta A$  до величины  $\Delta A = 0,001$ , что привело к увеличению количества локальных минимумов до семи штук, которым отвечали значения 0,998; 1,003; 1,403; 1,703; 1,760; 1,772 и 1,998, соответственно. При этом первые два из них, которые были самыми глубокими, оказались расположены слишком близко друг к другу. Поэтому использованное здесь значение параметра сглаживания  $\alpha = 0,001$  следует считать недостаточным. На рис. 2б видно, что для  $\alpha = 0,03$  было получено два локальных минимума, которым отвечали значения 0,997 и 1,988, соответственно. При этом уменьшение шага сетки не приводило к появлению новых локальных минимумов. На рис. 2в видно, что для  $\alpha = 1$  был получен один локальный минимум, которому отвечало значение 1,272. Этот минимум также был устойчив к уменьшению шага сетки. Таким образом, выбор значения  $\alpha = 0,03$  оказался наилучшим, так как он привел к верной оценке как количества значений амплитудного параметра, так и самих значений. Более того, для  $\alpha = 0,03$  моделирование по множеству из 100 случайных реализаций шума Коши показало устойчивость получаемых оценок к различным реализациям шума. Так, в этом случае количество локальных минимумов всегда равнялось двум, а оценки искомого значения амплитудного параметра имели такие характеристики: среднее значение оценок равнялось  $\bar{A}_1 = 1,003$  и  $\bar{A}_2 = 1,990$ , дисперсия (квадрат отклонения от среднего значения) оценок составляла величины  $\text{var}(A_1) = 1,54 \cdot 10^{-5}$  и  $\text{var}(A_2) = 2,21 \cdot 10^{-5}$ , среднеквадратическая ошибка оценивания была равна  $\text{err}(A_1) = 0,005$  и  $\text{err}(A_2) = 0,011$ , а максимальное (по модулю) отклонение от истинного значения составляло величины  $\delta(A_1) = 0,012$  и  $\delta(A_2) = 0,025$ . Отметим также, что при проведении моделирования выбор  $\alpha = 0,01$  приводил к появлению лишнего (третьего) локального минимума в 14 случаях из 100, а выбор  $\alpha = 0,1$  приводил к потере более слабого (второго)

локального минимума в 3 случаях из 100. Однако выбор  $\alpha = 0,08$  давал по-прежнему устойчивый результат, так как всегда приводил к двум локальным минимумам. При увеличении параметра масштаба шума Коши в 10 раз выбор  $\alpha = \nu = 0,1$  практически всегда (в 98 случаях из 100) приводил к потере более слабого (второго) минимума. Таким образом, для случая неизвестного линейного параметра область применимости предложенного подхода оказалась ограничена относительно большими значениями отношения сигнал/шум, которое можно рассматривать как отношение разности искомого амплитудных значений к значению параметра масштаба шума.

На рис. 3. и рис. 4 приведены результаты моделирования для второго примера задачи оценивания нескольких значений неизвестного линейного параметра. На рис. 3а приведена одна из случайных реализаций исходной зависимости (22) для  $\nu = 0,1$ , а на рис. 3б – применяемая модель линии:  $f(x) = kx + B$  с одним из возможных значений параметра  $B$ .

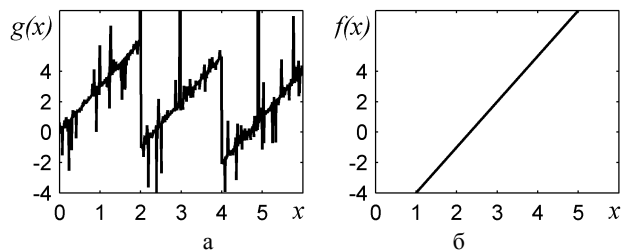


Рисунок 3 – Моделирование задачи с линейным параметром:

а – исходная зависимость с шумом Коши; б – модель

Рис. 4а, рис. 4б и рис. 4в отображают соответствующие целевые функции, которые были получены для  $\beta = 0$  и  $q = 2$  в случаях  $\alpha = 0,001$ ;  $\alpha = 0,03$  и  $\alpha = 1$ . Для всех этих случаев расширенный межквартильный интервал был равен  $[-14,030; 0,051]$ , а сформированный шаг сетки  $\Delta B = 0,138$ ,  $c = \Delta B$  и  $P = 103$ . Для лучшей визуализации графиков функционала квазипротяженности интервал значений параметра  $B$  был продолжен влево и вправо с шагом  $\Delta B$  таким образом, чтобы он был не меньше  $[-30; 10]$ . Из рассмотрения указанных рисунков видно, что для значе-

ний  $\alpha$ , которые меньше значения  $\upsilon$ , функционал квазипротяженности содержит лишние локальные минимумы, а для значения  $\alpha$ , которое больше значения  $\upsilon$ , количество локальных минимумов равно количеству искомых значений параметра  $B$ . Действительно, для  $\alpha = 0,001$  была получена пятерка значений:  $(-14,030; -6,990; -3,262; -2,710; 0,051)$ ; для  $\alpha = 0,03$  была получена четверка значений:  $(-14,030; -6,990; -3,262; 0,051)$  и для  $\alpha = 1$  – тройка значений:  $(-13,754; -6,990; 0,225)$ . Из этих результатов можно заключить, что для данного моделирования лучшим значением параметра сглаживания является значение  $\alpha = 1$ .

На рис. 5 и рис. 6 приведены результаты моделирования задачи оценивания двух значений неизвестного нелинейного параметра, которым являлась частота синусоидального сигнала. На рис. 5а приведена одна из случайных реализаций зависимости (16) в шуме Коши, а на рис. 5б приведена модель с одним из возможных значений частоты.

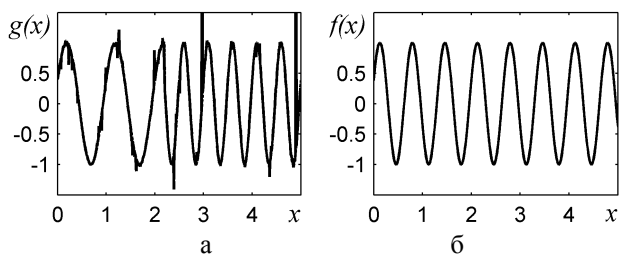


Рисунок 5 – Моделирование задачи с нелинейным параметром: а – исходная зависимость с шумом Коши; б – модель

Рис. 6а, рис. 6б и рис. 6в отображают целевые функции, которые были получены для  $\beta = 0$  и  $q = 2$  в случаях  $\alpha = 0,001$ ;  $\alpha = 0,03$  и  $\alpha = 1$ ; при этом область их визуализации была ограничена полосой частот

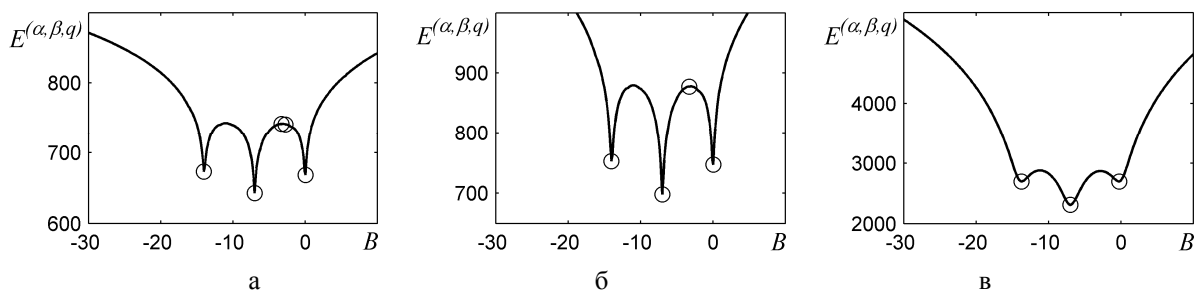


Рисунок 4 – Целевая функция для линейного параметра с тремя значениями при параметре сглаживания: а –  $\alpha=0,001$ ; б –  $\alpha=0,03$ ; в –  $\alpha=1$ ; найденные локальные минимумы обозначены кружками

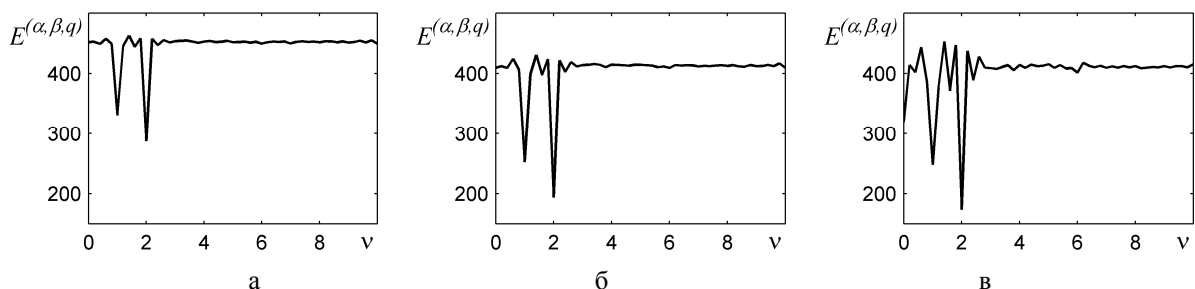


Рисунок 6 – Целевая функция для нелинейного параметра при параметре сглаживания: а –  $\alpha=0,001$ ; б –  $\alpha=0,03$ ; в –  $\alpha=1$

$[0; 10]$ . На этих рисунках видно, что оценки искомых значений частоты, которым отвечают местоположения двух самых глубоких локальных минимумов, практически точно совпадают с искомыми значениями частоты. Моделирование этой задачи со значительно (в 10, 100 и 1000 раз) меньшим значением шага  $\Delta\nu$  показало значительное увеличение общего количества локальных минимумов. В частности, для случая  $\alpha = 0,001$  уменьшение  $\Delta\nu$  в 1000 раз привело к росту количества локальных минимумов с 76 до 39857 штук. Однако при этом основные локальные минимумы не расщеплялись, а количество локальных минимумов, которые были глубже, чем среднее арифметическое значение функционала, оставалось равным двум. Таким образом, для данной задачи порог, равный среднему арифметическому значению функционала, позволяет выполнить отбор основных локальных минимумов.

Моделирование данной задачи для  $\alpha = 0,03$  по множеству из 100 случайных реализаций шума Коши показало устойчивость получаемых оценок. Так, в случае  $\Delta\nu = 0,2$  два самых глубоких локальных минимума всегда давали такие оценки искомых значений частоты, которые были равны истинным значениям. Улучшение желаемой точности оценивания путем задания величины  $\Delta\nu = 0,002$  практически не изменило этот результат: оценка частоты  $\nu_1$  в 98 случаях из 100 была равна искомому первому значению 1,000 и в оставшихся двух случаях была равна 0,998, а оценка частоты  $\nu_2$  в 100 случаях из 100 была равна искомому второму значению 2,000.

На рис. 7 приведены результаты моделирования данной задачи в условиях относительно сильного шу-



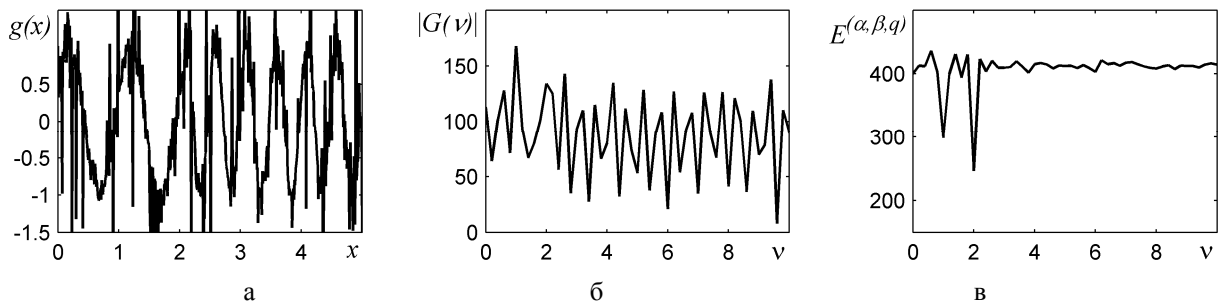


Рисунок 7 – Моделирование при сильном шуме:

а – исходные данные; б – модуль спектра; в – функционал квазипротяженности

ма, который моделировался шумом Коши с параметром масштаба  $\nu = 0,1$ . На рис. 7а представлена одна из случайных реализаций исходных данных  $g(x)$ . На рис. 7б представлен модуль Фурье-спектра  $G(v)$  этой случайной реализации, который был получен посредством применения к ней дискретного преобразования Фурье и вычисления модуля. Здесь видно, что при заданном уровне шума невозможно оценить искомые значения частоты. На рис. 7в представлена целевая функция, которая отвечает функционалу квазипротяженности с параметрами  $\alpha = \nu$ ,  $\beta = 0$  и  $q = 2$ . Здесь видно, что два самых глубоких локальных минимума позволяют корректно оценить искомые значения частоты. Более того, увеличение уровня шума еще в 10 раз (путем установления значения  $\nu = 1$ ) не устранило возможность корректного оценивания значения частоты посредством функционала квазипротяженности. Однако увеличение уровня шума еще в 10 раз (путем установления значения  $\nu = 10$ ) сделало это невозможным.

## 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Оценки количества значений и непосредственно самих значений неизвестного линейного параметра показывают, что они существенно зависят от величины параметра сглаживания  $\alpha$ . Из сравнения рис. 2а, рис. 2б и рис. 2в видно, что при недостаточном сглаживании имеем близко расположенные друг к другу локальные минимумы, а при чрезмерном сглаживании имеем только один минимум. Поэтому если априорно известно, что неизвестный параметр может принимать несколько значений, то появление множества близкорасположенных минимумов целевой функции говорит о недостаточном сглаживании, а появление только одного минимума – о чрезмерном сглаживании функционала. Однако даже в случае оптимального сглаживания (рис. 2б) нельзя надеяться на получение оценки с точностью, которая меньше величины масштаба шума. В самом деле, полученные результаты показывают, что в этом случае максимальное отклонение оценок от истинных значений оказалось больше заданной точности в два раза.

При сильном сглаживании функционала квазипротяженности возможна потеря его слабых локальных минимумов, которая приводит к ошибкам оценива-

ния. Поскольку при наличии шума сглаживание функционала является необходимой операцией, то при потере слабых минимумов предложенный подход можно улучшить путем поиска точек перегиба функционала, в которые могут превращаться его локальные минимумы при сильном сглаживании.

Следует также отметить, что для данной задачи арифметическое усреднение реализаций исходных данных не позволяет улучшить их качество, так как такое усреднение реализаций шума Коши бесполезно.

Оценки количества значений и непосредственно самих значений неизвестного нелинейного параметра показывают, что они слабо зависят от параметра сглаживания  $\alpha$ . Однако они требуют использования достаточно мелкого шага сетки по такому параметру. В представленном примере такая сетка была сформирована по аналогии с сеткой метода дискретного преобразования Фурье. С другой стороны, подобная сетка может быть сформирована и на основе множества «пробных» значений параметра, получаемых в результате решения соответствующего нелинейного уравнения.

В целом, результаты моделирования подтверждают целесообразность и демонстрируют эффективность предложенного подхода.

## ВЫВОДЫ

Решена актуальная проблема оценивания неизвестного параметра заданной модели данных в условиях, когда на интервале наблюдения данных этот параметр принимает несколько значений. Для решения этой проблемы предложен подход, который заключается в постановке и решении задачи минимизации функционала квазипротяженности от функции невязки данных с их моделью. Этот подход обеспечивает индивидуализацию значений неизвестного параметра в виде локальных минимумов соответствующей целевой функции. Результаты численного моделирования задачи для случаев линейного и нелинейного параметров подтвердили эффективность применения предложенного подхода.

**Научная новизна** полученных результатов состоит в том, что впервые предложен общий подход к оцениванию неизвестного параметра с несколькими значениями, позволяющий путем минимизации функционала квазипротяженности функции невязки по

неизвестному параметру заданной модели данных и поиска его основных локальных минимумов получить оценки нескольких значений неизвестного параметра.

**Практическое значение** полученных результатов заключается в том, что они могут использоваться для постановки и решения задач обработки данных в условиях, когда на интервале наблюдения модель данных представляется кусочной функцией с одной и той же самой функциональной зависимостью.

**Перспективы дальнейших исследований** связаны с разработкой методов решения задач для случая нескольких неизвестных параметров, каждый из которых может принимать несколько значений.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы Днепропетровского национального университета «Алгоритмічне та програмне забезпечення інформаційних технологій» (номер государственной регистрации 0119U101205).

### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURE

1. Little M. A. Generalized methods and solvers for noise removal from piecewise constant signals. I. Background theory / M. A. Little, N. S. Jones // *Proceedings of the Royal Society A*. – 2011. – Vol. 467. – P. 3088–3114. DOI:10.1098/rspa.2010.0671.
2. Little M. A. Generalized methods and solvers for noise removal from piecewise constant signals. II. New methods / M. A. Little, N. S. Jones // *Proceedings of the Royal Society A*. – 2011. – Vol. 467. – P. 3115–3140. DOI: 10.1098/rspa.2010.0674.
3. Каплун Д. И. Разработка и исследование демодуляторов сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты / [Д. И. Каплун, В. В. Гульванский, И. И. Канатов и др.] // *Известия вузов России. Радиоэлектроника*. – 2017. – № 6. – С. 15–21.

4. Куликов Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. – М. : Сов. радио, 1978. – 296 с.
5. Millar R. B. Maximum Likelihood Estimation and Inference: With Examples in R, SAS and ADMB / R. B. Millar. – New York : Wiley, 2011. – 376 p.
6. Wolberg J. Data Analysis Using the Method of Least Squares: Extracting the Most Information from Experiments / J. Wolberg. – Berlin : Springer-Verlag, 2005. – 250 p. DOI: 10.1007/3-540-31720-1.
7. Elgmati E. A. Quartile Method Estimation of Two-Parameter Exponential Distribution Data with Outliers / E. A. Elgmati, N. B. Gredni // *International Journal of Statistics and Probability*. – 2016. – Vol. 5, № 5. – P. 12–15. DOI: 10.5539/ijsp.v5n5p12.
8. Chandola V. Anomaly detection: A survey / V. Chandola, A. Banerjee, V. Kumar // *ACM Computing Surveys*. – 2009. – Vol. 41, № 3. – P. 15–58. DOI: 10.1145/1541880.1541882.
9. Huber P. Robust statistics. 2nd ed. / P. Huber, E. M. Ronchetti. – Hoboken : Wiley, 2009. – 370 p.
10. Shevlyakov G. L. Robustness in data analysis: criteria and methods / G. L. Shevlyakov, N. O. Vil'chevski. – Utrecht : VSP, 2002. – 310 p.
11. Borulko V. F. Minimum-duration filtering / V. F. Borulko, S. M. Vovk // *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. – 2016, №1. – С.7–14. DOI: 10.15588/1607-3274-2016-1-1.
12. Vovk S. M. Determination of amplitude levels of the piecewise constant signal by using polynomial approximation / S. M. Vovk, V. F. Borulko // *Radioelectronics and Communications Systems*. – 2017. – Vol. 60, Issue 3. – P. 113–122. DOI: 10.3103/S0735272717030037.
13. Вовк С. М. Критерій мінімуму протяжності / С. М. Вовк // *Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. Випуск 1 (120)*. – Дніпро, 2019. – С. 19–25.

Received 09.07.2019.  
Accepted 25.09.2019.

УДК 004.02

### ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРА З ДЕКІЛЬКОМА ЗНАЧЕННЯМИ

**Вовк С. М.** – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна.

**Прокопчук О. М.** – аспірант кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** В умовах, коли на різних частинах інтервалу спостереження параметр заданої моделі даних набуває різних значень, виникає задача оцінювання параметра з декількома значеннями. Об'єктом дослідження в даній роботі є процес оцінювання параметра з декількома значеннями.

**Мета.** Метою роботи є розробка підходу до вирішення завдання оцінювання декількох значень невідомого параметра для заданої моделі даних.

**Метод.** Підхід до вирішення завдання оцінювання невідомого параметра з декількома значеннями заснований на побудові функції відхилення даних від їх моделі і подальшому застосуванні до неї критерію мінімуму протяжності. Критерій мінімуму протяжності дозволяє індивідуалізувати значення невідомого параметра у вигляді локальних мінімумів функціоналу квазіпротяжності для заданої функції відхилення. У дискретному випадку запропонований підхід полягає в пошуку основних локальних мінімумів багатоекстремальної цільової функції. Для вирішення цього завдання в одновимірному випадку запропоновано простий метод, ефективність якого проілюстрована на прикладах задач з одним невідомим лінійним параметром та з одним невідомим нелінійним параметром моделі.

**Результати.** На відміну від традиційних підходів, заснованих на критерії найменших квадратів або критерії найменших модулів, які забезпечують можливість оцінювання тільки одного значення невідомого параметра, запропонований підхід забезпечує можливість оцінювання декількох значень невідомого параметра. Чисельне моделювання одновимірних задач апроксимації даних моделями з одним невідомим лінійним параметром та з одним невідомим нелінійним параметром під-

твердило доцільність запропонованого підходу і його ефективність в умовах, коли необхідне згладжування не призводить до втрати слабких локальних мінімумів.

**Висновки.** Для оцінювання невідомого параметра з декількома значеннями доцільно використовувати підхід, який полягає в постановці та рішенні задачі мінімізації функціоналу квазіпротяжності, який побудований на основі функції відхилення даних від заданої моделі. Цей підхід забезпечує індивідуалізацію значень невідомого параметра шляхом формування відповідних локальних мінімумів цільової функції, які відповідають шуканим значенням параметра. Результати чисельного моделювання одновимірних задач для випадків лінійного та нелінійного параметра підтвердили ефективність застосування запропонованого підходу.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** обробка, оцінювання, критерій, протяжність, апроксимація.

UDC 004.02

#### ESTIMATION OF PARAMETER WITH SEVERAL VALUES

**Vovk S. M.** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer Science and Information Technology, Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine.

**Prokopchuk O. M.** – Postgraduate student of the Department of Computer Science and Information Technology, Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine.

#### ABSTRACT

**Context.** The problem of estimating a parameter with several values on different parts of the data interval is considered. The object of this research is the estimation of several values of an unknown parameter.

**Objective.** The approach to the estimation of several values of an unknown parameter for a given data model is to be developed.

**Method.** The approach to solve the estimation problem of the unknown parameter with several values is based on the constructing a function of the residual between the data and their model and on the subsequent applying the minimum-extent criterion to it. The minimum-extent criterion allows detecting the values of unknown parameter in the form of local minima for the quasi-extent functional of residual function. In the discrete case, the proposed approach is to search for the main local minima of the multi-extremal objective function. To solve this problem in the one-dimensional case a simple method is proposed. The performance of this method is illustrated by the examples of the problems both with one unknown linear parameter of the model and with one unknown non-linear parameter of the model.

**Results.** Unlike the traditional approaches based on the criterion of least squares or criterion of mean-absolute deviation which provide the possibility of estimating just one value of unknown parameter, the proposed approach provides estimating the several values of unknown parameter. Numerical simulation of the one-dimensional approximation problem with models containing the one unknown linear parameter and the one unknown non-linear parameter confirmed the feasibility of the proposed approach and its performance when the necessary smoothing does not lead to the loss of weak local minima.

**Conclusions.** To estimate the several values of unknown parameter it is advisable to use the approach which consists in solving the minimization problem of the quasi-extent functional for the residual function of data. This approach provides an individualization of the values of unknown parameter by forming the corresponding local minima of the objective function. The results of numerical simulation of the one-dimensional problem for both the linear and non-linear parameter confirmed the performance of the proposed approach.

**KEYWORDS:** processing, estimation, criterion, extent, approximation.

#### REFERENCES

1. Little M. A., Jones N. S. Generalized methods and solvers for noise removal from piecewise constant signals. I. Background theory, *Proceedings of the Royal Society A*, 2011, Vol. 467, pp. 3088–3114. DOI:10.1098/rspa.2010.0671.
2. Little M. A., Jones N. S. Generalized methods and solvers for noise removal from piecewise constant signals. II. New methods, *Proceedings of the Royal Society A*, 2011, Vol. 467, pp. 3115–3140. DOI: 10.1098/rspa.2010.0674.
3. Kaplun D. I., Gulvanskiy V. V., Kanatov I. I., Klionskiy D. M., Hachaturyan A. B., Butusov D. N., Lapitskiy V. F., Bobrovskiy V. I. Razrabotka i issledovanie demodulyatorov signalov s psevdosluchaynoy perestroykoy rabochey chastoty, *Izvestiya vuzov Rossii. Radioelektronika*, 2017, No. 6, pp. 15–21.
4. Kulikov E. I., Trifonov A. P. Otsenka parametrov signalov na fone pomeh. Moscow, Sov. radio, 1978, 296 p.
5. Millar R. B. Maximum Likelihood Estimation and Inference: With Examples in R, SAS and ADMB / R. B. Millar. – New York: Wiley, 2011. – 376 p.
6. Wolberg J. Data Analysis Using the Method of Least Squares: Extracting the Most Information from Experiments. Berlin, SpringerVerlag, 2005, 250 p. DOI: 10.1007/3-540-31720-1.
7. Elgmati E. A., Gredni N. B. Quartile Method Estimation of Two-Parameter Exponential Distribution Data with Outliers, *International Journal of Statistics and Probability*, 2016, Vol. 5, No. 5, pp. 12–15. DOI: 10.5539/ijsp.v5n5p12.
8. Chandola V., Banerjee A., Kumar V. Anomaly detection: A survey, *ACM Computing Surveys*, 2009, Vol. 41, No. 3, pp. 15–58. DOI: 10.1145/1541880.1541882.
9. Huber P., Ronchetti E. M. Robust statistics. 2nd ed. Hoboken, Wiley, 2009, 370 p.
10. Shevlyakov G. L., Vil'chevski N. O. Robustness in data analysis: criteria and methods. Utrecht, VSP, 2002, 310 p.
11. Borulko V. F., Vovk S. M. Minimum-duration filtering, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2016, No. 1, pp. 7–14. DOI: 10.15588/1607-3274-2016-1-1.
12. Vovk S. M., Borulko V. F. Determination of amplitude levels of the piecewise constant signal by using polynomial approximation, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2017, Vol. 60, Issue 3, pp. 113–122. DOI: 10.3103/S0735272717030037.
13. Vovk S. M. Kryterii minimumu protiazhnosti, *Systemni tekhnologii. Rehionalnyi mizhvuzivskiy zbirnyk naukovykh prats*. Dnipro, 2019, Vypusk 1 (120), pp. 19–25.



## THE ANALYTICAL DESCRIPTION OF FINAL PROBABILITIES FOR STATES OF QUEUING SYSTEMS WITH INPUT FLOW OF GROUPS OF REQUIREMENTS

**Gorodnov V. P.** – Dr. Sc., Professor, Professor of the National Academy of National Guard of Ukraine, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** The management of many economic and other “service” systems of random flows of “requirements” is based on the prediction of their efficiency, based on an estimate of the system states probability distribution. In a number of important practical cases, the input flow may have random composition groups of requirements, which determined the applicability of linear algebra numerical methods for searching probabilities, and also made it difficult to build queuing systems that are effective in a range of conditions and made it impossible to obtain probability estimates for systems with an infinite number of places to wait for service. The objects of the study are Markov models of three types of queuing systems: with refusals, with a limited and with an unlimited number of places to wait in the conditions of the input flow of a random composition groups of requirements.

**Objective.** The goal of the work is to obtain an analytical description of the final state probabilities which are necessary to predict the values of efficiency indicators for three types of Markov multichannel queuing systems: with refusals, with a limited and with an unlimited number of places to wait in the conditions of the input flow of random composition groups of requirements.

**Method.** In the general case, the probabilities of states in queuing systems with input flow random groups of requirements are described by Kolmogorov differential equations. The Kolmogorov equations, in the stationary state of the queuing system, are transformed into a linearly dependent homogeneous system of algebraic equations. The final probabilities of the states of a queuing system can be found by numerically solving a system of equations using methods well known in linear algebra: complete exclusion, the inverse matrix, and the matrix method of Ramaswami [3], [38], which takes into account the repeating block structure of the system of equations matrix. The infinite number of unpredictable combinations for the set of numerical values of the considered queuing systems parameters makes it difficult to control the operation of such systems and to build systems that are effective in a range of conditions.

In queuing systems with an unlimited number of places to wait, the number of equations becomes infinite, and numerical methods become unsuitable for final probabilities searching and for solving problems of analysis, synthesis and control of queuing systems. Analytical expressions for the final probabilities of queuing systems are obtained by equivalent transformations of homogeneous systems of algebraic equations in the general case of each type of queuing system mentioned above.

**Results.** The obtained analytical expressions for the final probabilities of the queuing systems states for three noted system types are not previously known and therefore required verification of their correctness. Such a check was performed by the way of degenerate the flow of random groups of requirements in the input of the system to the simplest flow of requirements. As a result of verification, analytical expressions for the final probabilities of the considered systems states were automatically transformed into the corresponding well-known models of queuing systems with the simplest input flow of requirements. This effect allows us to consider the well-known models of queuing systems of the simplest input requirements flow – to be a particular case of the obtained models of queuing systems with an input flow of groups of requirements.

**Conclusions.** To further verify the correctness of the results and to assess the degree of influence of requirements random number in groups of input flow onto the system efficiency, a numerical example is given for the critical conditions of a constant intensity of requirements flow equal to the total performance of the system’s service channels. In this case, only the average number of requirements in groups changed. The results of the numerical experiment testify in favor of the correctness of the obtained analytical expressions for the final probabilities and in favor of the possibility of their practical application in real queuing systems when solving problems of forecasting efficiency, as well as analyzing and synthesizing the parameters of real queuing systems.

**KEYWORDS:** Markov models, Queuing systems, Requirements groups.

### ABBREVIATIONS

QS is a queuing system.

### NOMENCLATURE

$L$  is a maximum number of requirements in a group;

$M_L/M/n/m$  is a designation of queuing system;

$M_L$  is a designation of Poisson input flow of groups of requirements of random composition with the maximum number  $L$  of requirements in a group;

$M$  is a designation of an exponential distribution of the random service time of each requirement;

$n$  is a number of identical channels (devices) in the queuing system;

$m$  is a number of places to wait;

$M_L/M/n/\infty$  is a designation of the queuing system noted above but with an infinite number of places to wait, it means  $m=\infty$ ;

$M_L/M/n$  is a designation of the queuing system noted above but with no places to wait and it means with refusals;

$I$  is a flow intensity of requirements at the input of the queuing system;

$t$  is a current time;

$f_1(t)$  is a density distribution of the requirements flow at the input of the queuing system;

$e=2,71\dots$  is a second remarkable limit;

$T_{avr}$  is a mathematical expectation of requirement’s duration of service by the service device;

$\mu$  is a performance of one service device;

$f_2()$  is a distribution density of service duration;  
 $i$  is the number of requirements in the group;  
 $\gamma$  is a number of occupied places to wait;  
 $a_i$  is a probability of a group consisting of exactly  $i$  requirements at the input of the queuing system;  
 $\lambda$  is a parameter of requirements groups flow at the input of the queuing system;  
 $\lambda_i$  is a parameter of requirements groups input partial flow that consists of exactly  $i$  requirements in the group;  
 $p_k$  is a probability of a queuing system state in which exactly  $k$  devices are occupied;  
 $p_{n+\gamma}$  is a probability of a queuing system state in which exactly  $n$  devices are busy by servicing and exactly  $\gamma$  waiting places are occupied by requirements;  
 $\rho$  is a load factor of a queuing system with a simplest flow of requirements;  
 $\rho_i$  is a load factor of queuing system by a part of the input flow of requirements groups;  
 $f_k$  is a non-ordinary function, which deforms the probability  $p_k$  of the  $k$ -th state of the queuing system when groups appear in the input flow of requirements;  
 $M_{b,d}$  is the mathematical expectation of the busy devices number;  
 $M[i]$  is the mathematical expectation of the requirements number in groups;  
 $A$  is an absolute system capacity;  
 $P_{service}$  is a service probability of queuing system;  
 $P_{refusal}$  is a refusal probability of service;  
 $S_k$  is a system state, at which exactly  $k$  requirements are under maintenance;  
 $f_k$  is a non-ordinary function.

## INTRODUCTION

In industry, science, medicine, commerce, information networks, management systems, and in other areas, there is often appears repeated massive demand (flow of requirements) for various services. To work out such requirements, the corresponding “service” systems are created.

The wide distribution and diversity of such systems has caused the need to develop appropriate models of queuing systems (QS) for solving problems of analysis, synthesis and control of real systems. The moments of occurrence of each requirement and the duration of its working out (service) are not known in advance (are random). Therefore, most models are stochastic

In real systems, as a rule, the conditions of the central limit theorem of A. Ya. Khinchin [18] are satisfied, and an input flow of requirements, that is close to the simplest one, is automatically generated. For such conditions, there are well-known models, for example, in [45]. However, requirements can often enter the system in groups with an unknown (random) quantity in the group. In queuing systems, shock loads occur, the effectiveness of systems decreases.

© Gorodnov V. P., 2019  
 DOI 10.15588/1607-3274-2019-4-3

To perform a forecast of the effectiveness in such system and in such conditions its possible only by numerical methods for specific numerical values of the conditions parameters. Unfortunately, the probability of “guessing” the exact values of the future set of continuous random variables (the parameters of the conditions) is strictly zero. Therefore, numerical analysis can be adequate to the real process only a posteriori, which sharply reduces its scientific significance and at the same time makes it important to search not numerical, but analytical descriptions of state probabilities and efficiency indicators of queuing systems with an input flow of groups with random composition of requirements.

**The object of study** is a steady-state process of servicing a flow of requirements groups in  $M_L/M/n$  queuing systems with refusals, as well as with limited  $M_L/M/n/m$  and with unlimited  $M_L/M/n/\infty$  number of places to wait.

**The subject of study** is the distribution laws of the final state probabilities in queuing systems  $M_L/M/n$  with refusals, as well as with limited  $M_L/M/n/m$  and with unlimited  $M_L/M/n/\infty$  number of places to wait and in input flow conditions groups of requirements with a random number of requirements in groups.

**The purpose of the work** is to obtain an analytical description of final probabilities for the general case of the  $M_L/M/n$  model of a queuing system with refusals as well as for queuing systems with waiting  $M_L/M/n/m$ ,  $M_L/M/n/\infty$  and with a non-ordinary input flow of requirements. The noted final probabilities are a complete description of the systems operation and allow estimating the expected values of all known indicators of the queuing systems efficiency.

## 1 PROBLEM STATEMENT

The flow of non-ordinary requirements with intensity  $I$  and density  $f_1(t) = Ie^{-It}$  enters the queuing system. Service duration is random and has exponential distribution  $f_2(t) = \mu e^{-\mu t}$ . By virtue of the noted distribution densities, a Markov process with continuous time and discrete states arises in the system.

This paper relies on a system of statements about the properties of a non-ordinary (general stationary) flow [18, pp. 14, 40, 41], which we present without proof.

The stationary flow of time points for the arrival of groups of events without aftereffect is the simplest and is called the General Stationary Flow or non-ordinary flow.

Non-ordinary flow includes groups of  $i$  requirements ( $i = 1, 2, \dots, L$ ) in a group. The flow can be determined by setting the probabilities distribution law ( $a_i$ ) of appearing exactly  $i$  requirements in any group of input flow. Then the flow parameter  $\lambda$  will be less than the flow intension ( $I, \lambda < I$ ) and will include partial flows with parameters  $\lambda_i$ :

$$\lambda_i = \lambda a_i; \quad \lambda = \sum_{i=1}^L \lambda_i; \quad I = \sum_{i=1}^L i \cdot \lambda_i. \quad (1)$$

A. Ya. Khinchin limit theorem [18] for random time intervals between groups of events in a non-ordinary flow is preserved and the form of the exponential distribution of time intervals is preserved too, but with the parameter  $\lambda$  :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t > 0. \quad (2)$$

At the same time, to fulfill equality ( $\lambda = I$ ) it is necessary and sufficient to have  $a_1 = 1$ . In this case, the flow of events becomes the simplest. For all other (non-ordinary) stationary flows without an aftereffect, the intensity of the flow is always greater than its parameter ( $I > \lambda$ ).

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

The first model for calculating the part of calls that receive service at a telephone station was described by A. K. Erlang [12] in 1909. The process of the telephone station included the receipt and service of applications from subscribers to switch communication channels with other subscribers. The service of each application consisted in connecting the subscriber – the source of the application to the free channel of communication with the required subscriber. After the end of the call, the channel was released and could be used to service the next request. The application that arrived at the telephone station at the time when all channels were busy received a denial of service. The moments of receipt of applications and the end of their service were random.

The Erlang-developed model of the mass service system of requests at the telephone station turned out to be a universal tool for describing the processes of service in different systems and in different fields of human activity. Each of these areas and systems has its own peculiarities, which led to the development of more complex models and to the appearance of an independent scientific direction – the queuing theory.

Currently, queuing system models are being actively used for analysis, for predicting efficiency and for optimizing decisions made in various areas. These include the following areas: telecommunication networks [8, 13, 23, 25, 42, 43], socio-economic systems [11, 24], production systems [2, 21, 32, 46] and logistic systems [15, 34, 35], computing systems [5, 19], traffic management systems [1, 4, 17, 37].

An interesting direction in the theory of queuing systems is the construction of models with an infinite number of devices, since it is these models that make it possible to describe complex technical systems for which the number of devices can be relatively large. For example, L. Brown, N. Gans, A. Mandelbaum, and A. Sakov [8] use such systems to simulate a call center in which agents provide telephone services almost no refusals. In such a company, customer service should start immediately. Therefore, the number of working operators should be large enough and should be monitored using the appropriate model.

Infinitely linear systems are also used as an approximation for multiline systems in cases where the probability of denial to service is negligible [14, 26, 27, 31, 36, 39].

At the initial stage, most studies of the queuing theory were performed under the assumption that the incoming flow of requests is the simplest [9, 40].

However, the development of computer and mobile systems has led to the need to create new mathematical models of requirements flows at the system input, which are not Poisson or non-ordinary flows. This was the reason for the increased interest in the study of systems with more complex incoming flows. Systems with non-Poisson flows were studied by such authors as G. P. Klimov [20], G. Sh. Tsitsiashvili [44], P. P. Bocharov, A. V. Pechinkin [6], A. N. Moiseev and A. A. Nazarov, [29], S. P. Moiseeva [30], E. A. Doorn and A. A. Jagers [10], V. F. Matveev, V. G. Ushakov [28] and others.

So, in the book of Matveev V. F. and Ushakov V. G. [28] was obtained generating function of the requirements number in the system for which the incoming flow is a superposition of independent flows with the same number of requirements in packs. For non-Poisson input flows in a system with an unlimited number of service channels E. A. Doorn and A. A. Jagers [10] obtained estimates of the variance for the number of busy servers.

Another important direction in the development of the queuing theory is the study of the systems operation in the conditions of the incoming flow, which includes groups of requirements with previously unknown composition. Thus, groups of motorcade cars can arrive at a gas station, visitors can arrive at a roadside restaurant in groups at the time of vehicles arrival, and the customers flow to the hotel includes both single customers and groups of several people, families for example. Such a flow is called non-ordinary.

A description of queuing system models with non-ordinary input flow can be found in works of A. A. Shakhbazov [41], Jung-Shyr Wu and Jyh-Yeong Wang [16], N. O. Kutselay and S. V. Safonov [22], O. Yu. Bogoyavlenskaya [7], V. B. Monsik, A. A. Skrynnikov, and A. U. Fedotov, in works of A. V. Pechinkin [33] and A. G. Tatashev, M. Akhilgova, S. A. Shchebunyaev.

In the general case, the probabilities of states in queuing systems  $M_L/M/n/m$  with a non-ordinary input flow of requirements are described by Kolmogorov differential equations.

The Kolmogorov equations, in the stationary state of the queuing system, are transformed into a linearly dependent system of algebraic equations. The final probabilities of the queuing system states can be found by numerically solving the system of algebraic equations using the methods well known in linear algebra [45] – complete exclusion, inverse matrix, Kramer determinants. It should be noted that in this case the determinant of the algebraic equations system is always zero. Therefore, it is impossible to apply the Kramer determinant method directly.

One of the variants of the noted system algebraic equations numerical solution is the well-known matrix geometric method of Ramaswami [3]. This method is characterized as a method for the analysis of quasi-birth-death processes, continuous-time Markov chain whose transition rate matrix has a repetitive block structure. In this method, the final probabilities of the queuing system states are found using numerical calculations of the elements of the Neut's rate matrix [38].

Analytical description of models is sometimes possible to find for some performance indicators, as a rule, for single-channel systems (N. O. Kutselay and S. V. Safonov [22], O. Yu. Bogoyavlenskaya [7]) with a specific composition of requirements in input flow groups (V. B. Monsik, A. A. Skrynnikov, A. U. Fedotov and A. V. Pechinkin [33]).

The search for regularities that could provide an analytical description of the final probabilities in the general case of a queuing system with a non-ordinary input flow of requirements were engaged in A. A. Shakhbazov [41], Jung-Shyr Wu and Jyh-Yeong Wang [16]. In all the studies noted, it was concluded that the final probabilities sought could ultimately be found only by numerical methods for a specific flow structure.

One of the reasons for the lack of success in finding an analytical description of the final probabilities is that any change in the structure of the input flow of requirements or in the queuing system leads to a change in the composition and in the structure of the algebraic equations system. The number of options that appear is unlimited. Attempting to identify and describe regularities of emerging changes is faced with the need to take into account the enumerated set of combinations in the marked conditions, which goes beyond the scope of analysis.

However, if numerical methods allow to obtain the value of final probabilities for queuing systems  $M_1/M/n/m$  with a limited number of service devices and with a limited number of waiting places, then for a situation with an unlimited number of them, for example, for a system  $M_1/M/n/\infty$ , numerical methods are not suitable due to the infinite number of algebraic equations.

In addition, the infinite number of variants of combinations for the numerical values of the  $M_1/M/n/m$  system parameters makes it difficult to control the operation of such systems in real time.

As a result, the relevance of the task of finding an analytical description for the states final probabilities in

queuing systems with a non-ordinary input flow of requirements becomes obvious.

### 3 MATERIALS AND METHODS

In order to demonstrate the logic of obtaining an analytical description of the final probabilities, let us consider a relatively easily visible example for the  $M_2/M/n$  system (Fig. 1).

At the entrance of the  $M_2/M/n$  queuing system with refusals, a non-ordinary flow is coming consisting of two ( $L=2$ ) partial flows with parameters  $\lambda_1 = \lambda a_1$  and  $\lambda_2 = \lambda a_2$ .

The model's graph is shown in Fig. 1 and can be described by Kolmogorov differential equations system (3):

$$\left. \begin{aligned} p'_0(t) &= -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t); \\ p'_k(t) &= -(\lambda + k\mu)p_k(t) + \lambda_1 p_{k-1}(t) + \\ &+ \lambda_2 p_{k-2}(t) + (k+1)\mu p_{k+1}(t), \quad 0 \leq k \leq n; \\ p'_n(t) &= -n\mu p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) + (\lambda - \lambda_1)p_{n-2}(t). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Let's perform a sequential summation of the left and right sides of the equations in the system (3), we get:

$$\sum_{i=0}^k p'_i(t) = \sum_{i=0}^k [-(\lambda + i\mu)p_i(t) + \lambda_1 p_{i-1}(t) + \lambda_2 p_{i-2}(t) + (i+1)\mu p_{i+1}(t)], \quad 0 \leq k \leq n. \quad (4)$$

After identical transformations, the system of equations (4) takes the form:

$$\sum_{i=0}^k p'_i(t) = -k\mu p_k + (\lambda_1 + \lambda_2)p_{k-1} + \lambda_2 p_{k-2}, \quad 0 < k \leq n. \quad (5)$$

For the conditions of the steady state from formulas (5) we find:

$$k p_k = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu} p_{k-1} + \frac{\lambda_2}{\mu} p_{k-2}, \quad 0 < k \leq n. \quad (6)$$

Let's call a group of requirements as a request and introduce the notation for the coefficients ( $\rho_i, i=0;1$ ) of the system load by a part of the input flow of requests:

$$\rho_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu}; \quad \rho_1 = \frac{\lambda_2}{\mu}. \quad (7)$$

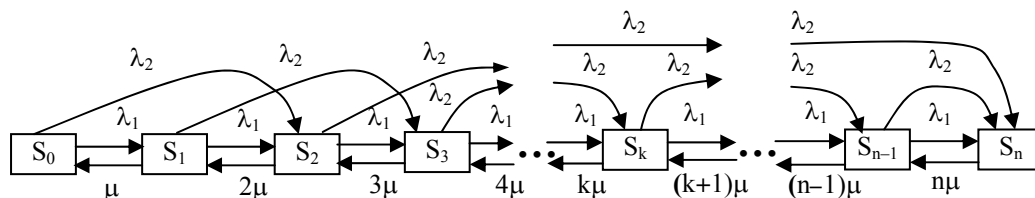


Figure 1 – The model graph of queuing system  $M_2/M/n$  with refusals



Then we'll write down the equation:

$$k p_k = \rho_0 p_{k-1} + \rho_1 p_{k-2}, \quad 0 < k \leq n. \quad (8)$$

For further reasoning, we recall the well-known Erlang formulas [12] for the queuing system  $M/M/n$  with refusals:

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0, \quad k = 1, \dots, n; \quad p_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}; \quad \rho = \frac{I}{\mu}. \quad (9)$$

We'll seek the final probabilities  $p_k$  of system states in a form close to well-known Erlang formulas (9):

$$p_k = \frac{\rho_0^k}{k!} p_0 f_k, \quad 0 \leq k \leq n. \quad (10)$$

Substituting the formulas of the final probabilities (10) into the expression (8), we get:

$$k \left( \frac{\rho_0^k}{k!} \right) p_0 f_k = \rho_0 \left( \frac{\rho_0^{k-1}}{(k-1)!} \right) p_0 f_{k-1} + \rho_1 \left( \frac{\rho_0^{k-2}}{(k-2)!} \right) p_0 f_{k-2}. \quad (11)$$

After equivalent transformations we obtain a recurrent expression for the non-ordinary functions values:

$$f_k = f_{k-1} + f_{k-2} \frac{\rho_1}{\rho_0} (k-1). \quad (12)$$

Then let's find the expression for the probability of the zero state using the probability normalization condition, in which we substitute formulas (10), we obtain:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n p_k = 1; \quad &\rightarrow \sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} p_0 f_k = p_0 \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k \right) = 1; \quad \rightarrow \\ &\rightarrow p_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k \right)^{-1}. \end{aligned}$$

To determine the value of the first non-ordinary function ( $f_0$ ), we substitute the value  $k=0$  in formula (10) and then we get:

$$p_0 = p_0 \cdot f_0. \quad (13)$$

From equation (13) follows the equality  $f_0 = 1$ . The value of the non-ordinary function ( $f_1$ ) is found from formula (12) with the value  $k=1$ , we get:

$$f_1 = f_{1-1} + f_{1-2} \frac{\rho_1}{\rho_0} \times (1-1) = f_0. \quad (14)$$

Thus, for  $L=2$  the first two non-ordinary functions turned out to be equal to one unit:  $f_0 = f_1 = 1$ . In this case, the analytical expressions become definite for all the desired final probabilities  $p_k$ , which make it possible to consider the problem is solved.

In the general case, the input of the queuing system receives a flow of groups of requirements, which consists

of  $L$  partial flows with parameters  $\lambda_i = \lambda a_i, i = 1, \dots, L$ . Then expressions (7) and (8) take the form:

$$\rho_i = \frac{1}{\mu} \sum_{j=1+i}^L \lambda_j, \quad 0 \leq i < L; \quad (15)$$

$$k p_k = \rho_0 p_{k-1} + \rho_1 p_{k-2} + \dots + \rho_{k-1} p_0.$$

After substitution (10) in (15) we get:

$$\begin{aligned} f_k = f_{k-1} + \sum_{i=2}^k \left[ f_{k-i} \frac{\rho_{i-1}}{\rho_0} \prod_{j=1}^{i-1} (k-j) \right]; \quad k = 2, \dots, n; \\ f_0 = f_1 = 1. \end{aligned} \quad (16)$$

In these conditions, for the general case of the  $M_L/M/n$  queuing system with refusals, expressions of the final probabilities (10) and (13) are retained, but in which instead of the formula for the non-ordinary functions (12) it is necessary to use formula (16).

To verify the correctness of the solution obtained, we'll find the value of non-ordinary functions  $f_k$  for the case of degeneration of a non-ordinary input flow of requirements into the simplest flow:  $a_1 = 1; a_i = 0, i > 1$ . In this case, the parameters of the partial flows of requests with two or more requirements are equal to zero ( $\lambda_i = \lambda a_i = 0, i > 1$ ). Then, from formulas (9), (1) and (15) it follows:  $\rho_0 = \rho; \rho_i = 0; i > 0$ .

Substituting the obtained values  $\rho_i$  into formulas (12) and (16), taking into account the equality  $f_0 = f_1 = 1$  we see that, the second term vanishes and formulas (12) and (16) take the form:

$$f_k = f_{k-1} = 1; \quad k = 1, \dots, n. \quad (17)$$

As a result, the expression (10) for the final probabilities is converted to the well-known Erlang formulas (9). This result argues in favor of correctness of the study and of the expressions obtained for the non-ordinary functions (12), (16) and for final probabilities (10) in the  $M_L/M/n$  system with a non-ordinary input flow and with refusals. At the same time, there are appearing grounds to consider the Erlang  $M/M/n$  queuing system model as a particular case of the  $M_L/M/n$  model.

The law of states' probability distribution in a queuing system allows finding calculation formulas for the following characteristics: the mathematical expectation of the busy devices number  $M_{b,d}$ ; the mathematical expectation of the requirements number in groups  $M[i]$ ; absolute system capacity ( $A$ ); service probability ( $P_{service}$ ) and for service refusal probability ( $P_{refusal}$ ):

$$M_{b,d} = \sum_{k=1}^n k \cdot P_k; \quad A = \mu \cdot M_{b,d}; \quad (18)$$

$$P_{service} = \frac{A}{I}; \quad P_{refusal} = 1 - P_{service};$$

$$M[i] = \sum_{i=1}^L i \cdot a_i; \quad I = \lambda \cdot M[i]. \quad (19)$$

In the next step let's consider the possibility of obtaining analytical expressions for the final probabilities of the queuing system with input flow of requirements groups  $M_1/M/n/m$  and with  $m$  places to wait.

Direct application of Kolmogorov's systems of differential equations [45] and then their algebraic analogues up to date has not allowed obtaining analytical expressions for the final probabilities of states in a queuing system with the input flow of requirements groups and with the waiting of  $M_1/M/n/m$

Therefore, we'll first try to get analytical describing the final probabilities for the system  $M_2/M/n/m$ , then for analytical describing the final probabilities in the systems  $M_1/M/n/m$  and  $M_1/M/n/\infty$ .

Let's preserve all the conditions of the queuing system operation and all designations presented earlier and in relations (1) – (7).

Additionally, we note that if all  $n$  devices in the system are occupied, then the next request gets in the queue and can be served by the first released device. The number of places in the queue is limited to  $m$ . If all places in the queue are occupied, the requirement is denied in service and it leaves the system. The marked graph of the queuing system model  $M_2/M/n/m$  is shown in Fig. 2.

For the  $M_2/M/n/m$  queuing system (Fig. 2), the first group of Kolmogorov differential equations (20) corresponds to the absence of queue and coincides with the considered case (10)–(16) of the queuing system with refusals (Fig. 1).

The second group of Kolmogorov differential equations (21) corresponds to the condition of having a queue in the queuing system  $M_2/M/n/m$  (Fig. 2). And in all together, we get:

$$p'_k(t) = -(\lambda + k\mu)p_k(t) + \lambda_1 p_{k-1}(t) + \lambda_2 p_{k-2}(t) + (k+1)\mu p_{k+1}(t), \quad 0 \leq k \leq n; \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} p'_{n+\gamma}(t) &= -(\lambda + n\mu)p_{n+\gamma}(t) + \lambda_1 p_{n+\gamma-1}(t) + \\ &+ \lambda_2 p_{n+\gamma-2}(t) + n\mu p_{n+\gamma+1}(t), \quad 0 < \gamma < m; \\ p'_{n+m}(t) &= -n\mu p_{n+m}(t) + \lambda p_{n+m-1}(t) + \\ &+ \lambda_2 p_{n+m-2}(t). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Let's do the summation of the marked differential equations (20) and (21).

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^{n+\gamma} p'_i(t) &= \sum_{i=0}^n [ -(\lambda + i\mu)p_i(t) + \lambda_1 p_{i-1}(t) + \\ &+ \lambda_2 p_{i-2}(t) + (i+1)\mu p_{i+1}(t) ] + \\ &+ \sum_{j=1}^{\gamma} [ -(\lambda + n\mu)p_{n+j}(t) + \lambda_1 p_{n+j-1}(t) + \\ &+ \lambda_2 p_{n+j-2}(t) + n\mu p_{n+j+1}(t) ]; \quad 0 < \gamma < m; \\ p'_{n+m}(t) &= -n\mu p_{n+m}(t) + \lambda p_{n+m-1}(t) + \\ &+ \lambda_2 p_{n+m-2}(t). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

The value of the first sum on the right-hand side of equality (22) can be determined using expression (5) for the conditions  $k = n$  :

$$\sum_{i=0}^n p'_i(t) = -n\mu p_n + (\lambda_1 + \lambda_2)p_{n-1} + \lambda_2 p_{n-2}. \quad (23)$$

Then, after identical transformations, the system of equations (22), for the conditions of stationary operation of the queuing system  $M_2/M/n/m$  (Fig. 2), takes the form:

$$0 = -n\mu p_{n+\gamma} + (\lambda_1 + \lambda_2)p_{n+\gamma-1} + \lambda_2 p_{n+\gamma-2}, \quad \gamma = 1, \dots, m. \quad (24)$$

Equality (24) can be transformed taking into account the introduced notation (7) of load factors:

$$n p_{n+\gamma} = \rho_0 p_{n+\gamma-1} + \rho_1 p_{n+\gamma-2}, \quad \gamma = 1, \dots, m. \quad (25)$$

The expression for the final probabilities of states  $P_{n+\gamma}, \gamma = 1, \dots, m$  will be sought in the following form:

$$\begin{aligned} P_{n+\gamma} &= \frac{\rho_0^n}{n!} \left( \frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma P_0 f_{n+\gamma}, \quad \gamma = 1, \dots, m; \\ P_k &= \frac{\rho_0^k}{k!} P_0 f_k, \quad 0 \leq k \leq n. \end{aligned} \quad (26)$$

After substituting formulas (26) into (25) and performing equivalent transformations, we obtain a recurrent expression for calculating the non-ordinary functions:

$$f_{n+\gamma} = f_{n+\gamma-1} + \frac{\rho_1}{\rho_0} \cdot n \cdot f_{n+\gamma-2}, \quad \gamma = 1, \dots, m. \quad (27)$$

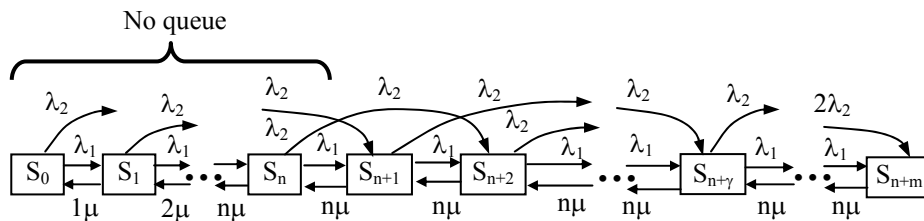


Figure 2 – Graph of the  $M_2/M/n/m$  queuing system model

The probability of the zero state in the  $M_2/M/n/m$  model is found taking into account the probability normalization condition and the chosen form of representation of the final probabilities (26), we obtain:

$$\sum_{k=0}^n p_k + \sum_{\gamma=1}^m p_{n+\gamma} = 1;$$

$$\rightarrow p_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k + \frac{\rho_0^n}{n!} \sum_{\gamma=1}^m \left[ \left( \frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma f_{n+\gamma} \right] \right)^{-1}. \quad (28)$$

Thus, the analytical description of the final probabilities for the queuing system  $M_2/M/n/m$  with input flow of requirements groups includes expressions (7), (12), (26), (27), (28), where  $f_0 = f_1 = 1$ . At the same time, performance indicators can be found using expressions (18) and (19). However, to get the mathematical expectation of the busy devices number ( $M_{b,d}$ ) we can use a more simple expression:

$$M_{b,d} = n - \sum_{k=0}^n (n-k)p_k. \quad (29)$$

In the general case of  $M_L/M/n/m$  queuing system with waiting, the input of QS receives a flow of requirements groups, which consists of  $L$  partial flows with parameters  $\lambda_i = \lambda a_i, i = 1, \dots, L$ . Then an expression (25) takes the form:

$$n p_{n+\gamma} = \sum_{j=0}^{\gamma-2} \rho_j p_{(n+\gamma)-1-j} + \sum_{k=0}^n \rho_{(\gamma-1)+k} p_{n-k}, \quad \gamma = 1, \dots, m. \quad (30)$$

After substitution (26) into (30) we get:

$$f_{n+\gamma} = f_{(n+\gamma)-1} + \sum_{j=1}^{\gamma-2} \left[ f_{n+\gamma-1-j} \frac{\rho_j}{\rho_0^{j+1}} n^j \right] + \frac{n^{\gamma-1} n!}{\rho_0^\gamma} \sum_{k=0}^n \left[ f_{n-k} \frac{\rho_{\gamma-1+k}}{\rho_0^k (n-k)!} \right], \quad 0 < \gamma \leq m. \quad (31)$$

In this general case of the  $M_L/M/n/m$  queuing system with waiting, expressions of the final probabilities (26) and (28) are retained.

For the case of  $M_L/M/n/\infty$  queuing system with waiting and with an infinite number of places to wait and with ( $I < n\mu$ ) there are no service refusals.

Absolute performance equals to intensity of input flow of requirements ( $A = I$ ). Then, to calculate the probability of the zero state of the queuing system and the mathematical expectation of the number of busy devices, instead of formulas (28) and (29), we find:

$$M_{b,d} = \frac{I}{\mu}; \quad p_0 = \left( n - \frac{I}{\mu} \cdot \left[ \sum_{k=0}^n \left( (n-k) \cdot \frac{\rho_0^k}{k!} \cdot f_k \right) \right] \right)^{-1}. \quad (32)$$

From formula (32) it follows that the condition for the possible occurrence of a stationary mode in the queuing system  $M_L/M/n/\infty$  is the inequality:

$$I < (n \cdot \mu). \quad (33)$$

Inequality (33) determines the need to exceed the total performance of service devices over the flow intensity of the requirements at the system input. Otherwise, the average queue length in the system will increase indefinitely. All other formulas coincide with the formulas previously noted.

#### 4 EXPERIMENTS

To evaluate the performance of a queuing system with refusals, the input flow of requirements groups sometimes is replaced with the simplest flow and the Erlang model  $M/M/n$  (9) is used.

Let's consider the admissibility of such replacement using the example of the  $M_L/M/n$  queuing system with the following parameters:  $I = 7$  [requirements/minute];  $n = 7$ ;  $L = 8$ ;  $a_i = 1/L, i = 1, \dots, L$ ;  $\mu = 1$  [minute<sup>-1</sup>]. In such a system, the total performance of service devices coincides with the intensity of the input requirements flow ( $I = n \cdot \mu$ ). Therefore, in the case of deterministic input flow, all requirements must be served. The marked graph of the model is presented in Fig. 3.

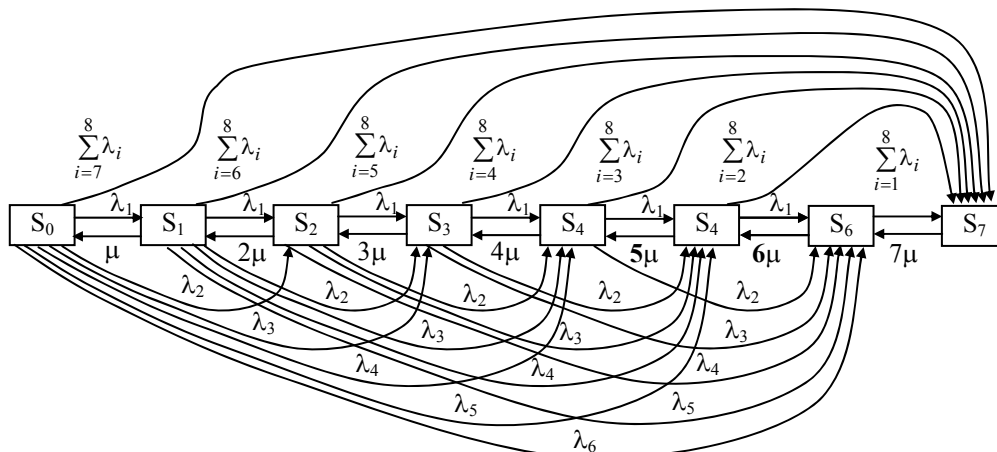


Figure 3 – The model graph of queuing system  $M_L/M/n$  with refusals ( $n=7; L=8$ )

The probabilities of the model states (Fig. 3) in the steady state are described by the formulas (1), (10), (13), (15) and (16). These formulas we repeat for ease of analysis:

$$\lambda_i = \lambda a_i, \quad i = 1, \dots, L; \quad \lambda = \sum_{i=1}^L \lambda_i; \quad I = \sum_{i=1}^L i \cdot \lambda_i;$$

$$\rho_i = \frac{1}{\mu} \sum_{j=1+i}^L \lambda_j, \quad 0 \leq i < L; \quad p_k = \frac{\rho_0^k}{k!} p_0 f_k, \quad 0 \leq k \leq n;$$

$$p_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k \right)^{-1}; \quad f_0 = f_1 = 1;$$

$$f_k = f_{k-1} + \sum_{i=2}^k \left[ f_{k-i} \frac{\rho_{i-1}}{\rho_0^i} \prod_{j=1}^{i-1} (k-j) \right]; \quad k = 2, \dots, n.$$

### 5 RESULTS

Non-ordinary functions  $f_k$  are described by formula (16) in the case of an example (Fig. 3) will take the following form:

$$f_0 = f_1 = 1; \quad f_2 = f_1 + f_0 \frac{\rho_1}{\rho_0^2} (2-1);$$

$$f_3 = f_2 + f_1 \frac{\rho_1}{\rho_0^2} (3-1) + f_0 \frac{\rho_2}{\rho_0^3} (3-1)(3-2);$$

$$f_4 = f_3 + f_2 \frac{\rho_1}{\rho_0^2} (4-1) + f_1 \frac{\rho_2}{\rho_0^3} (4-1)(4-2) +$$

$$+ f_0 \frac{\rho_3}{\rho_0^4} (4-1)(4-2)(4-3);$$

$$f_5 = f_4 + f_3 \frac{\rho_1}{\rho_0^2} \cdot 4 + f_2 \frac{\rho_2}{\rho_0^3} \cdot 4 \cdot 3 + f_1 \frac{\rho_3}{\rho_0^4} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 +$$

$$+ f_0 \frac{\rho_4}{\rho_0^5} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1;$$

$$f_6 = f_5 + f_4 \frac{\rho_1}{\rho_0^2} \cdot 5 + f_3 \frac{\rho_2}{\rho_0^3} \cdot 20 + f_2 \frac{\rho_3}{\rho_0^4} \cdot 60 +$$

$$+ f_1 \frac{\rho_4}{\rho_0^5} \cdot 120 + f_0 \frac{\rho_5}{\rho_0^6} \cdot 120;$$

$$f_7 = f_6 + f_5 \frac{\rho_1}{\rho_0^2} \cdot 6 + f_4 \frac{\rho_2}{\rho_0^3} \cdot 30 + f_3 \frac{\rho_3}{\rho_0^4} \cdot 120 +$$

$$+ f_2 \frac{\rho_4}{\rho_0^5} \cdot 360 + f_1 \frac{\rho_5}{\rho_0^6} \cdot 720 + f_0 \frac{\rho_6}{\rho_0^7} \cdot 720.$$

We use formulas (9) and estimate the probabilities ( $p_k$ ) of the system states and the probability of servicing the requirements in the Erlang model for the conditions of the simplest input requirements flow with the parameters noted above ( $I = 7$  [requirements/minute];  $\mu = 1$ ;  $n = 7$ ). The calculated results of the final probabilities and probabilities of requirements servicing in the  $M_L/M/n$  and  $M/M/n$  queuing systems are presented in Table 1, Table 2 (No. 1–36) and on Fig. 4. From the quantitative estimates (Table 1, Fig. 4a), we can draw the following conclusion.

### 6 DISCUSSION

The appearance of groups in the input requirements flow of the same intensity changes the probability distribution of the system states (Table 1 No. 27–34) and leads to a decrease in the probability of service (Table 1 No. 36  $P_{service\ gr} = 0.547$ ) compared with the probability of service in the Erlang model (Table 1 No. 37–44 and Table 1 No. 45  $P_{service\ Er} = 0.751$ ).

The influence of the requirements groups' composition on the changes in the final probabilities is concentrated in values of the multiplicative (10) non-ordinary functions (16) (Table 1 No. 19–26). The noted discrepancies are increasing significantly with an increase in the maximum number of requirements in groups (Table 2, No. 4, No. 28–34, Fig. 4b). At the same time, the non-ordinary functions (Table 2 No. 19–26) allow taking into account changes in the probabilities of the queuing system states and can be increased up to values of  $10^5$  and more (Table 2 No. 26).

We watch, that an increasing in the mathematical expectation of the requirements number in groups (Table 2 No. 37–45, Fig. 5) leads to an asymptotic tending to zero of the requirements servicing probability.

In the natural environment, an analogue of such processes can be the interaction of a group of predators (service devices) with large groups of victims – grass-feeding animals on land or fish in the sea.

Table 1 – Evaluation of the influence of requirements groups in the input flow on the state's probabilities in the queuing system (see Fig. 3, Fig. 4a)

| Model $M_L/M/n$ (names and values of model parameters) |                |       |    |          |       |    |       |       |    | Model $M/M/n$ |       |    |               |       |
|--|----------------|-------|----|----------|-------|----|-------|-------|----|---------------|-------|----|---------------|-------|
| #  | Name           | Value | #  | Name     | Value | #  | Name  | Value | #  | Name          | Value | #  | Name          | Value |
| 1  | $n$            | 7     | 10 | $M[i]$   | 4.5   | 19 | $f_0$ | 1     | 28 | $P_1$         | 0.105 | 37 | $P_0$         | 0.002 |
| 2  | $\mu$          | 1     | 11 | $\rho_0$ | 1.556 | 20 | $f_1$ | 1     | 29 | $P_2$         | 0.128 | 38 | $P_1$         | 0.011 |
| 3  | $I$            | 7     | 12 | $\rho_1$ | 1.361 | 21 | $f_2$ | 1.56  | 30 | $P_3$         | 0.141 | 39 | $P_2$         | 0.037 |
| 4  | $L$            | 8     | 13 | $\rho_2$ | 1.167 | 22 | $f_3$ | 3.31  | 31 | $P_4$         | 0.145 | 40 | $P_3$         | 0.087 |
| 5  | $\lambda$      | 1.556 | 14 | $\rho_3$ | 0.972 | 23 | $f_4$ | 8.8   | 32 | $P_5$         | 0.144 | 41 | $P_4$         | 0.152 |
| 6  | $a_i$          | 0.125 | 15 | $\rho_4$ | 0.778 | 24 | $f_5$ | 28.1  | 33 | $P_6$         | 0.139 | 42 | $P_5$         | 0.213 |
| 7  | $\lambda_i$    | 0.194 | 16 | $\rho_5$ | 0.583 | 25 | $f_6$ | 104   | 34 | $P_7$         | 0.129 | 43 | $P_6$         | 0.249 |
| 8  | $\rho = I/\mu$ | 7     | 17 | $\rho_6$ | 0.389 | 26 | $f_7$ | 437   | 35 | $M_{B,d}$     | 5.26  | 44 | $P_7$         | 0.249 |
| 9  | $I/n\mu$       | 1     | 18 | $\rho_7$ | 0.194 | 27 | $P_0$ | 0.068 | 36 | $P_{serv.gr}$ | 0.547 | 45 | $P_{serv.Er}$ | 0.751 |



Table 2 – Estimation of the tendency in the probabilities of states in the queuing system  $M_L/M/n$  and the probability  $P_{service}$  of the requirements servicing with an increase in the maximum number of requirements  $L$  in groups of input flow (see Fig. 4b, Fig. 5)

| Calculation of the state's probabilities in QS $M_L/M/n$ (see Fig. 4 b) |             |        |    |          |       |    |       | $P_{serv.gr}=f(M[i])$ (see Fig. 5) |    |            |       |    |     |       |             |        |               |
|---|-------------|--------|----|----------|-------|----|-------|------------------------------------|----|------------|-------|----|-----|-------|-------------|--------|---------------|
| #   | Name        | Value  | #  | Name     | Value | #  | Name  | Value                              | #  | Name       | Value | #  | $L$ | $a_i$ | $\lambda_i$ | $M[i]$ | $P_{serv.gr}$ |
| 1   | $n$         | 7      | 10 | $M[i]$   | 18    | 19 | $f_0$ | 1                                  | 28 | $P_1$      | 0.16  | 37 | 1   | 1     | 7           | 1      | 0.751         |
| 2   | $\mu$       | 1      | 11 | $\rho_0$ | 0.39  | 20 | $f_1$ | 1                                  | 29 | $P_2$      | 0.11  | 38 | 5   | 0.2   | 2.333       | 3      | 0.618         |
| 3   | $I$         | 7      | 12 | $\rho_1$ | 0.38  | 21 | $f_2$ | 3.86                               | 30 | $P_3$      | 0.09  | 39 | 10  | 0.1   | 1.273       | 5.5    | 0.507         |
| 4   | $L$         | 35     | 13 | $\rho_2$ | 0.37  | 22 | $f_3$ | 25.9                               | 31 | $P_4$      | 0.07  | 40 | 15  | 0.067 | 0.875       | 8      | 0.429         |
| 5   | $\lambda$   | 0.39   | 14 | $\rho_3$ | 0.36  | 23 | $f_4$ | 247                                | 32 | $P_5$      | 0.06  | 41 | 20  | 0.05  | 0.667       | 10.5   | 0.371         |
| 6   | $a_i=1/L$   | 0.0286 | 15 | $\rho_4$ | 0.34  | 24 | $f_5$ | 3066                               | 33 | $P_6$      | 0.05  | 42 | 25  | 0.04  | 0.538       | 13     | 0.327         |
| 7   | $\lambda_i$ | 0.0111 | 16 | $\rho_5$ | 0.33  | 25 | $f_6$ | 46746                              | 34 | $P_7$      | 0.05  | 43 | 30  | 0.033 | 0.452       | 15.5   | 0.293         |
| 8   | $1/\mu$     | 7      | 17 | $\rho_6$ | 0.32  | 26 | $f_7$ | 845472                             | 35 | $M_{b,d}$  | 1.69  | 44 | 35  | 0.029 | 0.389       | 18     | 0.265         |
| 9   | $1/n\mu$    | 1      | 18 | $\rho_7$ | 0.31  | 27 | $P_0$ | 0.41                               | 36 | $P_{serv}$ | 0.27  | 45 | 40  | 0.025 | 0.341       | 20.5   | 0.242         |

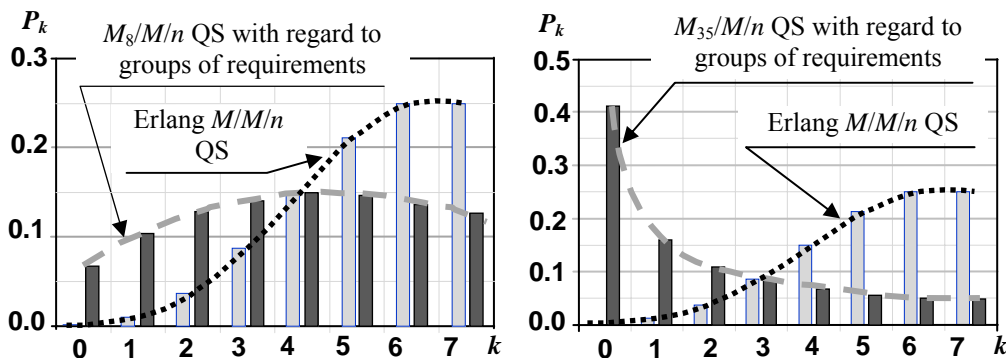


Figure 4 – Probabilities  $P_k$  of the states of the same queuing system – without taking into account the groups of requirements in the input flow (Erlang model  $M/M/n$ ) and – taking into account the groups of requirements in the composition of the real input flow with the same intensity  $I=7$  [requirements/minute] ( $n=7$ ;  $\mu=1$  [minute<sup>-1</sup>];  $P_{service\ Erlang} = 0.751$ )

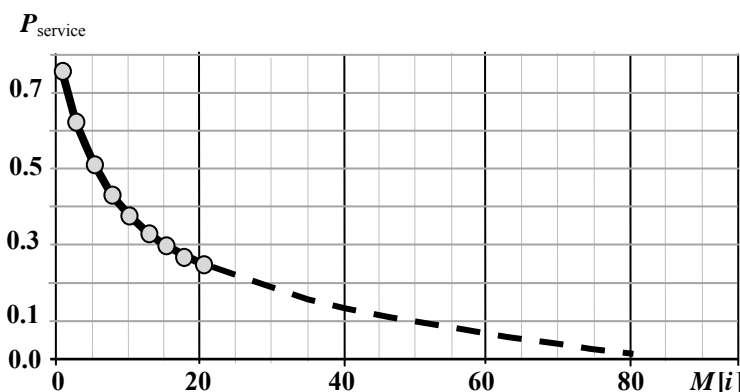


Figure 5 – The change in the probability of service ( $P_{service}$ ) in the queuing system  $M_L/M/n$  with constant flow intensity of groups of requirements ( $I=7$  requirements/minute;  $n=7$ ;  $\mu=1$  [minute<sup>-1</sup>];  $a_i=1/L$ ) and with increasing mathematical expectation  $M[i]$  of the number of requirements in groups

The increase in the number of victims reduces the probability of their death (service), which can be evaluated within the model  $M_L/M/n$ .

The considered features determine the need to take into account the composition of groups in the input flow of requirements when making assessments and when managing the corresponding queuing systems.

### CONCLUSIONS

In the course of solving an actual scientific problem, analytical expressions were first obtained for the final state probabilities in  $M_L/M/n$  queuing systems with

refusals, as well as with limited  $M_L/M/n/m$  and with unlimited  $M_L/M/n/\infty$  number of places to wait in the conditions of input flows of requirements groups with a random number of requirements in groups.

The scientific novelty of obtained results consists in creating possibilities for predicting the efficiency of three types of Markov queuing systems with an input flow of requirements groups with random requirements number in groups. At the same time, the well-known Markov models of servicing the simplest flow of requirements turned out to be a particular case of the considered models with an input flow of groups of requirements. In new formulas, all

the features of servicing groups of requirements are localized in recurrent expressions for non-ordinary functions.

**The practical significance** of obtained results consists in creating conditions for the directed solution of problems of analysis, synthesis and control of Markov queuing systems in the general case of an input flow of requirements groups with a random number of requirements in groups. The obtained formulas for calculating the values of the non-ordinary functions are recurrent and convenient for practical calculations. The numerical values of these functions clearly show the deformation of the state's final probabilities in queuing systems with an input flow of requirements groups compared to the known queuing systems with the simplest input flow of requirements.

**Prospects for further research** may include building models of queuing systems of requirements groups with the departure of requirements from the queue of queuing systems and models of systems with incomplete availability of service devices. Each of these systems is an actual model of real systems in the economy, in medicine, in modern communication systems and in other areas.

#### REFERENCES

1. Afanas'yeva L. G., Bulinskaya E. V. Matematicheskiye modeli transportnykh sistem, osnovannyye na teorii ocheredey, *Trudy MFTI*, 2010, Vol. 2, Issue 4, pp. 6–10.
2. Albey E., Bilge U., Uzsoy R. Multi-dimensional clearing functions for aggregate capacity modeling in multi-stage production systems, *International Journal of Production Research*, 2017, Vol. 55, Issue 14, pp. 4164–4179. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207543.2016.1257169/>.
3. Asmussen S. R. Random Walks, *Applied Probability and Queues. Stochastic Modelling and Applied Probability*, 2003, Vol. 51, pp. 220–243. DOI: [https://doi.org/10.1007/0-387-21525-5\\_8](https://doi.org/10.1007/0-387-21525-5_8). ISBN 978-0-387-00211-8/.
4. Assad A. A. Models for rail transportation, *Transportation Research Part A: General*, 1980, Vol. 14, Issue 3, pp. 205–220. Access mode: DOI: [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(80\)90017-5/](https://doi.org/10.1016/0191-2607(80)90017-5/).
5. Balsamo S., De Nitto V. Personè, Inverardi P. A review on queueing network models with finite capacity queues for software architecture performance prediction, *Performance Evaluation*, 2003, Vol. 51, Issue. 2, pp. 269–288. Access mode: DOI: [https://doi.org/10.1016/S0166-5316\(02\)00099-8/](https://doi.org/10.1016/S0166-5316(02)00099-8/).
6. Bocharov P. P., Pechinkin A. V. Teoriya massovogo obsluzhivaniya. Moscow, Izd-vo RUDN, 1995, 520 p.
7. Bogoyavlenskaya O. Yu. Statsionarnoye raspredeleniye dliny ocheredi v sisteme s neordinarnym potokom i distsiplinoy razdeleniya protsessora, *Trudy Petrozavodskogo gosudarstvennogo universiteta, seriya «Matematika»*, 1996, Vol. 3, pp. 3–10.
8. Brown L., Gans N., Mandelbaum A. et al. Statistical Analysis of a Telephone Call Center, *Queueing-Science Perspective Journal of the American Statistical Association*, 2005, Vol. 100, Issue 469, pp. 36–50. DOI: <https://doi.org/10.1198/016214504000001808/>.
9. D'Auria B. Stochastic decomposition of the M/G/∞ queue in a random environment, *Operations Research Letters*, 2007, Vol. 35, pp. 805–812.
10. Doorn E. A., Jagers A. A. Note on the GI/GI/∞ system with identical service and interarrival-time distributions, *Journal of queueing systems*, 2004, Vol. 47, pp. 45–52.
11. Ebadi M., Ahmadi-Javid A. Socio-economic design of control charts for monitoring service processes: a case study of a restaurant system, *Journal Quality Technology & Quantitative Management*, 2018, Published online. DOI: <https://doi.org/10.1080/16843703.2018.1519880/>.
12. Erlang A. K. The Theory of Probabilities and Telephone Conversations, *Nyt Tidsskrift for Mathematic Ser. B* 20., 1909.
13. Gaydamaka Yu. V., Zaripova E. R., Samuilov K. E. Modeli obsluzhivaniya vyzovov v seti sotovoy podvzhnoy svyazi. Moscow, RUDN, 2008, 72 p.
14. Grachev V. V., Moiseev A. N., Nazarov A. A. et al. *Mnogofaznaya model' massovogo obsluzhivaniya sistemy raspredelennoy obrabotki dannykh, Doklady TUSURa*, 2012, No. 2 (26), Part 2, pp. 248–251.
15. Istomina A. A., Badenikov V. Y., Istomin A. L. Optimal'noye upravleniye tovarnymi zapasami na osnove teorii massovogo obsluzhivaniya, *FGBOU VO «Angarskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiiy universitet»*, 2016, No. 10, pp. 148–152.
16. Jung-Shyr Wu, Jyh-Yeong Wang Refining the diffusion approximation for M/G/m queuing systems with group arrivals, *International Journal of Systems Science*, 1992, Vol. 23, Issue 1, pp. 127–133. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207729208949194/>.
17. Kazakov A., Lempert A. A., Zharkov M. L. Modelirovaniye transportno-peresadochnykh uzlov na osnove sistem massovogo obsluzhivaniya – mnogofaznykh i c bmapotokom, *Vestnik ural'skogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya*, 2016, No. 4 (14), pp. 4–14. DOI: <https://doi.org/10.20291/2079-0392-2016-4-4-14/>.
18. Khinchin A. Ya. Raboty po matematicheskoy teorii massovogo obsluzhivaniya. Pod red. B. V. Gnedenko. Moscow, Fizmatgiz, 1963, 236 p.
19. Kleinrok L. Vychislitel'nyye sistemy s ocheredyami. Moscow, Mir, 1979, 600 p.
20. Klimov G. P. Teoriya massovogo obsluzhivaniya. Moscow, MGU, 2011, 307 p.
21. Korolkova L. I., Pereverzev P. P. Optimizatsiya protsessov predpriyatiya na osnove novoy metodiki rascheta kharakteristik mnogofaznoy sistemy massovogo obsluzhivaniya s nepreryvnoy zagruzkoy bez promezhutochnykh nakopiteley, *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2012, No. 3.
22. Kutselay N. O., Safonov S. V. Obsluzhivaniye neordinarnogo potoka trebovaniy, *Molodoy uchenyy*, 2018, No. 23, pp. 1–2.
23. Lakatos L., Szeidl L., Telek M. Introduction to queueing systems with telecommunication applications. books.google.com, 2012.
24. Liu Zhongyia, Liu Jingchenb, Zhai Xinb et al. Police staffing and workload assignment in law enforcement using multi-server queueing models, *European Journal of Operational Research*, 2019, Vol. 276, Issue 2, pp. 614–625. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.004>
25. Lozhkovsky A. G. Teoriya massovogo obsluzhivaniya v telekommunikatsiyakh: uchebnik. Odessa, ONAS im. A. S. Popova, 112 p.
26. Mandelbaum A., Pats G. State-dependent queues: approximations and applications, *Stochastic Networks, IMA Volumes in Mathematics*, Springer, 1995, pp. 239–282.

27. Mandelbaum A., Zeltyn S. The impact of customers patience on delay and abandonment: some empirically driven experiments with the M/M/n + G queue, *Operations Research*, 2004, Vol. 26, pp. 377–411.
28. Matveev V. F., Ushakov V. G. *Sistemy massovogo obsluzhivaniya*. Moscow, Izd-vo MGU, 1984, 242 p.
29. Moiseev A. N., Nazarov A. A. *Beskonechnolinyne sistemy i seti massovogo obsluzhivaniya*. Tomsk, Izd-vo NTL, 2015, 240 p.
30. Moiseeva S. P. *Razrabotka metodov issledovaniya matematicheskikh modeley nemarkovskikh sistem obsluzhivaniya s neogranichennym chislom priborov i nepuassonovskimi vkhodyashchimi potokami: dis. doktora fiz.-mat. nauk*. Tomsk, NI TGU, 2014, 260 p.
31. Pankratova E. V. *Issledovaniye matematicheskikh modeley neodnorodnykh beskonechnolinyneynykh SMO*, *TSU*, 2016, pp. 1–19.
32. Papadopoulos H. T., Heavey C. Queueing theory in manufacturing systems analysis and design: A classification of models for production and transfer lines, *European Journal of Operational Research*, 1996, Vol. 92, Issue 1, pp. 1–27. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00378-9](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00378-9)
33. Pechinkin A. V. *Inversionnyy poryadok obsluzhivaniya s veroyatnostnym prioritetom v sisteme obsluzhivaniya s neodnorodnym potokom*, *Matematicheskiye issledovaniya. Ser. Veroyatnost' i prilozheniya*, 1989, Vol. 109, pp. 83–94.
34. Plotkin B. K., Delukin L. A. *Ekonomiko-matematicheskiye metody i modeli v kommercheskoy deyatelnosti i logistike*: Uchebnik. SPb, Izd-vo, 2015, 345 p.
35. Popov A. V., Obrezanova E. R., Sinebryukhova E. Yu. *Veroyatnostnoye modelirovaniye logisticheskoy sistemy gruzoperevozok*, *Radıoyelektronnıy i komp'yuternıy sistemi*, 2012, No. 1 (53), pp. 144–151.
36. Puhalskii A. A., Reed J. E. On many-server queues in heavy traffic, *Annals of Applied Probability*, 2008, Vol. 20, pp. 129–195.
37. Rachinskaya M. A., Fedotkin M. A. *Postroyeniye i issledovaniye veroyatnostnoy modeli tsiklicheskogo upravleniya potokami maloy intensivnosti*, *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo*, 2014, No. 4 (1), pp. 370–376.
38. Ramaswami V. A. duality theorem for the matrix paradigms in queueing theory, *Communications in Statistics. Stochastic Models*, 1990, pp. 151–161. DOI: <https://doi.org/10.1080/15326349908807141/>.
39. Reed J. E. The G/GI/N queue in the Halfin-Whitt regime I: infinite-server queue system equations, *The Stern School, NYU*, 2007, pp. 1–59. DOI: <https://doi.org/10.1214/09-AAP609/>.
40. Saaty T. L. *Elements of queueing theory: with applications*. New York, Dover Pubns, 1983, 423 p.
41. Shakhbazov A. A. *Ob odnoy zadache obsluzhivaniya neodnorodnogo potoka trebovaniy*, *Dokl. AN SSSR*, 1962, Vol. 145:2, pp. 289–292.
42. Tarasov V. N., Bakhareva N. F., Akhmetshina E. G. *Modeli teletrafika na osnove sovremennoy teorii massovogo obsluzhivaniya*, *Infokommunikatsionnyye tekhnologii*, 2018, Vol. 16, № 1, pp. 68–74.
43. Tsitsiashvili G. Sh., Osipova M. A., Samuilov K. E. et al. *Primeneniye mnogokanal'nykh sistem massovogo obsluzhivaniya s otkazami k konstruirovaniyu telekommunikatsionnykh setey*, *Dal'nevostochnyy matematicheskiy Zhurnal*, 2018, Vol. 18:1, pp. 123–126.
44. Tsitsiashvili G. Sh. *Invariantnyye svoystva sistem massovogo obsluzhivaniya s neskol'kimi potokami*, *Dal'nevostochnyy matematicheskiy zhurnal*, 2018, Vol. 18:2, pp. 267–270.
45. Venttsel' Ye. S. *Issledovaniye operatsiy*. Moscow, Sovetskoye radio, 1972, 552 p.
46. Zavanella L., Zanon S., Ferretti I., et al. Energy demand in production systems: A Queueing Theory perspective, *International Journal of Production Economics*, 2015, Vol. 170, Part B, pp. 393–400. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.06.019/>.

Received 18.06.2019.  
Accepted 25.10.2019.

УДК 519.872

## АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ФІНАЛЬНИХ ЙМОВІРНОСТЕЙ СТАНІВ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ З ВХІДНИМ ПОТОКОМ ГРУП ВИМОГ

**Городнов В. П.** – д-р військових наук, професор, професор Національної академії Національної гвардії України, Харків, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Розглянуто три типи систем масового обслуговування: з відмовами, з обмеженою і з необмеженою кількістю місць для очікування в умовах вхідного потоку груп вимог випадкового складу. Об'єктом дослідження були марковські моделі зазначених систем масового обслуговування. Мета роботи – знайти аналітичний опис фінальних ймовірностей, що дозволяє вирішувати завдання прогнозу ефективності, аналізу і синтезу параметрів зазначених систем.

**Метод.** Для пошуку фінальних ймовірностей використаний метод еквівалентних перетворень систем лінійно залежних алгебраїчних рівнянь, отриманих граничним переходом з диференціальних рівнянь Колмогорова, що описують кожен з систем масового обслуговування. Показано, що методи чисельного рішення, які використовуються, засновані на точних значеннях числових параметрів умов роботи систем. Такі параметри відповідають категорії безперервних випадкових величин, точні значення яких можна передбачити з вірогідністю строго рівною нулю, що робить чисельний розв'язок позбавленим прогностичних властивостей і не придатним для практики аналізу, синтезу і управління роботою зазначених систем обслуговування. Крім того, в системах обслуговування з необмеженим числом місць для очікування кількість рівнянь не обмежена, що виключає можливість їх чисельного рішення.

**Результати.** Коректність знайдених аналітичних виразів фінальних ймовірностей для станів трьох типів систем масового обслуговування перевірена шляхом виродження потоку груп вимог на вході кожної системи в найпростіший потік вимог. У всіх випадках вираження автоматично переходили в добре відомі формули для систем обслуговування найпростішого потоку вимог. Наведено приклад розрахунків, який вперше чисельно демонструє фізичний зміст змін в роботі систем обслуговування при появі груп вимог в складі вхідного потоку.

© Gorodnov V. P., 2019

DOI 10.15588/1607-3274-2019-4-3

**Висновки.** До теперішнього часу спроби опису систем масового обслуговування з вхідним потоком груп вимог відомі тільки для одиничних окремих випадків структури системи і структури вхідного потоку. Розглянутий метод і результати містять повний аналітичний опис фінальних ймовірностей станів для цілого класу систем масового обслуговування з вхідним потоком груп вимог: систем з відмовами, з обмеженим числом місць для очікування і з нескінченним числом місць для очікування. Ці результати відкривають можливість прогнозу ефективності систем масового обслуговування в діапазоні умов і дозволяють вважати поставлену мету дослідження – досягнутою.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** моделі Маркова, системи масового обслуговування, групи вимог.

УДК 519.872

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ФИНАЛЬНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ВХОДНЫМ ПОТОКОМ ГРУПП ТРЕБОВАНИЙ

**Городнов В. П.** – д-р военных наук, профессор, профессор Национальной академии Национальной гвардии Украины, Харьков, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Рассмотрены три типа систем массового обслуживания: с отказами, с ограниченным и с неограниченным количеством мест для ожидания в условиях входного потока групп требований случайного состава. Объектом исследования являлись марковские модели отмеченных систем массового обслуживания. Цель работы – найти аналитическое описание финальных вероятностей, позволяющее решать задачи прогноза эффективности, анализа и синтеза параметров отмеченных систем.

**Метод.** Для поиска финальных вероятностей использован метод эквивалентных преобразований систем линейно зависимых алгебраических уравнений, полученных предельным переходом из дифференциальных уравнений Колмогорова, описывающих каждую из систем массового обслуживания. Показано, что используемые методы численного решения основаны на точных значениях числовых параметров условий работы систем. Такие параметры соответствуют категории непрерывных случайных величин, точные значения которых можно предвидеть с вероятностью строго равной нулю, что делает численное решение лишеным прогностических свойств и не пригодным для практики анализа, синтеза и управления работой отмеченных систем обслуживания. Кроме того, в системах обслуживания с неограниченным числом мест для ожидания количество уравнений не ограничено, что исключает возможность их численного решения.

**Результаты.** Корректность найденных аналитических выражений финальных вероятностей для состояний трех типов систем массового обслуживания проверена путем вырождения потока групп требований на входе каждой системы в простейший поток требований. Во всех случаях выражения автоматически переходили в хорошо известные формулы для систем обслуживания простейшего потока требований. Приведен пример расчетов, впервые численно демонстрирующий физический смысл изменений в работе систем обслуживания при появлении групп требований в составе входного потока.

**Выводы.** До настоящего времени попытки описания систем массового обслуживания с входным потоком групп требований известны только для единичных частных случаев структуры системы и структуры входного потока. Рассмотренный метод и результаты содержат полное аналитическое описание финальных вероятностей состояний для целого класса систем массового обслуживания с входным потоком групп требований: систем с отказами, с ограниченным числом мест для ожидания и с бесконечным числом мест для ожидания. Эти результаты открывают возможность прогноза эффективности систем массового обслуживания в диапазоне условий и позволяют считать поставленную цель исследования – достигнутой.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** марковские модели, системы массового обслуживания, группы требований.

### ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Афанасьева Л. Г. Математические модели транспортных систем, основанные на теории очередей / Л. Г. Афанасьева, Е. В. Булинская // Труды МФТИ. – 2010. – Т. 2, № 4. – С. 6–10.
2. Albey E. Multi-dimensional clearing functions for aggregate capacity modeling in multi-stage production systems / E. Albey, U. Bilge, R. Uzsoy // International Journal of Production Research. – 2017. – Vol. 55, Issue 14. – P. 4164–4179. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207543.2016.1257169/>.
3. Asmussen S. R. Random Walks / S. R. Asmussen // Applied Probability and Queues. Stochastic Modelling and Applied Probability. – 2003. – Vol. 51. – P. 220–243. DOI: [https://doi.org/10.1007/0-387-21525-5\\_8](https://doi.org/10.1007/0-387-21525-5_8). ISBN 978-0-387-00211-8/.
4. Assad A. A. Models for rail transportation / A. A. Assad // Transportation Research Part A: General. – 1980. – Vol. 14, Issue 3. – P. 205–220. DOI: [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(80\)90017-5/](https://doi.org/10.1016/0191-2607(80)90017-5/).
5. Balsamo S. A review on queueing network models with finite capacity queues for software architecture performance prediction / S. Balsamo, De Nitto V Personè, P. Inverardi // Performance Evaluation. – 2003. – Vol. 51, Issue 2. – P. 269–288. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0166-5316\(02\)00099-8/](https://doi.org/10.1016/S0166-5316(02)00099-8/).
6. Бочаров П. П. Теория массового обслуживания / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 520 с.
7. Богоявленская О. Ю. Стационарное распределение длины очереди в системе с неординарным потоком и дисциплиной разделения процессора / О. Ю. Богоявленская // Труды Петрозаводского государственного университета, серия «Математика». – 1996. – Вып. 3. – С. 3–10.
8. Brown L. Statistical Analysis of a Telephone Call Center / [L. Brown, N. Gans, A. Mandelbaum et al.] // Queueing-Science Perspective Journal of the American Statistical Association. – 2005. – Vol. 100, Issue 469. – P. 36–50. DOI: <https://doi.org/10.1198/016214504000001808/>.
9. D'Auria B. Stochastic decomposition of the M/G/∞ queue in a random environment / B. D'Auria // Operations Research Letters – 2007. – Vol. 35. – P. 805–812.
10. Doorn E. A. Note on the GI/GI/∞ system with identical service and interarrival-time distributions / E. A. Doorn, A. A. Jagers // Journal of queueing systems. – 2004. – Vol. 47. – P. 45–52.
11. Ebadi M. Socio-economic design of control charts for monitoring service processes: a case study of a restaurant system / M. Ebadi, A. Ahmadi-Javid // Journal Quality Technology & Quantitative Management. – 2018. DOI: <https://doi.org/10.1080/16843703.2018.1519880/>.



12. Erlang A. K. The Theory of Probabilities and Telephone Conversations / A. K. Erlang // *Nyt Tidsskrift for Mathematic Ser. B* 20. – 1909.
13. Гайдамака Ю. В. Модели обслуживания вызовов в сети сотовой подвижной связи : учебно-методическое пособие / Ю. В. Гайдамака, Э. Р. Зарипова, К. Е. Самуйлов. – М. : РУДН. – 2008. – 72 p.
14. Грачев В. В. Многофазная модель массового обслуживания системы распределенной обработки данных / В. В. Грачев, А. Н. Моисеев, А. А. Назаров и др. // *Журнал «Доклады ТУСУР»*. – 2012. – № 2, Часть 2 (26). – С. 248–251.
15. Истомина А. А. Оптимальное управление товарными запасами на основе теории массового обслуживания / А. А. Истомина, В. Я. Бадеников, А. Л. Истомин // *Вестник ангарского государственного технического университета*. – 2016. – № 10. – С. 148–152.
16. Jung-Shyr Wu Refining the diffusion approximation for M/G/m queueing systems with group arrivals / Wu Jung-Shyr, Wang Jyh-Yeong // *International Journal of Systems Science*. – 1992. – Vol. 23, Issue 1. – P. 127–133. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207729208949194/>.
17. Казаков Л. А. Моделирование транспортно-пересадочных узлов на основе систем массового обслуживания – многофазных и с ВМАР-потокотом / Л. А. Казаков, А. А. Лемперт, М. Л. Жарков // *Вестник Уральского государственного университета путей сообщения*. – 2016. – № 4 (14). – С. 4–14. DOI: <https://doi.org/10.20291/2079-0392-2016-4-4-14/>.
18. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. Под ред. Б. В. Гнеденко / А. Я. Хинчин. – М. : Физматгиз, 1963. – 236 с.
19. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями / Л. Клейнрок. – М. : Мир, 1979. – 600 с.
20. Климов Г. П. Теория массового обслуживания / Г. П. Климов. – М. : МГУ, 2011. – 307 p.
21. Королькова Л. И. Оптимизация процессов предприятия на основе новой методики расчета характеристик многофазной системы массового обслуживания с непрерывной загрузкой без промежуточных накопителей / Л. И. Королькова, П. П. Переверзев // *Современные проблемы науки и образования*. – 2012. – № 3.
22. Куцелай Н. О. Обслуживание неординарного потока требований / Н. О. Куцелай, С. В. Сафонов // *Молодой ученый*. – 2018. – № 23. – С. 1–2.
23. Lakatos L. Introduction to queueing systems with telecommunication applications / L. Lakatos, L. Szeidl, M. Telek // [books.google.com](https://books.google.com). – 2012.
24. Liu Zhongyia Police staffing and workload assignment in law enforcement using multi-server queueing models. / Zhongyia Liu, Jingchenb Liu, Xinb Zhai et al. // *European Journal of Operational Research*. – 2019. – Vol. 276, Issue 2. – P. 614–625. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.004>
25. Ложковский А. Г. Теория массового обслуживания в телекоммуникациях : учебник / А. Г. Ложковский. – Одесса : ОНАС им. А. С. Попова. – 112 с.
26. Mandelbaum A. State-dependent queues: approximations and applications. / A. Mandelbaum, G. Pats // *Stochastic Networks, IMA Volumes in Mathematics*, Springer. – 1995. – P. 239–282.
27. Mandelbaum A. The impact of customers patience on delay and abandonment: some empirically driven experiments with the M/M/n + G queue / A. Mandelbaum, S. Zeltyn // *Operations Research*. – 2004. – Vol. 26. – P. 377–411.
28. Матвеев В. Ф. Системы массового обслуживания. / В. Ф. Матвеев, В. Г. Ушаков. – М. : Изд-во МГУ, 1984. – 242 с.
29. Моисеев А. Н. Бесконечно линейные системы и сети массового обслуживания / А. Н. Моисеев, А. А. Назаров. – Томск : Изд-во НТЛ, 2015. – 240 с.
30. Моисеева С. П. Разработка методов исследования математических моделей немарковских систем обслуживания с неограниченным числом приборов и неупакованными входящими потоками: дис. доктора физ.-мат. наук / С. П. Моисеева. – Томск : ТГИ, 2014. – 260 с.
31. Панкратова Е. В. Исследование математических моделей неоднородных бесконечнолинейных СМО / Е. В. Панкратова // ТГУ. – 2016. – С. 1–19.
32. Papadopoulos H. T. Queueing theory in manufacturing systems analysis and design: A classification of models for production and transfer lines / H. T. Papadopoulos, C. Heavey // *European Journal of Operational Research*. – 1996. – Vol. 92, Issue 1. – P. 1–27. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00378-9](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00378-9)
33. Печинкин А. В. Инверсионный порядок обслуживания с вероятностным приоритетом в системе обслуживания с неординарным потоком / А. В. Печинкин // *Математические исследования. Сер. Вероятность и приложения*. – 1989. – Т. 109. – С. 83–94.
34. Плуткин Б. К. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности и логистике: Учебник. – СПб. : Изд-во. / Б. К. Плуткин, К. Л. А. Делюкин. – СПб : Изд-во, 2015. – 345 с.
35. Попов А. В. Вероятностное моделирование логистической системы грузоперевозок / А. В. Попов, Е. Р. Обрезанова, Е. Ю. Синебрюхова // *Радиоелектроніка і комп'ютерні системи*. – 2012. – № 1 (53). – С. 144–151.
36. Puhalskii A. A. On many-server queues in heavy traffic / A. A. Puhalskii, J. E. Reed // *Annals of Applied Probability*. – 2008. – Vol. 20. – P. 129–195.
37. Рачинская М. А. Построение и исследование вероятностной модели циклического управления потоками малой интенсивности / М. А. Рачинская, М. А. Федоткин // *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского*. – 2014. – № 4 (1). – С. 370–376.
38. Ramaswami V. A duality theorem for the matrix paradigms in queueing theory / V. Ramaswami // *Communications in Statistics. Stochastic Models*. – 1990. – P. 151–161. DOI: <https://doi.org/10.1080/15326349908807141/>.
39. Reed J. E. The G/GI/N queue in the Halfin-Whitt regime I: infinite-server queue system equations / J. E. Reed // *The Stern School, NYU*. – 2007. – P. 1–59. DOI: <https://doi.org/10.1214/09-AAP609/>.
40. Saaty T. L. Elements of queueing theory: with applications / T. L. Saaty. – New York : Dover Pubns, 1983. – 423 p.
41. Шахбазов А. А. Об одной задаче обслуживания неординарного потока требований. / А. А. Шахбазов // *Докл. АН СССР*. – 1962. – Т. 145:2. – С. 289–292.
42. Tarasov V. N. Модели телетрафика на основе современной теории массового обслуживания / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева, Э. Г. Ахметшина // *Инфокоммуникационные технологии*. – 2018. – Т. 16, № 1. – С. 68–74.
43. Цициашвили Г. Ш. Применение многоканальных систем массового обслуживания с отказами к конструированию телекоммуникационных сетей / Г. Ш. Цициашвили, М. А. Осипова, К. Е. Самуйлов и др. // *Дальневост. матем. журн.* – 2018. – Т. 18, № 1. – С. 123–126.
44. Цициашвили Г. Ш. Инвариантные свойства систем массового обслуживания с несколькими потоками / Г. Ш. Цициашвили // *Дальневосточный математический журнал*. – 2018. – Т. 18:2. – С. 267–270.
45. Вентцель Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. – М. : Советское радио, 1972. – 552 с.
46. Zavanella L. Energy demand in production systems: A Queueing Theory perspective. / L. Zavanella, S. Zanoni, I. Ferretti et al. // *International Journal of Production Economics*. – 2015. – Vol. 170, Part B. – P. 393–400. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.06.019/>.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ КОРРУПЦИИ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

**Левин В. И.** – д-р техн. наук, профессор, отдел научных исследований Пензенского государственного технологического ун-та, Пенза, Россия.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** В процессе функционирования различных организационных экспертных систем – экономических, социальных, военизированных – возникает задача обнаружения, локализации и измерения уровня коррупции в системе. Эти задачи решают на основе разнообразных данных, получаемых в ходе наблюдений и экспериментов над системой. Однако единой методики обработки информации с целью решения указанных задач не существует. В работе предложена такая методика, основанная на сравнении оценок одних и тех же показателей оцениваемых объектов, даваемых различными экспертами.

**Цель статьи.** Целью статьи является разработка полностью формализованного метода обнаружения, локализации и измерения уровня коррупции в организационной системе, состоящей из экспертов, на основе оценок, даваемых объектам.

**Метод.** Предложенный в статье метод заключается в представлении организационной системы из  $m$  экспертов, проводящей экспертизу объекта с  $n$  показателями, посредством  $(m \times n)$ -матрицы  $B = \|b_{ij}\|$ . Здесь  $b_{ij}$  – оценка, данная  $i$ -м экспертом  $j$ -му показателю объекта. При этом системе с идеальными (некоррумпированными) экспертами соответствует матрица  $B$  с равными элементами в любом столбце и, соответственно этому, с совпадающими строками. В системе с неидеальными (коррумпированными) экспертами матрица  $B$  не обладает таким свойством. Это позволяет ввести показатель абсолютного уровня коррупции в системе как сумму расстояний между результатами экспертизы у различных экспертов.

**Результат.** Получено общее аналитическое выражение показателя абсолютного уровня коррупции в системах с произвольными  $B, m$  и  $n$ . Найдено максимальное возможное значение этого показателя. Дан алгоритм обнаружения коррупции в организационных системах, основанный на сравнении вычисленного абсолютного уровня коррупции и его предельно допустимого уровня. Решена также задача обнаружения коррупции в сложной системе, где экспертизу проходят объекты с несколькими показателями. Приведены примеры обнаружения и измерения коррупции в реальных экспертных системах.

**Выводы.** Предложен новый подход к математическому моделированию коррупционных процессов в организационных экспертных системах, основанный на использовании матрицы оценок различных показателей оцениваемых объектов различными экспертами системы. Этот подход, в отличие от сложившейся практики, позволяет подходить одинаково к решению различных задач изучения коррупции в системах этого типа. Таковы задачи обнаружения, локализации и измерения коррупции. Направление в целом предложено называть корруметрией.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** коррупция; математическое моделирование; обнаружение, локализация и измерение коррупции; организационная система; экспертиза.

### НОМЕНКЛАТУРА

$B$  –  $(m \times n)$ -матрица экспертных оценок;

$m$  – число экспертов;

$n$  – число показателей оцениваемого объекта;

$b_{ij}$  – экспертная оценка  $i$ -м экспертом  $j$ -го показателя объекта;

$A_j$  – множество возможных значений  $j$ -го показателя объекта;

$K$  – показатель абсолютного уровня коррупции в системе экспертов;

$K_{\max}$  – максимальное возможное значение показателя  $K$

$k$  – показатель относительного уровня коррупции в системе экспертов;

$b_{i, \text{cp}}$  – средняя по всем  $n$  показателям оценка объекта, даваемая  $i$ -м экспертом;

$\delta$  – относительное расхождение между средними оценками объекта, даваемыми  $q$ -м и  $r$ -м экспертами;

$k_0$  – пороговое значение показателя  $k$ , превышение которого трактуется как свидетельство наличия коррупции в системе.

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема коррупции является одной из наиболее старых и не решенных до сих пор проблем большинства развитых стран. Для России она не новость. Достаточно вспомнить многочисленные русские пословицы на данную тему, хотя бы такую: «Не подмажешь – не поедешь!». Но именно в наше время эта проблема приобрела особенно большой размах и остроту. По мнению многих специалистов, она является одной из главных проблем, которые должны быть решены государством. Однако, на наш взгляд, это не только главенствующая, но и первоочередная проблема современной России, с решения которой нужно начинать. Без этого любые реформы и проекты правительства обречены на неудачу, поскольку требующиеся на них вложения новых сил и средств на деле приводят лишь к дальнейшему расширению «коррупционного поля». Положение очень серьезно, так как нарастающая волна коррупции в стране может привести, в конце концов, к большой нестабильности, а затем к разрушению российского государства.

Для изучения явления коррупции применяются самые разнообразные методы. Это позволяет решать различные практические задачи, связанные с этим явлением. Важнейшими из этих задач являются обнаружение коррупции, измерение ее уровня, а также ее локализация. Именно этим задачам посвящена данная статья.

**Актуальность** проведенной работы для информатики и управления организационными системами связана с тем, что коррупционные процессы в системах приобрели большой размах и стали угрозой обществу.

**Объектом исследования** статьи являются коррупционные процессы в организационных системах, состоящих из экспертов, принимающих коллективные решения о состоянии одного или нескольких объектов.

**Предметом исследования** являются математические методы, позволяющие обнаружить коррупцию в организационных системах указанного типа, измерить ее уровень, локализовать ее местонахождение.

**Целью исследования** являются автоматизация и упрощение процессов борьбы с коррупцией в организационных системах.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Теперь дадим формализованную постановку двух основных задач науки корруметрии. Задача 1: разработка математической модели и метода, позволяющих по имеющейся информации о работе организационной системы обнаружить факт наличия коррупции в ней. Задача 2: разработка математической модели и метода, позволяющих по имеющейся информации о работе организационной системы измерить уровень коррупции в ней. Задачу 1 назовем задачей обнаружения (идентификации) коррупции, задачу 2 – задачей измерения (анализа) коррупции.

Далее в статье рассматриваются организационные системы, состоящие из экспертов. Каждый эксперт организационной системы функционирует на основе количественных и/или качественных оценок, которые он дает объектам своей деятельности. Даваемые оценки различных объектов являются экспертными, т.е. зависящими от уровня квалификации, честности, добросовестности, независимости служебного поведения и некоторых других качеств конкретного эксперта. Однако нам понятно, что разные эксперты, но обладающие в высшей степени всеми указанными качествами, будут назначать одинаковые оценки одному и тому же объекту. Эту идеальную ситуацию примем за «точку отсчета». В реальности эксперты могут быть малоквалифицированными, недостаточно честными и добросовестными, зависимыми в своем служебном поведении от других лиц. При этом разные эксперты дают различные оценки одному и тому же объекту, что обусловлено их неквалифицированностью или (гораздо чаще) сугубо личными корыстными интересами, в которых и проявляются их нечестность, недобросовестность и т.д. Последнее и есть проявление коррупции в работе организационной системы. Очевидно, что чем в большей степени эксперты обладают отрицательными качествами, ведущими к коррупции, тем больше расстояние между результатами экспертизы у различных экспертов, а также расстояние между коллективной экспертной оценкой, даваемой одному и тому же объекту реальными (коррумпированными) и идеальными экспертами.

Из сказанного выше вытекает следующая формализованная постановка задач обнаружения и измерения

коррупции. Пусть имеется некоторая реальная организационная система с конечным числом экспертов  $m$  и одним оцениваемым объектом. Тогда задача измерения коррупции в системе формулируется таким образом: 1) найти объективный количественный показатель абсолютного уровня коррупции в системе  $K=f(B)$  в виде подходящей меры суммарного расстояния между результатами экспертизы объекта различными экспертами; 2) найти объективный числовой показатель относительного уровня коррупции  $k=K/K_{\max}=\varphi(B)$ ; 3) определить явный вид функций  $f$  и  $\varphi$ . Последние определяют модель формирования коррупции в системе и позволяют вычислять (измерять) уровень коррупции в системе. Задача обнаружения коррупции в системе формулируется следующим образом: 1) найти объективный критерий наличия коррупции в системе в виде некоторого критического значения  $k_0$  показателя относительного уровня коррупции в системе  $k$ , превышение которого сигнализирует о наличии в ней коррупции; 2) используя найденный явный вид функции  $k=\varphi(B)$ , построить алгоритм обнаружения коррупции в системе.

## 2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Имеется множество различных определений коррупции. Согласно [1], коррупция – это подкуп взятками, продажность должностных лиц и политических деятелей в буржуазных странах, а согласно [2] это подкуп, продажность общественных и политических деятелей, должностных лиц в капиталистическом обществе. Эти определения близки между собой, они грешат произвольными ограничениями области явления (на самом деле, коррупция существует в капиталистическом, социалистическом и любом другом обществе), его действующих лиц (взятки берут не только должностные лица, политические и общественные деятели, но и рядовые граждане), характера их действий (действие, аналогичное совершенному за взятку, лицо может совершить и по собственной воле). Более удовлетворительное определение дано в [3]: коррупция – это просто подкуп, продажность, взяточничество. Однако и здесь налицо третье из перечисленных ограничений. Наиболее емкое и точное из существующих определений дано, на наш взгляд, в [4]. Согласно ему, коррупция – это аморальные, развращенные, нечестные действия любых лиц, выражающиеся, в первую очередь, в предложении и получении взяток. Несколько иначе понимают коррупцию в нормативных документах различных государств и международных организаций [5]. Так, в документах ООН по борьбе с коррупцией последняя трактуется как злоупотребление государственной властью для получения личной выгоды, а в документах группы по коррупции Совета Европы – как любое поведение лиц (в т.ч. взяточничество), которым поручено выполнение определенных обязанностей в государственном или частном секторе, ведущее к нарушению этих обязанностей. В России коррупцией считается преступная деятельность в политике или госу-

дарственном управлении в форме использования должностными лицами своих властных полномочий с целью личного обогащения.

Подробная статистика об уровне коррупции в мире приводится в работах [6, 7]. Согласно им, по показателю ИВК (индекс восприятия коррупции, минимальной коррупции соответствует ИВК=100, максимальной коррупции ИВК=0). Наиболее благополучными являются 1) Дания (ИВК=91), 2) Финляндия, 3) Швеция. Российская Федерация занимает 119 место (ИВК=29). Для сравнения: США находятся на 18 месте (ИВК=74), Китай – на 100 месте (ИВК=36). Замыкают эту последовательность КНДР и Сомали (ИВК=8). Всего обследовано 176 стран. В работах [8, 9] рассмотрены факторы, способствующие распространению коррупции, а также последствия коррупции для рынков и госсектора. Утверждается, что коррупция сохраняется или уменьшается, в основном, благодаря сокращению деятельности госсектора. Эта деятельность, напротив, стимулирует рост коррупции. В работе [10] изучена история экономических реформ в США в свете влияния коррупции. В статье [11] установлено, что в странах со слабой развитой коррупцией последняя может являться полезной заменой принципа верховенства закона. Однако в целом, как следует из [12, 13], коррупция вредно влияет на рост экономики страны, в первую очередь – на рост объема ВВП на душу населения. Более того, в исследованиях [14, 15] утверждается, что между уровнем коррупции и уровнем экономической активности существует обратная зависимость. Зависимость между коррупцией и экономической активностью исследуется также в статье [16]. Здесь обосновывается положение, по которому коррупция принципиально не может улучшить положение дел в экономике.

Детальные сведения о современной коррупции (ее виды, размах, национальные особенности, связанные с ней опасности, научный подход к ее количественному изучению в рамках специальной науки коррумпетрии и др.) приведены в [17].

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

а) Начнем с решения задачи измерения коррупции. Пусть  $m$  экспертов, образующих организационную систему, проводят совместную экспертизу одного объекта, оценивая  $n$  показателей. Произвольный  $j$ -й показатель может принимать  $r_j$  возможных значений, составляющих множество

$$A_j = \{a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jr_j}\}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

Каждый  $i$ -й эксперт,  $i = \overline{1, m}$ , оценивает каждый из  $j$  показателей объекта,  $j = \overline{1, n}$ , выбирая одно из  $r_j$  возможных значений этого показателя  $a_{j1}, \dots, a_{jr_j}$ , указанных в (1). В результате проведения экспертизы имеем матрицу экспертных оценок

$$B = \left\| \begin{array}{ccc} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{array} \right\|, \quad (2)$$

в которой  $b_{ij}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , – экспертная оценка, данная  $i$ -м экспертом  $j$ -му показателю. В матрице  $B$ , согласно сказанному выше, элементы  $j$ -го столбца выбираются экспертами из множества  $A_j$ , определяемого выражением (1),  $j = \overline{1, n}$ . Предположим, что все эксперты являются в наивысшей степени квалифицированными, честными, добросовестными и независимыми. В этом идеальном случае, как уже говорилось, экспертные оценки, даваемые различными экспертами одному и тому же  $j$ -му показателю объекта, равны. Поэтому наборы оценок показателей объекта, принадлежащие различным экспертам, совпадают. В терминах матрицы экспертных оценок (2) сказанное означает, что в идеальной системе каждый столбец этой матрицы состоит из равных элементов, а все строки совпадают. Реальная организационная система в силу реальных свойств ее экспертов (см. выше) имеет матрицу экспертных оценок  $B$  с существенно другими отношениями элементов  $b_{ij}$ , чем идеальная система, а именно, с различными значениями элементов в одном столбце и с несовпадающими строками. Это подсказывает такой путь нахождения объективного показателя уровня коррупции в реальной системе в виде подходящего показателя расстояния между результатами экспертизы у различных экспертов реальной системы. Во-первых, расстояние между полными результатами экспертизы у различных экспертов складывается из расстояний между частными результатами их экспертизы в отношении каждого из  $n$  показателей оцениваемого объекта. Во-вторых, расстояние между частными результатами экспертизы в отношении каждого  $j$ -го показателя объекта складывается из расстояний между частными результатами для каждой пары различных экспертов. В-третьих, расстояние между частными результатами оценки определенного  $j$ -го параметра двумя различными экспертами можно оценивать абсолютной величиной разности двух соответствующих оценок. Таким образом, получаем следующее выражение показателя абсолютного уровня коррупции

$$K = \sum_{j=1}^n \sum_{i < q} |b_{ij} - b_{qj}|. \quad (3)$$

Здесь  $|M|$  – абсолютная величина числа  $M$ . Как следует из формулы (3), для идеальных систем в силу равенства всех элементов любого столбца матрицы  $B$  таких систем  $b_{ij} = b_{qj}$  для всех  $i, q$ , откуда  $K=0$ , т.е. абсолютный уровень коррупции таких систем равен 0. Однако для реальных систем указанное условие для матрицы не выполняется, поэтому в случае реальных



систем найдется тройка  $i, q, j$ , для которой  $b_{ij} \neq b_{qj}$ , откуда следует  $K > 0$ , т.е. абсолютный уровень коррупции таких систем положительный.

На практике удобнее пользоваться показателем относительного уровня коррупции, определяемым так

$$k = K/K_{\max}, \quad (4)$$

где  $K_{\max}$  – максимальное возможное значение абсолютного показателя  $K$ . С учетом значений  $K$  у идеальных и реальных систем, из (4) получаем

$$0 < k \leq 1, \quad (5)$$

причем нижняя граница соответствует полному отсутствию коррупции (идеальная система), а верхняя граница – присутствию коррупции в максимально возможном объеме (неадекватная система).

Найдем выражение для  $K_{\max}$ . Из выражения (3) для  $K$  очевидно, что  $K$  достигает максимального значения  $K_{\max}$  тогда, когда величина наибольшего возможного числа слагаемых в выражении (3) имеет максимальное возможное значение благодаря тому, что элемент  $b_{ij}$  выбран равным верхней, а  $b_{qj}$  – нижней границе (или наоборот) диапазона допустимых значений элементов  $j$ -го столбца матрицы  $B$ , задаваемого множеством (1). Эти границы, таким образом, равны

$$\begin{aligned} a_{j\max} &= \max_j \{a_{j1}, \dots, a_{jr_j}\}, \\ a_{j\min} &= \min_j \{a_{j1}, \dots, a_{jr_j}\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Нужный нам выбор элементов  $b_{ij}$  и  $b_{qj}$  в (3) достигается в том случае, когда элементы любого  $j$ -го столбца матрицы  $B = \|b_{ij}\|$  принимают только два возможных значения:  $a_{j\max}$  и  $a_{j\min}$ , причем количества элементов с этими значениями равны. При этом наиболее обозримое выражение для  $K_{\max}$  получается, когда указанные значения следуют друг за другом в одном из двух возможных порядков

$$\begin{aligned} b_{1j} &= a_{j\max}, b_{2j} = a_{j\min}, b_{3j} = a_{j\max}, \dots \quad \text{или} \\ b_{1j} &= a_{j\min}, b_{2j} = a_{j\max}, b_{3j} = a_{j\min}, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Т.е. при движении вдоль любого  $j$ -го столбца матрицы  $B$  ее элементы  $b_{ij}$  должны чередовать свои значения, принимая попеременно максимальное и минимальное значения для этого столбца. При этом условии из (3) получим следующее развернутое выражение для  $K_{\max}$

$$\begin{aligned} K_{\max} &= |b_{11} - b_{21}| + |b_{11} - b_{41}| + |b_{11} - b_{61}| + \dots + \\ &+ \underbrace{|b_{21} - b_{31}| + |b_{21} - b_{51}| + |b_{21} - b_{71}| + \dots + |b_{m-1,1} - b_{m1}|}_{1\text{-й столбец матрицы } B} + \\ &+ |b_{12} - b_{22}| + |b_{21} - b_{42}| + |b_{12} - b_{62}| + \dots + |b_{22} - b_{32}| + \\ &+ \underbrace{|b_{22} - b_{52}| + |b_{22} - b_{72}| + \dots + |b_{m-1,2} - b_{m2}|}_{2\text{-й столбец матрицы } B} + \\ &----- \\ &+ |b_{1n} - b_{2n}| + |b_{1n} - b_{4n}| + |b_{1n} - b_{6n}| + \dots + |b_{2n} - b_{3n}| + \\ &+ \underbrace{|b_{2n} - b_{5n}| + |b_{2n} - b_{7n}| + \dots + |b_{m-1,n} - b_{mn}|}_{n\text{-й столбец матрицы } B}. \end{aligned} \quad (8)$$

В выражении (8) оставлены только те слагаемые общего выражения (3), которые в рассматриваемом случае чередования значений элементов столбцов матрицы  $B$  согласно (7) не равны нулю. Легко видеть, что оставленные в (8) слагаемые для одного  $j$ -го столбца равны одной и той же величине  $a_{j\max} - a_{j\min}$ . Число же слагаемых в (8) для любого  $j$ -го столбца одно и то же: оно зависит только от числа строк  $m$  матрицы  $B$  и является некоторой функцией  $N(m)$ . Учитывая сказанное, формулу (8) можно записать в следующем окончательном виде

$$K_{\max} = N(m) \sum_{j=1}^n (a_{j\max} - a_{j\min}). \quad (9)$$

Функция  $N(m)$  в (9) для конкретных  $m$  легко рассчитывается численно. Ее значения для  $m = 2 \div 7$  приведены в табл. 1.

$N(m)$  можно выразить и аналитически. Действительно, обозначив  $[x]$  целую часть  $x$ , получаем из (8)

$$\begin{aligned} N(m) &= ]m/2[ + ](m-1)/2[ + ](m-2)/2[ + \dots + 0 = \\ &= \begin{cases} (m/2) + ((m/2)-1) + ((m/2)-1) + ((m/2)-2) + \\ \quad + ((m/2)-2) + \dots + 0, \quad \text{при } m - \text{четном;} \\ (m-1)/2 + (m-1)/2 + (m-3)/2 + \\ \quad + (m-3)/2 + \dots + 0, \quad \text{при } m - \text{нечетном.} \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

или, после суммирования

$$N(m) = \begin{cases} m^2/4, & \text{при } m - \text{четном;} \\ (m^2 - 1)/4, & \text{при } m - \text{нечетном.} \end{cases} \quad (11)$$

Двойную формулу (11) можно свести в одинарную, но менее обозримую формулу

$$N(m) = \{m(m-1)/2 + m/2\} / 2, \quad (12)$$

Подставляя значения  $K$  из (3) и  $K_{\max}$  из (9) в соотношение (4), получим явное выражение показателя относительного уровня коррупции  $k$

$$k = \sum_{j=1}^n \sum_{i < q} |b_{ij} - b_{qj}| / N(m) \sum_{j=1}^n (a_{j\max} - a_{j\min}), \quad (13)$$

Таблиця 1.

|             |   |   |   |   |   |    |
|-------------|---|---|---|---|---|----|
| <i>m</i>    | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  |
| <i>N(m)</i> | 1 | 2 | 4 | 6 | 9 | 12 |

На практиці, в основному, зустрічаються організаційні системи, що складаються з обмеженого числа *m* експертів (до 5–7). Явні вираження показателя *k* відносительного рівня корупції для декількох таких систем, витекаючі з загального вираження (12), приведені нижче.

$$\begin{aligned}
 k &= \sum_{j=1}^n |b_{1j} - b_{2j}| / \sum_{j=1}^n (a_{j\max} - a_{j\min}), \quad m = 2; \\
 k &= \sum_{j=1}^n (|b_{1j} - b_{2j}| + |b_{1j} - b_{3j}| + \\
 &\quad + |b_{2j} - b_{3j}|) / 2 \sum_{j=1}^n (a_{j\max} - a_{j\min}), \quad m = 3; \\
 k &= \sum_{j=1}^n (|b_{1j} - b_{2j}| + |b_{1j} - b_{3j}| + |b_{1j} - b_{4j}| + |b_{2j} - b_{3j}| + \\
 &\quad + |b_{2j} - b_{4j}| + |b_{3j} - b_{4j}|) / 4 \sum_{j=1}^n (a_{j\max} - a_{j\min}), \quad m = 4; \\
 k &= \sum_{j=1}^n (|b_{1j} - b_{2j}| + |b_{1j} - b_{3j}| + |b_{1j} - b_{4j}| + |b_{1j} - b_{5j}| + \\
 &\quad + |b_{2j} - b_{3j}| + |b_{2j} - b_{4j}| + |b_{2j} - b_{5j}| + |b_{3j} - b_{4j}| + \\
 &\quad + |b_{3j} - b_{5j}| + |b_{4j} - b_{5j}|) / 6 \sum_{j=1}^n (a_{j\max} - a_{j\min}), \quad m = 5.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Изложенный подход к измерению корупции организационной системы является пригодным только для систем с  $m \geq 2$  экспертами.

б) Перейдем к решению задачи обнаружения корупции. Рассмотрим снова организационную систему с *m* экспертами, изученную выше в п. а. Как было показано в п. а, относительный уровень корупции в работе указанной системы *k* можно достаточно объективно измерить (оценить) с помощью формулы (13) (для конкретных систем с конкретным числом *m* – с помощью производных от (13) формул типа (14)). При этом показателю относительного уровня корупции  $k = 0$  соответствует полностью бескоррупционная (идеальная) система, а показателю  $k = 1$  – полностью коррумпированная система. Все возможные значения показателя *k* находятся в интервале от 0 до 1 (формула (5)), причем возрастание *k* в этом интервале означает монотонное увеличение уровня корупции в системе от минимального возможного до максимального возможного, а убывание *k* – его монотонное уменьшение от максимального возможного до минимального возможного. Также взаимно однозначное соответствие между предполагаемым уровнем корупции в системе и математически сконструированным показателем этого уровня *k* по-

зволяет решить задачу обнаружения корупции в системе полностью формализованно. Для решения нужно:

1. Выбрать некоторое достаточно малое значение относительного уровня корупции *k*, превышение которого можно обоснованно трактовать как объективное свидетельство наличия в системе корупции. Это значение (обозначим его  $k_0$ ) естественно называть порогом коррумпированности системы. Необходимость введения порога коррумпированности системы  $k_0$  связана с тем, что слишком малые значения показателя *k* ( $k < k_0$ ) могут быть вызваны не свойствами экспертов, связанными с их коррумпированностью (нечестность, недобросовестность, зависимость и т.д.), а совсем другими свойствами (в первую очередь, недостаточной квалификацией), играющими при обнаружении корупции роль «шума», подмешанного к «полезному сигналу». Величина порога коррумпированности  $k_0$ , таким образом, есть возможная погрешность вычисления по формуле (13) показателя *k* из-за влияния на построенную математическую модель указанных «других» (некоррупционных) свойств экспертов. Поэтому уверенно говорить о наличии в системе корупции при  $k < k_0$  нельзя – это возможно лишь при  $k > k_0$ .

2. Вычислить значение показателя относительного уровня корупции в системе *k*, опираясь на информацию о работе системы, содержащуюся в ее матрице экспертных оценок *B* вида (2) и множествах возможных значений показателей подвергаемого экспертизе объекта, задаваемых в виде (1). Для вычисления используем общую формулу (13) или ее конкретизированные варианты (14), относящиеся к системам с конкретизированными количествами экспертов *m*.

3. Сравнить вычисленное значение показателя относительного уровня корупции *k* с выбранным значением порога коррумпированности  $k_0$ . При этом возможны 3 случая: а)  $k > k_0$ , при этом делается заключение о наличии в системе корупции (коррумпированность системы); б)  $k = 0$ , (*k* практически равен 0) при этом делается заключение о полном (практически полном) отсутствии в системе корупции (полная или практически полная бескоррумпированность); в)  $0 < k \leq k_0$ , при этом делается заключение о недостаточности имеющейся информации для заключений о наличии либо об отсутствии корупции в системе.

Изложенный метод позволяет обнаружить корупцию в работе организационной системы в целом, но не в работе отдельных частей этой системы и тем более не в работе отдельных элементов этой системы – экспертов. Последнее представляет собой особую задачу коррумпетрии – задачу локализации корупции. Необходимость рассмотрения и решения, наряду с задачей об-

наружения, также задачи локализации коррупции связана с тем, что после обнаружения коррупции в системе возникает вопрос ответственности за коррупционные действия, а ответственность за любые действия по закону является не коллективной, а индивидуальной.

Рассмотренный в статье подход к обнаружению коррупции в организационной системе пригоден только для систем с  $m \geq 2$  экспертами.

с) Наконец, рассмотрим решение задачи локализации коррупции. Для этого наряду с задачами 1, 2 (обнаружение и измерение коррупции), введенными в пп. а, б, рассмотрим теперь задачу 3: разработка математической модели и метода, позволяющих по имеющейся информации о работе организационной системы с  $m$  экспертами обнаружить факт наличия коррупции в любой подсистеме с произвольным числом экспертов  $s$ , где  $s \leq m$ . Эту задачу назовем задачей локализации коррупции. Формализованная постановка задачи локализации коррупции в системе выглядит таким образом. Пусть имеется некоторая организационная система с конечным числом экспертов  $m$ , считающаяся реальной (в отличие от гипотетической системы, которая является идеализацией заданной – см. п. а). Далее задается некоторая произвольная подсистема имеющейся системы с  $s$  ( $s \leq m$ ) экспертами. Тогда задача локализации коррупции может быть сформулирована следующим образом: 1) найти объективный критерий существования коррупции в заданной подсистеме имеющейся реальной системы в виде подходящего критического значения показателя уровня коррупции, превышение которого свидетельствует о существовании коррупции в этой подсистеме; 2) построить математическую модель, позволяющую вести эффективные вычисления, необходимые для обнаружения коррупции в подсистеме.

Задача локализации коррупции, как следует из приведенной ее постановки, принципиально не отличается от задачи обнаружения коррупции. Разница состоит только в размерности решаемой задачи: во втором случае эта размерность равна  $m \times n$  ( $m$  – число экспертов в рассматриваемой системе,  $n$  – число показателей объекта, которые оценивают эксперты), в первом случае размерность задачи составляет  $s \times n$ ,  $s \leq m$  ( $s$  – число экспертов в рассматриваемой подсистеме заданной организационной системы с  $m$  экспертами,  $n$  – то же, что и во втором случае). Содержание же решаемой задачи в обоих случаях одно и то же: обнаружение коррупции в рассматриваемой системе. Так что можно сказать, что локализация коррупции – это обнаружение коррупции в некоторой заданной подсистеме исходной системы, имеющей, вообще говоря, меньшее число экспертов, но то же число показателей объекта, которые оценивают эксперты. Отсюда следует, что для решения задачи локализации коррупции могут быть использованы те же методы, что и для решения задачи обнаружения коррупции (см. п. б), при условии, что подсистема исходной системы, для которой решается задача

локализации, уже задана. Таким образом, вопрос сводится к тому, как задавать подсистемы исходной системы, для которых следует решать задачу локализации коррупции. Другими словами, как разбивать исходную систему на подсистемы, чтобы в результате решения задач локализации для каждой из подсистем 1) коррупция оказалась локализованной на множестве с заданным достаточно малым числом экспертов, 2) потребное для этого число решаемых задач локализации было минимальным.

Для разбиения организационной системы на подсистемы, удовлетворяющего двум поставленным требованиям, нужно, чтобы на каждом шаге разбиения получалось наибольшее количество информации (снималась наибольшая неопределенность) относительно распределения коррупции в системе. При этом требующееся число шагов минимизируется, обеспечивая выполнение требования 2. Выполнение требования 1 обеспечивается тем, что на каждом шаге разбиения в результате уменьшения неопределенности сужается и множество экспертов, на котором локализована имеющаяся в системе коррупция, так что при нужном числе шагов объеме этого множества можно довести до нужного малого числа экспертов. Выбор нужного разбиения на каждом шаге производится с учетом имеющейся начальной и получаемой в последующем информации о распределении коррупции в системе.

Алгоритм решения задачи локализации коррупции в системе состоит в следующем (предполагается, что предварительно была решена задача обнаружения коррупции в системе, которая подтвердила существование коррупции в этой системе).

1. С учетом имеющейся начальной информации о распределении коррупции в системе производится разбиение имеющейся организационной системы с  $m$  экспертами на несколько подсистем так, чтобы в каждой подсистеме было не менее 2 и не более  $m - 2$  экспертов.

2. Для каждой образовавшейся подсистемы с помощью алгоритма п. с решается задача обнаружения коррупции. В результате множество  $M$  всех подсистем распадается на три непересекающихся подмножества  $M_1, M_2, M_3$ , где  $M_1$  включает все коррумпированные подсистемы,  $M_2$  – все некоррумпированные (или практически некоррумпированные) подсистемы, а  $M_3$  включает все подсистемы, в отношении которых при имеющейся информации нельзя сделать заключение о наличии или отсутствии коррупции.

3. Исключаем из рассмотрения множества подсистем  $M_2$  и  $M_3$ , оставляя лишь множество  $M_1$ . Далее работаем по отдельности с подсистемами  $A_1, A_2, \dots$ , входящими в множество  $M_1$ .

4. Возврат к шагу 1, выполняемому теперь отдельно для каждой подсистемы  $A_1, A_2, \dots$  множества  $M_1$ .

Работа алгоритма заканчивается, когда очередное множество  $M_1$  будет включать подсистемы  $A_1, A_2, \dots$  с

достаточно малым числом экспертов, отвечающим условиям задачи, так что останется лишь решить задачу обнаружения коррупции для каждой из указанных подсистем. Трудоемкость приведенного алгоритма в наибольшей степени зависит от удачного разбиения организационной системы на подсистемы в процессе выполнения последовательных шагов этого алгоритма. Приведем правила разбиения для возможных типовых случаев.

**Случай 1.** Имеется предварительная информация о том, что в системе в точности один эксперт (неизвестно, кто) является коррупционером. Тогда на 1-м шаге алгоритма разобьем систему на две подсистемы с (по возможности) равным числом экспертов. На 2-м шаге, если предварительная информация о системе верна, выделяем множество экспертов (подсистему)  $M_1$ , содержащее искомого эксперта-коррупционера, и множества экспертов (подсистемы)  $M_2, M_3$ , в которых коррупционеров нет. На 3-м шаге исключаем из дальнейшего рассмотрения подсистему  $M_2, M_3$ , оставляя только подсистему  $M_1$ . Дальше – возврат к шагу 1, который теперь выполняется уже не со всей системой, а с ее «половиной» – подсистемой  $M_1$ . И т.д. На каждом из таких 3-шаговых циклов неопределенность (число экспертов в подсистеме, содержащей коррупционера) уменьшается вдвое, что обеспечивает локализацию эксперта-коррупционера в пределах подсистемы из 2 экспертов за  $\log_2 m - 1$  циклов, т.е. за  $3(\log_2 m - 1)$  шагов алгоритма, где  $m$  – число экспертов в системе. Это – самая экономная реализация алгоритма локализации коррупции в рассматриваемом случае, достигнутая благодаря оптимизации разбиения организационной системы на соответствующих шагах алгоритма (если предварительная информация о системе была неверна, то сокращение неопределенности вдвое за один цикл не происходит и требуемое число шагов алгоритма увеличивается).

**Случай 2.** Имеется предварительная информация о том, что в данной системе все  $m$  экспертов – коррупционеры. В этом случае на первом шаге алгоритма мы разобьем систему на  $m/2$  подсистем с (по возможности) 2 экспертами в каждой. На 2-м шаге (если предварительная информация о системе верна) получаем множество  $M_1$  подсистем с двумя экспертами, содержащих каждая коррупционеров, и пустые множества  $M_2$  и  $M_3$  подсистем, не содержащих коррупционеров. Потребности в выполнении 3-го шага нет, ввиду отсутствия множеств  $M_2$  и  $M_3$ . Таким образом, локализация  $m$  коррупционеров в пределах  $m/2$  подсистем из 2 экспертов выполнена. Число потребных для этого шагов оказалось равным 2, но на 2-м шаге потребовалось еще  $m/2$  операций обнаружения коррупции в  $m/2$  подсистемах, так что общее потребное число операционных шагов составило  $1+m/2$ . Это число – минимальное, достигнутое благодаря оптимальному разбиению системы на 1-м шаге алгоритма. (Если предварительная

© Левин В. И., 2019  
DOI 10.15588/1607-3274-2019-4-4

информация о системе была неверна, т.е. реально только часть экспертов коррумпированы, то можно было предложить лучшее разбиение, ведущее к уменьшению общего числа операционных шагов алгоритма).

**Случай 3.** Имеется предварительная информация, что в рассматриваемой системе ровно два эксперта (неизвестно кто) коррумпированы. Тогда на 1-м шаге алгоритма разбиваем систему на две подсистемы с возможно более равным числом экспертов – как в случае 1. На 2-м шаге в худшем случае, с точки зрения получающейся неопределенности (если предварительная информация о системе верна), будем иметь множество  $M_1$  из двух подсистем, каждая из которых коррумпирована (в нашем случае – содержит по 1 коррумпированному эксперту) и 2 пустых множества  $M_2$  и  $M_3$  подсистем, не содержащих коррупции. Ввиду отсутствия множеств  $M_2, M_3$  третий шаг не выполняется. Дальше – возврат к шагу 1, который теперь выполняется не со всей системой, а с каждой из 2 полученных на 2 шаге подсистем. Причем, так как обе подсистемы содержат ровно по одному коррумпированному эксперту, работаем в соответствии с процедурой, описанной в случае 1. Трудоемкость локализации коррупции в каждой подсистеме составит  $3(\log_2 \frac{m}{2} - 1) = 3(\log_2 m - 2)$  шагов алгоритма, так что общая трудоемкость, с учетом затрат 2 шага, равна  $2 + 2 \cdot 3(\log_2 m - 2) = 6\log_2 m - 10$ .

В общем случае правила разбиения рассматриваемой системы конструируются аналогично правилам, представленным для трех типичных случаев (см. выше). При этом каждый новый изучаемый случай по возможности сводится к уже рассмотренному, подобно тому, как случай 3 был приведен к случаю 1. При этом надо иметь в виду, что выигрыш от минимальной трудоемкости алгоритма локализации коррупции, полученный благодаря оптимальному разбиению системы, является существенным лишь в системах с достаточно большим числом экспертов  $m$  ( $m \geq 5 \div 7$ ). Если же это значение мало, как часто бывает на практике ( $m = 2 \div 4$ ), то реального выигрыша не получается и потому целесообразно выбирать самые простые правила разбиения, например те, что описаны в случаях 1, 2.

Изложенный подход к локализации коррупции в организационной системе позволяет локализовать коррупцию лишь с точностью до подсистем, содержащих два эксперта. Другими словами, можно указать коррумпированную пару экспертов, но точно сказать, кто именно из них коррупционер, нельзя. Для того чтобы это стало возможным, мы дополним изложенный подход приемом «сравнение двух экспертов». Рассмотрим матрицу экспертных оценок системы с  $m = 2$  экспертами

$$B = \begin{vmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & \dots & b_{2n} \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Как следует из (15), средние по всем  $n$  показателям оценки объекта, даваемые 1 и 2 экспертами (усреднение предполагает соизмеримость оценок показателей),

$$b_{1,cp} = \sum_{j=1}^n b_{1j} / n, \quad b_{2,cp} = \sum_{j=1}^n b_{2j} / n. \quad (16)$$

Если оба эксперта не только высококвалифицированные, но и честные, добросовестные и независимые, то оценки  $b_1$  и  $b_2$  должны совпадать или практически совпадать. Далее, если эксперты честные, добросовестные и независимые, но не в высшей мере квалифицированные, эти оценки будут несколько различаться. Наконец, если эксперты нечестные, недобросовестные и зависимые, то есть коррумпированные, то при любой их квалификации эти оценки будут различаться существенно. Эти соображения подсказывают следующий простой прием выявления заведомо коррумпированного эксперта из системы двух экспертов, в которой ранее была обнаружена коррупция.

1. По формулам (16) вычисляются средние экспертные оценки объекта  $b_1$  и  $b_2$ , даваемые 1-м и 2-м экспертами.

2. Вычисляется относительное расхождение между оценками  $b_{1,cp}$  и  $b_{2,cp}$

$$\delta = |b_{1,cp} - b_{2,cp}| / \min(b_{1,cp}, b_{2,cp}), \quad (17)$$

3. Назначается некоторое пороговое достаточно малое значение  $\delta_0$  показателя  $\delta$ , превышение которого можно обоснованно трактовать как объективное свидетельство коррумпированности одного из 2 экспертов. Тогда, если окажется  $\delta > \delta_0$ , то мы будем определенно полагать, что один из экспертов в системе коррумпирован. Кого именно считать коррумпированным в случае такого превышения, зависит от смысла показателей  $b_{ij}$  и оценок  $b_1, b_2$ . Если большим значениям показателей и их оценок соответствует более высокое качество оцениваемого объекта, то коррумпированным надо считать того эксперта, который занижает оценку объекта, т.е. дает меньшую из оценок  $b_1, b_2$ . Конечно, здесь речь идет об основной ситуации  $A$ , где эксперт не связан с командой, стоящей за объектом, и потому заинтересован в «провале чужого объекта». В двойственной ситуации  $B$ , где эксперт заодно с командой объекта, он заинтересован в «вытягивании своего объекта», поэтому в этой ситуации коррумпированным нужно считать эксперта, давшего большую из оценок  $b_1, b_2$ . Выделение одного из двух, заведомо коррумпированного, эксперта не означает, что второй эксперт некоррумпирован. Однако вопрос о его возможной коррумпированности должен решаться уже иначе – на основании только информации о работе данного эксперта.

Изложим еще один, упрощенный вариант описанного выше приема. Пусть оценки первого эксперта системы с двумя экспертами всегда доминируют над оценками второго эксперта, т.е. строки матрицы экспертных оценок системы (15) находятся в отношении

$$b_{1j} \geq b_{2j}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (18)$$

причем хотя бы одно из  $n$  неравенств (18) является строгим (имеет знак  $>$ ). Тогда очевидно, что при достаточно большом проценте (скажем, свыше  $5 \div 10\%$ ) строгих неравенств в системе неравенств (18) коррумпированным следует считать: 1-го эксперта в ситуации  $A$  и 2-го эксперта в ситуации  $B$ .

Наконец, рассмотрим возможную локализацию коррупции в одном отдельно взятом эксперте на основании исключительно информации о работе данного эксперта. Последнее означает, что нам известна только некоторая  $i$ -я строка матрицы экспертных оценок  $B$ , где  $i$  – номер подозреваемого эксперта. Иными словами, нам известны только оценки, которые выставляет различным показателям анализируемого объекта подозреваемый эксперт, но неизвестны оценки других экспертов. Таким образом, в данном случае решение задачи локализации коррупции на основе сравнения оценок различных экспертов, как это делалось выше, невозможно. Однако поставленную задачу все-таки можно решить. Для этого надо лишь в формуляре, содержащем выставленные экспертом оценки, выделить логические следствия вида

$$\{d(j_1) = k, d(j_2) = s, \dots, d(i_p) = l\} \Rightarrow d(i_q) = t. \quad (19)$$

Следствие (19) означает, что, исходя из логики и здравого смысла, эксперт, оценивший  $j_1$ -й показатель некоторого объекта оценкой  $k$ ,  $j_2$ -й показатель оценкой  $s, \dots, j_p$ -й показатель оценкой  $l$ , будет обязан оценить  $j_q$ -й показатель оценкой  $t$ . Например, если эксперт, оценивающий представленный на конкурс научный проект, поставил ему высшие возможные оценки по показателям вида «Научный интерес цели исследования», «Разработка новых методов исследования», «Новизна и оригинальность решения», «Важность результата для дальнейшего развития науки», «Наличие научного задела», «Адекватность потенциала коллектива поставленной задаче», то он обязан поставить такую же оценку по итоговому показателю «Достоин ли проект присуждения гранта». Если он этого не делает, значит, он коррумпирован, более того, озабочен своей деятельностью в данном направлении настолько, что потерял бдительность. Считать, что подобные действия экспертов происходят из-за их недостаточной квалификации, невозможно, поскольку логически грамотные заключения, подобные приведенному, доступны даже школьникам.

Возможны и другие подходы к локализации коррумпированного эксперта. Например, если у нас нет никакой информации об истинном значении оцениваемых параметров, то мы можем просто вычислить некое «среднее» значение каждого из оцениваемых параметров на основе оценок всех экспертов и определить тех экспертов (например, введя порог отличия), чьи оценок сильно отличаются от этих средних значений – этих экспертов можно подозревать в коррупции. Если же у нас есть собственное представление об оцениваемых параметрах, то мы способны сравнить оценки экспертов с ним и так же выделить коррупционеров.



Таблица 2 – Эксперт-анкета

| №  | Название показателя   | Возможные оценки и баллы  | Поставленные оценки |           |
|----|---|---|---------------------|-----------|
|    |   |   | 1 эксперт           | 2 эксперт |
| 1  | Ясность формулировки научного содержания проекта                      | Предельно ясно – 1;<br>Достаточно ясно – 0; Неясно – «-»                                      | 0                   | 0         |
| 2  | Представляет ли научный интерес цель исследования                     | Безусловно, да – 1;<br>Да, в известной степени – 0; Нет – «-»                                 | 1                   | 0         |
| 3  | Предполагается ли разработка новых методов исследования               | Да – 1; Нет – 0   | 1                   | 0         |
| 4  | Наличие новизны предлагаемого подхода и оригинальности решения        | Да – 1; Нет – 0   | 1                   | 1         |
| 5  | Важность результата исследований                                      | Важен для дальнейшего развития науки – 1;<br>Представляет только самостоятельный интерес – 0  | 1                   | 0         |
| 6  | Возможно ли применение результатов исследований в учебном процессе    | Да – 1; Нет – 0   | 0                   | 0         |
| 7  | Возможно ли применение результатов исследований в прикладных областях | Да – 1; Нет – 0   | 1                   | 1         |
| 8  | Есть ли научный задел по теме проекта                                 | Имеется, есть публикации – 2;<br>Имеется, публикаций нет – 1;<br>В заявке нет данных – 0      | 2                   | 2         |
| 9  | Соответствует ли потенциал коллектива уровню поставленной задачи      | Да, безусловно – 2;<br>Да, в значительной мере – 1;<br>Нет, не соответствует – 0              | 2                   | 1         |
| 10 | Достоин ли проект присуждения гранта                                  | Да, безусловно – 2;<br>Да, в значительной мере – 1;<br>При наличии возможности – 0; Нет – «-» | 1                   | 1         |

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В 2013 году на конкурс грантов Всероссийского научного фонда автором в порядке эксперимента был представлен проект «Математические методы анализа процессов в условиях неопределенности». Проект был отвергнут фондом. По просьбе автора проекта, не согласившегося с таким решением, научный фонд прислал две эксперт-анкеты, содержавшие результаты экспертизы проекта двумя экспертами. Фонд отклонил проект на основе этой экспертизы. Эксперт-анкеты приведены в табл. 2.

#### 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В проведенном эксперименте мы имеем организационную систему из  $m = 2$  экспертов, оценивающих лишь один объект – представленный на конкурс проект, оценка которого происходит по  $n = 10$  показателям. В соответствии с этим мы можем применить общую методику измерения, обнаружения и локализации коррупции в системе (§ 3, пп. а–с). Прежде всего, представим результаты работы экспертов из табл. 2, в стандартной форме матрицы экспертных оценок (2)

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Теперь по первой формуле (14) мы можем найти показатель  $k$  относительного уровня коррупции в системе. В данном случае входящие в эту формулу нижняя  $a_{j\min}$  и верхняя  $a_{j\max}$  границы диапазона возможных значений  $j$ -го столбца матрицы  $B$  (т.е. показателя в  $j$ -й строке табл. 2) равны:

$$\begin{aligned} a_{1\min} &= 0, a_{1\max} = 1; a_{2\min} = 0, a_{2\max} = 1; \\ a_{3\min} &= 0, a_{3\max} = 1; a_{4\min} = 0, a_{4\max} = 1; \\ a_{5\min} &= 0, a_{5\max} = 1; a_{6\min} = 0, a_{6\max} = 1; \\ a_{7\min} &= 0, a_{7\max} = 1; a_{8\min} = 0, a_{8\max} = 2; \\ a_{9\min} &= 0, a_{9\max} = 2; a_{10\min} = 0, a_{10\max} = 2. \end{aligned}$$

Сначала вычислим числитель дроби:

$$A = |0 - 0| + |1 - 0| + |1 - 0| + |1 - 1| + |1 - 0| + |0 - 0| + |1 - 1| + |2 - 2| + |2 - 1| + |1 - 1| = 4,$$

а затем знаменатель:

$$B = (1 - 0) + (1 - 0) + (1 - 0) + (1 - 0) + (1 - 0) + (1 - 0) + (2 - 0) + (2 - 0) + (2 - 0) = 13.$$

В результате вычисления получаем

$$k = \frac{A}{B} = \frac{4}{13} \cong 0,308 \cong 31\%.$$

Итак, показатель относительного уровня коррупции в системе равен 31%, что, конечно, очень много.

Методом § 3 (п. б) решим задачу обнаружения коррупции в системе. Выберем в качестве порога корруппированности системы такое значение показателя  $k$  относительного уровня коррупции в системе:  $k_0 = 5\%$ .

Тогда, поскольку реальное значение показателя  $k > k_0$ , делается заключение о наличии в системе коррупции. Более того, поскольку  $k \gg k_0$  (точнее,  $k/k_0 = 6,2$ , имеем более чем шестикратное превышение допустимого уровня коррупции), мы вынуждены признать, что уровень коррупции в системе недопустимо большой.

Теперь методами § 3, (п. с) решим задачу локализации коррупции в системе, т.е. определим, кто именно из 2 имеющихся в системе экспертов корруппирован. Воспользуемся приемом «сравнение двух экспертов», согласно которому сделаем следующее. 1) По форму-

лам (16), используя имеющуюся матрицу  $B$ , найдем средние по всем 10 показателям оценки 1 и 2 эксперта:

$$b_{1,cp} = \sum_{j=1}^{10} b_{1j} / 10 = (1 \cdot 6 + 2 \cdot 2) / 10 = 1,0;$$

$$b_{2,cp} = \sum_{j=1}^{10} b_{2j} / 10 = (1 \cdot 4 + 2 \cdot 1) / 10 = 0,6$$

2) По формуле (17) вычисляем относительное расхождение между найденными оценками:

$$\delta = |b_{1,cp} - b_{2,cp}| / \min(b_{1,cp}, b_{2,cp}) = \\ = (1,0 - 0,6) / 0,6 \cong 0,666 = 66,6\%.$$

Это очень большое расхождение, свидетельствующее о том, что два эксперта оценивали один и тот же проект по различным стандартам.

3) Назначаем пороговое значение  $\delta_0$  показателя  $\delta$ , превышение которого будем трактовать как свидетельство коррумпированности одного из двух экспертов. Возьмем  $\delta_0 = 5\%$ . Тогда  $\delta = 66,6\% > 5\% = \delta_0$ , т.е.  $\delta > \delta_0$ . Поэтому заключаем, что один из двух экспертов коррумпирован – тот, который давал более низкие оценки показателям проекта и, как следствие, более низкую среднюю оценку. Это эксперт 2. Основанием данного заключения служит информация, что эксперт 2 не связан с оцениваемым проектом, поэтому его коррумпированность может проявляться только в снижении даваемой ему оценки с целью его провала. А как же эксперт 1, быть может, хоть он остался честным? Проверим его работу с помощью некоторого выделенного из его формуляра оценок (см. табл. 2) логического следствия типа (19). В качестве такого следствия возьмем очевидное утверждение

$$\{d_{2,1}, d_{3,1}, d_{4,1}, d_{5,1}, d_{7,1}, d_{8,2}, d_{9,2}\} \Rightarrow d_{10,2},$$

в левой части которого стоят высшие возможные оценки 2-го, 3-го, 4-го, 5-го, 7-го, 8-го и 9-го показателей проекта, поставленные 1-м экспертом, а в правой части – логически вытекающая из них высшая возможная оценка по итоговому 10-му показателю. Но 1-й эксперт не выполнил этого элементарного требования логики и вместо положенной заключительной оценки  $d_{10,2}$  поставил оценку  $d_{10,1}$  и, таким образом, занизил оценку итогового 10-го показателя вдвое. Именно поэтому его, как и 2-го эксперта, следует считать коррумпированным, хотя, возможно, и не в такой степени, поскольку большинство неитоговых показателей он не занизил.

Итак, наугад выбранный проект, поданный в порядке эксперимента на конкурс грантов Всероссийского научного фонда, оказался на проверке у пары экспертов, которые оба должны быть признаны коррумпированными. Читатель, чувствуя статистические закономерности, вероятно, согласится с тем, что доверие к такому фонду должно быть поставлено под сомнение.

## 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Выполненные расчеты позволили решить задачи измещения, обнаружения и локализации коррупции в организационной системе, занимающейся распределени-

ем грантов на научные исследования. При этом не использовались методы математической статистики, что является традиционным при исследовании любых стохастических систем, в том числе и организационных. Благодаря этому удалось избежать трудностей, связанных с возможной потерей статистическими оценками различных полезных свойств (например, несмещенности) при их преобразованиях. Другим преимуществом примененного в статье упрощенного детерминированного подхода к количественному изучению коррупционных процессов является возможность применения для выполнения вычислительного процесса простых, хорошо известных приемов вычислительной математики. Наконец, данный подход к вычислениям методически проще, чем статистические процедуры.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Коррупция – большое зло в современной жизни многих стран. В очень большой степени это относится и к России. Однако сложившееся положение не безнадежно. Коррупционеры, как бы они ни старались, всегда оставляют следы своей преступной деятельности. Остается лишь, применяя подходящие методы, включая математические, расшифровать эти следы и использовать результаты в борьбе с угрожающим нам всем злом. Для этого не обязательно дожидаться, когда в борьбу вступит государство – ему это сделать очень трудно, поскольку государевы люди – чиновники сами часто коррумпированы. И впервые представленные в данной статье простые математические методы, основанные на детерминистском подходе, могут внести свой вклад в эту область. Предложенный подход может быть распространен на организационные системы более общего вида, чем рассмотренные в настоящей статье, состоящие не только из экспертов.

## ЛИТЕРАТУРА / ЛІТЕРАТУРА

1. Ожегов С. И. Словарь русского языка / С. И. Ожегов. – М. : Русский язык, 1984.
2. Словарь иностранных слов. – М. : Русский язык, 1989.
3. Локшина С. М. Краткий словарь иностранных слов / С. М. Локшина. – М. : Русский язык, 1977.
4. Hornby A. S. Oxford Advances Learner's Dictionary of Current English / A. S. Hornby. – Oxford, 1988.
5. Калинин Б. Ю. Политолого-методологические аспекты проблем коррупции в современной России / Б. Ю. Калинин, С. В. Калинина, Э. В. Сумачев // Социология социальных трансформаций. Сборник научных трудов. – Нижний Новгород : НИСОЦ, 2003.
6. Statistika-korrupsii-v-mire // vavilon.ru.
7. Corruption Perceptions Index 2017. Surveys 21.02.2018 // Transparency International.
8. Bardhan P. Corruption and Development / P. Bardhan // Journal of Economic Literature. – 1997. – Vol. 25. – P. 1350.
9. Tanzi V. Corruption Governmental Activities and Markets / V. Tanzi // IMH Working Paper. – 1999. – № 94, <https://ssrn.com>.
10. Glaeser E. L. Corruption and Reform: an Introduction / E. L. Glaeser // Working Paper 10775, <https://www.nber.org/papers/W10775>.
11. Leff N. H. Economic Development Through Bureaucratic Corruption / N. H. Leff // American Behavioral Scientist. – 1964. – Vol. 62, № 2. – P. 337–341.

12. Leite C. Does Mother Nature Corrupt? Natural Resources, Corruption and Economic Growth / C. Leite, J. Weidmann // Washington: International Monetary Fund. – 1999. – Working Paper № 85.
13. Tanzi V. Corruption, Public Investment and Growth / V. Tanzi, H. Davoodi // Washington: International Monetary Fund. – 1997. – Working Paper № 139.
14. Mauro P. Corruption and Growth / P. Mauro // Quarterly Journal of Economic. – 1995. – Vol. 110, № 3. – P. 681–712.
15. Svensson J. Eight Questions about Corruption / J. Svensson // Journal of Economic Perspectives. – 2005. – Vol. 19, № 3. – P. 19–42.
16. Houston D.A. Can Corruption Ever Improve an Economy / D.A. Houston // Cato Journal. – 2007. – Vol. 27, № 3. – P. 350–378.
17. Левин В. И. Проблема коррупции в современной России: положение и перспективы решения / В. И. Левин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2004. – Том 10, № 3.

Received 23.06.2019.  
Accepted 25.09.2019.

УДК 51–77

## МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ ВИВЧЕННЯ КОРУПЦІЇ В ОРГАНІЗАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Левін В. И. – д-р техн. наук, професор кафедри математики Пензенського держ. технологічного ун-ту, Пенза, Росія.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** В процесі функціонування різних організаційних експертних систем – економічних, соціальних, воєнізованих – виникає завдання виявлення, локалізації та вимірювання рівня корупції в системі. Ці завдання вирішують на основі різноманітних даних, одержуваних в ході спостережень і експериментів над системою. Однак єдиної методики обробки інформації з метою вирішення зазначених завдань не існує. В роботі запропонована така методика, заснована на порівнянні оцінок одних і тих же показників оцінюваних об'єктів, які дають різними експертами.

**Мета статті.** Метою статті є розробка повністю формалізованого методу виявлення, локалізації та вимірювання рівня корупції в організаційній системі, що складається з експертів, на основі оцінок, які дають об'єктам.

**Метод.** Запропонований в статті метод полягає в поданні організаційної системи з  $m$  експертів, яка проводить експертизу об'єкта з  $n$  показниками, за допомогою  $(m \times n)$ -матриці  $B = \|b_{ij}\|$ . Тут  $b_{ij}$  – оцінка, дана  $i$ -м експертом  $j$ -му показнику об'єкта. При цьому системі з ідеальними (некорумпованими) експертами відповідає матриця  $B$  з рівними елементами в будь-якому стовпці  $i$ , відповідно до цього, з співпадаючими рядками. В системі з недосконалими (корумпованими) експертами матриця  $B$  не володіє такою властивістю. Це дозволяє ввести показник абсолютного рівня корупції в системі як суму відстаней між результатами експертизи у різних експертів.

**Результат.** Отримано загальний аналітичний вираз показника абсолютного рівня корупції в системах з довільними  $B, m$  і  $n$ . Знайдено максимальне можливе значення цього показника. Дано алгоритм виявлення корупції в організаційних системах, заснований на порівнянні обчисленого абсолютного рівня корупції та його гранично допустимого рівня. Вирішено також завдання виявлення корупції в складній системі, де експертизу проходять об'єкти з кількома показниками. Наведені приклади виявлення та вимірювання корупції в реальних експертних системах.

**Висновки.** Запропоновано новий підхід до математичного моделювання корупційних процесів в організаційних експертних системах, заснований на використанні матриці оцінок різних показників оцінюваних об'єктів експертами системи. Цей підхід, на відміну від практики, що склалася, дозволяє підходити однаково до вирішення різних завдань вивчення корупції в системах цього типу. Такі завдання виявлення, локалізації та вимірювання корупції. Напрямок в цілому названо коруметрією.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** корупція; математичне моделювання; виявлення, локалізація і вимір корупції; організаційна система; експертиза.

UDC 51–77

## MATHEMATICAL METHODS AND MODELS FOR STUDYING CORRUPTION IN ORGANIZATIONAL SYSTEMS

Levin V. I. – Doctor of science, Professor of Mathematical Department of Penza State Technological University, Penza, Russia.

### ABSTRACT

**Context.** In the process of functioning of various organizational expert systems – economic, social, militarized – the task of detecting, localizing and measuring the level of corruption in the system arises. These tasks are solved on the basis of various data obtained during observations and experiments on the system. However, there is no single method for processing information to solve these problems. This paper proposes such a technique, based on a comparison of assessments of the same indicators of evaluated objects, given by various experts.

**Objective.** The purpose of the article is to develop a fully formalized method for detecting, localizing and measuring the level of corruption in an organizational system consisting of experts, based on the assessments given to objects.

**Method.** The method proposed in the article consists in the presentation of an organizational system of  $m$  experts conducting an examination of the object with  $n$  indicators by means of a  $(m \times n)$ -matrix  $B = \|b_{ij}\|$ . Here  $b_{ij}$  – is the assessment given by the  $i$ -th expert to the  $j$ -th indicator of the object. In this case a system with ideal (non-corrupted) experts corresponds to a matrix  $B$  with equal elements in any column and, accordingly, with matching lines. In a system with non-ideal (corrupt) experts, the matrix  $B$  does not have

this property. This allows you to enter an indicator of the absolute level of corruption in the system as the sum of the distances between the results of the examination of various experts.

**Result.** A general analytical expression is obtained for absolute level of corruption in systems with arbitrary  $B, m$  and  $n$ . The maximum possible value of this indicator is found. An algorithm for detecting corruption in organizational systems is given, based on a comparison of calculated absolute level of corruption and its maximum allowable level. The problem of detecting corruption in a complex system, where objects with several indicators pass the examination, is also solved. Examples of detecting and measuring corruption in real expert systems are given.

**Conclusions.** A new approach to mathematical modeling of corruption processes in organizational expert systems, based on the use of a matrix of assessments of various indicators of evaluated objects by different experts of the system, is proposed. This approach, in contrast to the established practice, allows us to find uniform solutions of various problems of studying corruption in systems of this type. These are tasks of detecting, localizing and measuring corruption. The direction as a whole is proposed to be called *corrumetry*.

**KEYWORDS:** corruption; mathematical modeling; detection, localization and measurement of corruption; organizational system, expertise.

## REFERENCES

1. Ozhegov S. I. Slovar' russkogo yazyka. Moscow, Russkiy yazyk, 1984.
2. Slovar' inostrannykh slov. Moscow, Russkiy yazyk, 1989.
3. Lokshina S. M. Kratkiy slovar' inostrannykh slov. Moscow: Russkiy yazyk, 1977.
4. Hornby A. S. Oxford Advances Learner's Dictionary of Current English. Oxford, 1988.
5. Kalinin B. Yu., Kalinina S. V., Sumachev Eh. V. Politologo-metodologicheskie aspekty problem korrupcii v sovremennoy Rossii, *Sociologiya social'nykh transformatsiy. Sbornik nauchnykh trudov*. Nizhniy Novgorod, NISOC, 2003.
6. Statistika-korrupsii-v-mire // vavilon.ru.
7. Corruption Perceptions Index 2017. Surveys 21.02.2018 // Transparency International.
8. Bardhan P. Corruption and Development, *Journal of Economic Literature*, 1997, Vol. 25, P. 1350.
9. Tanzi V. Corruption Governmental Activities and Markets, *IMH Working Paper*, 1999, № 94, <https://ssrn.com>.
10. Glaeser E. L. Corruption and Reform: an Introduction, *Working Paper 10775*, <https://www.nber.org/papers/W10775>.
11. Leff N.H. Economic Development Through Bureaucratic Corruption, *American Behavioral Scientist*, 1964, Vol. 62, No. 2, pp. 337–341.
12. Leite C., Weidmann J. Does Mother Nature Corrupt? Natural Resources, Corruption and Economic Growth, *Washington: International Monetary Fund*, 1999, Working Paper № 85.
13. Tanzi V., Davoodi H. Corruption, Public Investment and Growth, *Washington: International Monetary Fund*, 1997, Working Paper, № 139.
14. Mauro P. Corruption and Growth, *Quarterly Journal of Economic*, 1995, Vol. 110, № 3, pp. 681–712.
15. Svensson J. Eight Questions about Corruption, *Journal of Economic Perspectives*, 2005, Vol. 19, No. 3, pp. 19–42.
16. Houston D. A. Can Corruption Ever Improve an Economy, *Cato Journal*, 2007, Vol. 27, 3, pp. 350–378.
17. Levin V. I. Problema korrupcii v sovremennoy Rossii: polozhenie i perspektivy resheniya, *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2004, Vol. 10, No. 3.

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ M/HE<sub>2</sub>/1 С ОБЫЧНЫМИ И СО СДВИНУТЫМИ ВХОДНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ

**Тарасов В. Н.** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой программного обеспечения и управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, Россия.

**Бахарева Н. Ф.** – д-р техн. наук, профессор, заведующая кафедрой информатики и вычислительной техники Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, Россия.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** В теории массового обслуживания исследования частных систем типа M/G/1 актуальны в связи с тем, что они до сих пор активно используются в современной теории телетрафика. Рассмотрена задача вывода решения для среднего времени ожидания в очереди в замкнутой форме двух систем с обычными и со сдвинутыми экспоненциальными и гиперэрланговскими входными распределениями.

**Цель работы.** Получение решения для основной характеристики системы – среднего времени ожидания требований в очереди для двух систем массового обслуживания типа M/G/1 и G/G/1 с обычными и со сдвинутыми экспоненциальными и гиперэрланговскими входными распределениями.

**Метод.** Для решения поставленной задачи использован классический метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли. Данный метод позволяет получить решение для среднего времени ожидания для рассматриваемых систем в замкнутой форме. Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли играет важную роль в теории систем G/G/1. Для практического применения полученных результатов использован известный метод моментов теории вероятностей.

**Результаты.** Получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для пары систем, с помощью которых выведены расчетные выражения для среднего времени ожидания в очереди в замкнутой форме. Сдвинутое экспоненциальное распределение трансформирует систему M/G/1 в систему G/G/1.

**Выводы.** Получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для рассматриваемых систем и с их помощью выведены расчетные выражения для среднего времени ожидания в очереди для этих систем в замкнутой форме. Эти выражения расширяют и дополняют известные формулы теории массового обслуживания для среднего времени ожидания для систем M/G/1 и G/G/1 с произвольными законами распределений входного потока и времени обслуживания. Такой подход позволяет рассчитать среднее время ожидания для указанных систем в математических пакетах для широкого диапазона изменения параметров трафика. Все остальные характеристики систем являются производными от времени ожидания.

Кроме среднего времени ожидания, такой подход дает возможность определить и моменты высших порядков времени ожидания. Учитывая тот факт, что вариация задержки пакетов (джиттер) в телекоммуникациях определяется как разброс времени ожидания от его среднего значения, то джиттер можно будет определить через дисперсию времени ожидания.

Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли для рассматриваемых систем позволяет получить решение в замкнутой форме и эти полученные решения публикуются впервые.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** гиперэрланговский и экспоненциальный законы распределения, сдвинутые распределения, интегральное уравнение Линдли, метод спектрального разложения, преобразование Лапласа.

### СОКРАЩЕНИЯ

ИУЛ – интегральное уравнение Линдли;  
СМО – система массового обслуживания;  
ФРВ – функция распределения вероятностей.

### НОМЕНКЛАТУРА

$a(t)$  – функция плотности распределения интервалов между поступлениями требований;

$A^*(s)$  – преобразование Лапласа функции  $a(t)$ ;

$b(t)$  – функция плотности распределения времени обслуживания;

$B^*(s)$  – преобразование Лапласа функции  $b(t)$ ;

$c_\lambda$  – коэффициент вариации интервалов поступлений требований;

$c_\mu$  – коэффициент вариации времени обслуживания;

$D_W$  – дисперсия времени ожидания;

$H_2$  – гиперэкспоненциальное распределение второго порядка;

$HE_2$  – сдвинутое гиперэрланговское распределение второго порядка;

$HE_2^-$  – гиперэрланговское распределение второго порядка;

$G$  – произвольный закон распределения;

$M$  – экспоненциальный закон распределения;

$M^-$  – сдвинутое экспоненциальное распределение;

$\bar{W}$  – среднее время ожидания в очереди;

$W^*(s)$  – преобразование Лапласа функции плотности времени ожидания;

$W(y)$  – ФРВ времени ожидания требования в очереди;

$z$  – любое число из интервала  $(-1, 1)$ ;

$\lambda$  – интенсивность входного потока – параметр экспоненциального распределения;



$\mu_1$  – первый параметр гиперэрланговского распределения времени обслуживания;

$\mu_2$  – второй параметр гиперэрланговского распределения времени обслуживания;

$\rho$  – коэффициент загрузки системы;

$\bar{\tau}_\lambda$  – средний интервал между поступлениями требований;

$\bar{\tau}_\lambda^2$  – второй начальный момент интервала между поступлениями требований;

$\bar{\tau}_\mu$  – среднее время обслуживания;

$\bar{\tau}_\mu^2$  – второй начальный момент времени обслуживания;

$\Phi_+(s)$  – преобразование Лапласа ФРВ времени ожидания;

$\psi_+(s)$  – первая компонента спектрального разложения;

$\psi_-(s)$  – вторая компонента спектрального разложения.

### ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья посвящена анализу СМО  $M/HE_2/1$  с обычными и со сдвинутыми экспоненциальными ( $M$ ) и гиперэрланговскими ( $HE_2$ ) входными распределениями. В открытом доступе авторам не удалось обнаружить результаты для среднего времени ожидания требований в очереди в таких СМО. Как известно из теории массового обслуживания, среднее время ожидания является главной характеристикой для любых СМО. По этой характеристике, например, оценивают задержки пакетов в сетях пакетной коммутации при их моделировании с помощью СМО. Рассматриваемая СМО  $M/HE_2/1$  с обычными распределениями по введенной Кендаллом трехпозиционной символике для их классификации  $A/B/K$  относится к типу  $M/G/1$ , а эта же СМО со сдвинутыми распределениями – к типу  $G/G/1$ . В трехпозиционной символике в первой позиции задается вид закона распределения интервалов между требованиями входного потока, во второй позиции – вид закона распределения времени обслуживания требований и в третьей позиции – количество каналов обслуживания.

В теории массового обслуживания исследования систем  $G/G/1$  и  $M/G/1$  актуальны в связи с тем, что они активно используются в современной теории телеграфика, к тому же до сих пор не существует решения для системы  $G/G/1$  в конечном виде для общего случая.

В исследовании систем  $G/G/1$  важную роль играет метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли и большинство результатов в теории массового обслуживания получены именно с помощью данного метода.

**Объектом исследования** является СМО типа  $M/G/1$  и  $G/G/1$ .

**Предметом исследования** является среднее время ожидания в системах  $M/HE_2/1$  с обычными и со сдвинутыми входными распределениями.

**Целью работы** является получение решения в замкнутой форме для основной характеристики системы – среднего времени ожидания требований в очереди для вышеперечисленных СМО.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе автора [1] впервые приведены результаты по исследованию системы со сдвинутыми экспоненциальными входными распределениями, полученные с помощью метода спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли (ИУЛ). Результаты работы [1] позволяют развить теорию систем с запаздыванием во времени также на гиперэрланговское распределение.

Одна из форм ИУЛ выглядит так:

$$W(y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^y W(y-u) dC(u), & y \geq 0; \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

При кратком изложении метода спектрального разложения решения ИУЛ будем придерживаться подхода и символики автора классики теории массового обслуживания [2]. Суть решения ИУЛ методом спектрального разложения состоит в нахождении закона распределения времени ожидания через следующее спектральное разложение:  $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$ , где  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  некоторые рациональные функции от  $s$ , которые можно разложить на множители. Функции  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  должны удовлетворять следующим условиям согласно [2]:

- для  $\text{Re}(s) > 0$  функция  $\psi_+(s)$  является аналитической без нулей в этой полуплоскости;
- для  $\text{Re}(s) < D$  функция  $\psi_-(s)$  является аналитической без нулей в этой полуплоскости, где  $D$  – некоторая положительная константа, определяемая из условия:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a(t)}{e^{-Dt}} < \infty$ .

Кроме того, функции  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  должны удовлетворять следующим условиям:

$$\lim_{|s| \rightarrow \infty, \text{Re}(s) > 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = 1; \quad \lim_{|s| \rightarrow \infty, \text{Re}(s) < D} \frac{\psi_-(s)}{s} = -1. \quad (2)$$

В работе ставится задача нахождения решения для времени ожидания требований в очереди в СМО  $M/HE_2/1$  с обычными и со сдвинутыми входными распределениями. Для решения задачи необходимо вначале построить для указанных систем спектральные разложения вида  $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$  с учетом условий (1), (2) в каждом случае.

## 2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли впервые подробно представлен в классике теории массового обслуживания [3], а впоследствии применялся во многих работах, включая [4,5]. Аналогичный подход к решению ИУЛ использован в [6]. Здесь вместо термина «спектральное разложение» использована факторизация, а вместо функций  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  – компоненты факторизации  $\omega_+(z,t)$  и  $\omega_-(z,t)$  функции  $1-z \cdot \chi(t)$ .

Такой подход для получения конечных результатов для рассматриваемых систем менее удобен, чем подход, описанный в [3] и проиллюстрированный многочисленными примерами.

В работе [1] впервые представлены результаты анализа СМО М/М/1 с запаздыванием со сдвинутыми экспоненциальными распределениями. В [2] эта идея развита на системы со сдвинутыми гиперэкспоненциальными и экспоненциальными распределениями. Аналогичные результаты для систем с обычными и со сдвинутыми гиперэрланговскими, эрланговскими и экспоненциальными входными распределениями приведены в [8, 9].

Практическое применение метода спектрального разложения решения ИУЛ для исследования систем с гиперэкспоненциальными и экспоненциальными входными распределениями показано [7]. В то же время, научной литературе, включая web-ресурсы, автору не удалось обнаружить результаты по времени ожидания для СМО с экспоненциальными и гиперэрланговскими входными распределениями 2-го порядка общего вида.

Технологии аппроксимации законов распределений подробно описаны в работах [11–13], а похожие исследования в теории массового обслуживания в последнее время проведены в [14–17].

## 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим СМО М/НЕ<sub>2</sub>/1, для которой законы распределения входного потока и времени обслуживания задаются функциями плотности:

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad (3)$$

$$b(t) = 4q\mu_1^2 t e^{-2\mu_1 t} + 4(1-q)\mu_2^2 t e^{-2\mu_2 t}. \quad (4)$$

Запишем преобразования Лапласа функций (3) и (4):

$$A^*(s) = \frac{\lambda}{s + \lambda}; \quad B^*(s) = q \left( \frac{2\mu_1}{s + 2\mu_1} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{s + 2\mu_2} \right)^2.$$

В этом случае выражение для спектрального разложения решения ИУЛ примет следующий вид:

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \left( \frac{\lambda}{\lambda - s} \right) \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{s + 2\mu_1} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{s + 2\mu_2} \right)^2 \right] - 1. \quad (5)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках, представим в виде:

$$\begin{aligned} & \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{s + 2\mu_1} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{s + 2\mu_2} \right)^2 \right] = \\ & = \frac{q(16\mu_1^2\mu_2^2 + 16\mu_1^2\mu_2s + 4\mu_1^2s^2)}{(s + 2\mu_1)^2(s + 2\mu_2)^2} + \\ & + \frac{(1-q)(16\mu_1^2\mu_2^2 + 16\mu_1\mu_2^2s + 4\mu_2^2s^2)}{(s + 2\mu_1)^2(s + 2\mu_2)^2} = \\ & = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2}{(s + 2\mu_1)^2(s + 2\mu_2)^2}, \end{aligned}$$

где промежуточные параметры  $b_0 = 16\mu_1^2\mu_2^2$ ,  $b_1 = 16\mu_1\mu_2[q\mu_1 + (1-q)\mu_2]$ ,  $b_2 = 4[q\mu_1^2 + (1-q)\mu_2^2]$ . Продолжая разложение, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} &= \frac{\lambda(b_0 + b_1s + b_2s^2) - (2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2(\lambda - s)}{(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2(\lambda - s)} = \\ &= \frac{s(s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0)}{(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2(\lambda - s)} = \\ &= \frac{s(s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s + \sigma_3)(s + \sigma_4)}{(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2(\lambda - s)}, \end{aligned}$$

где коэффициенты многочлена четвертой степени

$$\begin{aligned} d_0 &= b_1\lambda + 16\mu_1\mu_2[\mu_1\mu_2 - \lambda(\mu_1 + \mu_2)], \\ d_1 &= 16\mu_1\mu_2(\mu_1 + \mu_2) - 4\lambda(\mu_1^2 + 4\mu_1\mu_2 + \mu_2^2) + b_2\lambda, \\ d_2 &= 4(\mu_1^2 + \mu_2^2) + 16\mu_1\mu_2 - 4\lambda(\mu_1 + \mu_2), \\ d_3 &= 4(\mu_1 + \mu_2) - \lambda \end{aligned}$$

положительны. Многочлен четвертой степени

$$s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \quad (6)$$

с положительными коэффициентами имеет четыре действительных отрицательных корня, либо два действительных отрицательных корня и два комплексно сопряженных корня с отрицательными вещественными частями. Тогда окончательно спектральное разложение решения ИУЛ для системы М/НЕ<sub>2</sub>/1 имеет вид:

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \frac{s(s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s + \sigma_3)(s + \sigma_4)}{(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2(\lambda - s)}, \quad (7)$$

где через  $-\sigma_1, -\sigma_2, -\sigma_3, -\sigma_4$  обозначены для удобства отрицательные корни многочлена (6). На рисунке показана комплексная  $s$  – плоскость с нулями и полюсами функции  $\psi_+(s)/\psi_-(s)$ , где полюсы отмечены крестиками, а нули – кружками. Нули и полюсы нужны для построения функций  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  в отделимости.

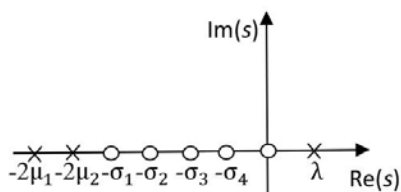


Рисунок 1 – Нули и полюсы функции  $\psi_+(s)/\psi_-(s)$  для системы М/НЕ<sub>2</sub>/1

Далее с учетом условий (1), (2) строим функции  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$ :

$$\psi_+(s) = \frac{s(s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s + \sigma_3)(s + \sigma_4)}{(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2},$$

$$\psi_-(s) = \lambda - s.$$

Константа спектрального разложения

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s + \sigma_3)(s + \sigma_4)}{(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2} =$$

$$= \frac{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4}{16\mu_1^2 \mu_2^2}.$$

Эта константа определяет вероятность того, что поступающее в систему требование заставит ее свободной.

Далее по методике спектрального разложения строим функцию

$$\Phi_+(s) = \frac{K}{\psi_+(s)} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 (2\mu_1 + s)^2 (2\mu_2 + s)^2}{16\mu_1^2 \mu_2^2 s (s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s + \sigma_3)(s + \sigma_4)}.$$

Отсюда преобразование Лапласа функции плотности времени ожидания  $W^*(s) = s \cdot \Phi_+(s)$  будет равно:

$$W^*(s) = \frac{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 (2\mu_1 + s)^2 (2\mu_2 + s)^2}{16\mu_1^2 \mu_2^2 (s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s + \sigma_3)(s + \sigma_4)}, \quad (8)$$

а среднее время ожидания  $\bar{W} = -\frac{dW^*(s)}{ds}$  будет равно

$$\bar{W} = \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}. \quad (9)$$

Преобразование Лапласа (8) позволяет кроме среднего времени ожидания находить также и моменты высшего порядка времени ожидания. С учетом определения вариации задержки – джиттера в телекоммуникациях как разброс времени ожидания от его среднего значения [10], тем самым получим возможность определения джиттера через дисперсию времени ожидания.

Для того, чтобы воспользоваться выражением (9) для расчетов, необходимо задать входные параметры, в качестве которых используем величины  $\bar{\tau}_\lambda$ ,  $\bar{\tau}_\mu$ ,  $c_\lambda$ ,  $c_\mu$ . С помощью этих входных параметров необходимо

определить неизвестные параметры распределений (3) и (4)  $\lambda$ ,  $q$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  и коэффициенты многочлена (6).

Определение параметра  $\lambda$  распределения (3) не вызывает затруднений:  $\lambda = 1/\bar{\tau}_\lambda$ .

Для определения остальных параметров воспользуемся свойством преобразования Лапласа воспроизведения моментов и запишем начальные моменты до второго порядка для распределения (4):

$$\bar{\tau}_\mu = \frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2}, \quad (10)$$

$$\bar{\tau}_\mu^2 = \frac{3}{2} \left[ \frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2} \right]. \quad (11)$$

Рассматривая равенства (10) и (11) как форму записи метода моментов, найдем неизвестные параметры распределения (3)  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $q$ . Система двух уравнений (10), (11) при этом является недоопределенной, поэтому к ней добавим выражение для квадрата коэффициента вариации:

$$c^2 = \frac{\bar{\tau}_\mu^2 - (\bar{\tau}_\mu)^2}{(\bar{\tau}_\mu)^2}, \quad (12)$$

как связующее условие между (10) и (11). Кроме того, коэффициент вариации будем использовать в расчетах в качестве входного параметра системы. Исходя из вида уравнения (10) положим

$$\mu_1 = 2q/\bar{\tau}_\mu, \quad \mu_2 = 2(1-q)/\bar{\tau}_\mu. \quad (13)$$

Подставив выражений (10), (11) вместе с частным решением (13) в (12) получим уравнение четвертой степени относительно параметра  $q$ :

$$q(1-q)[8(1+c_\mu^2)q^2 - 8(1+c_\mu^2)q + 3] = 0.$$

Отбросив тривиальные решения  $q = 0$  и  $q = 1$ , получим квадратное уравнение  $8(1+c_\mu^2)q^2 - 8(1+c_\mu^2)q + 3 = 0$ , корни которого равны

$$q = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{2(1+c_\mu^2)-3}{8(1+c_\mu^2)}}. \quad \text{Для однозначности выберем}$$

большой корень:

$$q = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2(1+c_\mu^2)-3}{8(1+c_\mu^2)}}. \quad (14)$$

Подставив значение вероятности  $q$ , определенное (14) в (13) найдем параметры  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ . Остается определить коэффициенты многочлена (6), найти его корни и воспользоваться расчетным выражением (9) для среднего времени ожидания. Теперь полученный результат (9) необходимо сопоставить с известной формулой Полячека-Хинчина.

В связи с тем, что данная система М/НЕ<sub>2</sub>/1 относится к классу систем М/Г/1, рассмотрим известный результат для данной системы.

Среднее время ожидания в системе М/Г/1 дается формулой Полячека-Хинчина [2]:

$$\bar{W} = \frac{\lambda \tau_{\mu}^2}{2(1-\rho)},$$

где  $0 < \rho = \lambda/\mu < 1$ .

Для распределения НЕ<sub>2</sub>  $\tau_{\mu}^2 = \frac{3}{2} \left[ \frac{q}{\mu_1^2} + \frac{(1-q)}{\mu_2^2} \right]$  (см.

выражение (11)) и подставив сюда значения параметров  $q, \mu_1, \mu_2$ , полученные по выражениям (13), (14), получим среднее время ожидания в системе М/НЕ<sub>2</sub>/1 по формуле Полячека-Хинчина.

Многочисленные эксперименты с выражением (9) подтверждают полную идентичность двух разных результатов по системе М/НЕ<sub>2</sub>/1.

Далее рассмотрим другую, качественно отличающуюся от прежней систему. Для системы М/НЕ<sub>2</sub>/1 со сдвинутыми законами распределений интервалов входного потока и времени обслуживания эти законы задаются функциями плотности вида:

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda(t-t_0)}, \quad (15)$$

$$b(t) = 4q\mu_1^2(t-t_0)e^{-2\mu_1(t-t_0)} + 4(1-q)\mu_2^2(t-t_0)e^{-2\mu_2(t-t_0)}. \quad (16)$$

Такую СМО в отличие от обычной системы обозначим через М<sup>-</sup>/НЕ<sub>2</sub>/1.

Утверждение. Спектральное разложение решения ИУЛ  $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$  для системы М<sup>-</sup>/НЕ<sub>2</sub>/1 полностью совпадает со спектральным разложением для системы М/НЕ<sub>2</sub>/1 и имеет вид (5).

Доказательство.

Запишем преобразования Лапласа функций (15) и (16):

$$A^*(s) = \frac{\lambda}{s+\lambda} e^{-t_0 s};$$

$$B^*(s) = \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{s+2\mu_1} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{s+2\mu_2} \right)^2 \right] e^{-t_0 s}.$$

Тогда спектральное разложение решения ИУЛ для системы М<sup>-</sup>/НЕ<sub>2</sub>/1 примет вид:

$$\begin{aligned} A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 &= \frac{\lambda}{\lambda-s} e^{t_0 s} \times \\ &\times \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{s+2\mu_1} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{s+2\mu_2} \right)^2 \right] e^{-t_0 s} - 1 = \\ &= \frac{\lambda}{\lambda-s} \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{s+2\mu_1} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{s+2\mu_2} \right)^2 \right] - 1. \end{aligned}$$

Здесь экспоненты со степенями с противоположными знаками обнуляются и операция сдвига тем самым нивелируется. Последнее выражение идентично (5). Утверждение доказано.

Теперь мы можем воспользоваться для системы М<sup>-</sup>/НЕ<sub>2</sub>/1 результатами предыдущей системы с измененными вследствие сдвига числовыми характеристиками и, следовательно параметрами распределений (15) и (16).

Сначала определим числовые характеристики интервала между поступлениями требований и времени обслуживания. Для этого воспользуемся преобразованием Лапласа функций (15) и (16).

Значение первой производной функции  $A^*(s)$  со знаком минус в точке  $s=0$  равно

$$-\left. \frac{dA^*(s)}{ds} \right|_{s=0} = \frac{1}{\lambda} + t_0.$$

Отсюда среднее значение интервалов между соседними требованиями будет равно

$$\bar{\tau}_{\lambda} = \lambda^{-1} + t_0. \quad (17)$$

Значение второй производной функции  $A^*(s)$  в точке  $s=0$  дает второй начальный момент интервала поступления

$$\bar{\tau}_{\lambda}^2 = t_0^2 + 2 \left( \frac{t_0}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} \right). \quad (18)$$

Отсюда определим коэффициент вариации интервалов поступления:

$$c_{\lambda} = (1 + \lambda t_0)^{-1}. \quad (19)$$

Для определения числовых характеристик распределения (16) воспользуемся преобразованием Лапласа  $B^*(s)$ , приведенным выше. Тогда среднее время обслуживания в системе равно

$$\bar{\tau}_{\mu} = q\mu_1^{-1} + (1-q)\mu_2^{-1} + t_0, \quad (20)$$

второй начальный момент времени обслуживания равен

$$\bar{\tau}_{\mu}^2 = t_0^2 + 2t_0 \left[ \frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2} \right] + \frac{3q}{2\mu_1^2} + \frac{3(1-q)}{2\mu_2^2}. \quad (21)$$

Отсюда квадрат коэффициент вариации времени обслуживания будет равен

$$c_{\mu}^2 = \frac{\mu_1^2 - 2q\mu_2(\mu_1 - \mu_2) + q(1-2q)(\mu_1 - \mu_2)^2}{2[\mu_1 - q(\mu_1 - \mu_2) + t_0\mu_1\mu_2]^2}. \quad (22)$$

Заметим, что коэффициенты вариации  $c_{\lambda} < 1$  и  $c_{\mu} > 0$  при параметре сдвига  $t_0 > 0$ . Таким образом, очевидно, что система М<sup>-</sup>/НЕ<sub>2</sub>/1 относится к типу Г/Г/1.

Рассматривая выражения (17)–(22) как запись метода моментов, найдем неизвестные параметры распределения (15) и (16)  $\lambda, \mu_1, \mu_2, q, t_0$ .

Из (17) получим значение  $t_0 = \bar{\tau}_\lambda - \lambda^{-1}$  и подставив его в (19) найдем параметр распределения (15)  $\lambda = 1/c_\lambda \bar{\tau}_\lambda$ . Тогда параметр сдвига будет связан с параметрами поступлений условием

$$t_0 = \bar{\tau}_\lambda (1 - c_\lambda). \quad (23)$$

Выражение (23) будет определять диапазон изменения параметра сдвига  $t_0 \in (0, 1)$ .

Нахождение параметров распределения (16)  $\mu_1, \mu_2, q$  будет аналогичным нахождению этих параметров для распределения (4). Теперь исходя из вида уравнений (20) положим

$$\mu_1 = 2q/(\bar{\tau}_\mu - t_0), \quad \mu_2 = 2(1-q)/(\bar{\tau}_\mu - t_0), \quad (24)$$

и потребуем выполнения условия (22). Подставив частное решение (24) в (22) решаем полученное уравнение четвертой степени относительно параметра  $q$  с учетом условия  $0 < q < 1$ :

$$q = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3(\bar{\tau}_\mu - t_0)^2}{8[(\bar{\tau}_\mu - t_0)^2 + c_\mu^2 \bar{\tau}_\mu^2]}}$$

а затем определяем из (24) параметры  $\mu_1, \mu_2$ .

Задавая значения  $\bar{\tau}_\lambda, \bar{\tau}_\mu, c_\lambda, c_\mu$  в качестве входных параметров системы, таким образом определяем известным методом моментов все неизвестные параметры распределений (15) и (16).

Теперь рассмотрим влияние параметра сдвига на коэффициенты вариаций распределений. Для экспоненциального закона распределения интервалов между поступлениями требований, параметр сдвига уменьшает коэффициент вариации в  $1 + \lambda t_0$  раз.

Для обычного распределения  $HE_2$  времени обслуживания, квадрат коэффициента вариации, как следует из (12), равен

$$c_\mu^2 = \frac{\mu_1^2 - 2q\mu_2(\mu_1 - \mu_2) + q(1-2q)(\mu_1 - \mu_2)^2}{2[\mu_1 - q(\mu_1 - \mu_2)]^2}.$$

Сравнивая последнее выражение с (22) убеждаемся, что параметр сдвига во времени  $t_0 > 0$  уменьшает коэффициент вариации времени обслуживания в  $1 + \frac{t_0 \mu_1 \mu_2}{[\mu_1(1-q) + \mu_2 q]}$  раз. Теперь, учитывая квадратичную зависимость среднего времени ожидания от коэффициентов вариаций интервалов поступлений и времени обслуживания, убеждаемся в том, что введение параметра сдвига в законы распределения, уменьшает среднее время ожидания в очереди в СМО.

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Ниже в табл. 1 приведены данные расчетов для системы  $M/HE_2/1$  для случаев малой, средней и высокой загрузки  $\rho = 0,1; 0,5; 0,9$ . Для сравнения в правой

колонке приведены данные для близкой системы  $M/H_2/1$ , для которой  $c_\mu \geq 1$  [1].

Таблица 1 – Результаты экспериментов для СМО  $M/HE_2/1$

| Входные параметры |         | Среднее время ожидания |                       |
|-------------------|---------|------------------------|-----------------------|
| $\rho$            | $c_\mu$ | для системы $M/HE_2/1$ | для системы $M/H_2/1$ |
| 0,1               | 0,71    | 0,09                   | –                     |
|                   | 2       | 0,28                   | 0,37                  |
|                   | 4       | 0,94                   | 1,26                  |
|                   | 8       | 3,61                   | 4,81                  |
| 0,5               | 0,71    | 0,75                   | –                     |
|                   | 2       | 2,50                   | 3,33                  |
|                   | 4       | 8,50                   | 11,33                 |
|                   | 8       | 32,50                  | 43,33                 |
| 0,9               | 0,71    | 6,77                   | –                     |
|                   | 2       | 22,50                  | 30,0                  |
|                   | 4       | 76,50                  | 102,0                 |
|                   | 8       | 292,50                 | 390,0                 |

В табл. 1 данные расчетов отличаются вполне закономерно. В формуле Полячека – Хинчина в числителе стоит второй начальный момент времени обслуживания  $\bar{\tau}_\mu^2$ , который для распределения  $HE_2$  равен

$$\bar{\tau}_\mu^2 = \frac{3}{2} \left[ \frac{q}{\mu_1^2} + \frac{(1-q)}{\mu_2^2} \right],$$

$$\bar{\tau}_\mu^2 = 2 \left[ \frac{q}{\mu_1^2} + \frac{(1-q)}{\mu_2^2} \right],$$

что в 4/3 раза больше предыдущего. Поэтому среднее время ожидания в системе  $M/H_2/1$  ровно в 4/3 раза больше, чем в системе  $M/HE_2/1$ .

В таблице 2 приведены расчеты для системы  $M^*/HE_2^*/1$  для случаев малой, средней и высокой загрузки  $\rho = 0,1; 0,5; 0,9$  при значении параметра сдвига  $t_0 = 0,9$  и коэффициентах вариации времени обслуживания  $c_\mu = 0,71; 2; 4; 8$  для системы  $M/HE_2/1$ .

Этим значениям  $c_\mu$  в системе  $M^*/HE_2^*/1$  соответствуют приближенно значения  $c_\mu = 0,37; 1,05; 2,11; 4,21$  в связи с уменьшением коэффициента вариации согласно выражения (22) в результате введения параметра сдвига  $t_0 > 0$ .

Коэффициент вариации интервала во входном потоке  $c_\lambda$  при  $t_0=0,9$  в зависимости от загрузки  $\rho$  принимает значения  $c_\lambda = 0,91; 0,55; 0,19$ . Таким образом, табл. 2 демонстрирует качественное и количественное влияние параметра сдвига  $t_0 > 0$  на числовые характеристики распределений (15) и (16), а также на основную характеристику системы – среднее время ожидания. Коэффициент загрузки  $\rho$  в обеих таблицах определяется отношением средних интервалов  $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda$ . Расчеты, приведенные в табл. 1–2 проведены для нормированного времени обслуживания  $\bar{\tau}_\mu = 1$ .



Таблица 2 – Результаты экспериментов для СМО  $M^*/HE_2/1$  и  $M/HE_2/1$

| Входные параметры |                       | Время ожидания           |                |                |                |                        |             |             |             |
|-------------------|-----------------------|--------------------------|----------------|----------------|----------------|------------------------|-------------|-------------|-------------|
| $\rho$            | $c_\lambda$ \ $c_\mu$ | для системы $M^*/HE_2/1$ |                |                |                | для системы $M/HE_2/1$ |             |             |             |
|                   |                       | $c_\mu = 0,37$           | $c_\mu = 1,05$ | $c_\mu = 2,11$ | $c_\mu = 4,21$ | $c_\mu = 0,71$         | $c_\mu = 2$ | $c_\mu = 4$ | $c_\mu = 8$ |
| 0,1               | 0,91                  | 0,01                     | 0,06           | 0,25           | 0,99           | 0,09                   | 0,28        | 0,94        | 3,61        |
| 0,5               | 0,55                  | 0,07                     | 0,56           | 2,23           | 8,87           | 0,75                   | 2,50        | 8,50        | 32,50       |
| 0,9               | 0,19                  | 0,66                     | 5,01           | 20,08          | 79,80          | 6,77                   | 22,50       | 76,50       | 292,50      |

Данные таблиц 1 и 2 хорошо согласуются с результатами двух моментной аппроксимации [18] в той области изменения параметров, в которой рассмотренные системы применимы.

### 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для пары систем  $M/HE_2/1$  и  $M^*/HE_2/1$ . С помощью этих разложений выведены расчетные выражения для среднего времени ожидания в очереди для указанных СМО в замкнутой форме. Результаты расчетов сравниваются между этими двумя системами, а также с результатами аналогичной системы  $M/H_2/1$ .

Диапазон изменения параметров у системы со сдвинутыми входными распределениями  $M^*/HE_2/1$  шире, чем у обычной системы  $M/HE_2/1$  и поэтому эти системы взаимно дополняют друг друга. Указанные системы с успехом могут быть применены в современной теории телетрафика.

### 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Как и следовало ожидать, введение параметра сдвига  $t_0 > 0$  в законы распределений приводит к уменьшению значений коэффициентов вариации  $c_\lambda$  и  $c_\mu$ . С учетом того факта, что среднее время ожидания в очереди связано с коэффициентами вариаций квадратичной зависимостью, их уменьшение влечет за собой уменьшение времени ожидания в несколько раз. Полученное расчетное выражение расширяет и дополняет известные формулы теории массового обслуживания для среднего времени ожидания для систем  $M/G/1$  и  $G/G/1$  с произвольными законами распределений входного потока и времени обслуживания.

### ВЫВОДЫ

**Научная новизна** полученных результатов заключается в том, что получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для рассматриваемых систем и с их помощью выведены расчетные выражения для среднего времени ожидания в очереди для этих систем в замкнутой форме. Данные многочисленных экспериментов подтверждают полную адекватность полученных теоретических результатов.

**Практическое значение** работы заключается в том, что полученные результаты с успехом могут быть применены в современной теории телетрафика, где задержки пакетов входящего трафика играют первостепенную роль. Для этого необходимо знать числовые характеристики интервалов входящего трафика и времени обслуживания на уровне двух первых

моментов, что не вызывает трудностей при использовании современных анализаторов трафика [9, 10].

**Перспективы дальнейших исследований** просматриваются в продолжении исследования систем  $M/G/1$  и  $G/G/1$  с другими общими входными распределениями и в расширении и дополнении известных формул для среднего времени ожидания.

### ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Тарасов В. Н. Анализ и расчет системы массового обслуживания с запаздыванием / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева, И. А. Блатов // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 11. – С. 51–59.
2. Тарасов В.Н. Расширение класса систем массового обслуживания с запаздыванием / В. Н. Тарасов // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 12. – С. 57–70.
3. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. под редакцией В. И. Неймана / Л. Клейнрок. – М. : Машиностроение, 1979. – 432 с.
4. Brannstrom N. A Queueing Theory analysis of wireless radio systems / N. Brannstrom. – Applied to HS-DSCH. Lulea university of technology, 2004. – 79 p.
5. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods / W. Whitt // Operation Research. – 1982. – № 1. – P. 125–147.
6. Бочаров П. П. Теория массового обслуживания / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин – М. : Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.
7. Тарасов В. Н. Исследование систем массового обслуживания с гиперэкспоненциальными входными распределениями / В. Н. Тарасов // Проблемы передачи информации. – 2016. – № 1. – С. 16–26.
8. Тарасов В.Н. Анализ и сравнение двух систем массового обслуживания с гиперэрланговскими входными распределениями / В.Н. Тарасов // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2018. – № 4. – С. 61–70.
9. Тарасов В. Н. Исследование систем массового обслуживания с сдвинутыми эрланговскими и экспоненциальными входными распределениями / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2019. – № 1. – С.67–76.
10. [HTTPS://tools.ietf.org/html/rfc3393](https://tools.ietf.org/html/rfc3393). RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) (дата обращения: 26.02.2016).
11. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals / A. Myskja // Teletraffic and datatraffic in a Period of Change, ITC-13. Elsevier Science Publishers. – 1991. – P. 683–688.
12. Алиев Т. И. Основы моделирования дискретных систем / Т. И. Алиев – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с.
13. Алиев Т. И. Аппроксимация вероятностных распределений в моделях массового обслуживания / Т. И. Алиев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 2(84). – С 88–93.
14. Aras A. K. Many-server Gaussian limits for overloaded non-Markovian queues with customer abandonment / A. K. Aras, X. Chen & Y. Liu // Queueing Systems. –

2018. – Vol. 89, No. 1. – P. 81–125. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-018-9575-0>
15. Jennings O. B. Comparisons of ticket and standard queues. // O. B. Jennings & J. Pender // Queueing Systems. – 2016. – Vol. 84, No. 1. – P. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>
16. Gromoll H.C., Terwilliger B. & Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times / H. C. Gromoll, B. Terwilliger & B. Zwart // Queueing Systems. – 2018. – Vol. 89, No. 3. – P. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>
17. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates / B. Legros // Queueing Systems. – 2018. – Vol. 89, No. 3. – P. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7>
18. Кругликов В. К. Анализ и расчет сетей массового обслуживания с использованием двумерной диффузионной аппроксимации / В. К. Кругликов, В. Н. Тарасов // Автоматика и телемеханика. – 1983. – № 8. – С. 74–83.

Received 09.07.2019.

Accepted 06.10.2019.

УДК 621.391.1: 621.395

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДВОХ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ М/М<sub>2</sub>/1 ЗІ ЗВИЧАЙНИМИ ТА ЗСУНУТИМИ ВХІДНИМИ РОЗПОДІЛАМИ

**Тарасов В. Н.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри програмного забезпечення та управління в технічних системах Поволзького державного університету телекомунікацій та інформатики, Росія.

**Бахарєва Н. Ф.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інформатики та обчислювальної техніки Поволзького державного університету телекомунікацій та інформатики, Росія.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** В теорії масового обслуговування дослідження приватних систем типу М/М/1 є актуальними в зв'язку з тим, що вони й до сьогодні активно використовуються в сучасній теорії телетрафіку. Була розглянута задача виведення рішення для середнього часу очікування в черзі в замкнутій формі двох систем зі звичайними і зсунутими експонентними і гіперерлангівськими вхідними розподілами.

**Мета роботи.** Отримання рішення для основної характеристики системи – середнього часу очікування вимог в черзі для двох систем масового обслуговування типу М/М/1 і М/М/1 зі звичайними і зсунутими експонентними і гіперерлангівськими вхідними розподілами.

**Метод.** Для вирішення поставленого завдання був використаний класичний метод спектрального розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі. Цей метод дозволяє отримати рішення для середнього часу очікування для розглянутих систем в замкнутій формі. Метод спектрального розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі грає важливу роль в теорії систем М/М/1. Для практичного застосування отриманих результатів було використано відомий метод моментів теорії ймовірностей.

**Результати.** Були отримані спектральні розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі для пари систем, за допомогою яких виведені розрахункові формули для середнього часу очікування в черзі в замкнутій формі. Зрушений експоненціальний розподіл трансформує систему М/М/1 в систему М/М/1.

**Висновки.** Були отримані спектральні розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі для розглянутих систем і з їх допомогою виведені розрахункові формули для середнього часу очікування в черзі для цих систем в замкнутій формі. Ці формули розширюють і доповнюють відомі формули теорії масового обслуговування для середнього часу очікування для систем М/М/1 і М/М/1 з довільними законами розподілів вхідного потоку і часу обслуговування. Такий підхід дозволяє розраховувати середній час очікування для зазначених систем в математичних пакетах для широкого діапазону зміни параметрів трафіку. Всі інші характеристики систем є похідними часу очікування.

Крім середнього часу очікування, такий підхід дає можливість також визначити моменти вищих порядків часу очікування. З огляду на той факт, що варіація затримки пакетів (джиттер) в телекомунікації визначається як дисперсія часу очікування від його середнього значення, то джиттер можна буде визначити через дисперсію часу очікування.

Метод спектрального розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі для розглянутих систем дозволяє отримати рішення в замкнутій формі і ці отримані рішення публікуються вперше.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** гіперерлангівський і експонентний закони розподілу, зсунуті розподіли, інтегральне рівняння Ліндлі, метод спектрального розкладання, перетворення Лапласа.

UDC 621.391.1:621.395

## COMPARATIVE ANALYSIS OF TWO QUEUEING SYSTEMS M/M<sub>2</sub>/1 WITH ORDINARY AND WITH THE SHIFTED INPUT DISTRIBUTIONS

**Tarasov V. N.** – Dr. Sc., Professor, Head of Department of Software and Management in Technical Systems of Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation.

**Bakhareva N. F.** – Dr. Sc., Professor, Head of Department of Informatics and Computer Engineering of Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation.

### ABSTRACT

**Context.** In the queueing theory, studies of particular systems of the M/M/1 type are relevant in that they are still actively used in the modern theory of teletraffic. The problem of finding a solution for the mean waiting time in a queue in the closed form of two systems with ordinary and shifted exponential and hypererlangian input distributions is considered.

**Objective.** Obtaining a solution for the main system characteristic – for the average waiting time in a queue for two queuing systems of type M/G/1 and G/G/1 with conventional and offset exponential and hypererlangian input distributions.

**Method.** To solve this problem, we use the classical method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation. This method allows to obtain a solution for the average waiting time for the systems under consideration in closed form. The method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation plays an important role in the theory of systems G/G/1. For the practical application of the results obtained, the well-known method of moments of probability theory is used.

**Results.** Spectral decompositions of the solution of an integral equation of Lindley for couple of systems by means of which formulas for the average time of waiting in queue in the closed form are received. The shifted exponential distribution transforms the system M/G/1 into the system G/G/1.

**Conclusions.** The spectral decompositions of the solution of the Lindley integral equation for the systems under consideration are obtained and with their help, the formulas for the average waiting time in the queue for these systems in a closed form are derived. These expressions expand and complement the known queuing theory formulas for the average waiting time for M/G/1 and G/G/1 systems with arbitrary laws of input flow and service time distributions. This approach allows us to calculate the average latency for these systems in mathematical packages for a wide range of traffic parameters. All other characteristics of the systems are derived from the waiting time. In addition to the average waiting time, such an approach makes it possible to determine also moments of higher orders of waiting time. Given the fact that the packet delay variation (jitter) in telecommunications is defined as the spread of the waiting time from its average value, the jitter can be determined through the variance of the waiting time. The method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation for the systems under consideration makes it possible to obtain a solution in a closed form and these solutions are published for the first time.

**KEYWORDS:** hypererlangian and exponential distribution laws, shifted distributions, Lindley integral equation, spectral decomposition method, Laplace transform.

## REFERENCES

1. Tarasov V. N., Bakhareva N. F., Blatov I. A. Analysis and calculation of queuing system with delay, *Automation and Remote Control*, 2015, Vol.52, No.11, pp.1945–1951. DOI: 10.1134/S0005117915110041.
2. Tarasov V.N. Extension of the Class of Queueing Systems with Delay, *Automation and Remote Control*, 2018, Vol. 79, No. 12, pp. 2147–2157. DOI: 10.1134/S0005117918120056.
3. Kleinrock L. Теорія масового обслуговування. Moscow, Mashinostroenie Publ, 1979, 432 p.
4. Brannstrom N. A. Queueing Theory analysis of wireless radio systems. Applied to HS-DSCH. Lulea university of technology, 2004, 79 p.
5. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods, *Operation Research*, 1982, Vol. 30, No. 1, pp. 125–147.
6. Bocharov P. P., Pechinkin A. V. Теорія масового обслуговування. Moscow, Publishing House of Peoples' Friendship University, 1995, 529 p.
7. Tarasov V.N. Analysis and comparison of two queueing systems with hypererlangian input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, Vol. 47, No.4, pp.61–70. DOI 10.15588/1607-3274-2018-4-6.
8. Tarasov V.N., Bakhareva N.F. Research of queueing systems with shifted erlangian and exponential input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 48, No.1, pp. 67–76. DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-7.
9. Tarasov V.N. Analysis of queues with hyperexponential arrival distributions. *Problems of Information Transmission*, 2016, Vol. 52, No. 1, pp. 14–23. DOI: 10.1134/S0032946016010038.
10. RFC 3393 [IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM)] Available at: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>. (accessed: 26.02.2016).
11. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. Teletraffic and datatraffic in a Period of Change. ITC-13. Elsevier Science Publishers, 1991, pp. 683–688.
12. Aliev T. I. Osnovy modelirovaniya diskretnyh system. SPb: SPbGU ITMO, 2009, 363 p.
13. Aliev T. I. Approksimaciya veroyatnostnyh raspredelenij v modelyah massovogo obsluzhivaniya, *Nauchno-tekhnicheskij vestnik informacionnyh tekhnologij, mekhaniki i optiki*, 2013, Vol. 84, No. 2, pp. 88–93.
14. Aras A.K., Chen X. & Liu Y. Many-server Gaussian limits for overloaded non-Markovian queues with customer abandonment, *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 1, pp. 81–125. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-018-9575-0>
15. Jennings O.B. & Pender J. Comparisons of ticket and standard queues, *Queueing Systems*, 2016, Vol. 84, No. 1, pp. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>
16. Gromoll H.C., Terwilliger B. & Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times, *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 3, pp. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>
17. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates, *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 3, pp. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7>
18. Kruglikov V. K., Tarasov V. N. Analysis and calculation of queuing-networks using the two-dimensional diffusion-approximation, *Automation and Remote Control*, 1983, Vol. 44, No. 8, pp. 1026–1034.

# НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

## NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

# НЕЙРОІНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

UDC 519.237.8

### A COMPARATIVE STUDY OF CLUSTER VALIDITY INDICES

**Kondruk N. E.** – PhD, Associate professor, Associate Professor of Department of Cybernetics and Applied Mathematics, Uzhgorod National University, Uzhgorod, Ukraine.

#### ABSTRACT

**Context.** Cluster analysis is a method of classification without a teacher, that is, under conditions where preliminary information on the number of clusters is previously unknown. Therefore, defining the optimal number of clusters and test results of partitioning data sets is a complex task and requires further research.

**Objective.** The aim of paper is to study the efficiency of finding the natural data structure by crisp and fuzzy clustering validity indices, when the partition is realized by the clustering method based on fuzzy binary relations and conducting their comparative analysis.

**Method.** For partition of data sets the method based on fuzzy binary relation was used that provides an opportunity to simultaneously conduct crisp and fuzzy grouping of objects by different types of similarity measures. The distance similarity measure, which divides data into ellipsoid clusters, is used in the research. Two synthetic 2-dimensional data sets of a special type are generated, natural clustering of which is possible in two ways. Both sets are Gaussian. The most effective and frequently used groups of crisp and fuzzy cluster validity indices, which allow to find the optimal data set structure are described.

**Results.** The study of estimating the quality of clustering was conducted by means of method of fuzzy binary relations with six indices in two data sets. A comparative analysis of the effectiveness of determining the cluster and sub-cluster data structures by validity indices is made.

**Conclusions.** In practice, for some cluster validity indexes it is important to find not only the global extreme, but also local ones. They can fix the optimal sub-cluster data structure with less separation. To ensure the effectiveness of estimating the quality of clustering and to obtain objective results it is appropriate to take into account not only one index, but several of them. In perspective studies, creating a combined criterion that would join the most effective cluster validity indices by means of method based on fuzzy binary relations by a distance similarity measure is anticipated as well as implementing generalized cluster validity index for any similarity measures of fuzzy binary relations method; developing a software system that would ensure the automatic grouping of objects into clusters by concentric spheres, cones, ellipses without the preliminary determination of the clustering threshold.

**KEYWORDS:** cluster validity indices, cluster, clustering.

#### ABBREVIATIONS

B is a Bensaid partition Index;  
BIC is a Bayesian information criterion;  
CVI is a cluster validity index;  
D is a Dunn's cluster validity index;  
R is a Ren's cluster validity index;  
SSWC is a Simplified silhouette width criterion;  
XB is a Xie and Beni's Index.

#### NOMENCLATURE

$C$  is a set of vector features;  
 $\overline{c}_i(c_1^i, c_2^i, \dots, c_n^i)$  is a feature vector of clustering objects;  
 $d(\ )$  is a distance between clusters;  
 $diam(\ )$  is a cluster diameter;  
 $m$  is a number of clustering objects;

$m_i$  is a number of element in the  $i$ -th cluster;  
 $n$  is a number of feature (dimension of the data sets);  
 $O_i$  is an  $i$ -th clustering object;  
 $r$  is a coefficient of fuzziness;  
 $R$  is a fuzzy binary relation;  
 $R^V$  is a fuzzy binary relation, which characterizes the distance between the feature vectors;  
 $\overline{v}^*$  is a center of the centroid;  
 $\overline{v}_i$  is a centroid of the  $i$ -th cluster;  
 $z$  is a number of clusters;  
 $\mu_{ij}$  is a membership function of the  $j$ -th element to the  $i$ -th cluster;  
 $\mu_R(\ )$  is a membership function of the fuzzy binary relation  $R$ ;

$\mu_{R^*}$  is a clustering threshold using a distance similarity measure;  
 $\rho$  is a some distance metric;  
 $\| \cdot \|$  is the Euclidean metric.

## INTRODUCTION

Cluster analysis is a method of classification without a teacher, that is, under conditions where preliminary information on the number of clusters is previously unknown. It consists in grouping data so that their similarities by some criteria within the same group would be strong and within different – weak. The resulting data partitioning can be crisp where each object belongs to only one cluster and fuzzy if it can simultaneously belong to different clusters with some measure. Obviously, there is a problem of determining the “natural” (“real”) partition, which corresponds to the input data. The solution of this problem makes it possible to estimate the obtained clustering results and choose the “true” structure of the basic data.

This problem occurs for several reasons. Firstly, there is no optimal clustering algorithm. Thus, partition of the same data by different algorithms may give different results, which are not effective in all situations where clustering is needed. Consequently, the process of clustering should perform different partitions and identify the most optimal for each set and each individual task. Secondly most effective methods involve pre-setting the number of clusters in a situation where no such prior information is available. Therefore, in this situation, it's necessary to run an algorithm with different input parameters and then to estimate the resulting partition. The process of assessing how the resulting partition corresponds to the input data set determines the quality of the clustering or cluster validation. This problem is complex and requires further research.

So **the object of study** is the process of cluster validation and **the subject of study** is the cluster validity indices.

In addition, most developed clustering methods provide grouping of objects only by one similarity criterion, usually determined by some metric of distance. In this case, clusters of only ellipsoidal shape are formed. But there are many applied tasks, for example [1] where this kind of grouping objects is inadequate to the determined purpose and ineffective. The method based on fuzzy binary relations [2], makes it possible to group data according to different similarity measures, thus forming clusters in the shape of ellipses, cones and concentric spheres. Additionally, this method allows to conduct crisp and fuzzy clustering simultaneously, so data clustering.

Therefore, **the purpose of the work** is to study the efficiency of finding the natural data structure by crisp and fuzzy clustering validity indices, when the partition is realized by the clustering method based on fuzzy binary relations and conducting their comparative analysis.

To achieve the purpose of the work, the following problems shall be solved:

- to analyze existing cluster validity indices;
- to generate special research data sets;
- to implement the procedure for determining the optimal number of clusters for each data set;
- to make a comparative analysis of the obtained results.

## 1 PROBLEM STATEMENT

Let us consider the general problem of cluster analysis in the following statement.

Let there be given some objects  $O_1, \dots, O_m$ , characterized by  $n$  quantitative features. Each object  $O_i, i = \overline{1, m}$  definitely corresponds to the feature vector  $\overline{c}_i(c_1^i, c_2^i, \dots, c_n^i), i = \overline{1, m}$ .

It is necessary to find the optimal (“natural”) number of clusters in partition of the given objects  $O_i, i = \overline{1, m}$  into homogeneous “similarity” groups (clusters) by means of a method based on fuzzy binary relations and a distance similarity measure. Moreover, a comparative analysis of different types of crisp and fuzzy indices should be done to find the optimal number of clusters on a special data sets with a sub-cluster structure.

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

Estimating the quality of clustering is quite a complicated task. In the general statement, it is difficult to be formulated semantically and it is also difficult to find the appropriate mathematical model for it. But despite that, determining the quality of clustering is a very important task.

Nowadays, there are many cluster validity indices, which are very useful in practice as quantitative measures of determining the optimal structure of the partition. Thus, in paper [3] about 20 different most used CVIs are described. In paper [4] a comparative study was conducted investigating 40 validity indices (basic and modified ones) by their computational complexity on the basis of asymptotic analysis.

The set of papers [5–13] displays a comparison of crisp indices by the possibility of correct determination of the true (natural) number of clusters of different kinds of data sets and according to certain clustering methods. In [5] 8 crisp CVIs were compared on the basis of the  $k$ -means algorithm, in [6] we evaluated the internal and external indices applied to partitioning and density-based clustering algorithms, and the effectiveness of the silhouette index [7] has been stressed out. In [8, 9], a number of indexes was compared on Big Data and it was indicated that the silhouette and Dunn's index [10] give the best results for finding the optimal number of clusters. The works [11, 12] show the effectiveness of the BIC index [13].

In [14, 15] the optimal number of clusters for fuzzy clustering is researched. In [14] five fuzzy indexes were



used while solving the problems of image segmentation, in [15] a comparative analysis of ten fuzzy indexes was made. In these studies and that of [16], the effectiveness of fuzzy indices XB [17] and B [18] is shown.

Thus, it can be noted that different validity indices have some characteristics that may outweigh the others in certain classes of problems. In addition, it is difficult for the user to choose one of CVIs when there is such a variety of them. For this reason, the relevant problem of cluster analysis is to compare the characteristics and effectiveness of existing validation criteria.

In this paper, it is proposed to compare the efficiency of finding the natural number of clusters by CVIs for crisp and fuzzy clustering. A method that provides a crisp and fuzzy partition is the clustering method based on fuzzy binary relations [2, 19, 20]. It makes it possible to conduct partition the clustering of objects by clusters of different geometric shapes (ellipses [2], cones [19] and concentric spheres [20]), according to the chosen similarity measure.

### 3 MATERIALS AND METHODS

#### Clustering method.

As a clustering method, the crisp single-level method is chosen (subsection 6 in [2]) based on fuzzy binary relations. This method is centroidous and allows realize crisp and fuzzy grouping for the same data. These advantages of the method allow to conduct comparative analysis of CVIs for estimation of the crisp and fuzzy clustering results. At the same time, the similarity of objects according to some criterion is characterized by the fuzzy binary relation  $R$  on the set of vector features  $C = \{\bar{c}_i | i = \overline{1, m}\}$  with the membership function  $\mu_R(\bar{c}_i, \bar{c}_j)$ , where  $\mu_R: C^2 \rightarrow [0, 1]$ . In particular, a qualitative change in the type of similarity measure of objects leads to changes in the geometry of clusters. So, in the studies [2, 19, 20], examples are provided showing possible types of similarity measures, which lead to the formation of ellipsoid, conical clusters and clusters in the form of concentric spheres. But the existing criteria for estimating the quality of the partition are developed mostly for ellipsoidal clusters, therefore, for the researching, the similarity measure of “distance” is chosen, which is described by the fuzzy binary relation  $R^V$  [1] and membership function

$$\mu_{R^V}(\bar{c}_i, \bar{c}_j) = e^{-\left(\frac{\rho(\bar{c}_i, \bar{c}_j)}{\Delta}\right)},$$

$$\Delta = \max_{i, j = \overline{1, m}} \rho(\bar{c}_i, \bar{c}_j).$$

#### Cluster validity indices.

The concept of cluster validity is based on compactness and separation.

Compactness means that the elements of the cluster should be closest to each other. This property is expressed, as a rule, by the distance between the internal

elements of the cluster, the density in the middle of the cluster, or the volume occupied by the cluster in a multidimensional space.

Separation displays that the distance between different clusters should be as large as possible. It can be defined as the distance between the closest, most distant neighbours of different clusters, or centroids.

Let us consider the relative metrics that evaluate the quality of clustering by comparing several cluster structures.

A group of crisp cluster validity indices.

1. Dunn’s index [10]:

$$D = \min_{\substack{i, j \in \{1, z\}, \\ i \neq j}} \left\{ \frac{d(i, j)}{\max_{k \in \{1, z\}} \text{diam}(k)} \right\}.$$

Where  $d$  is the distance between the clusters  $i$  and  $j$ , which can be defined as the distance between the two closest elements or between the centroids of clusters,  $\text{diam}(k)$  is the cluster diameter that can be calculated as the maximum distance between the elements of the same cluster. Thus, the Dunn’s index compares the intercluster distance with the diameter of the cluster. It is generally accepted that, if the cluster’s diameter is smaller than the intercluster distance, then the clusters of the resulting structure are compact and separated. Hence, the higher the index value is, the better is the clustering. The Dunn’s index is sensitive to noise and data emissions, in addition, it can not be used when each element forms an isolated cluster.

2. Simplified silhouette width criterion [7].

The silhouette of each cluster is determined. First, for each element  $c_j$  of the cluster  $p$  its “silhouette” is determined:

$$S_{c_j} = \frac{\min_{q \in \{1, z, q \neq p\}} \left( \|\bar{c}_j, \bar{v}_q\| - \|\bar{c}_j, \bar{v}_p\| \right)}{\max \left( \|\bar{c}_j, \bar{v}_p\|, \min_{q \in \{1, z, q \neq p\}} \|\bar{c}_j, \bar{v}_q\| \right)}.$$

Denominator is introduced for normalization. The high value of the index  $S_{c_j}$  characterizes the better belonging of the element  $j$  to the cluster  $p$ . The evaluation of the whole cluster structure is defined as the average for all elements:

$$SSWC = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S_{c_j}.$$

Clearly, the best partitioning is achieved when the SSWC is maximal, it means minimizing the internal cluster distance by maximizing the external cluster distance.

3. Bayesian Information Index [13]:

$$\begin{aligned}
 BIC &= \\
 &= \sum_{i=1}^z \left( m_i \ln \frac{m_i}{m} - \frac{m_i \cdot n}{2} \ln(2\pi) - \frac{m_i}{2} \ln |\Sigma_i| - \frac{m_i - z}{2} \right) - \\
 &\quad - \frac{1}{2} z \ln m, \\
 \Sigma_i &= \frac{1}{m_i - z} \sum_{j=1}^{m_i} \| \bar{c}_j - \bar{v}_i \|^2.
 \end{aligned}$$

The higher the BIC index value is, the better is the clustering model.

If this index for a particular problem increases or decreases monotonously, then the data set structure can be detected using a difference function [11]:

$$DiffFun(z) = BIC(z+1) + BIC(z-1) - 2 \cdot BIC(z).$$

This sequential difference method uses the previous, subsequent and current index values at the same time. The points of the minimum *DiffFun* will determine the optimal number of clusters.

The prospects of application and development of this index is confirmed in [11, 21].

It should be noted: if after grouping a single-element cluster is formed, then it is impossible to use this index.

Group of fuzzy CVIs.

1. The Xie-Beni index [17] tries to find the balance point between fuzzy cluster compactness and separation of clusters to obtain optimal clustering results:

$$XB(z, m) = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^z \sum_{j=1}^{m_i} (\mu_{ij})^r \| \bar{c}_j - \bar{v}_i \|^2}{\min_{i, j, i \neq j} \| \bar{v}_i - \bar{v}_j \|^2}.$$

In the formula, the numerator is the average distance from the different objects to the centroids (used to measure the clusters compactness), and the denominator is the minimum distance between any two centroids, (defines the clusters separation). Less criterion value corresponds to a better partition.

2. Bensaid's index [18]. However, Bensaid et al. found that the size of each cluster had a great influence on the Xie-Beni index and proposed a new index that was insensitive to the number of objects in each cluster. The Bensaid's index is defined as

$$B(z, m) = \frac{\sum_{k=1}^z \sum_{i=1}^m (\mu_{ik})^r \| \bar{c}_k - \bar{v}_i \|^2}{\sum_{k=1}^z \mu_{ik} \sum_{j=1}^z \| \bar{v}_i - \bar{v}_j \|^2}.$$

If the number of clusters will approach the number of objects, then index B, like the XB, will monotonously decrease to 0. Therefore, in this case, it loses the ability to determine optimal clustering. The minimum value is achieved where the clustering is better conducted.

3. Min Ren et al. (R) [22] proposed an index that eliminates this problem:

$$R(z, m) = \frac{\sum_{i=1}^z \sum_{k=1}^m (\mu_{ik})^r \| \bar{c}_i - \bar{v}_k \|^2 + (1/z) \| \bar{v}_k - \bar{v}^* \|^2}{\sum_{i=1}^z \mu_{ik} \cdot (1/(z-1)) \cdot \sum_{j=1}^z \| \bar{v}_j - \bar{v}_k \|^2}.$$

Lower index value indicates better clustering schema.

The described indexes have their disadvantages and advantages. In particular, only the BIC index can determine the optimal single-cluster structure, but only in the case of its nonmonotonicity.

The general procedure for determining the optimal number of clusters for a given data set:

1) setting different clustering thresholds by clustering method based on fuzzy binary relations, we obtain crisp or fuzzy partitioning of the data set and fix the value of the selected CVI;

2) finding local extrema (minima or maxima according to the chosen index) for the fixed values.

## 4 EXPERIMENTS

Data sets.

Given that the validity of machine clustering is determined by its compliance with the in-person classification, the verification of the number of clusters was carried out on the two-dimensional data. This provides an additional visual opportunity to evaluate the clustering result and to find the optimal data set structure.

For the experiment, Gaussian synthetic data, with and without noise were generated. They are of special type because the problem of finding the optimal number of clusters on them can be solved differently. So apart from the optimal cluster structure for them, there is also a "natural" subcluster one.

The first data set "Purity" (Fig. 3a) consists of 135 points and contains 3 groups of clusters without emissions with different densities. In addition, this set is also characterized by subcluster structure of 6 clusters. In general, the natural for "Purity" is the partition into 3 and 6 clusters.

The dataset Noise (Fig. 3b) contains 150 points located with approximately similar density. "Natural" for it is clustering on 2 and 5 clusters.

Scheme of experiment.

For the experiments, a computer program that implements clustering by a single-level method based on fuzzy binary relations with a distance similarity measure and validity indices D, SSWC, BIC, XB, B, R was developed.

The input information for grouping objects is the numerical values  $n$ ,  $m$ ,  $\mu_{R^*}^*$  and the coordinates of the objects' feature-vectors  $\bar{c}_i$ . By setting different clustering thresholds a crisp and fuzzy clustering of data was performed and the values of the indices D, SSWC, BIC, XB, B, R were recorded. Then, for each index, global and local extrema were recorder.

### 5 RESULTS

The results obtained in accordance with the described procedure of section 4 for the datasets “Purity” and “Noise” are listed in Tables 1 and 2.

Table 1 – A fragment of the CVIs value for the “Purity” dataset

| The number of clusters | The clustering threshold | The cluster validity indices |             |       |             |             |             |
|------------------------|--------------------------|------------------------------|-------------|-------|-------------|-------------|-------------|
|                        |                          | D                            | SSWC        | BIC   | XB          | B           | R           |
| 2                      | 0.6                      | 0.76                         | 0.68        | -1151 | 0.24        | 0.49        | 0.50        |
| 3                      | 0.85                     | <b>2.02</b>                  | <b>0.87</b> | -1069 | <b>0.21</b> | <b>0.21</b> | <b>0.49</b> |
| 4                      | 0.88                     | 1.05                         | 0.86        | -1041 | 1.99        | 0.29        | 0.91        |
| 5                      | 0.91                     | 0.64                         | 0.63        | -1034 | 6.25        | <b>0.24</b> | <b>0.86</b> |
| 6                      | 0.92                     | <b>0.73</b>                  | <b>0.85</b> | -984  | <b>4.95</b> | 0.22        | 1.15        |
| 7                      | 0.93                     | 0.55                         | 0.73        | -980  | 9.21        | 0.24        | 1.46        |
| 8                      | 0.94                     | <b>0.63</b>                  | 0.72        | -976  | 13.57       | 0.30        | 2.14        |
| 9                      | 0.95                     | 0.57                         | 0.71        | -966  | 20.07       | 0.37        | 3.03        |
| 10                     | 0.955                    | 0.56                         | 0.67        | -959  | 24.79       | 0.29        | 2.65        |

In tables, colored cells display values of the indexes containing extremes (local or global), and in bold type are global extremes (Fig. 1).

From the obtained results, it is evident that all CVIs have determined the optimal number of clusters for both sets. The indices D, SSWC, XB also correctly defined the subcluster structure, although the index D determined one false partition into 8 clusters for the “Purity” set. Indices B and R correctly determined only the data partition with the largest isolation of clusters. The index R is insensitive

to the smaller divisions of both sets. Index B correctly defined partition of the “Noise” set into 5 clusters, but also recorded the false partition into 7 clusters.

Since BIC monotonically increases for both datasets (Fig. 2a), a difference function was constructed (Fig. 2b).

Fig. 2b shows that the minimum values of the DiffFun curve correctly determine the optimal cluster and subcluster structure for “Purity” and “Noise” data.

To verify the method based on fuzzy binary relations, the partitions of the “Purity” set for 3 and 6 clusters (Fig. 3a) and the “Noise” set for 2 and 5 clusters (Fig. 3b) are presented.

In Fig. 3 solid line conventionally labels the cluster structure of data sets, and dotted line – show a subcluster structure.

Table 2 – A fragment of the CVIs value for the “Noise” dataset

| The number of clusters | The clustering threshold | The cluster validity indices |             |       |             |             |             |
|------------------------|--------------------------|------------------------------|-------------|-------|-------------|-------------|-------------|
|                        |                          | D                            | SSWC        | BIC   | XB          | B           | R           |
| 2                      | 0.75                     | <b>1.49</b>                  | <b>0.84</b> | -1123 | <b>0.08</b> | <b>0.16</b> | <b>0.16</b> |
| 3                      | 0.8                      | 0.79                         | 0.77        | -1084 | 0.59        | 0.20        | 0.41        |
| 4                      | 0.85                     | 0.55                         | 0.54        | -1078 | 1.92        | 0.19        | 0.59        |
| 5                      | 0.91                     | <b>1.04</b>                  | <b>0.78</b> | -1022 | <b>1.56</b> | <b>0.18</b> | 0.71        |
| 6                      | 0.915                    | 0.56                         | 0.73        | -1014 | 6.30        | 0.23        | 0.16        |
| 7                      | 0.917                    | 0.44                         | 0.63        | -1012 | 9.89        | <b>0.17</b> | <b>1.09</b> |
| 8                      | 0.92                     | 0.39                         | 0.59        | -1008 | 12.12       | 0.18        | 1.28        |
| 9                      | 0.9203                   | 0.42                         | 0.56        | -1003 | 12.76       | 0.20        | 1.64        |
| 10                     | 0.9209                   | 0.46                         | 0.55        | -987  | 9.41        | 0.21        | 1.85        |

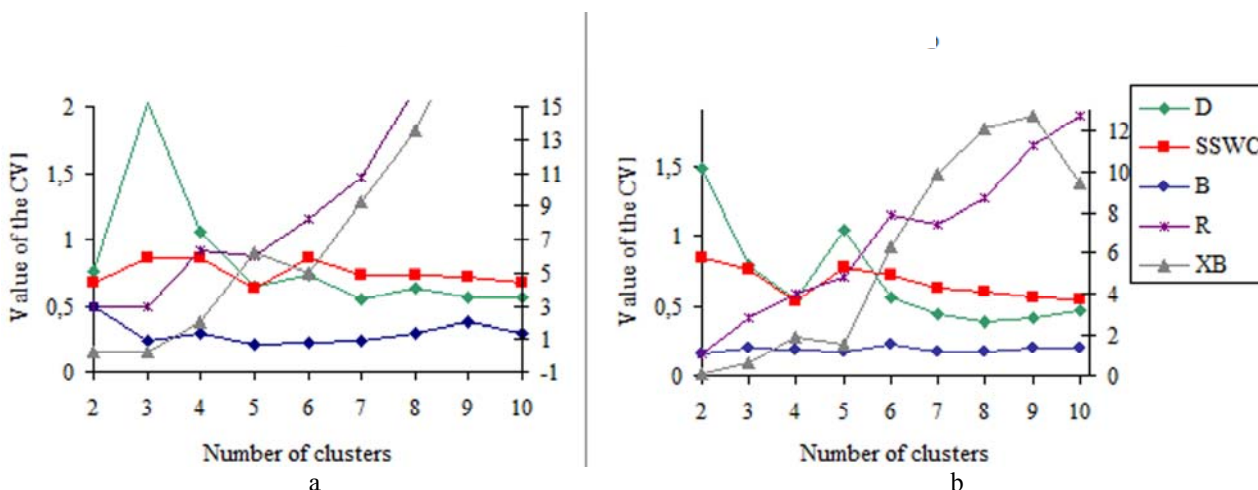


Figure 1 – A fragment of the geometric interpretation of the D, SSWC, B, R, XB values for the “Purity” (a) and the “Noise” (b) datasets

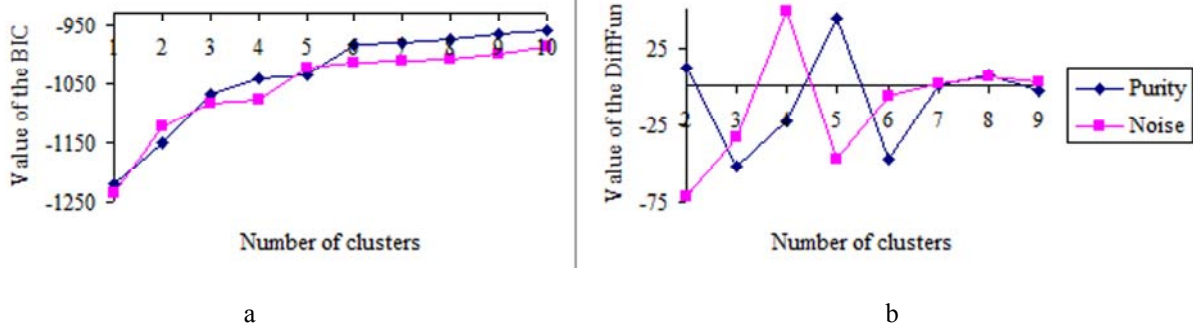


Figure 2 – A fragment of the geometric interpretation of the BIC (a) and the DiffFun (b) values for the both dataset

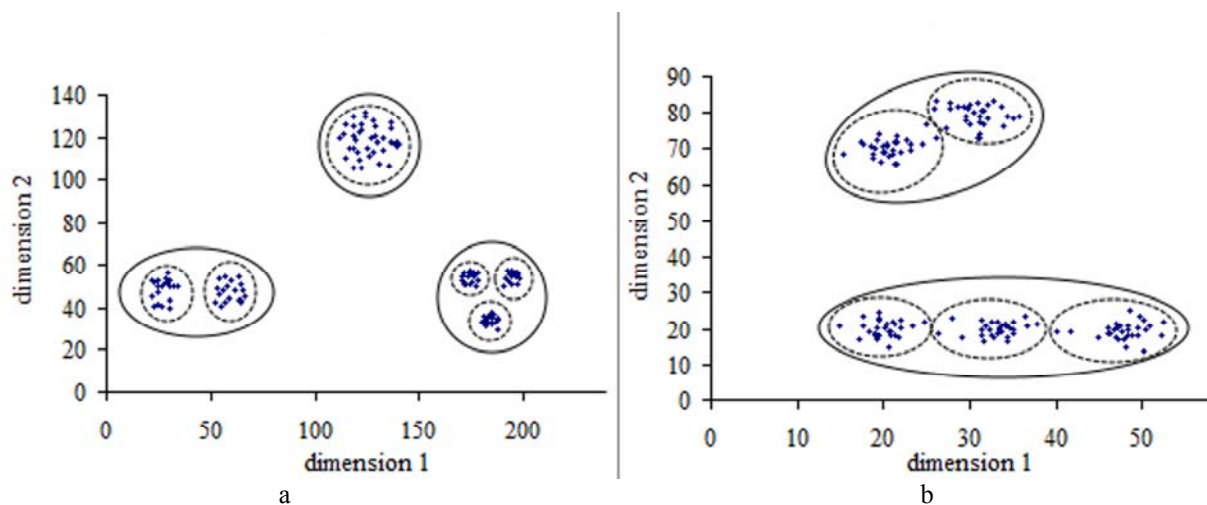


Figure 3 – Geometric interpretation of clustering the “Purity” set (a) and the “Noise” set (b) by means of a method based on fuzzy binary relations

## 6 DISCUSSION

All studied CVIs correctly identified the optimal partition of “Purity” and “Noise” data with the highest cluster separation (isolation). The SSWC, BIC, D, and XB indices also discovered sub-cluster structure in both datasets with a lower separation index. It should be noted that index D also identified one false split of the “Purity” set.

Despite the results of experiments, to ensure the effectiveness of clustering quality estimation and to obtain objective results, it is appropriate to take into account not only one index, but several of them.

To determine the natural number of clusters, most methods involve identifying only the global or first extremum of the corresponding index. In the conducted research it is shown that the identifying of local extremes for the SSWC, BIC, D and XB indices is also important. It’s can record the optimal sub-cluster structure with less separation.

## CONCLUSIONS

The problem of studying the effectiveness of determining the natural structure of data by crisp and fuzzy cluster validity indices and conducting their comparative analysis is being solved.

The scientific novelty of the obtained results is the following.

1. Set of studies were analysed and the most effective CVIs were identified in a crisp and fuzzy group.

2. A study of crisp and fuzzy validity indices applied to clustering method based on fuzzy binary relations by a distance similarity measure has been conducted for the first time.

3. A comparative analysis of the obtained data considering the determining natural cluster and subcluster structure for synthetically generated Gaussian dataset with and without noise is made. The best indices were – SSWC, BIC, XB. Index D has also shown good results, but it can also detect false structures.

4. In practice, for the SSWC, BIC, D, and XB indices it is important not only to find the global extremum but also local ones. They record the optimal sub-cluster data structure with a smaller separation.

The practical significance of obtained results is that the created software implements the clustering method based on fuzzy binary relations and different types of CVIs. It makes it possible to conduct crisp and fuzzy data clustering and to determine dataset natural structure. Experiments showed its effectiveness in solving some classes of cluster analysis problems. Datasets with cluster

and sub-cluster structure were also generated in the work. They can be used by other researchers in their experiments.

This work is a continuation and development of previous research [2, 19, 20]. In the future it is supposed to use the obtained results for:

– development of a combined criterion that would join the SSWC, XB, BIC indices and would determine optimal structure clustering applied to a method based on fuzzy binary relations by distance similarity measure;

– construction of a generalized cluster validity index for any similarity measures of fuzzy binary relations method;

– development of a decision support system that would ensure the automatic grouping of objects by concentric spheres, cones, ellipses clusters without the preliminary determination of the clustering threshold.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by the state budget scientific research project of Uzhgorod National University “Development of mathematical models and methods for data processing and data mining” (state registration number 0115U004630).

#### REFERENCES

1. Kondruk N. E. Decision Support System for automated diets, *Management of Development of Complex Systems*, 2015, Issue. 23(1), pp. 110–114.
2. Kondruk N. Clustering method based on fuzzy binary relation, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2017, Vol. 2, No. 4(86), pp. 10–16. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.94961
3. Ghosh A., De Rajat K. Identification of certain cancer-mediating genes using Gaussian fuzzy cluster validity index *Journal of biosciences*, 2015, Vol. 40, No. 4, pp. 741–754. DOI: 10.1007/s12038-015-9557-x
4. Vendramin L., Campello R. J. G. B., Hruschka E. R. Relative clustering validity criteria: A comparative overview, *Statistical analysis and data mining: the ASA data science journal*, 2010, Vol. 3, No. 4, pp. 209–235. DOI: 10.1002/sam.10080
5. Meroufel H., Mahi H., Farhi N. Comparative Study between Validity Indices to Obtain the Optimal Cluster, *International Journal of Computer Electrical Engineering*, 2017, Vol. 9, No. 1, pp. 1–8. DOI: 10.17706/IJCEE.2017.9.1.343-350
6. Tomasini C. A Study on the Relationship between Internal and External Validity Indices Applied to Partitioning and Density-based Clustering Algorithms, *ICEIS (I)*, 2017, pp. 89–98. DOI: 10.5220/0006317000890098
7. Rousseeuw P. J. Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis, *Journal of computational and applied mathematics*, 1987, Vol. 20, pp. 53–65. DOI: 10.1016/0377-0427(87)90125-7
8. Luna-Romera J. M., García-Gutiérrez J., Martínez-Ballesteros M., Santos J. An approach to validity indices for clustering techniques in Big Data, *Progress in Artificial Intelligence*, 2018, Vol. 7, No. 2, pp. 1–14. DOI: 10.1007/s13748-017-0135-3
9. Sivogolovko E. V. Methods for assessing the quality of clear clustering, *Computer tools in education*, 2011, No. 4 (96), pp. 14–31.
10. Dunn J. C. Well-separated clusters and optimal fuzzy partitions, *Journal of cybernetics*, 1974, Vol. 4, No. 1, pp. 95–104. DOI: 10.1080/01969727408546059
11. Estiri H., Omran B. A., Murphy S. N. Kluster: An Efficient Scalable Procedure for Approximating the Number of Clusters in Unsupervised Learning, *Big data research*, 2018, Vol. 13, pp. 38–51. DOI: 10.1016/j.bdr.2018.05.003
12. Zhao Q., Hautamaki V., Fränti P. Knee point detection in BIC for detecting the number of clusters, *International conference on advanced concepts for intelligent vision systems: ACIVS 2008, LNCS 5259*, 2008, pp. 664–673. DOI: 10.1007/978-3-540-88458-3\_60
13. Fraley C., Raftery A. E. How many clusters? Which clustering method? Answers via model-based cluster analysis, *The computer journal*, 1998, Vol. 41, No. 8, pp. 578–588. DOI: 10.1093/comjnl/41.8.578
14. Gamarra D. F. T. Fuzzy image segmentation using validity indexes correlation, *International Journal of Computer Science and Information Technology*, 2015, Vol. 7, No. 3, pp. 15–26.
15. Zhou K., Ding S., Fu C., Yang S. L. Comparison and weighted summation type of fuzzy cluster validity indices, *International Journal of Computers Communications & Control*, 2014, Vol. 9, No. 3, pp. 370–378. DOI: 10.15837/ijccc.2014.3.237
16. Meroufel H., Mahi H., Farhi N. Comparative Study between Validity Indices to Obtain the Optimal Cluster, *International Journal of Computer Electrical Engineering*, 2017, Vol. 9, No. 1, pp. 1–8.
17. Xie X. L., Beni B. G. A validity measure for fuzzy clustering, *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 1991, Vol. 13, No. 8, pp. 841–847. DOI: 10.1109/34.85677
18. Bensaid A. M., Hall L. O., Bezdek J. C. Validity-guided (re)clustering with applications to image segmentation, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1996, Vol. 4, No. 2, pp. 112–123. DOI: 10.1109/91.493905
19. Kondruk, N. E. Some methods of automatic grouping of objects, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2014, Vol. 2, Issue № 4 (68), pp. 20–24.
20. Kondruk N. Use of length-based similarity measure in clustering problems, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, No. 3 (46), pp. 98–105. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-3-11.
21. Teklehaymanot F. K., Muma M., Zoubir A. M. Novel Bayesian cluster enumeration criterion for cluster analysis with finite sample penalty term, *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 15–20 April 2018*, Calgary, ICASSP, 2018, pp. 4274–4278. DOI: 10.1109/ICASSP.2018.8462172
22. Ren M., Peiyu L., Zhihao W., Jing Y. A self-adaptive fuzzy c-means algorithm for determining the optimal number of clusters, *Computational intelligence and neuroscience*, 2016, Vol. 2016, pp. 1–12.

Received 09.06.2019.

Accepted 25.09.2019.

## ПОРІВНЯЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ОЦІНКИ ЯКОСТІ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ

**Кондрук Н. Е.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри кібернетики і прикладної математики Ужгородського національного університету, Ужгород, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Кластерний аналіз є методом класифікації без учителя, тобто в умовах коли попередня інформація про кількість кластерів заздалегідь невідома. Тому, знаходження оптимальної кількості кластерів і перевірка результатів розбиття наборів даних є складною задачею і потребує додаткових досліджень.

Метою дослідження є вивчення ефективності знаходження природної структури даних чіткими та нечіткими індексами якості кластеризації реалізованої методом кластеризації оснований на нечітких бінарних відношеннях та проведення їх порівняльного аналізу.

**Методи.** Для розбиття наборів даних використано метод заснований на нечітких бінарних відношеннях, який дозволяє одночасно проводити чітку та нечітку кластеризацію об'єктів за різними видами мір подібності. В роботі використана міра подібності «відстань», яка розбиває дані на еліпсоїдні кластери. Згенеровано два синтетичні набори двовимірних даних спеціального виду, природна кластеризація яких можлива двома способами. Обидва набори є гаусівськими. Описано найбільш ефективні та використовувані групи чітких та нечітких індексів якості кластеризації, що дозволяють виявити оптимальну структуру даних.

**Результати.** Проведено дослідження оцінки якості кластеризації методом заснованим на нечітких бінарних відношеннях шістьма індексами на двох наборах даних. Зроблено порівняльний аналіз ефективності визначання індексами якості кластерної та підкластерної структури даних.

**Висновки.** На практиці для деяких індексів достовірності розбиття важливим є знаходження не тільки глобального екстремуму, а й локальних. Вони можуть фіксувати оптимальну підкластерну структуру даних із меншим показником розділення. Для забезпечення ефективності оцінки якості кластеризації та отримання об'єктивного результату доцільним є врахування не одного індексу, а декількох. В перспективних дослідженнях передбачається побудова комбінованого критерію, що поєднував би найефективніші індекси оцінки кластеризації методом заснованим на нечітких бінарних відношеннях за відстаневою мірою подібності; створення узагальненого індексу якості кластеризації за будь-якою мірою подібності методу нечітких бінарних відношень; розробка програмної системи, що забезпечить автоматичне групування об'єктів на кластери концентричними сферами, конусами, еліпсами без попереднього визначення порогу кластеризації.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** індекси оцінки якості кластеризації, кластер, кластеризація.

## СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА КЛАСТЕРИЗАЦИИ

**Кондрук Н. Э.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, Ужгород, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Кластерный анализ является методом классификации без учителя, то есть в условиях, когда предварительная информация о количестве кластеров заранее неизвестна. Поэтому, нахождение оптимального количества кластеров и проверка результатов разбиения наборов данных является сложной задачей и требует дополнительных исследований.

Целью исследования является изучение эффективности нахождения естественной структуры данных четкими и нечеткими индексами качества кластеризации основанной на нечетких бинарных отношениях и проведения их сравнительного анализа.

**Методы.** Для разбиения наборов данных использован метод основанный на нечетких бинарных отношениях, который позволяет одновременно проводить четкую и нечеткую кластеризацию объектов по различным видам мер сходства. В работе использована мера сходства «расстояние», которая разбивает данные на эллипсоидные кластеры. Сгенерировано два синтетические набора двумерных данных специального вида естественная кластеризация которых возможна двумя способами. Оба набора являются гауссовскими. Описаны наиболее эффективные и используемые группы четких и нечетких индексов качества кластеризации, позволяющие выявить оптимальную структуру данных.

**Результаты.** Проведено исследование оценки качества кластеризации методом основанным на нечетких бинарных отношениях шестью индексами на двух наборах данных. Сделан сравнительный анализ эффективности определения индексами качества кластерной и подкластерной структуры данных.

**Выводы.** На практике для некоторых индексов достоверности разбиения важным является нахождение не только глобального экстремума, но и локальных. Они могут фиксировать оптимальную подкластерную структуру данных с меньшим показателем разделения. Для обеспечения эффективности оценки качества кластеризации и получения объективного результата целесообразно учитывать не один индекс, а несколько. В перспективных исследованиях предполагается построение комбинированного критерия, сочетающего эффективные индексы оценки кластеризации методом основанным на нечетких бинарных отношениях по степени сходства «расстояние»; создание обобщенного индекса качества кластеризации по любой степени сходства метода нечетких бинарных отношений; разработка программной системы, которая обеспечит автоматическое группирование объектов на кластеры концентрическими сферами, конусами, эллипсами без предварительного определения порога кластеризации.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** индексы оценки качества кластеризации, кластер, кластеризация.



**ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA**

1. Kondruk N. E. Decision Support System for automated diets / N. E. Kondruk // Management of Development of Complex Systems. – 2015. – Issue 23 (1). – P. 110–114.
2. Kondruk N. Clustering method based on fuzzy binary relation / N. Kondruk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol. 2, № 4 (86). – P. 10–16. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.94961
3. Ghosh A. Identification of certain cancer-mediating genes using Gaussian fuzzy cluster validity index / A. Ghosh, K. De Rajat // Journal of biosciences. – 2015. – Vol. 40, № 4. – P. 741–754. DOI: 10.1007/s12038-015-9557-x
4. Vendramin L. Relative clustering validity criteria: A comparative overview / L. Vendramin, R. J. G. B. Campello, E. R. Hruschka // Statistical analysis and data mining: the ASA data science journal. – 2010. – Vol. 3, № 4. – P. 209–235. DOI: 10.1002/sam.10080
5. Meroufel H. Comparative Study between Validity Indices to Obtain the Optimal Cluster / H. Meroufel, H. Mahi, N. Farhi // International Journal of Computer Electrical Engineering. – 2017. – Vol. 9, № 1. – P. 1–8. DOI: 10.17706/IJCEE.2017.9.1.343-350
6. Tomasini C. A Study on the Relationship between Internal and External Validity Indices Applied to Partitioning and Density-based Clustering Algorithms / C. Tomasini // ICEIS (1). – 2017. – P. 89–98. DOI: 10.5220/0006317000890098
7. Rousseeuw P. J. Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis / P. J. Rousseeuw // Journal of computational and applied mathematics. – 1987. – Vol. 20. – P. 53–65. DOI: 10.1016/0377-0427(87)90125-7
8. An approach to validity indices for clustering techniques in Big Data / [J. M. Luna-Romera, J. García-Gutiérrez, M. Martínez-Ballesteros, J. Santos] // Progress in Artificial Intelligence. – 2018. – Vol. 7, № 2. – P. 1–14. DOI: 10.1007/s13748-017-0135-3
9. Sivogolovko E. V. Methods for assessing the quality of clear clustering / E. V. Sivogolovko // Computer tools in education. – 2011. – № 4 (96). – P. 14–31.
10. Dunn J. C. Well-separated clusters and optimal fuzzy partitions / J. C. Dunn // Journal of cybernetics. – 1974. – Vol. 4, № 1. – P. 95–104. DOI: 10.1080/01969727408546059
11. Estiri H. Kluster: An Efficient Scalable Procedure for Approximating the Number of Clusters in Unsupervised Learning / H. Estiri, B. A. Omran, S. N. Murphy // Big data research. – 2018. – Vol. 13. – P. 38–51. DOI: 10.1016/j.bdr.2018.05.003
12. Zhao Q. Knee point detection in BIC for detecting the number of clusters / Q. Zhao, V. Hautamaki, P. Fränti // International conference on advanced concepts for intelligent vision systems: ACIVS 2008, LNCS 5259, 2008. – P. 664–673. DOI: 10.1007/978-3-540-88458-3\_60
13. Fraley C. How many clusters? Which clustering method? Answers via model-based cluster analysis / C. Fraley, A. E. Raftery // The computer journal. – 1998. – Vol. 41, № 8. – P. 578–588. DOI: 10.1093/comjnl/41.8.578
14. Gamarra D. F. T. Fuzzy image segmentation using validity indexes correlation/ D. F. T. Gamarra // International Journal of Computer Science and Information Technology. – 2015. – Vol. 7, № 3. – P. 15–26.
15. Zhou K. Comparison and weighted summation type of fuzzy cluster validity indices / K. Zhou, S. Ding, C. Fu, S. L. Yang // International Journal of Computers Communications & Control. – 2014. – Vol. 9, № 3. – P. 370–378. DOI: 10.15837/ijccc.2014.3.237
16. Meroufel H. Comparative Study between Validity Indices to Obtain the Optimal Cluster / H. Meroufel, H. Mahi, N. Farhi // International Journal of Computer Electrical Engineering. – 2017. – Vol. 9, № 1. – P. 1–8.
17. Xie X. L. A validity measure for fuzzy clustering / X. L. Xie, B. G. Beni // IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence. – 1991. – Vol. 13, № 8. – P. 841–847. DOI: 10.1109/34.85677
18. Bensaid A. M. Validity-guided (re)clustering with applications to image segmentation/ A. M. Bensaid, L. O. Hall, J. C. Bezdek // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 1996. – Vol. 4, № 2. – P. 112–123. DOI: 10.1109/91.493905
19. Kondruk N. E. Some methods of automatic grouping of objects / N. E. Kondruk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2014. – Vol. 2, Issue № 4 (68). – P. 20–24.
20. Kondruk N. Use of length-based similarity measure in clustering problems/ N. Kondruk // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2018. – № 3 (46). – P. 98–105. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-3-11.
21. Teklehaymanot F. K. Novel Bayesian cluster enumeration criterion for cluster analysis with finite sample penalty term / F. K. Teklehaymanot, M. Muma, A. M. Zoubir // 2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 15–20 April 2018 – Calgary: ICASSP, 2018. – P. 4274–4278. DOI: 10.1109/ICASSP.2018.8462172
22. A self-adaptive fuzzy c-means algorithm for determining the optimal number of clusters / [M. Ren, L. Peiyu, W. Zhihao, Y. Jing // Computational intelligence and neuroscience. – 2016. – Vol. 2016. – P. 1–12.

## MODIFICATION AND PARALLELIZATION OF GENETIC ALGORITHM FOR SYNTHESIS OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

**Leoshchenko S. D.** – Postgraduate student of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

**Oliinyk A. O.** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

**Subbotin S. A.** – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

**Lytvyn V. A.** – Postgraduate student of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

**Shkarupylo V. V.** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Computer Systems and Networks National University of Life and Environmental Sciences, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** The problem of automation synthesis of artificial neural networks for further use in diagnosing, forecasting and pattern recognition is solved. The object of the study was the process of synthesis of ANN using a modified genetic algorithm.

**Objective.** The goals of the work are the reducing the synthesis time and improve the accuracy of the resulting neural network.

**Method.** The method of synthesis of artificial neural networks on the basis of the modified genetic algorithm which can be implementing sequentially and parallel using MIMD – and SIMD-systems is proposed. The use of a high probability of mutation can increase diversity within the population and prevent premature convergence of the method. The choice of a new best specimen, as opposed to a complete restart of the algorithm, significantly saves system resources and ensures the exit from the area of local extrema. The use of new criteria for adaptive selection of mutations, firstly, does not limit the number of hidden neurons, and, secondly, prevents the immeasurable increase in the network. The use of uniform crossover significantly increases the efficiency, as well as allows emulating other crossover operators without problems. Moreover, the use of uniform crossover increases the flexibility of the genetic algorithm. The parallel approach significantly reduces the number of iterations and significantly speedup the synthesis of artificial neural networks.

**Results.** The software which implements the proposed method of synthesis of artificial neural networks and allows to perform the synthesis of networks in sequentially and in parallel on the cores of the CPU or GPU.

**Conclusions.** The experiments have confirmed the efficiency of the proposed method of synthesis of artificial neural networks and allow us to recommend it for use in practice in the processing of data sets for further diagnosis, prediction or pattern recognition. Prospects for further research may consist in the introduction of the possibility of using genetic information of several parents to form a new individual and modification of synthesis methods for recurrent network architectures for big data processing.

**KEYWORDS:** data sample, synthesis, artificial neural network, genetic algorithm, neuroevolution, mutation.

### ABBREVIATIONS

ANN is an artificial neural net;  
EA is an evolutionary algorithm;  
ESP is an enforced subpopulations;  
MGA is a modified genetic algorithm;  
NEAT is a neural evolution through augmenting to-  
pologies;  
PMG is a parallel modified genetic algorithm;  
RAM is a random access memory;  
RV is a random value;  
SANE is a symbiotic adaptive neuroevolution.

### NOMENCLATURE

$FB$  is a feedback connection between neurons;  
 $f_{comp.diff}$  is a criterion which characterizes the condi-  
tional complexity of the network;  
 $f_{con}$  is a criterion which characterizes the degree of  
connectedness of neurons in the network;  
 $f_{fitness}$  is a fitness function of the individual;  
 $f_{top.diff}$  is a criterion which characterizes the com-  
plexity of the network;

$G$  is a generation of the individuals;  
 $g_{Ind}$  is a genes (genetic information) of the individ-  
ual;  
 $Ind$  is an individual from the population (generation);  
 $N_h$  is a hidden neuron;  
 $N_i$  is an input neuron;  
 $N_o$  is an output neuron;  
 $NN$  is a neural net or individual from the population  
(generation);  
 $P$  is a population of the individuals (neural nets);  
 $P_{convergence}$  is a probability of early convergence of  
the method;  
 $p_{mut}$  is a probability of mutation;  
 $w$  is a connection between neurons.

### INTRODUCTION

The choosing of topology and configuration the weights of connections of the ANN are the most important stages in the use of neural network technologies for solving practical problems [1–7]. From these stages de-

depends on the quality (adequacy) of the obtained neuronet models, control systems, etc.

Synthesis of ANNs by the traditional method is performed, in fact, through trial and error. The researcher sets the number of layers of neurons, as well as the structure of connections between them (the presence/absence of recurrent connections), and then analyzes the result. That is, ANNs is trained using any method, and then tested on a test sample. If the results of the synthesis meet the specified criteria, the task of building the ANN is considered to be completed successfully; otherwise, the process is repeated with other values of the output parameters [8–15].

Of course, the rapid development of the theory and practice of the using of genetic algorithms, forced researchers to look for ways to apply them to the problem of searching optimal structure of ANN (the evolution of neural networks or neuroevolution). This decision becomes even more logical if drawing a parallel with the real world, that is, if the idea of ANNs is borrowed from the nature, then the evolution of the nervous system with the subsequent formation and development of the brain is an example of solving such a problem [16, 17].

**The object of study** is the process of synthesis of ANN using a modified genetic algorithm.

For the decision of tasks of choosing the topology of ANN, and settings of the weights of all neurons and rigorous methods to date do not exist. The proposed solutions are aimed at solving local problems, through which the structure of the ANN is unsatisfactory, and the training time is large. In this case, it must to create a network and make calculations again. Even less attention is paid to the construction of multilayer asymmetric ANNs, characterized by complexity and multivariance.

**The subject of study** is the sequential and parallel method of synthesis of ANNs.

To date, there are several methods for the synthesis of ANNs, based on the use of evolutionary algorithms, however, it should be noted that most of these methods have similar disadvantages: a considerable time and a highly-iterative nature. Therefore, the paper proposes two approaches: a MGA and PMGA for the synthesis of ANNs.

**The purpose of the work** is to reduce the synthesis time and improve the accuracy of the resulting ANN. Additionally, determine the feasibility of using parallel implementation of MGA.

## 1 PROBLEM STATEMENT

The basis of ANNs are neurons with a structure similar to biological analogues. Each neuron can be represented as a microprocessor with several inputs and one output. When neurons are joined together, a structure is formed, which calls a neural network [18]. Vertically aligned neurons form layers: input, hidden and output. The number of layers determines the complexity and, at the same time, the functionality of the network, which is not fully investigated.

For researchers, the first stage of creating a network is the most difficult task. The following recommendations are given in the literature [10].

1) the number of neurons in the hidden layer is determined empirically, but in most cases used the rule  $N_h \leq N_i + N_o$ ;

2) increasing the number of inputs and outputs of the network leads to the need to increase the number of neurons in the hidden layer;

3) for the ANNs modeling multistage processes required additional hidden layer, but, on the other hand, the addition of hidden layers may lead to overwriting and the wrong decision at the output of the network.

Based on this, we present the problem as follows: for the synthesis of ANN ( $NN$ ) it is necessary to determine the set of neurons  $N = \{N_i, N_o, N_h\}$ , what consists of subsets of input  $N_i = \{N_{i_1}, N_{i_2}, \dots, N_{i_n}\}, n = 1, 2, \dots, |N_i|$ , output  $N_o = \{N_{o_1}, N_{o_2}, \dots, N_{o_n}\}, n = 1, 2, \dots, |N_o|$  and hidden neurons  $N_h = \{N_{h_1}, N_{h_2}, \dots, N_{h_n}\}, n = 1, 2, \dots, |N_h|$  and a lot of weights of connections between neurons  $w = \{w_i\}$ . Having determined the values of the elements of the sets, we can consider the synthesis of ANN – complete.

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

The combination of ANNs and EA makes it possible to combine the flexibility of setting ANNs and adaptability EA, which allows to implement a largely unified approach to solving a wide range of problems of classification, approximation and modeling [19–29].

The first work on the use of EA for training and setting up ANN's, appeared about 20 years ago [30–31]. Research in this area is usually associated with the following tasks:

- searching for the values of weights of connections ANNs with a fixed structure;
- setting the structure of the ANN without first finding the weights of connections;
- setting the parameters of the training algorithm;
- setting parameters of neuronal activation functions;
- filtering training data;
- various combinations of the above tasks.

Neuroevolution approach for simultaneous solution of two main tasks of the synthesis of ANNs: setting the weights of connections and the structure of ANN, allows compensating to some extent the disadvantages, inherent in each of them separately and combining their advantages [32–35]. On the other hand, the price of it is a huge searching space, as well as combining a number of disadvantages caused by the using of the evolutionary approach. Summing up, we list the advantages and disadvantages.

The advantages include:

- 1) independence from the structure of ANN and characteristics of neuronal activation functions;
- 2) the ability to automatically search for the ANN topology and obtain a more accurate neural network model.

As noted, the synchronous solution of two problems avoids some difficulties. So the appearance of individuals in the population, which correspond to ANNs with different topologies, reduces the importance of the problem of competing solutions, and the availability of information about the weights of connections allows to bypass the problem of subjective assessment of the structure of ANN [33], due to the fact that the structure of the neural network is not estimated, but the entire ANN completely.

However, there are other disadvantages:

1) the complexity of fine-tuning the connections weights in the later stages of evolutionary search;

2) large, compared with gradient algorithms, the requirements for the amount of RAM through the use of the population of ANNs;

3) the complexity of the organization of search topology ANN.

Despite the fact that in most of the works devoted to the neuroevolutionary approach, only a theoretical approach to solving the problems of neural network optimization is proposed, several methods can be found that are recognized as promising and worthy of attention [32–39].

From the early works of noteworthy cellular Frederick Gruau method [40–42] uses a special grammar for the representation of neural network structures. One individual represented an entire neural network, with each neuron considered as a biological cell, and the growth of the network was determined through the mechanisms of sequential and parallel “division” of neurons i.e. cells. However, this method involves the implementation of a large number of specific operators that provide simulation of cell activity.

The SANE [43, 44] method uses a different approach. It is consider the development of two independent populations, one of which individuals are separate neurons, and the other contains information about the structures of an artificial neural network. The disadvantages of this method include the fact that the number of hidden neurons and connections is limited.

The ESP method [45, 46] is a development of the sane method. Its main difference is that the network structure is fixed and is given a priori. The population of neurons is divided into subpopulations, in each of which the evolution is independent. Due to parallelization of the solution search, as well as simplification of the problem due to the rejection of the evolution of the artificial neural network structure, ESP works much faster than SANE, sometimes by an order of magnitude, but for the successful operation of the method it is required to choose the appropriate structure of the neural network [47].

One of the most potentially successful attempts to get rid of the disadvantages of direct coding while preserving all its advantages is the method proposed in 2002, called NEAT [48, 49]. Designed by Kenneth Stanley, the NEAT method allows customizing the structure of the network, and without restrictions on its complexity. The solution proposed by the authors is based on the biological concept of homologous genes (alleles), as well as on the existence in nature of the synapsis process – the alignment of homologous genes before the crossover. The technique assumes that two genes (in two different individuals) are

homologous if they are the result of the same mutation in the past. In other words, with each structural mutation (gene addition), a new gene is assigned a unique number, which then does not change during evolution. The method uses a number of techniques, such as historical labels and specialization of individuals, to make the process of evolution significantly more efficient [50].

Summing up, it can be noted that the joint use of evolutionary methods and artificial neural networks allows us to solve the problems of configuration and training of artificial neural networks both individually and simultaneously. One of the advantages of this synthesized approach is largely a unified approach to solving a variety of problems of classification, approximation, control and modeling. The use of qualitative evaluation of the functioning of artificial neural networks allows the use of neuroevolutionary methods to solve the problems of the study of adaptive behavior of intelligent agents, the search for game strategies, signal processing. Despite the fact that the number of problems and open questions concerning the development and application of neuroevolutionary methods (coding methods, genetic operators, methods of analysis, etc.) is large, often for the successful solution of the problem with the use of neuroevolutionary method adequate understanding of the problem and neuroevolutionary approach, as evidenced by a large number of interesting and successful works in this direction [33–36].

### 3 MATERIALS AND METHODS

The paper proposes a consistent implementation of MGA for the synthesis of ANN.

In the method, which is proposed to find a solution using a population of neural networks:  $P = \{NN_1, NN_2, \dots, NN_n\}$ , that is, each individual is a separate ANN  $Ind_i \rightarrow NN_i$  [51]. During initialization population divided into two halves, the genes  $g_{Ind_i} = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$  of the first half of the individuals is randomly assigned  
 $g_{Ind_i} = \{g_1 = \text{Rand}, g_2 = \text{Rand}, \dots, g_n = \text{Rand}\}$ . Genes of the second half of the population are defined as the inversion of genes of the first half  
 $g_{Ind_i} = \{\overline{g_1} = \text{Rand}, \overline{g_2} = \text{Rand}, \dots, \overline{g_n} = \text{Rand}\}$ . This allows for a uniform distribution of single and zero bits in the population to minimize the probability of early convergence of the method:  $P_{convergence} \rightarrow \min$ .

After initialization, all individuals have coded networks in their genes without  $N_h$ , and all  $N_i$  are connected to each  $N_o$ . That is, at first, all the presented ANNs differ only in the weights of the interneuron connection  $w_i$ . In the process of evaluation, based on the genetic information of the individual under consideration, a neural network is first built, and then its performance is checked, which determines the  $f_{fitness}$  of the individual [51–53]. After evaluation, all individuals are sorted in order of reduced fitness, and a more successful half of the

sorted population is allowed to cross, with the best individual immediately moving to the next generation. In the process of reproduction, each individual is crossed with a randomly selected individual from among those selected for crossing. The resulting two descend-ants are added to the new generation:  $G = P = \{Ind_1, Ind_2, \dots, Ind_n\}$ . Once a new generation is formed the mutation operator starts working. However, it is important to note that the selection of the truncation significantly reduces the diversity within the population, leading to an early convergence of the algorithm, so the probability of mutation is chosen to be rather large:  $p_{mut} = 15 - 25\%$  [51].

If the best individual in the population does not change within a certain number of generations (by default, it is proposed to set this number at seven), a new best individual is selected from the queue. This approach significantly saves time and resources of the system, in contrast to the complete restart of the method, but also allows implementing the exit from the area of local extrema due to the relief of the objective function, as well as a large degree of reliability of individuals in one generation.

It should be noted that the number of hidden neurons is theoretically unlimited. To regulate the size of the resulting networks, three criteria are used: the criteria for regulating the size and direction of development of the network, allowing at the stage of mutation to adaptively choose which type of structure transformation is more suitable for this network.

Obviously, the chosen method of coding requires special genetic operators that implement crossover and mutation.

The uniform crossover operator is one of the most efficient recombination operators in the standard genetic algorithm [54–56].

Uniform crossover is performed according to a randomly selected pattern that indicates which genes should be inherited from the first father (other genes are taken from the second parent). That is, the General rule of uniform crossing can be represented as follows:

$$\begin{aligned} \text{Crossover}(Ind_1, Ind_2, \text{DataofCros}) &= Ind_3 \\ g_{Ind_3} &= \{g_1 = \text{Rand}(g_{Ind_1}, g_{Ind_2}), \\ g_2 &= \text{Rand}(g_{Ind_1}, g_{Ind_2}), \dots, \\ g_i &= \text{Rand}(g_{Ind_1}, g_{Ind_2})\}. \end{aligned} \quad (1)$$

An example of a uniform crossover is shown in Fig. 1.

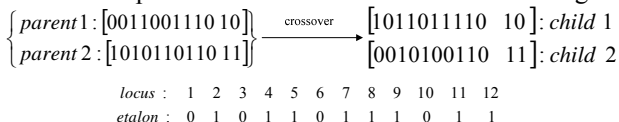


Figure 1 – Example of a uniform crossover

It has long been known that setting the probability of transmission of the parent gene to the offspring in uniform crossing can significantly improve its efficiency [54, 55], and also allows you to emulate other crossing operators (single-point, two-point). It is also known that the use of the operator of uniform crossover allows the use of the © Leoshchenko S.D., Oliinyk A. O., Subbotin S. A., Lytvyn V. A., Shkrapulyo V. V., 2019  
 DOI 10.15588/1607-3274-2019-4-7

so-called multi-parents recombination, when more than two parents are used to generate one offspring. Despite this, most studies use only two parents and a fixed probability of gene transfer is 0.5 [54].

Uniform crossover gives more flexibility when combining strings, which is an important advantage when working with genetic algorithms.

When using the proposed method, such types of mutation operator can be used:

1) adding a hidden neuron with an index assignment  $[N_h - 1]$ . The new neuron is added along with the input and output connections. In this case, the output connection of the neuron can not bind it to the input neuron;

2) removal of a randomly selected hidden neuron along with all input and output connections. In this case, if a gap is formed in the remaining indices of neurons, the correction of indices in accordance with the above algorithm. The input and output neurons of the network cannot be removed;

3) adding a connection. Randomly determine the starting and ending indexes of the neurons in ANN submitted by mutating individual. In this case the connection can't end the input to the neuron. The link weight is also determined randomly with:  $[N_h - 1]$ . If the ins already has a connection with similar input and output neurons, its weight is replaced by a random;

4) delete a randomly selected connection. In this case, a situation may arise when the last connection in the hidden neuron is removed. In this case, the neuron is removed, and, if necessary, the correction of neuronal indices of the network;

5) changing the weight of a randomly selected connection to a random value from the range  $[-0.5; 0.5]$ .

Thus, using mutations of points it is possible to change the parameters of the structure of ANN.

Chaotic addition (removal) of neurons and connections can lead to situations where, for example, the network has many neurons and few connections. More logical would be to use different types of mutations depending on the characteristics of the network architecture presented mutouch individual. For this purpose, three criteria were introduced that regulate the size and direction of the network development [57, 58].

The first of them characterizes the degree of connectedness [57] of neurons in the network and is calculated by the formula:

$$f_{con} = \frac{N_c}{2^{FB-1} [N_s(N_s - 1) - N_i(N_i - 1) - (1 - FB)N_o(N_o - 1)]}. \quad (2)$$

It is worth noting that connections from hidden neurons to the output can appear in any case. Thus, the smaller the more likely it is that a new connection will be added as a result of the mutation.

The use of the second coefficient is based on the assumption that the more elements in the sum of the input and output vectors of the training sample (the more the total number of input and output neurons), which is likely the more complex should be the ANN required to solve

the problem [57]. The second coefficient is calculated by the formula:

$$f_{top.diff} = \frac{N_i + N_o}{N_s} \quad (3)$$

That is, the more neurons in the network, the lower the value of the criterion  $f_{top.diff}$  and the less likely the mutation will be chosen, which adds a new hidden neuron.

The third criterion is also based on the assumption that a more complex network should be used to solve more complex problems. However, this criterion characterizes the conditional complexity of the network. This criterion is based on the concept of cyclomatic complexity [59], [60].

$$f_{comp.diff} = \frac{N_i + N_o}{N_s} \quad (4)$$

For any of the described cases, a ligament  $f_{con} \cdot f_{top.diff} \cdot f_{comp.diff}$  is used in the method, since the degree of connectedness of existing neurons must be taken into account for use.

Removing connections in ANN gives a side effect: may appear hanging neurons that have no incoming connections, as well as dead-end neurons, i.e. neurons without output connections. In cases where the function of neuronal activation is such that at zero weighted sum of inputs its value is not equal to zero, the presence of hanging neurons makes it possible to adjust the neural displacement. It is worth noting that, in addition to ensuring the diversity of the population, the removal of connections can contribute to the removal of some of the uninformative and lowinformative input features.

In the developed method, it is proposed to use an adaptive mutation mechanism [57, 59, 60], which provides for the choice of the mutation type depending on the values of the criteria  $f_{con}$ ,  $f_{top.diff}$  and  $f_{comp.diff}$ .

The choice of mutation type is determined based on the value of the multiplication  $f_{con} \cdot f_{top.diff} \cdot f_{comp.diff}$ .

This approach on the one hand does not limit the number of hidden neurons, on the other, prevents the immeasurable increase in the network, because the addition of each new neuron in the network will be less likely. A mutation of the weight of a randomly existing bond occurs for all mutating individuals with a probability of 0.5.

Fig. 2 shows a schematic representation of the mutation type selection process.

Given the features of the proposed MGA synthesis of neural networks, its parallel form can be represented as in Fig. 3. All stages of the method can be divided into 3 stages, separated by points of barrier synchronization. At the first stage, the main core initializes the population  $P$ , and adjusts the initial parameters of the method, namely: the stopping criterion, the population size, the criteria for adaptive selection of mutations. Next, the distribution of equal parts of the population (subpopulations) and initial parameters to the cores of the computer system is performed. Initialization of the initial population cannot be carried out in parallel on the cores of the system, because the generated independent populations intersect thus increasing the search for solutions. The second stage of the proposed method is performed in parallel by the cores of the system. All cores perform the same sequence of operations on their initial population. After the barriersynchronization, the main core receives the best solutions

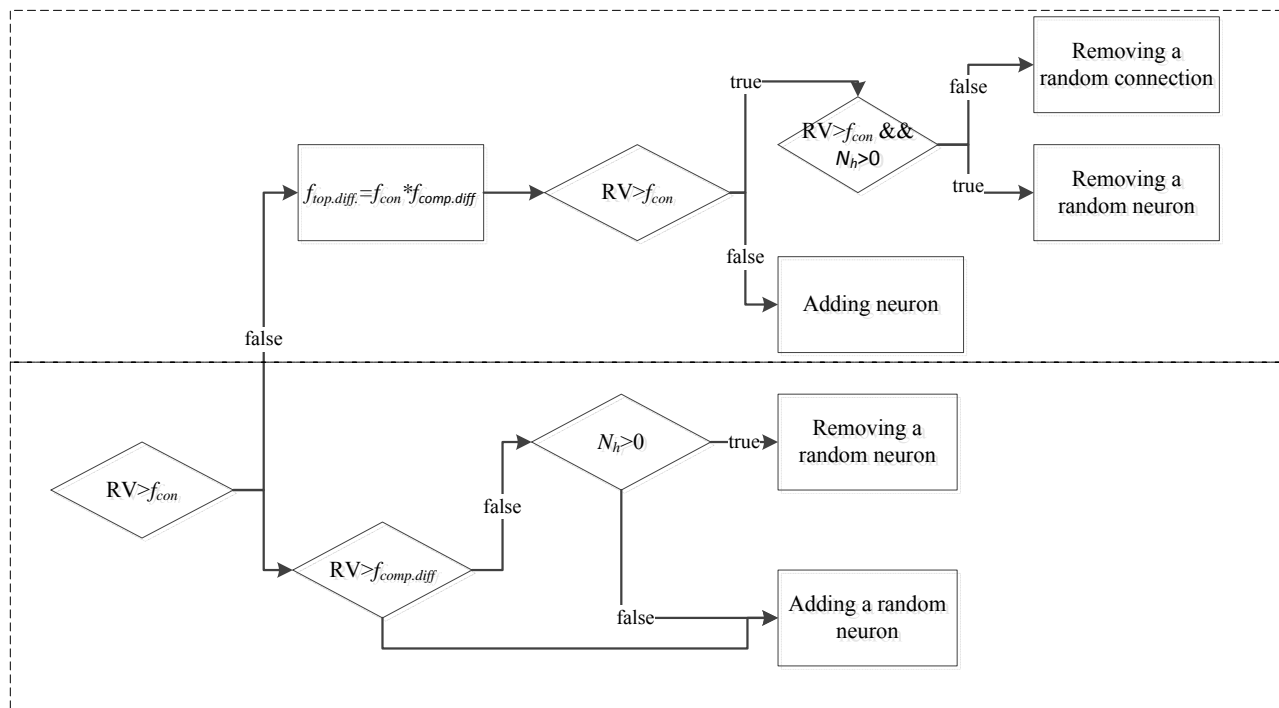


Figure 2 – The choice of the type of mutation



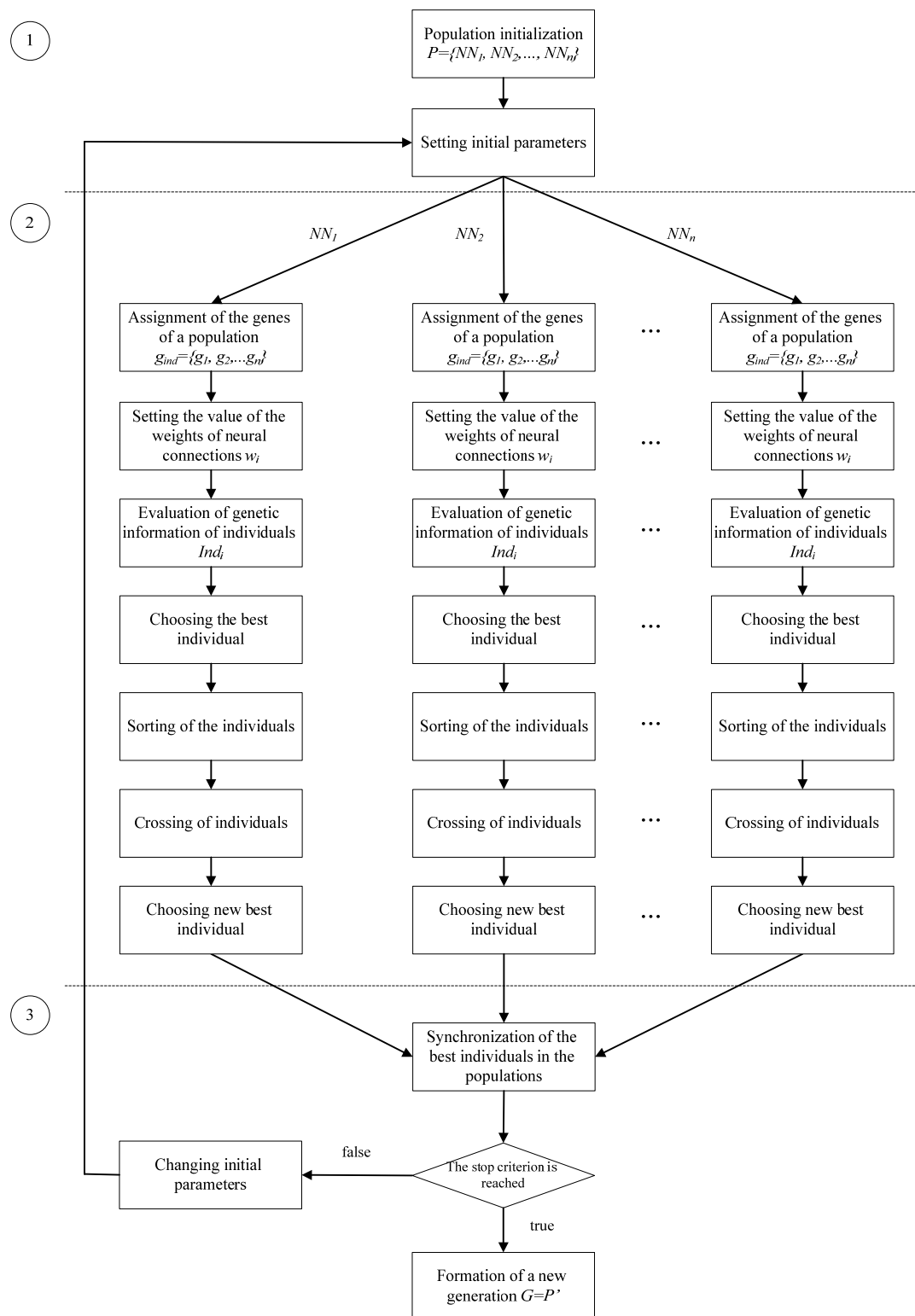


Figure 3 – Schematic representation of PMGA

from the other cores and checks the stopping criterion. If it is, then the next  $G$  is formed. Otherwise, after changing the initial parameters, allowing the cores of the system getting the other solutions, return to the distribution of the initial parameters to the cores on the system is performed.

And then the cores perform parallel calculations according to the second stage of the method.

The proposed parallel method for ANN synthesis can be applied both on MIMD-systems [61] (clusters and supercomputers) and on SIMD (for example, GPU programmed with CUDA technology).

#### 4 EXPERIMENTS

The proposed methods for MGA and PMGA were compared with existing analogues: ESP, SANE and NEAT.

Also note that testing the MGA, ESP, SANE and NEAT will occur using the following hardware and software: the computing system of the Department of software tools of National University “Zaporizhzhia Polytechnic” (NUZP), Zaporizhzhia: Xeon processor E5-2660 v4 (14 cores), RAM 4x16 GB DDR4, the programming model of Java threads.

The experimental verification of the proposed PMGA will additionally be performed with the additional use of the Nvidia GTX 960 GPU with 1024 cores, which are programmed using CUDA technology.

This testing technology will further compare the speed and performance of the PMGA on the MIMD-systems and SIMD.

For testing it used a training sample of Physical Unclonable Functions Data Set from the open repository UCI Machine Learning Repository [62, 63]. General information about the sample are given in table 1.

Table 1 – General information about data set

| Criterion                  | Characteristic |
|----------------------------|----------------|
| Data Set Characteristics:  | Multivariate   |
| Attribute Characteristics: | Integer        |
| Number of Instances:       | 6000000        |
| Number of Attributes       | 129            |

Table 2 – General results of the testing

| Method | Training time (time for synthesis ANN), s | Average error in training stage | Average error when in test mode |
|--------|---|---------------------------------|---------------------------------|
| ESP    | 30923.87                                  | 2.72                            | 2.88                            |
| SANE   | 53498.30                                  | 3.02                            | 3.39                            |
| NEAT   | 99506.83                                  | 1.71                            | 2.09                            |
| MFA    | 86132.26                                  | 1.01                            | 1.47                            |

Table 3 – Dependence the execution time of the proposed method to the number of involved cores

| Using CPU                |          |          |          |          |          |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Number of involved cores | 1        | 2        | 4        | 8        | 16       |
| Execution time           | 86132,26 | 46660,08 | 24587,93 | 13830,56 | 8053,90  |
| Using GPU                |          |          |          |          |          |
| Number of involved cores | 60       | 120      | 240      | 480      | 960      |
| Execution time           | 86764,77 | 52492,69 | 33857,78 | 24039,03 | 20192,78 |

Table 4 –Dependence the speedup to the number of involved cores

| Using CPU                |      |      |      |      |       |
|--------------------------|------|------|------|------|-------|
| Number of involved cores | 1    | 2    | 4    | 8    | 16    |
| Speedup                  | 1,00 | 1,85 | 3,50 | 6,23 | 10,69 |
| Using GPU                |      |      |      |      |       |
| Number of involved cores | 60   | 120  | 240  | 480  | 960   |
| Speedup                  | 0,99 | 1,64 | 2,54 | 3,58 | 4,27  |

Table 5 – Dependence the communication overhead to the number of involved cores

| Using CPU                |      |      |      |      |      |
|--------------------------|------|------|------|------|------|
| Number of involved cores | 1    | 2    | 4    | 8    | 16   |
| Communication overhead   | 0.00 | 0.08 | 0.14 | 0.24 | 0.41 |
| Using GPU                |      |      |      |      |      |
| Number of involved cores | 60   | 120  | 240  | 480  | 960  |
| Communication overhead   | 0.16 | 0.21 | 0.29 | 0.42 | 0.68 |

For ANN training, 5 million instances were used, and testing of the resulting ANN occurred on 1 million instances from the sample.

#### 5 RESULTS

Table 2 presents the overall results of the proposed MGA in comparison with the results of existing analogues. Particular attention is paid to the determination of the time needed for the synthesis of ANN, the value of the average error in training stage and the value of the average error when working in test mode.

Tables 3–5 show the results of testing PMGA using different hardware and using different number of CPU and GPU cores during operation.

Table 3 shows how the time spent on the synthesis of ANN changes when the number of CPU or GPU cores is increased.

Table 4 shows the speedup changes depending on the number of CPU or GPU cores used.

Table 5 shows the changing the communication overhead with the increase in used CPU or GPU cores.

For more clarity, the dependence of the speedup on the number of CPU cores used in the form of a diagram is shown in Fig. 4, for the GPU at the Fig. 5.

Fig. 6 shows the efficiency graph of NUZP computing systems when executing the proposed method.

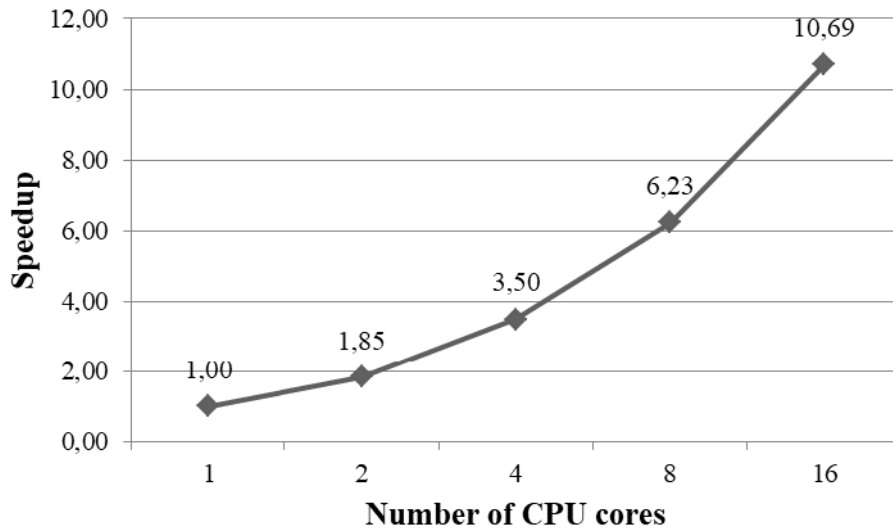


Figure 4 – The speedup graphics of calculations on CPU

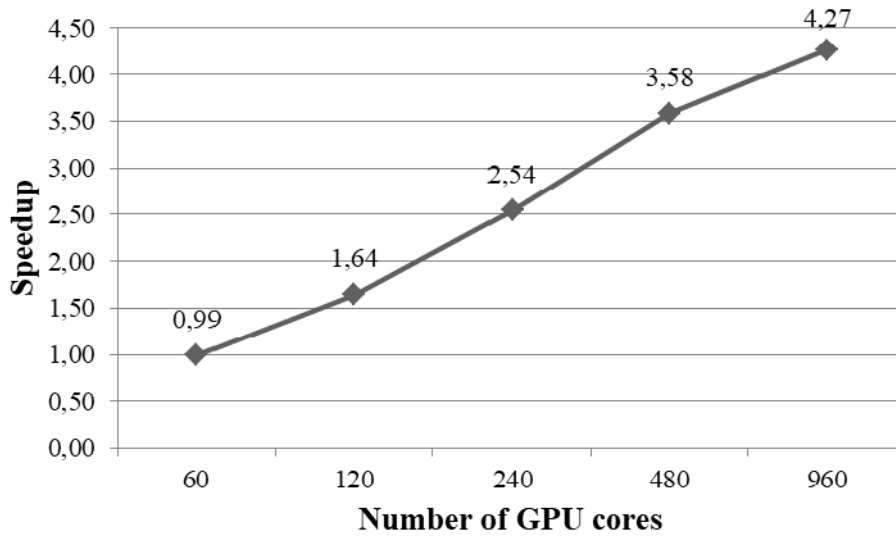


Figure 5 – The speedup graphics of calculations on a GPU

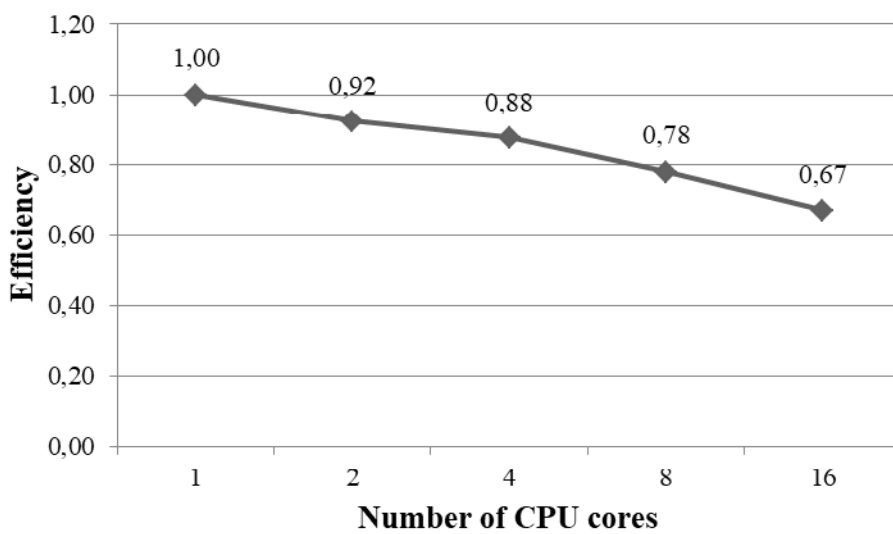


Figure 6 –The efficiency graph NUZP computing systems when executing the proposed method

## 6 DISCUSSION

As can be seen from the results in Table 1, consistent implementation MGA at the time of synthesis of ANN to the two existing analogues namely ESP and SANE, but is far ahead NEAT. If we compare the value of the average error in the synthesis of ANN, then using MGA it was possible to minimize it to 1.01%, which is significantly ahead of the results of analogues. It should also be noted that when testing is synthesized ANN in the case of MGA, the results are much better than analogs, so the average error value of the output of the ANN is 2.3 times less than, for example, in ANN synthesis by the method SANE. Therefore, it is possible to make a conclusion that the proposed MGA significantly exceeds the existing methods in the accuracy of the synthesized neural network.

As already noted, the testing of PMGA was carried out under a different scenario for a more complete study of the applicability and feasibility of the method on different parallel computing systems.

As can be seen from Table 3, the proposed method has an acceptable degree of parallelism and is effective on both MIMD-systems and SIMD. So on when using CPU cores it was possible to reduce execution time of a method from 86132.26 seconds (on one core) to acceptable 8053.90 seconds on 16 cores. However, it should be noted that when using a slightly different MIMD system, such as a cluster, there would be significant performance differences due to architectural features. In the cluster, the cores are connected using the InfiniBand Communicator, and in the multi-core computer they are located on the single chip, which explains the smaller impact of overhead (transfers and synchronizations). In addition, the processor model in a multi-core computer supports Turbo Boost [64] technology, so that the execution time of the method on one such core is much less than the execution time on the cluster core, which does not support such technology.

On the GPU with 960 cores involved in the execution time became 20192.78 seconds that can be adequately compared with the four cores of the computer.

From Table 4 and the graphs in Fig. 4 and 5 it can be seen that the speedup, though not linear, but approaches to linear. This is due to the fact that the share of overhead (Table 5) communication overhead execution of the proposed method in computer systems is relatively small, and the number of parallel operations significantly exceeds the number of consecutive operations and synchronizations. In communication overhead we understand the ratio of the time spent by the system on forwarding and synchronization between cores, in the time of target calculations on a given number of cores.

The graph of efficiency of computer systems NUZP is presented in Fig. 6. It shows that the using of even 16 cores of computer systems for the implementation of the proposed method retains the efficiency at a relatively acceptable level and indicates the potential, if necessary and possibly, to use even more cores.

Thus, the proposed method is well developed on modern computer architectures, which can significantly reduce the time of the task of synthesis of ANN. The parallel approach significantly increases the efficiency of sequential MGA and makes it even more acceptable for the synthesis of ANNs, through a significant reduction in time costs and maintaining high accuracy of the obtained neural networks.

## CONCLUSIONS

The urgent problem of the synthesis of the ANNs using for diagnosis and future forecasting has been solved.

**The scientific novelty** lies in the fact that for the synthesis of ANNs is proposed to use a modification of the classical GA. So the input of the high probability of mutation allows to increase the diversity within the population and to prevent early convergence of the method. The choice of a new best individual, as opposed to a complete restart of the method, significantly saves system resources and ensures the exit from the area of local extrema. The use of new criterias for adaptive selection of mutations, firstly, does not limit the number of hidden neurons, and, secondly, prevents the immeasurable increase in the network. The use of uniform crossing significantly increases the efficiency, as well as allows you to emulate other crossover operators without problems. Moreover, the use of uniform crossover that increases GA flexibility. The parallel approach significantly reduces the number of iterations and significantly accelerates the synthesis of ANNs.

**The practical significance** of obtained results in the fact that the practical problems of synthesis of ANNs are solved, which can later be used for diagnosis and pattern recognition. The experimental results showed that the proposed synthesis methods allow to obtain accurate ANN based on the input data and can be used in practice to solve practical problems of diagnosis, prediction and pattern recognition.

**Prospects for further research** are the introduction of the possibility of using genetic information of several parents to form a new individual and modification of synthesis methods for recurrent ANNs architectures for big data processing [65–68].

## ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by the state budget scientific research project of National University University “Zaporizhzhia Polytechnic” “Intelligent methods and software for diagnostics and non-destructive quality control of military and civilian applications” (state registration number 0119U100360).

## REFERENCES

1. Mocanu D., Mocanu E., Stone P., Nguyen P., Gibescu M., Liotta A. Scalable training of artificial neural networks with adaptive sparse connectivity inspired by network science, *Nature Communications*, 2018, No. 9, pp. 1–17. DOI: 10.1038/s41467-018-04316-3.

2. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning, Deep Learning. Massachusetts, MIT Press, 2016, 800 p. (Adaptive Computation and Machine Learning series).
3. Cao W., Wang X., Ming Z., Gao J. A review on neural networks with random weights, *Neurocomputing*, 2018, Vol. 275, pp. 278–287. DOI: 10.1016/j.neucom.2017.08.040.
4. Kieffer B., Babaie M., Kalra S. et al. Convolutional neural networks for his-topathology image classification: Training vs. using pre-trained networks, *Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA 2017) : Seventh International conference, 28–1 December 2017 : proceedings*. Montreal, IEEE, 2017, pp. 1–6. DOI: 10.1109/IPTA.2017.8310149.
5. Oliinyk A. Production rules extraction based on negative selection, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2016, No. 1, pp. 40–49. DOI: 10.15588/1607-3274-2016-1-5.
6. Oliinyk A. A., Skrupsky S. Yu., Shkarupylo V. V., Subbotin S. A. The model for estimation of computer system used resources while extracting production rules based on parallel computations, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 1, pp. 142–152. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-1-16.
7. Kolpakova T., Oliinyk A., Lovkin V. Integrated method of extraction, formalization and aggregation of competitive agents expert evaluations in group, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 2, pp. 100–108. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-2-11.
8. Yadav J., Rani A., Singh V., Murari B. Prospects and limitations of non-invasive blood glucose monitoring using near-infrared spectroscopy, *Biomedical Signal Processing and Control*, 2015, Vol. 18, pp. 214–227. DOI: 10.1016/j.bspc.2015.01.005
9. Lymariiev I. O., Subbotin S. A., Oliinyk A. A., Drokin I. V. Methods of large-scale signals transformation for diagnosis in neural network models, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, No. 4, pp. 113–121. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-4-11.
10. Smith-Miles K., Gupta J. Neural Networks in Business: Techniques and Applications for the Operations Researcher, *Computers and Operations Research*, 2000, Vol. 27, No. 11. pp. 1023–1044. DOI: 10.1016/S0305-0548(99)00141-0.
11. Van Tuc N. Approximation contexts in addressing graph data structures. Wollongong, University of Wollongong Thesis Collection, 2015, 230 p.
12. Handa A., Patraucean V. Backpropagation in convolutional LSTMS, *University of Cambridge*, 2015, pp. 1–5.
13. Boden M. A guide to recurrent neural networks and backpropagation, *Halmstad University*, 2001, pp. 1–10.
14. Guo J. BackPropagation Through Time, The Harbin Institute of Technology, 2013, pp. 1–6.
15. Yue B., Fu J., Liang J. Residual Recurrent Neural Networks for Learning Sequential Representations, *Information*, 2018, Vol. 9, Issue 56, pp. 1–14.
16. Eluyodel O. S., Akomolafé D. T. Comparative study of biological and artificial neural networks, *European Journal of Applied Engineering and Scientific Research*, 2013, Vol. 2, No. 1, pp. 36–46.
17. Neural Networks: Is Your Brain Like A Computer? [Electronic resource]. Access mode: <https://towardsdatascience.com/neural-networks-is-your-brain-like-a-computer-d76fb65824bf>.
18. Jiang J., Trundle P., Ren J. Medical Imaging Analysis with Artificial Neural Networks, *Computerized medical imaging and graphics: the official journal of the Computerized Medical Imaging Society*, 2010, Vol. 34, No. 8, pp. 617–631.
19. Tahmasebi P., Hezarkhani A. A hybrid neural networks-fuzzy logic-genetic algorithm for grade estimation, *Computers & Geosciences*, 2012, Vol. 42, pp. 18–27.
20. Oliinyk A., Skrupsky S., Subbotin S., Blagodariov O., Gofman Ye. Parallel computing system resources planning for neuro-fuzzy models synthesis and big data processing, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2016, No. 4, pp. 61–69. DOI: 10.15588/1607-3274-2016-4-8.
21. Oliinyk A. A., Subbotin S. A., Skrupsky S. Yu., Lovkin V. M., Zaiko T. A. Information Technology of Diagnosis Model Synthesis Based on Parallel Computing, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 3, pp. 139–151. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-3-16.
22. Oliinyk A. A. Subbotin S., Lovkin V., Blagodariov O., Zaiko T. The System of Criteria for Feature Informativeness Estimation in Pattern Recognition, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 4, pp. 85–96. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-4-10.
23. Oliinyk A., Subbotin S., Leoshchenko S., Ilyashenko M., Myronova N., Mastinovsky Y. Additional training of neuro-fuzzy diagnostic models, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, No. 3, pp. 113–119. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-3-12.
24. Ding S. Hui L., Su C., Yu J., Jin F. Evolutionary artificial neural networks: A review, *Artificial Intelligence Review*, 2013, Vol. 39, No. 3, pp. 251–260.
25. Castillo P. A., Arenas M. G., Castillo-Valdivieso J. J., Merelo J. J., Prieto A., Romero G. Artificial Neural Networks Design using Evolutionary Algorithms, *Advances in Soft Computing*, 2003, pp. 43–52.
26. Davoian K. Advancing evolution of artificial neural networks through behavioral adaptation. Münster, Universität Münster, 2011, 131 p.
27. Nissen V. A Brief Introduction to Evolutionary Algorithms from the Perspective of Management Science, *Innovative Research Methodologies in Management*, 2018, pp. 165–210.
28. Soltoggio A., Stanley K. O., Risi S. Born to learn: The inspiration, progress, and future of evolved plastic artificial neural networks, *Neural Networks*, 2018, Vol. 108, pp. 48–67. DOI: 10.1016/j.neunet.2018.07.013.
29. Molfetas A. Multiple control levels in structured genetic algorithms. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. Sydney, University of Western Sydney, 2006, 302 p.
30. AI 101: Intro to Evolutionary Algorithms [Electronic resource]. Access mode: <https://www.ev-olv.ai/blog/ai-101-intro-to-evolutionary-algorithms/>
31. Angeline P. J., Saunders G. M., Pollack J. B. An evolutionary algorithm that constructs recurrent neural networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1994, Vol. 5, Issue 1, pp. 54–65.
32. Baxter J. The evolution of learning algorithms for artificial neural networks, *Complex Systems*, 1992, pp. 313–326.
33. Belew R., McInerney J., Schraudolph N. Evolving networks: using the genetic algorithm with connectionist learning, *CSE technical report CS90-174*, 1991, pp. 511–547.
34. Kearney W. T. Using Genetic Algorithms to Evolve Artificial Neural Networks, *Honors Theses*, 2016, pp. 1–21.
35. Shabash B., Wiese K. EvoNN: a customizable evolutionary neural network with heterogeneous activation functions, *The Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion : A Recombination of the 27th International Confer-*

- ence on Genetic Algorithms (ICGA) and the 23rd Annual Genetic Programming Conference (GP), 15–19 July 2018 : proceedings. New York, ACM, 2018, pp. 1449–1456. DOI: 10.1145/3205651.3208282.
36. Rempis C., Pasemann F. An Interactively Constrained Neuro-Evolution Approach for Behavior Control of Complex Robots, *Variants of Evolutionary Algorithms for Real-World Applications*, 2012, pp. 305–341.
  37. Baldominos A., Sáez Y., Isasi P. On the Automated, Evolutionary Design of Neural Networks-Past, Present, and Future, *Neural Computing and Applications*, 2019, pp. 1–45. DOI: 10.1007/s00521-019-04160-6.
  38. Baldominos A., Sáez Y., Isasi P. Evolutionary Design of Convolutional Neural Networks for Human Activity Recognition in Sensor-Rich Environments, *Sensors*, 2018, Vol. 18, No. 4, pp. 1–24. DOI:10.3390/s18041288.
  39. Schrum J., Miiikkulainen R. Solving Multiple Isolated, Interleaved, and Blended Tasks through Modular Neuroevolution, *Evolutionary computation*, 2016, Vol. 24, № 3, pp. 1–29. DOI: 10.1162/EVCO\_a\_00181.
  40. Gruau F. Genetic synthesis of Boolean neural networks with a cell rewriting developmental process, COGANN-92: International Workshop on Combinations of Genetic Algorithms and Neural Networks, 1992, pp. 55–74.
  41. Gruau F., Whitley D. Adding Learning to the Cellular Development of Neural Networks: Evolution and the Baldwin Effect, *Evolutionary Computation*, 1993, Vol. 1, No. 3, pp. 213–233. DOI: 10.1162/evco.1993.1.3.213.
  42. Bayer J., Wierstra D., Togelius J., Schmidhuber J. Evolving Memory Cell Structures for Sequence Learning, *Artificial Neural Networks, ICANN 2009. Lecture Notes in Computer Science*, 2009, Vol. 5769, pp. 755–764.
  43. Moriarty D., David R., Miiikkulainen R. Hierarchical evolution of neural networks, *Evolutionary Computation Proceedings, IEEE International Conference, 4–9 May 1998. Anchorage, IEEE*, 1998, pp. 428–433. DOI: 10.1109/ICEC.1998.699793.
  44. He H. Self-Adaptive Systems for Machine Intelligence. New York, Wiley-Interscience, 2011, 248 p.
  45. Greer B., Hakonen H., Lahdelma R., Miiikkulainen R. Numerical optimization with neuroevolution, *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02 (Cat. No.02TH8600)*, 2002, pp. 396–401. DOI: 10.1109/CEC.2002.1006267.
  46. Braylan A., Hollenbeck M., Meyerson E. et al. Reuse of Neural Modules for General Video Game Playing, *Conference on Artificial Intelligence : Thirtieth AAAI conference on artificial intelligence, Phoenix, Arizona, 12–17 February 2016 : proceedings*. Arizona, AAAI 2016, pp. 353–359.
  47. Enforced Subpopulations (ESP) neuroevolution algorithm for balancing inverted double pendulum [Electronic resource]. Access mode: <http://blog.otoro.net/2015/03/10/esp-algorithm-for-double-pendulum>.
  48. Stanley K. O., Miiikkulainen R. Evolving Neural Networks through Augmenting Topologies, *The MIT Press Journals*, 2002, Vol. 10, No. 2, pp. 99–127.
  49. Manning T., Walsh P. P. Automatic Task Decomposition for the NeuroEvolution of Augmenting Topologies (NEAT) Algorithm, *Evolutionary Computation, Machine Learning and Data Mining in Bioinformatics. EvoBIO 2012. Lecture Notes in Computer Science*, 2012, Vol. 7246, pp. 1–12.
  50. Whiteson S., Whiteson D. Stochastic optimization for collision selection in high energy physics, *Conference on Artificial Intelligence : Twenty-second AAAI conference on artificial intelligence, Vancouver, British Columbia, 22–26 July 2007, proceedings*. California, AAAI Press, 2007, Vol. 2, pp. 1819–1825.
  51. Tsoy Y. R. Evolutionary Algorithms Design: State of the Art and Future Perspectives, *IEEE East-West Design and Test Workshop (EWDWTW'06)*, 2006, pp. 375–379.
  52. Behjat A., Chidambaran S., Chowdhury S. Adaptive Genomic Evolution of Neural Network Topologies (AGENT) for State-to-Action Mapping in Autonomous Agents, *Conference on Robotics and Automation (ICRA' 2019), IEEE International Conference, 20–24 May 2019, proceedings*. Montreal, IEEE, 2019, pp. 1–7. arXiv:1903.07107.
  53. Pagliuca P., Milano N., Nolfi S. Maximizing adaptive power in neuroevolution, *PLoS ONE*, 2018, Vol. 13, No. 7, pp. 1–27. DOI: 10.1371/journal.pone.0198788.
  54. Petroski Such F., Madhavan V., Conti E., Lehman J., Stanley K., Clune J., Jeff Deep Neuroevolution: Genetic Algorithms Are a Competitive Alternative for Training Deep Neural Networks for Reinforcement Learning, *Technical report 1712.06567*, 2017, pp. 1–16. arXiv:1712.06567.
  55. Capcarrere M., Freitas A. A., Bentley P. J. et al. Advances in Artificial Life, *Conference on Artificial Life, Eighth European Conference, 5–9 September 2005, proceedings*. Canterbury, Springer, 2005, 949 p.
  56. McQueen P. H. Cultural Enhancement of Neuroevolution. Austin, The University of Texas, 2002, 123 p.
  57. Tsoy Y., Spitsyn V. Using genetic algorithm with adaptive mutation mechanism for neural networks design and training, *The 9th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology, 2005. KORUS, 2005*, pp. 709–714.
  58. Marzullo A., Stamile C., Terracina G., Calimeri F., Huffel S. A tensor-based mutation operator for Neuroevolution of Augmenting Topologies (NEAT), *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2017, pp. 681–687. DOI: 10.1109/CEC.2017.7969376.
  59. Papadimitriou F. Mathematical modelling of land use and landscape complexity with ultrametric topology, *Journal of Land Use Science*, 2011, Vol. 8, No. 2, pp. 1–21.
  60. Papadimitriou F. Artificial Intelligence in modelling the complexity of Mediterranean landscape transformations, *Computers and Electronics in Agriculture*, 2012, Vol. 81, pp. 87–96.
  61. Skillicorn D. Taxonomy for computer architectures, *Computer*, 1988, Vol. 21, No. 11, pp. 46–57.
  62. Physical Unclonable Functions Data Set [Electronic resource]. Access mode: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Physical+Unclonable+Functions>.
  63. Aseeri A. O., Zhuang Y., Alkathiri M. S. A Machine Learning-Based Security Vulnerability Study on XOR PUFs for Resource-Constraint Internet of Things / A. O. Aseeri, // *2018 IEEE International Congress on Internet of Things (ICIOT)*, 2018, pp. 49–56. DOI: 10.1109/ICIOT.2018.00014.
  64. Intel Turbo Boost Technology 2.0 [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.intel.com/content/www/us/en/architecture-and-technology/turbo-boost/turbo-boost-technology.html>.
  65. Oliinyk A. A., Skrupsky S. Yu., Shkarupylo V. V., Blagodariv O. Parallel multiagent method of big data reduction for pattern recognition, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 2, pp. 82–92. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-2-9.
  66. Oliinyk A., Subbotin S., Lovkin V., Ilyashenko M., Blagodariv O. Parallel method of big data reduction based on stochastic programming approach, *Radio Electronics, Com-*



- puter Science, Control, 2018, No. 2, pp. 60–72. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-2-7
67. Omelianenko I. Performance evaluation of NEAT algorithm's implementation in GO programming language, 2018, pp. 1–6. DOI: 10.13140/RG.2.2.28676.83844.
68. Kadish D. Clustering sensory inputs using NeuroEvolution of Augmenting Topologies, *The Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion : A Recombination of*

*the 27th International Conference on Genetic Algorithms (ICGA) and the 23rd Annual Genetic Programming Conference (GP), 15–19 July 2018, proceedings.* New York, ACM, 2018, pp. 1–2. DOI: 10.1145/3205651.3205771.

Received 04.06.2019.  
Accepted 12.09.2019.

УДК 004.89

### МОДИФІКАЦІЯ ТА ПАРАЛЕЛІЗАЦІЯ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ СИНТЕЗУ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

**Леошенко С. Д.** – аспірант кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька Політехніка», Запоріжжя, Україна

**Олійник А. О.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька Політехніка», Запоріжжя, Україна.

**Субботін С. О.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька Політехніка», Запоріжжя, Україна.

**Литвин В. А.** – аспірант кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька Політехніка», Запоріжжя, Україна.

**Шкарупило В. В.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж Національного університету біоресурсів і природокористування України.

#### АННОТАЦІЯ

**Актуальність.** Вирішено задачу автоматизації синтезу штучних нейронних мереж для подальшого використання при діагностуванні, прогнозуванні та розпізнаванні образів. Об'єкт дослідження – процес синтезу штучних нейронних мереж за допомогою генетичного алгоритму. Предмет дослідження – послідовий та паралельний методи синтезу штучних нейронних мереж. Мета роботи – зменшити час синтезу та підвищити точність отриманої нейронної мережі.

**Метод.** Запропоновано метод синтезу штучних нейронних мереж на основі модифікованого генетичного алгоритму, який може бути реалізовано послідовно та паралельно використовуючі MIMD- та SIMD-системи. Введення великої ймовірності мутації дозволяє збільшити різноманітність всередині популяції та перешкодити завчасній збіжності методу. Вибір нової кращої особини, на відміну від повного перезапуску методу, значно економить ресурси системи та гарантує вихід із області локальних екстремумів. Використання нових критеріїв для адаптивного вибору мутації, по-перше, не обмежує кількість прихованих нейронів, а, по-друге, перешкоджає безмірному збільшенню мережі. Використання рівномірного схрещування істотно підвищує ефективність, а також без проблем дозволяє емулювати інші оператори схрещування. Більш того, саме використання рівномірного схрещування підвищує гнучкість генетичного алгоритму. Паралельний підхід значно скорочує кількість ітерацій та істотно прискорює виконання синтезу штучних нейронних мереж.

**Результати.** Розроблено програмне забезпечення, яке реалізує запропонований метод синтезу штучних нейронних мереж і дозволяє виконувати синтез мереж послідовно та паралельно на ядрах центрального процесору або графічного процесору.

**Висновки.** Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованого методу синтезу штучних нейронних мереж і дозволяють рекомендувати його для використання на практиці при обробці масивів даних для подальшого діагностування, прогнозування або розпізнавання образів. Перспективи подальших досліджень можуть полягати у введенні можливості використання генетичної інформації декількох батьків для формування нової особини та модифікуванні методів синтезу для мереж рекурентних архітектур для обробки великих даних.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** вибірка, синтез, штучна нейронна мережа, генетичний алгоритм, нейроеволюція, мутація.

УДК 004.89

### МОДИФИКАЦИЯ И ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ СИНТЕЗА ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

**Леошенко С. Д.** – аспирант кафедры программных средств Национального университета «Запорожская Политехника», Запорожье Украина.

**Олейник А. А.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры программных средств Национального университета «Запорожская Политехника», Запорожье Украина.

**Субботин С. А.** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой программных средств Национального университета «Запорожская Политехника», Запорожье Украина.

**Литвин В. М.** – аспирант кафедры программных средств Национального университета «Запорожская Политехника», Запорожье Украина.

**Шкарупило В. В.** – канд. техн. наук, доцент, доцент, кафедра компьютерных систем и сетей, Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

#### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Решена задача автоматизации синтеза искусственных нейронных сетей для дальнейшего использования при диагностировании, прогнозировании и распознавании образов. Объект исследования – процесс синтеза искусственных

нейронных сетей с помощью генетического алгоритма. Предмет исследования – последовательный и параллельный методы синтеза искусственных нейронных сетей. Цель работы – уменьшить время синтеза и повысить точность полученной нейронной сети.

**Метод.** Предложен метод синтеза искусственных нейронных сетей на основе модифицированного генетического алгоритма, который может быть реализован последовательно и параллельно используя MIMD- и SIMD-системы. Введение большой вероятности мутации позволяет увеличить разнообразие внутри популяции и предупредить преждевременную сходимость метода. Выбор новой лучшей особи, в отличие от полного перезапуска алгоритма, значительно экономит ресурсы системы и гарантирует выход из области локальных экстремумов. Использование новых критериев для адаптивного выбора мутации, во-первых, не ограничивает количество скрытых нейронов, а, во-вторых, препятствует безмерному увеличению сети. Использование равномерного скрещивания существенно повышает эффективность, а также без проблем позволяет эмулировать другие операторы скрещивания. Более того, именно использование равномерного скрещивания повышает гибкость генетического алгоритма. Параллельный подход значительно сокращает количество итераций и существенно ускоряет синтез искусственных нейронных сетей.

**Результаты.** Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод синтеза искусственных нейронных сетей и позволяет выполнять синтез сетей последовательно и параллельно на ядрах центрального процессора или графического процессора.

**Выводы.** Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предложенного метода синтеза искусственных нейронных сетей и позволяют рекомендовать его для использования на практике при обработке массивов данных для дальнейшего диагностирования, прогнозирования или распознавания образов. Перспективы дальнейших исследований могут состоять в введении возможности использования генетической информации нескольких родителей для формирования новой особи и модификации методов синтеза для рекуррентных архитектур сетей для обработки больших данных.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** выборка, синтез, искусственная нейронная сеть, генетический алгоритм, нейроэволюция, мутация.

#### ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Mocanu D. & Scalable training of artificial neural networks with adaptive sparse connectivity inspired by network science / [D. Mocanu, E. Mocanu, P. Stone et al.] // *Nature Communications*. – 2018. – № 9. – P. 1–17. DOI: 10.1038/s41467-018-04316-3.
2. Goodfellow I. *Deep Learning* / I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville // *Deep Learning*. – Massachusetts : MIT Press, 2016. – 800 p. – (Adaptive Computation and Machine Learning series).
3. A review on neural networks with random weights / [W. Cao, X. Wang, Z. Ming, J. Gao] // *Neurocomputing*. – 2018. – Vol. 275. – P. 278–287. DOI: 10.1016/j.neucom.2017.08.040.
4. Convolutional neural networks for his-topathology image classification: Training vs. using pre-trained networks / [B. Kieffer, M. Babaie, S. Kalra et al.] // *Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA 2017) : Seventh International conference, 28–1 December 2017 : proceedings*. – Montreal: IEEE, 2017. – P. 1–6. DOI: 10.1109/IPTA.2017.8310149.
5. Oliinyk A. Production rules extraction based on negative selection / A. Oliinyk // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2016. – № 1. – P. 40–49. DOI: 10.15588/1607-3274-2016-1-5.
6. The model for estimation of computer system used resources while extracting production rules based on parallel computations / [A. A. Oliinyk, S. Yu. Skrupsky, V. V. Shkarupylo, S. A. Subbotin] // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2017. – № 1. – С. 142–152. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-1-16.
7. Kolpakova T. Integrated method of extraction, formalization and aggregation of competitive agents expert evaluations in group / T. Kolpakova A. Oliinyk, V. Lovkin // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2017. – № 2. – P. 100–108. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-2-11.
8. Prospects and limitations of non-invasive blood glucose monitoring using near-infrared spectroscopy / [J. Yadav, A. Rani, V. Singh, B. Murari] // *Biomedical Signal Processing and Control*. – 2015. – Vol. 18. – P. 214–227. DOI: 10.1016/j.bspc.2015.01.005
9. Methods of large-scale signals transformation for diagnosis in neural network models / [I. O. Lymariiev, S. A. Subbotin, A. A. Oliinyk, I. V. Drokin] // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2018. – № 4. – P. 113–121. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-4-11.
10. Smith-Miles K. *Neural Networks in Business: Techniques and Applications for the Operations Researcher* / K. Smith-Miles, J. Gupta // *Computers and Operations Research*. – 2000. – Vol. 27, № 11. – P. 1023–1044. DOI: 10.1016/S0305-0548(99)00141-0.
11. Van Tuc, N. Approximation contexts in addressing graph data structures / N. Van Tuc. – Wollongong: University of Wollongong Thesis Collection, 2015. – 230 p.
12. Handa A. Backpropagation in convolutional LSTMS / A. Handa, V. Patraucean // *University of Cambridge*. – 2015. – P. 1–5.
13. Boden M. A guide to recurrent neural networks and backpropagation / M. Boden // *Halmstad University*. – 2001. – P. 1–10.
14. Guo J. BackPropagation Through Time / J. Guo // *The Harbin Institute of Technology*. – 2013. – P. 1–6.
15. Yue B. Residual Recurrent Neural Networks for Learning Sequential Representations / B. Yue, J. Fu, J. Liang // *Information*. – 2018. – Vol. 9, Issue 56. – P. 1–14.
16. Eluyodel O.S. Comparative study of biological and artificial neural networks / O. S. Eluyodel, D. T. Akomolafe // *European Journal of Applied Engineering and Scientific Research*. – 2013. – Vol. 2, № 1. – P. 36–46.
17. Neural Networks: Is Your Brain Like A Computer? [Electronic resource]. – Access mode: <https://towardsdatascience.com/neural-networks-is-your-brain-like-a-computer-d76fb65824bf>.
18. Jiang J. Medical Imaging Analysis with Artificial Neural Networks / J. Jiang, P. Trundle, J. Ren // *Computerized medical imaging and graphics: the official journal of the Computerized Medical Imaging Society*. – 2010. – Vol. 34, № 8. – P. 617–631.
19. Tahmasebi P. A hybrid neural networks-fuzzy logic-genetic algorithm for grade estimation / P. Tahmasebi, A. Hezarkhani // *Computers & Geosciences*. – 2012. – Vol. 42. – P. 18–27.

20. Oliinyk A. Parallel computing system resources planning for neuro-fuzzy models synthesis and big data processing / [A. Oliinyk, S. Skrupsky, S. Subbotin et al.] // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2016. – № 4. – P. 61–69. DOI: 10.15588/1607-3274-2016-4-8.
21. Information Technology of Diagnosis Model Synthesis Based on Parallel Computing / A. A. Oliinyk, S. A. Subbotin, S. Yu. Skrupsky et al] // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2017. – № 3. – P. 139–151. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-3-16.
22. The System of Criteria for Feature Informativeness Estimation in Pattern Recognition / [A. Oliinyk, S. Subbotin, V. Lovkin et al] // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2017. – № 4. – P. 85–96. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-4-10.
23. Additional training of neuro-fuzzy diagnostic models / [A. Oliinyk, S. Subbotin, S. Leoshchenko et al] // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2018. – № 3. – P. 113–119. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-3-12.
24. Evolutionary artificial neural networks: A review / [S. Ding, L. Hui, C. Su et al.] // *Artificial Intelligence Review*. – 2013. – Vol. 39, № 3. – P. 251–260.
25. Artificial Neural Networks Design using Evolutionary Algorithms / [P. A. Castillo, M. G. Arenas, J. J. Castillo-Valdivieso et al.] // *Advances in Soft Computing*. – 2003. – P. 43–52.
26. Davoian K. Advancing evolution of artificial neural networks through behavioral adaptation / K. Davoian. – Münster: Universität Münster, 2011. – 131 p.
27. Nissen V. A Brief Introduction to Evolutionary Algorithms from the Perspective of Management Science / V. Nissen // *Innovative Research Methodologies in Management*. – 2018. – P. 165–210.
28. Soltoggio A. Born to learn: The inspiration, progress, and future of evolved plastic artificial neural networks / A. Soltoggio, K. O. Stanley, S. Risi // *Neural Networks*. – 2018. – Vol. 108. – P. 48–67. DOI: 10.1016/j.neunet.2018.07.013.
29. Molfetas A. Multiple control levels in structured genetic algorithms. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy / A. Molfetas. – Sydney : University of Western Sydney, 2006. – 302 p.
30. AI 101: Intro to Evolutionary Algorithms [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.evolv.ai/blog/ai-101-intro-to-evolutionary-algorithms/>
31. Angeline P.J. An evolutionary algorithm that constructs recurrent neural networks / P.J. Angeline, G.M. Saunders, J.B. Pollack // *IEEE Transactions on Neural Networks*. – 1994. – Vol. 5, Issue 1. – P. 54–65.
32. Baxter J. The evolution of learning algorithms for artificial neural networks / J. Baxter // *Complex Systems*. – 1992. – P. 313–326.
33. Belew R. Evolving networks: using the genetic algorithm with connectionist learning / R. Belew, J. McInerney, N. Schraudolph // *CSE technical report CS90-174*. – 1991. – P. 511–547.
34. Kearney W. T. Using Genetic Algorithms to Evolve Artificial Neural Networks / W. T. Kearney // *Honors Theses*. – 2016. – P. 1–21.
35. Shabash B. EvoNN: a customizable evolutionary neural network with heterogenous activation functions / B. Shabash, K. Wiese // *The Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion : A Recombination of the 27th International Conference on Genetic Algorithms (ICGA) and the 23rd Annual Genetic Programming Conference (GP)*, 15–19 July 2018 : proceedings. – New York : ACM, 2018. – P. 1449–1456. DOI: 10.1145/3205651.3208282.
36. Rempis C. An Interactively Constrained Neuro-Evolution Approach for Behavior Control of Complex Robots / C. Rempis, F. Pasemann // *Variants of Evolutionary Algorithms for Real-World Applications*. – 2012. – P. 305–341.
37. Baldominos A. On the Automated, Evolutionary Design of Neural Networks-Past, Present, and Future / A. Baldominos, Y. Sáez, P. Isasi // *Neural Computing and Applications*. – 2019. – P. 1–45. DOI: 10.1007/s00521-019-04160-6.
38. Baldominos A. Evolutionary Design of Convolutional Neural Networks for Human Activity Recognition in Sensor-Rich Environments / A. Baldominos, Y. Sáez, P. Isasi // *Sensors*. – 2018. – Vol. 18, № 4. – P. 1–24. DOI: 10.3390/s18041288.
39. Schrum J. Solving Multiple Isolated, Interleaved, and Blended Tasks through Modular Neuroevolution / J. Schrum, R. Miikkulainen // *Evolutionary computation*. – 2016. – Vol. 24, № 3. – P. 1–29. DOI: 10.1162/EVCO\_a\_00181.
40. Gruau F. Genetic synthesis of Boolean neural networks with a cell rewriting developmental process / F. Gruau // *COGANN-92: International Workshop on Combinations of Genetic Algorithms and Neural Networks*. – 1992. – P. 55–74.
41. Gruau F. Adding Learning to the Cellular Development of Neural Networks: Evolution and the Baldwin Effect / F. Gruau, D. Whitley // *Evolutionary Computation*. – 1993. – Vol. 1, № 3. – P. 213–233. DOI: 10.1162/evco.1993.1.3.213.
42. Evolving Memory Cell Structures for Sequence Learning / [J. Bayer, D. Wierstra, J. Togelius, J. Schmidhuber] // *Artificial Neural Networks – ICANN 2009*. ICANN 2009. *Lecture Notes in Computer Science*. – 2009. – Vol. 5769. – P. 755–764.
43. Moriarty D. Hierarchical evolution of neural networks / D. Moriarty, R. David, R. Miikkulainen // *Evolutionary Computation Proceedings : IEEE International Conference, 4–9 May 1998*. – Anchorage: IEEE, 1998. – P. 428–433. DOI: 10.1109/ICEC.1998.699793.
44. He H. Self-Adaptive Systems for Machine Intelligence / H. He. – New York : Wiley-Interscience, 2011. – 248 p.
45. Numerical optimization with neuroevolution / [B. Greer, H. Hakonen, R. Lahdelma, R. Miikkulainen] // *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*. CEC'02 (Cat. No.02TH8600). – 2002. – P. 396–401. DOI: 10.1109/CEC.2002.1006267.
46. Reuse of Neural Modules for General Video Game Playing / [A. Braylan, M. Hollenbeck, E. Meyerson et al.] // *Conference on Artificial Intelligence : Thirtieth AAAI conference on artificial intelligence, Phoenix, Arizona, 12–17 February 2016 : proceedings*. – Arizona: AAAI 2016. – P. 353–359.
47. Enforced Subpopulations (ESP) neuroevolution algorithm for balancing inverted double pendulum [Electronic resource]. – Access mode: <http://blog.otoro.net/2015/03/10/esp-algorithm-for-double-pendulum>.
48. Stanley K. O. Evolving Neural Networks through Augmenting Topologies / K. O. Stanley, R. Miikkulainen // *The MIT Press Journals*. – 2002. – Vol. 10, № 2. – P. 99–127.
49. Manning T. Automatic Task Decomposition for the Neuro-Evolution of Augmenting Topologies (NEAT) Algorithm / T. Manning, P. Walsh P. // *Evolutionary Computation, Machine Learning and Data Mining in Bioinformatics*. EvoBIO

2012. Lecture Notes in Computer Science. – 2012. – Vol. 7246. – P. 1–12.
50. Whiteson S. Stochastic optimization for collision selection in high energy physics / S. Whiteson, D. Whiteson // Conference on Artificial Intelligence : Twenty-second AAAI conference on artificial intelligence, Vancouver, British Columbia, 22–26 July 2007 : proceedings. – California : AAAI Press, 2007. – Vol. 2. – P. 1819–1825.
51. Tsoy Y. R. Evolutionary Algorithms Design: State of the Art and Future Perspectives / Y. R. Tsoy // IEEE East-West Design and Test Workshop (EWDWTW'06). – 2006. – P. 375–379.
52. Behjat A. Adaptive Genomic Evolution of Neural Network Topologies (AGENT) for State-to-Action Mapping in Autonomous Agents / A. Behjat, S. Chidambaran, S. Chowdhury // Conference on Robotics and Automation (ICRA' 2019) : IEEE International Conference, 20–24 May 2019 : proceedings. – Montreal : IEEE, 2019. – P. 1–7. arXiv:1903.07107.
53. Pagliuca P. Maximizing adaptive power in neuroevolution / P. Pagliuca, N. Milano, S. Nolfi // PLoS ONE. – 2018. – Vol. 13, № 7. – P. 1–27. DOI: 10.1371/journal.pone.0198788.
54. Petroski Such F. Deep Neuroevolution: Genetic Algorithms Are a Competitive Alternative for Training Deep Neural Networks for Reinforcement Learning / [F. Such Petroski, V. Madhavan, E. Conti] // Technical report 1712.06567. – 2017. – P. 1–16. arXiv:1712.06567.
55. Advances in Artificial Life [M. Capcarrere, A. A. Freitas, P. J. Bentley et al.] // Conference on Artificial Life : Eighth European Conference, 5–9 September 2005 : proceedings. – Canterbury : Springer, 2005. – 949 p.
56. McQuesten P. H. Cultural Enhancement of Neuroevolution / P. H. McQuesten. – Austin: The University of Texas, 2002. – 123 p.
57. Tsoy Y. Using genetic algorithm with adaptive mutation mechanism for neural networks design and training / Y. Tsoy, V. Spitsyn // The 9th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology, 2005. – KORUS, 2005. – 2005. – P. 709–714.
58. A tensor-based mutation operator for Neuroevolution of Augmenting Topologies (NEAT) / [A. Marzullo, C. Stamile, G. Terracina et al.] // IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). – 2017. – P. 681–687. DOI: 10.1109/CEC.2017.7969376.
59. Papadimitriou F. Mathematical modelling of land use and landscape complexity with ultrametric topology / F. Papadimitriou // Journal of Land Use Science. – 2011. – Vol. 8, № 2. – P. 1–21.
60. Papadimitriou F. Artificial Intelligence in modelling the complexity of Mediterranean landscape transformations / F. Papadimitriou // Computers and Electronics in Agriculture. – 2012. – Vol. 81. – P. 87–96.
61. Skillicorn D. Taxonomy for computer architectures / D. Skillicorn // Computer. – 1988. – Vol. 21, № 11. – P. 46–57.
62. Physical Unclonable Functions Data Set [Electronic resource]. – Access mode: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Physical+Unclonable+Functions>.
63. Aseeri A. O. A Machine Learning-Based Security Vulnerability Study on XOR PUFs for Resource-Constraint Internet of Things / A. O. Aseeri, Y. Zhuang, M. S. Alkathiri // 2018 IEEE International Congress on Internet of Things (ICIOT). – 2018. – P. 49–56. DOI: 10.1109/ICIOT.2018.00014.
64. Intel Turbo Boost Technology 2.0 [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.intel.com/content/www/us/en/architecture-and-technology/turbo-boost/turbo-boost-technology.html>.
65. Parallel multiagent method of big data reduction for pattern recognition / [A. A. Oliinyk, S. Yu. Skrupsky, V. V. Shkarupylo, O. Blagodariov] // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2017. – № 2. – C. 82–92. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-2-9.
66. Parallel method of big data reduction based on stochastic programming approach / [A. Oliinyk, S. Subbotin, V. Lovkin et al.] // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2018. – № 2. – P. 60–72. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-2-7
67. Omelianenko I. Performance evaluation of NEAT algorithm's implementation in GO programming language / I. Omelianenko. – 2018. – P. 1–6. DOI: 10.13140/RG.2.2.28676.83844.
68. Kadish D. Clustering sensory inputs using NeuroEvolution of Augmenting Topologies / D. Kadish // The Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion : A Re-combination of the 27th International Conference on Genetic Algorithms (ICGA) and the 23rd Annual Genetic Programming Conference (GP), 15–19 July 2018 : proceedings. – New York : ACM, 2018. – P. 1–2. DOI: 10.1145/3205651.3205771.

## НЕЙРО-НЕЧІТКА МОДЕЛЬ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ

**Маляр М. М.** – д-р техн. наук, доцент, професор кафедри кібернетики і прикладної математики Ужгородського національного університету, Ужгород, Україна.

**Поліщук А. В.** – аспірант кафедри кібернетики і прикладної математики Ужгородського національного університету, Ужгород, Україна.

**Поліщук В. В.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри програмного забезпечення систем Ужгородського національного університету, Ужгород, Україна.

**Шаркаді М. М.** – канд. екон. наук, доцент, доцент кафедри кібернетики і прикладної математики Ужгородського національного університету, Ужгород, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Проведено дослідження актуальної задачі розроблення моделей і методів багатокритеріального оцінювання із застосуванням нейро-нечітких технологій.

**Метою** даної роботи є розроблення моделі отримання агрегованої оцінки цінності об'єкта дослідження, яка з одного боку використовує різні характеристики об'єкту, що оцінюються за кількісними показниками, і на основі різних моделей представлення знань про об'єкт, а з іншого використовує досвід, знання та компетенції експертів у відповідній предметній області.

Об'єктом дослідження є процес моделювання досвіду, знань та компетенції експертів для отримання кількісної оцінки об'єкту дослідження на основі нейро-нечітких мереж.

Предметом дослідження є нейро-нечіткі моделі отримання кількісної оцінки об'єкта дослідження для прийняття рішень в умовах експертних даних.

**Метод.** Вперше розроблено п'ятишарову нейро-нечітку модель для виведення кількісної та лінгвістичної оцінки щодо рівня цінності об'єкта дослідження використовуючи досвід, знання та компетенції експертів у відповідній предметній області. Вперше запропоновано використовувати у нейро-нечіткій мережі кількісні оцінки про об'єкт дослідження (агреговані оцінки отримані за допомогою багатокритеріальних моделей) та лінгвістичні міркування експертів. Вперше апробовано та верифіковано розроблену модель для прикладу оцінювання ризику фінансування стартап проекту на етапі розширення бізнесу, а також запропоновано в якості навчання нейро-нечіткої мережі «інтервальне представлення» синаптичних ваг. Порівняно результати дослідження на різних підходах визначення синаптичних ваг та реальними даними з визначенням похибки.

**Результати.** Отриманим результатом дослідження є нейро-нечітка модель оцінювання об'єкта за багатьма критеріями. Розроблена модель дає можливість поєднати кількісні характеристики об'єкта з експертними думками у вигляді якісних оцінок. Раціональність оцінки доводить переваги розроблених моделей.

**Висновки.** Сумісне використання апарату теорії нечітких множин і нейро-мереж являється зручним засобом моделювання у задачах багатокритеріального вибору. Як правило, важлива інформація для систем підтримки управлінських рішень поступає із двох джерел: 1) отримання оцінок об'єкта за певними кількісними показниками, що породжує неточність; 2) від людей-експертів, які описують свої знання про предметну область, що породжує суб'єктивність і невизначеність. Тому, збереження експертних оцінок і неточних даних потребує уміння з ними працювати. У роботі розв'язано науково-прикладне завдання розроблення моделі для отримання агрегованої оцінки цінності об'єкта, яка базується на нейро-нечіткій мережі і може бути застосована при вирішенні завдань прийняття управлінських рішень у соціо-економічних системах.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** нейро-нечітка мережа, нечіткі знання, об'єкт дослідження, оцінка ризику, функція належності, експертна оцінка, прийняття рішень.

### НОМЕНКЛАТУРА

$A$  – оцінка за показником об'єкта дослідження середня;

$a_i$  – значення розбиття проміжків;

$AA$  – оцінка за показником об'єкта дослідження вище середнього;

$BA$  – оцінка за показником об'єкта дослідження нижче середнього;

$f_1$  – суми вихідних сигналів другого шару;

$f_2$  – суми вихідних сигналів третього шару;

$g$  – номер вхідного значення;

$G_g$  – назва вектору вхідних даних;

$H$  – оцінка за показником об'єкта дослідження вище середнього;

$K_g$  – критерії оцінювання;

$K_1$  – показник ризику поточної діяльності фірми стартап проекту;

$K_2$  – показник ризику мотиваційної діяльності стартап команди;

$K_3$  – показник ризику початкових інвестицій;

$K_4$  – показник ризику фінансової діяльності;

$K_5$  – показник ризику інноваційної діяльності у стартап проекті;

$L$  – низька оцінка за показником об'єкта дослідження;

$m$  – кількість показників;

$OS$  – терм-множина вихідної оцінки;

$os_1$  – низький рівень об'єкту дослідження;

$os_2$  – рівень об'єкту дослідження нижче середнього;  
 $os_3$  – середній рівень об'єкту дослідження;  
 $os_4$  – високий рівень об'єкту дослідження;  
 $os_5$  – дуже високий рівень об'єкту дослідження;  
 $S$  – об'єкт дослідження;  
 $T$  – терм-множина;  
 $T_g$  – змінна з терм-множини для  $g$ -го показника;  
 $TSK$  – нейро-нечітка мережа типу Takagi-Sugeno-Kang;  
 $w$  – синаптичні ваги;  
 $x_g$  – значення змінної при операції фазифікації даних;  
 $Y$  – вихідна агрегована оцінка;  
 $Y^*$  – оцінка реальних даних;  
 $\alpha$  – експериментально адаптована функція для виведення синаптичних ваг;  
 $\varepsilon$  – похибка обчислення;  
 $\mu()$  – моделі функцій належності;  
 $\mu(K_g)$  – агрегована оцінка для  $g$ -го показника;  
 $\mu_1, \mu_2$  – агреговані рівні належності на 2 шарі;  
 $\mu_g^A$  – значення трикутної функції належності середньої оцінки показнику;  
 $\mu_g^{AA}$  – значення трикутної функції належності оцінки показнику вище середнього;  
 $\mu_g^{BA}$  – значення трикутної функції належності оцінки показнику нижче середнього;  
 $\mu_g^H$  – значення трикутної функції належності високої оцінки показнику;  
 $\mu_g^L$  – значення трикутної функції належності низької оцінки показнику.

## ВСТУП

Застосування інформаційних технологій у різних галузях суспільного життя пов'язане із використанням чітких і нечітких баз знань, зокрема і для побудови експертних та інтелектуальних систем. Ефективним засобом моделювання у багатьох задачах кібернетики та штучного інтелекту, що мають справу з нечіткостями є бази нечітких знань, які представляють собою сукупність фактів, лінгвістичних змінних та відповідних функцій належності, що є цінним джерелом для опису нечітких понять, видобування даних та прийняття різнорідних рішень у різних галузях науки, бізнесу та виробництва. На сьогоднішній день поширені системи підтримки прийняття рішень, які використовують знання, отримані від експертів. Проблема багатокритеріального оцінювання об'єктів лежить у площині задач вибору, які є невід'ємною складовою задач систем підтримки прийняття рішень.

Актуальність роботи полягає у розробленні та дослідженні моделей і методів отримання багатокритеріального оцінювання із застосуванням нейро-нечітких технологій, що на сьогодні є нерозкритим достатнім чином.

**Об'єктом дослідження** є процес моделювання досвіду, знань та компетенції експертів для отримання кількісної оцінки об'єкту дослідження на основі нейро-нечітких мереж.

**Предметом дослідження** є нейро-нечіткі моделі отримання кількісної оцінки об'єкту дослідження для прийняття рішень в умовах експертних даних.

**Метою роботи** є розроблення моделі отримання агрегованої оцінки цінності об'єкта дослідження, яка з одного боку використовує різні характеристики об'єкта, що оцінюються за кількісними показниками і на основі різних моделей представлення знань про об'єкт, а з іншого використовує досвід, знання та компетенції експертів у відповідній предметній області.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Для досягнення мети наукового дослідження необхідно вирішити такі завдання:

– вперше розробити п'ятишарову нейро-нечітку модель для виведення кількісної та лінгвістичної оцінки щодо рівня об'єкта дослідження;

– вперше запропонувати використовувати у нейро-нечіткій мережі кількісні оцінки про об'єкт дослідження (агреговані оцінки отримані за допомогою багатокритеріальних моделях) та лінгвістичні міркування експертів;

– апробувати та верифікувати запропоновану модель для прикладу оцінювання ризику фінансування стартап проекту на етапі розширення бізнесу, а також запропонувати в якості навчання нейро-нечіткої мережі «інтервальне представлення» синаптичних ваг.

Постановку задачі оцінювання сформулюємо наступним чином. Нехай на вході маємо деякий об'єкт дослідження  $S$ , який оцінюється за багатьма показниками  $K = (K_1, K_2, \dots, K_m)$ . Кожен показник є агрегованою кількісною оцінкою, отримання якої можливо, наприклад, за допомогою моделей функцій належності,  $\mu(K) = (\mu(K_1), \mu(K_2), \dots, \mu(K_m))$  з інтервалу  $[0;1]$ . Причому, показники  $K$  можуть представляти собою цілу систему критеріїв та моделей, на основі яких виводиться одна агрегована оцінка  $\mu(K)$ .

Крім кількісних оцінок, для об'єкту дослідження, використаємо міркування експертів, що аналізують об'єкт. Для цього, на основі досвіду та знань про об'єкт дослідження  $S$  група експертів (чи експерт) аналізують його, роблять висновки та ставлять одну лінгвістичну оцінку кожному показнику  $K$ , з множини  $T = \{L; BA; A; AA; H\}$ .

Таким чином, для оцінювання об'єкту дослідження, маємо наступні вхідні дані:  $G_1(T_1; \mu(K_1))$ ,  $G_2(T_2; \mu(K_2))$ , ...,  $G_m(T_m; \mu(K_m))$ . На основі представлених вхідних даних, для об'єкту дослідження  $S$ ,



необхідно вивести вихідну агреговану оцінку  $Y \in [0;1]$ . Аналізуючи значення оцінки  $Y$ , приймається остаточне рішення щодо об'єкта дослідження.

## 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Аналізуючи наукові джерела, бачимо, що існує необхідність систематизації засобів і розробки алгоритмів нейро-нечітких моделей багатокритеріального оцінювання. Нейро-нечіткі мережі широко застосовуються в різних сферах та прикладних задачах [1–4]. Існує багато науково-прикладних задач застосування, наприклад, у роботі [5] наведена задача підвищення швидкості побудови нейро-нечітких моделей по прецедентах; у [6] вирішено задачу планування ресурсів паралельних комп'ютерних систем при синтезі нейро-нечітких мереж; у [7] запропоновано on-line нейро-фаззі систему для вирішення задач послідовного нечіткого кластерування даних, що дозволяє опрацьовувати вектори спостережень за умов обмеженого числа даних в оброблюваній вибірці.

Нейро-нечіткі мережі поєднують нейронні мережі для навчання процесів з експертними (суб'єктивними) міркуваннями для обробки нечіткої інформації. У роботах [8, 9] нейро-нечітка система вивчає поведінку системи з даних тренувань і автоматично генерує нечіткі правила та нечіткі множини до заданого рівня точності.

В період отримання та обробки інтелектуальних знань, постає задача формалізації думок експертів, щодо певного об'єкта дослідження. Відсутні універсальні способи перетворення дослідних людських експертних знань у базу знань систем нечіткого виведення. Системи нечіткого виведення можуть використовувати людські експертні знання та виконувати нечітке виведення для отримання вихідної оцінки [10, 11]. Також існує потреба в розробці методів навчання для отримання вихідної оцінки з необхідним рівнем

точності [12, 13]. Крім того, механізм навчання нейронних мереж не покладається на людську експертизу, а через однорідну структуру нейронних мереж [13–15] складно витягти структуровані знання. Такагі та Сугено [16,17] запропонували новий тип нечіткої моделі, яка отримала широке застосування. Для нейро-нечітких мереж типу Takagi-Sugeno-Kang послідовною частиною кожного нечіткого правила є лінійна комбінація вхідної змінної. Для прикладних задач необхідно будувати свою нейро-нечітку мережу і навчати її для отримання адекватних вихідних оцінок.

У зв'язку з цим, сьогодні є актуальною та нерозкритою достатнім чином задачею дослідження та розроблення моделей і методів оцінювання об'єкта дослідження із застосуванням нейро-нечітких технологій.

## 3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Для розв'язку сформульованої задачі скористаємось моделлю нейро-нечіткої мережі TSK [17,18], яка приведена на рис. 1.

Розглянемо кожен шар нейро-нечіткої мережі.

1-шар

У нейронах першого шару виконується операція фазифікації, тобто кожному вхідному значенню  $G_g(T_g; \mu(K_g))$ ,  $g = \overline{1, m}$  ставиться у відповідність значення функції належності. Для цього використаємо наступний підхід. Нехай терм-множину лінгвістичних змінних  $T = \{L; BA; A; AA; H\}$  представимо у вигляді трикутних функцій належності, на числовому проміжку  $[0;1]$ , з розбиттям:  $L \in [0; a_2]$ ,  $BA \in [a_1; a_3]$ ,  $A \in [a_2; a_4]$ ,  $AA \in [a_3; a_5]$ ,  $H \in [a_4; 1]$ .

Значення розбиття проміжків можуть визначатися у процесі навчання нейро-нечіткої мережі використовуючи реальні дані розв'язуваної прикладної задачі.

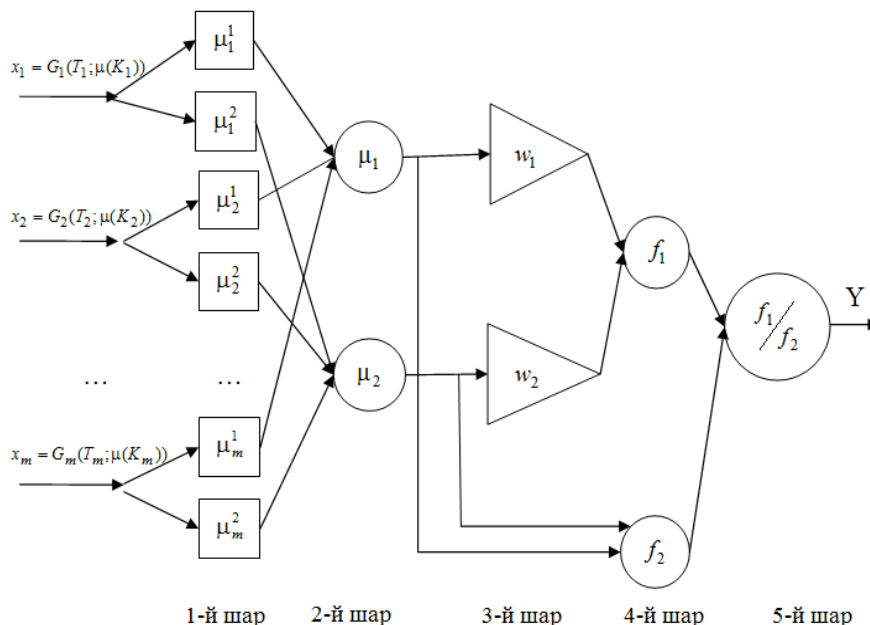


Рисунок 1 – Структура нейро-фаззі мережі

Далі введемо змінну  $x_g$ , що дасть можливість коригувати оцінку відносно впевненості експерта щодо її присвоєння, або наскільки експертна оцінка близька до істини:

$$x_g = G_g(T_g; \mu(K_g)) = \begin{cases} a_1 \cdot \mu(K_g), & \text{якщо } K_g \in L; \\ a_2 \cdot \mu(K_g), & \text{якщо } K_g \in BA; \\ a_3 \cdot \mu(K_g), & \text{якщо } K_g \in A; \quad , g = \overline{1, m}. \\ a_4 \cdot \mu(K_g), & \text{якщо } K_g \in AA; \\ a_5 \cdot \mu(K_g), & \text{якщо } K_g \in H. \end{cases} \quad (1)$$

В даному випадку, аналітична форма запису трикутних функцій належності буде мати вигляд [19, 20]:

$$\mu_g^L = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x_g \leq 0, \\ \frac{x_g}{a_1}, & \text{якщо } 0 < x_g \leq a_1, \\ \frac{a_2 - x_g}{a_2 - a_1}, & \text{якщо } a_1 < x_g < a_2, \\ 0, & \text{якщо } x_g \geq a_2; \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu_g^{BA} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x_g \leq a_1, \\ \frac{x_g - a_1}{a_2 - a_1}, & \text{якщо } a_1 < x_g \leq a_2, \\ \frac{a_3 - x_g}{a_3 - a_2}, & \text{якщо } a_2 < x_g < a_3, \\ 0, & \text{якщо } x_g \geq a_3; \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu_g^A = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x_g \leq a_2, \\ \frac{x_g - a_2}{a_3 - a_2}, & \text{якщо } a_2 < x_g \leq a_3, \\ \frac{a_4 - x_g}{a_4 - a_3}, & \text{якщо } a_3 < x_g < a_4, \\ 0, & \text{якщо } x_g \geq a_4; \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_g^{AA} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x_g \leq a_3, \\ \frac{x_g - a_3}{a_4 - a_3}, & \text{якщо } a_3 < x_g \leq a_4, \\ \frac{a_5 - x_g}{a_5 - a_4}, & \text{якщо } a_4 < x_g < a_5, \\ 0, & \text{якщо } x_g \geq a_5; \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_g^H = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x_g \leq a_4, \\ \frac{x_g - a_4}{a_5 - a_4}, & \text{якщо } a_4 < x_g \leq a_5, \\ \frac{1 - x_g}{1 - a_5}, & \text{якщо } a_5 < x_g < 1, \\ 0, & \text{якщо } x_g \geq 1. \end{cases} \quad (6)$$

Тоді на першому шарі у процесі фазифікації отримаємо  $2m$  функцій належності:

$$\mu_g^1 = \begin{cases} \mu_g^L, & \text{якщо } K_g \in L; \\ \mu_g^{BA}, & \text{якщо } K_g \in BA; \\ \mu_g^A, & \text{якщо } K_g \in A; \\ \mu_g^{AA}, & \text{якщо } K_g \in AA; \\ \mu_g^H, & \text{якщо } K_g \in H, \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu_g^2 = \mu(K_g).$$

При умові, що  $\mu_g^1 \neq 0$ ;  $\mu_g^2 \neq 0$ ,  $g = \overline{1, m}$ . В протилежному випадку подальші обчислення неможливі з математичного погляду та не мають змісту щодо розв'язування задачі.

Отже, у нейронах першого шару розкриваємо суб'єктивність експертних думок і переходимо від нечітких експертних лінгвістичних оцінок до нормованих і порівнюваних.

2-й шар представляє собою агрегацію рівнів належності.

Він складається з  $m$  мультиплікативних вузлів і формує радіально базисні активаційні функції:

$$\begin{cases} \mu_1 = \prod_{g=1}^m \mu_g^1, \\ \mu_2 = \prod_{g=1}^m \mu_g^2. \end{cases} \quad (8)$$

3-й шар – це один із синаптичних ваг  $w_1, w_2$ , які коректуються в процесі навчання. Це параметричний шар, у якому адаптації підлягають лінійні ваги. У загальному випадку для глибокого навчання синаптичні ваги можемо представити у вигляді многочленів:

$$\begin{cases} w_1 = w_0^1 + \sum_{g=1}^m w_g^1 x_g, \\ w_2 = w_0^2 + \sum_{g=1}^m w_g^2 x_g. \end{cases} \quad (9)$$

Якщо для розв'язуваної задачі не має достатньої кількості даних для навчання, тоді можна обмежитись випадком  $w_1 = w_0^1$ ,  $w_2 = w_0^2$ .

В даному підході, говорити про адекватність навчання, а отже і отримання вихідної оцінки, можливо лише у випадку, коли згідно початкових умов група експертів (експерт) компетентна і дають висновки близькі до істини. В протилежному випадку, система буде показувати результат відносно компетентності групи експертів.

4-й шар утворений двома модулями сумування і обчислює суми вихідних сигналів другого і третього шарів:

$$\begin{cases} f_1 = w_1\mu_1 + w_2\mu_2 = w_1 \prod_{g=1}^m \mu_g^1 + w_2 \prod_{g=1}^m \mu_g^2, \\ f_2 = \mu_1 + \mu_2 = \prod_{g=1}^m \mu_g^1 + \prod_{g=1}^m \mu_g^2. \end{cases} \quad (10)$$

5-й шар (вихідний). Відбувається нормалізація, в результаті якої формується вихідний сигнал:

$$Y = \frac{f_1}{f_2} = \frac{w_1 \prod_{g=1}^m \mu_g^1 + w_2 \prod_{g=1}^m \mu_g^2}{\prod_{g=1}^m \mu_g^1 + \prod_{g=1}^m \mu_g^2}. \quad (11)$$

Таким чином, відбувається дефазифікація даних та отримується оцінка об'єкта дослідження з використанням думок різних експертів. Отримане значення по формулі (11) зіставимо до одної з терм-множин  $OS = \{os_1, os_2, \dots, os_5\}$  вкладаючи наступний зміст: якщо  $Y \in (0,7; 1]$  тоді  $os_1$ ; якщо  $Y \in (0,5; 0,7]$  тоді  $os_2$ ; якщо  $Y \in (0,4; 0,5]$  тоді  $os_3$ ; якщо  $Y \in (0,2; 0,4]$  тоді  $os_4$ ; якщо  $Y \in [0; 0,2]$  тоді  $os_5$ .

#### 4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Далі проілюструємо розроблену модель на прикладі оцінювання ризику фінансування стартап проекту на етапі розширення бізнесу. Нехай маємо множину критеріїв оцінювання [20, 21]:  $K_1; K_2; K_3; K_4; K_5$ . Проект був оцінений «Нечіткою математичною моделлю фінансових ризиків» [22] та отримав кількісні оцінки ризиків. У свою чергу група експертів оцінила проект та висловила свої міркування по запропонованих показниках, табл. 1.

Виконаємо нечітке виведення вихідної оцінки згідно побудованої нейро-нечіткої мережі.

Таблиця 1 – Вхідні дані

| Назва критеріїв                   | $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ | $K_4$ | $K_5$ |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Лінгвістичне міркування експертів | BA    | A     | A     | AA    | BA    |
| Кількісна оцінка ризиків          | 0,63  | 0,77  | 0,55  | 0,7   | 0,63  |

1-шар. Виконаємо операцію фазифікації використовуючи трикутні функції належності з наступним розбиттям проміжків –  $L \in [0; 0,2]$ ,  $BA \in [0,1; 0,4]$ ,  $A \in [0,2; 0,6]$ ,  $AA \in [0,4; 0,8]$ ,  $H \in [0,6; 1]$ . Вершину трикутника ставимо середнє значення відповідного проміжку. За формулою (1) обчислюємо  $x_g, g = \overline{1,5}$ :  $x_1 = 0,126$ ;  $x_2 = 0,308$ ;  $x_3 = 0,22$ ;  $x_4 = 0,42$ ;  $x_5 = 0,126$ . Далі обчислюємо значення функції належності за формулами (2)–(6):  $\mu_1^{BA} = 0,26$ ;  $\mu_2^A = 0,54$ ;  $\mu_3^A = 0,1$ ;  $\mu_4^{AA} = 0,1$ ;  $\mu_5^{BA} = 0,26$ . Тоді на першому шарі у процесі фазифікації, за формулою (7) отримуємо 10 функцій належності, табл. 2.

жності за формулами (2)–(6):  $\mu_1^{BA} = 0,26$ ;  $\mu_2^A = 0,54$ ;  $\mu_3^A = 0,1$ ;  $\mu_4^{AA} = 0,1$ ;  $\mu_5^{BA} = 0,26$ . Тоді на першому шарі у процесі фазифікації, за формулою (7) отримуємо 10 функцій належності, табл. 2.

Таблиця 2 – Результуючі оцінки по групах показників

| Назва критерію | $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ | $K_4$ | $K_5$ |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\mu_g^1$      | 0,26  | 0,54  | 0,1   | 0,1   | 0,26  |
| $\mu_g^2$      | 0,63  | 0,77  | 0,55  | 0,7   | 0,63  |

На 2-му шарі агрегуються рівні належності за формулою (8):  $\mu_1 = 0,000365$ ;  $\mu_2 = 0,117661$ .

На 3-му шарі вводимо синаптичні ваги. Було проведено навчання нейро-нечіткої множини на реальних даних 23 стартап проектів, що мали, як дуже низькі результати так і високі. Стартапи були оцінені іншими нечіткими методами [23,24], що мали вихідну агреговану оцінку. Навчання було проведене не глибоке. Встановлено наступні ваги:  $w_1 = w_0^1 = 1,09$ ;  $w_2 = w_0^2 = 0,287$ .

На 4-му шарі обчислюються суми вихідних сигналів другого і третього шарів за (10):  $f_1 = 0,034167$ ;  $f_2 = 0,118026$ .

На 5-му шарі відбувається дефазифікація даних за формулою (11) та отримується оцінка дослідження ризику стартап проекту:  $Y = \frac{0,034167}{0,118026} = 0,289484$ .

Отже, на основі отриманої оцінки можемо зробити висновок, що даний проект є достатньо ризиковим з нормованою оцінкою 0,29, а це означає ризик у 71%.

#### 5 РЕЗУЛЬТАТИ

Дана мережа містить два параметричних шари (перший і третій), параметри яких уточнюються в процесі навчання. Параметри першого шару – це нелінійні параметри, а третього відповідно – лінійні. Якщо для прикладної задачі визначені параметри першого шару та відома залежність  $Y(G_1, G_2, \dots, G_m)$ , тоді шляхом розв'язку систем лінійних рівнянь розраховуються лінійні параметри (синаптичні ваги)  $w_1, w_2$ .

Крім того, якщо об'єкт дослідження – це складна задача, де не має достатньої кількості даних для навчання, тоді ваги  $w_1, w_2$ , можемо визначати наступним чином.

Перший спосіб – це експериментальним шляхом. Наприклад, використаємо лінійну s-подібну функцію належності змінної  $f_2$  на проміжку  $[0; 2]$  (максимальне значення, що може приймати функція  $f_2$ ). Числові параметри для функції належності можуть змінюва-

тись, враховуючи кількість критеріїв (чим більша їх кількість – тим більше буде відбуватись розмиття).

Наприклад, проведено дослідження навчання синаптичних ваг для оцінювання ризиків стартап проєктів по 5 критеріях (наведених у експерименті), і експериментально адаптовано функцію наступну:

$$\alpha = \begin{cases} 0, & f_2 \leq 0; \\ f_2 / 0,51, & 0 < f_2 < 0,51; \\ 1, & f_2 > 0,51. \end{cases} \quad w_1 = \alpha, \quad w_2 = \alpha + 0,05.$$

Ще один спосіб представлення синаптичних ваг – це «інтервальне представлення». Значення інтервалів змінюються на основі практичного досвіду експерта. Наприклад якщо  $f_2 \in [0;0,1]$  тоді  $w_1 = 0,1$ ;  $w_2 = 0,2$ ;  $f_2 \in [0,1;0,3]$  –  $w_1 = 0,2$ ;  $w_2 = 0,3$ ;  $f_2 \in [0,3;0,5]$  –  $w_1 = 0,3$ ;  $w_2 = 0,4$ ;  $f_2 \in [0,5;0,7]$  –  $w_1 = 0,4$ ;  $w_2 = 0,5$ ;  $f_2 \in [0,7;0,9]$  –  $w_1 = 0,5$ ;  $w_2 = 0,6$ ;  $f_2 \in [0,9;1,1]$  –  $w_1 = 0,6$ ;  $w_2 = 0,7$ ;  $f_2 \in [1,1;1,3]$  –  $w_1 = 0,7$ ;  $w_2 = 0,8$ ;  $f_2 \in [1,3;1,5]$  –  $w_1 = 0,8$ ;  $w_2 = 0,9$ ;  $f_2 \in [1,5;2]$  –  $w_1 = 0,9$ ;  $w_2 = 1$ .

Далі порівняємо результати з різними підходами визначення синаптичних ваг та реальними даними з визначенням похибки  $\varepsilon = |Y^* - Y|$  [24], табл. 3.

Таблиця 3 – Оцінки ризику стартап проєкту

| Синаптичні ваги   | Y            | ε      | % відхилення |
|---|--------------|--------|--------------|
| Згідно навчання на реальних даних ( $w_1=1,09$ ; $w_2=0,287$ ).                       | 0,289484     | 0,0205 | 2,052%       |
| Експериментально адаптовано функцію ( $\alpha=0,2314$ ; $w_1=0,2314$ ; $w_2=0,2814$ ) | 0,281269     | 0,0287 | 2,873%       |
| «Інтервальне представлення» ваг ( $f_2 \in [0,1;0,3]$ ; $w_1=0,2$ ; $w_2=0,3$ )       | 0,299691     | 0,0103 | 1,031%       |
| Оцінка визначена згідно нечіткої моделі оцінювання                                    | $Y^* = 0,31$ |        |              |

Як видно, найбільше відхилення менше 3%, що показує достатньо хороші результати розробленої експертної моделі оцінювання з нейро-нечіткою мережею.

## 5 ОБГОВОРЕННЯ

Розроблена модель підвищує точність та об'єктивність оцінювання, оскільки з одного боку використовує кількісні оцінки об'єкту дослідження (що базуються на статистичних даних) по різних моделях, а з іншого використовує досвід, знання та компетенції експертів у предметній області.

Загальну концепцію даного підходу можна застосувати, наприклад, у актуальній задачі оцінювання впливу транспорту на довкілля у деякому регіоні. На

вхід моделі подаються кількісні оцінки, отримані згідно різних показників забруднення транспортом навколишнього середовища та лінгвістичні міркування експертів-екологів щодо показників. Необхідно навчити нейро-нечітку мережу на еко-містах (Женева, Рейк'явік, Гельсінкі, Гонолулу та інші) з великою кількістю електротранспорту, співвідношенням числа власних автомобілів на кількість громадян та величини регіону. Синаптичні ваги можна налаштувати згідно розмірів та загальної екологічної ситуації даного регіону враховуючи транспортні вузли та аеропорти. По отриманій оцінці можемо надавати рекомендації щодо покращення впливу транспорту на навколишнє середовище певного міста/регіону/держави.

Побудована модель отримання кількісної оцінки об'єкту дослідження має ряд переваг, а саме: поєднує кількісні (достовірні) оцінки та досвід, знання, компетенції експертів у предметній області; базується на нейро-нечіткій мережі, що має можливість змінювати налаштування синаптичних ваг; можна проводити навчання мережі та коригувати рівні прийняття рішень; згідно запропонованого «інтервального представлення» ваг, модель можна застосовувати для розв'язування тих задач, де не має даних для навчання нейро-нечіткої мережі.

До недоліків даного підходу можна віднести те, що отримана функція належності залежить від розбиття проміжку  $[a_1; a_5]$ , а їх значення від компетенції експертів. Від чого також залежить і навчання мережі.

## ВИСНОВКИ

У роботі розв'язано науково-прикладне завдання розроблення моделі отримання кількісної оцінки об'єкту дослідження, яка з одного боку використовує кількісні оцінки об'єкту, а з іншого досвід, знання та компетенції експертів у відповідній предметній області.

**Наукова новизна** проведеного дослідження наступна:

- вперше розроблено п'ятишарову нейро-нечітку модель для виведення кількісної та лінгвістичної оцінки щодо рівня цінності об'єкта дослідження використовуючи досвід, знання та компетенції експертів у відповідній предметній області;

- вперше запропоновано використовувати у нейро-нечіткій мережі кількісні оцінки про об'єкт дослідження (агреговані оцінки отримані за допомогою багатокритеріальних моделей) та лінгвістичні міркування експертів;

- вперше апробовано та верифіковано розроблену модель для прикладу оцінювання ризику фінансування стартап проєкту на етапі розширення бізнесу, а також запропоновано в якості навчання нейро-нечіткої мережі «інтервальне представлення» синаптичних ваг. Порівняно результати дослідження на різних підходах визначення синаптичних ваг та реальними даними з визначенням похибки. Отримане відхилення менше 3%, що показує достатньо хороші результати розробленої експертної моделі оцінювання з нейро-нечіткою мережею.

**Практичне значення** одержаних результатів полягає в тому, що запропонована модель може використовуватись для оцінки об'єктів у різних соціо-економічних системах при вирішенні завдань прийняття управлінських рішень.

**Подальше дослідження** проблематики вбачаємо у адаптації та апробації моделі для різних об'єктів дослідження.

## ПОДЯКИ

Роботу виконано в рамках держбюджетних науково-дослідних тем Ужгородського національного університету: «Розробка математичних моделей і методів для оброблення інформації та інтелектуального аналізу даних» та «Методи та засоби програмної інженерії реалізації процесів аналітики великих даних на базі інформаційно-технічних платформ електронної науки».

## ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Wang J. G. The application of an interactively recurrent self-evolving fuzzy CMAC classifier on face detection in color images / J. G. Wang, S. C. Tai, C. J. Lin // *Neural Comput. Appl.* – 2018. – 29. – P. 201–213. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-016-2551-x>
2. FPGA Implementation of a Functional Neuro-Fuzzy Network for Nonlinear System Control / [J.-Y. Jhang, K.-H. Tang, C.-K. Huang et al] // *Electronics*. 2018. – 7, 145. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics7080145>
3. Wu M. F. A new method for self-estimation of the severity of obstructive sleep apnea using easily available measurements and neural fuzzy evaluation system / [M. F. Wu, W. C. Huang, C. F. Juang et al.] // *IEEE J. Biomed. Health Inf.* – 2017. – 21. – P. 1524–1532. DOI: 10.1109/JBHI.2016.2633986
4. Fuzzy Model for Quantitative Assessment of Environmental Start-up Projects in Air Transport / [M. Kelemen, V. Polishchuk, B. Gavurová et al.] // *Int. J. Environ. Res. Public Health.* – 2019. – 16. – P. 3585. DOI: <https://doi.org/10.3390/ijerph16193585>
5. Субботин С. А. Синтез нейро-нечетких диагностических моделей с хэширующим преобразованием в последовательном и параллельном режимах / С. А. Субботин, А. Ю. Благодарев, Е. А. Гофман // *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* – 2017. – № 1. – С. 56–65. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2017-1-7>
6. Олійник А. О. Планування ресурсів паралельної обчислювальної системи при синтезі нейро-нечітких моделей для обробки великих даних / [А. О. Олійник, С. Ю. Скрупський, С. О. Субботін та інш.] // *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* – 2016. – № 4. – С. 61–69. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2016-4-8>
7. Бодяньський Є. В. Послідовне нечітке кластерування на основі нейро-фаззи підходу / Є. В. Бодяньський, А. О. Дейнеко, Я. В. Куценко // *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* – 2016. – № 3. – С. 30–38. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2016-3-4>
8. Lin C. J. Identification and prediction using recurrent compensatory neuro-fuzzy systems / C. J. Lin, C. H. Chen // *Fuzzy Sets Syst.* – 2004. – 150. – P. 307–330. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fss.2004.07.001>
9. Khayat O. Structural parameter tuning of the first-order derivative of an adaptive neuro-fuzzy system for chaotic function modeling / O. Khayat // *J. Int. Fuzzy Syst.* – 2014. – 27. – P. 235–245.
10. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 167 с.
11. Ротштейн О. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечёткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети / О. П. Ротштейн. – Винница: «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 1999. – 320 с.
12. Субботін С. О. Подання й обробка знань у системах штучного інтелекту та підтримки прийняття рішень [Текст]: навч. посіб. / С. О. Субботін. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2008. – 341 с. ISBN 978-966-7809-84-4
13. Олійник А. О. Інтелектуальний аналіз даних: навчальний посібник / А. О. Олійник, С. О. Субботін, О. О. Олійник. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2011. – 271 с.
14. Снитюк В. Є. Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми: навч. посіб. / В. Є. Снитюк. – К.: Маклаут, 2008. – 364 с.
15. Зайченко Ю. П. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах [Текст]: учеб. пособие / Ю. П. Зайченко. – К.: Слово, 2008. – 341 с.
16. Jang R. J.-S. Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence / R. J.-S. Jang, C.-T. Sun, E. Mizutani. – Upper Saddle River, Prentice Hall, 1997.
17. Sugeno M. Structure identification of fuzzy model / M. Sugeno, G. T. Kang // *Fuzzy Sets and Systems.* – 1998. – 28. – P. 15–33.
18. The neo-fuzzy neural network structure optimization using the GMDH for the solving forecasting and classification problems / [Ye. Bodyanskiy, Yu. Zaychenko, E. Pavlikovskaya et al] // *Proc. Int. Workshop on Inductive Modeling*, Krynica, Poland. – 2009. – P. 77–89.
19. Маляр М. М. Нечіткі моделі і методи оцінювання кредитоспроможності підприємств та інвестиційних проектів: монографія / М. М. Маляр, В. В. Поліщук. – Ужгород: ПА «АУТДОР-ШАРК», 2018. – 174 с.
20. Fuzzy mathematical modeling financial risks / [V. Polishchuk, O. Voloshyn, M. Malyar, M. Sharkadi] // *IEEE Second International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*, (Lviv, 21–25 August 2018). – Lviv, 2018 – P. 65–69. DOI: 10.1109/DSMP.2018.8478604
21. Polishchuk V. Fuzzy Method for Evaluating Commercial Projects of Different Origin / V. Polishchuk // *Journal of Automation and Information Sciences.* – Begell house, Inc, New York, 2018. – Volume 50, 2018 Issue 5. – P. 60–73.
22. Маляр М. М. Модель інформаційної технології оцінювання ризику фінансування проектів / М. М. Маляр, В. В. Поліщук, М. М. Шаркаді // *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* – 2017. – № 2. – С. 44–52. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-2-5.
23. Model of start-ups assessment under conditions of information uncertainty / [M. Malyar, V. Polishchuk, M. Sharkadi, I. Liakh] // *Eastern European Journal of Enterprise Technologies, Mathematics and cybernetics – applied aspects*, 2016. – No. 3/4 (81). – P. 43–49. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.71222.
24. Інформаційне моделювання нечітких знань / [О. Ф. Волошин, М. М. Маляр, В. В. Поліщук, М. М. Шаркаді] // *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* – 2018. – No. 4. – С. 84–95. DOI 10.15588/1607-3274-2018-4-8.

Стаття надійшла до редакції 27.08.2019.  
Після доробки 11.10.2019.

### НЕЙРО-НЕЧЕТКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

**Маляр Н. Н.** – Д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, Ужгород, Украина.

**Полищук А. В.** – Аспирант кафедры кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, Ужгород, Украина.

**Полищук В. В.** – Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры программного обеспечения систем Ужгородского национального университета, Ужгород, Украина.

**Шаркади М. Н.** – Канд. экон. наук, доцент, доцент кафедры кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, Ужгород, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Проведено исследование актуальной задачи разработки моделей и методов многокритериального оценивания с применением нейро-нечетких технологий.

**Целью** данной работы является разработка модели агрегированной оценки ценности объекта исследования, в которой с одной стороны используются различные характеристики объекта, которые оцениваются по количественным показателям, и на основании различных моделей представления знаний об объекте, а с другой использует опыт, знания и компетенции экспертов в соответствующей предметной области.

Объектом исследования является процесс моделирования опыта, знаний и компетенции экспертов для получения количественной оценки объекта исследования на основе нейро-нечетких сетей.

Предметом исследования является нейро-нечеткие модели получения количественной оценки объекта исследования для принятия решений в условиях экспертных данных.

**Метод.** Впервые разработана пяти шаровая нейро-нечеткая модель, для вывода количественной и лингвистической оценки уровня ценности объекта исследования, используя опыт, знания и компетенции экспертов в соответствующей предметной области. Впервые предложено использовать в нейро-нечеткой сети количественные оценки об объекте исследования (агрегированные оценки получены с помощью многокритериальных моделей) и лингвистические рассуждения экспертов. Впервые апробировано и верифицировано разработанную модель для примера оценки риска финансирования стартап проекта на этапе расширения бизнеса, а также предложено в качестве обучения нейро-нечеткой сети «интервальные представления» синаптических весов. По сравнению результаты исследования на различных подходах определения синаптических весов и реальными данными с определением погрешности.

**Результаты.** Полученным результатом исследования является нейрон-нечеткая модель оценки объекта по многим критериям. Разработанная модель дает возможность совместить количественные характеристики объекта с экспертными мнениями в виде качественных оценок. Рациональность оценки доказывает преимущества разработанных моделей.

**Выводы.** Совместное использование аппарата теории нечетких множеств и нейро-сетей является удобным средством моделирования в задачах многокритериального выбора. Как правило, важная информация для систем поддержки управленческих решений поступает из двух источников: 1) получение оценок объекта по определенным количественным показателям, порождает неточности; 2) от людей-экспертов, которые описывают свои знания о предметной области, что порождает субъективность и неопределенность. Поэтому, сохранения экспертных оценок и неточных данных требует умения с ними работать. В работе решено научно-прикладную задачу разработки модели для получения агрегированной оценки объекта, основанная на нейро-нечеткой сети и может быть применена при решении задач принятия управленческих решений в социо-экономических системах.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** нейро-нечеткая сеть, нечеткие знания, объект исследования, оценка риска, функция принадлежности, экспертная оценка, принятие решений.

### NEURO-FUZZY MULTICRITERIA ASSESSMENT MODEL

**Malyar N. N.** – Doctor of Science, Associate professor, Professor of the Department of Cybernetics and Applied Mathematics, Uzhgorod National University, Uzhgorod, Ukraine.

**Polishchuk A. V.** – PhD Student of the Department of Cybernetics and Applied Mathematics, Uzhgorod National University, Uzhgorod, Ukraine.

**Polishchuk V. V.** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Software Systems, Uzhgorod National University, Uzhgorod, Ukraine.

**Sharkadi M. N.** – PhD, Associate professor, Associate Professor of the Department of Cybernetics and Applied Mathematics, Uzhgorod National University, Uzhgorod, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** The research of the actual problem of development of models and methods of multicriteria evaluation using neuro-fuzzy technologies is carried out.

The purpose of this work is to develop a model for obtaining an aggregate evaluation of the significance of the object of study, which on the one hand uses different characteristics of the object, evaluated by quantitative indicators and on the basis of different models of representation of knowledge about the object, and on the other uses experience, knowledge and the expertise of experts in the relevant subject area.

**Objective.** The object of the study is the process of modeling the experience, knowledge and competence of experts to quantify the object of study on the basis of neuro-fuzzy networks.

The subject of the study is a neuro-fuzzy model of quantifying an object of study for decision making in expert data.

**Method.** For the first time, a five-layer neuro-fuzzy model has been developed to derive quantitative and linguistic assessments of the object of the study using the expertise, expertise and expertise of the subject area. For the first time, it is proposed to use quan-

titative estimates of the object of study (aggregated estimates using multicriteria models) and linguistic expert reasoning on a neuro-fuzzy network. For the first time, a model has been tested and verified for an example of assessing the risk of financing a startup project in the business expansion phase, and is also offered as a training for the neuro-fuzzy synaptic weight interval network. Comparison of the results of the study on different approaches to determining synaptic weights and real data with error detection.

**Results.** The result of the study is a neural-fuzzy model for evaluating an object by many criteria. The developed model allows to combine quantitative characteristics of an object with expert opinions in the form of qualitative estimates. The rationality of the evaluation proves the advantages of the developed models.

**Conclusions.** Sharing the apparatus of fuzzy sets and neural networks theory is a convenient simulation tool for multicriteria selection problems. As a rule, important information for management decision support systems comes from two sources: 1) obtaining object estimates by certain quantitative indicators, which creates inaccuracy; 2) from expert people who describe their subject matter knowledge, which creates subjectivity and uncertainty. Therefore, maintaining expert judgment and inaccurate data requires the ability to work with them. The paper deals with the scientific and applied problem of developing a model for obtaining an aggregate estimation of an object based on a neural-fuzzy network and can be applied in solving management decision-making problems in socio-economic systems.

**KEYWORDS:** neuro-fuzzy network, fuzzy knowledge, research object, risk assessment, membership function, peer review, decision making.

## REFERENCES

1. Wang J. G., Tai S. C., Lin C. J. The application of an interactively recurrent self-evolving fuzzy CMAC classifier on face detection in color images, *Neural Comput. Appl.*, 2018, 29, pp. 201–213. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-016-2551-x>
2. Jhang J.-Y., Tang K.-H., Huang C.-K., Lin C.-J., Young K.-Y. FPGA Implementation of a Functional Neuro-Fuzzy Network for Nonlinear System Control, *Electronics*, 2018, 7, P. 145. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics7080145>
3. Wu M. F., Huang W. C., Juang C. F., Chang K. M., Wen C. Y., Chen Y.H., Lin C. Y., Chen Y. C., Lin C. C. A new method for self-estimation of the severity of obstructive sleep apnea using easily available measurements and neural fuzzy evaluation system, *IEEE J. Biomed. Health Inf.*, 2017, 21, pp. 1524–1532. DOI: 10.1109/JBHI.2016.2633986
4. Kelemen M., Polishchuk V., Gavurová B., Szabo S., Rozenberg R., Gera M., Kozuba J., Hospodka J., Andoga R., Divoková A., Bliš'an P. Fuzzy Model for Quantitative Assessment of Environmental Start-up Projects in Air Transport, *Int. J. Environ. Res. Public Health*, 2019, 16, P. 3585. DOI: <https://doi.org/10.3390/ijerph16193585>
5. Subbotin S. A., Blagodarev A. YU., Gofman Ye. A. Sintez neyro-nechetkikh diagnosticheskikh modeley s ksheshiruyushchim preobrazovaniyem v posledovatel'nom i parallel'nom rezhimakh, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 1, pp. 56–65. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2017-1-7>
6. Oliynyk A. O., Skrupskyy S. YU., Subbotin S. O., Blahodar'ov A. YU., Hofman YE. O. Planuvannya resursiv paralel'noyi obchys-lyuval'noyi systemy pry syntezi neyro-nechitkykh modeley dlya obrobky velykykh danykh, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2016, No. 4, pp. 61–69. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2016-4-8>
7. Bodyans'kyy YE. V. Deyneko A. O., Kutsenko YA. V. Poslidovne nechitke klasteruvannya na osnovi neyro-fazzi pidkhotu, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2016, No. 3, pp. 30–38. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2016-3-4>
8. Lin C. J., Chen C. H. Identification and prediction using recurrent compensatory neuro-fuzzy systems, *Fuzzy Sets Syst*, 150, 2004, pp. 307–330. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fss.2004.07.001>
9. Khayat O. Structural parameter tuning of the first-order derivative of an adaptive neuro-fuzzy system for chaotic function modeling, *J. Int. Fuzzy Syst.*, 2014, 27, pp. 235–245.
10. Zade L. Ponyatiye lingvisticheskoy peremennoy i yego primeneniye k prinyatiyu priblizhennykh resheniy. Moscow, Mir, 1976, 167 p.
11. Rotshteyn O. P. Intelektualni tekhnolohiyi identyfikatsiyi: nechitki mnozhyny, henetychni alhorytmy, neyronni merezhi. Vinnytsya, UNIVERSUM, 1999, 320 p.
12. Subbotin S. O. Podannya ta obrobka znan u systemakh shtuchnoho intelektu ta pidtrymky pryynyattya rishen: navch. posib. Zaporizhzhya, ZNTU, 2008, 341 p. ISBN 978-966-7809-84-4
13. Oliynyk A. O., Subbotin S. O., Oliynyk O. O. Intelektual'nyy analiz danykh : navchal'nyy posibnyk. Zaporizhzhya, ZNTU, 2011, 271 p.
14. Snytyuk V. YE. Prohnozuvannya. Modeli. Metody. Alhorytmy: navch. posib. Kiev, Maklout, 2008, 364 p.
15. Zaychenko YU. P. Nechetkiye modeli i metody v intellektualnykh sistemakh: ucheb. Posobiye. Kiev, Slovo, 2008, 341 p.
16. Jang R. J.-S., Sun C.-T., Mizutani E. Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence. Upper Saddle River, Prentice Hall, 1997.
17. Sugeno M., Kang G. T. Structure identification of fuzzy model, *Fuzzy Sets and Systems*, 1998, 28, pp. 15–33.
18. Bodyanskiy Ye., Zaychenko Yu., Pavlikovskaya E., Samarina M., Viktorov Ye. The neo-fuzzy neural network structure optimization using the GMDH for the solving forecasting and classification problems, *Proc. Int. Workshop on Inductive Modeling, Krynica*, Poland, 2009, pp. 77–89.
19. Malyar M. M., Polishchuk V. V. Nechitki modeli i metody otsinyuvannya kredytopromozhnosti pidpryyemstv ta investytsiynykh proektiv : monohrafiya. Uzhhorod, RA «AUTDOR-SHARK», 2018, 174 p. ISBN 978-617-7132-85-0.
20. Polishchuk V., Voloshyn O., Malyar M., Sharkadi M. Fuzzy mathematical modeling financial risks, *IEEE Second International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*, (Lviv, 21–25 August 2018). Lviv, 2018, pp. 65–69. DOI: 10.1109/DSMP.2018.8478604
21. Polishchuk V. Fuzzy Method for Evaluating Commercial Projects of Different Origin, *Journal of Automation and Information Sciences*. Begell house, Inc, New York, 2018, Volume 50, Issue 5, pp. 60–73.
22. Malyar M. M., Polishchuk V. V., Sharkadi M. M. Model informatsiynoyi tekhnolohiyi otsinky ryzyku finansuvannya proektiv, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 2, pp. 44–52. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-2-5.
23. Malyar M., Polishchuk V., Sharkadi M., Liakh I. Model of start-ups assessment under conditions of information uncertainty, *Eastern European Journal of Enterprise Technologies, Mathematics and cybernetics – applied aspects*, 2016, No. 3/4 (81), pp. 43–49. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.71222.
24. Polishchuk V. V., Malyar M. M., Polishchuk V. V., Sharkadi M. M. Informatsiyne modelyuvannya nechitkykh znan, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, No. 4, pp. 84–95. DOI 10.15588/1607-3274-2018-4-8



## SYNTESIS OF GROUP DECISIONS IN THE PROBLEM OF ANALYSIS OF THE TECHNICAL CONDITION OF MILITARY-CIVILIAN OBJECTS

Shved A. V. – PhD, Associate Professor of the Department of Software Engineering, Petro Mohyla Black Sea National University, Mykolayiv, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** Quite often, experts are involved in the process of diagnosis and monitoring the technical condition of buildings and structures, and in this case, situations might arise when expert data is generated under some specific types of uncertainty, and their possible combinations. This, in turn, necessitates the development of new approaches aimed at solving the problems of structuring and analytical processing of inaccurate, uncertain, fuzzy expert knowledge.

**Objective.** The methodology for choosing the category of technical condition of construction objects, including buildings and structures, and ranking the corresponding construction objects within the given category of the technical condition according to their degree of danger (expected damage in the event of an emergency) has been proposed in this paper. The proposed approach is based on the expert assessment methods and the mathematical apparatus of the evidence theory, which allows operating correctly with data generated under uncertainty, incompleteness, and inaccuracy. In order to improve the quality of combination results, it is proposed to use one of the proportional conflict redistribution rules and determine the optimal evidence combination order based on metrics in evidence theory.

**Results.** The paper proposes a methodology for the synthesis of group solutions for assessing the technical condition of civil, industrial and military-technical construction objects, and determining objects that primarily need maintenance or overhaul under complex forms of uncertainty and multi-alternatives. Application of the proposed methodology will allow rational distribution of available resources when planning preventive measures and carrying out repair work (overhaul, reconstruction, etc.) to increase the efficiency of their trouble-free operation.

**Conclusions.** The methodology proposed in this study constitutes the theoretical basis for the design of decision support systems for monitoring the technical condition of residential and/or non-residential real estate (buildings, structures) for various purposes.

**KEYWORDS:** evidence theory, technical condition category, ranking, expert judgments, uncertainty.

### ABBREVIATIONS

*TC* – technical condition;  
*Bpa* – basic probability assignment;  
*DST* – Dempster-Shafer theory of evidence.

### NOMENCLATURE

$\Omega_j^{(l)}$  is a vector that contains the numerical values of the degrees of expert's preferences formed by  $j$ -th expert for  $l$ -th category of technical condition;

$\alpha$  is an optimism coefficient;

$A$  is a set of analyzed objects (alternatives);

$B_j^{(i)}$  is a vector that contains the numerical values of the degrees of expert's preferences formed by  $j$ -th expert for  $i$ -th analyzed object;

$E$  is a set of experts;

$H$  is a set of profiles of expert preferences;

$K$  is a set of categories of technical condition of building constructions;

$M_j^{(i)}$  is a vector that contains the values of a basic probability assignment of corresponding subsets;

$O_l$  is a set of analyzed objects that correspond to (belong to)  $l$ -th category of technical condition;

$P_j^{(i)}$  is a subset of preferences of the  $j$ -th expert regarding the analyzed objects that correspond to (belong to)  $l$ -th category of technical condition;

$RA^{(i)}$  is a ranking of categories of technical condition for  $i$ -th analyzed object;

$RK_l$  is a ranking of analyzed objects that belong for  $l$ -th technical condition category;

$R_{rez}$  is a final ranking, with elements corresponding to collective rankings of the analyzed objects for each category of TC.

$X_j^{(i)}$  is a subset of preferences of the  $j$ -th expert regarding the analyzed objects that correspond to (belong to)  $i$ -th analyzed object;

$d$  is a total number of selected subsets (groups of elements) by  $j$ -th expert for  $i$ -th analyzed object;

$m()$  is a basic probability assignment of corresponding subset;

$m_{d+1}()$  is a basic probability assignment of frame of discernment;

$m_{12}()$  is a combined basic probability assignments of  $m_1()$  and  $m_2()$ ;

$w_j$  is a weight coefficient (competency coefficient) of the  $j$ -th expert;

$2^\Omega$  is a power-set of all possible subsets of  $\Omega$ , including the empty set;

$|\cdot|$  is a cardinality of the corresponding subset;

$\oplus$  is an evidence combination rule.

### INTRODUCTION

In recent decades, a steady trend of physical and moral aging of fixed assets, which include buildings and structures, has been established in Ukraine. Buildings are subject to a variety of influences, they wear out, age, collapse, causing their performance to deteriorate, and over time they cease to be fit for purpose.

For example, experts estimate that about 60% of the country's housing stock needs major overhaul, and the overall level of communal infrastructure deterioration exceeds 60%.

In this regard, the task of monitoring and evaluation of the TC of buildings and structures acquires particular importance to ensure safe operation and operational reliability of building constructions and structures. Regular monitoring of the TC of building structures is aimed at the timely adoption of measures to prevent and eliminate emerging negative processes in order to increase the efficiency of accident-free continuous operation of facilities; to develop forecasts of changes in the TC of buildings and structures, in order to study the dynamics of deformation processes.

Nowadays, in Ukraine, a comprehensive methodology for evaluation and monitoring of the TC of structures, buildings have not been approved, which would be unambiguous, formalized, and experimentally confirmed. Experts (specialists) in the field of structures of buildings and constructions defects diagnosis note the absence of clear recommendations for making justified decisions on the TC of structures and buildings in general, fixed in the current regulatory documents.

There is a lack of communication between the regulatory documents; insufficient evaluation criteria formulated, few and limited signs of classification of the structures and the buildings to a particular category of TC. Signs of the categories of TC of building constructions and structures are not sufficiently developed both theoretically and practically.

**The object of study** is the group expert evaluations of TC categories of building constructions and structures, that require structuring and aggregation in order to synthesize collective management decisions (building demolition, reinforcement, repair, reconstruction, etc.).

**The subject of study** is the models and methods of analysis and structuring of group expert evaluations of TC categories of building constructions and structures, based on the mathematical apparatus of evidence theory.

**The purpose of the work** is to develop a methodology for determining the category of the TC of building constructions and structures, and selection of considered construction objects for their renovation, restoration, overhaul, etc. under group decision-making process.

## 1 PROBLEM STATEMENT

Let us consider a set of analyzed objects (alternatives)  $A = \{A_i \mid i = \overline{1, n}\}$ , a set of categories of TC of building constructions  $K = \{K_l \mid l = \overline{1, s}\}$  and a set of experts  $E = \{E_j \mid j = \overline{1, t}\}$ .

It is necessary to determine a TC category for each given alternative:  $\forall A_i \in A, i = \overline{1, n} : (A_i, K_l), l = \overline{1, s}$ . The pair  $(A_i, K_l)$  defines the belonging of the object  $A_i$  to the category  $K_l$ . And make collective expert ranking of  $A_i^{(l)}$  for selected TC category  $K_l$ , which allows to choose from a set A one alternative  $A_i^{(l)}$  (or a few equivalent  $A_i^{(l)} \sim A_p^{(l)}$ ) that are most in need of overhaul, restoration

etc.:  $RK_l : \{A_1^{(l)} \succ A_2^{(l)} \succ \dots \succ A_i^{(l)} \succ \dots \succ A_z^{(l)}\}$  or  $RK_l : \{A_1^{(l)} \succ A_2^{(l)} \succ \dots \succ A_i^{(l)} \sim A_p^{(l)} \succ \dots \succ A_z^{(l)}\}$ .

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

A significant number of publications are devoted to various aspects of assessment of the buildings TC. So, [1–5] are offered the issues of reliability, physical and moral deterioration of building structures and constructions, and a number of methods of determination of TC of building structures based on results of a building technical inspection are considered. For example, [1] is studied various test methods for building diagnosis and condition assessment. The comparative analysis of building condition assessment methods widely used in European countries is carried out in [2]. The authors of the [3] proposed a method for calculating condition index of corrosion distressed reinforced concrete buildings based on mathematical apparatus of fuzzy logic. Obtained index allows evaluating condition and repair needs of the buildings and structures.

It can be allocate a number of works using methods of expert estimation in a problem of diagnosis of TC of buildings and structures [6–10]. The authors of [6, 7] have presented a fuzzy-based assessment model, that allows to carry out diagnostics of building structures under uncertainty and ambiguity. In particular, the authors of the [6] used the proposed technique for evaluating of importance of structural assessment criteria for reinforced concrete structures, and at the same time as the authors of the [7] have calculated corrosion damage of bridge superstructures. [8] proposes the methodology for bridge condition evaluation (for maintenance actions and budget allocation) using the Analytic Hierarchy Process (AHP) method. The authors of the [9] have proposed the expert assessment of model that calculates the degree of deterioration of engineering assets with a long service-life under uncertainty. The method of expert assessment in the diagnosis of the TC of buildings under a limited number of statistical data from instrumental inspection and inaccuracy of information based on the fuzzy decision-making methods has been proposed in [10].

At the same time, it is worth mentioning the papers that are aimed at automating the process of assessment of the TC of operated buildings constructions. These works are devoted to the development and use of intelligent systems for diagnosing the TC of building constructions and structures [11–14]. These systems use the accumulated experience and knowledge of experts and current information about the state of the building structure: [11] proposes condition assessment system for sustainable constructions that uses five-point colour-coded condition assessment rating for performance evaluation criteria, such as risk; a prototype computing system for safety diagnosis of middle and small-size buildings have been proposed in [12]; the concept of expert system of diagnostics of technical condition of buildings and constructions is given in [13]; [14] suggests

the concepts of expert information system for building diagnosis based on integrative use of expert system technology and remote monitoring technology.

An analysis of numerous publications in the field of diagnostics of TC showed that the process of assessing and monitoring the TC of building structures is carried out by combining agreed and complementary research calculation and analytical procedures, the list and completeness of which in each case is specified by the specialized organization conducting the survey. And an essential place in this process is occupied by expert assessment methods. It is imperative to select methods of analysis and processing of expert data carefully and take into account various forms of ignorance, such as incompleteness, fuzziness, and uncertainty.

At the same time, quite often in practice, there are situations characterized simultaneously by various forms of ignorance, for example, a combination of uncertainty and inaccuracy. The mathematical theory of evidence (Dempster-Shafer Theory) is a useful mathematical tool for modeling and analyzing some specific types of uncertainty [15–17].

### 3 MATERIALS AND METHODS

The TC is defined by a set of properties of a building (structure) or its elements (constructions), which is characterized at a certain point of time by the signs established by the regulatory and technical documentation for this building (structure) or its elements, and reflecting the level of operational suitability. The TC of the building (structure) is a combination of qualitative and quantitative indicators, which characterize the serviceability of the building and its parts in comparison with their maximum permissible values.

Assessment of the TC building constructions and structures includes determining the category of the TC of building structures taking into account the degree of damage and the magnitude of the reduction in bearing capacity; establishing the operational suitability of building structures according to basic criteria or the need for their overhaul (restoration, reconstruction, etc.). The criteria of TC assessing depend on the functional purpose and design of buildings and structures, the type of building structures, the material used, and other factors.

The paper proposes a methodology for determining the category of TC of building structures, and selecting the considered building objects (buildings, structures) for overhaul, within the framework of a given category of TC, or for all categories of TC. Let us consider the stages of the proposed methodology.

1 Determining technical condition category of building structures

First, it is necessary to survey building constructions and structures by visual inspection, instrumental measurements, and tests in natural and laboratory conditions. As a result of this procedure, a set of quantitative and qualitative indicators of the serviceability of the building (structure), its parts and structures will be formed. Further, an expert group, which includes experts,

representatives of building repair and construction organizations, etc., determines the category of TC of building constructions and structures for each object under consideration in accordance with the set of quantitative and qualitative characteristics of their operational condition.

Let us consider a set of analyzed building objects (alternatives)  $A = \{A_i | i = \overline{1, n}\}$ , a set of categories of TC of building constructions  $K = \{K_l | l = \overline{1, s}\}$  and a group of experts  $E = \{E_j | j = \overline{1, t}\}$ , who form the profiles of expert preferences  $H = \{\gamma_j | j = \overline{1, t}\}$ . It is necessary to determine a TC category for each given alternative:  $\forall A_i \in A, i = \overline{1, n} : (A_i, K_l), l = \overline{1, s}$ . The pair  $(A_i, K_l)$  defines the belonging of the object  $A_i$  to the category  $K_l$ .

The procedure of determining the TC category based on the mathematical apparatus of the theory of evidence consists of the following sequential iterations:

#### 1.1 Expert preferences identification

Each expert  $E_j \in E$  is invited to determine a TC category  $K_l \in K$ , or to distinguish some groups of TC categories  $Y_k = \{K_l | l = \overline{1, s}\}, 1 \leq k \leq z, Y_k \subseteq K$ , and to set the corresponding numeric value  $b_k$  within the given scale of expert measurements, which describes the degree of preference of the analyzed object in relation to the set of other options (to a set  $K$ ), for all analyzed objects  $A_i \in A$ .

An expert can establish several categories at once, for the analyzed object, or even refuse to evaluate them if he is not sure about his choice. As a result of the corresponding procedure, a set  $H = \{\gamma_j | j = \overline{1, t}\}$  will be formed, each element of which represents the expert preferences profiles of the categories of TC of the analyzed objects  $\gamma_j = \langle X_j^{(i)}, B_j^{(i)} \rangle, i = \overline{1, n}$ . Each subset  $X_j^{(i)} = \{Y_k | k = \overline{1, d}\}, d \leq 2^{|K|}$  reflects the preferences (choice) of the expert  $E_j \in E$  regarding the category (s) of the TC of the object  $A_i \in A$ . Any subset of  $Y_k$  contains the preferred categories (groups of categories) of the TC  $K_l \in K$  of the analyzed object  $A_i \in A$  and can be built on the basis of the next rules [15–17]:

1.  $Y_k = \{\emptyset\}$ ;
2.  $Y_k = \{K_l\}$ ;
3.  $Y_k = \{K_l | l = \overline{1, g}\}, g < s$ ;
4.  $Y_k = K = \{K_l | l = \overline{1, s}\}$ .

Thus, for each alternative  $A_i \in A$ , a subset system  $\{X_j^{(i)} | j = \overline{1, t}\}$  will be formed that displays the choice of all experts regarding the TC category of  $A_i \in A$ .

For each subset system  $X_j^{(i)} = \{Y_k | k = \overline{1, d}\}$  a vector  $B_j^{(i)} = \{b_k | k = \overline{1, d}\}$  will be formed, which contains the numerical values of the degrees of preference  $b_k$  of  $Y_k \subseteq X_j^{(i)}$  ( $Y_k \subseteq K$ ), selected by the expert  $E_j$  for each analyzed object  $A_i \in A$ .

If the expert  $E_j$  refused to evaluate  $A_i$ , then we accept that his choice is equal to  $X_j^{(i)} = \emptyset$ , which reflects a situation of complete ignorance of the expert regarding the current choice.

### 1.2 Determining basic probability assignment of corresponding subsets $Y_k \subseteq X_j^{(i)}$

For each formed subset system  $X_j^{(i)} = \{Y_k | k = \overline{1, d}\}$ , a vector  $M_j^{(i)} = \{m_k | k = \overline{1, d+1}\}$  will be obtained, the elements of which are calculated by the next formulas [17]:

$$m_k(Y_k) = \frac{b_k \cdot w_j}{\sum_{i=1}^d b_k \cdot w_j + \sqrt{d}}, (i = \overline{1, d}); \quad (2)$$

$$m_{d+1}(K) = \frac{\sqrt{d}}{\sum_{i=1}^d b_k \cdot w_j + \sqrt{d}}. \quad (3)$$

The value  $m_{d+1}(K)$  reflects the degree of complete ignorance of  $E_j$  corresponding to the object  $A_i \in A$ .

### 1.3 Determination of the order of experts' evidence combination

Determination of the order of evidence combination based on dissimilarity measures in evidence theory allows getting more effective results of combination.

To perform this procedure, the degree of difference between  $X_{j_1}^{(i)}$  and  $X_{j_2}^{(i)}$ ,  $\forall (j_1, j_2) = \overline{1, t}$ , is calculated based on e.g. the measure [18]:

$$d_J(M_{j_1}^{(i)}, M_{j_2}^{(i)}) = \sqrt{\frac{1}{2} (M_{j_1}^{(i)} - M_{j_2}^{(i)})^T D (M_{j_1}^{(i)} - M_{j_2}^{(i)})}. \quad (4)$$

Elements of the  $2^{|K|} \times 2^{|K|}$  matrix  $D = \{d_{sp}\}$ ,  $d_{sp} = \frac{|Z_s \cap Z_p|}{|Z_s \cup Z_p|}$  measure the difference between elements (subsets)  $Z_s$  and  $Z_p$  of the set  $2^K$ .

The value of  $d_J(M_{j_1}^{(i)}, M_{j_2}^{(i)}) \in [0, 1]$  represents the distance, which reflects the difference and expresses the degree of conflict between  $M_{j_1}^{(i)}$  and  $M_{j_2}^{(i)}$ .

For aggregation the corresponding values of  $M_{j_1}^{(i)}, \dots, M_{j_t}^{(i)}$ , at each stage of combination such  $M_{j_1}^{(i)}$  and  $M_{j_2}^{(i)}$  are selected which satisfy the below condition:  $\min(d_J(M_{j_1}^{(i)}, M_{j_2}^{(i)})), \forall (j_1, j_2) = \overline{1, t}$ .

### 1.4 Aggregation of expert evidence

Aggregation of expert evidence in the notation of the mathematical theory of evidence is carried out by combining the obtained basic probability assignments  $M_j^{(i)} = \{m_k | k = \overline{1, d+1}\}$  for all experts  $E_j$ , ( $j = \overline{1, t}$ ). Thus,  $t-1$  combining operations will be performed.

To obtain aggregated estimates, it is recommended to use one of the proportional conflict redistribution rules. Since when using any of these rules, the resulting combined basic probability assignments are formed by adding parts of the total conflict mass or local conflict masses to the corresponding value  $m(\cdot)$ . In this case, the resulting subsets correspond to the original ones; new subsets are not formed.

The combined basic probability assignments  $m_{PCR5}(C)$  according to the proportional conflict redistribution rule PCR5 ( $\forall C \subset 2^K \setminus \{\emptyset\}$ ) are calculated based on the expression [19]:

$$m_{PCR5}(C) = m_{12}(C) + \sum_{\substack{Y \in 2^K \setminus \{X\} \\ X \cap Y = \emptyset}} \left[ \frac{m_1(X)^2 \cdot m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 \cdot m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right]. \quad (5)$$

In equation (5),  $m_{12}(C)$  corresponds to the combined basic probability assignments for the subset  $C = X \cap Y$ , which is calculated based on conjunctive consensus.

As a result of combination produce the set  $X_{rez}^{(i)} = \{Y_{rk}^{(i)} | rk = \overline{1, q}\}$ ,  $q \leq 2^{|K|} - 1$  (except the empty set), will be obtained. This set contains the resulting subsets obtained by combining  $X_{j_1}^{(i)}$  and  $X_{j_2}^{(i)}$ ,  $\forall (j_1, j_2) = \overline{1, t}$ , and a vector  $M_{rez}^{(i)}$  containing the basic probability assignments  $m_{rez}(Y_{rk}^{(i)})$  of the resulting subsets  $Y_{rk}^{(i)}$  for the  $A_i \in A$ .

### 1.5 Construction of the final ranking of categories of TC for $A_i$

For final ranking construction, it is necessary to calculate the values of belief  $Bel(X)$  and plausibility  $Pl(X)$  function, which in the mathematical theory of evidence represent the upper and lower bounds of the interval that contains the exact probability value  $P(X)$  of subset  $X$ .

The  $Bel(\cdot)$  and  $Pl(\cdot)$  function are calculated for each subset  $Y_{rk}^{(i)}$  in the following way:

$$Bel(X) = \sum_{Y \subseteq X} m(Y); \quad (6)$$

$$Pl(X) = \sum_{Y \cap X \neq \emptyset} m(Y). \quad (7)$$

The priority of the subset  $Y_{rk}^{(i)}$  is established by comparing the obtained intervals  $[Bel(\{Y_{rk}^{(i)}\}), Pl(\{Y_{rk}^{(i)}\})]$  formed by belief and plausibility function.

The element (a subgroup of elements of the original set) is considered as the best choice if belief and plausibility function values for it are the largest among similar values of all elements.

In the case when the considered intervals are nested, their comparison can be carried out using the expression:

$$\alpha \cdot Bel(\{Y_{rk}^{(i)}\}) + (1 - \alpha) \cdot Pl(\{Y_{rk}^{(i)}\}), \alpha \in [0, 1]. \quad (8)$$

The result of mathematical model construction is a final ranking of categories of TC for each given alternative  $A_i, i = \overline{1, n}$ , that displays the choice of all experts:

$$RA^{(i)} : \{K_1^{(i)} \succ K_2^{(i)} \succ \dots \succ K_i^{(i)} \succ \dots \succ K_l^{(i)}\}.$$

#### 1.6 Determination of category of TC for $A_i$

Next, for each  $A_i$ , a category of TC is selected that meets the below condition:  $\max(m_{comb}(K_l))$ . Thus, for each category of TC  $K_l$ , a set of objects can be obtained that corresponds to it:  $O_l = \{A_i^{(l)} \mid i = \overline{1, z}\}, z \leq n$ .

At the next stage, the expert group performs the ranking of objects (building constructions and structures) within a given category of TC following the data obtained at the previous stage regarding the belonging of the analyzed object to a particular category of TC.

#### 2 Ranking objects within a given category of technical condition

The task is to obtain the resulting ranking of considered objects (buildings, structures, etc.) according to the potential damage and the significance of the object, which makes it possible to rationally allocate available resources during the planning of the preventive measures and overhaul, increase the operational reliability and stability of building constructions for military-civilian use.

Let us consider a set of analyzed objects (alternatives)  $A = \{A_i \mid i = \overline{1, n}\}$ , a set of categories of TC of building constructions  $K = \{K_l \mid l = \overline{1, s}\}$  and a set of experts  $E = \{E_j \mid j = \overline{1, t}\}$ . At the previous stage, for each category of TC  $K_l$ , a set of objects was obtained that corresponds to  $K_l$ :  $O_l = \{A_i^{(l)} \mid i = \overline{1, z}\}, z \leq n$ . It is necessary to make a ranking of corresponding building constructions  $A_i^{(l)}$  within the given category  $K_l$  by a degree of their damage (expected damage in the event of an emergency) and the need of an overhaul:

$$RK_l : \{A_1^{(l)} \succ A_2^{(l)} \succ \dots \succ A_i^{(l)} \succ \dots \succ A_z^{(l)}\}, \text{ or}$$

$$RK_l : \{A_1^{(l)} \succ A_2^{(l)} \succ \dots \succ A_i^{(l)} \sim A_p^{(l)} \succ \dots \succ A_z^{(l)}\};$$

$$R_{rez} = \{RK_l \mid l = \overline{1, s}\}.$$

The procedure for constructing a ranking model for building objects based on the mathematical apparatus of evidence theory consists of the following steps:

#### 2.1 Expert preferences identification

The expert  $E_j \in E$  forms a system of subsets

$P_j^{(l)} = \{P_i^{(l)} \mid i = \overline{1, f}\}, f \leq 2^{|O_l|}, P_i^{(l)} \subseteq O_l$ , reflecting their preferences (choice) regarding the degree of technical wear of buildings and repair work required for object  $P_i^{(l)}$  (provided that  $|P_i^{(l)}| = 1$ ), or group of objects (if  $|P_i^{(l)}| > 1$ ), corresponding to the  $K_l$  in accordance with (1). Next,  $E_j \in E$  sets numerical values  $\omega_i^{(l)}$  that reflects the degrees of preference  $P_i^{(l)}$  relative to  $O_l$  in values of a given scale of expert preferences,  $\Omega_j^{(l)} = \{\omega_i^{(l)} \mid i = \overline{1, f}\}$ .

#### 2.2 Determining basic probability assignments of corresponding subsets $P_i^{(l)} \subseteq O_l$

Then, for each formed subset system  $P_j^{(l)} = \{P_i^{(l)} \mid i = \overline{1, f}\}$ , a vector  $M_j^{(l)} = \{m_k \mid k = \overline{1, f+1}\}$ , that contains the values of a basic probability assignment of subset  $P_i^{(l)}$ , will be obtained. The elements of  $M_j^{(l)}$  can be calculated using the procedure described in Section 1.2.

#### 2.3 Aggregation of expert evidence

Aggregation of individual expert assessments is carried out on the basis of the operation of the combination of received expert evidence  $P_j^{(l)} = \{P_i^{(l)} \mid i = \overline{1, f}\}$  and the corresponding values of  $M_j^{(l)} = \{m_k \mid k = \overline{1, f+1}\}$  for a given category  $K_l$  according to the estimates of all experts.

The order of experts' evidence combination is determined in accordance with the procedure given in Stage 1.3. It is recommended to use the rule (5) as a combination rule.

As a result of combination procedure, in accordance with the selected combination rule, the set  $P_{rez}^{(l)} = \{P_{ri}^{(l)} \mid ri = \overline{1, v}\}, v \leq 2^{|O_l|} - 1$ , will be obtained, containing the resulting subsets obtained by combining  $P_j^{(l)}, (j = \overline{1, t})$ ; and a vector  $M_{rez}^{(l)}$  containing the basic probability assignments  $m_{rez}(P_{ri}^{(l)})$  of the resulting subsets  $P_{ri}^{(l)}$  for the category  $K_l$ .

#### 2.4 Making a collective ranking of the analyzed objects

On the next stage, the collective ranking of the analyzed objects is formed for a given category  $K_l$  in accordance with Stages 1.4–1.5.

As a result of this procedure, a set  $R_{rez} = \{RK_l \mid l = \overline{1, s}\}$  will be formed, with elements corresponding to collective rankings of the analyzed objects for each category of TC.

#### 4 EXPERIMENTS

The purpose of the experiment was to demonstrate the proposed methodology for determining the TC category of analyzed construction objects (buildings and structures), and ranking of the corresponding construction objects within the given TC category according to the degree of the need of an overhaul.

The proposed methodology is implemented in a C++ development environment Microsoft Visual Studio 2017.

As an example, that shows how proposed approach can be used in practical applications, the analysis of the technical condition of four real estate objects of the municipal non-residential fund has been done.

Based on the obtained quantitative and qualitative indicators of the serviceability of the buildings and structures under consideration  $A = \{A_i | i = \overline{1,4}\}$ , a group of experts  $E = \{E_j | j = \overline{1,t}\}$ ,  $t=5$ , was asked to put a TC category  $K_l$ ,  $K = \{K_l | l = \overline{1,4}\}$ , into compliance with each of the given alternatives  $A_i$ , and for the given TC category  $K_l$  identify the one (s)  $A_i^{(l)}$  that is (are) most in need of an overhaul in a given scale of relations.

For the considered example, the nine-point comparison scale was used: 1 – equal importance; 3 – moderate superiority; 5 – significant superiority; 7 – clear superiority; 9 – absolute domination; the values 2, 4, 6, 8 correspond to intermediate gradations [20].

The current Ukrainian regulation standards in the field of inspection, certification, safe and reliable operation of buildings and structures determine four categories of TC: normal, satisfactory, not suitable for normal operation, emergency.

#### 5 RESULTS

At the first stage of proposed methodology a group of experts  $E = \{E_j | j = \overline{1,t}\}$ ,  $t=5$  was asked to put a TC category  $K_l$  into compliance with each of the given alternatives  $A = \{A_i | i = \overline{1,4}\}$ , or specify preferred groups of TC categories.

Table 1 shows the results of an expert survey: subgroups of alternatives (focal elements) identified by experts and their degree of preference.

Table 1 – Degree of preference for alternatives identified by experts

| $E_j$ | Expert preference profiles, $\gamma_j$ | Alternatives, $A_i$ |       |       |       |       |       |       |  |
|-------|--|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
|       |  | $A_1$               |       | $A_2$ |       | $A_3$ |       | $A_4$ |  |
| $E_1$ | $Y_k \subseteq X_1^{(i)}$              | $K_2$               | –     | $K_2$ | –     | $K_3$ | –     | $K_2$ |  |
|       | $b_k \subseteq B_1^{(i)}$              | 7                   | –     | 4     | –     | 6     | –     | 7     |  |
| $E_2$ | $Y_k \subseteq X_2^{(i)}$              | $K_1$               | –     | $K_2$ | $K_3$ | $K_3$ | –     | $K_2$ |  |
|       | $b_k \subseteq B_2^{(i)}$              | 6                   | –     | 2     | 6     | 7     | –     | 6     |  |
| $E_3$ | $Y_k \subseteq X_3^{(i)}$              | $K_1$               | $K_2$ | $K_2$ | –     | $K_2$ | $K_3$ | $K_3$ |  |
|       | $b_k \subseteq B_3^{(i)}$              | 4                   | 6     | 6     | –     | 3     | 5     | 9     |  |
| $E_4$ | $Y_k \subseteq X_4^{(i)}$              | $K_2$               | –     | $K_2$ | –     | $K_3$ | $K_4$ | $K_2$ |  |
|       | $b_k \subseteq B_4^{(i)}$              | 6                   | –     | 4     | –     | 6     | 3     | 4     |  |
| $E_5$ | $Y_k \subseteq X_5^{(i)}$              | $K_2$               | –     | $K_3$ | –     | $K_3$ | –     | $K_3$ |  |
|       | $b_k \subseteq B_5^{(i)}$              | 7                   | –     | 6     | –     | 5     | –     | 6     |  |

Next, based on (2)–(3), the basic probability assignments for each of the selected subsets of the frame of discernment A have been calculated. The results obtained are shown in Table 2.

The following experts' competence coefficients values were used: 0.2, 0.3, 0.25, 0.1, 0.15, respectively. Weight coefficients, which reflect the competence of experts in the analysis of the current problem can be determined, for example, on the basis of one of the methods proposed in [21–24].

The order of combination was established based on the obtained metric values (4), and the resulting bpa values were calculated based on the combination rule (5).

For the alternative  $A_1$ , the combination of the obtained bpas was performed in the following order:

1. Combination of bpas formed by experts  $E_1$  and  $E_5$ , with  $\min d(m_i, m_j) = d(m_1, m_5) = 0.061$ .

Combination results:

$$m_{15}(K_2) = 0.794;$$

$$m_{15}(K) = 0.206.$$

Table 2 – The basic probability assignments of subgroups of alternatives identified by experts

| Experts, $E_j$ | Basic probability assignments, $m_k(Y_k)$ |                   |                   |                   |
|----------------|---|-------------------|-------------------|-------------------|
|                | $A_1$                                     | $A_2$             | $A_3$             | $A_4$             |
| $E_1$          | $m_1(K_2) = 0.58$                         | $m_1(K_2) = 0.44$ | $m_1(K_3) = 0.55$ | $m_1(K_2) = 0.58$ |
|                | $m_1(K) = 0.42$                           | $m_1(K) = 0.56$   | $m_1(K) = 0.45$   | $m_1(K) = 0.42$   |
| $E_2$          | $m_2(K_1) = 0.64$                         | $m_2(K_2) = 0.16$ | $m_2(K_3) = 0.67$ | $m_2(K_2) = 0.64$ |
|                | $m_2(K) = 0.36$                           | $m_2(K_3) = 0.47$ | $m_2(K) = 0.33$   | $m_2(K) = 0.36$   |
| $E_3$          | –   | $m_2(K) = 0.37$   | –                 | –                 |
|                | $m_3(K_2) = 0.38$                         | $m_3(K_2) = 0.6$  | $m_3(K_2) = 0.22$ | $m_3(K_2) = 0.7$  |
|                | $m_3(K_1) = 0.26$                         | $m_3(K) = 0.4$    | $m_3(K_3) = 0.37$ | $m_3(K) = 0.3$    |
| $E_4$          | $m_3(K) = 0.36$                           | –                 | $m_3(K) = 0.41$   | –                 |
|                | $m_4(K_2) = 0.37$                         | $m_4(K_2) = 0.29$ | $m_4(K_3) = 0.26$ | $m_4(K_2) = 0.29$ |
|                | $m_4(K) = 0.63$                           | $m_4(K) = 0.71$   | $m_4(K_4) = 0.13$ | $m_4(K) = 0.71$   |
| $E_5$          | –   | –                 | $m_4(K) = 0.61$   | –                 |
|                | $m_5(K_2) = 0.51$                         | $m_5(K_3) = 0.47$ | $m_5(K_2) = 0.43$ | $m_5(K_2) = 0.47$ |
|                | $m_5(K) = 0.49$                           | $m_5(K) = 0.53$   | $m_5(K) = 0.57$   | $m_5(K) = 0.53$   |

2. Combination of bpas formed by experts  $E_3$  and  $E_4$ , with  $d(m_3, m_4) = 0.228$ .

Combination results:

$$\begin{aligned} m_{34}(K_1) &= 0.2; \\ m_{34}(K_2) &= 0.57; \\ m_{34}(K) &= 0.23. \end{aligned}$$

3. Combination of bpas  $m_{15}(\cdot)$  and  $m_{34}(\cdot)$ , with  $d(m_{15}, m_{34}) = 0.213$ .

Combination results:

$$\begin{aligned} m_{1345}(K_1) &= 0.073; \\ m_{1345}(K_2) &= 0.879; \\ m_{1345}(K) &= 0.048. \end{aligned}$$

4. Combination of bpas  $m_{1345}(\cdot)$  and  $m_2(\cdot)$ .

Combination results:

$$\begin{aligned} m_{12345}(K_1) &= 0.34; \\ m_{12345}(K_2) &= 0.64; \\ m_{12345}(K) &= 0.02. \end{aligned}$$

Thus, the following results were obtained:

$$\begin{aligned} X_{\text{rez}}^{(1)} &= \{\{K_1\}, \{K_2\}, \{K\}\}; \\ M_{\text{rez}}^{(1)} &= \{0.34, 0.64, 0.02\}. \end{aligned}$$

As can be seen from the above, the maximum value of bpa was obtained for TC category  $K_2$ . Therefore, the alternative  $A_1$  corresponds to the category  $K_2$ , (satisfactory state). Similar calculations were performed for all alternatives:

$$\begin{aligned} X_{\text{rez}}^{(2)} &= \{\{K_2\}, \{K_3\}, \{K\}\}; \\ M_{\text{rez}}^{(2)} &= \{0.6, 0.37, 0.03\}; \\ X_{\text{rez}}^{(3)} &= \{\{K_2\}, \{K_3\}, \{K_4\}, \{K\}\}; \\ M_{\text{rez}}^{(3)} &= \{0.20, 0.77, 0.01, 0.02\}; \\ X_{\text{rez}}^{(4)} &= \{\{K_2\}, \{K_3\}, \{K\}\}; \\ M_{\text{rez}}^{(4)} &= \{0.66, 0.32, 0.02\}. \end{aligned}$$

The following conclusions can be drawn from the results of our research: objects  $A_1, A_2, A_4$  were assigned to the category  $K_2$ ; object  $A_3$  was assigned to the category  $K_3$ .

At the second stage of proposed methodology the task of the ranking of building objects within the category  $K_2$  was considered, for selecting the object (s) that is (are) most in need of an overhaul.

Within the specified category, the expert group was invited to evaluate a number of objects belonging to the category in question. This procedure can be carried out for ranking objects for all categories of TC.

The degree of preference of expert evidence in a nine-point ratio scale is shown in Table 3.

Table 3 – Degree of preference of expert evidence

| Experts, $E_j$ | Expert preference profiles                | Expert evidence |                |           |
|----------------|---|-----------------|----------------|-----------|
| $E_1$          | $P_i^{(2)} \subseteq P_1^{(2)}$           | $\{A_1\}$       | $\{A_2, A_4\}$ | –         |
|                | $\omega_i^{(2)} \subseteq \Omega_1^{(2)}$ | 7               | 3              | –         |
| $E_2$          | $P_i^{(2)} \subseteq P_2^{(2)}$           | $\{A_1\}$       | $\{A_2\}$      | $\{A_4\}$ |
|                | $\omega_i^{(2)} \subseteq \Omega_2^{(2)}$ | 5               | 4              | 7         |
| $E_3$          | $P_i^{(2)} \subseteq P_3^{(2)}$           | $\{A_1, A_2\}$  | $\{A_4\}$      | –         |
|                | $\omega_i^{(2)} \subseteq \Omega_3^{(2)}$ | 7               | 5              | –         |
| $E_4$          | $P_i^{(2)} \subseteq P_4^{(2)}$           | $\{A_1\}$       | $\{A_4\}$      | –         |
|                | $\omega_i^{(2)} \subseteq \Omega_4^{(2)}$ | 5               | 7              | –         |
| $E_5$          | $P_i^{(2)} \subseteq P_5^{(2)}$           | $\{A_2, A_4\}$  | –              | –         |
|                | $\omega_i^{(2)} \subseteq \Omega_5^{(2)}$ | 6               | –              | –         |

The basic probability assignments for each of the selected subsets of the frame of discernment were calculated based on (2)–(3):

Expert  $E_1$ :

$$\begin{aligned} m_1(A_1) &= 0.41; \\ m_1(A_2, A_4) &= 0.18; \\ m_1(A) &= 0.41, \end{aligned}$$

Expert  $E_2$ :

$$\begin{aligned} m_2(A_1) &= 0.23; \\ m_2(A_2) &= 0.18; \\ m_2(A_4) &= 0.32; \\ m_2(A) &= 0.27, \end{aligned}$$

Expert  $E_3$ :

$$\begin{aligned} m_3(A_1, A_2) &= 0.4; \\ m_3(A_4) &= 0.28; \\ m_3(A) &= 0.32, \end{aligned}$$

Expert  $E_4$ :

$$\begin{aligned} m_4(A_1) &= 0.19; \\ m_4(A_4) &= 0.27; \\ m_4(A) &= 0.54, \end{aligned}$$

Expert  $E_5$ :

$$\begin{aligned} m_5(A_2, A_4) &= 0.47; \\ m_5(A) &= 0.53. \end{aligned}$$

Calculate the value of the measure (4):

$$\begin{aligned} d(m_1, m_2) &= 0.258; & d(m_1, m_3) &= 0.288; \\ d(m_1, m_4) &= 0.218; & d(m_1, m_5) &= 0.374; \\ d(m_2, m_3) &= 0.220; & d(m_2, m_4) &= 0.174; \\ d(m_2, m_5) &= 0.373; & d(m_3, m_4) &= 0.197; \\ d(m_3, m_5) &= 0.337; & d(m_4, m_5) &= 0.316. \end{aligned}$$

The metric (4) reaches the smallest value for evidence of experts  $E_2$  and  $E_4$ . Therefore, we are the first to combine evidence  $m_2(\cdot)$  and  $m_4(\cdot)$ .



The order of expert evidence combination:

1.  $m_{24}=m_2 \oplus m_4; d(m_2, m_4) = 0.174;$
2.  $m_{13}=m_1 \oplus m_3; d(m_1, m_3) = 0.288;$
3.  $m_{1234}=m_{13} \oplus m_{24}; d(m_{13}, m_{24}) = 0.197;$
4.  $m_{12345}=m_{1234} \oplus m_5.$

The combination of expert evidence was carried out on the basis of rule (5).

Resulting bpas:

$$\begin{aligned} m_{\text{rez}}(A_1) &= 0.32; \\ m_{\text{rez}}(A_2) &= 0.117; \\ m_{\text{rez}}(A_4) &= 0.41; \\ m_{\text{rez}}(A_1, A_2) &= 0.023; \\ m_{\text{rez}}(A_2, A_4) &= 0.12; \\ m_{\text{rez}}(A) &= 0.01. \end{aligned}$$

Based on the obtained combined basic probability assignments, the values of belief and plausibility function have been calculated using equations (6)–(7) for all analyzed alternatives:

$$\begin{aligned} A_1 : \begin{cases} Bel(\{A_1\}) = m_{12345}(\{A_1\}) = 0.32; \\ Pl(\{A_1\}) = m_{12345}(\{A_1\}) + \\ + m_{12345}(\{A_1, A_2\}) + m_{12345}(\{A\}) = 0.353, \end{cases} \\ A_2 : \begin{cases} Bel(\{A_2\}) = m_{12345}(\{A_2\}) = 0.117; \\ Pl(\{A_2\}) = m_{12345}(\{A_2\}) + m_{12345}(\{A_1, A_2\}) + \\ + m_{12345}(\{A_2, A_4\}) + m_{12345}(\{A\}) = 0.27, \end{cases} \\ A_4 : \begin{cases} Bel(\{A_4\}) = m_{12345}(\{A_4\}) = 0.41; \\ Pl(\{A_4\}) = m_{12345}(\{A_4\}) + m_{12345}(\{A_2, A_4\}) + \\ + m_{12345}(\{A\}) = 0.54. \end{cases} \end{aligned}$$

The maximum degree of support represented by  $A_1$  is 0.35; the maximum degree of support represented by  $A_2$  is 0.27; the maximum degree of support represented by  $A_4$  is 0.54. It can be seen from the above that the obtained confidence intervals do not overlap and we can conclude that the choice  $A_4$  has the highest values of the belief and plausibility function, without using coefficient (8).

As a result of the analysis, we obtain a ranking of alternatives of the following form:  $A_4 > A_1 > A_2$ .

Thus, we can conclude that among the objects considered in the framework of the category  $K_2$ , the object  $A_4$  needs reconstruction or repair in the first place.

## 6 DISCUSSION

The methodology for determining the TC category of analyzed construction objects (buildings and structures), and ranking of the corresponding construction objects within the given TC category according to the degree of the need of an overhaul has been proposed in this paper.

The peculiarity of the proposed approach lies in the fact that, based on the obtained quantitative and qualitative characteristics of TC of the analyzed objects for each TC category, the ranking of the analyzed objects has been built. After performing this procedure, based on

the expert evidence, each object of expertise can be put in line with the TC category. Thus, for each object of expertise, it is possible to establish priority TC categories, and accordingly for each category of TC to determine the objects corresponding to it.

Unlike existing approaches, the proposed methodology is focused on the analysis of group expert assessments under multi-alternativeness and allows synthesizing collective ranking taking into account specific types of uncertainty (inconsistency, incompleteness, inaccuracy and others) under the influence of which expert judgments are formed. Such benefits are achieved by using the expert evidence combination mechanism, for the aggregation of individual expert assessments based on the mathematical apparatus of evidence theory, and proportional conflict redistribution rules.

The mathematical apparatus of evidence theory allows modeling the uncertainty in expert judgments through the presentation of inaccuracies in expert assessments (an expert can refuse to evaluate a specific object, evaluate a group of priority objects at once). The absence of limitations on the form of expert data (interval or crisp expert estimates) enables the expert to express his opinion on the subject under consideration as accurately as possible, which in turn would allow increasing the efficiency of his work.

The above numerical calculations show the effectiveness of the proposed approach under conditions of incomplete (an expert may refuse to evaluate an object) and conflicting (inconsistent) expert information.

The proposed approach can be used as an addition to existing methods for evaluation of the TC of buildings and structures, and selection of priority objects for further reconstruction and overhaul.

## CONCLUSIONS

The methodology for the synthesis of group decisions to determine the TC category of military-civilian construction objects, including buildings and structures, and selection of the construction objects for the reconstruction, overhaul under uncertainty of the expert data, has been proposed in this paper. The application of this technique will improve the efficiency of trouble-free operation of military-civilian objects.

**The scientific novelty** of obtained results lies in the fact that the method for aggregating the expert judgments of TC categories of building constructions and structures under group decision making, based on the mathematical apparatus of evidence theory, has been improved. By contrast to existing group expert's evaluation methods, which are based on the mechanism of pairwise comparison, the proposed technique allows to remove restrictions on the number of analyzed objects of examination, and the necessary condition for the consistency of expert's assessments. The obtained results are adapted to the features of the analysis of group expert assessments formed under large expert groups, complex types of uncertainty, multi-alternatives, conflicting, and contradicting expert judgments.

**The practical significance** of obtained results indicates the possibility of applying a qualitatively new approach to solving the problem of the TC evaluation of military-civilian objects under uncertainty and inaccuracy of the expert data. The proposed approach constitutes the theoretical basis for the construction of an automated decision support system for implementing projects of the TC assessment of military-civilian objects.

**Prospects for further research** are to develop scientifically based approaches to obtaining objective and reliable expert information that would improve the quality and reliability of the received expert evidence; to state methods of formation of the composition of an expert group in accordance with expert level of competence.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by the state budget scientific research project of Petro Mohyla Black Sea National University “Development of information and communication decision support technologies for strategic decision-making with multiple criteria and uncertainty for military-civilian use” (state registration number 0117U007144).

#### REFERENCES

1. Kwan A., Ng P. L. Building diagnostic techniques and building diagnosis: the way forward, *Engineering Asset Management – Systems, Professional Practices and Certification*, 2015, Vol. 19, pp. 849–862. DOI: 10.1007/978-3-319-09507-3\_74
2. Vilhena A., Pedro J. B., Brito J. Comparison of methods used in European countries to assess buildings' condition, *Proceedings of the 12th International Conference on Durability of Building Materials and Components*, 2011, Porto, pp. 1–7. DOI: 10.13140/RG.2.1.3460.7124
3. Mitra G., Jain K. K., Bhattacharjee B. Condition assessment of corrosion distressed reinforced concrete buildings using fuzzy logic, *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2010, Vol. 24, No. 6, pp. 652–669. DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000137
4. Holicky M., Navarova V., Gottfried R., Kronika M., Markova J., Sykora M., Jung K. Basics for assessment of existing structures. Prague, Klokner Institute, Czech Technical University, 2013, 109 p.
5. Wahida R., Milton G., Hamadan N. et al. Building condition assessment imperative and process, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 2012, Vol. 65, pp. 775–780. DOI: 10.1016/j.sbspro.2012.11.198
6. Hamdia K. M., Arafa M., Alqedra M. Structural damage assessment criteria for reinforced concrete buildings by using a Fuzzy Analytic Hierarchy Process, *Underground Space*, 2018, Vol. 3, No. 3, pp. 243–249. DOI: 10.1016/j.undsp.2018.04.002
7. Gao Z., Li J. Fuzzy Analytic Hierarchy Process evaluation method in assessing corrosion damage of reinforced concrete bridges, *Civil Engineering Journal*, 2018, Vol. 4, No. 4, pp. 843–856. DOI: 10.28991/cej-0309138
8. Rashidi M., Gibson P. A methodology for bridge condition evaluation, *Journal of Civil Engineering and Architecture*, 2012, Vol. 6, No. 9, pp. 1149–1157. DOI: 10.17265/1934-7359/2012.09.007
9. Ter Berg C. J. A., Leontaris G., Van den Boomen M. et al. Expert judgments based maintenance decision support method for structures with a long service-life, *Structure and Infrastructure Engineering*, 2019, Vol. 15, No. 4, pp. 492–503. DOI: 10.1080/15732479.2018.1558270
10. Grigorovskiy P., Terentyev O., Mikautadze R. Development of the technique of expert assessment in the diagnosis of the technical condition of buildings, *Technology Audit and Production Reserves*, 2017, No. 2, pp. 10–15. DOI: 10.15587/2312-8372.2018.128548
11. Abbott G. R., Mc Duling J. J., Parsons S. et al. Building condition assessment: a performance evaluation tool towards sustainable asset management, *Proceedings of the 2007 CIB World Building Congress: Construction for Development*, Cape Town, 2007, pp. 649–662.
12. Jo H. W., Jung I. S., Lee C. S. Fuzzy based condition assessment model prototype of middle and small-size buildings, *Proceedings of the 28th International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC)*, Seoul, 2011, pp. 1330–1331. DOI: 10.22260/ISARC2011/0246
13. Terentyev O., Malyna B. Expert information system for decision support for the problem of diagnostics of technical condition of buildings, *International Journal of Science and Research*, 2015, Vol. 4, No. 10, pp. 652–654.
14. Chen Z., Clements-Croome D., Bakker H. H. C. et al. A remote expert system for building diagnosis, *Proceedings of the 8th International Conference and Exhibition on Healthy Buildings: Creating a Healthy Indoor Environment for People*, Lisboa, 2006, pp. 99–104.
15. Dempster A. P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping, *Annals of Mathematical Statistics*, 1967, Vol. 38, pp. 325–339.
16. Shafer G. A mathematical theory of evidence. Princeton, Princeton University Press, 1976, 297 p.
17. Beynon M. J., Curry B., Morgan P. The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling, *Omega*, 2000, Vol. 28, No. 1, pp. 37–50.
18. Jousselme A. L., Grenier D., Boss'e E. A new distance between two bodies of evidence, *Information Fusion*, 2001, Vol. 2, pp. 91–101.
19. Smarandache F. Advances and applications of DSmt for information fusion. Vol. 1. Rehoboth, American Research Press, 2004, 760 p.
20. Saaty T. The Analytic Hierarchy Process: planning, priority setting, resource allocation. Front cover. New York, McGraw Hill, 1980, 287 p.
21. Velychko O. M., Gordiyenko T. B., Kolomiets L. V. Methodologies of expert's competence evaluation and group expert evaluation, *Metallurgical and Mining Industry*, 2015, Vol. 7, No. 2, pp. 262–271.
22. Velychko O. M., Gordiyenko T. B., Kolomiets L. V. Comparative analysis of the assessment results of the competence of technical experts by different methods, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2017, Vol. 4, No. 3 (88), pp. 4–10. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.106825
23. Borissova D. A group decision making model considering experts competency: An application in personnel selection, *Comptes Rendus de l'Academie Bulgare des Sciences: Sciences Mathematiques et Naturelles*, 2018, Vol. 71, No. 11, pp. 1520–1527. DOI: 10.7546/CRABS.2018.11.11
24. Becker J., Becker A., Salabun W. Construction and use of the ANP decision model taking into account the experts' competence, *Procedia Computer Science*, 2017, Vol. 112, pp. 2269–2279. DOI: 10.1016/j.procs.2017.08.145

Received 05.09.2019.  
Accepted 04.10.2019.

УДК 519.816:624

## СИНТЕЗ ГРУПОВИХ РІШЕНЬ В ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ БУДІВЕЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ ВІЙСЬКОВО-ЦИВІЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

**Швед А. В.** – канд. техн. наук, доцент кафедри інженерії програмного забезпечення Чорноморського національного університету імені Петра Могили, Миколаїв, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Досить часто при проведенні процедур діагностики і моніторингу технічного стану будівель і споруд залучаються експерти-фахівці, при цьому виникають ситуації, коли дані, отримані експертним шляхом формуються в умовах специфічних видів невизначеності, та їх можливих комбінацій. Це обумовлює необхідність розробки нових підходів спрямованих на вирішення завдань структуризації та аналітичної обробки неточних, невизначених, нечітких експертних знань.

**Метод.** Запропонована в роботі методика спрямована на визначення категорії технічного стану та ранжування відповідних будівельних об'єктів в рамках заданої категорії технічного стану за ступенем їх небезпеки (очікуваного збитку при настанні аварійної ситуації). В основі запропонованої методики лежать методи експертного оцінювання та методів теорії свідощів, які дозволяють обробляти експертні судження сформовані в умовах невизначеності, неповноти, неточності. З метою підвищення якості результатів комбінування запропоновано використовувати правила перерозподілу конфліктів та визначати порядок комбінування експертних свідощів на основі метрик теорії свідощів.

**Результати.** В роботі запропоновано методику синтезу групових рішень оцінки технічного стану об'єктів цивільного, промислового та військово-технічного призначення, та визначення таких об'єктів, які першочергово потребують ремонтно-будівельних робіт (капітального ремонту, реконструкції тощо) в умовах складних форм невизначеності та багатоальтернативності. Застосування запропонованої методики дозволить раціонально розподіляти наявні ресурси при плануванні попереджувальних заходів і проведення ремонтних робіт з метою запобігання можливих негативних наслідків (обмеження працездатності, аварійного стану) та підвищення ефективності їх безаварійної експлуатації.

**Висновки.** Запропонована методика становить теоретичне підґрунтя для проектування систем підтримки прийняття рішення задач моніторингу технічного стану об'єктів житлової та нежитлової нерухомості (будівель, споруд) різного призначення.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** теорія свідощів, категорія технічного стану, ранжування, експертні оцінки, невизначеність.

УДК 519.816:624

## СИНТЕЗ ГРУПОВЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ АНАЛИЗА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ ВОЕННО-ГРАЖДАНСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

**Швед А. В.** – канд. техн. наук, доцент кафедры инженерии программного обеспечения Черноморского национального университета имени Петра Могила, Николаев, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Достаточно часто при проведении процедур диагностики и мониторинга технического состояния зданий и сооружений привлекаются эксперты-специалисты, при этом возникают ситуации, когда данные, полученные экспертным путем, формируются в условиях специфических видов неопределенности, и их возможных комбинаций. Это в свою очередь обуславливает необходимость разработки новых подходов направленных на решение задач структурирования и аналитической обработки неточных, неопределенных, нечетких экспертных знаний.

**Метод.** В работе предложена методика выбора категории технического состояния и ранжирования соответствующих строительных объектов в рамках заданной категории технического состояния по степени их опасности (ожидаемого ущерба при возникновении аварийной ситуации). В основе предложенной методики лежат методы экспертного оценивания и теории свидетельств, которые позволяют корректно оперировать с данными, сформированными в условиях неопределенности, неполноты, неточности. С целью повышения качества результатов комбинирования предложено использовать правила перераспределения конфликтов и определять оптимальный порядок комбинирования на основе метрик теории свидетельств.

**Результаты.** В работе предложена методика синтеза групповых решений оценки технического состояния объектов гражданского, промышленного и военно-технического назначения, и определение объектов, которые в первую очередь нуждаются в проведении ремонтных работ (капитальный ремонт, реконструкция и т.д.) в условия сложных форм неопределенности и многоальтернативности. Применение предложенной методики позволит рационально распределять имеющиеся ресурсы при планировании предупредительных мероприятий и проведения ремонтных работ с целью повышения эффективности их безаварийной эксплуатации.

**Выводы.** Предложенная методика составляет теоретическое основание для проектирования систем поддержки принятия решения задач мониторинга технического состояния объектов жилой и / или нежилой недвижимости (зданий, сооружений) разного назначения.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** теория свидетельств, категория технического состояния, ранжирование, экспертные оценки, неопределенность.

### ЛІТЕРАТУРА / ЛИТЕРАТУРА

1. Kwan A. Building diagnostic techniques and building diagnosis: the way forward / A. Kwan, P. L. Ng // Engineering Asset Management – Systems, Professional Practices and Certification. – Springer, 2015. – Vol. 19. – P. 849–862. DOI: 10.1007/978-3-319-09507-3\_74
2. Vilhena A. Comparison of methods used in European countries to assess buildings' condition / A. Vilhena, J. B. Pedro, J. de Brito // Durability of Building Materials and Components: 12th International Conference, Porto, 12–15 April 2011; proceedings. – Porto: FEUP, DL 2011. – P. 1–7. DOI: 10.13140/RG.2.1.3460.7124
3. Mitra G. Condition assessment of corrosion distressed reinforced concrete buildings using fuzzy logic / G. Mitra,

- K. K. Jain, B. Bhattacharjee // *Journal of Performance of Constructed Facilities*. – 2010. – Vol. 24, № 6. – P. 652–569. DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000137
4. Basics for assessment of existing structures / [M. Holicky, V. Navarova, R. Gottfried et al.]. – Prague: Klokner Institute, Czech Technical University, 2013. – 109 p.
5. Building condition assessment imperative and process / [R. Wahida, G. Milton, N. Hamadan et al.] // *Procedia – Social and Behavioral Sciences*. – 2012. – Vol. 65. – P. 775–780. DOI: 10.1016/j.sbspro.2012.11.198
6. Hamdia K. M. Structural damage assessment criteria for reinforced concrete buildings by using a Fuzzy Analytic Hierarchy process / K. M. Hamdia, M. Arafa, M. Alqedra // *Underground Space*. – 2018. – Vol. 3, № 3. – P. 243–249. DOI: 10.1016/j.undsp.2018.04.002
7. Gao Z. Fuzzy Analytic Hierarchy Process evaluation method in assessing corrosion damage of reinforced concrete bridges / Z. Gao, J. Li // *Civil Engineering Journal*. – 2018. – Vol. 4, № 4. – P. 843–856. DOI: 10.28991/cej-0309138
8. Rashidi M. A methodology for bridge condition evaluation / M. Rashidi, P. Gibson // *Journal of Civil Engineering and Architecture*. – 2012. – Vol. 6, № 9. – P. 1149–1157. DOI: 10.17265/1934-7359/2012.09.007
9. Ter Berg C. J. A. Expert judgement based maintenance decision support method for structures with a long service-life / [C. J. A. Ter Berg, G. Leontaris, M. van den Boomen et al.] // *Structure and Infrastructure Engineering*. – 2019. – Vol. 15, № 4. – P. 492–503. DOI: 10.1080/15732479.2018.1558270
10. Grigorovskiy P. Development of the technique of expert assessment in the diagnosis of the technical condition of buildings / P. Grigorovskiy, O. Terentyev, R. Mikautadze // *Technology Audit and Production Reserves*. – 2017. – № 2. – P. 10–15. DOI: 10.15587/2312-8372.2018.128548
11. Building condition assessment: a performance evaluation tool towards sustainable asset management / [G. R. Abbott, J. J. Mc Duling, S. Parsons et al.] // *Construction for Development: 2007 CIB World building Congress, Cape Town, 14–17 May 2007: proceedings*. – Cape Town: International Council for Research and Innovation in Building and Construction, 2007. – P. 649–662.
12. Jo H. W. Fuzzy based condition assessment model prototype of middle and small-size buildings / H. W. Jo, I. S. Jung, C. S. Lee // *International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC): 28th International Symposium, Seoul, 29 June – 2 July 2011 : proceedings*. – Seoul : International Association for Automation and Robotics in Construction, 2011. – P. 1330–1331. DOI: 10.22260/ISARC2011/0246
13. Terentyev O. Expert information system for decision support for the problem of diagnostics of technical condition of buildings / O. Terentyev, B. Malyna // *International Journal of Science and Research*. – 2015. – Vol. 4, № 10. – P. 652–654.
14. A remote expert system for building diagnosis / [Z. Chen, D. Clements-Croome, H. H. C. Bakker et al.] // *Healthy Buildings: Creating a Healthy Indoor Environment for People: 8th International Conference and Exhibition, Lisboa, 4–8 June 2006: proceedings*. – New York : Curran Associates, 2013. – Vol. 1. – P. 99–104.
15. Dempster A. P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping / A. P. Dempster // *Annals of Mathematical Statistics*. – 1967. – Vol. 38. – P. 325–339.
16. Shafer G. A mathematical theory of evidence / G. Shafer. – Princeton: Princeton University Press, 1976. – 297 p.
17. Beynon M. J. The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling / M. J. Beynon, B. Curry, P. Morgan // *Omega*. – 2000. – Vol. 28, № 1. – P. 37–50.
18. Jousselme A. L. A new distance between two bodies of evidence / A. L. Jousselme, D. Grenier, E. Boss'e // *Information Fusion*. – 2001. – Vol. 2. – P. 91–101.
19. Smarandache F. Advances and applications of DSMT for information fusion / F. Smarandache, J. Dezert. – Vol. 1. – Rehoboth : American Research Press, 2004. – 760 p.
20. Saaty T. The Analytic Hierarchy Process: panning, priority setting, resource allocation. Front cover / T. Saaty. – New York : McGraw Hill, 1980. – 287 p.
21. Velychko O. M. Methodologies of expert's competence evaluation and group expert evaluation / O. M. Velychko, T. B. Gordiyenko, L. V. Kolomiets // *Metallurgical and Mining Industry*. – 2015. – Vol. 7, № 2. – P. 262–271.
22. Velychko O. M. Comparative analysis of the assessment results of the competence of technical experts by different methods / O. M. Velychko, T. B. Gordiyenko, L. V. Kolomiets // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2017. – Vol. 4, № 3 (88). – P. 4–10. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.106825
23. Borissova D. A group decision making model considering experts competency: An application in personnel selection. / D. Borissova // *Comptes Rendus de l'Academie Bulgare des Sciences: Sciences Mathematiques et Naturelles*. – 2018. – Vol. 71, № 11. – P. 1520–1527. DOI: 10.7546/CRABS.2018.11.11
24. Becker J. Construction and use of the ANP decision model taking into account the experts' competence / J. Becker, A. Becker, W. Salabun // *Procedia Computer Science*. – 2017. – Vol. 112. – P. 2269–2279. DOI: 10.1016/j.procs.2017.08.145