

Запорізький національний технічний університет



Радіоелектроніка Інформатика Управління

1(20)'2009

Науковий журнал

Видається двічі на рік

Зареєстрований **29 січня 2003 року**
Державним комітетом інформаційної політики,
телебачення та радіомовлення України.
Свідоцтво – серія **КВ № 6904**

Засновник і видавник – Запорізький національний технічний університет

Запоріжжя, ЗНТУ
2009

Передплатний індекс – 22914

Журнал «Радіоелектроніка. Інформатика. Управління» видається з 1999 року.

Журнал входить до переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук та фізико-математичних наук за спеціальністю «Радіофізика». Статті, що публікуються в журналі, реферуються в базах даних та РЖ ВІНІТІ (Росія) і «Джерело» (Україна)

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор – д-р техн. наук Піза Д. М.

Заст. головного редактора – канд. техн. наук Дубровін В. І.

Члени редколегії :

д-р фіз.-мат. наук Ахметшин А. М.
д-р техн. наук Волков О. В.
д-р фіз.-мат. наук Горбань О. М.
д-р фіз.-мат. наук Горр Г. В.
д-р техн. наук Гостев В. І.
д-р фіз.-мат. наук Дробахин О. О.
д-р техн. наук Карпуков Л. М.
д-р фіз.-мат. наук Корніч Г. В.

д-р фіз.-мат. наук Матюшин В. М.
д-р фіз.-мат. наук Онуфрієнко В. М.
д-р фіз.-мат. наук Погосов В. В.
д-р техн. наук Потапенко Є. М.
д-р техн. наук Толок В. О.
д-р техн. наук Труфанов І. Д.
д-р фіз.-мат. наук Чумаченко В. П.

Редакційно-видавнича рада:

Беліков С. Б., Внуков Ю. М., Піза Д. М., Яримбаш С. Т., Потапенко Є. М., Дубровін В. І., Петруша Ю. П., Флора В. Д., Соболь Ю. О., Дедков М. В., Рибіна Ю. А., Табунщик Г. В., М'ясников М. Л., Висоцька Н. І., Кобзар Н. М.

Рекомендовано до видання вченого радою Запорізького національного технічного університету, протокол № 5 від 22.12.2008 р.

Рукописи проходять незалежне рецензування з зауваженням провідних фахівців, за результатами якого редакційна колегія приймає рішення про опублікування

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом
Запорізького національного технічного університету

Адреса редакції: 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64, ЗНТУ,
редакція журналу «РІУ»

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ
Факс: (061) 764-21-41
E-mail: rvv@zntu.edu.ua
TQM@zntu.edu.ua

ЗМІСТ

РАДІОФІЗИКА	5
О. С. Антропов, О. О. Дробахин ПРИНЦИПЫ ОБРАБОТКИ РАДІОФІЗИЧЕСКИХ ІЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ АЛГОРІТМОВ НЕКВАДРАТИЧНОЇ РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ	5
В. М. Гусятин, Я. В. Чаговець, Д. Г. Кожушко МЕТОД ФІЛЬТРАЦІЇ ТЕКСТУР ДЛЯ СИНТЕЗА ІЗОБРАЖЕНИЙ ОБРАТНЫМ ТРАССИРОВАНІМ ЛУЧЕЙ. ОДНОМЕРНИЙ СЛУЧАЙ.....	10
РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ	21
Ю. А. Коваль, А. А. Костыря, В. В. Обельченко, Е. Ю. Бондарь, Е. А. Иванова, Е. П. Ермолаев, М. В. Милях АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МЕТОДА ОБЩЕГО ОХВАТА ДЛЯ ВЫСОКОТОЧНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ СТАНДАРТОВ	21
Д. М. Піза, О. П. Залевський, Б. М. Бондарев ВПЛИВ НЕЛІНІЙНИХ СПОТВОРЕНЬ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ РОБОТИ АДАПТИВНИХ ПРОСТОРОВИХ ТА ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ФІЛЬТРІВ.....	30
О. В. Томашевський, В. В. Погосов ПРО КРИТЕРІЙ ЕФЕКТИВНОСТІ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ ІНТЕГРОВАНИХ МІКРОСХЕМ НА ЕТАПІ ВИРОБНИЦТВА	35
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	45
В. П. Авраменко, А. И. Горбач ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЗАКАЗОВ С УЧЕТОМ РЫНОЧНОГО СПРОСА ...	45
Н. В. Алипов, М. И. Хиль, М. В. Гусятин ПРАВИЛА ВЫБОРА СТРАТЕГИЙ АЛГОРИТМА ПОИСКА ТОЧКИ С ХАРАКТЕРНЫМ ПРИЗНАКОМ В ИСХОДНОМ ИНТЕРВАЛЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	50
А. Е. Архипов, А. И. Арифов ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГНОЗНОГО ПОДХОДА ДЛЯ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛЬНЫХ ДАННЫХ В ВЫБОРКАХ ОДНОВЕРШИННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ	58
І. Ш. Невлюдов, Ю. В. Наталуха, Р. Ю. Аллахверанов, И. С. Хатнюк АНАЛІЗ ФІЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ СТЫКОВКЕ ОДНОМОДОВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН	15
О. В. Томашевський, В. В. Погосов, Г. В. Сніжной ВИКОРИСТАННЯ СТАТИСТИЧНИХ МЕТОДІВ ПРИ СЕРТИФІКАЦІЙНИХ ВИПРОБУВАННЯХ ІНТЕГРОВАНИХ МІКРОСХЕМ	38
А. Ю. Фарафонов, А. Ю. Воропай, Л. М. Карпуков, С. Н. Романенко СИНТЕЗ МІКРОПОЛОСКОВЫХ ПОЛОСОВЫХ ФІЛЬТРОВ НА СВЯЗАННЫХ ЛІНІЯХ С ОТВЕРСТИЯМИ В ЭКРАНЕ	41
О. О. Архипова ДОСЛДЖЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНОГО МЕТОДУ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ МАСКУВАННЯ МОВНОГО СИГНАЛУ	62
В. С. Бабков МОДИФІКАЦІЯ ІЄРАРХІЧНОГО МЕТОДУ RBF ДЛЯ ОТРИМАННЯ 3D-МОДЕЛЕЙ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ	66
В. А. Гороховатский, Е. О. Передрий КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПУТЕМ ГОЛОСОВАНИЯ СИСТЕМ ФРАГМЕНТОВ.....	74

<i>І. В. Гребенник, А. В. Баранов</i> ОЦЕНКИ МИНИМУМА ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ НА КЛАССАХ КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВ ПЕРЕСТАНОВОК	81
<i>В. И. Долгов, А. В. Неласая</i> МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ МАТРИЦЫ ХАССЕ – ВИТТА ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА.....	87
<i>В. М. Заяць</i> ДОЦІЛЬНІСТЬ ВСТАНОВЛЕННЯ ПРИОРІТЕТУ ПЕРВИННИХ ОЗНАК ПРИ ПОБУДОВІ СИСТЕМ РОЗПІЗНАВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ І ПРОЦЕСІВ НА ОСНОВІ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ТА ІМОВІРНІСНИХ МЕТОДІВ	92
НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ	
<i>Е. В. Бодянский, В. В. Волкова, А. С. Егоров</i> КЛАСТЕРИЗАЦИЯ МАССИВОВ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ НА ОСНОВЕ АДАПТИВНОЙ НЕЧЕТКОЇ САМООРГАНИЗУЮЩЕЙСЯ НЕЙРОННОЇ СЕТИ.....	113
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....	
<i>Д. Е. Иванов</i> ГЕНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПРОВЕРКИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ СХЕМ	118
<i>А. Г. Кобыляцкий, А. В. Пархоменко, И. А. Галушко, П. А. Новосела, О. В. Рыбакова</i> АДАПТАЦИЯ СИСТЕМЫ SAP R/3 ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ.....	124
ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ	
<i>Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова</i> ВЫСОКОТОЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ	132
<i>С. О. Симонян, А. Г. Аветисян, Д. А. Казарян</i> РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ В ОБЛАСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ).....	137
КЕРУВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ	
<i>В. И. Гостев</i> ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА ПРИ ВЫХОДНЫХ РАЗЪЕДИНЕНИХ ТРЕУГОЛЬНЫХ ФУНКЦИЯХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ.....	145
<i>Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова, Е. В. Душинова, Н. В. Ивочки</i> ВЫСОКОТОЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СКОРОСТЬЮ ДВУХМАССОВОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ	147
АВТОРЫ НОМЕРА	
	155

РАДІОФІЗИКА

РАДИОФИЗИКА

RADIOPHYSICS

УДК 621.391:621.396

О. С. Антропов, О. О. Дробахин

ПРИНЦИПЫ ОБРАБОТКИ РАДИОФИЗИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ НЕКВАДРАТИЧНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Рассмотрена задача обработки радиофизических изображений финитных объектов на основе алгоритмов неквадратичной регуляризации с целью подавления аддитивного гауссовского шума и восстановления размытых изображений финитных объектов. Сформулированы основные критерии решения задачи для случая кусочно-постоянных изображений с использованием метода минимума длительности. Эффективность подхода проверяется путем численного моделирования и обработки экспериментальных данных, представленных спутниковыми изображениями земной поверхности и радиофизическими изображениями финитных объектов.

ВСТУПЛЕНИЕ

Задача восстановления сигналов и изображений является достаточно общей и часто возникает в различных практических приложениях. При этом может рассматриваться постановка этой задачи, подразумевающая глобальное восстановление изображения или локальную обработку изображения, ориентированную на повышение визуального качества изображения, например, путем его фильтрации с помощью соответствующих масок. Подробное описание методов локальной фильтрации может быть найдено в [1]. В этой работе мы ставим задачу обработки изображения с целью повышения качества оценки параметров интересующих объектов, например, точности оценки их размеров, и будем решать глобальную задачу деконволюции в присутствии аддитивного гауссовского шума. Такая задача традиционно решается с помощью многочисленных алгоритмов инверсной фильтрации, подробный анализ которых приведен в [2]. К сожалению, неустойчивость подобных алгорит-

мов к влиянию шумов, и, в первую очередь, часто присутствующая неопределенность математического описания оператора искажения регистрируемого изображения серьезно препятствует их практическому применению. И, если первое указанное затруднение можно устранить путем построения соответствующего регуляризующего алгоритма по схеме Тихонова [3], то для решения второй задачи необходима дополнительная априорная информация о характеристиках искажающей системы, помех и шумов, либо о характеристиках интересующего объекта с целью восстановления такой информации. Поскольку исследуемые объекты финитны, т. е. их изображения имеют точечный или кусочно-постоянный характер, и отсутствуют какие-либо сведения о системе искажения изображения, следует использовать этот факт для синтеза оптимального алгоритма восстановления зашумленных и/или искаженных изображений. Заметим, что метод квадратичной регуляризации также может быть использован, но при обработке изображения с целью удаления аддитивного шума будет внесено искажение в виде дополнительного размытия изображения. В последнее время [4] разработан целый ряд подходов, использующих специальные весовые функции при решении задачи восстановления сигналов и изображений, имеющих кусочно-постоянную структуру, и носящих название методов полуквадратичной регуляризации. Главным недостатком этих методов является их эмпиричность и отсутствие на данный момент практических рекомендаций по эффективному их применению. В этой работе мы предлагаем использовать информационные возможности ме-

тода минимума длительности [5, 6] для построения соответствующего неквадратичного регуляризирующего алгоритма. Используя основные идеи классического алгоритма Тихонова, мы модифицируем регуляризирующий член в суммарном функционале с учетом специфики решаемой задачи и учитывая финитность либо пространственной протяженности восстанавливаемого объекта, либо его первой производной.

1 ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для простоты изложения вначале рассмотрим постановку задачи восстановления одномерного сигнала. Пусть для измеренных данных некоторой неизвестной функции $\tilde{u}(t)$ задана следующая аппроксимация $u_\delta(t) = \|\tilde{u}(t) - u_\delta(t)\|_{L_2} \leq \delta$. Следует найти такую функцию $\tilde{u}(t)$, для которой выполняется условие $\|\tilde{u}(t) - u_\delta(t)\|_{L_2} \leq \delta$ (это позволяет учесть наличие шума), и при этом искомая функция имеет конечную длительность. По аналогии с работами [7, 8], вместо квадратичной регуляризации, использующей энергию невязки, предлагается применение неэнергетического регуляризирующего члена, учитывающего временную длительность или, в контексте рассматриваемой задачи, пространственную протяженность искомого решения. В качестве такой регуляризирующей функции предлагается использовать функцию «квазидлительности» сигнала $u(t)$:

$$D_{\alpha, \beta}[u(t)] = \int_{-T/2}^{T/2} \{[|u(t)/\lambda|^2 + \alpha^2]^\beta - \alpha^{2\beta}\} dt, \quad (1)$$

где α, β – параметры функционала $D_{\alpha, \beta}$, которые можно выбрать так [5, 7]: $\alpha \approx \sigma/\lambda$, где σ – дисперсия шума; $\beta = 1/16$; $\lambda = \max\{|u(t)|\}$. Тогда можно сформулировать следующую постановку задачи восстановления одномерного сигнала в виде задачи безусловной оптимизации, представленной функционалом вида:

$$J_{\alpha, \beta}(\tilde{u}) = \|\tilde{u}(t) - u_\delta(t)\|_{L_2}^2 + \gamma D_{\alpha, \beta}\left(\frac{d}{dt}\tilde{u}(t)\right), \quad (2)$$

который нужно минимизировать, где γ – параметр регуляризации. Первый член функционала (2) – невязка между искомой и измеренной функциями, второй член является регуляризирующим. Функционал $J_{\alpha, \beta}$ использует квазидлительность производной решения в качестве неквадратичного регуляризирующего члена.

Для случая обработки изображения $u(x, y)$ можно задать функцию «пространственной квазипротяженности» вида

$$D_{\alpha, \beta}[u(x, y)] = \int_{-X/2}^{X/2} \int_{-Y/2}^{Y/2} \left\{ \left[|u(x, y)/\lambda|^2 + \alpha^2 \right]^\beta - \alpha^2 \right\} dx dy. \quad (3)$$

Так как при реконструкции кусочно-постоянного изображения $u(x, y)$ необходимо учитывать требование конечной протяженности перепадов яркости между отдельными сегментами изображения, в частности между интересующим объектом и фоном (т. е. перепады яркости должны быть как можно более резкими), в качестве аргумента функции (3) можно использовать изображение, содержащее границы обрабатываемого изображения. В практике цифровой обработки изображений [1] с целью выделения границ на изображении применяются градиентные методы, использующие для аппроксимации первой производной конечно-разностные схемы, которые реализуются с помощью соответствующих масок свертки. Следует заметить, что для работы с границами могут быть использованы и вторые производные (оператор Лапласа), но использование градиента в большинстве практических случаев достаточно. Обозначим вектор градиента яркости изображения $u(x, y)$ как $\vec{G}(x, y)$. Тогда функционал (3) для случая обработки изображения перепишется в виде

$$J_{\alpha, \beta}(\tilde{u}) = \|\tilde{u}(x, y) - u_\delta(x, y)\|_{L_2}^2 + \gamma D_{\alpha, \beta}(\vec{G}(x, y)). \quad (4)$$

Решение, получаемое минимизацией функционала (4), следя [8] будем называть решением по минимуму протяженности первой производной изображения (РМППИ). Предыдущее численное моделирование [7, 8] показало, что можно учесть интенсивность присутствующего на изображении аддитивного шума путем варьирования вспомогательных параметров α и β функционала $J_{\alpha, \beta}$. Однако, при выборе очень больших значений α можно получить решение, аналогичное получаемому с помощью стандартной регуляризации. Поиск решения трудной задачи нелинейной оптимизации проводится с помощью численных методов. В работе [7] было отмечено, что для класса обратных задач, подобных рассматриваемой, существует некоторое оптимальное значение параметра γ , такое что не будет получено ни вырожденное нулевое решение (для очень больших γ), ни решение без регуляризации (для случая малых γ).

2 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для детального исследования возможностей применения предложенной техники восстановления изображений проведем численное моделирование фильтрации зашумленных и восстановления кусочно-постоянных как изображений, так и одномерных сиг-

налов, что соответствует случаю построчной обработки изображения. Будем проводить сравнение результатов обработки с результатами, получаемыми стандартным квадратичным методом регуляризации.

Суперпозиция прямоугольных импульсов, искаженная аддитивным гауссовым шумом с SNR, равным +15 дБ, показана на рис. 1, а. Результаты восстановления сигнала при использовании стандартной регуляризации и полученные минимизацией функционала (2) для оптимальных значений параметров регуляризации, показаны на рис. 1, б и 1, в, соответственно. При этом были использованы следующие значения вспомогательных параметров функционала (2): $\alpha = 0,1$, $\beta = 1/16$, $\lambda = 1,16$. Легко видеть, что стандартный подход внес большое искажение, особенно в местах резкого изменения амплитуды сигнала, тогда как предложенный подход дает хорошую оценку сигнала, при этом среднеквадратическое отклонение (СКО) восстановленного сигнала от истинного не превышает 0,8 %.

Рассмотрим качество восстановления предложенным способом кусочно-постоянного сигнала (рис. 1) после его прохождения через инвариантную к сдвигу искажающую систему с ограниченной полосой пропускания и добавления аддитивного шума с SNR, равным +15 дБ. В этом случае помимо шумового ис-

кажения наблюдается искажение краев сигнала и появление искажающих осцилляций из-за потери высоких частот в спектральной области сигнала (рис. 2, а). Полученные результаты восстановления имеют СКО от истинного сигнала менее 4 %, что говорит о высокой эффективности подхода, при этом форма сигнала и временное расположение скачков амплитуды практически идеально соответствуют исходному неискаженному сигналу. Значения вспомогательных параметров функционала (2) выбраны так: $\alpha = 0,1$, $\beta = 1/16$, $\lambda = 1,03$. Также проведем моделирование задачи минимизации функционала (2), выбрав в качестве исходного сигнала априорно гладкий сигнал типа гауссского импульса в отсутствие шума. Результаты минимизации с использованием таких значений вспомогательных параметров: $\alpha = 0,001$, $\beta = 1/16$, и двух значений гиперпараметра γ : 0,3 и 0,8 показаны на рис. 2, в. Можно видеть, что варьирование значений параметра регуляризации может приводить к эффекту различного квантования исходно гладкого сигнала, и, в предельном случае, к бинаризации или полному подавлению сигнала.

Перейдем от случая построчной обработки к решению задачи (4). Модельное изображение нескольких финитных объектов, расположенных на сером фоне, искажено интенсивным гауссовым шумом с SNR

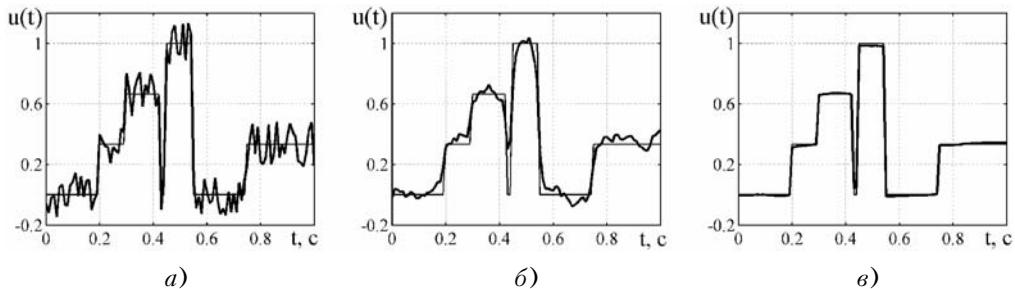


Рисунок 1 – Обработка кусочно-постоянного сигнала:

а – исходный сигнал, искаженный аддитивным гауссовским шумом (— – исходный сигнал, — – зашумленный),
б – результат восстановления стандартным методом регуляризации (— – истинный сигнал, — – восстановленный),
в – результат восстановления предложенным методом регуляризации (— – истинный сигнал, — – восстановленный)

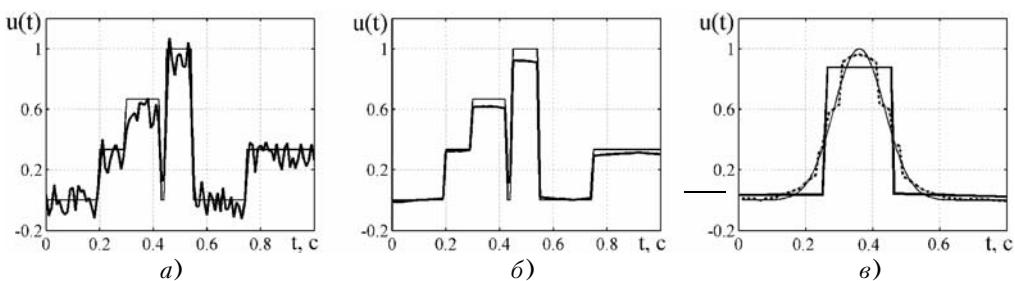


Рисунок 2 – Обработка сигнала искаженного системой с ограниченной полосой пропускания в присутствии шума:

а – формирование изображения (— – исходный сигнал, — – искаженный сигнал), б – результат восстановления (— – истинный сигнал, — – восстановленный), в – обработка гауссского сигнала (— – исходный сигнал, - - - – восстановленный сигнал при $\gamma = 0,3$, — – восстановленный сигнал при $\gamma = 0,8$)

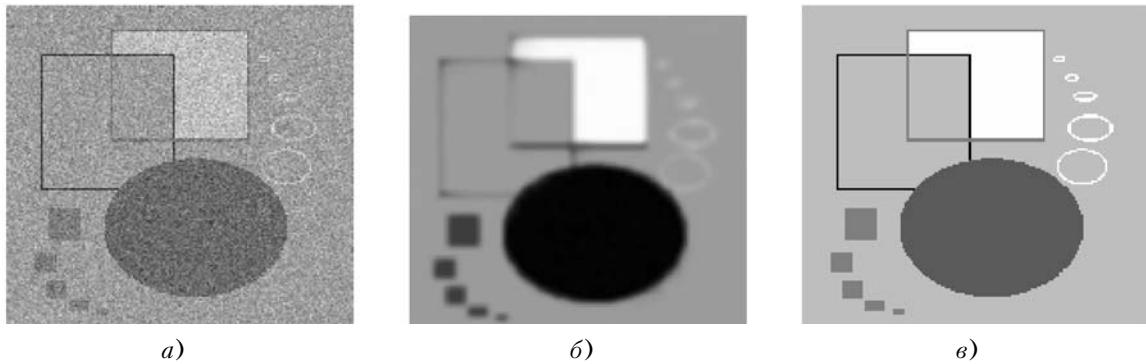


Рисунок 3 – Обработка модельного кусочно-постоянного изображения:
а – зашумленное изображение, б – восстановленное стандартным методом изображение,
в – восстановленное предложенным методом изображение

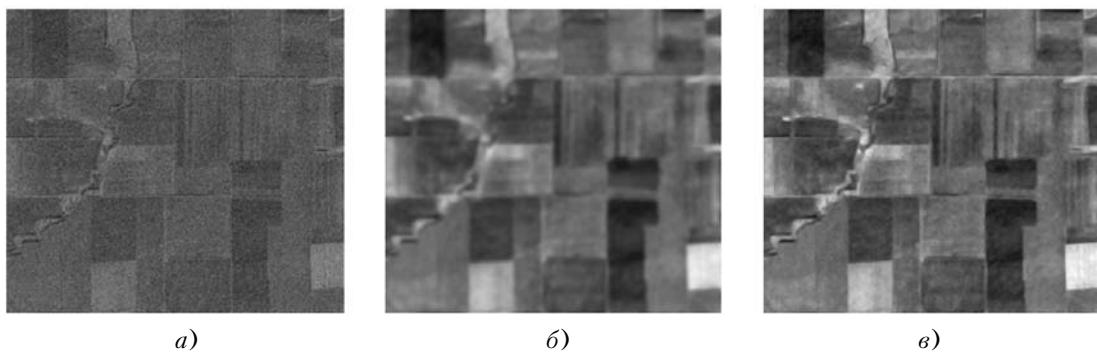


Рисунок 4 – Обработка реального спутникового снимка:
а – зашумленное изображение, б – восстановленное стандартным методом изображение,
в – восстановленное предложенным методом изображение

+15 дБ (рис. 3, а). Результаты восстановления сигнала при использовании стандартной квадратичной регуляризации и минимизацией функционала (4) для оптимальных значений параметров регуляризации, показаны на рис. 2, б и 2, в, соответственно. При этом были использованы следующие значения вспомогательных параметров функционала (1): $\alpha = 0,1$, $\beta = 1/16$, $\lambda = 1$. Результаты использования квадратичной регуляризации имеют низкое визуальное качество, и, помимо этого, некоторые тонкие границы вообще отсутствуют, тогда как предложенный метод проводит восстановление без существенных искажений.

4 ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В качестве примера кусочно-постоянного изображения использован спутниковый снимок местности в окрестности р. Кубань (рис. 4, а), искаженный аддитивным шумом. Метод стандартной регуляризации внес существенное размытие в восстановленное изображение (рис. 4, б), тогда как РМПППИ (рис. 4, в)

позволило сохранить мелкие детали, различимые лишь на исходном изображении.

Рассмотрим задачу оценивания параметров объектов по их радиофизическим изображениям. В качестве исследуемых объектов были использованы 3 медные полоски, расстояние между центрами полос составило 50 мм, их ширина была 1, 2 и 4 мм соответственно. Изображение было получено путем линейного сканирования объектов с последующим синтезированием в каждой точке временного сигнала по данным многочастотного измерения в полосе 38–52 ГГц согласно процедуре, описанной в [9]. В синтезированных таким образом изображениях ось ординат соответствует изменению позиции при сканировании, а ось абсцисс – изменению времени в синтезированной временной характеристике отражения. Целью проведения измерений было установить возможность оценивания пропорций между измеряемыми объектами, что при наличии априорной информации о размерах опорного объекта даст возможность провести оценку ширины полосок. Обработка исходного изображения (рис. 5, а, б) после проведения весовой обработки в окрестности соответствующих информативных пиков

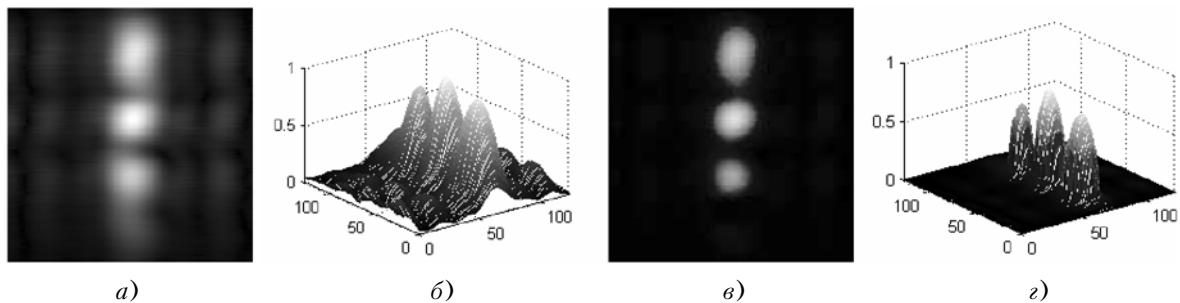


Рисунок 5 – Обработка СВЧ-изображения металлических полосок:

a – исходное изображение в градациях серого, *б* – отвечающая исходному изображению поверхность значений яркостей пикселов, *в* – обработанное изображение в градациях серого, *г* – отвечающая обработанному изображению поверхность значений яркостей пикселов

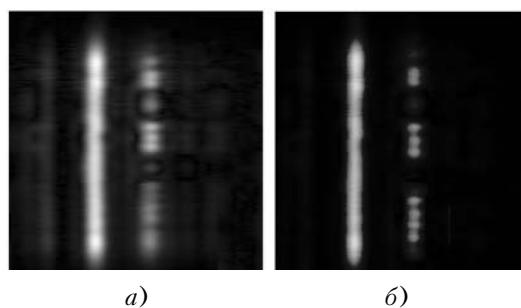


Рисунок 6 – Обработка изображения за преградой:

а – исходное изображение, *б* – результат обработки предложенным методом

дала оценку расстояния между центрами полос: 47 и 54 мм, при этом оценка ширины полос затруднена и пропорции очевидно не соблюдаются. После восстановления изображения предложенным методом (рис. 5, *в*, *г*) была улучшена оценка межцентровых расстояний до 49 и 52 мм, соответственно, и стала возможной оценка пропорции между шириной полосок. Если провести оценку последней по числу пикселов ненулевой амплитуды в окрестности центров соответствующих пиков, можно получить оценку отношений ширины полосок 1,0 : 1,76 : 3,51. Таким образом были получены оценки по данным реального эксперимента, дальнейшее улучшение оценки может быть получено после проведения оценивания функции рассеяния точки по результатам нескольких измерений и решения соответствующей обратной задачи. Наличие максимальной амплитуды отражения у среднего объекта объясняется явлением дифракции.

Поскольку с практической точки зрения при использовании СВЧ интроскопии важен случай расположения интересующего объекта за преградой, проведем обработку изображений полосок за листом диэлектрика (рис. 6, *а*). Полоски расположены на расстоянии 60 мм одна от другой, их ширина равна 2, 5 и 12 мм, соответственно. Видно, что в случае измерения более широких полосок наблюдается формирова-

ние нескольких центров отражения в пределах одной полосы, но и для этого случая предложенный метод привел к повышению качества изображения (рис. 6, *б*), устранив «мешающие» переотражения и артефакты.

ВЫВОДЫ

Предложенный метод неквадратичной регуляризации с использованием метода минимума длительности позволяет повысить качество восстановления кусочно-постоянных изображений по сравнению с классическим методом регуляризации по схеме Тихонова за счет эффективной обработки границ объектов на изображении. Функционал минимума «квазипротяженности» градиента исходного изображения используется в качестве регуляризирующего члена в предложенном методе восстановления изображений. Работоспособность и эффективность подхода проверена путем численного моделирования кусочно-постоянных сигналов и изображений и проверки на реальных изображениях радиофизической природы.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Pratt W. K. Digital image processing / W. K. Pratt. – New York : John Wiley & Sons, 2001. – 723 р.
2. Василенко Г. И. Восстановление изображений / Г. И. Василенко, А. М. Тараторин. – М.: Радио и связь, 1986. – 301 с.
3. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1974. – 224 с.
4. Nikolova M. Efficient reconstruction of piecewise constant images using nonsmooth nonconvex minimization / M. Nikolova, M. Ng, S. Zhang, W.-K. Ching // SIAM Journal on Imaging Sciences. – 2008. – № 1. – Р. 2–25.
5. Вовк С. М. Метод минимума длительности для восстановления финитных сигналов / С. М. Вовк, В. Ф. Борулько // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1991. – № 8. – С. 66–69.
6. Вовк С. М. Определение параметров синусоидального сигнала, искаженного неизвестными импульсами / С. М. Вовк, О. С. Антропов, В. Ф. Борулько // Известия вузов. Радиоэлектроника. – № 9. – 2008. – С. 40–51.
7. Антропов О. С. Метод минимума пространственной протяженности для определения диаграммы направленности антенны по измерениям ближнего поля /

- О. С. Антропов, В. Ф. Борулько, С. М. Вовк // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2008. – № 1. – С. 9–12.
8. Antropov O. S. Edge-Preserving Piecewise-Constant Image Restoration via Method of Minimum of Extension / O. S. Antropov // Proceedings of IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium. – Kiev, 2008. – P. 151–154.
 9. Alekseev V. V. Microwave introscopy using multifrequency measurements and transversal scan / V. V. Alekseev, O. O. Drobakhin, Ye. V. Kondrat'ev, D. Yu. Saltykov // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. – 2006. – № 2. – P. 24–26.

Надійшла 14.10.2008

Розглянута задача обробки радіофізичних зображень фінітних об'єктів на основі алгоритмів неквадратичної регуляризації з метою зменшення адитивного гауссовського шуму та відновлення розмитих зображень фінітних об'єктів. Сформульовані основні критерії розв'язку цих задач для випадку кусково-постійних зображень з

використанням методу мінімуму тривалості. Ефективність підходу перевіряється за допомогою чисельного моделювання та обробки експериментальних даних, що представлені супутниковими знімками земної поверхні та радіофізичними зображеннями фінітних об'єктів.

Problem of radiophysical images processing on the basis of nonquadratic regularization algorithms with the purpose of additive noise suppression and restoration of blurred images of finite objects is considered. Basic criteria for problem solution are formulated for the case of piecewise-constant images using method of minimum of duration. Effectiveness of proposed approach is verified by means of through numerical simulations and experimental processing of data represented by satellite images of Earth surface and radiophysical images of finite objects.

УДК 681.3.+681.5.007

В. М. Гусятин, Я. В. Чаговець, Д. Г. Кожушко

МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ ТЕКСТУР ДЛЯ СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБРАТНЫМ ТРАССИРОВАНИЕМ ЛУЧЕЙ. ОДНОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

Предложен метод фильтрации текстур для синтеза изображений методом обратного трассирования. Суть метода заключается в выполнении фильтрации в плоскости текстуры. Предложены функции аппроксимации реальной проекции фильтра на плоскость текстуры.

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим одномерный случай фильтрации текстуры. На рис. 1 представлены геометрические элементы задачи. Аналогом плоскости текстуры в одномерном случае является прямая текстуры, а аналогом экрана – прямая экрана. Прямая текстуры задана в базовой системе координат XY ($g\text{-с}/\text{к}$) на оси X . Текстура представлена функцией $T(X_T)$, заданной на прямой текстуры. Здесь X_T – текстурная координата. Задан наблюдатель (центр проекции точка h), с которым связана система координат UV ($v\text{-с}/\text{к}$), точка h совпадает с началом этой с/к. $\vec{h} = \{x_h, y_h\}$ – радиус-вектор центра проекций h в $g\text{-с}/\text{к}$, задает положение центра проекций относительно $g\text{-с}/\text{к}$.

Экран задан в $v\text{-с}/\text{к}$ вдоль оси координат Y_s , параллельной оси V на расстоянии от нее координатами $\frac{1}{\rho}$, где ρ – шаг пикселей на экране. Угол α отсчитывается от положительного направления оси OX $g\text{-с}/\text{к}$ против часовой стрелки до положительного на-

правления оси OX $v\text{-с}/\text{к}$. Из центра проекции h проведем луч через точку на прямой экрана с координатами $\left\{\frac{1}{\rho}, Y_v\right\}$ в $v\text{-с}/\text{к}$, где Y_v – экранная координата, до пересечения с прямой текстуры в точке p_T с координатами $\{X_T, 0\}$. Определим две функции, ус-

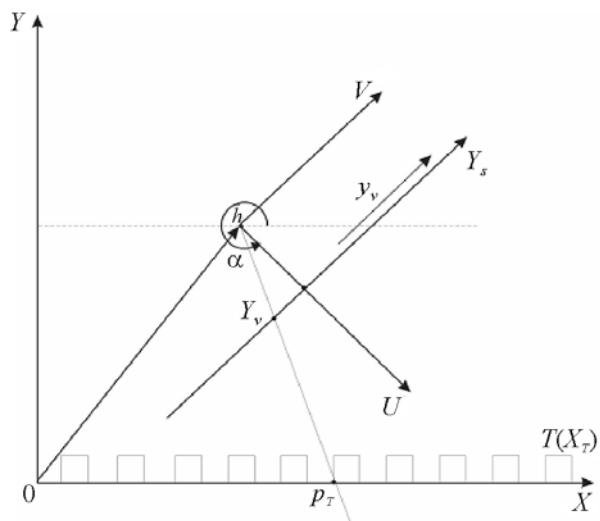


Рисунок 1 – Геометрические элементы задачи

тавливающие соответствие между двумя точками на этом луче:

$$X_T = f_T(Y_v) = \frac{A + Y_v B}{C + Y_v D}, \quad (1)$$

$$Y_v = f_v(X_T) = \frac{A - X_T C}{X_T D - B}, \quad (2)$$

где $A = y_h \cos \alpha - x_h \sin \alpha$; $B = -\rho(x_h \cos \alpha + y_h \sin \alpha)$; $C = \sin \alpha$; $D = \rho \cos \alpha$.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Требуется отобразить функцию $T(X_T)$ на дискретно заданной прямой экрана. Полагаем, что имеется некоторая функция $S(Y_v)$, которая является проекцией функции текстуры $T(X_T)$ на непрерывную прямую экрана. Для этой функции справедливы соотношения

$$\begin{aligned} S(Y_v) &= T(f_T(Y_v)), \\ T(X_T) &= S(f_v(X_T)). \end{aligned} \quad (3)$$

Пусть эта же функция $S(Y_v)$ отображается на дискретно заданную прямую экрана с шагом дискретности ρ . В этом случае на экране сформируется ее некоторое дискретное соответствие в виде функции $F(k \cdot \rho)$, где k – номер отсчета.

Известно [1, 2], при дискретизации часть информации может быть потеряна, если в спектре функции содержатся частоты, превышающие половину частоты дискретизации $\frac{1}{2\rho}$. Потеря информации приводит к появлению на изображении артефактов (aliasing) [2]. Обычно [1, 2], с целью исключения из спектра функции $S(Y_v)$ частот, превышающих половину частоты дискретизации $(\frac{1}{2\rho})$, применяют к данному сигналу линейную фильтрацию (свертку $S(Y_v)$ с ядром фильтра H):

$$R(Y_v) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(y_v) H_n(y_v - Y_v) dy_v, \quad (4)$$

где $R(Y_v)$ – функция, полученная в результате свертки; H_n – базисная функция однородного В-сплайна степени n , построенного в плоскости экрана; y_v – переменная интегрирования на прямой экрана.

В литературе [3, 4] известны два метода получения проекции функции $T(X_T)$ на плоскость экрана: метод обратного и прямого трассирования лучей. При этом метод обратного трассирования лучей является наиболее перспективным методом получения проекций изображений сцены на плоскость экрана [3, 5].

Формула свертки (4) позволяет выполнять фильтрацию сигнала $S(Y_v)$ на непрерывной прямой экрана и ее целесообразно применять в случае, когда получение функции $S(Y_v)$ осуществляется прямым методом трассирования лучей.

Получение функции $S(Y_v)$ на прямой экрана в случае применения метода обратного трассирования лучей представляет собой нетривиальную задачу. В данной статье решается задача определения операции свертки на прямой текстуре для метода обратного трассирования, аналогично (4).

ФИЛЬТРАЦИЯ НА ПРЯМОЙ ТЕКСТУРЫ

Учитывая, что y_v в (4) определяется согласно (2) как $y_v \equiv f_v(x_T)$, произведем замену переменной интегрирования в формуле (4):

$$\begin{aligned} R(Y_v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(y_v) H_n(y_v - Y_v) dy_v \Big|_{y_v = f_v(x_T)} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(f_v(x_T)) H_n(f_v(x_T) - Y_v) d(f_v(x_T)). \end{aligned} \quad (5)$$

Окончательно:

$$R(Y_v) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_T) H_n(f_v(x_T) - Y_v) f'_v(x_T) dx_T. \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой аналог свертки функции $T(x_T)$ в плоскости экрана, вычисленную в плоскости текстуры, с ядром фильтра H_n , при этом весовая функция $f'_v(x_T)$ учитывает положение системы отображения относительно г-с/к:

$$f'_v(x_T) = \frac{BC - AD}{(B - x_T D)^2}. \quad (7)$$

Предлагается исключить из подынтегрального выражения (6) $f'_v(x_T)$.

Для этого введем обозначение:

$$G_n(x_T, Y_v) = H_n(f_v(x_T) - Y_v) f'_v(x_T), \quad (8)$$

где G_n – проекция H_n на прямую текстуры.

Тогда (6) принимает вид

$$R(Y_v) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_T) G_n(x_T, Y_v) dx_T. \quad (9)$$

Далее предлагается аппроксимировать функцию $G_n(x_T, Y_v)$ неоднородным В-сплайном $H_n^*(x_T)$, где H_n^* – базисная функция неоднородного В-сплайна степени

n , построенная на прямой текстуры. Тогда $R(Y_v)$ предлагается вычислять приближенно по формуле

$$R(Y_v) \approx R^* = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_T) H_n^*(x_T) dx_T. \quad (10)$$

Рассмотрим случаи различных степеней В-сплайна H_n .

Случай 0-й степени.

$$H_0(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]; \\ 0, & \text{при } t \notin \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \end{cases} \quad (11)$$

$$H_0^*(x_T) = K_0 * \begin{cases} 1, & \text{при } x_T \in [x_0, x_1]; \\ 0, & \text{при } x_T \notin [x_0, x_1], \end{cases} \quad (12)$$

где $x_0 = f_T(Y_v - \frac{1}{2})$, $x_1 = f_T(Y_v + \frac{1}{2})$ – проекции опорных точек базисной функции H_0 , построенной на прямой экрана, на прямую текстуры (проекции границ пикселя).

Найдем такое значение K_0 , при котором выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^*(x_T) dx_T = \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(x_T, Y_v) dx_T. \quad (13)$$

Вычислим правую часть (13):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(x_T, Y_v) dx_T &= \int_{f_T(Y_v - \frac{1}{2})}^{f_T(Y_v + \frac{1}{2})} f'_v(x_T) dx_T = \\ &= f_v \left(f_T \left(Y_v + \frac{1}{2} \right) \right) - f_v \left(f_T \left(Y_v - \frac{1}{2} \right) \right) = \\ &= Y_v + \frac{1}{2} - \left(Y_v - \frac{1}{2} \right) = 1. \end{aligned}$$

Преобразуем левую часть (13):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^*(x_T) dx_T = \int_{x_0}^{x_1} K_0 dx_T = K_0(x_1 - x_0).$$

С учетом преобразований имеем $K_0(x_1 - x_0) = 1$, следовательно

$$K_0 = \frac{1}{x_1 - x_0}, \quad (14)$$

$$R_0^* = K_0 \int_{x_0}^{x_1} T(x_T) dx_T. \quad (15)$$

Случай 1-й степени.

$$H_1(t) = \begin{cases} 1 + t, & \text{при } t \in (-1, 0); \\ 1 - t, & \text{при } t \in [0, 1); \\ 0, & t \notin (-1, 1), \end{cases} \quad (16)$$

$$H_1^*(x_T) = K_1 * \begin{cases} \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0}, & \text{при } x_T \in (x_0, x_1); \\ \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2}, & \text{при } x_T \in [x_1, x_2); \\ 0, & x_T \notin (x_0, x_2), \end{cases} \quad (17)$$

где $x_0 = f_T(Y_v - 1)$, $x_1 = f_T(Y_v)$, $x_2 = f_T(Y_v + 1)$ – проекции опорных точек базисной функции H_1 , построенной на прямой экрана, на прямую текстуры (проекции центров трех соседних пикселей).

Найдем такое значение K_1 , при котором выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_1^*(x_T) dx_T = \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(x_T, Y_v) dx_T. \quad (18)$$

Вычислим правую часть (18):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(x_T, Y_v) dx_T &= \\ &= \int_{f_T(Y_v - 1)}^{f_T(Y_v)} (1 + (f_v(x_T) - Y_v)) f'_v(x_T) dx_T + \\ &+ \int_{f_T(Y_v)}^{f_T(Y_v + 1)} (1 - (f_v(x_T) - Y_v)) f'_v(x_T) dx_T = 1. \end{aligned}$$

Преобразуем левую часть (18):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} H_1^*(x_T) dx_T &= \\ &= \int_{x_0}^{x_1} K_1 \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} K_1 \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2} dx_T = \\ &= K_1 \left(\int_{x_0}^{x_1} \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2} dx_T \right) = \\ &= \frac{K_1(x_2 - x_0)}{2}. \end{aligned}$$

С учетом преобразований имеем:

$$\frac{K_1(x_2 - x_0)}{2} = 1,$$

следовательно

$$K_1 = \frac{2}{x_2 - x_0}, \quad (19)$$

$$R_1^* = K_1 \left(\int_{x_0}^{x_1} T(x_T) \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} T(x_T) \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2} dx_T \right). \quad (20)$$

Случай 2-й степени.

$$H_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + t \right)^2, & \text{при } t \in \left[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right); \\ \frac{3}{4} - t^2, & \text{при } t \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right); \\ \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - t \right)^2, & \text{при } t \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right); \\ 0, & \text{при } t \notin \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right], \end{cases} \quad (21)$$

$$H_2^*(x_T) = K_2 \begin{cases} \frac{(x_T - x_0)^2}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)}, & \text{при } x_T \in (x_0, x_1); \\ \frac{(x_T - x_0)(x_2 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_0 - x_2)} + \frac{(x_T - x_1)(x_3 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}, & \text{при } x_T \in [x_1, x_2]; \\ \frac{(x_T - x_3)^2}{(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)}, & \text{при } x_T \in [x_2, x_3]; \\ 0, & \text{при } x_T \notin (x_0, x_3), \end{cases} \quad (22)$$

где $x_0 = f_T \left(Y_v - \frac{3}{2} \right)$, $x_1 = f_T \left(Y_v - \frac{1}{2} \right)$, $x_2 = f_T \left(Y_v + \frac{1}{2} \right)$, $x_3 = f_T \left(Y_v + \frac{3}{2} \right)$ – проекции опорных точек базисной функции H_2 , построенной на прямой экрана, на прямую текстуры (проекции границ трех соседних пикселей).

Найдем такое значение K_2 , при котором выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_2^*(x_T) dx_T = \int_{-\infty}^{+\infty} G_2(x_T, Y_v) dx_T. \quad (23)$$

По аналогии с преобразованиями для случая нулевой и первой степени преобразуем правую часть выражения (23):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_2(x_T, Y_v) dx_T = 1.$$

По аналогии с преобразованиями для случая нулевой и первой степени преобразуем левую часть выражения (23):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_2^*(x_T) dx_T = \frac{K_2(x_3 - x_0)}{3}.$$

С учетом преобразований имеем $\frac{K_2(x_3 - x_0)}{3} = 1$, следовательно:

$$K_2 = \frac{3}{x_3 - x_0}, \quad (24)$$

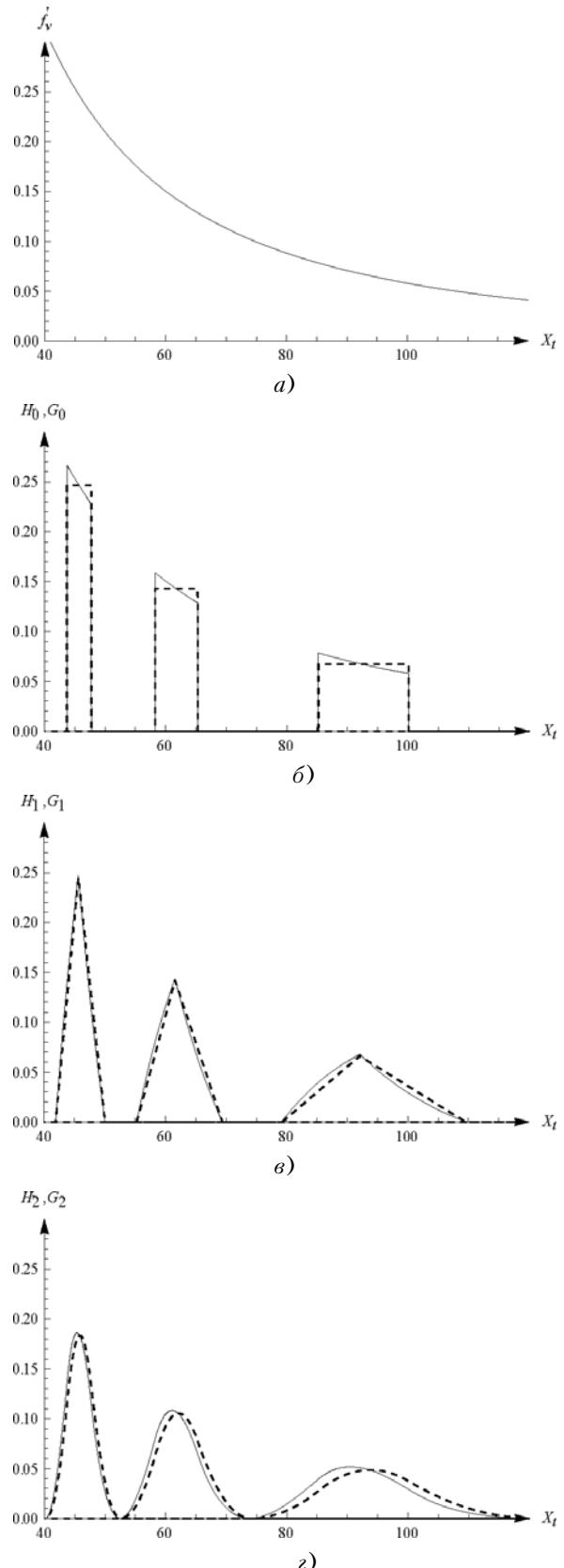


Рисунок 2 – Проекции фильтров на прямую текстуры и их аппроксимация:

$a = f'_v$; $b = G_0$, H_0^* ; $c = G_1$, H_1^* ; $d = G_2$, H_2^*

$$\begin{aligned}
 R_2^* = K_2 & \left(\int_{x_0}^{x_1} T(x_T) \frac{(x_T - x_0)}{(x_0 - x_1)(x_0 - p_2)} dx_T + \right. \\
 & + \int_{x_1}^{x_2} T(x_T) \frac{(x_T - x_0)(x_2 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_0 - x_2)} dx_T + \\
 & + \int_{x_1}^{x_2} T(x_T) \frac{(x_T - x_1)(x_3 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} dx_T + \\
 & \left. + \int_{x_2}^{x_3} T(x_T) \frac{(x_T - x_3)^2}{(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)} dx_T \right). \quad (25)
 \end{aligned}$$

В качестве примера на рис. 2 представлены функции f'_v , G_n , H_n^* при $\alpha = 332^\circ$, $x_h = 0$, $y_h = 10$, $\rho = 0,02$.

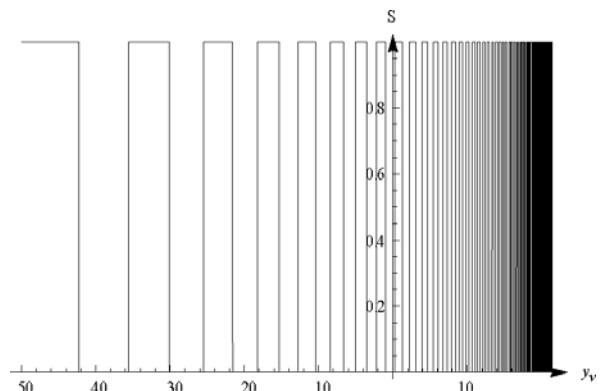


Рисунок 3 – Проекция $S(Y_v)$ функции $T(X_T)$ на прямую экрана

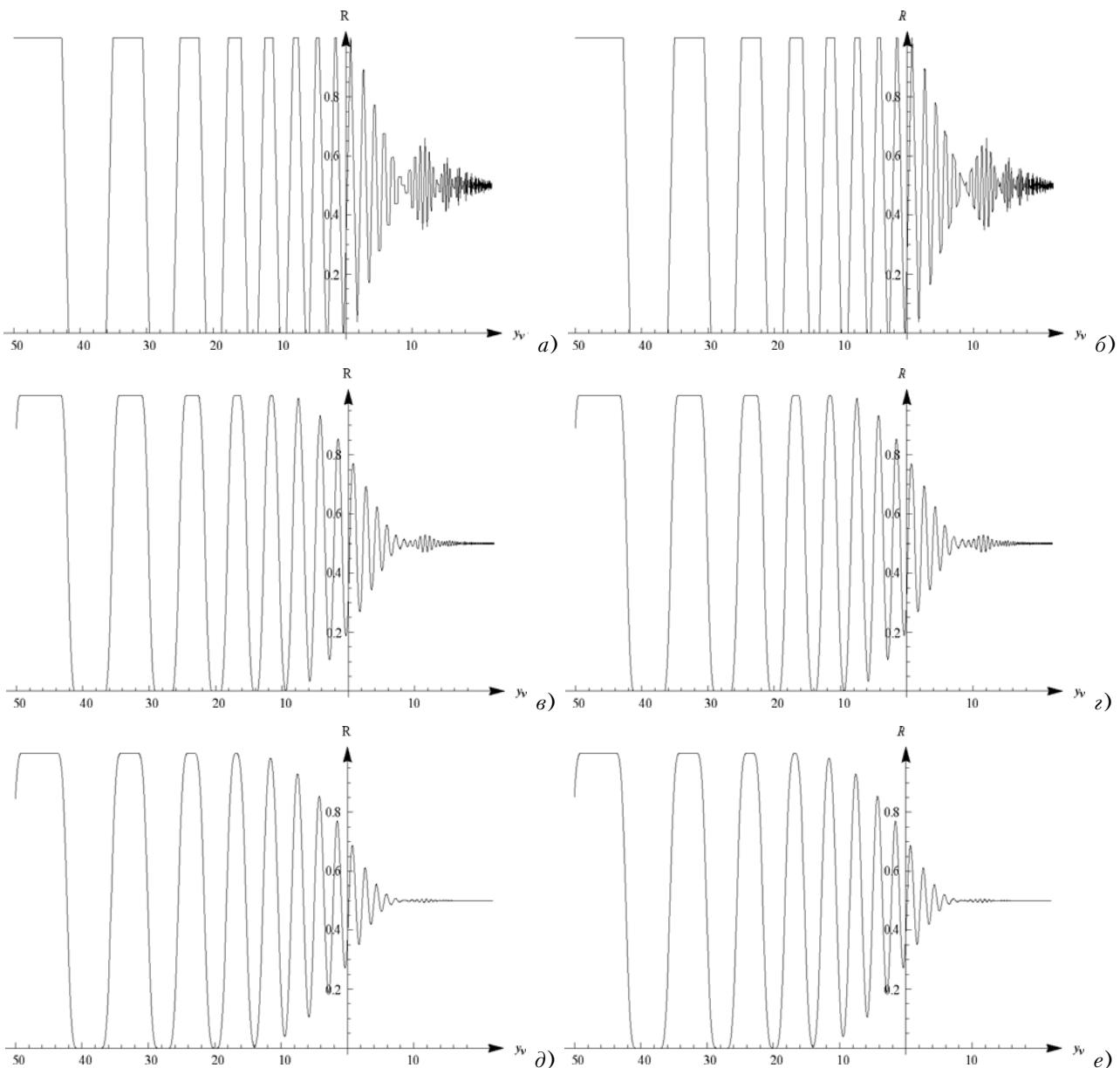


Рисунок 4 – Сигнал, отфильтрованный на прямой экране (а, в, д) и на прямой текстуре (б, г, е)

Моделирование. Для проверки корректности предложенного подхода к фильтрации выполнено моделирование.

В качестве тестовой функции (текстуры) для оценки качества фильтрации общепринято [2] выбирать меандр $T(X_T) = (\lfloor X_T \rfloor \bmod 2)$. На рис. 3 показана проекция $S(Y_v)$ на прямую экрана функции $T(X_T)$, согласно (3). Алиасинг в данном случае проявляется в виде интерференционных полос и выбросов белого и черного цвета в области, где частота сигнала $S(Y_v)$ превышает половину частоты дискретизации. На рис. 4, *a, в, д* приведены результаты фильтрации $S(Y_v)$, согласно (4), фильтрами нулевой, первой и второй степени, построенными на прямой экрана. На рис. 4, *б, г, е* приведены результаты фильтрации $T(X_T)$, согласно (10), фильтрами нулевой, первой и второй степени, построенными на прямой текстуры.

Результаты моделирования, представленные на рис. 4, показали, что выполнение фильтрации предложенным методом на прямой текстуры позволяет устранять эффект алиасинга так же эффективно, как в случае фильтрации на прямой экрана.

ВЫВОДЫ

В статье предложен метод фильтрации текстур для синтеза изображения методом обратного трассирования лучей (одномерный случай). Данный метод фильтрации позволяет устраниить алиасинг при нанесении текстур и при этом не требует дополнительно трассируемых лучей, за счет того, что фильтрация выпол-

УДК 681.7.068.4

И. Ш. Невлюдов, Ю. В. Наталуха, Р. Ю. Аллахверанов, И. С. Хатнюк

АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ СТЫКОВКЕ ОДНОМОДОВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН

Предлагается метод анализа возбуждения мод при наличии локальной неоднородности в приемном стыкуемом волокне с учетом характеристического уравнения. Определяются основные компоненты потерь энергии при стыковке одномодовых волокон НЕ моды и рассчитываются вносимые потери, обусловленные геометрическими факторами и нарушениями модовой структуры.

ВВЕДЕНИЕ

При соединении одномодовых оптических волокон (ОВ) возникают локальные неоднородности, обусловленные неточностью параметров ОВ и изломом осей.

няется в плоскости текстуры. Результаты моделирования в одномерном случае доказали эффективность предложенного подхода к устранению алиасинга. В качестве направления дальнейших исследований следует выделить разработку метода фильтрации в плоскости текстуры (двумерный случай).

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- Гольденберг Л. М. Цифровая обработка сигналов / Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. – М. : Радио и связь, 1990. – 256 с.
- Foley J. D. Computer Graphics (principles and practice) / Foley J. D., van Dam A., Feiner S. K., Hughes J. F. – Addison-Wesley Publishing Company, 1996. – 1175 p.
- Гусятин В. М. Математическая модель геометрических преобразований для спецпроцессоров растровой графики / Гусятин В. М. // Радиоэлектроника и информатика. – 1997. – № 1. – С. 86–87.
- Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Никулин Е. А. – СПб. : БВХ-Петербург, 2003. – 560 с.
- Гусятин В. М. Устранение алиасинга при нанесении текстуры на 3D объекты в методе обратного трассирования / Гусятин В. М., Чаговец Я. В., Кожушко Д. Г. // Вісник НТУ «ХПІ» «Інформатика і моделювання». – 2007. – С. 36–43.

Надійшла 9.07.2008

Запропоновано метод фільтрації текстур для синтезу зображень методом зворотного трасування. Суть методу полягає у виконанні фільтрації в площині текстури. Запропоновано функції апроксимації реальної проекції фільтра на площину текстури.

The method of texture filtering for the image synthesis by reverse ray tracing method is offered. The essence of the method is to implement filtering in the texture plane. Approximation of the actual projection of the filter in the texture plane is suggested.

Эти неоднородности, кроме искажений, обусловленных чисто геометрическими факторами (как это имеет место для многомодовых волокон), приносят еще нарушения модовой структуры, которые (как показано ниже) являются наиболее существенным фактором вносимых потерь в одномодовых ОВ.

Поэтому в статье рассматриваются нарушения модовой структуры и потери, обусловленные ею.

Если волокна состыкованы «идеально», т. е. оси их совпадают и параллельны, и если в излучающем и приемном волокнах волны и моды имеют аналогичное распределение поля, то это обеспечивает эффективность

его возбуждения в приемном волокне. Однако, если волокна при соединении не имеют «идеальной»стыковки, например, их оси имеют поперечный сдвиг или излом между осями, то моды в приемном волокне значительно отличаются от мод в излучающем волокне.

Для достижения эффективного возбуждения необходимо либо добиться минимального отклонения от номинала, либо создать специальный переход, который должен трансформировать одно распределение поля в другое. Поэтому при проектировании конструкции оптических соединителей необходимо, прежде всего, проанализировать характер мод при соединении волокон.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим однодомовое волокно, состоящее из однородной сердцевины a с показателем преломления n_1 , окруженной бесконечной однородной оболочкой с показателем преломления n_2 . Ось волокна совпадает с осью z цилиндрических координат.

Характер распределения электромагнитного поля определен уравнениями Максвелла [1–3]:

$$\text{rot} \vec{H} = n^2 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\text{div}(n\epsilon_0 \vec{E}) = 0, \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad (4)$$

где n – показатель преломления среды; ϵ_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума.

Для сердцевины уравнения Максвелла (1) и (4) в цилиндрических координатах (r, θ, z) можно записать для однородной и изотропной среды, в предположении, что зависимость от Z и t , соответственно, может быть представлена в виде

$$\exp(i\beta z - i\omega t), \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} - i\beta H_0 = -in_1^2 \epsilon_0 \omega E_r, \quad (6)$$

$$i\beta H_z - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -in_1^2 \epsilon_0 \omega E_r, \quad (7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} = -in_1^2 \epsilon_0 \omega E_z, \quad (8)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - i\beta E_0 = i\omega \mu_0 H_z, \quad (9)$$

$$i\beta E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} = i\omega \mu_0 H_\theta, \quad (10)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} = i\omega \mu_0 H_z, \quad (11)$$

где $\vec{E}(E_r, E_\theta, E_z)$, $\vec{H}(H_r, H_\theta, H_z)$ – составляющие электромагнитного поля, r – радиус-вектор, H_0 – значение магнитной индукции в начальный момент времени, β – продольное волновое число.

При решении системы (6)–(11) целесообразно найти решение для компонент поля E_z и H_z . Тогда, разрешая систему уравнений (6)–(11) относительно E_z или H_z , получаем уравнение, которое можно записать в цилиндрических координатах

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + (n_1^2 K^2 - \beta^2) \Phi = 0, \quad (12)$$

где $K = \omega(\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\Phi(r, \theta) \approx E_z$; λ – длина волны в свободном пространстве.

Так как рассматривается структура с круговой симметрией, будем искать решения, периодические по координате, т. е. решение вида

$$\Phi(r, \theta) = K(r) e^{iv\theta}, \quad (v = 1, 2, \dots). \quad (13)$$

Подставляя выражение (13) в уравнение (12), получаем скалярное уравнение для волноводов круглого сечения

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(n_1^2 K^2 - \beta^2 - \frac{v^2}{r^2} \right) R = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) представляет собой дифференциальное уравнение для функции Бесселя. Известно, что существуют два независимых решения, которые следует выбирать в соответствии с граничными условиями.

Для оболочки ($r > a$) поперечные компоненты поля можно выразить через продольные компоненты E_z и H_z , являющиеся решениями волнового уравнения (14), заменив в случае оболочки n_1 на n_2 и u_2 на ω_2 .

Используя обычные определения $\omega^2 = a^2(\beta^2 - K^2 n_2^2)$, запишем уравнение для оболочки в виде

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} - \left(\frac{\omega^2}{a^2} + \frac{v^2}{r^2} \right) R = 0, \quad (15)$$

соответственно, для сердцевины:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(\frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{r^2} \right) R = 0, \quad (16)$$

Уравнению для сердцевины (16) соответствует решение $J_v = \left(\frac{ur}{a}\right)$, ($u^2 = (K^2 n_1^2 - \beta^2)a^2$, a – угол между осями световода), т. к. эта функция конечна при $r = 0$.

В области оболочки решение уравнения (15) должно асимптотически стремиться к нулю. Таким решением является модифицированная функция Бесселя второго рода $K_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)$. Общее решение уравнений (15) и (16), следуя [4], будем искать в виде следующего выражения (опуская зависимость от времени и от координат z и θ)

$$E_z = \begin{cases} AJ_v\left(\frac{ur}{a}\right) & r \leq a, \\ \frac{AK_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{K_v(\omega)} & r \leq a, \end{cases} \quad (17)$$

$$H_z = \begin{cases} BJ_v\left(\frac{ur}{a}\right) & r \leq a, \\ \frac{BK_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{K_v(\omega)} & r \leq a, \end{cases} \quad (18)$$

где A и B – постоянные, которые требуется найти.

$$E_r = \begin{cases} -\frac{a^2}{u^2} \left[\frac{v\omega\mu_0 BJ_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{rJ_v(u)} - \frac{i\beta A_u J'_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{aJ_v(u)} \right], & r \leq a; \\ \frac{a^2}{\omega^2} \left[\frac{v\omega\mu_0 BK_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{rK_v(\omega)} - \frac{i\beta A\omega K'_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{aK_v(\omega)} \right], & r \leq a; \end{cases} \quad (19)$$

$$E_r = \begin{cases} -\frac{a^2}{u^2} \left[\frac{i\omega\mu_0 BJ'_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{aJ_v(u)} + \frac{\beta v A J_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{rJ_v(u)} \right], & r \leq a; \\ \frac{a^2}{\omega^2} \left[\frac{-i\omega\mu_0 BK'_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{aK_v(\omega)} - \frac{\beta i A K_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{rK_v(\omega)} \right], & r \leq a; \end{cases} \quad (20)$$

$$H_r = \frac{a^2}{u^2} \left[\frac{vn_1^2 \epsilon_0 \omega A J_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{rJ_v(u)} + \frac{i\beta B_u J'_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{aJ_v(u)} \right], \quad r \leq a; \quad (21)$$

$$H_r = -\frac{a^2}{\omega^2} \left[\frac{vn_2^2 \epsilon_0 \omega A K_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{rK_v(\omega)} + \frac{i\beta \omega K'_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{aK_v(\omega)} \right], \quad r > a; \quad (22)$$

$$H_\theta = \begin{cases} \frac{a^2}{u^2} \left[\frac{in_1^2 \epsilon_0 \omega A_u J'_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{aJ_v(u)} - \frac{v\beta B J_v\left(\frac{ur}{a}\right)}{aJ_v(u)} \right], & r \leq a; \\ -\frac{a^2}{\omega^2} \left[\frac{in_2^2 \epsilon_0 A_\omega K'_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{aK_v(\omega)} - \frac{v\beta B K_v\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{rK_v(\omega)} \right], & r > a. \end{cases} \quad (23)$$

На границе раздела сердцевины и оболочки $r = a$ тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей должны быть непрерывны. Для компонент E_z и H_z условие непрерывности выполняется автоматически при $r = a$ в силу их выбора в уравнениях (17) и (18). Таким образом, остается приравнять правые части выражения (20) для E_r и правые части выражения (23) для H_θ при $r = a$. Проделав эту процедуру, из соотношений (20) найдем

$$\frac{A}{B} = -i \frac{v\mu_0}{\beta v} \left(\frac{V^2}{u^2 \omega^2} \right)^{-1} \left[\frac{J'_v(u)}{uJ_v(u)} + \frac{K'_v(\omega)}{\omega K_v(\omega)} \right], \quad (24)$$

где $V^2 = (u^2 + \omega^2) = a^2 K^2 (n_1^2 - n_2^2)$.

Из соотношения (23) имеем

$$\frac{A}{B} = -i \frac{v\beta}{\omega \epsilon} \left(\frac{V^2}{u^2 \omega^2} \right)^{-1} \left[\frac{n_1^2 J'_v(u)}{uJ_v(u)} + \frac{n_2^2 K'_v(\omega)}{\omega K_v(\omega)} \right]. \quad (25)$$

Приравнивая правые части уравнений (24) и (25), получаем хорошо известное характеристическое уравнение для мод со ступенчатым профилем показателя преломления [4]:

$$\left[\frac{J'_v(u)}{uJ_v(u)} + \frac{K'_v(\omega)}{\omega K_v(\omega)} \right] \left[\frac{J'_v(u)}{uJ_v(u)} + (1 - 2\Delta) \frac{K'_v(\omega)}{\omega(\omega)} \right] = \left(\frac{v\beta}{Kn_1} \right)^2 \left(\frac{V}{u\omega} \right)^4, \quad (26)$$

где $n_2^2 = n_1^2(1 - 2\Delta)$.

Записав в правой части уравнения (26) $\frac{\beta^2}{K^3 n_1^2} = 1 - \frac{2\Delta u^2}{V^2}$ и переходя к пределу при $\Delta \rightarrow 0$, видно,

что обе части уравнения становятся полными квадратами, откуда находим

$$\frac{J'_v(u)}{u J_v(u)} + \frac{K'_v(\omega)}{\omega K_v(\omega)} = -\frac{v V^2}{u^2 \omega^2}. \quad (27)$$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ПОТОК ЭНЕРГИИ В ОДНОМОДОВЫХ ВОЛОКНАХ

Выражения для компонент электрического и магнитного полей для HE_{II} моды одномодового волокна можно получить из (19)–(23).

Для сердцевины $r < a$ поэтому имеем:

$$\begin{aligned} E_\theta &= -\frac{a^2}{u^2} \left[\frac{i\omega\mu_0 Bu}{a J_1(u)} \left(-\frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{\frac{ur}{a}} + J_0\left(\frac{ur}{a}\right) \right) + \beta A \frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{r J_1(u)} \right] = \\ &= -\frac{a^2}{u^2} \left[\frac{i\omega\mu_0 Bu}{a J_1(u)} \left(J_0\left(\frac{ur}{a}\right) - \frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{\frac{rH}{a}} \right) + \beta B \frac{i}{n_1} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{r J_1(u)} \right]. \end{aligned}$$

Используя, что $K = \omega\epsilon_0^{1/2}\mu_0^{1/2}$, можно получить

$$\omega\mu_0 = \omega\epsilon_0^{1/2}\mu_0^{1/2} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} = K \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2}.$$

Отсюда следует, что

$$E_\theta = -\frac{i\beta}{u} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \left[\frac{Ka}{J_1(u)} J_0\left(\frac{ur}{a}\right) + \frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{J_1(u)} \left(\frac{\beta a}{n_1\left(\frac{ur}{a}\right)} - \frac{Ka}{\frac{ur}{a}} \right) \right]. \quad (28)$$

Аналогично можно получить выражения для других компонент электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{B}{u} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \times \\ &\times \left[\frac{1}{ur} \left(Ka - \frac{\beta a}{n_1} \right) \frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{J_1(u)} + \frac{\beta a}{n_1} \frac{J_0\left(\frac{ur}{a}\right)}{J_1(u)} \right]; \quad (29) \end{aligned}$$

$$H_r = \frac{iB}{u J_1(u)} \left[\frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{\frac{ur}{a}} (n_1 Ka - \beta a) + \beta a J_0\left(\frac{ur}{a}\right) \right]; \quad (30)$$

$$H_\theta = -\frac{B}{u J_1(u)} \left[n_1 Ka J_0\left(\frac{ur}{a}\right) - \frac{J_1\left(\frac{ur}{a}\right)}{\frac{ur}{a}} (n_1 Ka - \beta a) \right]. \quad (31)$$

Зависимость от времени t и координат θ, z , как уже упоминалось выше, может быть представлена в виде

$$\exp(i\beta z - i\omega t); \quad \exp i\theta \quad (32)$$

при $v = 1$ для HE_{II} моды.

Теперь, когда имеются выражения для компонент электромагнитного поля, можно найти усредненный поток энергии в сердцевине вдоль оси волновода:

$$T(r) = \frac{1}{2} (E_r H_\theta^* - H_r E_\theta^*). \quad (33)$$

Выражение для потока энергии в сердцевине вдоль оси одномодового волокна для HE_{II} моды имеет вид

$$T_c(r) = \frac{B^2}{u^2 J_1^2(u)} \left(\frac{\mu}{\epsilon} \right)^{1/2} (\beta a) (Ka) J_0^2 \left(\frac{ur}{a} \right). \quad (34)$$

Для оболочки ($r > 0$) излучающего волокна в соответствии с (19)–(23) для HE_{II} моды можем представить выражения для компонент электромагнитного поля в виде

$$E_r = \frac{a^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega\mu_0 BK_1\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{r K_1(\omega)} - \frac{i\beta A \omega K_1\left(\frac{\omega r}{a}\right)}{a K_1(\omega)} \right].$$

Принимая во внимание вышеизложенное, окончательно имеем:

$$E_z = -\frac{B}{\omega} \left(\frac{\mu}{\epsilon} \right)^{1/2} \frac{(Ka)}{K_1(\omega)} K_0 \left(\frac{\omega r}{a} \right), \quad (35)$$

$$E_\theta = -\frac{iB}{\omega} \frac{(Ka)}{K_1(\omega)} \left(\frac{\mu}{\epsilon} \right)^{1/2} K_0 \left(\frac{\omega r}{a} \right), \quad (36)$$

$$H_r = \frac{iB}{\omega} \frac{(Ka)}{K_1(\omega)} n_1 K_0 \left(\frac{\omega r}{a} \right), \quad (37)$$

$$H_\theta = -\frac{B}{\omega} \frac{(Ka)}{K_1(\omega)} \frac{n_1^2}{n_1} K_0 \left(\frac{\omega r}{a} \right). \quad (38)$$

Найдем распределение энергии в оболочке вдоль оси световода. В соответствии с (33), используя (35)–(38), распределение потока энергии в оболочке может быть представлено в виде

$$T_0(r) = \frac{B^2 (Ka)^2}{\omega^2 K_1^2(\omega)} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon} \right)^{1/2} K_0^2 \left(\frac{\omega r}{a} \right) n_1. \quad (39)$$

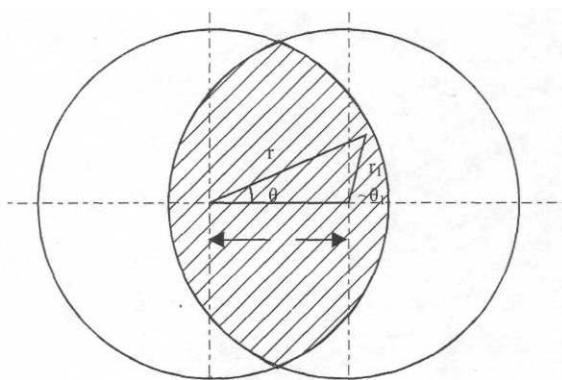


Рисунок 1 – Поперечный сдвиг оптических волокон

При поперечном сдвиге оси приемного волокна относительно излучающего на величину Δ взаимное расположение торцов волокон имеет вид, представленный на рис. 1. Чтобы найти потери энергии при стыковке одномодовых волокон в зависимости от поперечного сдвига между осями на величину Δ , необходимо найти отношение интегрального потока энергии HE_{II} моды, выходящего из излучающего волокна, к интегральному потоку энергии HE_{II} моды приемного волокна. Чтобы вычислить интегральный поток энергии через торец излучающего волокна, найдем последовательно интегральный поток энергии через сердцевину волокна и затем интегральный поток энергии через оболочку волокна.

Интегральный поток энергии электромагнитного поля по сердцевине вдоль излучающего волокна можно представить в соответствии с (34) в виде

$$T_{C \text{ ИНТ}} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a T_C(r) r dr. \quad (40)$$

Входящую в (34) функцию Бесселя $J_0(x)$ где $x = \frac{ur}{a}$, можно представить в виде знакопеременного ряда

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} - \frac{x^6}{2304}. \quad (41)$$

Исходя из (41), входящее в $T_c(r) J^2(x)$ имеет вид

$$J_0^2(x) \approx 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{32}x^4 - \frac{5}{576}x^6 + \frac{1}{4608}x^8. \quad (42)$$

Ряд, который представляет функцию $J_0^2(x)$ в (42), быстро сходится, являясь знакопеременным рядом, для которого можно определить погрешность вычисления первым отброшенным членом. В (42) первый

отброшенный член равен $R_n = \frac{x^{10}}{73728}$.

При $x = 1,53/3$, что соответствует $r = a$, $R_n \sim 10^{-3}$, и это вполне удовлетворительно для вычисления потерь при стыковке двух одномодовых волокон. Подставляя (42) в (40) и принимая во внимание (34), для интегрального потока энергии через сердцевину излучающего волокна

$$T_{C \text{ ИНТ.О}} = \pi a^2 \frac{B^2}{u^2 J_1^2(u)} \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right) (\beta a) (Ka) \times \left(1 - \frac{u^2}{4} + \frac{u^4}{32} - \frac{5}{2304} u^6 + \frac{u^8}{23040} \right). \quad (43)$$

Одной из наиболее существенных причин потерь при стыковке одномодовых волокон является угловая несогласованность осей стыкуемых волокон, характеризуемая углом между осями световода α . Чтобы найти потери энергии при стыковке одномодовых волокон в зависимости от угла α между осями световодов, необходимо найти отношение интегрального потока энергии HE_{II} моды, выходящей из излучающего волокна, к интегральному потоку энергии HE_{II} моды, распространяющейся в приемном волокне.

Интегральный поток энергии излучающего волокна определяется из (43). Чтобы найти интегральный поток энергии HE_{II} моды, распространяющейся в приемном волокне, необходимо, прежде всего, найти изменение модовой структуры излучения HE_{II} моды при переходе из излучающего волокна в приемное при наличии угла α между осями световодов. Компонентами электрического и магнитного полей в излучающем волокне в цилиндрической системе координат являются $\vec{E}(E_r, E_\theta, E_z)$ и $\vec{H}(H_r, H_\theta, H_z)$, соответственно, которые представлены выражениями (28)–(31) для сердцевины и (35)–(38) – для оболочки. Для определения изменения модовой структуры в приемном волокне перейдем в прямоугольную систему координат, где компоненты электрического и магнитного полей могут быть представлены:

- в излучающем волокне $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ и $\vec{H}(H_x, H_y, H_z)$;
- в приемном волокне $\vec{E}(E_{x_1}, E_{y_1}, E_{z_1})$ и $\vec{H}(H_{x_1}, H_{y_1}, H_{z_1})$.

Компоненты электрического и магнитного полей в декартовой системе координат выражаются через компоненты в цилиндрической системе следующим образом:

$$E_x = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta; \quad (44)$$

$$E_y = E_r \sin \theta - E_\theta \cos \theta; \quad (45)$$

$$H_x = H_r \cos \theta - H_\theta \sin \theta; \quad (46)$$

$$H_y = H_r \sin \theta - H_\theta \cos \theta. \quad (47)$$

ВЫВОДЫ

Предложен метод анализа возбуждения мод при наличии локальной неоднородности в приемном стыкуемом волокне с учетом характеристического уравнения. Эти неоднородности, кроме искажений, обусловленных чисто геометрическими факторами (имеющие место для многомодовых волокон), вносят еще нарушения модовой структуры, которые являются наиболее существенным фактором вносимых потерь в одномодовых ОВ.

Получено скалярное волновое уравнение для волноводов кругового сечения при наличии локальной неоднородности микроскопических размеров. Найдены два независимых решения, раздельно записаны и решены волновые уравнения для сердцевины и оболочки ОВ.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Андрушко Л. М. Диэлектрические неоднородные волноводы оптического диапазона / Андрушко Л. М. – Киев : Техника, 1983. – 144 с.
2. Взятышев В. Ф. Диэлектрические волноводы / Взятышев В. Ф. – М. : Советское радио, 1970. – 216 с.
3. Гончаренко А. М. Основы теории оптических волновод / Гончаренко А. М., Карпенко В. А. – Минск : Наука и техника, 1983. – 238 с.
4. Симпсон А. Д. Теория передачи информации по оптоволокну / Симпсон А. Д., Адамс Дж. – К. : ЭЛІС, 2005. – 656 с.

Надійшла 13.05.2008
Після доробки 12.11.2008

Пропонується метод аналізу збудження мод за наявності локальної неоднорідності у приймаючому волокні з урахуванням характеристичного рівняння. Визначаються основні компоненти втрат енергії при стиковці одномодових волокон НЕ моди і розраховуються втрати, що вносяться, які обумовлені геометричними чинниками і порушеннями модової структури.

The method of analysis of modes' excitation under the condition of local heterogeneity in receiving fibres taking into account the characteristic equation is offered. The basic components of energy losses at single-mode fibres of NON-mode joining are determined and included losses stipulated by geo-metrical parameters and mode structure disfunctions are calculated.

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

РАДИОЕЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 621.396.96

Ю. А. Коваль, А. А. Костыря, В. В. Обельченко, Е. Ю. Бондарь, Е. А. Иванова,
Е. П. Ермолаев, М. В. Милях

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МЕТОДА ОБЩЕГО ОХВАТА ДЛЯ ВЫСОКОТОЧНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ СТАНДАРТОВ

Выполнен анализ возможностей метода общего охвата (МОО) для высокоточной синхронизации стандартов времени и частоты в пределах прямой видимости. Оценена целесообразность использования для измерения сдвига шкал времени и частоты взаимокорреляционной обработки сигналов. Проанализирована возможность использования телевизионных сигналов для реализации МОО.

ВВЕДЕНИЕ

Синхронность (сравнение, сличение или привязка) территориально разнесенных стандартов (в частности эталонов) времени и частоты – основа для реализации современных частотно-временных методов, позволяющих решать актуальные научно-технические и оборонные задачи в системах координатно-временного обеспечения, метрологии времени и частоты, радиоастрономии, радиолокации, радиопеленгации, цифровой синхронной связи. Успешное решение таких задач определяются как стабильностью эталонов времени и частоты, так и точностью их сравнения. Высокие темпы совершенствования эталонов (относительная нестабильность современных эталонов составляет $10^{-13} \dots 10^{-14}$, а в перспективе – $10^{-15} \dots 10^{-16}$) определяют актуальность задачи повышения точности методов сравне-

ния [1]. Основные методы сравнения реализуются в виде многопозиционных радиотехнических систем. По функциональному назначению, составу и принципам работы системам сравнения присущи черты информационных, локационных и измерительных систем.

В развитых странах мира проблеме постоянного совершенствования научно-технической базы и организационной структуры систем синхронизации времени и частоты (ССВЧ) уделяется постоянное внимание. Ведущими странами в области измерений времени и частоты являются США, Англия, Германия, Япония [2]. На высоком уровне поддерживались службы времени и частоты в СССР [3]. Основой для создания Государственной службы единого времени и эталонных частот (ГСВЧ) Украины явились ряд организаций и предприятий Украины, входящих в прошлом в состав ГСВЧ СССР [4, 5].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Среди ССВЧ особое место занимают такие, у которых синхронизируемые пункты находятся в пределах прямой видимости. Примерами подобных ССВЧ могут служить: система сличения и поверок стандар-

Таблиця 1 – Аналіз методов синхронизації і способових їх техніческої реалізації

Характеристики методов	Основні методи			
	пассивный (общего охвата)	полуактивный	активные	
			встречный	ретрансляционные
Требования к задержке сигналов в канале	Должна оцениваться разность задержек в канале	Задержка в канале должна оцениваться	Задержка в канале должна быть стабільною и обратимою	
Достоинства	Отсутствие излучения во всех пунктах системы	Отсутствие излучения в одном из пунктов	Задержка в канале исключается	
Основные недостатки	Погрешности определения задержек в канале		Излучение в пунктах	
Примеры реализации	Навигаційні системи GPS та ГЛОНАСС		Радіометеорний метод; связные ИСЗ	
	РСДБ	Телевізіонний метод; системи СДВ і ДВ диапазонов; отражение сигналов от Луны		
	Кабельні, лазерні та волоконно-оптическі лінії			

тов в зоні прямої видимості первичного Государственного эталона времени и частоты (ПГЭВЧ) Украины (ННЦ «Институт метрологии»); система синхронизации стандарта в пункте наблюдения (полигон кафедры «Основы радиотехники» ХНУРЭ) сигналов локатора РТ-70, отраженных от «космического мусора», с ПГЭВЧ; системы радиопеленгации с малыми базами.

Отличительными особенностями таких систем являются сравнительно небольшие временные запаздывания сигналов и повышенные требования к электромагнитной совместимости в связи с размещением в условиях городов либо комплексированием с другими радиотехническими системами. Кроме этого, в ряде случаев необходимо обеспечить скрытность.

Методы синхронизации в ССВЧ основаны на учете либо исключении времени задержки сигналов в среде распространения и условно могут быть разделены на три группы – пассивный, полуактивный и активные [6]. Анализ методов синхронизации и известных способов их технической реализации применительно к задаче сличения сдвига шкал (см. табл. 1, [7–9]) показывает, что наибольшими преимуществами для синхронизации стандартов в пределах прямой видимости имеют пассивный и полуактивный методы. Поскольку анализ полуактивного метода рассмотрен с участием авторов в работах [10, 11], актуальным для синхронизации стандартов в пределах прямой видимости становится исследование возможностей пассивного метода, известного также как метод общего охвата (МОО) или «common view».

Традиционное использование для реализации МОО сигналов спутниковых систем GPS и ГЛОНАСС имеет ряд недостатков: малое соотношение сигнал/шум; недостаточная оперативность; низкая помехоустойчи-

вость; зависимость от зарубежных систем для потребителей в Украине. Поэтому актуальными являются поиск иных общих источников, в качестве которых предлагается использовать сигналы телевизионных центров, и исследование современных способов обработки сигналов.

АНАЛИЗ МОО ПРИМЕНІТЕЛЬНО К ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧЕ

Сущность МОО иллюстрирует рис. 1 (*a* – структурная схема; *b*, *c* – упрощенная и развернутая временные диаграммы).

На рис. 1 приняты обозначения: *A*, *B*, *O* – сличаемые пункты и общий источник, соответственно; $H_A(t)$, $H_B(t)$, $H_O(t)$ – соответствующие шкалы времени; τ_p^{OA} , τ_p^{OB} – время распространения сигналов между общим источником и сличаемыми пунктами; ΔT^{AO} , ΔT^{BO} , $\Delta T^{AB} = -\Delta T^{BA}$ – соответствующие сдвиги шкал; t_1^A , t_1^B – оценки временного положения принятых в пунктах сигналов общего источника; $\tau_{\text{пред}}^O$, $\tau_{\text{пред}}^A$, $\tau_{\text{пред}}^B$ – задержки сигналов в передающем тракте общего источника и приемных трактах пунктов; δ_t^A , δ_t^B – погрешности измерения временного положения сигналов в пунктах.

Сдвиг шкал времени пунктов *A* и *B* оценивается на основании системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} t_1^A &= \Delta T^{AO} + \tau_{\text{пред}}^O + \tau_p^{OA} + \delta_t^A + \tau_{\text{пред}}^A; \\ t_1^B &= \Delta T^{BO} + \tau_{\text{пред}}^O + \tau_p^{OB} + \delta_t^B + \tau_{\text{пред}}^B; \\ \Delta T^{AB} &= -\Delta T^{BA} = \Delta T^{AO} - \Delta T^{BO}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Из уравнений (1) можно получить оценку сдвига шкал

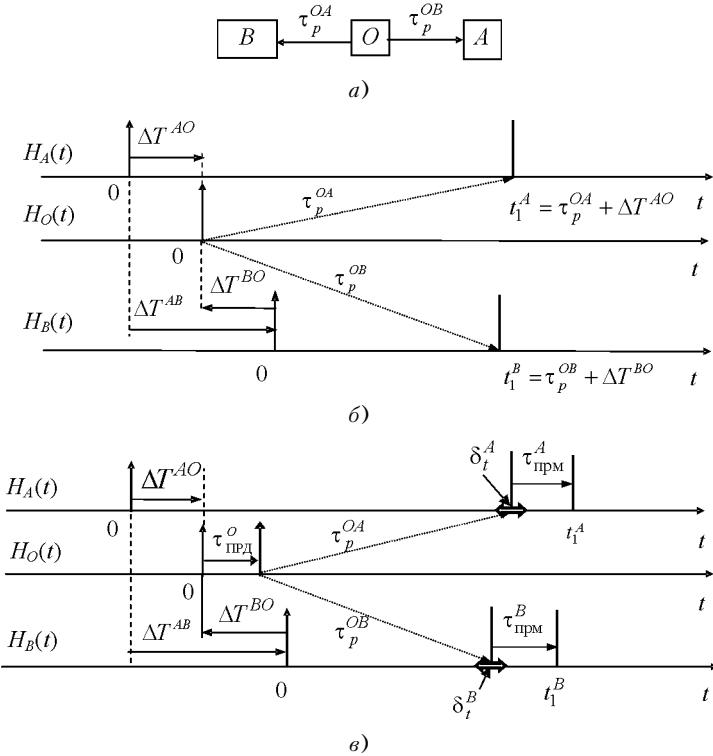


Рисунок 1

$$\begin{aligned} \widehat{\Delta T}^{AB} &= -\widehat{\Delta T}^{BA} = t_1^A - t_1^B - (\widehat{\tau}_p^{OA} - \widehat{\tau}_p^{OB}) = \\ &= \Delta T^{AB} + (\delta_t^A - \delta_t^B) + (\tau_{\text{прем}}^A - \tau_{\text{прем}}^B) + \\ &+ \left[(\widehat{\tau}_p^{OA} - \widehat{\tau}_p^{OB}) - (\widehat{\tau}_p^{OA} - \widehat{\tau}_p^{OB}) \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Из (2) следует соотношение для суммарных абсолютных погрешностей измерения сдвига шкал

$$\delta_{\Delta T}^{AB}(\Sigma) = -\delta_{\Delta T}^{BA}(\Sigma) = \overleftrightarrow{\Delta T}^{AB} - \Delta T^{AB} = \delta_{\Delta T}^{AB}(c/\pi) + \delta_{\Delta T}^{AB}(\text{PBB}) + \delta_{\Delta T}^{AB}(\text{АП}), \quad (3)$$

где $\delta_{\Delta T}^{AB}(c/\pi) = \delta_t^A - \delta_t^B$ – помеховая погрешность измерения ΔT ; $\delta_{\Delta T}^{AB}(\text{PBB}) = (\widehat{\tau}_p^{OA} - \widehat{\tau}_p^{OB}) - (\widehat{\tau}_p^{OA} - \widehat{\tau}_p^{OB})$ – канальная погрешность измерения ΔT ; $\delta_{\Delta T}^{AB}(\text{АП}) = \tau_{\text{прем}}^A - \tau_{\text{прем}}^B$ – аппаратурная погрешность измерения сдвига шкал ΔT .

Непрерывное измерение сдвига шкал времени $\widehat{\Delta T}(t)$ позволяет рассчитать взаимный сдвиг стандартов по частоте:

$$\begin{aligned} \widehat{\Delta f}^{AB}(t) &= f_0 \frac{d[\widehat{\Delta T}^{AB}(t)]}{dt}; \\ \widehat{\Delta f}^{BA}(t) &= f_0 \frac{d[\widehat{\Delta T}^{BA}(t)]}{dt}, \end{aligned} \quad (4)$$

где f_0 – номинальное значение частоты стандартов.

Проведя для соотношений (4) анализ источников погрешностей, аналогичный выражениям (2) и (3), можно получить

$$\begin{aligned} \delta_{\Delta f}^{AB}(\Sigma) &= -\delta_{\Delta f}^{BA}(\Sigma) = \overleftrightarrow{\Delta f}^{AB} - \Delta f^{AB} = \\ &= \delta_{\Delta f}^{AB}(c/\pi) + \delta_{\Delta f}^{AB}(\text{PBB}) + \delta_{\Delta f}^{AB}(\text{АП}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta_{\Delta f}^{AB}(c/\pi) = \frac{d(\delta_t^A - \delta_t^B)}{dt}$ – помеховая погрешность измерения Δf ; $\delta_{\Delta f}^{AB}(\text{PBB}) = \frac{d[(\widehat{\tau}_p^{OA} - \widehat{\tau}_p^{OB}) - (\widehat{\tau}_p^{OA} - \widehat{\tau}_p^{OB})]}{dt}$ – канальная погрешность измерения Δf ; $\delta_{\Delta f}^{AB}(\text{АП}) = \frac{d(\tau_{\text{прем}}^A - \tau_{\text{прем}}^B)}{dt}$ – аппаратурная погрешность измерения Δf .

Основным достоинством МОО является отсутствие излучения в синхронизируемых пунктах, что обеспечивает скрытность, электромагнитную совместимость, экологическую и информационную безопасность.

Соотношения (2) и (3) показывают, что в случае МОО нестабильность задержки в передающем тракте общего источника не влияет на погрешность измерения сдвига шкал.

В случае применения МОО для синхронизации частоты (см. соотношения (4) и (5)) канальная погрешность измерения Δ_f отсутствует при постоянных

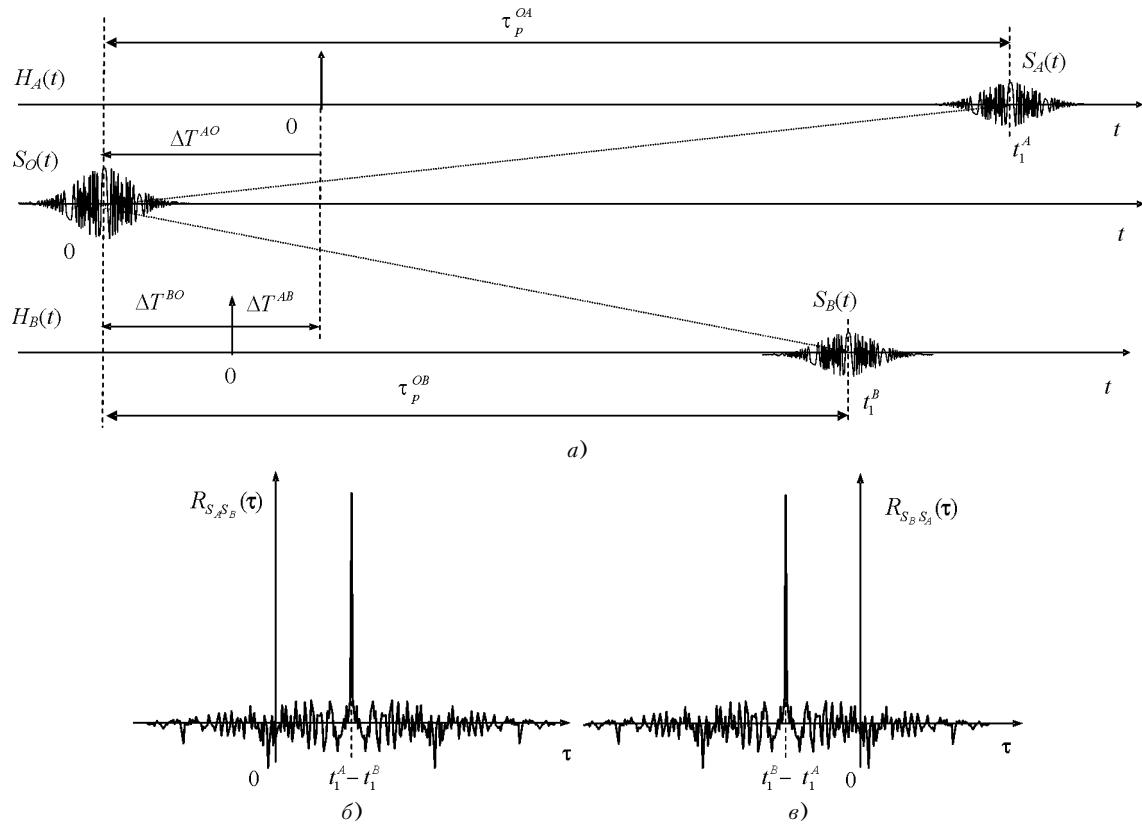


Рисунок 2

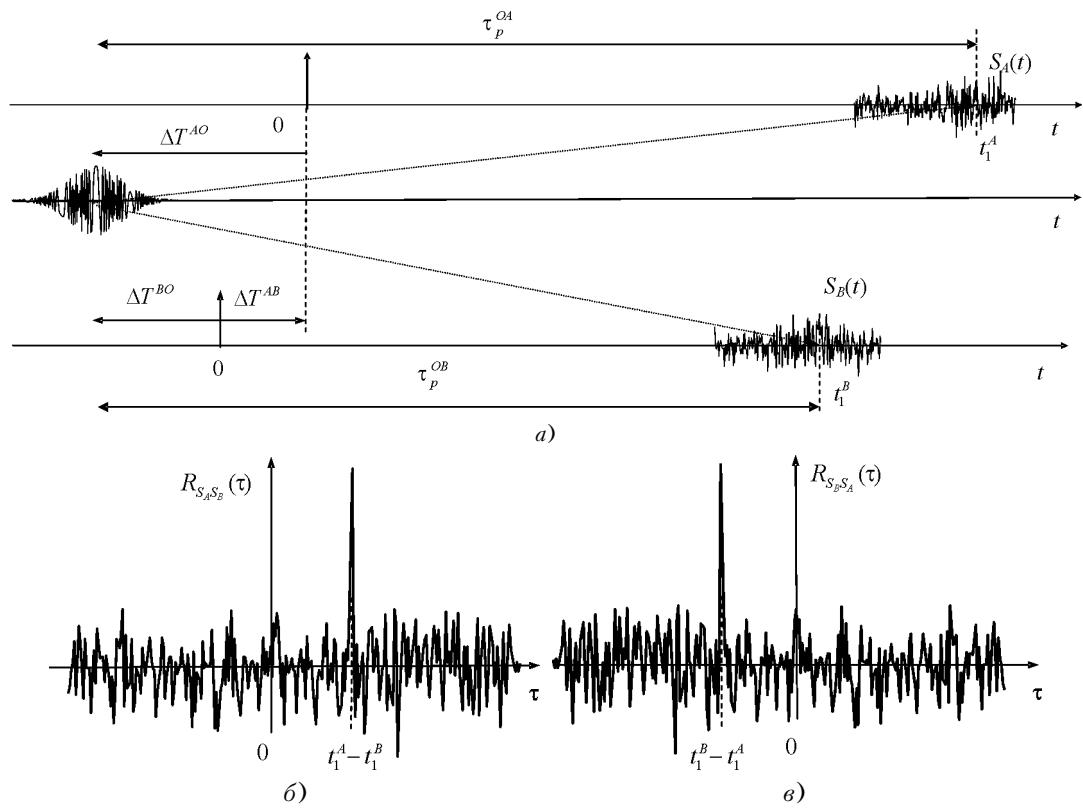


Рисунок 3

значениях задержек τ_p^{OA} , τ_p^{OB} (в случае, когда общий источник и синхронизируемые пункты неподвижны). Это преимущество делает МОО перспективным для синхронизации опорных генераторов в цифровых системах связи [12, 13].

К достоинству МОО можно отнести также возможность использования для измерения сдвига шкал взаимокорреляционную обработку сигналов, принятых в сличаемых пунктах. Данное положение можно проиллюстрировать полученными путем моделирования графиками, приведенными на рис. 2 и рис. 3, и соотношениями для взаимокорреляционных функций (ВКФ):

$$R_{BK\Phi}^{s_A s_B}(\tau) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} s_A(t)s_B(t-\tau)dt;$$

$$R_{BK\Phi}^{s_B s_A}(\tau) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} s_B(t)s_A(t-\tau)dt,$$

где $s_A(t)$, $s_B(t)$ – сигналы, принятые в соответствующем пункте.

На рис. 2, а приведены результаты моделирования временной диаграммы МОО для произвольного шумоподобного сигнала общего источника $s_O(t)$, принимаемого в пунктах A и B при отсутствии помех

$$s_A(t) = K_{OA}s_O(t-t_1^A); \quad s_B(t) = K_{OB}s_O(t-t_1^B),$$

где K_{OA} , K_{OB} – затухание в каналах распространения радиоволн от общего источника до соответствующего пункта.

На рис. 2, б, в представлены графики ВКФ:

$$R_{BK\Phi}^{s_A s_B}(\tau) = K_{OA}K_{OB}R_{AK\Phi}^{s_O}[\tau-(t_1^A-t_1^B)]; \quad (6)$$

$$R_{BK\Phi}^{s_B s_A}(\tau) = K_{OA}K_{OB}R_{AK\Phi}^{s_O}[\tau-(t_1^B-t_1^A)], \quad (7)$$

где $R_{AK\Phi}^{s_O}(\tau)$ – автокорреляционная функция сигнала общего источника $s_O(t)$.

Максимум ВКФ $R_{BK\Phi}^{s_A s_B}(\tau)$ соответствует $\tau = t_1^A - t_1^B$, а максимум ВКФ $R_{BK\Phi}^{s_B s_A}(\tau) - \tau = t_1^B - t_1^A$.

На рис. 3, а приведены результаты моделирования временной диаграммы МОО для такого же сигнала общего источника $s_O(t)$, принимаемого в пунктах A и B с помехами

$$s_A(t) = K_{OA}s_O(t-t_1^A) + n_A(t);$$

$$s_B(t) = K_{OB}s_O(t-t_1^B) + n_B(t),$$

где $n_A(t)$, $n_B(t)$ – аддитивные гауссовые помехи в соответствующем пункте.

На рис. 3, б, в представлены графики ВКФ:

$$\left. \begin{aligned} R_{BK\Phi}^{s_A s_B}(\tau) &= K_{OA}K_{OB}R_{AK\Phi}^{s_O}[\tau-(t_1^B-t_1^A)] + \\ &+ K_{OB}R_{BK\Phi}^{s_B n_A}(\tau) + K_{OA}R_{BK\Phi}^{s_A n_B}(\tau); \\ R_{BK\Phi}^{s_B s_A}(\tau) &= K_{OA}K_{OB}R_{AK\Phi}^{s_O}[\tau-(t_1^A-t_1^B)] + \\ &+ K_{OB}R_{BK\Phi}^{s_A n_B}(\tau) + K_{OA}R_{BK\Phi}^{s_B n_A}(\tau), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $R_{BK\Phi}^{s_A s_B}(\tau)$, $R_{BK\Phi}^{s_B s_A}(\tau)$ – ВКФ сигнала общего источника с помехой соответствующего пункта.

В уравнениях (8) учтена некоррелированность помех в пунктах

$$R_{BK\Phi}^{n_A n_B}(\tau) = R_{BK\Phi}^{n_B n_A}(\tau) = 0.$$

Как и в случае отсутствия помех, максимум ВКФ $R_{BK\Phi}^{s_A s_B}(\tau)$ (рис. 3, б) соответствует $\tau = t_1^A - t_1^B$, а максимум ВКФ $R_{BK\Phi}^{s_B s_A}(\tau)$ (рис. 3, в) – $\tau = t_1^B - t_1^A$.

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ МОО

Рассмотрим подробнее структуру ТВ сигнала и проанализируем, какие его элементы представляют наибольший интерес для задач высокоточной синхронизации стандартов времени и частоты с использованием МОО.

Начнем с несущей частоты изображения. Согласно требованиям ГОСТ Р 50890-96 допустимая нестабильность несущей частоты ТВ передатчика не должна превышать ± 100 Гц (в технических параметрах современных передатчиков указываются еще меньшие значения нестабильности: $\pm 30...50$ Гц), что при значении несущей 49,75 МГц (1 ТВ канал) соответствует относительной нестабильности $10^{-6}...10^{-8}$. Это позволяет осуществлять фазовую синхронизацию с наносекундной точностью.

На рис. 4 представлена временная диаграмма ТВ сигнала на интервале строки изображения. Длитель-

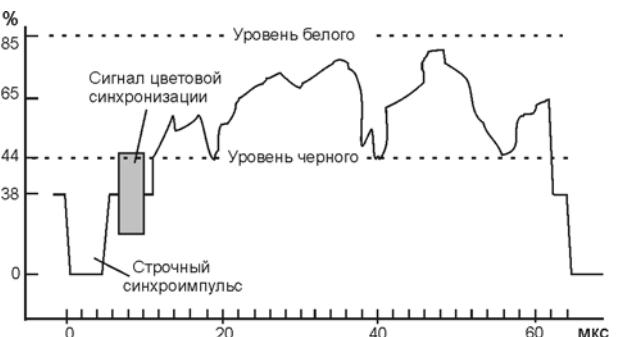


Рисунок 4

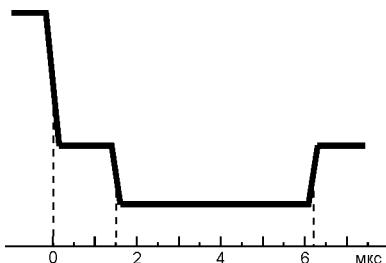


Рисунок 5

ність строки, гасящого и синхронизирующих импульсов, значение уровней белого, черного и уровня синхроимпульса определены ГОСТ 7845-92.

Наиболее информативным из всех элементов, показанных на рис. 4, является частота строчной развертки, значение которой составляет $15625 \pm 0,016$ Гц, что соответствует относительной нестабильности 10^{-6} . Информационная часть строки (непосредственно сигнал изображения) является квазислучайным сигналом и может быть использована в МОО для синхронизации времени и частоты с применением обработки, основанной на ВКФ.

Строго нормируемая длительность строчного гасящего и синхронизирующего импульсов, а также их

фронтов позволяет выявлять случаи многолучевого отражения. При образовании двух (или более) отражающих точек, сигнал в пункт приема начинает поступать двумя (несколькими) путями с разным временем запаздывания. В результате наложения этих сигналов происходит искажение формы импульсов. По форме этих искажений можно определить относительное время запаздывания одного сигнала относительно другого, как показано на рис. 5.

Рассмотрим более подробно кадровый гасящий импульс (строки 623...23 в первом и 311...335 во втором поле). Представленная на рис. 6 временная диаграмма отображает гасящий импульс первого поля. Он содержит уравнивающие импульсы в строках 1...4, эталонные сигналы времени и частоты в строке 6, сигналы цветовой синхронизации (строки 7...15) и телетекста, а также сигналы телеуправления, измерительные и служебные (строки 16...22).

Среди измерительных строк наибольший интерес представляют строки 18 и 21, в которые введены сигналы С1 и С2 для измерения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) канала на дискретных частотах (рис. 7). Эти сигналы можно использовать по прямому назначению – для измерения АЧХ радиока-

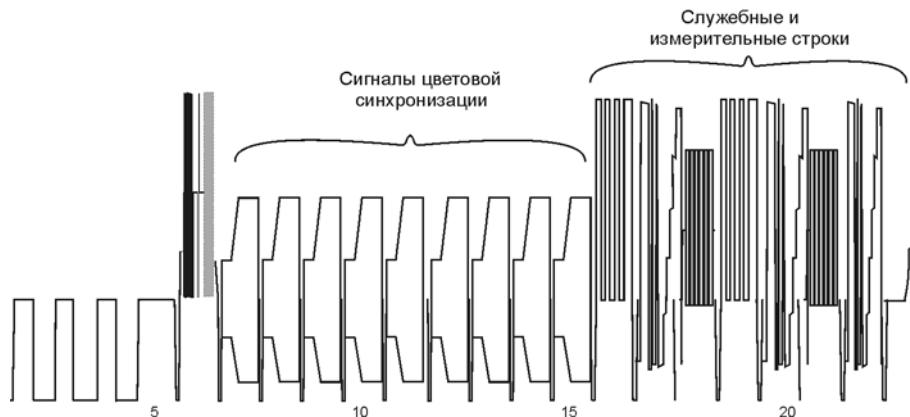


Рисунок 6

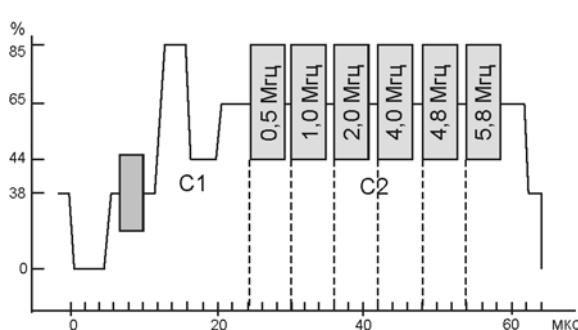


Рисунок 7

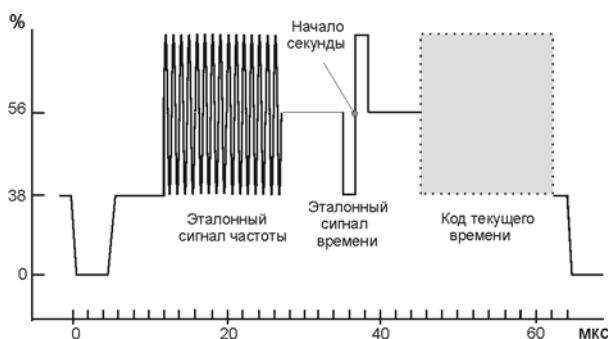


Рисунок 8

нала прямой видимости. Значению АЧХ будут соответствовать амплитуды сигналов, входящих в состав многочастотного пакета С2 по отношению к С1. Рассматривается, прием в этом случае необходимо осуществлять широкополосным приемником, частотная характеристика которого известна.

Остальные измерительные и управляющие строки предназначены для измерения специфических характеристик телевизионных приемников и трактов передачи. Их прием по радиоканалу прямой видимости интереса не представляет. Сигналы цветовой синхронизации также не представляют существенного интереса, поскольку их частоты достаточно высокие (4756,25 и 3900,00 кГц), а требования к стабильности этих частот достаточно низкие: ± 18 кГц.

Код опознавания пунктов введения измерительных сигналов может вводиться в строки 16 и 19. Он состоит из четырех прямоугольных импульсов, длительность которых можно изменять в пределах 1...10 мкс дискретно через 1 мкс, что обеспечивает возможность идентификации до 10000 пунктов [14]. Их прием по радиоканалу прямой видимости позволяет определить передающий телеканал.

Упомянутые выше эталонные сигналы частоты и времени, размещенные в шестой строке кадрового гасящего импульса, содержат показанные на рис. 8 эталонный сигнал частоты (ЭСЧ), эталонный сигнал времени (ЭСВ) и сигнал кода текущих значений времени (КТВ). Для передачи ЭСЧ используется интервал длительностью 15 мкс, в течение которого передается пакет колебаний частотой 1 МГц, начальная фаза которого привязана к телевизионным синхросигналам. Вследствие этого ЭСЧ всегда начинаются с положительной полуволны. Относительная нестабильность данного сигнала определяется нестабильностью эталона частоты, который его формирует, и может составлять $10^{-12} \dots 10^{-13}$. Для передачи ЭСВ предназначен интервал длительностью 12 мкс. Информацию о шкале времени несет точка, соответствующая половине положительного фронта ЭСВ. Частота повторения ЭСВ – 1 Гц, длительность положительного фронта 0,15...0,2 мкс, что соответствует максимальной полосе частот видеосигнала [15]. Кроме того, строчные синхроимпульсы и кадровые синхроимпульсы ТВ сигнала в ряде случаев могут быть привязаны к шкале времени [14].

Если привязка синхроимпульсов к шкале времени отсутствует, то временное положение ЭСВ в строке может несколько изменяться. Учитывая достаточно высокую относительную стабильность частоты строк и имея этalon времени в пункте приема, можно осуществить кратковременную привязку синхроимпульсов удаленного телеканала к своему эталону.

Анализ структуры ТВ сигнала показывает, что наиболее информативными для непосредственной синхронизации являются импульсы строчной развертки,

имеющие нестабильности 10^{-6} , сигнал времени в 6-й строке и сигналы для измерения АЧХ канала в 18-й и 21-й строках.

ИССЛЕДОВАНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ ЭЛЕМЕНТОВ ТВ СИГНАЛА

Корреляционные характеристики элементов ТВ сигнала моделировались в среде MathLab. Для этого была разработана модель системы синхронизации времени с их использованием.

Исследовались следующие элементы ТВ сигнала:

- отдельные кадры изображения различных видеосюжетов и последовательности кадров;
- сигнал звукового сопровождения;
- измерительные строки 18 и 21.

На рис. 9, *a*, *б*, *в* представлены АКФ яркостных составляющих полного цветного телевизионного сигнала кадров изображений из трех видеосюжетов. На рис. 9, *г* изображена область в районе максимума АКФ одного из кадров изображений. Анализ рис. 9, *г* показывает, что временное положение максимума АКФ сигнала телевизионного изображения может быть определено при условии устранения неоднозначности, интервал которой равен длительности строки.

АКФ последовательности кадров (рис. 10) имеет составляющую строчной частоты и показывает значительную корреляцию в пределах каждого из сюжетов. Эти АКФ также могут быть использованы при условии устранения неоднозначности.

Исследовались также АКФ сигнала звукового сопровождения. На рис. 11 изображен отрезок сигнала звукового сопровождения в виде дикторского текста. Анализ его АКФ (рис. 12) показал, что его главный лепесток имеет ширину по основанию 3 мс и существенно превышает побочные максимумы, что позволяет уверенно идентифицировать кадр изображения в пределах длительности звукового фрагмента.

Анализ огибающей пиков совокупности ВКФ двух фрагментов сигналов звукового сопровождения одинаковой длительности (рис. 13), моменты начала записи которых смешены относительно друг друга на интервал $0, 1 \cdot n$, где n лежит в пределах $0 < n < 25$, подтверждает возможность однозначной идентификации конкретного кадра.

Для исследования АКФ измерительного сигнала, приведенного на рис. 7, применена модель такого сигнала в виде шести частотных посылок от 0,5 до 5,8 МГц (см. рис. 14, *а*). Спектр (рис. 14, *б*) и АКФ (рис. 14, *в*) такой модели измерительного сигнала показывает, что ширина главного лепестка АКФ по основанию составляет 200 нс. Поэтому измерительный сигнал может быть использован для снижения погрешности измерений временной задержки по сравнению с сигналами, рассмотренными выше.

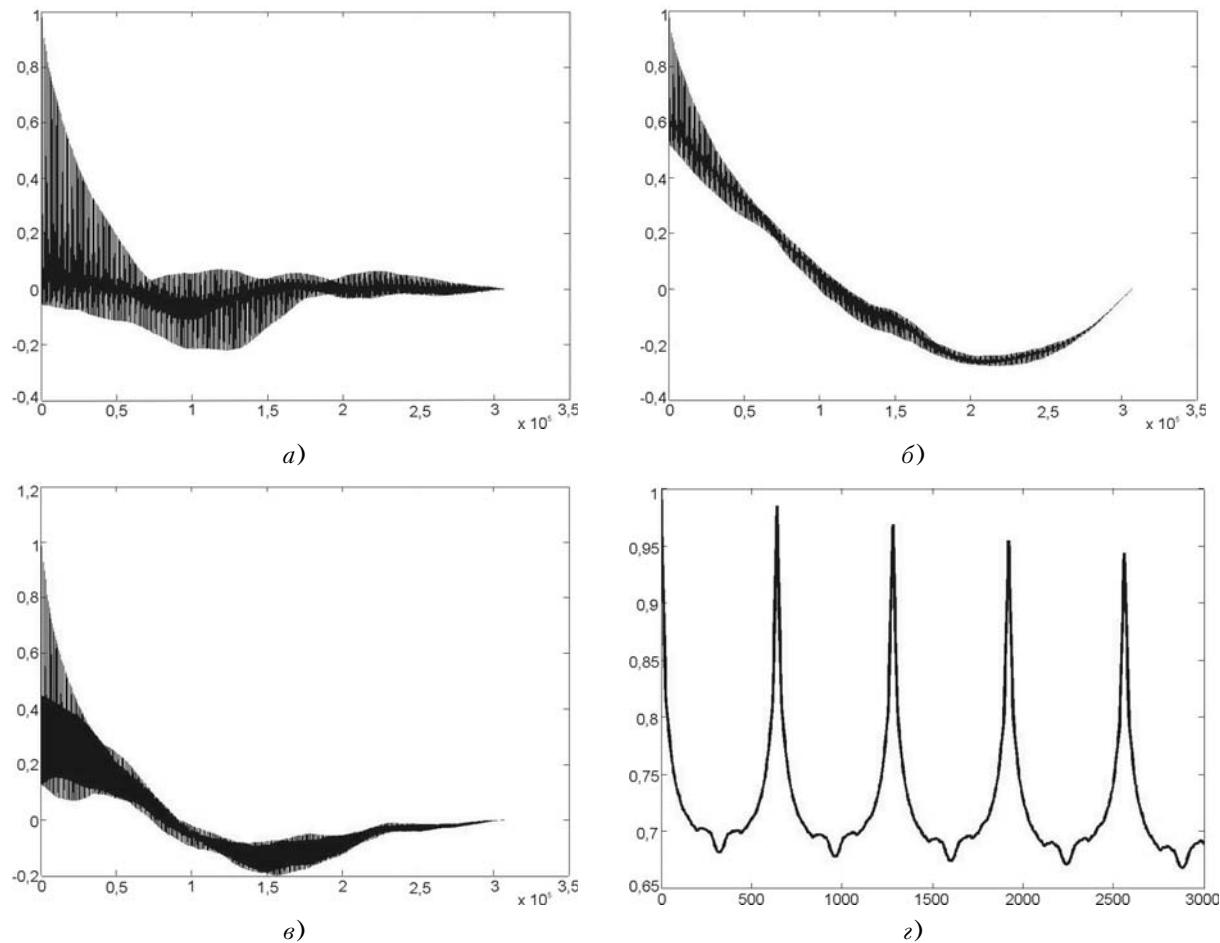


Рисунок 9

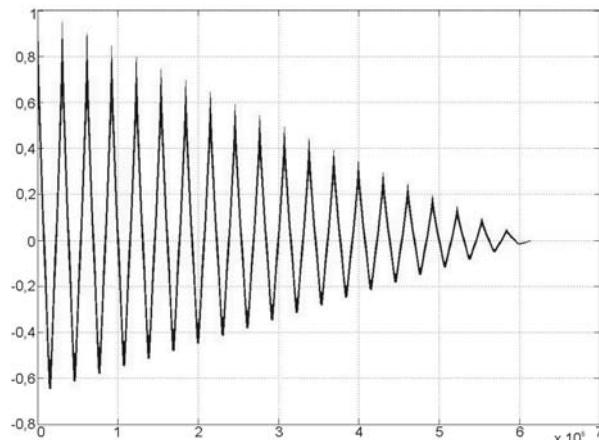


Рисунок 10

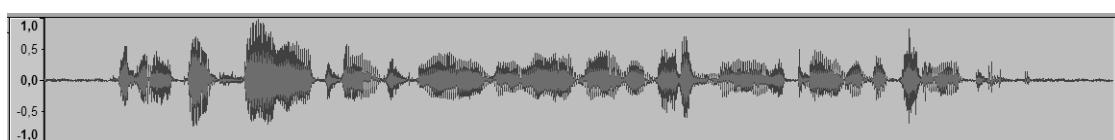


Рисунок 11

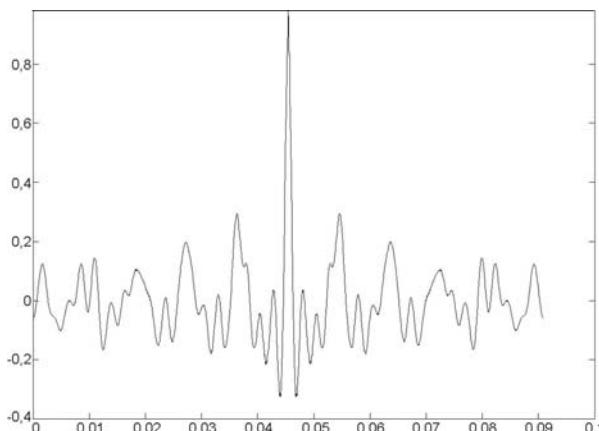


Рисунок 12

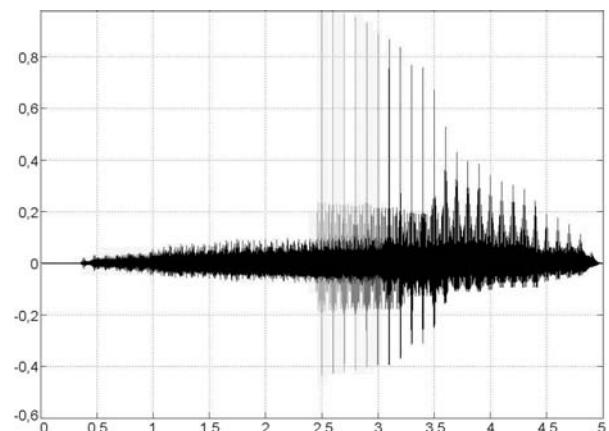


Рисунок 13

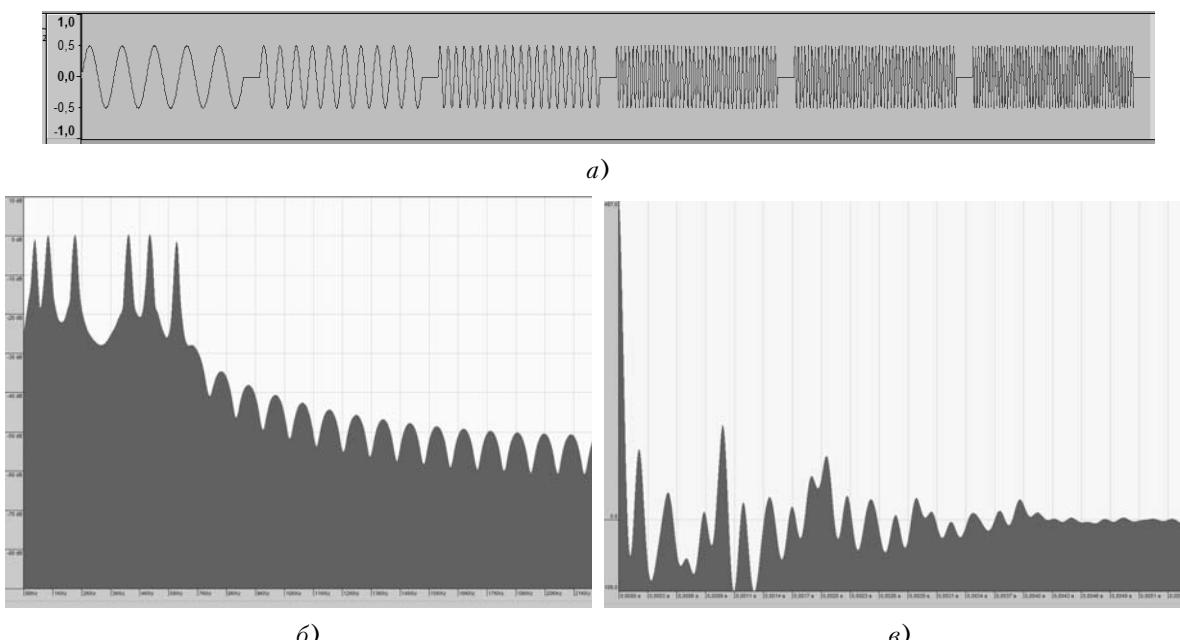


Рисунок 14

На последующих этапах исследований планируется осуществить запись реальных ТВ сигналов с видеовыхода ТВ-приемника с помощью устройства оцифровки Е-2010 на жесткий диск ПЭВМ для последующей корреляционной обработки и статистического анализа. Это позволит сделать окончательные выводы о достоверных погрешностях синхронизации времени и частоты с применением сигналов ТВ в качестве общих источников при реализации МОО.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Актуальные проблемы метрологии в радиоэлектронике / Под ред. В. К. Коробова. – М. : Издательство стандартов, 1985. – 296 с.
2. Мангем А. Дж. Национальные эталоны времени и частоты / Мангем А. Дж. // ТИИЭР. – 1986. – Т. 74, № 1. – С. 89–94.
3. Болотов И. М. Развитие научно-технических основ СЕВ / Болотов И. М., Геворкян А. Г. // Радионавигация и время. – 1992. – № 1. – С. 50 – 52.
4. Величко О. М. Державна програма створення та розвитку Державної служби єдиного часу і еталонних частот / Величко О. М., Миронов М. Т., Сидоренко Г. С. [та ін.] // Український метрологічний журнал. – 1996. – Вип. 4. – С. 13–16.
5. Клейман О. С. Державний первинний еталон одиниць часу і частоти / Клейман О. С., Оголюк В. П., Сидоренко Г. С. [та ін.] // Український метрологічний журнал. – 1997. – Вип. 3. – С. 18–23.
6. Petley B. W. Time and frequency in fundamental metrology / Petley B. W. // Proceedings of the IEEE. – 1991. – Volume 79, Issue 7. – Pp. 1070–1076
7. Дистанционные методы и средства исследования процессов в атмосфере Земли // Под ред. Кащеева Б. Л, Лагутина М. Ф., Прошкина Е. Г. – Харьков : Бизнес информ, 2002. – С. 219–305.

8. Антипов И. Е. Развитие теории и совершенствование радиометеорных систем связи и синхронизации / Антипов И. Е., Коваль Ю. А., Обельченко В. В. – Харьков : Колледиум, 2006. – 308 с.
9. Гужва Ю. Г. Синхронизация часов по сигналам «ГЛОНАСС» / Гужва Ю. Г., Геворкян А. Г., Богданов П. П., Овчинников В. В. // Радионавигация и время. – 1994. – № 1. – С. 11–14.
10. Антипов И. Е. Исследование стабильности канала прямой видимости в городских условиях / Антипов И. Е., Бондарь Е. Ю., Коваль Ю. А., Нестеренко Г. В., Ткачук А. А. // Материалы 7-й Междунар. научно-практической конф. «Современные информационные и электронные технологии» (СИЭТ-2006). – Одесса, 2006. – Т. 1. – С. 214.
11. Бондарь Е. Ю. Об использовании сверхширокополосного радиоканала прямой видимости в задачах высокоточного сличения шкал времени / Бондарь Е. Ю., Нестеренко Г. В. // Материалы 17-й Междунар. крымской конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо'2007), Севастополь, 10–14 сентября 2007 г. – Севастополь, 2007. – С. 257–258.
12. Кащеев Б. Л. Распространение сигналов синхронизации / Кащеев Б. Л., Коваль Ю. А., Кундюков С. Г. // Діловий кур'єр. – 1998. – № 36. – С. 7 ; Зв'язок. – 1998. – № 38. – С. 4.
13. Кащеев Б. Л. О возможности использования радиометеорного канала для синхронизации национальной сети связи Украины / Кащеев Б. Л., Коваль Ю. А., Кундюков С. Г. // Зв'язок. – 1999. – № 5. – С. 32–36.
14. Антипов И. Е. Прием телевизионных сигналов времени и частоты по метеорному радиоканалу / Антипов И. Е., Бавыкина В. В., Коваль Ю. А. [и др.] // Радиотехника : всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2001. – Вып. 117. – С. 42–45.
15. Домбров Р. М. Телевидение : учебник для студентов вузов / Домбров Р. М. – Киев : Вища школа, Головное изд-во, 1979. – 176 с.

Надійшла 6.10.2008

Виконано аналіз можливостей методу загального охвту (МЗО) для високоточної синхронізації стандартів часу і частоти в межах прямої видимості. Оцінено доцільність використання для виміру зрушень шкал часу і частоти взаємокореляційної обробки сигналів. Проаналізовано можливість використання телевізійних сигналів для реалізації МЗО.

The analysis of a “common view” method capabilities for highly precise synchronization of standards of time and frequency on radio channels of direct visibility is carried out. The rationality of the method implementation for measuring time scales shifts and intercorrelational signal processing frequency is being estimated. The possibility to use television signals for realization a “common view” method is analyzed.

УДК 621.396.931

Д. М. Піза, О. П. Залевський, Б. М. Бондарев

ВПЛИВ НЕЛІНІЙНИХ СПОТВОРЕНЬ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ РОБОТИ АДАПТИВНИХ ПРОСТОРОВИХ ТА ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ФІЛЬТРІВ

Проведено аналіз ефективності роботи просторового та поляризаційного фільтра в умовах дії потужних активних шумових завад. Отримані залежності коефіцієнту придушення в просторовому фільтрі від потужності активної завади, що діє, шляхом імітаційного моделювання та в ході натурного експерименту. Запропоновано алгоритм розширення динамічного діапазону РЛС, який засновано на оцінках рівня завад з подальшим адаптивним синхронним керуванням рівня завад на входах просторового фільтра.

ВСТУП

Сучасні бойові дії з застосуванням авіації характеризуються широким використанням засобів радіопротидії. Завдяки бурхливому розвитку електроніки, вдосконалюються і засоби радіопротидії: зростає ефективна потужність випромінення, збільшуються можливості щодо створення різних типів завад, які можуть бути використані в бойових діях. В якості постановників завад, як правило, застосовують потужні та надпотужні генератори шумових сигналів, які

можуть бути розміщені на літаках чи автомобілях або бути розміщені стаціонарно.

Для захисту від засобів радіопротидії в РЛС використовують адаптивні просторово(поляризаційно)-часові фільтри, що дозволяють пригнічувати активні завади. В якості просторових фільтрів використовуються адаптивні антенні решітки та автокомпенсатори завад, в якості часових фільтрів, часто використовують пристрій допплерівської фільтрації. Але впровадження адаптивних просторових фільтрів в реальні радіолокаційні системи не призвело до реалізації їх потенційних можливостей.

За час проведення випробувань та експлуатації в зонах бойових конфліктів РЛС, в яких при побудові було застосовано просторово(поляризаційно)-часові фільтри було виявлено, що в умовах впливу активних шумових завад з високою потужністю ефективність пригнічення завад та виділення корисних сигналів суттєво знижується. Зниження ефективності пригнічення завад погіршує ефективність виявлення корисних сигналів із прийнятої суміші та веде до збільшення кількості хибних тривог.

© Піза Д. М., Залевський О. П., Бондарев Б. М., 2009

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В літературі є велика кількість публікацій, присвячених дослідженням ефективності роботи просторових, часових та просторово-часових фільтрів при впливі на них активних, пасивних чи комбінованих завад. Також існує багато праць, присвячених проходженню потужних сигналів крізь приймальний тракт, досконально дослідженні явища інтермодуляційних спотворень [1], виникнення комбінаційних частот, впливу потужного сигналу на підсилювачі. Але, незважаючи на велику кількість публікацій, практично відсутні результати досліджень ефективності роботи просторово-часових фільтрів в умовах інтенсивної радіопротидії. Певним виключенням є робота [2], але в ній проведено аналіз обмежень, обумовлених нелінійними ефектами при формуванні вагових коефіцієнтів фільтрів.

Розглянемо вплив на вхідний підсилювач (нелінійну систему) двох вузькосмугових сигналів. Один з вузькосмугових сигналів є корисним сигналом, відбитим від цілі, а інший є вузькосмутовою завадою:

$$u_c(t) = x(t)\cos(\omega_c t + \varphi_c(t)), \\ u_3(t) = y(t)\cos(\omega_3 t + \varphi_3(t)),$$

де $u_c(t)$, $u_3(t)$ – корисний та завадовий сигнал, відповідно, $x(t)$, $y(t)$ – амплітуда корисного сигналу та завади, ω_c , ω_3 та $\varphi_c(t)$, $\varphi_3(t)$ – частота та фаза корисного та, відповідно, завадового сигналів. Таким чином, на вході підсилювача діє адитивна суміш корисного та завадового сигналів

$$U_{\text{bx}}(t) = u_3(t) + u_c(t).$$

Як відомо, прохідну характеристику нелінійного елементу з достатньою точністю можна апроксимувати поліномом

$$i_{\text{вих}}(t) = \sum_{j=0}^m a_j U_{\text{bx}}(t),$$

де a_j – параметри апроксимації.

Проаналізуємо, що буде на виході підсилювача при впливі на вході корисного сигналу та вузькосму-

гової завади. Для цього перенесемо прохідну характеристику так, щоб робоча точка знаходилася у початку координат, тобто в нулі, та апроксимуємо прохідну характеристику:

$$i_{\text{вих}}(t) = f(U_{\text{bx}}) = a_0 + a_1 U_{\text{bx}}(t) + a_2 U_{\text{bx}}^2(t) + \dots + a_n U_{\text{bx}}^n(t) = \\ = \sum_{j=0}^m a_j c_m^j x^j(t) y^{m-j}(t) \cos^j(\omega_c t + \varphi_c(t)) \cos^{m-j}(\omega_3 t + \varphi_3(t)), \quad (1)$$

де $c_m^j = \frac{m!}{j!(m-j)!}$, $m \in 0, 1, 2, \dots$ – біноміальні коефіцієнти.

Із виразу (1) можливо зазначити, що в випадку нелінійної характеристики підсилювача ($m > 2$), огинаюча вихідного сигналу на несучій частоті являє собою складну комбінацію коливань $x(t)$ та $y(t)$. Також слід відзначити, що чим більші амплітуди сигналів $x(t)$ та $y(t)$, тим більше буде членів полінома, та тим складнішою стає функція $i_{\text{вих}}(t)$.

Зазвичай для спрощення аналізу в інтерполаційному поліномі достатньо обмежитись третім ступенем. Тоді поліном можна записати у наступному вигляді [3]:

$$i_{\text{вих}}(t) = \frac{a_2}{2}[x^2(t) + y^2(t)] + \\ + a_2 x(t)y(t) \cos((\omega_c - \omega_3)t + \varphi_c(t) - \varphi_3(t)) + \\ + \left[a_1 x(t) + \frac{3}{2} a_3 x(t)y^2(t) + \frac{3}{4} a_3 x^3(t) \right] \cos((\omega_c)t + \varphi_c(t)) + \\ + \left[a_1 y(t) + \frac{3}{2} a_3 y(t)x^2(t) + \frac{3}{4} a_3 y^3(t) \right] \cos((\omega_3)t + \varphi_3(t)) + \\ + \frac{3}{4} a_3 y(t)x^2(t) \cos((2\omega_c - \omega_3)t + 2\varphi_c(t) - \varphi_3(t)) + \\ + \frac{3}{4} a_3 x(t)y^2(t) \cos((2\omega_3 - \omega_c)t + 2\varphi_3(t) - \varphi_c(t)) + \\ + a_2 x(t)y(t) \cos((\omega_c + \omega_3)t + \varphi_c(t) + \varphi_3(t)) + \\ + \frac{a_3}{4} x(t)^3 \cos(3\omega_c t + 3\varphi_c(t)) + \frac{a_3}{4} y(t)^3 \cos(3\omega_3 t + 3\varphi_3(t)) + \\ + \frac{3a_3}{4} x(t)y^2(t) \cos((2\omega_3 - \omega_c)t + 2\varphi_3(t) + \varphi_c(t)) + \\ + \frac{3a_3}{4} x^2(t)y(t) \cos((2\omega_c + \omega_3)t + 2\varphi_c(t) + \varphi_3(t)). \quad (2)$$

На рис. 1 зображено спектр вихідного сигналу $S(\omega)$ при перевантаженому підсилювачі, за умови апроксимації перехідної характеристики підсилювача полі-

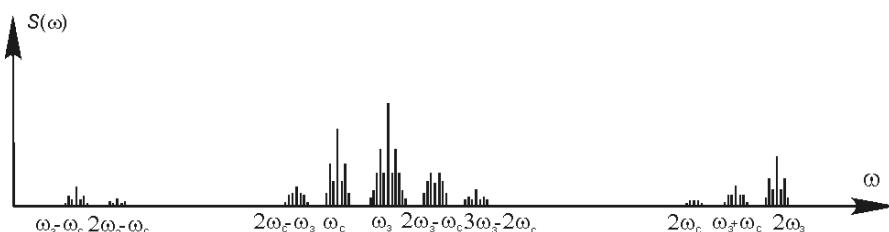


Рисунок 1 – Спектр сигналу на виході підсилювача в режимі обмеження

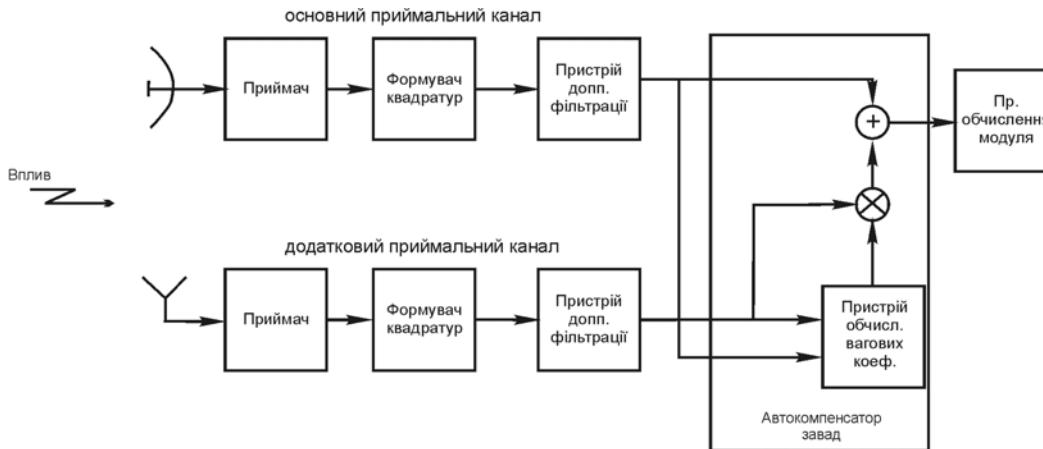


Рисунок 2 – Схема просторового фільтра

номом 3-го ступеня. Можна зазначити, що спектр вихідного сигналу на багато ширший, ніж на вході. Також з (2) видно, що частина спектра на частоті корисного сигналу є складною функцією, що залежить від корисного та завадового сигналу на вході. Таким чином, при проходженні сигналів, які перевищують динамічний діапазон приймальних каналів адаптивного фільтра, в спектрах вихідних сигналів виникають комбінаційні та інтермодуляційні складові, що спотворюють спектр корисного сигналу та завади.

Оцінимо вплив нелінійних спотворень на ефективність роботи просторового фільтра, при впливі потужної шумової завади, що перевищує динамічний діапазон вхідного підсилювача. Для цього, проведемо математичне моделювання роботи просторово-частотного фільтра з врахуванням нелінійних спотворень, що виникають у вхідних підсилювачах. Припустимо, що кількість додаткових каналів адаптивного просторового фільтра дорівнює одиниці. В якості вхідного впливу застосуємо модель активної шумової завади з широким та вузьким спектром. На рис. 2 наведено схему, за якою проводилося моделювання.

Математична модель активної шумової завади являє собою випадковий процес з нормальним законом розподілу, дисперсією σ^2 та нульовим середнім

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right).$$

Моделювання обмеження спектру активної завади було зроблено шляхом пропускання активної шумової завади крізь смуговий фільтр з заданими параметрами. В якості математичної моделі смугового фільтру було використано цифровий фільтр з скінченою імпульсною характеристикою (СІХ-фільтр), який було розраховано виходячи із параметрів завади, яку треба було отримати на вході приймальних каналів.

На рис. 3 позначене $x(n)$ – вхідні часові відліки, $h(n)$ – коефіцієнти фільтра, $y(n)$ – вихідні відліки.

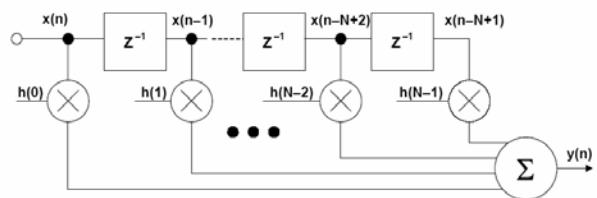
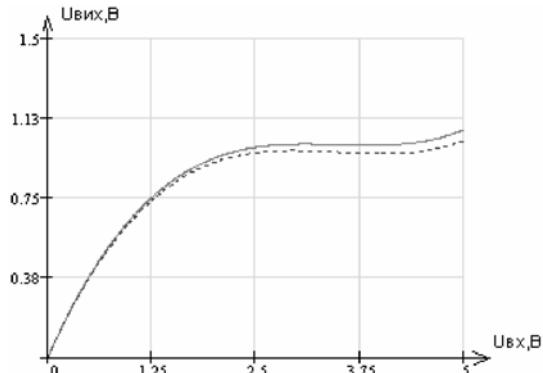


Рисунок 3 – Фільтр з скінченою імпульсною характеристикою

Рисунок 4 – Приклади амплітудних характеристистик:
сплошна лінія – основний канал, пунктирна лінія – додатковий канал

В якості математичних моделей приймальних трактів основного та додаткового каналів були використані моделі послідовно з'єднаних підсилювачів та смугових фільтрів. Виходячи з того, що необхідно визначити характер зміни амплітуд на вихіді підсилювального пристрою, потрібно здійснити переход від проходної характеристики активного пристрою до амплітудної характеристики. В якості прикладів на рис. 4 наведені експериментальні амплітудні характеристики інтерполяційних поліномів для основного та додаткового каналів:

$$U_{\text{вих_осн}}(t) = 0,9 \cdot U_{\text{вх}}(t) - 0,26 \cdot U(t)_{\text{вх}}^2 + 0,025 \cdot U(t)_{\text{вх}}^3,$$

$$U(t)_{\text{вих_дод}} = 0,88 \cdot U(t)_{\text{вх}} - 0,26 \cdot U(t)_{\text{вх}}^2 + 0,025 \cdot U(t)_{\text{вх}}^3.$$

Також треба відмітити наявність в математичній моделі незалежних власних шумів приймачів основного та додаткового каналів. В якості моделі шумів використано випадковий процес з нормальним законом розподілу. Математичні моделі сигналів на виході підсилювачів мають вигляд:

$$U_{\text{осн}}(t) = U_{\text{вих_осн}}(t) + U_{\text{вл. шумів_осн}},$$

$$U_{\text{дод}}(t) = U_{\text{вих_дод}}(t) + U_{\text{вл. шумів_дод}}.$$

Для виділення корисного сигналу з суміші на виході підсилювача сигнал пропускають крізь узгоджений смуговий фільтр, який налаштований на частоту корисного сигналу. В якості математичної моделі смугового фільтра було обрано цифровий СІХ-фільтр з заданою смugoю пропускання, модель такого фільтра була описана раніше.

Математичну модель формувача квадратурних складових можна подати у вигляді наступних математичних виразів:

$$\text{Re}[i] = U[t_i] \cdot \cos(\pi \cdot i / 2),$$

$$\text{Im}[i] = U[t_i] \cdot \sin(\pi \cdot i / 2),$$

де i – номер елемента розрізnenня по дальності, $U[t_i]$ – вхідна напруга, Re та Im – квадратурні складові прийнятих сигналів.

Математична модель пристрою фазової фільтрації, що являє собою дискретне перетворення Фур'є має вигляд

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} M_n * X(n) * W_N^{(n, k)},$$

де $X(k)$ – значення сигналу на виході k -го фазового фільтра; k – номер фазового фільтра $0 \leq k \leq N - 1$; M_n – вагові коефіцієнти фільтра; N – число періодів зондування в пачці; $X(n) = \text{Re}[n] + j\text{Im}[n]$ – луна-сигнали (реальна та уявна квадратурні складові) для N періодів зондування кожного елемента розрізnenня по дальності; n – номер періоду зондування;

$$W_N^{(n, k)} = e^{-j(2\pi nk)/N} = \cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) - j * \sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)$$

– фазовий множник.

В якості просторового фільтра використано автокомпенсатор завад. Особливістю побудови математичної моделі автокомпенсатора є те, що для зниження впливу пасивної завади на налагодження просторово-

часового фільтра, обчислення коефіцієнта кореляції виконувалось по завадах, які діють на виходах одноіменних фазових фільтрів, максимально віддалених від нульового (тобто по складовій активної завади, яка діє у 180° фільтрі). Крім того, для зменшення впливу пасивної завади, як це показано в нижче наведених формулах (3) та (4), обрахування квадратурних складових коефіцієнтів кореляції та вагових коефіцієнтів автокомпенсатора виконувалось починаючи з двосотого дискрета дальності, де інтенсивність пасивної завади значно спадає

$$\begin{aligned} \sum \text{Re} &= \sum_{i=200}^{455} (Xoki * Xdk{i} + Yoki * Ydk{i}), \\ \sum \text{Im} &= \sum_{i=200}^{455} (Yoki * Xdk{i} - Yoki * Ydk{i}), \\ \sum Mdk{i}^2 &= \sum_{i=200}^{455} (Xdk{i}^2 + Ydk{i}^2), \end{aligned} \quad (3)$$

де $Xoki$, $Xdk{i}$ – значення реальної складової завади для 180° -градусного фільтра основного та додаткового каналів, $Yoki$, $Ydk{i}$ – значення уявної складової сигнала для 180° -градусного фільтра основного та додаткового каналів.

Компенсація завадових сигналів моделювалась за формулою

$$\begin{aligned} \dot{U} \overset{\bullet}{oki} - K^* \dot{U} \overset{\bullet}{dk{i}} &= \\ &= (Xoki - K_{\text{Re}} * Xdk{i} + K_{\text{Im}} * Ydk{i}) + \\ &+ j * (Yoki - K_{\text{Re}} * Ydk{i} - K_{\text{Im}} * Xdk{i}), \end{aligned}$$

де $\dot{U} \overset{\bullet}{oki}$, $\dot{U} \overset{\bullet}{dk{i}}$ – комплексна амплітуда завад в основному та додатковому каналах; $Xoki$, $Yoki$, $Xdk{i}$, $Ydk{i}$ – реальна та уявна частини складових відліків (для кожного дискрета дальності) основного додаткового каналів, K_{Re} , K_{Im} – значення реальної та уявної складових вагових коефіцієнтів

$$\begin{aligned} K_{\text{Re}} &= (\sum \text{Re}) / (\sum Mdk{i}^2), \\ K_{\text{Im}} &= (\sum \text{Im}) / (\sum Mdk{i}^2). \end{aligned} \quad (4)$$

Після проходження просторового фільтра (після компенсації завади) – розраховувався модуль сигналу на виході кожного фільтра по кожному дискрету дальності:

$$A_i = \sqrt{\text{Re}_i^2 + \text{Im}_i^2}.$$

Надалі інформація про модулі використовувалась для обчислення середньоквадратичного значення рівня активної завади на виході просторового фільтра,

необхідного для оцінки коефіцієнта придушення активної завади в просторовому фільтрі.

РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ

Умови моделювання були прийняті наступними: середньоквадратичне значення власних шумів приймальних каналів – 10 мВ, діапазон регулювання потужності завади від 0 до 60 дБ, динамічний діапазон приймальних трактів 40 дБ, кількість фазових каналів в пристрой допплерівської фільтрації – 8.

Результати моделювання наведені на рис. 5, де пунктирною кривою вказано залежність коефіцієнта пригнічення K_p від нормованого по власним шумам рівня вузькосмугової завади ($\Delta f = 20$ МГц), а суцільною кривою – для широкосмугової завади ($\Delta f = 0,6$ ГГц). Проаналізувавши рис. 5, можливо відміти, що ефективність пригнічення завади в просторовому (поляризаційному) фільтрі починає суттєво зменшуватись

при впливі потужної завади. За результатами моделювання встановлено, що зменшення коефіцієнта пригнічення шумової завади виникає за наявності нелінійних перетворень при перевищенні завадою динамічного діапазону приймальних трактів РЛС.

Крім імітаційного моделювання авторами проведено експериментальні дослідження впливу нелінійних спотворень на ефективність адаптивних фільтрів в умовах інтенсивної радіопротидії. В ході експерименту було задіяно одну з сучасних РЛС та постановник потужної шумової завади. На рис. 6 зображене схему проведення експерименту. В якості постановника шумової завади було застосовано послідовно з'єднані генератор шумового сигналу, смуговий фільтр, керований атенюатор, проміжний підсилювач та рупорну антенну. Смуговий фільтр забезпечував формування активної завади з необхідною шириною спектра. Керований атенюатор використовувався для

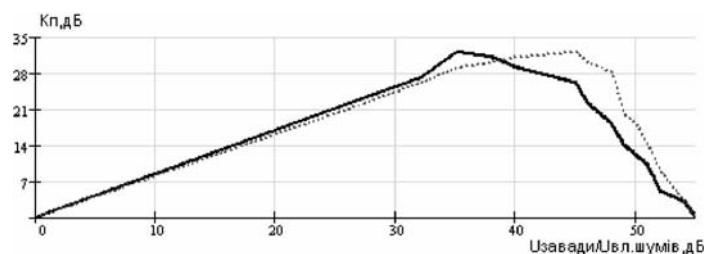


Рисунок 5 – Залежність коефіцієнта пригнічення шумової завади від її рівня (результати моделювання)

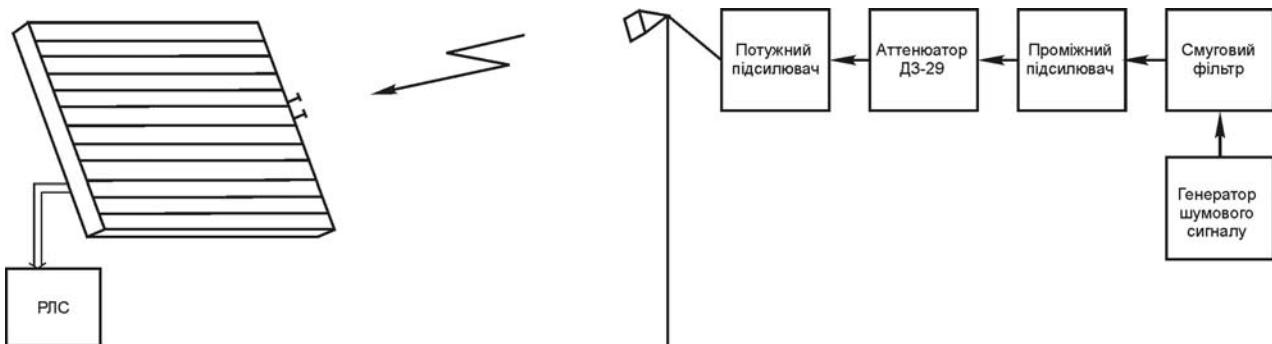


Рисунок 6 – Схема проведення натурного експерименту

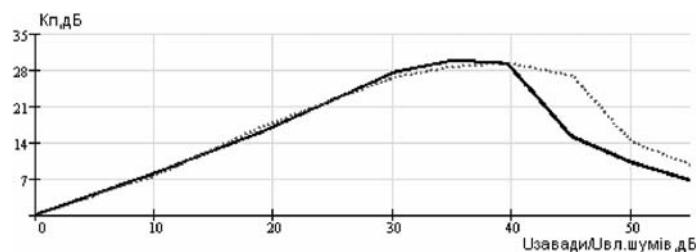


Рисунок 7 – Залежність коефіцієнта пригнічення шумової завади від її рівня (натурний експеримент)

регулювання потужності активної завади. В якості вимірювального комплексу було використано РЛС, що мала в своїй структурі просторовий фільтр з основним та додатковим каналами приймання.

Результати експериментальних досліджень наведені на рис. 7, де пунктирною кривою наведено залежність коефіцієнта пригнічення K_n від рівня вузькосмугової завади ($\Delta f = 20$ МГц), а суцільною кривою – широкосмугової завади ($\Delta f = 0,6$ ГГц).

Порівняння експериментальних результатів з результатами моделювання, при якому було враховано динамічний діапазон реальних приймальних каналів, дає підстави зробити висновок щодо їх хорошого співпадіння.

За результатами дослідження були запропоновані конкретні схемні рішення, які дозволяють забезпечити ефективну роботу адаптивних фільтрів в умовах інтенсивної радіопротидії. В основі запропонованих технічних рішень лежить оцінка рівня завад на виходах приймальних каналів та на основі отриманої апостеріорної інформації пропонується виконувати синхронне регулювання рівня завад на вході основного та додаткового каналів. Синхронне ослаблення завадових сигналів на виходах приймальних каналів дозволяє зберегти міжканальні співвідношення, що не потребує додаткового регулювання вагових коефіцієнтів в автокомпенсаторі після нормування сигналів в каналах.

ВИСНОВКИ

За результатами проведених досліджень можна зробити висновок, що нелінійні спотворення, що виникають в приймальних трактах РЛС при впливі потужності активної завади, є причиною зменшення

УДК 658.562.012.1

О. В. Томашевський, В. В. Погосов

ПРО КРИТЕРІЇ ЕФЕКТИВНОСТІ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ ІНТЕГРОВАНИХ МІКРОСХЕМ НА ЕТАПІ ВИРОБНИЦТВА

На етапі виробництва якість інтегрованих мікросхем багато в чому визначається стабільністю технологічних процесів. Для дослідження ефективності виявлення розлагодження технологічних процесів запропоновано використовувати теорію випадкового блукання броунівської частинки. Отримано інтегральні рівняння Фредгольма 2-го роду для оцінки середніх довжин серій вибірок налагодженого чи розлагодженого процесів й імовірності першого виходу траєкторій за нижню межу.

© Томашевський О. В., Погосов В. В., 2009

ефективності пригнічення активної шумової завади в просторовому чи поляризаційному фільтрі. Ефективну роботу адаптивних фільтрів в умовах інтенсивної радіопротидії можна забезпечити шляхом оперативної оцінки рівня завад на виходах приймальних каналів та синхронного адаптивного регулювання завад на їх виходах, для забезпечення лінійного режиму роботи.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Конюхов В. В. Помехоустойчивость многоканальных систем ОФТ при перекрестных помехах / Конюхов В. В. // Вопросы радиоэлектроники. – 1968. – Сер. XII, вып. 25. – С. 56.
2. Піза Д. М. Адаптация поляризационных фильтров с учетом ограничений / Піза Д. М., Чернобородов М. П., Бондарев Б. М. // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2002. – № 1. – С. 29–31.
3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 677 с.

Надійшла 17.10.2008

Проведен анализ эффективности работы пространственного и поляризационного фильтра в условиях воздействия мощных активных помех. Получены зависимости коэффициента подавления в пространственном фильтре от мощности действующей активной помехи путем имитационного моделирования и в ходе натурального эксперимента. Предложен метод расширения динамического диапазона РЛС, основанный на оценке уровня помехи, с последующим адаптивным синхронным управлением уровнем помех на выходах пространственного фильтра.

The analysis efficiency of spatial and polarization filters under the effect of active power distortion is made. The relationship between the suppression factor of spatial filter and power of operating active distortion in the way of simulation modelling and full scale experiment is obtained. The method of dynamic range RDS expansion based on estimation of distortion level with the following adaptive synchro-controlling on a spatial filter inputs is suggested.

ВСТУП

Для підвищення якості інтегрованих мікросхем (ІМС) широке використання знайшли статистичні методи управління якістю, що дозволяють обґрунтовано приймати рішення при управлінні якістю за обмеженим числом спостережень.

Одним з таких методів є статистичне регулювання технологічного процесу, під яким розуміють ко-

ректування параметрів технологічного процесу в ході виробництва за допомогою вибіркового контролю продукції, що виготовляється, з метою технологічного забезпечення необхідної якості і попередження браку. При статистичному регулюванні вирішуються дві задачі: своєчасне виявлення розлагодження технологічного процесу і визначення оптимальних коректувань керуючих впливів на процес.

Дана робота присвячена рішенню першої задачі, що, в першу чергу, і визначає ефективність статистичного регулювання.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Стан технологічного процесу визначається вихідними змінними, котрі часто називають параметрами стану (ПС). При виготовленні ІМС такими параметрами можуть бути результати вимірювань різних електрофізичних властивостей чи електричних параметрів на тестових комірках.

Для технологічних процесів виготовлення ІМС характерний сильний вплив різних факторів, які можна розділити на контролювані і неконтрольовані. Серед контролюваних можна виділити: фактори, що мають випадковий характер (наприклад, запиленість, температура в цеху); фактори, що характеризують вихідний матеріал; керуючі фактори (наприклад, температура і час проведення дифузії легіюючої домішки в кремній). Усі неконтрольовані фактори відносяться до випадкових, причому природу деяких з них можна передбачити, наприклад, нерівномірність розподілу мікродефектів в об'ємі кремнієвої пластини, але для більшості – природа невідома. Отже, технологічні процеси виготовлення ІМС можуть бути визначені як стохастичні системи, і при розробці методів регулювання і керування їх зручно розглядати у вигляді моделі «чорного ящика», де реалізується механізм перетворення вхідних змінних у вихідні. Загальна схема зв'язків вхідних, вихідних змінних і випадкових факторів для такої моделі, показана на рис. 1. Вхідні змінні описують умови функціонування реальної системи (деякі з них можуть бути віднесені до управлюючих, тобто піддані

регулюванню), ці змінні називають незалежними. Випадкові фактори – це неконтрольовані фактори, вплив яких важко врахувати (виміряти). Вихідні змінні (ПС технологічного процесу) – характеризують результат функціонування системи.

У загальному випадку ПС технологічних процесів є випадковими функціями часу і при фіксованих значеннях контролюваних змінних їхні часові послідовності відбувають вплив неконтрольованих змінних. Під впливом неконтрольованих змінних згодом може мінятися вигляд функцій розподілу ПС чи, що найбільше часто зустрічається, змінюються статистичні параметри розподілів ПС. Кожна з цих змін вказує на виникнення розлагодження технологічного процесу.

Розлагодження відбувається у випадкові моменти часу і виявляється за результатами періодичних спостережень. Ефективність методів виявлення розлагодження визначається математичним очікуванням часу виявлення розлагодження з урахуванням імовірності правильного висновку про налагоджений стан процесу. Час від початку спостережень до i -го спостереження визначається як $t_i = iT$, де T – періодичність узяття вибірки. Нехай m – число вибірок, що взяті до моменту t_p . Якщо різниця $\Delta t = |t_p - t_m|$ відмінна від нуля, то величиною Δt нехтуємо і вважаємо, що розлагодження наступило в момент t_m . Математичне очікування часу виявлення розлагодження апроксимується математичним очікуванням числа вибірок, що потребуються для виявлення розлагодження. Це математичне очікування називають середньою довжиною серії вибірок розлагодженого процесу і позначають L_1 . При налагодженному стані процесу можливе одержання помилкового сигналу про розлагодження, що характеризується середньою довжиною серії вибірок налагодженого процесу L_0 . Значення L_0 показує, як часто будуть з'являтися помилкові сигнали про розлагодження. Необхідно, щоб L_1 була мінімальною, а L_0 – максимальною. Величини L_1 і L_0 і визначають ефективність методу статистичного регулювання.

Ставиться задача – одержати вираз, що дозволить визначати L_1 і L_0 при статистичному регулюванні технологічних процесів виготовлення ІМС.



Рисунок 1 – Технологічний процес виготовлення ІМС у вигляді моделі «чорний ящик»

АПРОКСИМАЦІЯ КУМУЛЯТИВНОЇ СУМИ ТРАЄКТОРІЄЮ ВИПАДКОВОГО БЛУКАННЯ БРОУНІВСЬКОЇ ЧАСТИНКИ

Позначимо вимірюваний ПС як x і припустимо, що x підкоряється нормальному закону розподілу $N(x, \mu, \sigma)$, де μ, σ – параметри розподілу – математичне очікування і середнє квадратичне відхилення, відповідно. Вважається, що технологічний процес знаходиться в налагодженному стані, якщо результати вимірювання x_1, x_2, x_3, \dots можна віднести до нормального розподілу.

мальної генеральної сукупності з параметрами μ_0 , σ_0 . Розлагоджений стан процесу визначається змінюванням параметра μ до значення μ_1 .

Для технологічних процесів виготовлення ІМС характерна повільна зміна ПС, тому для статистичного регулювання доцільно використовувати метод кумулятивних сум. Суть цього методу полягає в тім, що за вибіковими значеннями x_1, \dots, x_n , отриманими у момент часу t_k , $k = 1, \dots, n$, утворюються кумулятивні суми

$$z_n = (\delta/\sigma) \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0 + \delta\sigma/2), \quad (1)$$

де $\delta = (\mu_1 - \mu_0)/\sigma$.

Утворення сум продовжується доти, поки вперше не буде отримане значення $z_n \leq 0$ чи $z_n \geq h$, де h – верхня межа регулювання, а нижня прийнята за 0.

Процедура набору кумулятивної суми аналогічна процесу випадкового блукання броунівської частинки між двома поглинаючими екранами, при цьому кумулятивна сума буде описуватися траекторією випадкового блукання.

Розглянемо випадкове блукання частинки в інтервалі $[0, h]$, вважаючи, що на межах інтервалів розташовані поглинаючі екрани.

Позначимо:

- N – мінімальне число кроків до поглинання, при якому $z_n \leq 0$ чи $z_n \geq h$;
- $E\{N, z_0\}$ – математичне очікування величини N ;
- $P(z_0)$ – імовірність того, що $z_n \leq 0$.

Неважко бачити, що $E\{N, z_0\}$ – математичне очікування числа кроків при блуканні частинки до поглинання, що відповідає числу вибірок до одержання сигналу про розлагодження. У випадку, якщо параметри функції розподілу $F(x)$ відповідають налагодженню стану технологічного процесу, $E\{N, z_0\} = L_0$.

У теорії випадкових блукань [1] за допомогою формули повної імовірності і методу індукції показано, що $E\{N, z_0\}$ і $P(z_0)$ визначаються інтегральними рівняннями

$$E\{N, z_0\} = 1 + \int_0^h E\{N, u\} dF(u - z_0), \quad (2)$$

$$P(z_0) = F(z_0) + \int_0^h P(u) dF(u - z_0). \quad (3)$$

Інтегральні рівняння (2) і (3) відносяться до неоднорідних інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду. У загальному виді рівняння (2) і (3) аналітичного розв'язку не мають. Зробимо наступні допущення.

Доповнимо рівняння (2) граничними умовами:

$$\begin{aligned} E\{N, z_0 \leq 0\} &= 0, \\ E\{N, z_0 \geq h\} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Такі граничні умови відповідають поміщеню на межі 0 і h поглинаючих екранів. Рівняння (2) з урахуванням граничних умов перетвориться до вигляду:

$$E\{N, z_0\} = 1 + \int_{-\infty}^{\infty} E\{N, u\} d(u - z_0). \quad (5)$$

Ввівши аналогічні граничні умови $P(0) = 1$ і $P(h) = 0$, одержимо інтегральне рівняння, що описує ймовірність першого виходу траекторії за нижню межу:

$$P(z_0) = F(z_0) + \int_{-\infty}^{\infty} P(u) d(u - z_0). \quad (6)$$

Якщо $F(x)$ – функція нормального розподілу з параметрами μ , σ , то аналітичний розв'язок інтегрального рівняння (2) має вигляд

$$E\{N, z_0\} = \frac{1}{\mu} \left(C + D \exp \left(-\frac{2\mu z_0}{\sigma^2} \right) - z_0 \right), \quad (7)$$

де C і D – постійні величини. У [2] показано, що

$$D = h / \exp \left(-\frac{2\mu z_0}{\sigma^2} \right) - 1; \quad C = -D.$$

При налагодженному стані процесу $\mu = \mu_0$, а при розлагодженному – $\mu = \mu_1$. Отже, на підставі рівняння (7) можна оцінити величини середньої довжини серії вибірок налагодженого процесу L_0 і середньої довжини серії вибірок розлагодженого процесу L_1 . Величини L_0 і L_1 є критеріями, які визначають ефективність виявлення розлагодження технологічного процесу і, отже, статистичного регулювання як одного з методів управління якістю.

ВИСНОВОК

На підставі використання аналогії траекторії кумулятивної суми з траекторією випадкового блукання броунівської частинки отримані інтегральні рівняння, що дозволяють оцінити критерії ефективності виявлення розлагодження технологічних процесів виготовлення ІМС. Запропоновано аналітичний розв'язок отриманих інтегральних рівнянь для випадку нормальногорозподілу контролюваного ПС.

Перспективним представляється розв'язок рівнянь (2) і (3) чисельними методами, наприклад, такими як метод Вінера – Хопфа, метод наближеного інтегрування, метод Монте-Карло. Рішення такої задачі

створить теоретичні основи для розробки ефективних методів статистичного регулювання при різних видах функції розподілу контролюваного ПС технологічного процесу, тим самим підвищується ефективність управління якістю IMC на етапі виробництва.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1. / Феллер В. – М. : Мир, 1967. – 498 с.
- Томашевский А. В. Эффективность обнаружения разладок технологических операций в АСУТП / Томашевский А. В. // Стратегия качества в промышленности и образовании : III международн. конф., 1–8 июня 2007, г. Варна, Болгария : научн. журнал технического университета. Спец. выпуск в 2-х томах. Т. 2. – Варна, 2007. – С. 650–652.

Надійшла 4.09.2008
Після доробки 14.10.2008

УДК 621.396.6

О. В. Томашевський, В. В. Погосов, Г. В. Сніжной

ВИКОРИСТАННЯ СТАТИСТИЧНИХ МЕТОДІВ ПРИ СЕРТИФІКАЦІЙНИХ ВИПРОБУВАННЯХ ІНТЕГРОВАНИХ МІКРОСХЕМ

Проведено аналіз видів випробувань інтегрованих мікросхем та існуючих планів їх контролю. Вибрано показники надійності та плани контролю для включення у програму сертифікаційних випробувань. Запропоновано адекватні процедури статистичної обробки результатів випробувань.

ВСТУП

На сучасному ринку, насиченому інтегрованими мікросхемами (IMC) від різних виробників, необхідність підтвердження відповідності рівню якості, що заявляється, досить актуальна. Таке підтвердження може бути надане на основі сертифікаційних випробувань, які виконує третя сторона, роль якої відіграє незалежний орган з сертифікації. Вимоги до органу сертифікації (випробувального центру) викладені в [1]. Сертифікаційні випробування направлені на підтвердження відповідності фактичних характеристик виробу вимогам нормативно-технічної документації. Програму і методи випробувань встановлюють в сертифікаційній документації і вказують в положенні з сертифікації даного виробу з урахуванням особливостей його виготовлення. Сертифікаційні випробування в більшості випадків прово-

дяться для оцінки відповідності функціональних показників умовам експлуатації, здатності до дії зовнішніх чинників і критеріїв надійності. Результати випробувань, оформлені у вигляді протоколу, передаються в орган з сертифікації. Сертифікаційні випробування носять багатоплановий характер і направлені на підтвердження відповідності фактичних характеристик виробу вимогам нормативно-технічної документації.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Особливістю випробувань IMC є погіршення якості виробів при проведенні випробувань і часткове витрачення ресурсу (випробування на механічну міцність і стійкість, на стійкість до кліматичних дій і т. п.), деякі види випробувань мають руйнуючий характер (випробування на стійкість до дії цвілевих грибків, радіаційну стійкість і т. п.). Тому при проведенні сертифікаційних випробувань всієї сукупності IMC, яка випробується, про якість судять по узятій вибірці. Також, при проведенні випробувань IMC розглядаються як невідновлювані вироби.

© Томашевський О. В., Погосов В. В., Сніжной Г. В., 2009

У даній роботі ставляться задачі:

- визначити кількісні показники надійності для використання при сертифікаційних випробуваннях ІМС і запропонувати процедури статистичної обробки результатів випробувань для оцінки визначених показників;
- визначити методи сертифікаційних випробувань на стійкість ІМС до дії зовнішніх чинників для оцінки відповідності їх фактичного рівня якості заявленому рівню якості.

2 ОЦІНКА КІЛЬКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

За наслідками сертифікаційних випробувань оцінюється рівень якості ІМС, перш за все, надійність, технічний ресурс і відповідність фактичного рівня якості ІМС заявленному рівню якості [2].

Найбільш важлива складова надійності – це безвідмовність. Кількісно безвідмовність можна оцінити такими показниками, як імовірність безвідмової роботи, інтенсивність відмов, середня наробка до відмови та гама-відсоткова наробка. Оцінюються ці показники за статистичними характеристиками двох випадкових величин – наробки до відмови та кількості виробів, які відмовили протягом часу випробувань.

Виникнення відмови є випадковою подією, тому час появи відмови t (наробка до відмови) – теж випадкова величина.

Імовірність безвідмової роботи виробу $P(t)$ – це імовірність того, що при заданих режимах і умовах роботи в заданому інтервалі часу відмова не виникає.

Середня інтенсивність відмов $\lambda(t, \Delta t)$ – це кількість виробів, що відмовили, віднесена до кількості виробів, що неперервно працювали до початку випробувань, і до часу, протягом якого відбувалось випробування:

$$\lambda(t, \Delta t) = \frac{\Delta n}{(N - n)\Delta t}, \quad (1)$$

де Δn – кількість виробів, що відмовили протягом часу випробувань Δt ; n – кількість виробів, що відмовили до початку випробувань; $(N - n)$ – кількість виробів на початок випробувань, N – кількість виробів на час $t = 0$.

Якщо необхідно визначити величину інтенсивності відмов за період наробки T , то

$$\lambda = n/(NT), \quad (2)$$

де λ – середня інтенсивність відмов; n – кількість відмов за період T .

Уведемо поняття миттєвої інтенсивності відмов $\lambda(t)$. Кількість виробів на початок випробувань мож-

на визначити як $NP(t)$, а кількість виробів, що відмовили за час випробувань $[t, t + \Delta t]$, як

$$\Delta n = N \cdot F(t + \Delta t) - N \cdot F(t) = N \cdot F(t + \Delta t) - F(t).$$

Тоді

$$\lambda(t) = \lim \lambda(t, \Delta t) = \frac{P'(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (3)$$

З (3) після нескладних перетворень одержимо

$$P(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right]. \quad (4)$$

Якщо $\lambda(t) = \text{const} = \lambda$, то

$$P(t) = \exp(-\lambda t). \quad (5)$$

Середня наробка до відмови \bar{T} – це математичне очікування наробки до першої відмови:

$$\begin{aligned} \bar{T} &= \int_0^\infty t f(t) dt = - \int_0^\infty t \frac{dP(t)}{dt} dt = \\ &= -t P(t) \Big|_0^\infty + \int_0^\infty P(t) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Формула (6) встановлює залежність між часом і ймовірністю безвідмової роботи. Зазначимо, що зміст \bar{T} – площа, обмежена кривою ймовірності безвідмової роботи. При $\lambda = \text{const}$ маємо

$$\bar{T} = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = 1/\lambda, \quad (7)$$

тоді

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (8)$$

Оцінюється величина \bar{T} середнім арифметичним вибіркових значень $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, де t_i – наробка до відмови i -го виробу, n – об'єм вибірки. В більшості технічних умов на ІМС вказується не середня наробка до відмови \bar{T} , а гама-відсоткова наробка T_γ – наробка, на протязі якої ІМС не досягає граничного стану з заданою ймовірністю γ процентів.

Вважаючи закон розподілу часу безвідмової роботи експоненціальним, маємо $e^{-\lambda T} = \gamma/100$. Логарифмуючи даний вираз, отримаємо:

$$T_\gamma = -(1/\lambda) \ln(\gamma/100). \quad (9)$$

Для ІМС гама-відсотковий термін збережуваності звичайно вибирається при заданій ймовірності $\gamma = 95\%$.

Отже, визначення основних показників надійності здійснюється на підставі статистичної обробки ре-

зультатів дослідження двох величин – наробки до відмови і кількості виробів, які відмовили протягом часу випробувань.

З ОЦІНКА ВІДПОВІДНОСТІ ФАКТИЧНОГО І ЗАЯВЛЕНого РІВНЯ ЯКОСТІ

Сертифікаційні випробування за ознакою зовнішнього навантаження, що впливає на виріб, складаються з механічних, кліматичних, електричних і радіаційних випробувань.

При проведенні сертифікаційних випробувань, що підтверджують стійкість IMC до дії зовнішніх чинників, в першу чергу задаються планом контролю, в якому указують вид контролю, об'єм контролюваної партії продукції (вибірки), контрольні нормативи і вирішальні правила [3].

Контроль може здійснюватися за якістю або кількісною ознаками. При проведенні сертифікаційних випробувань зазвичай береться вибірка певного обсягу і визначається кількість IMC, що відмовили, залежно від чого робиться висновок про відповідність.

У [4] визначені плани і процедури вибіркового контролю, які рекомендується використовувати для оцінки відповідності рівня якості партії продукції, що перевіряється, заявленому значенню. Заявлений рівень якості (DQL – declared quality levels) визначається процент невідповідних одиниць продукції, тобто при сертифікаційних випробуваннях IMC, DQL – це кількість IMC, що відмовили. Виходячи із значення DQL, визначають: L – граничне число невідповідних одиниць продукції у вибірці і n – обсяг вибірки. Для різних LQR запропоновано три рівні планів контролю, відповідні різним рівням LQR, що позначаються I, II і III. За відсутності спеціальних вказівок застосовується рівень контролю II. Рівень контролю I застосовується для менш ретельного контролю, рівень III – для ретельнішого. Рівень контролю визначається для груп виробів, що сертифікуються, зацікавленими сторонами (постачальником і споживачем). Врахування інтересів постачальника і споживача забезпечується завданням ризику постачальника і споживача. Ризик постачальника визначається вірогідністю помилки, при якій придатну партію виробів можуть в результаті коливань вибіркової оцінки визнати не відповідною технічним вимогам. Ризик споживача визначається вірогідністю помилки, при якій непридатну партію виробів в результаті коливань вибіркової оцінки можуть помилково визнати придатною.

При проведенні контролю знайшли використання чотири основні види контролю: одноступінчастий, двоступінчастий, багатоступінчастий та послідовний.

При одноступінчастому контролі рішення щодо приймання партії ухвалюють за наслідками контролю

тільки однієї вибірки. Його застосовують, коли вартість контролю невелика, тривалість випробувань велика, а партія не може бути затримана до закінчення контролю. У одноступінчастих планах реалізується правило: якщо серед n випадково відібраних виробів число дефектних m виявиться не більше приймального числа c ($m \leq c$), то партія приймається; в іншому разі партія бракується.

Двоступінчастий контроль характеризується тим, що рішення про приймання партії продукції проводиться за наслідками контролю не більше двох вибірок, причому необхідність другої визначається за наслідками контролю першої вибірки. Ці плани застосовують, коли одноступінчастий контроль не використовується із-за великого обсягу вибірки. У двоступінчастих планах – якщо серед n_1 випадково відібраних виробів число дефектних m_1 виявиться не більше приймального числа c_1 ($m_1 \leq c_1$), то партія приймається; якщо $m_1 \geq d$, де d – число бракування, то партія бракується. Якщо ж $c_1 < m_1 < d$, то ухвалюється рішення про узяття другої вибірки обсягом n_2 . Тоді якщо сумарне число дефектних виробів в двох вибірках $(m_1 + m_2) \leq c_2$, то партія приймається, в іншому разі партія бракується за даними двох вибірок.

При багатоступінчастому контролі рішення ухвалюють за наслідками контролю декількох наперед встановлених вибірок, причому необхідність відбору кожної подальшої приймається за наслідками контролю попередньої. Цей план контролю застосовують при великий вартості випробувань і невеликому часі на відбір вибірок.

Багатоступінчаті плани є логічним продовженням двоступінчастих планів. Спочатку береться вибірка обсягом n_1 і визначається число дефектних виробів m_1 . Якщо $m_1 \leq c_1$, то партія приймається. Якщо $m_1 \geq d_1$ ($d_1 > c_1 + 1$), то партія бракується. Якщо ж $c_1 < m_1 < d_1$, то ухвалюється рішення про узяття другої вибірки об'ємом n_2 . Хай серед $n_1 + n_2$ виробів є m_2 дефектних. Тоді якщо $m_2 \leq c_2$, де c_2 – друге приймальне число, то партія приймається; якщо $m_2 \geq d_2$ ($d_2 > c_2 + 1$), то партія бракується. При $c_2 < m_2 < d_2$ приймається рішення про узяття третьої вибірки. Надалі контроль проводиться за аналогічною схемою за винятком останнього k -го кроку, при якому якщо $m_k \leq c_k$, то партія приймається, якщо ж $m_k > c_k$, то партія бракується.

Послідовний контроль відрізняється від багатоступінчастого лише тим, що максимальну кількість вибірок наперед не встановлюють. Його застосовують, коли обсяг вибірки невеликий, а вартість відбору вибірки мала.

Розглянуті плани контролю дозволяють на основі обмеженого числа випробувань частини виробів (вибірки) з необхідною точністю прийняти рішення про рівень якості всієї партії виробів і їх доцільно використовувати при сертифікаційних випробуваннях IMC.

ВІСНОВОК

Як основну споживчу привабливість IMC можна виділити надійність, тому випробування на надійність є найважливішою складовою при сертифікованих випробуваннях IMC. На основі значень наробки до відмови і кількості виробів, що відмовили під час випробувань, запропонована статистична оцінка основних показників надійності.

Запропоновані плани статистичного контролю для застосування при проведенні сертифікаційних випробувань на стійкість IMC до дії зовнішніх чинників.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- ДСТУ ISO 9000-2001. Системи управління якістю. Основні положення та словник. – [Чинний від 2001-06-01]. – К. : ДЕРЖСТАНДАРТ УКРАЇНИ, 2001. – 33 с.
- Сергеев А. Г. Сертификация / Сергеев А. Г., Латышев М. В. – М. : Логос, 1999. – 248 с.

3. ГОСТ Р 50779.11-2000. Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения. – [Введ. 2001-07-01]. – М. : Изд-во стандартов, 2003. – 42 с.

4. ГОСТ Р ИСО 2859-4-2006. Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 4. Оценка соответствия заявленному уровню качества. – [Введ. 2006-08-08]. – М. : Стандартинформ, 2006. – 19 с.

Надійшла 29.08.2008

Після доробки 21.10.2008

Проведен анализ видов испытаний интегральных микросхем и существующих планов их контроля. Выбраны планы и показатели качества для включения в программу сертификационных испытаний. Предложены адекватные процедуры статистической обработки результатов испытаний.

The analysis of tests of integrated circuits and existing plans of control is carried out monitoring plans and quality indexes for plugging in the program of certifications tests are selected. The adequate procedures of statistical processing of results are offered.

УДК 621.372.852.001.11

А. Ю. Фарафонов, А. Ю. Воропай, Л. М. Карпуков, С. Н. Романенко

СИНТЕЗ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ПОЛОСОВЫХ ФИЛЬТРОВ НА СВЯЗАННЫХ ЛИНИЯХ С ОТВЕРСТИЯМИ В ЭКРАНЕ

На основе микрополосковых структур выполнен синтез полосовых фильтров на связанных линиях с отверстиями в экране. При синтезе топологии использован квазистатический метод расчета и генетический алгоритм поиска оптимальных значений геометрических параметров. Проведено сравнение характеристик синтезированных фильтров с результатами электродинамического моделирования и с характеристиками фильтров без отверстий в экране.

В последние годы наряду с разработкой новых типов микроволновых фильтров, ведется активный поиск топологий фильтров с улучшенными частотными свойствами и сниженными требованиями к точности изготовления. Этим требованиям в значительной мере соответствует конструкция фильтров на связанных линиях с прямоугольными отверстиями в экране, предложенная в [1]. Эта конструкция вносит только дополнительные требования по закреплению платы в экранирующем корпусе и не требует усложнения топологического рисунка. Исследование такой конструкции ППФ показало, что, по сравнению с классической топологией, использование топологии с отверстиями в экране существенно расширяет поле допуска на геометрические размеры связанных линий и толщину подложки и, тем самым, снижает требова-

ния к точности изготовления фильтра [2]. Кроме того, такая топология позволяет выровнять эффективные диэлектрические проницаемости четной $\epsilon_{\text{eff},oe}$ и нечетной $\epsilon_{\text{eff},oo}$ волн в линиях и подавить паразитную полосу пропускания фильтра на частоте $2f_0$. Однако, метода синтеза топологии фильтров на связанных линиях с прямоугольным отверстием в экране вдоль области связи до настоящего момента не предложено.

В работе предлагается способ определения геометрических размеров топологии ППФ на одинаковых связанных микрополосковых линиях с отверстиями в экране методом генетической оптимизации.

1 РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ППФ НА СВЯЗАННЫХ ЛИНИЯХ

При проектировании ППФ на связанных линиях с использованием классического метода синтеза на основе фильтров-прототипов нижних частот (НЧ) необходимо определить количество звеньев фильтра n и параметры элементов схемы замещения фильтра g_i . Далее определяются волновые сопротивления четной Z_{oe} и нечетной Z_{oo} волн для каждого звена фильтра,

на основе которых рассчитываются геометрические размеры топологии фильтра.

Количество элементов фильтра прототипа НЧ определяется видом и параметрами частотной характеристики проектируемого фильтра. При этом необходимо учитывать, что число каскадно-включенных звеньев фильтра на связанных линиях на 1 больше числа элементов фильтра-прототипа.

Классический метод синтеза фильтров на основе г-параметров позволяет получить волновые сопротивления звеньев фильтра. Для расчета размеров классической топологии ППФ на связанных линиях используется алгоритм расчета, приведенный в [3], и зависимости, полученные в [4]. Для модифицированной топологии микрополосковых ППФ на связанных линиях с отверстиями в экране прямые зависимости между волновыми сопротивлениями и геометрическими размерами в настоящее время отсутствуют.

В работе предлагается метод определения геометрических размеров модифицированной топологии путем подбора их значений с целью получения заданных волновых сопротивлений, которые могут быть найдены по результатам квазистатического анализа связанных микрополосковых линий.

2 СИНТЕЗ ТОПОЛОГИИ ПО ЗАДАННЫМ ВОЛНОВЫМ СОПРОТИВЛЕНИЯМ

Исходными параметрами для расчета топологии фильтров на связанных линиях являются: равенство $\epsilon_{\phi_{oe}}, \epsilon_{\phi_{oo}}$ – эффективных диэлектрических проницаемостей для четного и нечетного типов волн; Z_{oe}, Z_{oo} – волновые сопротивления для четного и нечетного типов волн для каждого звена фильтра.

Задача синтеза – найти такие значения геометрических размеров топологии звена фильтра – W_i, S_i, Sz_i (рис. 1), при которых полученные волновые сопротивления Z'_{oe}, Z'_{oo} равнялись бы заданным, а полученные эффективные диэлектрические проницаемости $\epsilon'_{\phi_{oe}}, \epsilon'_{\phi_{oo}}$ были равны друг другу, т. е.:

$$\epsilon'_{\phi_{oe}} = \epsilon'_{\phi_{oo}}, Z'_{oe} = Z_{oe}, Z'_{oo} = Z_{oo}.$$

В рамках квазистатического метода аналитически решить эту задачу невозможно, поэтому в работе используется численный метод оптимизации для нахождения приближенного решения. В этом случае целевая функция будет иметь вид:

$$\sqrt{(\epsilon'_{\phi_{oo}} - \epsilon'_{\phi_{oe}})^2 + (Z'_{oe} - Z_{oe})^2 + (Z'_{oo} - Z_{oo})^2} \rightarrow MIN.$$

В качестве метода оптимизации выбрана генетическая оптимизация, что обусловлено как особенностями зависимостей между волновыми сопротивлениями и топологией фильтра, так и особенностями метода ее

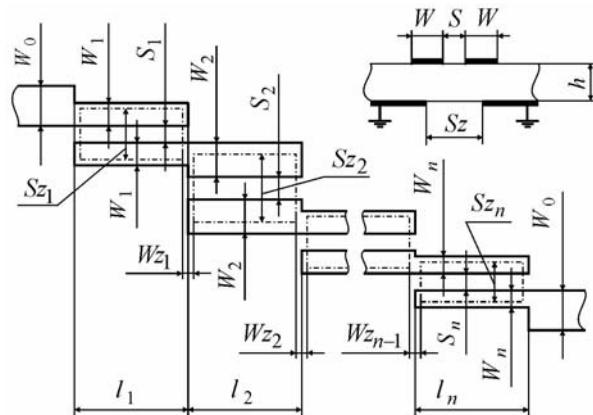


Рисунок 1 – Топология фильтра на связанных линиях с отверстиями в экране:

W_i – ширины связанных линий фильтра; S_i – зазоры между связанными линиями; l_i – длины звеньев фильтра; Sz_i – ширина отверстия в экране; Wz_i – ширина металлизированных участков между соседними отверстиями, h – толщина диэлектрической подложки

реализации. Эти зависимости имеют немонотонный и трудно прогнозируемый характер. Параметры генетического алгоритма приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Параметры генетического алгоритма

Параметр	Значение
Размер популяции	60
Максимальное количество популяций	40
Процент элиты в объеме популяции	30 %
Кроссинговер	Одноточечный
Вероятность одноточечного кроссинговера	0,3
Вероятность мутации одного гена	0,01
Количество бит для описания одного индивидуума	75

Следует отметить, что квазистатический анализ также вносит дополнительную немонотонность в указанные зависимости в виде небольшой «ряби». Метод генетической оптимизации позволяет проводить оптимизацию «вглубь» и избежать скатывания в локальный минимум.

Генетический алгоритм реализован с помощью программной системы эволюционных расчетов Open Beagle [5].

3 РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА

Исследование выполнено для 5 ППФ с аппроксимацией Батервортса, состоящих из двух одинаковых звеньев, реализованных на подложке с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r = 10$ и толщиной $h = 0,635$ мм.

Толщина металлизации в расчетах не учитывалась (принималась равной нулю). Параметры исследуемых фильтров приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Параметры ППФ

№ фильтра \ Параметры	1	2	3	4	5
Границчная частота полосы пропускания фильтра f_{-n} , МГц	1800	1900	1950	1750	1600
Границчная частота полосы пропускания фильтра f_n , МГц	2200	2100	2050	2250	2400
Границчная частота полосы заграждения f_{-3} , МГц	700	1000	1400	300	100
Границчная частота полосы заграждения f_3 , МГц	3300	3000	2600	3700	5000

Границные частоты полосы пропускания фильтров определялись по уровню вносимого затухания $a_n = -3$ дБ, граничные частоты полос заграждения – по уровню $a_3 = 15$ дБ, волновое сопротивление подводящих линий принималось равным $Z_0 = 50$ Ом.

В табл. 3 приведены результаты расчета волновых сопротивлений для четного и нечетного типа воз-

буждения и номинальные размеры топологии элементов фильтров с отверстиями в экране. Значения в скобках указывают реальные значения волновых сопротивлений, полученные в результате синтеза с использованием генетического алгоритма. Длина связанных линий для фильтра из [1] скорректирована в результате электромагнитного анализа структуры в программе Microwave Office (в скобках значение из [1]).

Результаты синтеза подтверждаются данными электромагнитного анализа полученных топологий фильтров в программе Microwave Office, которые приведены на рис. 2, где представлены АЧХ ППФ.

Размеры классической топологии фильтра определяют диапазон поиска для генетического алгоритма (осуществляющего синтез модифицированной топологии) с границами, отвечающими условиям $W_i \dots 3W_i$, $S_i \dots 3S_i$, $3W_i \dots 12W_i$, соответственно для ширины связанных линий звена фильтра, зазора между ними и ширины щели в экране.

Как видно из рис. 2, АЧХ всех проанализированных фильтров соответствуют данным табл. 2.

На рис. 3 приведены результаты электромагнитного анализа фильтра № 1 в диапазоне первой паразитной полосы пропускания.

Таблица 3 – Волновые сопротивления и размеры участков ППФ

№ фильтра \ Параметры	Фильтр 0 [1]	1	2	3	4	5
Z_{oe} , Ом	77,67	77,6718 (77,8842)	67,9402 (68,0475)	61,8723 (61,2529)	81,9746 (81,3334)	93,7350 (93,8653)
Z_{oo} , Ом	38,04	38,0372 (38,3346)	39,9143 (39,1773)	42,0550 (41,6668)	37,6617 (37,3755)	37,6831 (39,0449)
W_i , мм	0,732	0,855	0,900	1,222	0,734	0,587
S_i , мм	0,361	0,456	0,625	1,239	0,295	0,212
Sz_i , мм	1,78	2,138	2,044	3,161	1,715	1,559
l_i , мм	15,5 (13,83)	15,6	15,25	15,488	15,388	15,48

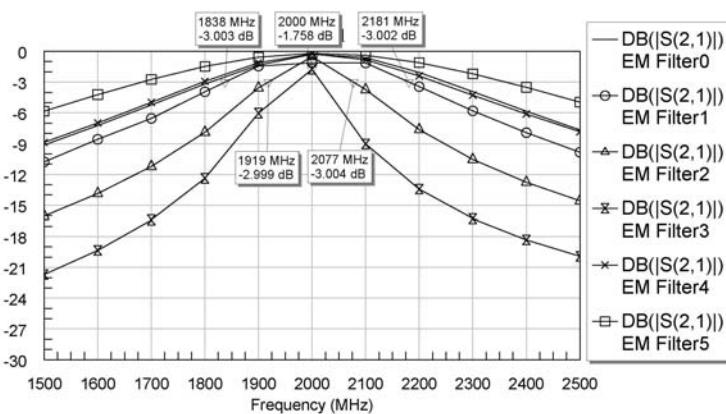


Рисунок 2 – АЧХ исследуемых ППФ

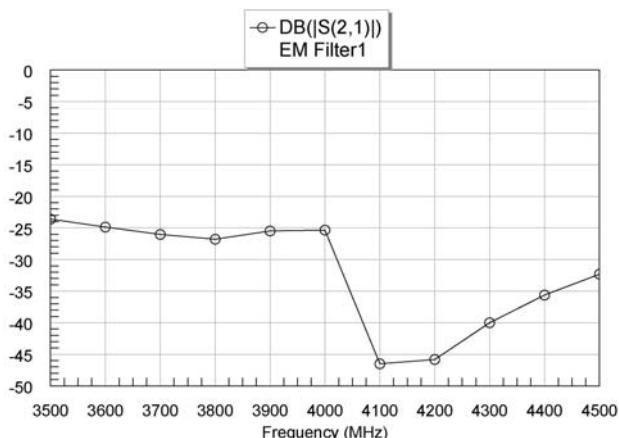


Рисунок 3 – АЧХ фільтра в області першої паразитної полоси пропускання

Как видно из рис. 3, затухание на частоте 4 ГГц составляет 25 дБ, что соответствует данным из работы [1]. Аналогичные результаты наблюдаются и для остальных фильтров, что свидетельствует о значительных преимуществах данной конструкции в сравнении с классической.

ВЫВОДЫ

На основе генетического алгоритма разработан метод синтеза ППФ на связанных линиях с отверстиями в экране. Проведен синтез нескольких микрополосковых ППФ с различными параметрами. Результаты синтеза подтверждены результатами электромагнитного анализа полученных топологий в программе Microwave Office.

Направление дальнейших исследований связано с исследованием влияния толщины микрополосковой линии на параметры ППФ и разработкой метода синтеза шипилечной конструкции фильтра.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. M. del Castillo Velazquez-Ahumada. Parallel coupled microstrip filters with ground-plane aperture for spurious band suppression and enhanced coupling / J. Martel, F. Medina // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2004. – Vol. 52, No. 3. – Pp. 1082–1086.
2. Карпуков Л. М. Назначеніє допусків при проектиро-ваниї микрополоскових полосових фільтрів на свя-заних лініях с отверстиями в экраніруючим слоє / Карпуков Л. М., Пулов Р. Д., Фарафонов О. Ю. // Ра-диоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2005. – № 1. – С. 32–38.
3. Проектирование интегральных устройств СВЧ : спра-вочник / Ю. Г. Ефремов, В. В. Конин, Б. Д. Солганик [и др.] – К. : Техника, 1990. – 159 с.
4. Akhtarzad S. The design of coupled microstrip lines / Akhtarzad S., Rowbotham T., Johns P. // IEEE Transaction on microwave theory and techniques. – 1975. – Vol. MTT-23, № 6. – Pp. 486–492.
5. Open Beagle Manual. Evolutionary Computation Frame-work (Technical report RT-LVSN-2003-01-V300-R1 of Laboratoire de Vision et Systemes Numeriques (LVSN)) [электронный ресурс] / Gagn'e C., Parizeau M. – Эле-ктрон. дан. – Портал открытого программного обес-печения «SourceForge.net», 2007. – Режим доступа: <http://sourceforge.net/projects/beagle/> свободный. – Загл с экрана.

Надійшла 7.08.2008
Після доробки 16.10.2008

На базі мікросмужкових структур виконано синтез смугових фільтрів на зв'язаних лініях з отворами в екрані. При синтезі топології використано квазістатичний метод розрахунку та генетичний алгоритм пошуку оптимальних значень геометричних параметрів. Проведено порівняння характеристик синтезованих фільтрів з результатами електродинамічного моделювання та з характеристиками фільтрів без отворів в екрані.

On the basis of microstrip structures the synthesis of the band-pass filters on the coupled lines with the holes in screen is accomplished. During topology synthesis, the quasi-static calculation method and genetic algorithm of optimal geometric parameters search are used. Comparison of synthesized filter characteristics with the results of electrodynamic modeling and filter characteristics without holes in screen is carried out.

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

УДК [004.78:33] (075.8)

В. П. Авраменко, А. И. Горбач

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЗАКАЗОВ С УЧЕТОМ РЫНОЧНОГО СПРОСА

Рассмотрена процедура комплексного оценивания параметров маркетинга и проектирование значений характеристик объекта на значение соответствующих шкал (описано применение различных шкал в зависимости от характера решаемых задач). Приведены методы решения задач целочисленного линейного программирования с использованием двоичных переменных, рассмотрена постановка задачи о рюкзаке и о формировании портфеля.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ состояния проблемы. Успешное функционирование и развитие бизнес-процессов в Украине требует повышения эффективности всех этапов жизненного цикла производства от изучения методов конъюнктуры рынка и формирования портфеля заказов до теории стратегического планирования и разработки мероприятий по укреплению своих конкурентных позиций.

Конечная цель бизнес-процессов состоит в том, чтобы увеличить прибыль предприятия. Достигнуть этого можно уменьшением расходной части путем снижения затрат, и увеличением доходной частью за счет использования удачно сложившихся внешних факторов рынка. Перспективным путем увеличения прибыли является увеличение доходной части бюджета предприятия.

Для повышения эффективности бизнес-процессов создаются различного рода информационные системы в экономике. Главная задача, которая решается с помощью информационной системы, состоит в создании дружественной, максимально созидательной, информационно-логической среды, удобной для быстрого принятия решений на всех уровнях управления.

Информационные аналитические системы предназначены для выполнения информационных и вычислительных работ, удовлетворяющих потребности системы

управления путем создания информационных продуктов. В рамках системы управления информационные системы полностью подчинены целям функционирования этих систем [1].

Информационные управляющие системы ориентированы на принятие стратегических, тактических и оперативных решений. На уровне стратегического планирования решаются такие задачи: оптимизация маркетинговой стратегии; комплексное исследование рынка: емкость рынка, структура спроса, конкуренция; оптимизация политики в сфере закупок; разработка и формирование оптимальной производственной программы с учетом структуры сбыта [2].

Постановка проблемы исследования. Проектирование интегрированной информационной системы требует самостоятельного подхода, который должен учитывать характерные особенности функциональных задач. Такими задачами в информационной системе формирования портфеля заказов с учетом рыночного спроса являются задача оперативного менеджмента и задача оценивания текущего состояния параметров маркетинга, причем маркетинг выступает как первоочередная задача – внешняя среда по отношению к менеджменту.

В основу построения интегрированной информационной системы заложена концепция декомпозиции с последующим агрегированием. Исходная многофункциональная задача разбивается на несколько более простых подзадач, а те в свою очередь разбиваются на элементарные функции, решение которых возможно имеющимися математическими или информационными средствами.

Функциональные возможности существующих маркетинговых систем не допускают адаптации под требования конкретного предприятия, что влечет за собой значительные затраты при их реструктуризации. Предлагаемый вариант «согласованного» проектирования информационной системы формирования портфеля заказов с учетом рыночного спроса позволяет улучшить качество управленческих решений и увеличить доходную часть бюджета предприятия.

1 ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ МАРКЕТИНГА

Постановка проблемы оценивания параметров маркетинга. Качество решений, принимаемых при формировании портфеля заказов, существенно зависит как от частных показателей качества состояния рыночного спроса, так и от обобщенного показателя качества, полученного путем арифметического или геометрического взвешивания частных показателей.

Перечень частных показателей качества должен по возможности точнее аппроксимировать обобщенный показатель качества. Однако с увеличением количеств-

ва частных показателей увеличивается и погрешность вычислительной процедуры определения весовых коэффициентов, с которыми частные показатели входят в обобщенный показатель качества.

После предварительного определения весовых коэффициентов выполняется процедура ранжирования частных показателей качества. Из общего числа частных показателей качества следует отобрать наиболее важные из них в количестве порядка (7 ± 2), которые наиболее полно характеризуют обобщенный показатель качества состояния рыночного спроса [3, 4].

Процедура комплексного оценивания параметров маркетинга содержит следующие этапы [5]:

1. Определение вида оцениваемого объекта (критерий или альтернатива решения) и типа цели – качественная или количественная цель.

2. Определение вида свойств объекта с целью применения для качественных свойств номинальной шкалы или шкалы порядка, а для количественных свойств – количественной шкалы.

3. Выбор надлежащих шкал измерений для оценивания качественных и количественных характеристик исследуемых объектов по этим шкалам.

4. Обучение экспертов правилам оценивания качественных и количественных характеристик объектов на основе принятых шкал измерений.

5. Выбор предпочтительной альтернативы из множества допустимых согласно заданным целям с использованием процедур оценивания, ранжирования, отбраковки или оптимизации.

В состав частных показателей могут входить качественные показатели, измеряемые в качественных шкалах (в номинальной шкале, шкалах порядка) и количественные показатели, представляемые в количественных шкалах (в абсолютной шкале, шкале отношений), а при необходимости, и в качественной шкале. Качественные значения параметров обрабатываются экспертами по оговоренным заранее правилам.

Шкалирование качественных и количественных оценок. Процедура комплексного оценивания предусматривает проецирование значений качественных и количественных характеристик исследуемого объекта на значения соответствующих шкал. Выбор конкретной шкалы определяется свойствами исследуемого объекта и перечнем допустимых операций на этих шкалах. Шкала представляет собой систему чисел или иных элементов, принятых для измерения или оценивания каких-либо величин, выявления связей и отношений между объектами системы. Из множества существующих шкал чаще других применяются шкалы измерений для оценивания приоритетности критериев качества функционирования систем и выбора наиболее предпочтительной альтернативы принимаемого решения.

Математическую модель шкалирования представим кортежем:

$$Sc = \langle X, \varphi, Y \rangle,$$

где Sc – значение шкалируемого параметра; $X = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; R_x\}$ – множество элементов $x_i \in X$ состояния исследуемой системы и отношений R_x между ними; $Y = \{y_1, \dots, y_i = \varphi(x_1), \dots, y_n; R_y\}$ – множество элементов $y_i \in Y$ выбранной шкалы и отношений R_y между ними; $\varphi \in \Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_n\}$ – гомоморфное отображение множества элементов X на множество элементов Y , которое *сохраняет базовые отношения и операции*, то есть устанавливает соответствие между X и Y таким образом, что $\{\varphi(x_1), \dots, \varphi(x_n)\} \in R_y$ тогда и только тогда, когда $(x_1, \dots, x_n) \in R_x$; тип шкалы определяется по гомоморфному отображению Φ , то есть по множеству допустимых преобразований $x_i \rightarrow y_i$.

Процедура шкалирования элементов x_i измеряемой системы X с отношением R_x состоит в выборе шкалы измерений и определении значений элементов y_i знаковой системы Y с отношением R_y , которые соответствуют измеряемой системе. Отношения R_x на множестве $X \times X$ в результате шкалирования переводятся в количественные отношения R_y на множестве $Y \times Y$. Выбор шкалы измерения представляет самостоятельную задачу. В качестве конкурирующих могут участвовать шкалы номинального типа, шкалы порядкового типа, шкалы интервального типа, шкалы отношений, шкалы разностей, абсолютные шкалы, транзитивные и другие шкалы.

Шкалы номинального типа основываются на том, что каждому элементу x_i или их неразличимой группе присваивается определенный признак. Классификация элементов или их неразличимых групп осуществляется по наличию или отсутствию этого признака. Значения этого признака для сравниваемых элементов либо совпадают, либо различаются; никаких иных более тонких соотношений (в виде арифметических действий) между значениями признака не предусмотрено. Эти шкалы предусматривают различие элементов только на основе проверки выполнения равенства признака на множестве элементов исследуемой системы.

Шкалы порядкового типа имеют более высокий уровень шкалирования. Они не только различают исследуемые объекты по имеющейся у них интенсивности определенного признака, как это делают шкалы номинального типа, но и располагают объекты по принципу «больше – меньше» или «много – мало» признака, но без указания насколько больше или насколько меньше. Примерами шкал порядка могут служить шкала твердости минералов, шкала сортности товаров в торговле, шкала силы землетрясения. Здесь нельзя выполнять

расчет среднего значения, однако можно сравнивать качественные свойства и специфику.

Шкалы интервального типа обладают всеми качествами шкал порядкового типа, дополняя их возможностью точно определять величину интервала между точками на шкале в принятых единицах измерения. Равновеликости интервалов при этом не требуется. Достоинством таких шкал является сохранение неизменного отношения интервалов в эквивалентных шкалах.

Шкалы отношений обеспечивают более совершенное шкалирование по сравнению со шкалами интервального типа по той причине, что в них остаются равновеликими интервалы между точками измерений. Здесь подразумевается фиксированная нулевая точка отсчета, поэтому относительные оценки позволяют выяснить, во сколько раз один признак объекта больше или меньше другого признака. С оценками, измеряющими признаки в шкале отношений, можно производить различные арифметические действия – сложение, умножение, деление – и всевозможные статистические операции.

Числовые шкалы отношений Саати [3]: устанавливают относительные приоритеты важности объектов – критериев и альтернатив принимаемых решений. Эта шкала позволяет эксперту выбирать численные значения отношения предпочтения одного сравниваемого объекта перед другим. Выбираемые из шкалы числа α_{ij} должны показывать, во сколько раз объект p_i предпочтительнее объекта p_j . Минимальное количество чисел α_{ij} в шкале отношений может быть два, например, 1, если объекты равнозначны, и 5, если объект p_i предпочтительнее объекта p_j в пять раз. Максимальное количество чисел α_{ij} в шкале ограничивается сложностью вычислительных процедур.

Числовые «транзитивные» шкалы отношений [5] применяются при возникновении противоречивых ситуациях принятия экспертных решений, например, когда числовая шкала Саати не содержит допустимых значений, которые хотелось бы иметь эксперту. Применение фиксированной шкалы Саати со смысловой интерпретацией в ряде случаев подталкивает пользователя на дачу противоречивых в указанном смысле ответов.

Сущность числовой «транзитивной» шкалы с изменяющейся базой состоит в следующем. Если за основу базы принять некоторое число a , то качественными признаками этой шкалы могут быть следующие:

слабое превосходство = a ,
сильное превосходство = aa ,
очень сильное превосходство = aaa ,
абсолютное превосходство = $aaaa$,
глобальное превосходство = $aaaaa$.

Такая числовая шкала значительно расширяет соблюдение условий транзитивности по сравнению со шкалой Саати. Предположим, что объект p_1 слабо превосходит объект p_2 и эксперт принимает весовой коэффициент $a_{12} = 2$. Пусть в свою очередь объект p_2 слабо превосходит объект p_3 и эксперт принимает весовой коэффициент $a_{23} = 3$. Тогда согласно правилу транзитивности $a_{13} = a_{12} \times a_{23} = a \times a = 2 \times 2 = 4$ весовой коэффициент a_{13} отражает сильное превосходство, а не очень сильное или абсолютное превосходство!

Согласно «транзитивной» шкале комбинация двух слабых превосходств дает сильное превосходство, два сильных превосходства дают абсолютное превосходство и т. д. Получаемые по этой шкале результаты имеют понятную смысловую интерпретацию. Выбор конкретного значения для базы шкалы « a » представляет самостоятельный вопрос. Можно положить, например, $a = 1,5$; $a = 2$ или $a = 3$ с получением следующих трех шкал (табл. 1).

Таблица 1 – Использование различных оснований баз

Смысловая интерпретация	Основание базы a		
	$a = 1,5$	$a = 2$	$a = 3$
Слабое превосходство	1,5	2	3
Сильное превосходство	2,25	4	9
Очень сильное превосходство	3,38	8	27
Абсолютное превосходство	5,06	16	81
Глобальное превосходство	7,59	32	243

Методы теории полезности. Задачу количественного оценивания объектов по совокупности качественных показателей можно сформулировать в терминах критерия превосходства. Однако поскольку некоторые частные показатели качества связаны между собой «через механизм функционирования системы» обратно пропорциональной зависимостью, то повышение качества системы по одному показателю ведет к понижению качества по другому. Такая постановка задачи признается некорректной для многих важных практических приложений.

Понятие полезность представляет собой характеристику эффективности принимаемых решений или деятельности предприятий. Это понятие широко используется для количественного сопоставления затрат ресурсов и конечными результатами работ. Такое сопоставление принято выражать функцией полезности, отражающей зависимость полезности благ от вложенных в эти блага ресурсов.

Задача анализа полезности состоит в том, чтобы тем или иным способом получить оценки полезности последствий (конечных результатов), связанных с реализацией различных альтернатив принимаемых

решений. Методы теории полезности базируются на использовании отношения предпочтения множества векторных оценок состояния объектов системы. Задача построения функции полезности решается на основе знаний ЛПР или группы экспертов.

Для аппроксимации некорректно поставленной многокритериальной задачи оценивания параметров состояния маркетинга корректной предлагается идти на компромисс и выбирать для каждого показателя качества не оптимальное значение, а относительно меньшее, но такое, при котором и другие показатели тоже будут иметь приемлемые значения. Для перехода от некорректной постановки проблемы критерия превосходства к корректной разработаны следующие методы количественной оценки систем: методы теории полезности; методы векторной оптимизации; методы ситуационного управления.

При решении многокритериальных задач оценивания состояния маркетинга используются методы векторной оптимизации – методы главного критерия, лексикографической оптимизации, последовательных уступок, скаляризации (векторный критерий аппроксимируется скалярным на основе аксиоматизации и свертки предпочтений ЛПР), человеко-машинные и другие методы.

2 ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЗАКАЗОВ

Постановка проблемы формирование портфеля заказов. Проблема формирования портфеля заказов, решаемая при планировании производства, инвестировании капиталовложений, принадлежит к классу задач целочисленного линейного программирования (ЦЛП), на переменные которых накладываются условия булевости. Область допустимых решений задач ЦЛП не является выпуклой и связанный. Поэтому при поиске решений такого рода задач возникают повышенные трудности, обусловленные тем, что полный перебор всех допустимых решений требует просмотра астрономического числа решений для выявления «наилучшего» из них [6].

Проблема поиска наилучшего решения состоит в нахождении более короткого алгоритмического пути, не прибегая к полному перебору всех возможных вариантов решения. При наличии в задаче булевых переменных решение ее можно производить методом ветвей и границ как с обычными целочисленными переменными, для которых заданы непрерывные граничные условия $0 \leq x_j \leq 1$. Применение метода ветвей и границ к плохо структурированным задачам оказывается нецелесообразным.

В таком случае следует воспользоваться комбинированием эвристических методов для приближенного определения области допустимых решений с последующим уточнением полученного квазирешения мето-

дами регуляризации или частичного перебора, наиболее совершенным из которых является аддитивный алгоритм Балаша с фильтром [8].

Методы решения целочисленных задач принято подразделяются на точные и приближенные. К точным методам относятся метод ветвей и границ, метод отсекающих плоскостей; к приближенным – эвристические методы, методы случайного поиска и другие методы. При решении слабо структурированных задач ЦЛП (плохо обусловленных по Тихонову) существующими методами могут быть получены далеко не лучшие решения, поэтому требуется разработка регуляризованных адаптивных методов со сглаживанием исходной структуры решаемой задачи и контролем получаемых решений.

Решение проблемы формирования портфеля заказов. На основании выполненного анализа состояния проблемы авторы предлагают регуляризованный алгоритм решения задачи ЦЛП с двоичными переменными, который является дальнейшим развитием алгоритма Таха [8].

1. Предварительное решение задачи ЦЛП с целью определения допустимой области *непрерывного* изменения искомых переменных.

2. Регуляризация («ослабление») области допустимых решений целочисленной задачи путем замены любой двоичной переменной y непрерывным ограничением $0 < y < 1$ и отбрасывания требования целочисленности для всех остальных переменных. В результате получится обычная задача линейного программирования.

3. Решение обычной задачи линейного программирования любым стандартным пакетом прикладных программ, например TORA.

4. После получения квазиоптимального непрерывного решения задачи линейного программирования к ядру модели этой задачи добавляются специальные регуляризующие ограничения, которые деформируют пространство допустимых решений обычной задачи линейного программирования таким образом, чтобы получилось оптимальное решение, удовлетворяющее исходным требованиям целочисленности.

Содержательная постановка задачи о рюкзаке формулируется следующим образом. Предположим, что имеется набор предметов из n различных наименований, часть которых необходимо упаковать в рюкзак. Пусть x_j – количество предметов j -го наименования, запланированных к загрузке в рюкзак; a_{ij} – i -я характеристика ($i = 1, 2, \dots, m$) предмета j -го наименования ($j = 1, 2, \dots, n$). Количество и вид предметов, которые можно загрузить в рюкзак, лимитируется m ограничениями: по весу b_1 , объему b_2 , линейным размерам b_3 и другими показателями вплоть до b_m . Известна полезность c_j предмета j -го наименования: c_1, c_2, \dots, c_n . Требуется из имеющихся предметов вы-

брать лучший набор, вес, объем и размер которого ограничены параметрами рюкзака.

Математическая постановка задачи о рюкзаке [9] состоит в следующем. Требуется найти такие неотрицательные значения переменных x_j , которые удовлетворяют условиям:

– функционирования экономической системы

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i, \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (1)$$

– неотрицательности и целочисленности переменных

$$x_j \geq 0 \quad \text{– целое, } (j = 1, 2, \dots, n),$$

– булевости переменных

$$x_j = 0 \text{ или } x_j = 1 \quad (2)$$

и максимизируют значение целевой функции

$$\sum_{j=1}^n c_jx_j = z. \quad (3)$$

Задачу ЦЛП можно свести к задачам с булевыми переменными 0 и 1, если эти переменные имеют известные верхние границы. Когда x – переменная, принимающая только целые неотрицательные значения, а целое k – верхняя граница x ($x \leq k$), тогда x можно заменить суммой $x = y_1 + y_2 + \dots + y_k$, где все y_i равны 0 или 1.

Постановка задачи о формировании портфеля заказов состоит в том, чтобы оценить пять возможных вариантов проектов с точки зрения их финансирования на предстоящий трехлетний период их реализации. Необходимо определить набор проектов, соответствующий максимальной суммарной прибыли. Математическая модель задачи о формировании портфеля заказов может иметь следующий вид [8]: максимизировать прибыль

$$z = 20x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 30x_5$$

при ограничениях по годам выполнения

$$\begin{aligned} 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 &\leq 25, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 &\leq 25, \\ 8x_1 + 10x_2 + 2x_3 + x_4 + 10x_5 &\leq 25, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &= 0 \text{ или } 1, \end{aligned}$$

где $x_j = 1$, если j -й проект принят 0, если j -й проект не принят в набор.

Оптимальным целочисленным решением, полученным с помощью программы TORA, является $x_1 =$

$x_2 = x_3 = x_4 = 1, x_5 = 0$ с $z = 95$. Согласно этому решению необходимо выбрать для финансирования все проекты, кроме пятого. Если решить эту задачу как «обычную» задачу линейного программирования без условия целочисленности переменных, то получим решение $x_1 = 0,5789, x_2 = x_3 = x_4 = 1, x_5 = 0,7368$ и $z = 108,68$, две компоненты которого принимают дробное значение.

ВЫВОДЫ

Практика выполненных исследований показывает, что:

- 1) наиболее простыми среди точных методов являются комбинаторные методы полного перебора, которые выполняют проверку всех возможных решений $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) = 2^n$ и при $n \leq 10$ позволяют получить точное решение задачи ЦЛП с булевыми переменными за приемлемое время;
- 2) прагматичным часто применяемым подходом является замена дискретных переменных на интервале 0–1 непрерывными; найденное при этом дробное решение округляется до ближайшего целочисленного значения так, чтобы погрешность округления составляла не более 10 %.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Информационные системы и технологии в экономике и управлении / Под ред. проф. В. В. Трофимова. – М. : Высшее образование, 2007. – 480 с.
2. Костенко А. П. Моделирование функциональной структуры информационно-аналитической маркетинговой системы / Костенко А. П. // Нові технології. – 2004. – № 3(6). – С. 127–130.

УДК 681.3. + 681.5.007

Н. В. Алипов, М. И. Хиль, М. В. Гусятин

ПРАВИЛА ВЫБОРА СТРАТЕГИЙ АЛГОРИТМА ПОИСКА ТОЧКИ С ХАРАКТЕРНЫМ ПРИЗНАКОМ В ИСХОДНОМ ИНТЕРВАЛЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Определены соотношения эффективности применения пессимистической и оптимистической стратегии на j -м шаге алгоритма, на основании которых выбирается шаг применения пессимистической стратегии. На конкретных примерах проиллюстрированы характерные случаи выбора стратегий поиска.

Одним из перспективных направлений в развитии методов защиты информации является направление, основанное на использовании цифровых автоматов

© Алипов Н. В., Хиль М. И., Гусятин М. В., 2009

3. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Саати Т., Кернс К. – М. : Радио и связь, 1991. – 224 с.
4. Демидов Б. А. Методика оценивания и прогнозирования технического уровня образцов вооружения и военной техники при формировании плановых и управлеченских решений, реализуемых в процессе управления их жизненными циклами / Демидов Б. А., Хмелевская О. А. // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних сил. – 2006. – Вип. 3(9). – С. 12–22.
5. Авраменко В. П. Методы и процедуры шкального оценивания в задачах принятия проектных решений / Авраменко В. П., Калачева В. В. // Нові технології. – 2003. – № 1(2). – С. 40–47.
6. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения / Данциг Дж. – М. : Прогресс, 1966. – 600 с.
7. Ларіонов Ю. І. Дослідження операцій в інформаційних системах / Ларіонов Ю. І., Левікін В. М., Хажмуратов М. А. – Харків : ХНУРЕ, 2003. – 388 с.
8. Таха Х. А. Введение в исследование операций / Таха Х. А. – М. : Вильямс, 2001. – 912 с.
9. Кулян В. Р. Математическое программирование (с элементами информационных технологий) / Кулян В. Р., Янькова Е. А., Жильцов А. Б. – К. : МАУП, 2000. – 124 с.

Надійшла 10.10.2008

Розглянута процедура комплексного оцінювання параметрів маркетингу і проєктування значень характеристик об'єкта на значення відповідних шкал (описане застосування різних шкал в залежності від характеристики задач, які вирішуються). Наведені методи рішення задач цілочисельного лінійного програмування з використанням двійкових змінних, розглянута постановка задачі про рюкзак та формування портфеля.

The procedure of marketing parameters' complex estimation and projection of object's characteristics on the value of corresponding scales are viewed (application of different scales according to the type of problems solved is described). Methods for solving integer linear programming problems with given binary variables, definition of a problem about rucksack and portfolio formation are considered.

с псевдослучайными переходами [1]. Нами к настоящему моменту разработаны структура такого автомата, алгоритмы формирования виртуальных последовательностей [2]; описаны основные понятия и определения, выбран критерий оптимальности алгоритмов поиска; разработаны примеры синтеза помехоустойчивых алгоритмов поиска точки x с характерным признаком в условиях действия виртуальной последовательности [3]. Однако к настоящему моменту

не решена задача выбора стратегии (оптимистической либо пессимистической) поиска точки с характерным признаком в исходном интервале неопределенности на том или ином шаге алгоритма. Целью исследования является разработка правил выбора стратегий поиска точки с характерным признаком в исходном интервале неопределенности.

Заметим, что стратегии поиска [3] бывают: оптимистическими, пессимистическими и смешанными; алгоритмы поиска точки с характерным признаком делят на последовательные (на каждом шаге эксперимент совершаются в одной точке) и параллельно-последовательным (на каждом шаге алгоритма эксперимент выполняется одновременно в k точках) [4]. В статье рассматриваются правила выбора стратегии поиска для последовательных i_1 шаговых алгоритмов. Как известно [4], помехоустойчивые к $A \cup (a, l, h)$ -последовательностям ($v = 1, 2$) алгоритмы строятся методом математической индукции: первоначально строят для $i = 1$, затем для $i = 2, \dots, i_1 - 1$, затем для i_1 .

Применение той или иной стратегии поиска определяется шагом алгоритма и параметрами виртуальной последовательности (ВП): максимальной длительностью выброса (l) и минимальным интервалом (h) между двумя соседними выбросами ВП.

Заметим [3], что при синтезе последовательных алгоритмов поиска применяют только две стратегии: оптимистическую и пессимистическую. При выполнении первого шага алгоритма всегда применяют оптимистическую стратегию:

$$x_1^1 \in (0, 1) \quad (1)$$

Для других шагов при синтезе алгоритма поиска решаться задача: можно ли на этом шаге применить оптимистическую стратегию?

Для решения такой задачи необходимо считать заданными: параметры ВП a, l, h ; полярность ВП, количество шагов алгоритма i ; помехоустойчивые к указанным параметрам ВП одношаговые, двух шаговые, и т. д. ($i - 1$)-шаговые алгоритмы (такие алгоритмы строят методом математической индукции); оценки помехоустойчивых одношаговых, двух шаговых, и т. д. ($i - 1$)-шаговых алгоритмов

$$\Psi_1^{a, l, h}(1, 1), \Psi_1^{a, l, h}(2, 1), \dots, \Psi_1^{a, l, h}(i - 1, 1).$$

Пусть согласно соотношению (1) на первом шаге алгоритма в точке x_1^1 выполняем эксперимент. Тогда по итогам выполнения первого шага алгоритма может сформироваться один из исходов [3]:

$$a) x + \xi(t_1) \leq x_1^1; b) x + \xi(t_1) > x_1^1,$$

где $\xi(t_1)$ – амплитуда ВП в момент времени t_1 . Для исхода $a)$ при воздействии на процесс поиска несимволическое значение

метрической положительной полярности ВП справедливо соотношение [3]:

$$x \in [0, x_1^1).$$

Действительно, поскольку

$$x + \xi(t_1) \leq x_1^1,$$

то x будет подавно меньше x_1^1 .

Заметим, что в дальнейшем будем рассматривать только ВП положительной полярности.

Для исхода $a)$ в этом случае применяем в полуоткрытом интервале $[0, x_1^1)$ ($i - 1$)-шаговый алгоритм, который нами уже построен методом математической индукции. Этот алгоритм полуоткрытый интервал неопределенности $[0, x_1^1)$ разбьет на $\Psi_1^{a, l, h}(i - 1, 1)$ равных частей.

Для исхода $b)$ на основании принципа пересечения [3] устанавливаем:

$$x \in [x_1^{1,1}, 1),$$

где $x_1^{1,1} = \begin{cases} x_1^{1,1} - a\delta, & x_1^1 - a\delta \geq 0; \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$ δ – дискретность преобразования по уровню.

Для этого исхода выбор стратегии на втором шаге алгоритма определяется параметрами виртуальной последовательности l и h .

Так, если $l > 1$, то ВП могла действовать на первом шаге алгоритма и возможно ее проявление на втором шаге. В этих условиях на втором шаге алгоритма применяют снова оптимистическую стратегию:

$$x_1^2 \in (x_1^1, 1).$$

По итогам выполнения второго шага алгоритма может сформироваться один из исходов

$$b_1) x + \xi(t_2) \leq x_1^2; b_2) x + \xi(t_2) > x_1^2.$$

Для исхода $b_1)$ характерно то, что

$$x \in [x_1^{2,1}, x_1^2),$$

где $x_1^{2,1} = \begin{cases} x_1^2 - ab, & x_1^2 - ab \geq x_1^{1,1}; \\ x_1^{1,1}, & x_1^2 - ab < x_1^{1,1}. \end{cases}$

Этот исход может возникнуть в следующих случаях: на первом шаге действовала ВП, на втором шаге ее проявление не наблюдалось; на первом и втором шагах алгоритма ВП не наблюдалось; на первом и втором шаге наблюдалась проявление ВП.

Разрешение этой неопределенности, как уже было сказано, зависит от параметров ВП. Так, если $l > 2$, то на третьем шаге снова применяют оптимистическую стратегию

$$x_1^3 \in (x_1^1, x_1^2)$$

и процесс построения алгоритма продолжают; если $l \leq 2$, то на третьем шаге может быть применена одна из стратегий: пессимистическая

$$x_1^3 = x_1^1 \quad (2)$$

либо оптимистическая

$$x_1^3 \in (x_1^1, x_1^2). \quad (3)$$

В том случае, когда $l = 1$, на втором шаге для исхода b_2) может также быть использована одна из стратегий: пессимистическая

$$x_1^2 = x_1^1 \quad (4)$$

либо оптимистическая

$$x_1^2 \in (x_1^1, 1). \quad (5)$$

Если в процессе построения алгоритма поиска формируется исход b_2), то в зависимости от значения параметра l ВП можно принять одно из решений:

– если $l = 1$, то на основании исходов b_1 и b_2) записываем такие соотношения:

$$x + \xi(t_1) > x_1^1; \quad x + \xi(t_2) > x_1^2; \quad x_1^1 < x_1^2; \quad x \in [x_1^1, 1);$$

исход b_2) подтверждает исход b_1 ;

– если $l = 2$, то на третьем шаге алгоритма может быть использована одна из стратегий: пессимистическая

$$x_1^3 = x_1^1;$$

оптимистическая

$$x_1^3 \in [x_1^2, 1]. \quad (6)$$

Если $l > 2$, то на третьем шаге алгоритма следует применить снова оптимистическую стратегию типа (6).

Из анализа исходов типа b_2) следует истинность такого положения.

П1. Если на j -м шаге формируется исход типа b_1), а на последующих $(j+1), (j+2), \dots, (j+l)$ шагах алгоритма в точках $x_1^{j+1}, x_1^{j+2}, \dots, x_1^{j+l}$ выполнены эксперименты, в результате которых формируются исходы типа b_2)

$$x + \xi(t_{j+q}) > x_1^{j+q}, \quad q = \overline{1, l}$$

и на каждом из них применяется оптимистическая стратегия типа (6), то справедливым будет такое соотношение:

$$x \in [x_1^j, 1).$$

Из этого положения следует справедливость такого неравенства:

$$h \geq l. \quad (7)$$

Как уже было показано, при выполнении первого шага алгоритма возможно формирование одного из исходов a) или b).

Решение исхода a) однозначно: в полуоткрытом интервале неопределенности применяется $(i-1)$ -шаговый алгоритм, который был построен методом математической индукции. Для исхода b) необходимо при $l = 1$ выбрать одну из стратегий: пессимистическую либо оптимистическую. Выбор стратегии выполняем на основании минимального критерия оптимальности [3]. С этой целью определим дискретность преобразования по уровню для пессимистической и оптимистической стратегий.

Пусть $l = 1$ и в результате выполнения первого шага был сформирован исход типа b). Тогда применяя на втором шаге алгоритма в точке x_1^1 пессимистическую стратегию, формируем один из исходов

$$c_1) \quad x + \xi(t_2) \leq x_1^2; \quad c_2) \quad x + \xi(t_2) > x_1^2.$$

Для исхода c_1) характерно проявление ВП на первом шаге алгоритма (исход c_1 противоречит исходу b). Для обнаружения действия ВП был затрачен один такт паузы ВП, на последующих $(h-1)$ шагах алгоритм ВП по определению не будет проявляться. На этих шагах необходимо применить классический алгоритм поиска (дихотомию), посредством которого полуоткрытый интервал неопределенности $[x_1^{1,1}, x_1^1]$ разобьем на 2^{h-1} равных частей. Затем каждую из них на последующих $(i-h-1)$ шагах алгоритма разобьем помехоустойчивым алгоритмом на $\Psi_1^{a,l,h}(i-h-1, 1)$ равных частей.

Такая комбинация алгоритмов позволит разбить полуоткрытый интервал $[x_1^{1,1}, x_1^1]$ на

$$\varphi_1^{a,l,h}(i-h-1, 1) = 2^{h_1-1} \varphi_1^{a,l,h}(i-h_1-1, 1), \quad (8)$$

где $h_1 = \begin{cases} h, & i-h-j \geq 0; \\ -|i-h-j|, & i-h-j < 0, \end{cases}$ j – номер шага, на котором был сформирован исход b) (для нашего случая $j = 1$).

Следует заметить, что в том случае, когда $a \geq \Psi_1^{a,l,h}(i-1, 1)$, $x_1^{1,1} = 0$; полуоткрытый интервал неопределенности $[0, x_1^{1,1}]$ для исхода a) разбивают на $\Psi_1^{a,l,h}(i-h-1, 1)$ равных частей, для исхода c_1) раз-

биваются на $\Psi_1^{a,l,h}(i-1, 1)$ равных частей. Оценку алгоритма выбирают, исходя из минимального критерия [1].

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_1^{a,l,h}(i-h-1, 1) = \\ = \min\{\Psi_1^{a,h,l}(i-1, 1), \varphi_1^{a,h,l}(i-h-1, 1)\}, \end{aligned} \quad (9)$$

а координату точки x_1^1 определяют на основании соотношения

$$x_1^1 = \delta \bar{\varphi}_1^{a,h,l}(i-h-1, 1). \quad (10)$$

Для исхода c_2) характерно то, что результаты двух первых экспериментов совпадают. Поэтому на основании положения П1 для $l = 1$ устанавливаем истинность соотношения

$$x \in [x_1^1, 1). \quad (11)$$

Поскольку на установления истинности соотношения (11) истрачено два шага алгоритма, то выделенный по итогам выполнения второго шага алгоритма полуоткрытый интервал неопределенности $[x_1^1, 1)$ будет разбит на $\Psi_1^{a,j,h}(i-2, 1)$ равных частей.

С учетом полученных соотношений для исходов a и c_2) для целевой функции алгоритма будет справедливым такое равенство:

$$\Psi_1^{a,l,h}(i, 1) = \bar{\varphi}_1^{a,l,h}(i-h-1, 1) + \Psi_1^{a,l,h}(i-2, 1). \quad (12)$$

Пусть для $l = 1$ в результате выполнения эксперимента в точке x_1^1 формируется исход типа b). Тогда попробуем оценить эффективность применения на втором шаге алгоритма оптимистической стратегии в точке $x_1^2 \in (x_1^1, 1)$.

По итогам выполнения второго шага алгоритма может сформироваться один из исходов:

$$c_3) \quad x + \xi(t_2) \leq x_1^2; \quad c_4) \quad x + \xi(t_2) > x_1^2.$$

Для исхода c_3) полуоткрытым интервалом неопределенности относительно точки x будет $[x_1^{1,1}, x_1^2]$.

Применяя для исхода c_3) в точке x_1^1 на третьем шаге алгоритма пессимистическую стратегию, можем сформировать один из исходов

$$c_5) \quad x + \xi(t_3) \leq x_1^3; \quad c_6) \quad x + \xi(t_3) > x_1^3.$$

Для исхода c_5) характерно то, что $x \in [x_1^{1,1}, x_1^1]$ и ВП действовала на первом шаге алгоритма, на ее обнаружение было затрачено два шага пауз; действуя на последующих $(h-2)$ шагах алгоритма дихотомией, затем на оставшихся $(i-h-1)$ шагах помехоустойчивым алгоритмом, разобъем полуоткрытый интервал неопределенности $[x_1^{1,1}, x_1^1]$ на

$$\varphi_2^{a,l,h}(i-h-1, 1) = 2^{h_1-2} \Psi_1^{a,l,h}(i-h_1-1, 1) \quad (13)$$

равных частей.

Если по итогам выполнения третьего шага алгоритма формируется исход c_6), то на основании положения П1 устанавливаем $x \in [x_1^1, x_1^2]$ и этот полуоткрытый интервал неопределенности будет разбит за оставшиеся $(i-3)$ шага на $\Psi_1^{a,l,h}(i-3, 1)$ равных частей, следовательно,

$$l([x_1^1, x_1^2]) = \delta \Psi_1^{a,l,h}(i-3, 1); \quad (14)$$

$$x_1^2 = x_1^1 + \delta \Psi_1^{a,l,h}(i-3, 1); \quad l[\bullet] - \text{длина интервала неопределенности.}$$

Нами получены оценки эффективности алгоритмов в зависимости от шага применения пессимистической стратегии: пессимистическая стратегия применяется на втором шаге алгоритма в точке x_1^1 (см. соотношения (8), (9)); пессимистическая стратегия применяется на третьем шаге алгоритма в точке x_1^1 (см. соотношения (13)).

Из анализа этих соотношений следует истинность такого положения.

П2. Если $x_1^{1,1} = 0$ и $\Psi_1^{a,l,h}(i-1, 1) > \varphi_1^{a,l,h}(i-h-1, 1)$, $a \geq \Psi_1^{1,l,h}(i-1, 1)$, то на втором шаге алгоритма необходимо применить в точке x_1^1 пессимистическую стратегию; если

$$\begin{aligned} \Psi_1^{a,l,h}(i-1, 1) &\leq \varphi_1^{a,l,h}(i-h_1-1, 1); \\ l([x_1^{1,1}, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1-1} \Psi_1^{a,l,h}(i-h_1-1, 1); \\ l([x_1^{1,1}, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1-2} \Psi_1^{a,l,h}(i-h_1-1, 1); \end{aligned} \quad (15)$$

то на втором шаге алгоритма следует применить в точке x_1^2 оптимистическую стратегию

$$x_1^2 \in [x_1^1, 1);$$

если

$$\begin{aligned} l([x_1^{1,1}, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1-1} \Psi_1^{a,l,h}(i-h_1-1, 1); \\ l([x_1^{1,1}, x_1^1]) &> \delta 2^{h_1-2} \Psi_1^{a,l,h}(i-h_1-1, 1), \end{aligned} \quad (16)$$

то на втором шаге алгоритма следует в точке x_1^1 применить пессимистическую стратегию. Следует заметить, что при решении исхода c_3) была использована только пессимистическая стратегия. Рассмотрим более общий случай, когда стратегия выбирается из двух альтернатив: на следующем шаге применяется пессимистическая стратегия; на следующем шаге используется оптимистическая стратегия. Выбор стратегии осуществим на основании следующего положения.

П3. Предположим, что на j -м шаге алгоритма был выполнен эксперимент в точке x_1^j и сформирован исход типа $b)$, для которого

$$x \in [x_1^{j-1}, x_1^{j-1}), \quad j = 1, 2, 3\dots$$

и имеет место неравенство типа (15)

$$\begin{aligned} l([x_1^{j-1}, x_1^j]) &\leq \delta 2^{h_1-1} \Psi_1^{a,l,h}(i-j-h_1, 1); \\ l([x_1^{j-1}, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1-2} \Psi_1^{a,l,h}(i-j-h_1, 1), \end{aligned} \quad (17)$$

тогда на $(j+1)$ -м шаге применяется оптимистическая стратегия

$$x_1^{j+1} \in (x_1^j, x_1^{j-1}).$$

Если же неравенство (17) не выполняется, то на $(j+1)$ -м шаге применяется пессимистическая стратегия

$$x_1^{j+1} = x_1^j$$

и решение в дальнейшем выполняются по такой же процедуре, как и решение исхода c_3 .

Если же по итогам выполнения $(j+1)$ -го шага алгоритма был сформирован снова исход типа $b)$, то на основании положения П1 для $l = 1$ устанавливаем истинность такого соотношения:

$$x \in [x_1^{j+1,1}, x_1^{j-1}),$$

$$\text{где } x_1^{j+1} = \begin{cases} x^{j+1} - a\delta, & x^{j+1} - a\delta \geq x_1^j; \\ x_1^j, & x^{j+1} - a\delta < x_1^j. \end{cases}$$

В дальнейшем этот исход будет разрешаться таким же образом, как и рассматриваемый исход $b)$.

Если же по итогам выполнения $(j+1)$ -го шага алгоритма был сформирован исход типа $a)$, то

$$x \in [x_1^{j-1}, x_1^{j+1}).$$

При этом если выполняются неравенства

$$\begin{aligned} l([x_1^{j-1}, x_1^j]) &\leq \delta 2^{h_1-2} \Psi_1^{a,l,h}(i-j-h_1, 1); \\ l([x_1^{j-1}, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1-3} \Psi_1^{a,l,h}(i-j-h_1, 1), \end{aligned} \quad (18)$$

то на $(j+2)$ -м шаге применяется оптимистическая стратегия

$$x_1^{j+2} \in (x_1^j, x_1^{j+1}).$$

Если же неравенства (18) не выполняются, то на $(j+2)$ -м шаге алгоритма применяют пессимистическую стратегию

$$x_1^{j+2} = x_1^j$$

и решение выполняют по такой же процедуре, как и решение исхода c_3 .

Затем по итогам выполнения $(j+2)$ -го шага алгоритма планируется $(j+3)$ -й и т. д. $(j+z-1)$ -й шаги алгоритма.

Если же по итогам выполнения $(j+z-1)$ -го шага был сформирован исход типа $b)$, то на основании положения П1 для $l = 1$ устанавливаем

$$x \in [x_1^{j+z-1,1}, x_1^{j+z-2}),$$

$$\text{где } x_1^{j+z-1,1} = \begin{cases} x_1^{j+z-1} - a\delta, & x_1^{j+z-1} - a\delta \geq x_1^j; \\ x_1^j, & x_1^{j+z-1} - a\delta < x_1^j. \end{cases}$$

В дальнейшем этот исход будет разрешаться таким же образом, как рассматриваемый исход $b)$.

Если же по итогам выполнения $(j+z-1)$ -го шага алгоритма был сформирован исход типа $a)$, то

$$x \in [x_1^{j,1}, x_1^{j+z-1}).$$

При этом, если выполняются неравенства

$$\begin{aligned} l([x_1^{j,1}, x_1^j]) &\leq \delta 2^{h_1-z} \Psi_1^{a,l,h}(i-j-h_1, 1); \\ l([x_1^{j,1}, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1-(z+1)} \Psi_1^{a,l,h}(i-j-h_1, 1); \quad z < h, \end{aligned} \quad (19)$$

то на $(j+z)$ -м шаге алгоритма применяется оптимистическая стратегия

$$x_1^{j+z} \in [x_1^j, x_1^{j+z-1})$$

и продолжают по описанной логической схеме планирование стратегий поиска.

Если же неравенства (19) не выполняются, то на $(j+z)$ -м шаге алгоритма, применяют пессимистическую стратегию

$$x_1^{j+z} = x_1^j$$

и решение выполняют по такой же процедуре, как и решение исхода c_3 .

Если же на $(j+z-1)$ -м шаге был сформирован исход типа $a)$ и при этом не выполняется третье неравенство (19)

$$z = h,$$

то на $(j+z)$ -м шаге в точке x_1^j применяют пессимистическую стратегию. При этом, если по результатам этого шага алгоритма был сформирован исход типа $a)$, то его разрешают аналогичным способом, как и исход c_3 ; если же формируется исход типа $b)$, то его разрешают таким же образом как и исход c_4 .

Проиллюстрируем на конкретных примерах применения основных правил выбора стратегии поиска. Рассмотрим пример синтеза последовательного шестишагового алгоритма поиска, помехоустойчивого к виртуальной последовательности положительной полярности, параметры которой соответственно равны: максимально возможная амплитуда равна либо превосходит длину исходного интервала неопределенности; максимальная длительность выброса $l = 1$, минимальный интервал паузы между двумя соседними выбросами $h = 3$.

Очевидным является тот факт, что для $i = 1$ в условиях действия ВП исходный полуоткрытый интервал неопределенности $[0, 1)$ уменьшить не представляется возможным. На этом основании заключаем:

$$\Psi_1^{\infty, 1, 3}(1, 1) = 1.$$

Для $i = 2$ в результате выполнения на первом шаге алгоритма эксперимента в точке x_1^1 может сформироваться один из исходов $a)$ либо $b)$.

Для исхода $a)$ исходным полуоткрытым интервалом неопределенности является $[0, x_1^1]$, который, как известно, будет разбит на

$$\Psi_1^{\infty, 1, 3}(2 - 1, 1) = \Psi_1^{\infty, 1, 3}(1, 1) = 1$$

равных частей. Для исхода $b)$ исходным полуоткрытым интервалом неопределенности будет интервал $[x_1^{1,1}, 1)$, где $x_1^{1,1} = \begin{cases} x_1^1 - ab \geq 0, & x_1^1 - ab \geq 0; \\ 0, & x_1^1 - ab < 0. \end{cases}$

Для нашего примера $x_1^{1,1} = 0$ (см. параметры ВП), и на основании соотношения (8) будут справедливыми такие выражения:

$$\begin{aligned} i - h - 1 &= 2 - 3 - 1 = -2; \\ h_1 &= 3 - |2 - 3 - 1| = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_1^{\infty, 1, 3}(2 - 1 - 1, 1) &= 2^{h_1 - 1} \Psi_1^{\infty, 1, 3}(2 - 1 - 1, 1) = \\ &= 2^0 \Psi_1^{\infty, 1, 3}(0, 1) = 1. \end{aligned}$$

Следовательно, полуоткрытый интервал неопределенности $[0, x_1^{1,1})$ в случае применения пессимистической стратегии на втором шаге алгоритма в точке x_1^1 и формирования исхода b_1) будет иметь такую длину

$$l([0, x_1^1)) = \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(0, 1) = \delta; \quad \Psi_1^{\infty, 1, 3}(0, 1) = 1. \quad (20)$$

Это соотношение не противоречит ранее полученному решению для исхода a).

Если же в случае применения пессимистической стратегии на втором шаге алгоритма будет и сфор-

мированы исходы типа b_2), то на основании положения П1 устанавливаем

$$x \in [x_1^1, 1).$$

Этот полуоткрытый интервал неопределенности будет разбит на $\Psi_1^{\infty, 1, 3}(2 - 2, 1)$ равных частей:

$$\Psi_1^{\infty, 1, 3}(2 - 2, 1) = \Psi_1^{\infty, 1, 3}(0, 1) = 1. \quad (21)$$

С учетом соотношений (20), (21) справедливыми будут и такие равенства:

$$\begin{aligned} l([0, x_1^1)) + l([x_1^1]) &= \\ &= \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(0, 1) + \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(0, 1) = 2\delta; \end{aligned}$$

$$\Psi_1^{\infty, 1, 3}(2, 1) = 2.$$

По аналогичной схеме были найдены оценки для трехшагового и четырехшагового алгоритмов

$$\Psi_1^{\infty, 1, 3}(3, 1) = 3; \quad \Psi_1^{\infty, 1, 3}(4, 1) = 5.$$

Пусть $i = 5$ и в точке x_1^1 выполнен первый эксперимент. Тогда, как это уже ранее показано, для исхода a) будут иметь место такие соотношения:

$$x \in [0, x_1^1), x_1^1 = \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(5 - 1, 1) = 5\delta.$$

Для исхода b) справедливым будет такое соотношение:

$$x \in [x_1^{1,1}, 1),$$

$$\text{где } x_1^{1,1} = \begin{cases} x_1^1 - ab; & x_1^1 - ab \geq 0; \\ 0, & x_1^1 - ab < 0. \end{cases}$$

Поскольку для нашего примера $x_1^{1,1} = 0$, то $x \in [0, 1)$.

Если на втором шаге применить пессимистическую стратегию, то на основании соотношения (8) будут справедливы такие равенства:

$$i - h - j = 5 - 3 - 1 = 1; \quad h_1 = h = 3;$$

$$\begin{aligned} \varphi_1^{\infty, 1, 3}(5 - 3 - 1, 1) &= 2^{h_1 - 1} \Psi_1^{\infty, 1, 3}(5 - 3 - 1, 1) = \\ &= 2^2 \Psi_1^{\infty, 1, 3}(1, 1) = 4. \end{aligned}$$

Поскольку $\delta \varphi_1^{\infty, 1, 3}(1, 1) = 4\delta$, то в этом случае полуоткрытый интервал $[0, x_1^1)$ разбивается на меньшее количество равных частей, чем в том случае, когда на первом шаге алгоритма формируется исход a).

Координату точки x_1^1 для такой ситуации определяют на основании минимаксного критерия:

$$\begin{aligned} x_1^1 &= \delta \{ \min \{ \Psi_1^{\infty, 1, 3}(4, 1), \varphi_1^{\infty, 1, 3}(1, 1) \} \} = \\ &= \delta \{ \min \{ 5, 4 \} \} = 4\delta; \\ x_1^1 &= 4\delta, \quad l([0, x_1^1]) = 4\delta. \end{aligned} \quad (22)$$

Итак, на основании соотношений (21) и положения П3 устанавливаем: на втором шаге алгоритма необходимо применить пессимистическую стратегию. Если на втором шаге алгоритма формируется исход типа b_1 , то его решение определяется соотношением (22). Если же формируется исход типа b_2 , то на основании положения П1 устанавливаем:

$$x \in [x_1^1, 1).$$

Поскольку в этом случае в распоряжении алгоритма осталось три шага, то полуоткрытый интервал $[x_1^1, 1)$ будет трехшаговым алгоритмом, который нами уже построен, разбит на три равные части;

$$l([x_1^1, 1)) = \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(3, 1) = 3\delta. \quad (23)$$

На основании соотношений (22), (23) устанавливаем:

$$\begin{aligned} l([0, 1)) &= l([0, x_1^1]) + l([x_1^1, 1)) = \\ &= \delta \varphi_1^{\infty, 1, 3}(1, 1) + \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(3, 1) = \\ &= 4\delta + 3\delta = 7\delta; \\ \Psi_1^{\infty, 1, 3}(5, 1) &= 7. \end{aligned} \quad (24)$$

Пусть $i = 6$. Тогда по итогам выполнения первого шага алгоритма может возникнуть исход $a)$ либо $b)$.

Для исхода $a)$ будем иметь место такое соотношение:

$$x_1^1 = \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(6 - 1, 1) = \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(5, 1) = 7\delta. \quad (25)$$

Если по итогам выполнения первого шага был сформирован исход $b)$, то необходимо решить задачу выбора стратегии поиска на основании соотношения (8), (15). Получаем такие равенства:

$$i - h - j = 6 - 3 - 1 = 2; \quad h_1 = h = 3; \quad x_1^{1,1} = 0.$$

$$\begin{aligned} l([0, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1 - 1} \Psi_1^{\infty, 1, 3}(6 - h_1 - 1, 1) = \\ &= \delta 2^2 \Psi_1^{\infty, 1, 3}(2, 1) = 8\delta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l([0, x_1^1]) &\leq \delta 2^{h_1 - 2} \Psi_1^{\infty, 1, 3}(6 - h_1 - 1, 1) = \\ &= \delta 2^1 \Psi_1^{\infty, 1, 3}(2, 1) = 4\delta. \end{aligned} \quad (26)$$

Поскольку второе неравенство противоречит второму неравенству (15), то в случае формирования исхода $b)$ на втором шаге алгоритма следует применить пессимистическую стратегию в точке x_1^1 . В том случае, когда возникает исход b_1 , то на основании соотношений (25), (26) находят координату точки x_1^1 :

$$\begin{aligned} x_1^1 &= \delta \min \{ \Psi_1^{\infty, 1, 3}(6 - 1, 1), \varphi_1^{\infty, 1, 3}(6 - 3 - 1, 1) \} = \\ &= \delta \min \{ 7, 8 \} = 7\delta. \end{aligned}$$

Если же по итогам выполнения второго шага алгоритма формируется исход b_2 , то на основании положения П1 формируют такой полуоткрытый интервал неопределенности:

$$x \in [x_1^1, 1).$$

Поскольку в распоряжении алгоритма осталось четыре шага алгоритма, то четырехшаговый алгоритм разобьет этот интервал на $\varphi_1^{\infty, 1, 3}(4, 1)$ равных частей. На этом основании записывают такие соотношения:

$$\begin{aligned} l([0, 1)) &= l([0, x_1^1]) + l([x_1^1, 1)); \\ l([0, 1)) &= \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(6 - 1, 1) + \delta \Psi_1^{\infty, 1, 3}(4, 1) = \\ &= 7\delta + 5\delta = 12\delta; \\ \Psi_1^{\infty, 1, 3}(6, 1) &= 12. \end{aligned} \quad (27)$$

Условия предыдущего примера не позволили на втором шаге алгоритма применить оптимистическую стратегию. Рассмотрим другой пример, для которого параметры алгоритма и виртуальной последовательности имеют такие значения:

$$i = 6, \quad k = 1; \quad a = 4; \quad l = 1, \quad h = 3, \quad 0 \rightarrow 1.$$

Методом математической индукции показана истинность таких соотношений:

$$\begin{aligned} \Psi_1^{4, 3, 1}(0, 1) &= \Psi_1^{4, 3, 1}(1, 1) = 1; \\ \Psi_1^{4, 3, 1}(2, 1) &= 2; \quad \Psi_1^{4, 3, 1}(3, 1) = 3; \\ \Psi_1^{4, 3, 1}(4, 1) &= 5; \quad \Psi_1^{4, 3, 1}(5, 1) = 3. \end{aligned}$$

Найдем оценку шестишагового алгоритма поиска $x \in [0, 1)$, используя пошаговое описание процесса построения алгоритма.

Первый шаг:

– в результате выполнения эксперимента в точке x_1^1 может быть сформирован один из исходов $a)$ или $b)$;

- для исхода $a)$ будут справедливы такие соотношения: $x \in [0, x_1^1]$, $x_1^1 = \delta \Psi_1^{4,1,3}(5, 1) = 8\delta$;
- для исхода $b)$ соответственно будут иметь место такие выражения:

$$x \in [x_1^{1,1}, 1], x_1^{1,1} = x_1^1 - a = 8\delta - 4\delta = 4\delta.$$

Второй шаг:

- для исхода $b)$ находим оценки таких вариантов: на втором шаге применяется в точке x_1^1 пессимистическая стратегия (см. соотношение (17)):

$$l([x_1^{1,1}, x_1^1]) = 4\delta < \delta 2^{3-1} \Psi_1^{4,1,3}(6-3-1, 1) = 8\delta;$$

на втором шаге применяется оптимистическая стратегия:

$$l([x_1^{1,1}, x_1^1]) = 4\delta = \delta 2^{3-2} \Psi_1^{4,1,3}(6-3-1, 1) = 4\delta.$$

Поскольку выполняются все неравенства (17), то на втором шаге применяют оптимистическую стратегию ($x_1^2 > x_1^1$).

По итогам выполнения второго шага алгоритма может сформироваться один из исходов c_3) или c_4).

Третий шаг:

- выбор стратегии поиска для исхода c_3) (см. соотношения (17)): для этого исхода формируют такой интервал неопределенности: $x \in [x_1^{1,1}, x_1^2]$;

– оценка применения на третьем шаге пессимистической стратегии ($x_1^3 = x_1^1$)

$$l([x_1^{1,1}, x_1^1]) = 4\delta = \delta 2^{3-2} \Psi_1^{4,1,3}(6-3-1, 1) = 4\delta; \quad (28)$$

– оценка использования на третьем шаге оптимистической стратегии ($x_1^3 < x_1^2$)

$$l([x_1^{1,1}, x_1^1]) = 4\delta > \delta 2^{3-3} \Psi_1^{4,1,3}(6-3-1, 1) = 2\delta.$$

Поскольку второе неравенство системы неравенств (17) не выполняется, то на третьем шаге необходимо применить пессимистическую стратегию в точке x_1^1 . По итогам выполнения третьего шага в этом случае может сформироваться один из исходов c_5) или c_6 .

Для исхода c_5) полуоткрытый интервал неопределенности $[x_1^{1,1}, x_1^1]$, как это было уже показано, разбивают на четыре части, что не противоречит ранее полученным решениям (см. соотношение (27)). Для исхода c_6) на основании положения П1 устанавливаем истинность соотношения (14) устанавливаем:

$$\begin{aligned} x &\in [x_1^1, x_1^2]; \quad l([x_1^1, x_1^2]) = 3\delta; \\ x_1^2 &= x_1^1 + 3\delta = 8\delta + 3\delta = 11\delta. \end{aligned} \quad (29)$$

Выбор стратегии поиска для исхода c_4) (выполняют на основании соотношения (17)): для этого исхода формируют такой интервал неопределенности $x \in [x_1^{2,1}, 1]$, где

$$x_1^{2,1} = \begin{cases} x_1^2 - a\delta, & x_1^2 - a\delta \geq x_1^1; \\ x_1^1, & x_1^2 - a\delta < x_1^1. \end{cases}$$

Поскольку для заданных параметров ВП будут справедливы такие соотношения:

$$x_1^{2,1} = x_1^2 - 4\delta = 11\delta - 4\delta < x_1^1,$$

то $x_1^{2,1} = x_1^1 = 8\delta$.

Выбор стратегии поиска для исхода c_4): оценка пессимистической стратегии

$$l([x_1^{2,1}, x_1^2]) = 3\delta < \delta 2^{3-1} \Psi_1^{4,1,3}(6-3-1, 1) = 4\delta; \quad (30)$$

оценка оптимистической стратегии

$$l([x_1^{2,1}, x_1^2]) = 3\delta < \delta 2^{3-2} \Psi_1^{4,1,3}(6-3-2, 1) = 2\delta.$$

Поскольку в этом случае второе неравенство (17) не выполняется, то на третьем шаге применяют в точке x_1^2 пессимистическую стратегию. По итогам выполнения третьего шага может сформироваться один из исходов

$$c_7) \quad x + \xi(t_3) \leq x_1^2; \quad c_8) \quad x + \xi(t_3) > x_1^2.$$

Для исхода $c_7)$ полуоткрытый интервал неопределенности $x \in [x_1^{2,1}, x_1^2]$ (см. соотношение (30)) будет разбит на четыре части; для исхода $c_8)$ на основании положения П1 устанавливаем истинность соотношения

$$x \in [x_1^2, 1).$$

Поскольку в распоряжении алгоритма осталось три шага, то такой алгоритм, который уже построен методом математической индукции, разобьет выделенный полуоткрытый интервал неопределенности на

$$\Psi_1^{4,1,3}(3, 1) = 3; \quad l([x_1^2, 1)) = 3\delta \quad (31)$$

равных частей.

На основании соотношений (29), (31) устанавливаем истинность следующих равенств:

$$\begin{aligned} l([0, 1)) &= l([0, x_1^1]) + l([x_1^1, x_1^2]) + l([x_1^2, 1)) = \\ &= 8\delta + 3\delta + 3\delta = 14\delta; \end{aligned}$$

$$\Psi_1^{4,1,3}(6, 1) = 14.$$

Нами показана истинность положений П1, П2, П3, на основании которых формируется для произвольного шага алгоритма поиска полуоткрытый интервал неопределенности относительно точки с характерным признаком и выбирается одна из возможных стратегий: оптимистическая или пессимистическая.

Этим самым достигается оптимальность (см. соотношение (3) [3]) алгоритмов поиска, помехоустойчивых к тем или иным нерегулярным несимметричным виртуальным последовательностям положительной полярности. Цифровые автоматы, функционирование которых задают ориентированные графы переходов таких алгоритмов поиска, будут формировать за меньшее количество шагов псевдослучайную подстановку и тем самым будут уменьшать количество символов в шифротексте.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Алипов Н. В. Дискретные автоматы с псевдослучайными переходами и подстановочные методы защиты информации на их основе / Алипов Н. В. // Радиоэлектроника и информатика. – 2001. – № 4. – С. 95–98.

УДК 519.234

А. Е. Архипов, А. И. Арифов

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГНОЗНОГО ПОДХОДА ДЛЯ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛЬНЫХ ДАННЫХ В ВЫБОРКАХ ОДНОВЕРШИННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Предлагается непараметрический подход к выявлению аномальных данных, базирующийся на прогнозном определении границы области достоверных значений. Приведен ряд методов, позволяющий реализовать изложенный подход на практике.

ВВЕДЕНИЕ

Практическое решение прикладных задач с использованием экспериментально полученных данных (в частности, результатов измерений) показывает, что в общей совокупности исходных данных встречаются отдельные результаты, значения которых резко отличаются от остальных. Эти результаты получили название аномальных данных (АД) (другие названия: аномальные результаты измерений [1], грубые ошибки [2], резко выделяющиеся значения [3, 4], «подозрительные», «загрязняющие» значения [4], аномальные погрешности или ошибки [5]). К сожалению, достаточно строгое определение термина аномальные данные оказалось сложной задачей. Встре-

2. Алипов Н. В. Структура цифрового автомата с псевдослучайными переходами из начального состояния в одно и тоже конечное состояние / Алипов Н. В., Кораблев Н. М., Хиль М. И., Гусятин М. В. // Радиоэлектроника. Інформатика. Управління. – 2006. – № 2. – С. 102–109.
3. Алипов Н. В. Примеры построения ориентированных графов переходов цифрового автомата с псевдослучайными переходами / Алипов Н. В., Кораблев Н. М., Хиль М. И., Гусятин М. В. // Радиоэлектроника. Інформатика. Управління. – 2007. – № 1. – С. 97–105.
4. Алипов Н. В. Синтез оптимальных полихотомичных опросников для угадывания числа с ложными ответами / Алипов Н. В. // Проблемы бионики. – 1987. – Вып. 38. – С. 108–117.

Надійшла 3.09.2008

Визначено співвідношення ефективності застосування пессимістичної та оптимістичної стратегії на j-му кроці алгоритму, на підставі яких обирають крок застосування пессимістичної стратегії. На конкретних прикладах проілюстровані характерні випадки вибору стратегії пошуку.

The correlations of efficiency application of pessimistic and optimistic strategy are determined on a j-step algorithm, on the basis of which the step of pessimistic strategy application is selected. The concrete examples demonstrate the typical cases of strategies' search selection.

чающиеся в литературе выражения вида: «ненормально большие погрешности (типа промах)» [5], «результаты наблюдений, которые сильно отличаются от центра распределения» [3] или подобные им не дают достаточно полного и адекватного представления об особенностях и свойствах АД.

Более удачным представляется описание АД так называемыми смесевыми моделями [6], из которых одной из первых и наиболее известных является модель Тьюки «засоренного» нормального распределения. Согласно этой модели, элементы исходной совокупности данных «извлекаются» из генеральной совокупности, заданной функцией плотности вероятности вида

$$f(z) = (1 - \gamma)\varphi(z, \mu, \sigma_z^2) + \gamma\varphi(z, \mu\sigma_a^2), \quad (1)$$

где $\varphi(z, \mu, \sigma^2)$ – плотность нормального распределения со средним (математическим ожиданием) μ и

дисперсией σ^2 , γ – вероятность появления АД, σ_z^2 – дисперсия достоверных измерений, σ_α^2 – дисперсия «засоряющей» совокупности. Обычно $\sigma_z^2 \ll \sigma_\alpha^2$, а $\gamma \ll 1$ (по некоторым оценкам $\gamma = 10^{-5} - 10^{-8}$).

Дальнейшим развитием модели Тьюки являются модели Хьюбера и Шурыгина [2, 6]. Последняя описывается выражением вида

$$f(z) = (1 - \gamma)\psi(z, \mu, \sigma_z^2) + \gamma h(z - \mu, \sigma_\alpha^2), \quad (2)$$

где основное распределение $\psi(z, \mu, \sigma_z^2)$ задается произвольной функцией плотности вероятности, а «засоряющее» распределение $h(z - \mu, \sigma_\alpha^2)$ – некоторое, обычно симметричное распределение.

Смесевые модели дают достаточно адекватное формализованное описание реальных данных, содержащих АД, и позволяют выделить перспективные подходы для выявления АД, в частности, приводящие к методам статистической классификации данных. Так, если полагать, что элементы исходной совокупности данных могут принадлежать только к одному из двух классов (достоверных данных или АД), приходим к классической задаче обнаружения (частный случай задачи распознавания при числе классов, равном 2). Однако при практическом применении методов статистической классификации к обнаружению АД сталкиваемся с рядом трудностей.

Во-первых, появление АД относится к ряду так называемых редких событий, для которых попытки оценить распределение $h(z - \mu, \sigma_\alpha^2)$ оказываются безуспешными ввиду недостаточного объема выборки АД (из-за крайне низкой вероятности γ). Поэтому обычно исследователь вынужден совершенно произвольно задавать как вид, так и параметры $h(z - \mu, \sigma_\alpha^2)$.

Во-вторых, периферийные области («хвосты») основного распределения $\psi(z, \mu, \sigma_z^2)$ формируются по результатам наблюдений, имеющих низкую вероятность появления. Поэтому подбор модели распределения $\psi(z, \mu, \sigma_z^2)$ в основном осуществляется исходя из соображений близости центральных частей модельного и эмпирического распределений. Поэтому близость реального и модельного распределений в периферийных областях весьма условна.

Из сделанных выше двух замечаний следует, что сведения о форме распределений в области, в которой должна лежать граница, отделяющая достоверные результаты от АД, фактически отсутствуют, предполагаемое строгое решение задачи обнаружения АД по сути является производным и зависящим от опыта эксперта, осуществляющего обработку данных, а применяемый статистический подход и сопровождающие его математические выкладки лишь создают видимость математической строгости и точности.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

За редким исключением (равномерный закон, закон Симпсона, законы, производимые от равномерного путем суммирования конечного числа одинаково распределенных СВ) модельные законы имеют «хвосты», уходящие на бесконечность. В реальных ситуациях когда объект исследования – параметр, имеющий конкретное конечное значение, а измерительная система характеризуется конечной шкалой, т. е. и ошибка измерения конечна, трудно полагать, что модельные распределения адекватны реальным в области возможных АД (именно из-за бесконечных «хвостов» модельных распределений).

Предположение об ограниченности области существования достоверных значений z позволяет реализовать подход к выявлению АД, состоящий в оценке левого z_L и правого z_R граничных значений этой области и последующего обнаружения АД применением системы пороговых соотношений

$$\begin{cases} z_R \leq z_i \leq z_L, & z_i \in Z, \quad i = \overline{1, n}, \\ z_i < z_L, \quad z_i > z_R, & z_i \in \alpha, \quad i = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (3)$$

где z_i – проверяемый элемент совокупности $\{z_i\}$ исходных данных, Z – генеральная совокупность достоверных данных, α – генеральная совокупность АД.

Таким образом, основная проблема в реализации изложенного подхода к обнаружению АД состоит в оценивании граничных значений z_L , z_R , решение которой рассматривается ниже.

ВЫЯВЛЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ДАННЫХ МЕТОДОМ ПРОГНОЗА ГРАНИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Пусть эмпирическая функция распределения исходных данных представлена гистограммами оценками, для которых известна совокупность относительных частот $w_i = n_i/n$ попадания в интервал варьирования, рассчитанных для последовательности равных интервалов варьирования длиной Δ_z , где n_i – абсолютная частота попадания наблюдаемых значений в i -й интервал. Рассмотрим задачу оценивания только правого граничного значения z_n , что не ограничивает общности получаемых решений.

Предположим, процентное содержание АД среди положительных значений исходной выборки $\{z_i\}$, $i = \overline{1, n}$ не превышает β % от ее общего объема n , т. е. возможное число этих АД равняется $n_\alpha = \text{ent}[n\beta/100]$, где $\text{ent}[\cdot]$ – операция выделения целой части числа. Отделим от исходной выборки n_α ее наибольших элементов и по оставшимся построим гистограмму интервального вариационного ряда. При таком представлении исходных выборочных данных оценивание граничного значения z_n можно реализовать, применяя методы прогноза временных рядов.

Действительно, последовательность середин интервалов варьирования, расположенных справа от значения $z = 0$, образует регулярную последовательность $\{z^{(1)}, z^{(2)}, z^{(3)}, \dots\} = \{z^{(j)}\} = \{\Delta_z/2, 3\Delta_z/2, 5\Delta_z/2, \dots\}$, являющуюся аналогом временной координаты временного ряда, а собственно «значениями временного ряда» являются относительные частоты соответствующих интервалов варьирования: $\{w_j\} = \{w_1, w_2, w_3, \dots\}$ (рис. 1).

Выполняя оценивание значения z_n , необходимо учитывать условие, вытекающее из самой постановки задачи:

$$w(z_n) = 0, \quad (4)$$

т. е. интерес представляет не собственно прогноз некоторого произвольного «значения временного ряда», а именно то значение координаты z , при котором выполняется условие (4). Эта особенность решаемой задачи в ряде случаев существенно упрощает получение решения. Например, если предположить, что ряду $\{w_j(z^{(i)})\}$ соответствует линейный тренд

$$w(z) = a_0 + a_1 z, \quad (5)$$

то, рассчитав оценки коэффициентов \tilde{a}_0 , \tilde{a}_1 , из условия (4) получаем оценку искомого значения: $\tilde{z}_n = -a_0/a_1$. Аналогичным образом, полагая, что тренд описывается уравнением второго порядка

$$w(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2, \quad (6)$$

находим, что значению z_n при выполнении неравенства $d^2w/dz^2 > 0$ соответствует меньший из пары корней

$$z_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2}, \quad (7)$$

а при справедливости соотношения $d^2w/dz^2 < 0$ – больший из корней (7) (рис. 1).

Если после нахождения оценки \tilde{z}_n часть отброшенных ранее выборочных элементов либо все n_a эле-

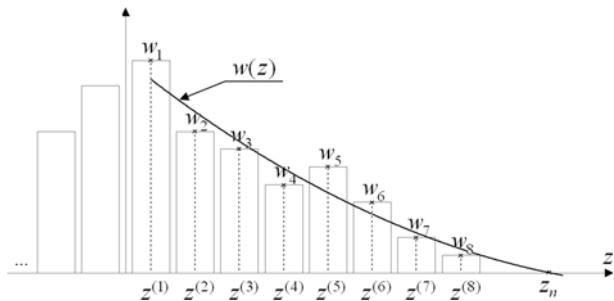


Рисунок 1 – Пример гистограммы интервального вариационного ряда, из которого формируются последовательности $\{z^{(j)}\}$, $\{w_j\}$

ментов окажутся меньше \tilde{z}_n , их следует признать ложно принятymi за АД, пополнить ими исходную выборку, уточнить значения последних элементов ряда относительных частот $\{w_j\}$ и повторить процедуру оценивания z_n . При решении реальных задач влияние случайных погрешностей в значениях относительных частот $\{w_j\}$ обуславливает разброс оценок \tilde{z}_n , характеризуемый дисперсией $\sigma^2(\tilde{z}_n)$. Этот разброс следует учитывать при окончательном формировании величины значения z_n путем введения дополнительного смещения в уточненную оценку

$$\hat{z}_n = \tilde{z}_n + q\sigma(\tilde{z}_n),$$

где квантиль q обычно принимается близким к 2.

В принципе, для нахождения граничного значения z_n можно применять любые известные методы прогноза нестационарных временных рядов, в частности, экспоненциальное сглаживание, метод гармонических весов [7, 8]. Следует отметить, что последний, при справедливости предположения о монотонно убывающих «трендах» правой и левой сторон функции плотности вероятности основного распределения $\psi(z, \mu, \sigma_z^2)$, оказывается весьма адекватным для решения поставленной задачи.

ВЫЯВЛЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ДАННЫХ МЕТОДОМ «ПРОГНОЗ – БУТСТРЕП»

При выявлении АД в выборке результатов наблюдений конечного объема n эффективным оказывается применение комбинированного подхода, состоящего в дополнении прогнозного метода, рассмотренного в предыдущем разделе, бутстреп-методологией тиражирования исходных данных [9]. Получение бутстреп-выборок $\{z_i\}_l^B$, $l = 1, L$ позволяет избежать процедуры начального исключения из исходной выборки данных n_a «подозреваемых» на аномальность элементов. Блок-схема генерации бутстреп-выборок приведена в верхней части рис. 2.

Смысл процедуры бутстреп-генерации состоит в том, что из исходной выборки данных $\{z_i\}$, используемой в качестве генеральной совокупности, с помощью генератора ГПРЦЧ извлекаются методом выбора с возвращением отдельные элементы, из которых формируются псевдовыборки данных $\{z_i\}_l^B$ (называемые также бутстреп-выборками), $l = 1, L$ объемом n элементов, статистически однородные исходной выборке $\{z_i\}$. Далее в каждой l -й бутстреп-выборке прогнозируется оценивание граничного значения z_n , из которых составляется выборка оценок $\{\tilde{z}_{nl}\}$, $l = 1, L$. Анализ этой выборки позволяет определить факт отсутствия либо наличия АД в исходной совокупности $\{z_i\}$ и при необходимости выделить эти АД. Суть процедуры установления факта наличия АД можно объяснить на примере обработки исходной выборки

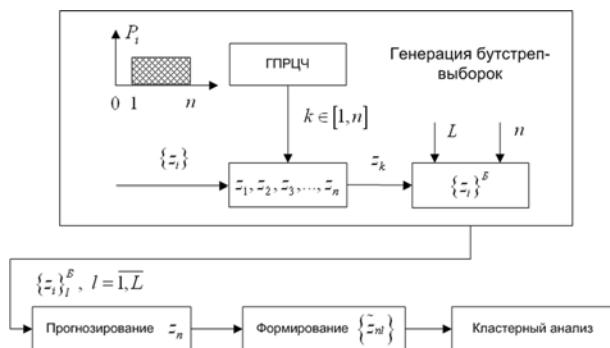


Рисунок 2 – Схема выявления АД применением комбинированной методики «прогноз – бутстреп»:

ГПРЧ – генератор псевдослучайных равномерно распределенных целых чисел

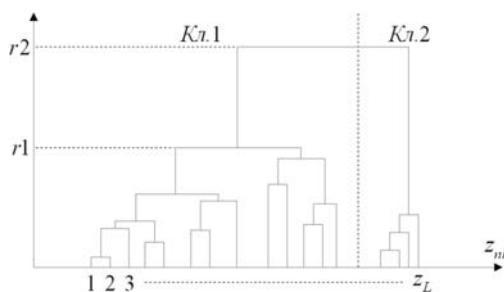


Рисунок 3 – Пример дендрограммы кластерного анализа данных, содержащих аномальности

$\{z_i\}$, содержащей один аномальный элемент. В этом случае при генерации бутстреп-данных общим объемом nL элементов вероятным будет появление в этом объеме L аномальных элементов, т. е. АД могут оказаться в идеальном варианте в каждой бутстреп-выборке либо (при попадании в бутстреп-выборки более одного аномального элемента) в меньшем количестве бутстреп-выборок. Прогноз граничных значений \tilde{z}_n^a , полученный по выборке, содержащей АД, будет существенно отличен от прогнозных значений \tilde{z}_n , рассчитанных для выборок, составленных только из достоверных данных. Для обнаружения «аномальных» прогнозов \tilde{z}_n^a удобно применить кластерный анализ элементов выборки оценок $\{\tilde{z}_{nl}\}, l = \overline{1, L}$, допускающий визуализацию своих результатов в виде дендрограммы (рис. 3).

В случае наличия АД на дендрограмме будет легко визуально выделить два кластера: кластер Кл. 2 оценок «аномальных» прогнозов (группа из четырех оценок в правой части дендрограммы) и существенно более многочисленный кластер Кл. 1 оценок, найденных по достоверным данным. Расстояние $r2$, разделяющие эти кластеры, будет гораздо больше внутри кластерных расстояний. При отсутствии АД в исходной выборке результат кластерного анализа элемен-

тов выборки оценок прогнозов $\{\tilde{z}_{nl}\}$ покажет наличие в ней однородных данных, что выразится в формировании только одного кластера, объединяющего в себе все элементы \tilde{z}_n .

ВЫВОДЫ

Сложившаяся практика выявления аномальных данных опирается на так называемые смесевые модели засорения, позволяющие интерпретировать задачу выявления аномальных данных как задачу обнаружения элементов засоряющей совокупности. Однако ввиду невозможности достоверного оценивания вида и параметров засоряющего распределения и неадекватности реальным наиболее популярных моделей распределения основной совокупности наблюдений применение методов статистической классификации (в частности статистических методов распознавания и обнаружения) не позволяет получить корректное решение задачи выявления аномальных данных.

Предложенный подход позволяет получать информацию о виде распределения основной совокупности непосредственно из выборки и поэтому наиболее корректно формирует правило отбраковки аномальных данных.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений / Жданюк Б. Ф. – М. : Сов. радио, 1978. – 384 с.
2. Дубров А. М. Многомерные статистические методы / Дубров А. М., Мхитарян В. С., Трошин Л. И. – М. : Финансы и статистика, 1998. – 352 с.
3. Айвазян С. А. Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных : справочное изд. / Айвазян С. А., Енуков И. С., Мешалкин Л. А. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
4. Коваленко И. И. Нетрадиционные методы статистического анализа данных / Коваленко И. И., Гожий А. П. – Николаев : Илион, 2006. – 116 с.
5. Фомин А. Ф. Отбраковка аномальных результатов измерений / Фомин А. Ф., Новоселов О. Н., Плющев А. В. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 200 с.
6. Шурыгин А. М. Прикладная статистика: робастность, оценивание, прогноз / Шурыгин А. М. – М : Финансы и статистика, 2000. – 224 с.
7. Френкель А. А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели / Френкель А. А. – М. : Экономика, 1989. – 214 с.
8. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов / Лукашин Ю. П. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
9. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа / Эфрон Б. – М. : Финансы и статистика, 1988. – 263 с.

Надійшла 8.10.2008

Запропоновано непараметричний підхід до виявлення аномальних даних, що базується на прогнозному визначенні меж області довірчих значень вимірюваної величини. Наведено ряд методів, які дозволяють реалізувати викладений підхід на практиці.

The non-parametric method, based on the prognostic determination of reliable measured values limits is offered for detection of abnormal data. The set of methods allowing to solve the considered problem in practice is given.

УДК 681.391

О. О. Архипова

ДОСЛІДЖЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНОГО МЕТОДУ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ МАСКУВАННЯ МОВНОГО СИГНАЛУ

В статті розглянутий кореляційний метод оцінки ефективності адитивного маскування мовного сигналу. Проведено експериментальні дослідження параметра ефективності маскування методом кореляційної обробки спектральної щільності потужності маскуючого й тестового сигналів для української мови. Оцінена адекватність методу обробки.

ВСТУП. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Як правило, гарантований захист мовного сигналу (МС) від несанкціонованого доступу (НСД) не може бути забезпечений виконанням тільки пасивних засобів захисту. У таких ситуаціях необхідно використати активні засоби захисту, що полягають у створенні додаткових акустичних завад у каналах витоку інформації. У результаті раніше проведених досліджень [1, 2] відзначена більш висока ефективність сигналів маскування (СМ) зі спектром « рожевого шуму » в порівнянні із рекомендованими [3] сигналами зі спектром « білого шуму ». Однак виконати об'єктивний порівняльний аналіз результатів проведених досліджень неможливо, тому що їх не можна порівняти за методикою випробувань, ідентичністю артикуляційної бригади й відсутності адекватної математичної моделі СМ.

При проектуванні систем технічного захисту мової інформації від витоку по каналах НСД засобів технічної розвідки супротивника основним параметром, що визначає, як показник ефективності, так і категорію захисту, є залишкова словесна розбірливість. Розрахунок даного параметра проводиться, покладаючись на наступні припущення, які, на нашу думку [4, 5], погіршують точність оцінки параметра ефективності маскування.

1. Інформаційне. Запропоновані методи використовують тестовий сигнал і сигнал маскування, в яких відсутня інформаційна складова. Вважають, що процес на виході тракту реєстрації засобів технічної розвідки супротивника є випадковим з рівномірною спектральною щільністю потужності в межах кожної октавної смуги (« білий шум »). Також використовують окремі гармоніки, так званий « рожевий шум » (шум з тенденцією спаду спектральної щільності 3 дБ на октаву убік високих частот), якому відповідають сигнали промислового генератора ANG2200.

Наявність інформаційної складової в заваді ускладнює методи підвищення якості й розбірливості мови, тому що в основі багатьох методів (методи, засновані на використанні статистичних моделей мовного сигналу у часовій області; адаптивні компенсатори перешкод; методи, засновані на використанні окремих характерних властивостей мовного сигналу й оцінці спектральних характеристик шуму) лежить припущення про некорельованість маскуючого і інформативного (мовного) сигналів.

2. Статистичне. Мовний сигнал (з врахуванням фрікативних і вибухових фонем) являє собою випадковий процес, тому прийняте припущення про стаціонарність мовного сигналу на інтервалі порядку десятків секунд є неправомірним, оскільки квазістаціонарним можна вважати реалізації мовного сигналу в інтервалі часу $T_p = 15\text{--}27$ мс [6];

3. Методичне. У методиках оперують амплітудним спектром сигналу, вважаючи, що в точку каналу НСД приходить плоске акустичне поле з активним акустичним опором рецептора тиску, що можливо тільки для моногармонічних сигналів. Через те, що мовний сигнал є складним (хвильовим пакетом), у диспергуючому середовищі (повітрі) він розпливається, оскільки швидкості його монохроматичних складових відрізняються одна від одної ($v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$). Фізичний зміст має спектральна щільність потужності (СЩП), що характеризує осереднену на інтервалі T_p енергію сигналу.

У рамках напрямку досліджень, у якості актуальних можна виділити наступні завдання: провести експериментальні дослідження параметра ефективності адитивного маскування мовного сигналу методом кореляційної обробки СЩП маскуючого і тестового сигналів для української мови, що усуває вище вказані недоліки [4]; по результататах досліджень оцінити адекватність методу обробки.

ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

Для оцінки подібності між досліджуваними інформаційним $si(\Delta\omega, t)$ й маскованим $sni(\Delta\omega, t)$ сигналами, застосуємо метод кореляційного аналізу спектральної щільності потужності (СЩП), коефіцієнт кореляційного відношення Пірсона:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (1)$$

де x і y – досліджувані СЩП інформаційного $si(\Delta\omega, t)$ й замаскованого $sn(\Delta\omega, t)$ сигналів, відповідно, \bar{x} і \bar{y} – їх вибіркові середні значення, розраховані (для x) як $\bar{x} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i$.

Таким чином, у якості об'єктивного параметра семантичної адекватності сигналів, що визначає відповідність наявних у виділеному приміщенні й одержаних засобами технічної розвідки супротивника сигналів, можна прийняти коефіцієнт кореляційного відношення Пірсона, визначений відповідно до формули (1).

Розрахунок відношення сигнал – завада $S/N(\Delta\omega, t)$ [3] виконується за формулою

$$S/N(\Delta\omega, t) = 10 \lg \frac{\int_{\omega_B}^{\omega_H} N_{si}(\Delta\omega, t) d\omega}{\int_{\omega_B}^{\omega_H} N_{sn}(\Delta\omega, t) d\omega}, \quad \omega \in [\omega_B, \omega_H], \quad (2)$$

де $\Delta\omega$ – ефективна смуга частот; $N_{si}(\Delta\omega, t)$, $N_{sn}(\Delta\omega, t)$ – спектральні щільноти потужності інформаційного

$si(\Delta\omega, t)$ й замаскованого $sn(\Delta\omega, t)$ сигналів відповідно. За теоремою Вінера – Хінчіна:

$$N(\Delta\omega, t) = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} s(\Delta\omega, t) s(\Delta\omega, t + \tau) e^{i\omega t} dt d\tau, \quad (3)$$

де $s(\Delta\omega, t)$ – досліджуваний процес.

Досліджувані сигнали $s(\Delta\omega, t)$ представимо моделлю у вигляді впорядкованого набору реалізацій на інтервалі $T_p = 23$ мс, $t_i = t_{i-1} + T_p$:

$$s(\Delta\omega, t) = \sum_{i=1}^N s_i(\Delta\omega, t), \quad (4)$$

$$\text{де } s_i(\Delta\omega, t) = \begin{cases} s(\Delta\omega, t), & t_{i-1} < t \leq t_i, \\ 0, & t < t_{i-1} \cup t > t_i, \end{cases} i = \overline{1, N}.$$

Алгоритм роботи програми цифрової обробки маскованого і тестового сигналів для обчислення коефіцієнту кореляції можна представити у вигляді, вказаному на рис. 1.

РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Методика передбачає розрахунок коефіцієнта кореляції (1), його математичного сподівання та дисперсії для 25 вибраних українських слів при зміні

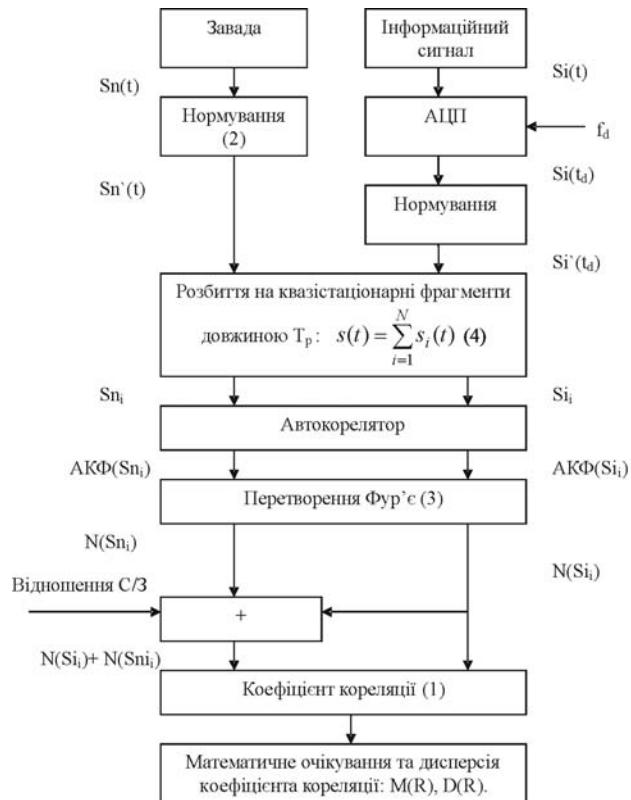


Рисунок 1 – Алгоритм роботи програми

інтегрального відношення сигнал – завада (2) від 10 до -25 дБ. Контрольні слова промовляються трьома дикторами: чоловіком та двома жінками. Для української мови немає артикуляційних таблиць, тому слова для дослідження вибиралися з артикуляційних таблиць, складених для російської мови [7], і перекладалися на українську, без врахування частоті використання фонем. У якості мовного сигналу аналізуються контрольні слова, зазначені у табл. 1.

Таблиця 1 – Контрольні слова

1) літо	6) японець	11) сало	16) невже	21) марганцевий
2) п'ятсот	7) чорниця	12) позиція	17) теоретичний	22) паління
3) мова	8) зовнішній	13) скарга	18) виправляти	23) прохолода
4) квітка	9) відновлення	14) пухнастий	19) змія	24) вовк
5) човник	10) село	15) пошта	20) травичка	25) гарбуз

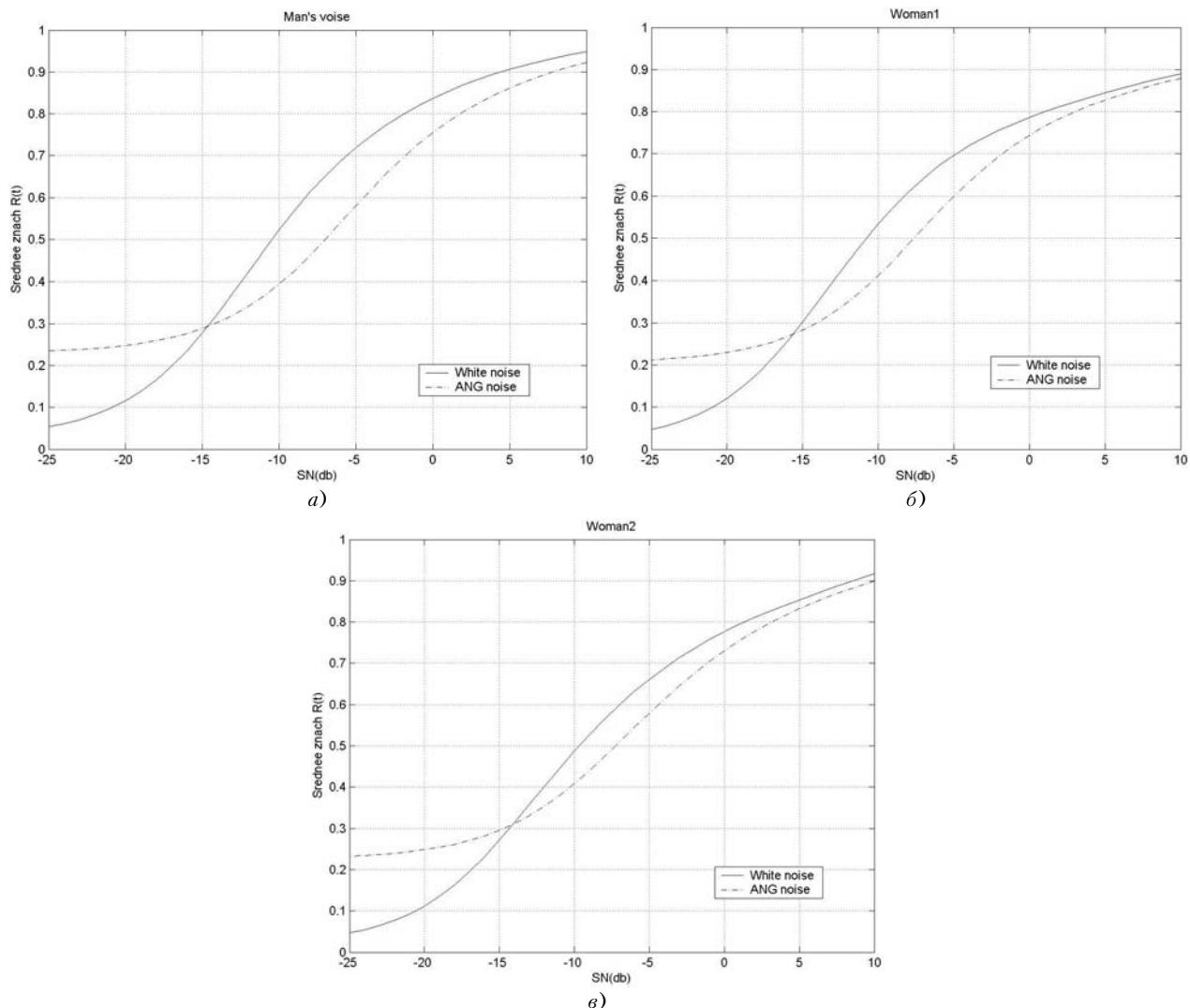


Рисунок 2:

a – чоловічий голос, маскуючі сигнали «білий шум» та «Ang»; *b* – жіночий голос 1, маскуючі сигнали «білий шум» та «Ang»; *c* – жіночий голос 2, маскуючі сигнали «білий шум» та «Ang»

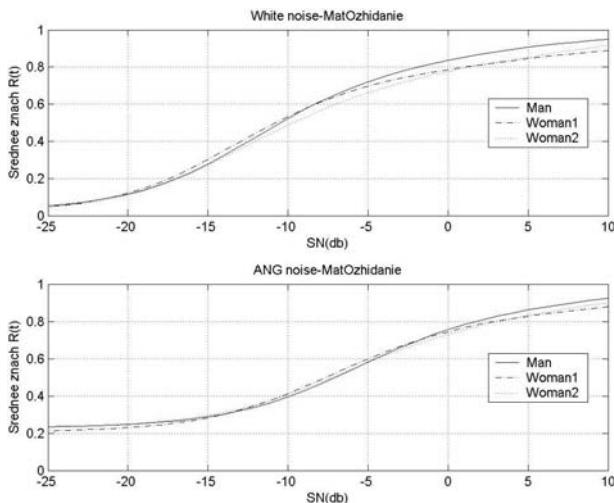


Рисунок 3 – Осереднені значення коефіцієнта кореляції по всім контрольним словам трьох дикторів для обох сигналів завад

нал промислового генератора типу «ANG2200» («Ang»). Маскування сигналу $si(\Delta\omega, t)$ виконується на інтервалі тривалості контрольного слова методом адитивного (в спектральній області) маскування: $sni(\Delta\omega, t) = si(\Delta\omega, t) + sn(\Delta\omega, t)$. На кожному інтервалі T_p розраховувалися точкові оцінки коефіцієнта кореляції $r(SN)$ (1).

Осереднені значення коефіцієнта кореляції $M(r(t))$ по всім контрольним словам трьох дикторів для двох сигналів завад при зміні інтегрального параметра сигнал – завада від 10 до -25 дБ подані на рис. 2.

Для порівняння осереднених значень коефіцієнту кореляції для різних дикторів, побудовано залежності на одному графіку (рис. 3, 4).

Виходячи з рисунків, можна зробити висновки про те, що масуючий сигнал «Ang» більш ефективний, ніж «білий шум», особливо на ділянці відношення сигнал – завада $-15...+5$ дБ (спостерігаємо швидший спад коефіцієнта кореляції для слів, що маскуються завадою «Ang», особливо для вокалізованих звуків). Форма залежностей відрізняється для чоловіків та жінок: маскування «білим шумом» ефективніше для жіночих голосів ніж для чоловічого. На ділянках невокалізованих звуків та низьких відношень сигнал – завада спостерігаємо більші значення коефіцієнта кореляції для завади «Ang» через те, що завада корелює з інформаційним сигналом.

Характеристики залежності коефіцієнта кореляції $r = f(SN, T_a)$ відрізняються для різних дикторів, що особливо помітно для значень дисперсії коефіцієнта кореляції. Цей факт вказує на кореляційні зв'язки мовного та масуючого сигналів, часові характеристики яких впливають на ефективність інформаційного маскування.

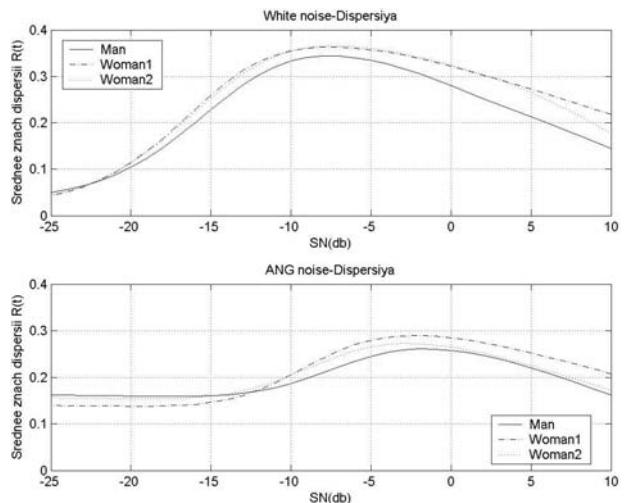


Рисунок 4 – Осереднені значення дисперсії коефіцієнта кореляції по всім контрольним словам трьох дикторів для обох сигналів завад

Артикуляційні випробування мають такі недоліки, як трудомісткість та суб'єктивність експертної оцінки, яка залежить від терміну тренування, втоми, середнього віку й індивідуальних акустичних характеристик мови й слуху членів бригади. Проте необхідно перевірити адекватність методу артикуляційним випробуваннями, які є найприроднішою мірою якості передачі мовного сигналу, для виявлення зв'язку між поведінкою значень дисперсії коефіцієнта кореляції та розбірливістю мови, що вимагає додаткових досліджень.

ВИСНОВКИ

Проведено експериментальні дослідження ефективності маскування методом кореляційного аналізу 25 українських слів промовлених трьома дикторами та розроблено методику досліджень. Параметр ефективності маскування $r = f(T_a)$, визначений відповідно до виразу (1), є мірою оцінки зв'язку між досліджуваними інформаційним сигналом $si(\Delta\omega, t)$ й маскованим сигналом $sni(\Delta\omega, t)$.

Визначено більшу ефективність для української мови завади промислового генератора «ANG2200» ніж «білого шуму».

Спад інформаційної компоненти (коефіцієнта кореляції) спостерігається при значеннях сигнал – завада 0 дБ для завади «ANG2200» та -4 дБ для «білого шуму», що може бути непрямим підтвердженням адекватності запропонованого методу [8, 9].

Адекватність метода до загальноприйнятих параметрів словесної розбірливості можна оцінити проведеним артикуляційних випробувань за стандартною методикою для української мови.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Дворянкин С. В. Обоснование критериев эффективности защиты речевой информации от утечки по техническим каналам / Дворянкин С. В., Макаров Ю. К., Хорев А. А. // Защита информации. INSIDE. – 2007. – № 2. – С. 18–25.
2. Хорев А. А. Оценка эффективности защиты информации от утечки по техническим каналам / Хорев А. А. // Специальная техника. – 2007. – № 1. – С. 51–64.
3. НД ТЗІ-Р-001-2000. Засоби активного захисту мовної інформації з акустичними та вібраакустичними джерелами випромінювання. Класифікація та загальні технічні вимоги. – [Чинний від 2000-04-12]. – Київ : ДСТСЗІ СБ України, 2000. – 23 с.
4. Журавлев В. Н. Анализ метода расчета параметра эффективности маскирования речи в технических каналах утечки / Журавлев В. Н., Архипова Е. А. // Радиоэлектроника, информатика, управління. – 2007. – № 15. – С. 57–64.
5. Архипова О. О. Метод разработки функций эффективности маскирования языка / О. О. Архипова // Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики : VI Всеукр. наук.-практ. конф., 18 квітня 2008 р. : тези доповідей. – К., 2008. – С. 76–77.
6. Цвікер Э. Ухо как приемник информации : пер. с нем. / Цвікер Э., Фельдкеллер Р. ; под редакцией Б. Г. Белкина. – М. : Связь, 1971. – 255 с.
7. Покровский Н. Б. Расчет и измерение разборчивости речи / Покровский Н. Б. – М. : Связьиздат, 1962. – 392 с.
8. Прокофьев М. И. Анализ результатов артикуляционных и сегментальных испытаний сигналов маскирования речи / Прокофьев М. И., Журавлев В. Н. // Правовое, нормативное и метрологическое обеспечение системы защиты информации в Украине. – 2006. – № 13. – С. 14–23.
9. Вемян Г. В. Передача речи по сетям электросвязи / Вемян Г. В. – М. : Радио и связь, 1985. – 272 с.

Надійшла 1.10.2008

В статье рассмотрен корреляционный метод оценки эффективности аддитивного маскирования речевого сигнала. Проведены экспериментальные исследования параметра эффективности маскирования методом корреляционной обработки спектральной плотности мощности маскирующего и тестового сигналов для украинского языка. Оценена адекватность метода обработки.

In the paper the correlation method of effectiveness estimation of verbal signals addition masking is considered. The experimental researches of masking effectiveness parameter by the method of correlation processing of spectral density of the masking and test signals power for the Ukrainian language is performed. The adequacy of processing method is estimated..

УДК 519.711

В. С. Бабков

МОДИФІКАЦІЯ ІЕРАРХІЧНОГО МЕТОДУ RBF ДЛЯ ОТРИМАННЯ 3D-МОДЕЛЕЙ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ

У роботі розглядається задача побудови поверхні у просторі 3D на основі даних тривимірного лазерного сканування. Викладено сутність модифікованого алгоритму, який базується на методі ієрархічної RBF, але адаптований до тривимірного простору і має покращені часові характеристики. Ефективність методу підтверджено експериментально.

ВСТУП

У наш час у багатьох галузях науки і техніки важливу роль відіграє використання тривимірних комп’ютерних моделей, побудованих за результатами дослідження реальних об’єктів складної форми. Підібна задача виникає, наприклад, у таких випадках: пошук дефектів у структурі об’єктів, вивчення внутрішньої структури об’єкта без його руйнування, відновлення об’єкту за неповними даними, побудова тривимірних моделей рухливих об’єктів у реальному часі; оцінка, реконструкція і проектування великих промислових об’єктів і ділянок місцевості.

Існує велика кількість методів одержання проекційних даних для побудови тривимірних моделей. Загальна риса цих методів – видача результатів сканування у вигляді «хмари» точок, що описують по-

верхню об’єкта або системи взаємопов’язаних об’єктів. Зокрема при одержанні проекційних даних про досить великі об’єкти складної форми (інженерні споруди, будинки, ділянки місцевості) застосовується метод лазерного сканування зовнішньої поверхні [1].

АНАЛІЗ СТАНУ ПИТАННЯ

За результатами аналізу алгоритмів та методів побудови тривимірних поверхневих моделей реальних об’єктів за проекційними даними, який було зроблено у [2], можна виділити наступні етапи обробки, які здійснюють найбільший внесок у загальний час реконструкції:

- розрахунок функції RBF для всіх пар проекційних точок;
- розв’язання системи лінійних рівнянь великої розмірності;
- обчислення поверхні за допомогою інтерполянта.

На кожному з цих етапів обчислювальна складність та час виконання операцій визначаються значенням N – кількістю проекційних точок.

Проаналізувавши відомі методи побудови поверхневих моделей, можна зробити висновок, що змен-

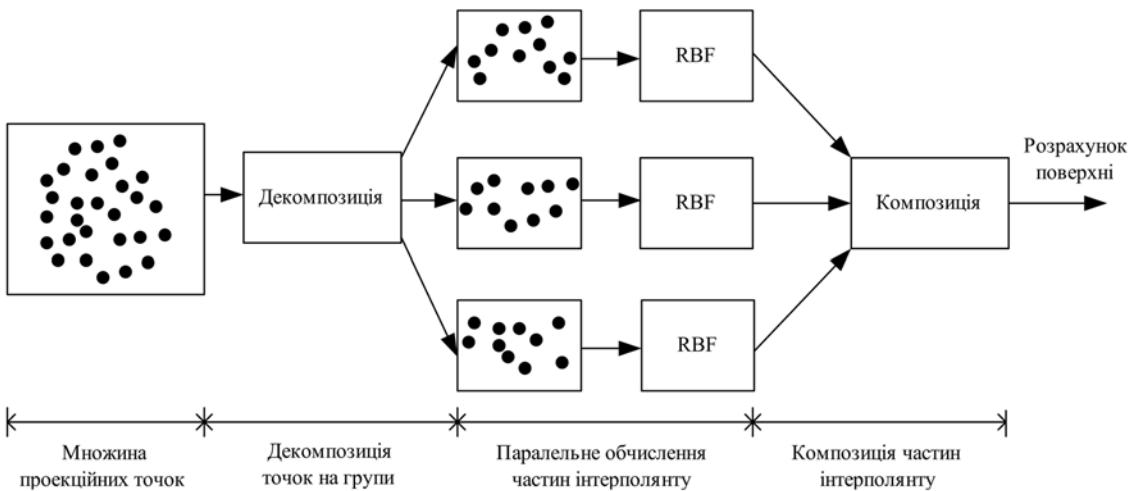


Рисунок 1 – Загальна схема паралельного методу побудови поверхневої моделі

шення обчислювальної та просторової складності досягається за рахунок зменшення кількості проекційних точок, що беруть участь у розрахунках (методи minRBF csRBF, FMM), а також за рахунок декомпозиції точок на групи [3].

Подальше зменшення часових витрат на різних етапах побудови тривимірної моделі доцільно здійснювати за рахунок розпаралелювання алгоритмів та методів. Згідно з висновками, які були зроблені у [4], відомі алгоритми та структури даних не пристосовані до паралельної реалізації. Тому у роботі ставиться задача запропонувати та дослідити засоби підвищення ефективності алгоритмів, з точки зору зменшення часових витрат.

Для розв’язання поставленої задачі пропонується модифікувати відомі методи, засновані на декомпозиції точок, для паралельної реалізації. Схема подібних методів наведена на рис. 1.

Як прототип даного методу використовується метод ієархічної RBF-інтерполяції, який було запропоновано в [3] для побудови тривимірних ландшафтів за контурними геодезичними даними.

Наведений метод для застосування у якості методу розрахунку поверхні за тривимірними проекційними даними має такі недоліки:

- метод передбачає використання двовимірних доменів (площин);

- на етапі декомпозиції використовується процедура впорядкування, яка при значній кількості проекційних точок ($10^6 \dots 10^9$) [5] призводить до великих часових витрат;

- часові характеристики визначені за експериментальними даними [3], показують, що для проекційних даних із кількістю точок $\approx 10^5$ час побудови поверхні складає у середньому 100...500 с, що не дозволяє виконувати реконструкцію поверхні у ре-

альному часі, особливо для динамічних об’єктів та при значно більшій кількості проекційних точок;

– структура поділу простору на домени не є регулярною, тобто домени відрізняються один від одного і їх структура прив’язана до розташування точок у просторі.

У роботі [6] була здійснена спроба адаптувати даний метод до використання у тривимірному просторі, але при цьому до розташування центрів інтерполяції висувалися жорсткі вимоги. Декомпозиція на групи відбувалася за рахунок природного поділу точок на групи, розташовані у паралельних площинах (як це найчастіше буває при отриманні проекційних даних методами неруйнівного сканування – томографія і т. п.). Таким чином ієархічний поділ на піддомени не використовувався, а глобальна функція інтерполяції обчислювалася як лінійна комбінація всіх локальних розв’язань з урахуванням відносного розташування паралельних площин одна від одної.

ОПИС МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ ПОБУДОВИ ПОВЕРХНІ ЗА ПРОЕКЦІЙНИМИ ДАНИМИ

Для використання ієархічного методу для реконструкції поверхні за проекційними точками у тривимірному просторі та для зменшення обчислювальної складності пропонується наступна модифікація.

Розглянемо послідовно етапи декомпозиції та композиції. Пропонується для тривимірного простору, у якому міститься множина проекційних точок P , така

що $P = \left\{ c_i = (x_i, y_i, z_i) \right\}_{i=1}^N \subset \mathbb{R}^3$, здійснювати рекурсивну декомпозицію на рівні частини, що не перехрещуються. Тобто нехай задана множина точок P , яка

роздашована у габаритному об'єкти (box) B^0 , із центром в точці c^0 та стороною a^0 . При декомпозиції на кожному рівні домен B^l розбивається на вісім рівних піддоменів $b_1^{l+1}, \dots, b_8^{l+1}$, що не перехрещуються, тобто $\bigcap_{i=1}^8 b_i^{l+1} = \emptyset$. Це забезпечить регулярність структури даних, яка утворюється при декомпозиції. Параметри доменів обчислюються за наступними формулами:

$$\begin{aligned} a^{l+1} &= \frac{a^l}{2}, \quad c_1^{l+1} = c^l \left(x - \frac{a^{l+1}}{2}, y - \frac{a^{l+1}}{2}, z - \frac{a^{l+1}}{2} \right), \dots, \\ c_8^{l+1} &= c^l \left(x - \frac{a^{l+1}}{2}, y + \frac{a^{l+1}}{2}, z + \frac{a^{l+1}}{2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Множина точок P^l розподіляється між піддоменами за просторовою приналежністю кожному з них, тому на кожному рівні декомпозиції отримується вісім підмножин $P_1^{l+1}, \dots, P_8^{l+1}$. Таким чином зникає необхідність у попередньому впорядкуванню центрів інтерполяції у кожному домені. При такому методі розподілу точок між піддоменами можлива ситуація, за якої піддомен не містить жодної точки. Такі піддомени не можуть брати участі в обчисленні глобальної функції інтерполяції і виконувати для них подальшу декомпозицію не потрібно. Тому на кожному кроці формується домен наступного рівня $l+1$, який являє собою множину піддоменів, до якої слід застосовувати подальшу декомпозицію:

$$B^{l+1} = \{b_1^{l+1}, \dots, b_k^{l+1}\}, \quad (2)$$

де $k = \overline{1, 8}$; $\forall b_i^{l+1} \in B^{l+1} \Rightarrow P_i^{l+1} \neq \emptyset$, $i = \overline{1, k}$.

У результаті отримується деревовидна структура.

Для довільної точки p глобальне розв'язання пропонується відшукувати за допомогою послідовного поєднання локальних розв'язань, починаючи з найнижчого рівня декомпозиції. Тобто для точки p глобальне розв'язання на рівні l буде обчислюватися за формулою

$$f^l(p) = C(F^{l+1}(p)), \quad (3)$$

де C – деяка функція, яка забезпечує безперервність розв'язання на межах піддоменів; F^{l+1} – множина значень локальних розв'язань у піддоменах нижчого рівня.

$$F^{l+1}(p) = \left\{ \alpha_i(p) f_i^{l+1}(p) \right\}, \quad i \in B^{l+1}, \quad (4)$$

де $\alpha_i^{l+1}(p)$ – коефіцієнт впливу локального розв'язання на глобальне; $f_i^{l+1}(p)$ – значення локального інтерполянту; B^{l+1} – множина піддоменів нижчого рівня, які беруть участь у розрахунку.

Вплив на глобальне розв'язання може здійснювати як локальний інтерполянт піддомену, у якому знаходиться точка p , так і локальні інтерполянти піддоменів, що є сусідніми (тобто мають того ж домена предка і розташовані на одному рівні з вказаним).

У зв'язку з цим, на відміність від відомих методів, у даному випадку вводиться два варіанти функції відстані $\beta_{\text{int}}(p)$ та $\beta_{\text{ext}}(p)$. Для забезпечення умови $\sum_{i \in B^{l+1}} \alpha_i(p) = 1$, коефіцієнти повинні бути нормованими, і обчислюватимуться за формулою

$$\alpha_i(p) = \frac{\beta_{\text{int}_i}(p)}{\beta_{\text{int}_i}(p) + \sum_{j \in B^{l+1} - b_i} \beta_{\text{ext}}(p)}. \quad (5)$$

У загальному випадку функції відстані повинні задовольняти наступним умовам:

$$\beta_{\text{int}}(p) = \begin{cases} 0, & p \text{ лежить на межі піддомену}; \\ 1, & p \text{ лежить у центрі піддомену}, \end{cases} \quad (6)$$

$$\beta_{\text{ext}}(p) = \begin{cases} 0, & p \text{ лежить у центрі сусіднього піддомену}; \\ 1, & p \text{ лежить на межі даного піддомену,} \\ & \text{що найбільше віддалена} \\ & \text{від сусіднього піддомену}. \end{cases} \quad (7)$$

Функція безперервності C повинна забезпечувати безперервність розв'язання (тобто відсутність точок розриву першого роду) на межах доменів. Для цього у відомих алгоритмах використовується, в залежності від мірності простору, функція згасання [3, 5]. У модифікованому алгоритмі пропонується поєднувати частини локальних інтерполянтів за допомогою наступної функції:

$$C(F^{l+1}(p)) = \frac{1 + \sum_{i \in B^{l+1}} f_i^{l+1}(p)}{|B^{l+1}|}. \quad (8)$$

Загальний вид модифікованих алгоритмів декомпозиції та обчислення глобального інтерполянта можна записати наступним чином:

Декомпозиція (P, B^0)

$\{ n = |P|$

якщо $n > M$, то

{

розрахунок параметрів $a^{l+1}, c_1^{l+1}, \dots, c_8^{l+1}$

визначення підмножин $P_1^{l+1}, \dots, P_8^{l+1}$

формування множини B^{l+1}

для $b_i \in B^{l+1}$

```

Декомпозиція( $P_i^{l+1}$ ,  $b_i$ )
{
    інакше
        Локальне розв'язання RBF-системи для множини  $P$ 
    }
}

Обчислення( $p$ ,  $B^l$ )
{
    якщо  $p \notin B^l$ , то
        повернути 0
    якщо  $l$  – це лист дерева, то
        повернути  $f_{rbf}(p)$ 
    інакше
        {
            визначення  $\beta_{int}(p)$ ,  $\beta_{ext1}(p)$ , ...,  $\beta_{ext_k}(p)$ 
            для  $b_i \in B^{l+1}$ 
            {
                визначення  $\alpha_i(p)$ 
                 $f_i^{l+1}(p) = \alpha_i * \text{Обчислення}(p, b_i)$ 
            }
            формування множини  $F^{l+1}$ 
            повернути  $C(F^{l+1})$ 
        }
}
}

```

Вхідними даними алгоритму декомпозиції є множина точок P та поточний домен B , що містить дану множину. M – це максимальна кількість точок, яка може бути у довільному домені після декомпозиції. Даний параметр може визначатися розміром системи, яка може бути локально розв'язана при послідовному або паралельному способі обчислення.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИДУ ФУНКЦІЇ ВІДСТАНІ НА ПОХИБКУ МЕТОДУ

При розробці модифікованого алгоритму виникає проблема вибору виду функції відстані β . Враховуючи умови (6), (7), схематично функцію відстані можна зобразити так: див. рис. 2.

Як зрозуміло з умов, які висуваються до функції β_{int} , функція повинна характеризувати вплив локального інтерполянту на значення у точці p в залежності від її розташування у домені. Чим більше точка віддалена від центру інтерполяції (центру домену), тим меншим є вплив локального інтерполянта. Межовими випадками є розташування точки p в центрі інтерполяції (центрі домену) та розташування на межі домену.

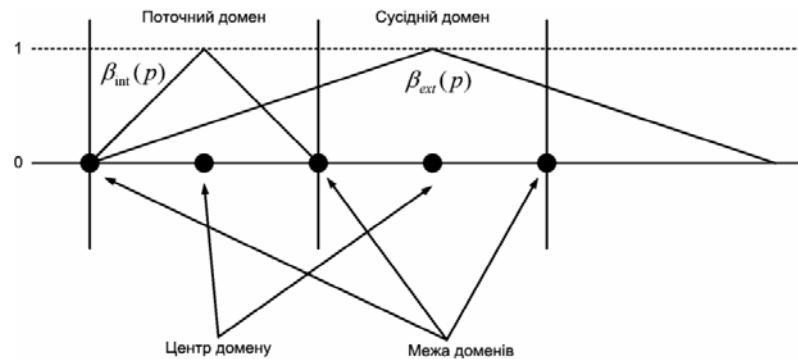
У першому випадку вплив максимальний $\beta_{int}(p) = 1$, у другому – мінімальний $\beta_{int}(p) = 0$. Аналогічні доводи можна навести і для функції β_{ext} . Відмінність полягає у тому, що інтерполант сусіднього домену найменше впливає у випадку, коли точка p найбільше віддалена від його центру інтерполяції (центру домену), тобто знаходиться на протилежній межі поточного домену. Найбільший вплив спостерігається при розташуванні точки p у центрі інтерполяції сусіднього домену (центрі домену). У попередніх твердженнях поняття «центр інтерполяції» та «центр домену» ототожнюються. У реальних випадках це не так, оскільки кожен домен може містити кілька центрів інтерполяції (не більше за $Thresh$) і ці центри можуть довільно сконцентруватися у різних місцях домену. У запропонованому методі відправну точку для обчислення функції відстані пропонується обирати як центр мас центрів інтерполяції домену.

Розглянемо можливі варіанти вибору функції відстані з точки зору зменшення похибки при визначенні глобального розв'язання на основі локальних. У якості функції відстані будемо розглядати наступні варіанти: див. рис. 3 (на прикладі функції β_{int}).

Залежності, вказані на рис. 3, математично можуть бути виражені, наприклад, наступним чином:

$$f1(p) = \frac{4\left(p - c + \frac{a}{2}\right)\left(c + \frac{a}{2} - p\right)}{a^2}, \quad (9)$$

де c – центр домену; a – сторона домену.



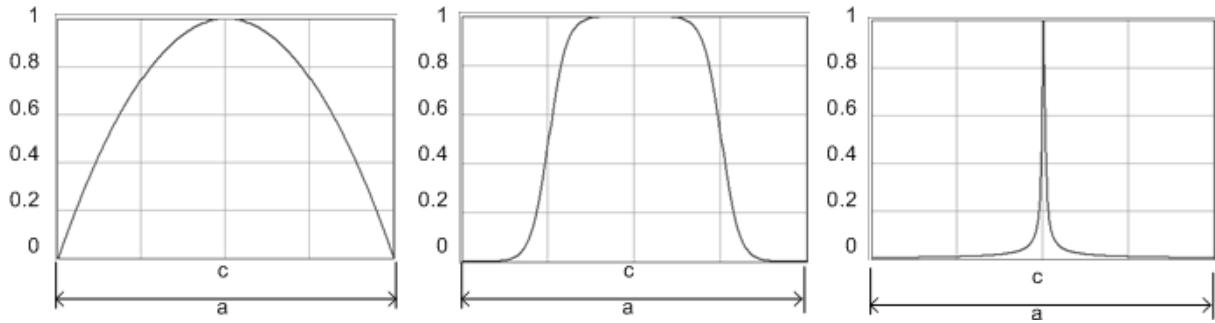


Рисунок 3 – Функції відстані:
а – квадратична; б – експоненційна; в – IMQ

$$f2(p) = \frac{1}{1 + e^{2(|p - c| - \frac{a}{4})}}, \quad (10)$$

$$f3(p) = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2(p - c)^2}}, \quad (11)$$

де k – коефіцієнт згладжування.

Слід зазначити, що функція (9) – це квадратична функція відстані, запропонована в [3]. Функція (11) – це інверсний мультиквадрик (IMQ). При використанні функції (11) параметр k обчислюється за формулою

$$k = c - ce, \quad (12)$$

де c – центр поточного домену; ce – центр сусіднього домену.

Такий вибір коефіцієнту згладжування забезпечує умову: $p \rightarrow c \pm \frac{a}{2} \Rightarrow f3(p) \rightarrow 0$.

Розглянемо, як впливає вибір функції відстані на похибку при розрахунку глобального інтерполянта. Для цього розглянемо узагальнену ситуацію, коли множина центрів інтерполяції розбивається на два домени: $D_1: c_1, c_2, \dots, c_m$ та $D_2: c_{m+1}, c_{m+2}, \dots, c_N$, де N – загальна кількість центрів інтерполяції. Запишемо глобальний інтерполант, який можна отримати прямим методом RBF (F_1) та глобальний інтерполант, отриманий за допомогою модифікованого алгоритму (F_2):

$$F_1(p) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \phi(p, c_i);$$

$$F_2(p) = \frac{F'(p) + F''(p) + 1}{2}, \quad (13)$$

де $F'(p)$, $F''(p)$ – локальні інтерполанти з урахуванням вагових коефіцієнтів. Запишемо вирази для локальних інтерполантів:

$$F'(p) = \alpha_1(p)f'(p) = \alpha_1(p) \sum_{i=1}^m \lambda'_i \phi(p, c'_i),$$

$$F''(p) = \alpha_2(p)f''(p) = \alpha_2(p) \sum_{i=m+1}^N \lambda''_i \phi(p, c''_i). \quad (14)$$

Враховуючи, що при розрахунку глобального інтерполянта $F_1(p)$ порядок, у якому впорядковані точки c , значення не має, можна вважати, що всі центри інтерполяції згруповані у вигляді $c_1, \dots, c_m, c_{m+1}, \dots, c_N$. Завдяки такій впорядкованості можна стверджувати, що

$$\phi(p, c'_i) = \phi(p, c_i), \quad i \in [1, m],$$

$$\phi(p, c''_i) = \phi(p, c_i), \quad i \in [m+1, N]. \quad (15)$$

Враховуючи вирази (13–15), запишемо значення абсолютної похибки при обчисленні глобального інтерполянта:

$$\Delta F = F_1 - F_2 =$$

$$= \frac{2 \sum_{i=1}^N \lambda_i \phi(p, c_i) - \alpha_1(p) \sum_{i=1}^m \lambda'_i \phi(p, c_i) - \alpha_2(p) \sum_{i=m+1}^N \lambda''_i \phi(p, c_i) - 1}{2}.$$

Оскільки мета вибору функції відстані – зменшення похибки, то $\Delta F \rightarrow 0$. Для цього верхня частина дробу повинна спрямовуватися до 0, а відповідно, його ліва частина до 1. Шляхом простих перетворень визначаємо, що для зменшення похибки повинна виконуватися умова

$$\sum_{i=1}^m \phi(p, c_i) (2\lambda_i - \alpha_1(p)\lambda'_i) +$$

$$+ \sum_{i=m+1}^N \phi(p, c_i) (2\lambda_i - \alpha_2(p)\lambda''_i) \rightarrow 1. \quad (16)$$

Можна бачити, що ліва частина виразу – це глобальний інтерполант, отриманий за прямим методом

RBF, і умова (16) буде виконуватися у наступних випадках:

$$\begin{aligned} 2\lambda_i - \alpha_2(p)\lambda_i'' &= \lambda_i, \quad i \in [m+1, N]; \\ 2\lambda_i - \alpha_1(p)\lambda_i' &= \lambda_i, \quad i \in [1, m]. \end{aligned} \quad (17)$$

Розглянемо на прикладі першої умови. Виразимо $\alpha_1(p) = \frac{\lambda_i}{\lambda'_i}$. З іншого боку, наприклад, для випадку двох центрів інтерполяції у двох доменах за формулою (5) можна записати:

$$\alpha_1(p) = \frac{\beta_{\text{int}_1}(p)}{\beta_{\text{int}_1}(p) + \beta_{\text{ext}_1}(p)}. \quad (18)$$

Права частина виразу (18) для випадку двох центрів інтерполяції у двох доменах може бути визначена наступним чином. λ_i – це коефіцієнти, що у даному випадку є розв'язанням системи рівнянь виду

$$\begin{bmatrix} 1 & \varphi(c, c_e) \\ \varphi(c_e, c) & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Розв'язуючи систему (19) отримуємо: $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1 - \varphi(c, c_e)}{1 - \varphi^2(c, c_e)}$. Враховуючи, що $\varphi(c, c_e) = \sqrt{1 + (c - c_e)^2}$ і покладаючи $c - c_e = d$, отримаємо:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{\sqrt{1 + d^2} - 1}{d^2}. \quad (20)$$

Розв'язуючи локальні системи, отримуємо: $\lambda'_1 = \lambda'_2 = 1$. Відповідно, вираз (20) буде правою частиною. Розглянемо, як буде визначатися похибка у визначені виразу для $\alpha_1(p)$ в залежності від виду функції відстані.

Для квадратичної функції вираз (9) підставляємо у формулу (18) і зрівнюємо з виразом (20). У результаті отримуємо:

$$\Delta\alpha = \frac{\left(p - c + \frac{a}{2}\right)\left(c + \frac{a}{2} - p\right)}{2cp - 2p^2 - c^2 + \frac{a^2}{2} + 2c_e p - c_e^2} - \frac{\sqrt{1 + d^2} - 1}{d^2}. \quad (21)$$

Аналогічно для експоненційної функції отримуємо:

$$\Delta\alpha = \frac{1 + e^{2(|p - c_e| - \frac{a}{4})}}{2 + e^{-\frac{a}{2}}(e^{2(|p - c_e|)} + e^{2|p - c|})} - \frac{\sqrt{1 + d^2} - 1}{d^2}. \quad (22)$$

і для функції IMQ отримуємо:

$$\Delta\alpha = \frac{\sqrt{1 + (p - c_e)^2}}{\sqrt{1 + (p - c_e)^2} + \sqrt{1 + (c - c_e)^2}(p - c)} - \frac{\sqrt{1 + d^2} - 1}{d^2}. \quad (23)$$

Проаналізуємо вирази (21–23). У даних виразах: p – поточна точка домену, c – центр інтерполяції поточного домену, c_e – центр інтерполяції сусіднього домену, a – сторона домену, d – відстань між центрами інтерполяції ($c - c_e$).

Якщо домен має сторону a , то точка p може лежати у межах $[c \dots c_e]$, а параметр d може змінюватися у межах $[0 \dots 2a]$. Побудуємо графіки залежності похибки визначення α від p та d , зафіксувавши c та a (див. рис. 4).

Проаналізувавши рис. 4, можна зробити наступні висновки. При використанні квадратичної функції відстані абсолютне значення похибки при $p \in [c, c_e]$ і $d \in [0, 2a]$ не перевищує 0,08. Оскільки максимальне значення $\alpha = 1$, то це відповідає відносній похибці

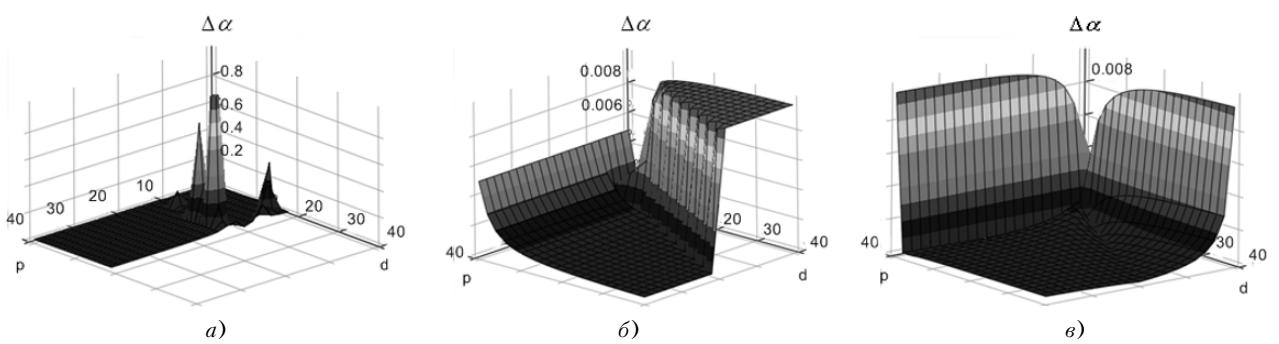


Рисунок 4 – Залежності абсолютної похибки $\Delta\alpha$ від розташування шуканої точки та відстані між центрами інтерполяції для функції відстані:

a – квадратичної, b – експоненційної, c – IMQ

8 %. Крім того, для певних комбінацій параметрів p та d визначення значення функції унеможливлюється, тому що доводиться виконувати ділення на нуль. При використанні експоненційної функції відстані абсолютно значення похибки при $p \in [c, c_e]$ і $d \in [0, 2a]$ не перевищує 0,01, це відповідає відносній похибці 1 %. При цьому найгіршим випадком є ситуація, коли $d \rightarrow 2a$ і $p \rightarrow c$. При використанні функції відстані IMQ абсолютно значення похибки при $p \in [c, c_e]$ і $d \in [0, 2a]$ не перевищує 0,01, це відповідає відносній похибці 1 %. При цьому існує два найгірші випадки: коли $d \rightarrow 2a$ і $p \rightarrow c$ та $d \rightarrow 0$ і $p \rightarrow c_e$. Такими чином для модифікованого методу використання квадратичної функції відстані неможливе. Якщо порівнювати експоненційну та функцію IMQ, то можна спостерігати, що діапазон значень p та d у ситуації, коли $d \rightarrow 2a$ і $p \rightarrow c$, дає менші значення помилки у функції IMQ ніж у експоненційної (див. рис. 4, б та 4, в).

Порівнямо мінімальне значення

помилки, максимальне та середнє для експоненційної функції та IMQ (див. табл. 1). З табл. 1 видно, що з точки зору мінімальної похибки, більш придатною є функція IMQ.

Таблиця 1 – Порівняння похибок для експоненційної функції та IMQ

	Експоненційна, %	IMQ, %
$\Delta\alpha_{\min}$	0,00361	0
$\Delta\alpha_{\max}$	0,98	0,98
$\Delta\alpha_{\text{avg}}$	0,31	0,09163

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ

Для визначення ефективності модифікованого методу був виконаний обчислювальний експеримент,

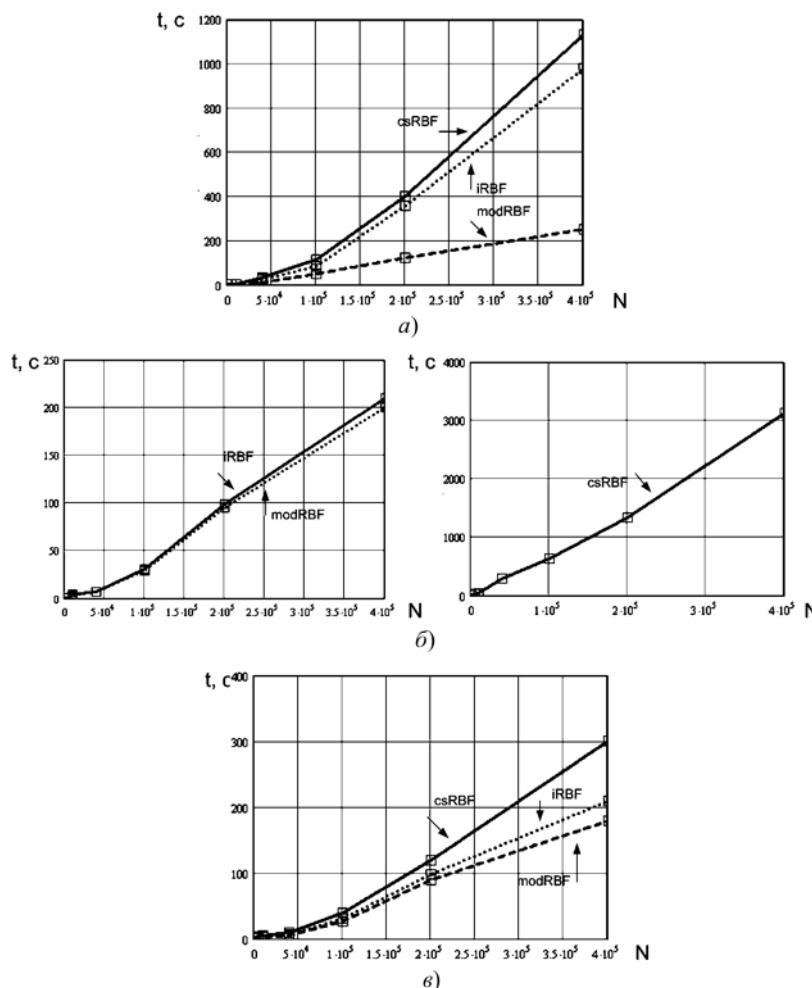


Рисунок 5 – Результати експериментальних досліджень:

а – t_{decomp} – час декомпозиції та побудови матриць,

б – t_{solve} – час розв'язання систем,

в – t_{eval} – час обчислення поверхні

у якому реконструкція одного й того ж об'єкту (Stanford Bunny 7) здійснювалась для різної кількості проекційних точок трьома методами: прямий RBF з використанням компактних функцій [8] (який має кращі часові характеристики серед послідовних методів, як показано у [2]), ієрархічний RBF [3], модифікований алгоритм. Слід зазначити, що прямий RBF є послідовним алгоритмом, що не передбачає розпаралелювання. Можливість паралельного розв'язання систем у методах, заснованих на декомпозиції, імітувалась їх послідовним розв'язанням з наступним визначенням часу за формулою

$$t_{\text{solve}} = \max(t_{\text{solve}_i}), \quad (24)$$

де $i \in [1 \dots M]$; t_{solve_i} – час розв'язання i -ї системи; M – кількість систем, що розв'язуються одночасно.

В експерименті порівнювалися часові витрати на трьох етапах: побудова матриці (декомпозиція), розв'язання систем, обчислення поверхні. Результати експерименту наведено на рис. 5.

Як видно з рис. 5, на етапі декомпозиції модифікований метод показує значний виграв у часі у порівнянні з методами компактної та ієрархічної RBF. Це можна пояснити відсутністю при декомпозиції процедури впорядкування точок. На рис. 5, б час розв'язання послідовного методу компактної RBF винесено окремо, оскільки послідовний метод має значно гірші характеристики, у порівнянні з паралельним розв'язанням систем в інших методах. Як можна бачити, при приблизно однаковій кількості точок у доменах ієрархічний та модифікований метод мають приблизно однакові характеристики. На етапі обчислення поверхні (рис. 5, в) модифікований метод має менші часові витрати. Це можна пояснити регулярною структурою дерева, яке утворюється при декомпозиції за модифікованим методом.

ВИСНОВКИ

В результаті проведених досліджень розроблено модифікований метод побудови поверхонь у тривимірному просторі, який може бути використаний для створення тривимірних моделей реальних об'єктів на основі проекційних даних. Дослідження показали, що модифікований метод має кращі часові характеристики, ніж метод-прототип завдяки відсутності процедури впорядкування точок, регулярній структурі дерева та паралельній реалізації. На практиці запропонованій метод використано у програмній системі для 3D-реконструкції у медичній практиці [9].

Бачиться, що більшого ефекту, з точки зору зменшення часових витрат, можна досягти при паралель-

ній реалізації етапів декомпозиції та обчислення поверхні, що є подальшим напрямком дослідження.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Мельников С. Р. Лазерное сканирование: новый метод создания трехмерных моделей местности и инженерных объектов / С. Р. Мельников // Информационный бюллетень «ГИС-Ассоциации». – СПб. : Санкт-Петербургское общество геодезии и картографии, 2001. – № 2(29)-3(30). – С. 35–37.
2. Башков Е. А. Исследование возможностей применения RBF-алгоритма и его модификаций для построения поверхностных компьютерных моделей в медицинской практике / Е. А. Башков, В. С. Бабков // Сборник трудов международной конференции «Моделирование-2008», 14–16 мая 2008 г. – Киев : Институт проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пулюха, 2008. – Т. 1. – С. 166–171.
3. Pouderox J. Adaptive hierarchical RBF interpolation for creating smooth digital elevathion models / J. Pouderox [et al.] // Proc. 12-th ACM Int. Symp. Advances in Geographical information Systems 2004. – ACP Press, 2004. – Р. 232–240.
4. Бабков В. С. Реконструкція 3D-моделей реальних об'єктів методом RBF з використанням GPU / В. С. Бабков // Наукові праці Донецького національного технічного університету : Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». – Донецьк : ДонНТУ, 2008. – Випуск 9 (132). – С. 132–136.
5. Tobor I. Multi-scale reconstruction of implicit surfaces with attributes from large unrecognized point set / I. Tobor, P. Reuter, C. Schlick // Proc. Shape Modelling Int. 2004. – IEEE CS press, 2004. – Р. 67–76.
6. Qiang W. Surface rendering for parallel slice of contours from medical imaging / [W. Qiang, Z. Pan, C. Chun, B. Jiajun] // Computing in science & engineering. – 2007. – V. 9, № 1. – Р. 32–37.
7. Level of Detail for 3D Graphics [Електронний ресурс] / Martin Reddy // 2008. – Режим доступу до ресурсу: <http://lodbook.com/models/>.
8. Kojekine N. Software Tools Using CSRBFs for Processing Scattered Data / N. Kojekine, I. Hagiwara, V. Savchenko // Computers & Graphics. – 2003. – V. 27, № 2. – Р. 311–319.
9. Бабков В. С. Проектирование многофункциональной программной системы для реконструкции трехмерных объектов в медицинской практике / В. С. Бабков, Е. В. Иващенко // Сборник трудов третьей международной научно-технической конференции молодых ученых и студентов «Інформатика и компьютерные технологии», 11–13 декабря 2007 г. – Донецк : Донецкий национальный технический университет, 2007. – С. 285–287.

Надійшла 1.08.2008

В работе рассматривается задача построения поверхности в пространстве 3D на основе данных трехмерного лазерного сканирования. Изложена сущность модифицированного метода, который базируется на методе иерархической RBF, но адаптирован для трехмерного пространства и имеет улучшенные временные характеристики. Эффективность метода подтверждена экспериментально.

In the paper the problem of surface construction in 3D space on the basis of 3D laser scanning data is considered. The essence of the modified method, based on the method of hierarchy RBF, but adapted for 3D space and improved time characteristics, is presented. Method efficiency is experimentally proved.

УДК 681.51:007.5

В. А. Гороховатский, Е. О. Передрий

КОРРЕЛЯЦІОННІ МЕТОДИ РАСПОЗНАВАННЯ ІЗОБРАЖЕНИЙ ПУТЕМ ГОЛОСОВАННЯ СИСТЕМ ФРАГМЕНТОВ

Приведені результати дослідження по застосуванню голосуючих процедур в кореляціонних методах распознавання зображенів. Вивчені способи формування систем фрагментів, формалізована постановка завдання распознавання, проаналізовано рознообразіє варіантів голосування, путем вибора признаків фрагментів і установлення відповідності між ними. Експериментальні результати підтверджують ефективність застосування методу.

ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Корреляционные методы распознавания приобрели популярность в системах компьютерного зрения из-за высокой надежности, хорошей работоспособности в широком диапазоне внешних условий, а также вследствие высокой помехозащищенности относительно аддитивного шума [1, 2]. Корреляционными считают все подходы к распознаванию, так или иначе основанные на построении меры сходства $\psi(B, B_0)$ анализируемого изображения $B(x, y) \in W$, $(x, y) \in D$ и эталона $B_0(x, y) \in W_0$, $W_0 \subset W$ (W – множество изображений, W_0 – множество эталонов, D – область определения изображений) и оптимизации ее значения на множестве W_0 и на множестве преобразований g из группы G [3].

Разработка модификаций корреляционного подхода привела к появлению ряда методов, обладающих наряду с устойчивостью к аддитивным шумам также достаточно хорошей помехозащищенностью и к действию помех локального типа. Этот путь связан с анализом фрагментов D_i изображения, когда область определения D представляется в виде $D = \cup D_i$. В методе частных корреляций [3, 7] при определении координат объектов предполагается построение иерархической меры, значение которой вычисляется в два этапа: сначала для соответствующих фрагментов, а затем на основе этого – результирующее сходство.

Эффективным путем установления соответствия между множествами фрагментов, аппроксимирующими распознаваемый объект и эталоны, является голосование. Методы голосования получили распространение при распознавании визуальных объектов путем анализа множества локальных признаков [4, 5]. Представляется целесообразным осуществить построение корреляционных методов на основе голосования

фрагментов или их признаков, обеспечивая тем самым устойчивость и гибкость принятия решения относительно локальных помех и фона.

Цель исследования – создание модификаций корреляционных методов распознавания визуальных объектов на базе процедур голосования как разновидности структурного анализа изображения.

Задачи исследования – анализ путей формирования набора информативных фрагментов, создание подхода к реализации корреляционного сходства путем голосования системы фрагментов, исследование работоспособности, быстродействия и помехозащищенности представленного подхода путем компьютерного моделирования.

1 ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ФРАГМЕНТОВ

Фрагментация может быть выполнена многими способами, имеющими свои преимущества в определенных ситуациях. В методе частных корреляций в целях использования оптимальных соответствий фрагменты строятся путем включения всех точек объекта (рис. 1, а), в то же время в других ситуациях в интерактивном режиме можно построить более простую и часто более эффективную для целей распознавания систему информативных фрагментов (рис. 1, б). При автоматическом построении характерных признаков с учетом анализа возможного движения объектов система фрагментов формируется путем поэлементного сканирования окном фиксированных размеров [2, 7].

Особенностью применения голосования в корреляционных методах по сравнению с признаковыми под-

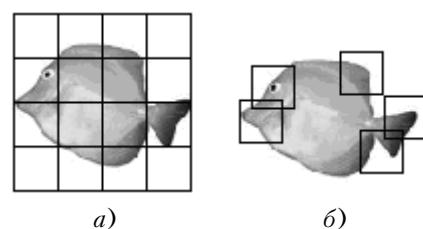


Рисунок 1 – Примеры систем фрагментов:
а – фиксированная, б – произвольная

ходами есть то, что пространственное соответствие сопоставляемых фрагментов анализируемого изображения и эталона строго фиксируется, что в целом позволяет существенно упростить обработку [5].

Пусть эталонные изображения представлены множествами информативных фрагментов $B_0^j = \{b_i^j\}$, $i = \overline{1, s_j}$, $W_0 = \{B_0^j\}$, $j \in J$, где J – множество классов (эталонов), s_j – количество фрагментов j -го эталона.

На пространственное размещение фрагментов разных эталонов в общем случае не будем накладывать особых ограничений. Фрагменты эталонов могут выбираться либо с помощью автоматической процедуры путем построения и оптимизации откликов локальных фильтров, либо случайным образом, либо в интерактивном режиме. В частности, информативные фрагменты можно отобрать, учитывая степень различия их характеристик для разных эталонов [2].

В сравнительном аспекте в работе рассматривается несколько разновидностей систем фрагментов, каждая из которых имеет особенности при реализации корреляционных процедур (рис. 1). Первая из систем предполагает выбор фиксированного набора фрагментов, одинакового для всех эталонов и распознаваемого объекта. Частным случаем этой системы есть полная система фрагментов, применяемая в методе частных корреляций [1, 7]. Вторая система предполагает произвольный выбор фрагментов, возможно, различных для отдельных эталонов. Здесь пользователь может случайным образом или в интерактивном режиме выбирать фрагменты, наиболее важные для конкретных применений. При таком построении необходимо для множества распознаваемых эталонов формировать объединенную систему, в которую включены множества фрагментов всех эталонов. Каждая из выбранных систем должна быть проверена на предмет обеспечения необходимого уровня качества распознавания для множества эталонов.

Конкретные применения могут потребовать как построения соответствующих систем фрагментов, так и способов их анализа. Например, пользователь может указать на анализируемом изображении наиболее важные с его точки зрения фрагменты, по которым система распознавания должна отыскать наиболее подходящую модель из базы эталонов [4]. В этом случае распознавание в зависимости от приложения можно осуществлять либо путем сканирования сформированной информативной системой с учетом пространственной структурной связи фрагментов, либо принимать решение на основе обобщения локальных решений каждого из фрагментов.

2 ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОВ ГОЛОСОВАНИЯ

Формализацию процесса распознавания путем голосования фрагментов можно осуществить следующим образом.

Реализуем построение на анализируемом изображении B системы фрагментов, аналогичных эталону с номером j . Затем проведем оптимизацию (с учетом геометрических преобразований) на множестве эталонов значения некоторой функции $\psi(\cdot)$, определяющей количество или долю голосов, отданных j -му классу. Значение функции $\psi(\cdot)$ отображает степень соответствия двух изображений, представленных множествами фрагментов. Аргументами функции $\psi(\cdot)$ являются: тип системы фрагментов, параметр g геометрических преобразований, номер j -го эталона. Решение принимается в соответствии с максимальным значением $\psi(\cdot)$. При фиксированной системе фрагментов $\psi(\cdot)$ становится функцией двух переменных – j и g . В результате класс изображения можно определить как

$$j^* = \arg \max_{j \in J} \max_{g \in G} \psi(B(j), B_0^j g), \quad (1)$$

где $B(j)$ – система фрагментов, построенная на изображении B в соответствии с фрагментным представлением эталона из класса j , $B_0^j g$ – аналогичная система, полученная на преобразованном под действием геометрического преобразования эталоне B_0^j .

В результате решения (1) наряду с оценкой j^* параметра класса получаем также и значение оценки g^* для параметра преобразования g . Учитывая, что в корреляционных подходах решение задач оптимизации вида (1) осуществляется, как правило, путем полного перебора возможных значений параметров, порядок поиска максимума принципиального значения не имеет. Решение будет аналогичным, если в (1) вначале найти максимум по переменной j , а затем – по переменной g . В данной работе для конкретности ограничимся рассмотрением случая, когда G есть группа двумерных смещений с множеством значений в пределах поля зрения.

Введем понятие функции $\xi(i, j)$ соответствия для пары фрагментов с номерами i и j . В общем случае сравниваемые фрагменты могут иметь разный размер и типы, но в целях упрощения будем рассматривать фрагменты одинакового вида. В корреляционных методах функция $\xi(i, j)$ обычно вычисляется как сходство фрагментов в соответствии с некоторой метрикой. В качестве примера $\xi(i, j)$ можно использовать одну из метрик $\rho(i, j)$ для векторных пространств, например, простую в вычислительном плане метрику суммы модуля разностей

$$\xi(i, j) = -\rho(i, j) = -\sum_{k=1}^K |b_k(i) - b_k^j|, \quad (2)$$

где k – номер пикселя изображения внутри фрагмента, K – количество точек фрагмента, $\rho(i, j)$ – расстояние для пары фрагментов (i, j) , а знак минус

используется для того, чтобы величина $\xi(i, j)$ росла с увеличением сходства. Другой вариант достижения этого свойства – построение функции соответствия вида $\xi(i, j) = \exp[-q\rho(i, j)]$, где q – константа.

Диапазон изменения значений функции $\xi(i, j)$ в виде (2) можно считать известным в связи с фиксированным диапазоном яркости изображения. При необходимости этот диапазон можно привести к интервалу $[0, 1]$.

Рассмотрим теперь возможные подходы к построению меры сходства ψ путем голосования на основе функции ξ .

Совместное голосование. Значение функции $\psi(\cdot)$ определим в виде

$$\psi(B(j), B_0^j g) = \frac{1}{s_j} \sum_{i=1}^{s_j} \eta_g(i, j), \quad (3)$$

где предикат $\eta_g(i, j)$ соответствия i -го фрагмента изображения эталону j -го класса определяется в виде бинарной модели

$$\eta_g(i, j) = \begin{cases} 1, & \xi_g(i, j) \geq \varepsilon, \\ 0, & \xi_g(i, j) < \varepsilon, \end{cases} \quad (4)$$

где $\xi_g(i, j)$ – функция соответствия эталону j с учетом параметра преобразования g , а значение ε задает порог значимости величины $\xi_g(\cdot)$. Нормировка в соотношении (3) обеспечивает независимость значения голосующей функции от количества фрагментов конкретного эталона, если величины s_j различны. В соответствии с выражением (3) значения функции $\psi(\cdot)$ принадлежат отрезку $[0, 1]$.

Следует отметить, что значения, полученные в соответствии с соотношениями (3), (4), и далее используемые в (1) при определении максимума, из-за отсечения важной информации могут оказаться незначительными по величине и в результате привести к ложному определению класса. Дело в том, что вычисление в (3), (4) не ограничивает размер коалиции фрагментов, на основе которой принимается решение. В результате решение может быть принято даже по одному фрагменту, что недопустимо с практической точки зрения.

Чтобы избежать этих трудностей, на величину максимума в (1) должно быть наложено дополнительное ограничение вида

$$\max_{j \in J} \max_{g \in G} \psi(B(j), B_0^j g) \geq \varepsilon_m, \quad (5)$$

т. е. суммарное оптимальное сходство фрагментов приобретает значимость только тогда, когда оно больше некоторой величины степени доверия ε_m . Из неравенства (5) следует, что в процессе вычисления

максимума необходимо дополнительно проверять условие $\psi(B(j), B_0^j g) \geq \varepsilon_m$.

Учитывая, что значения $\psi(\cdot)$ принадлежат отрезку $[0, 1]$, значение порога ε_m со статистической точки зрения при равнозначных фрагментах должно быть выбрано в виде $\varepsilon_m = 0,5$, хотя возможны ситуации, когда степень доверия задается условием $\varepsilon_m < 0,5$ [1, 3]. В таком случае решение может быть принято по коалиции наиболее важных фрагментов.

Независимое голосование. Рассмотрим теперь систему из s фрагментов, представляющую собой объединение множеств информативных фрагментов всех классов, $s = \sum_{j=1}^J s_j$ – количество фрагментов системы.

Построим идентичную систему из s фрагментов для изображения и эталонов. Частным случаем есть система одинаковых фрагментов для всех эталонов, т. е. когда $s_k = s_j$, $k \neq j$, а координаты и размеры фрагментов разных эталонов совпадают. В таком случае выполнено $\forall k s = s_k$.

Вначале для каждого из фрагментов полученной системы определим номер класса, для которого достигается максимальное значение величины $\xi_g(i, j)$, т. е. вычислим

$$\phi_g[i] = \arg \max_{j \in J} \xi_g(i, j). \quad (6)$$

Значение $\phi_g[i]$ при этом зависит от параметра g . Затем на полученном множестве значений $\phi_g[i]$ сформируем распределение (гистограмму) $p_g[j]$ голосов, отданных элементами множества $\{\phi_g[i]\}$ за каждый из классов

$$p_g[j] = \#\{i | \phi_g[i] = j\}, \quad (7)$$

где символ $\#$ обозначает мощность (количество элементов) множества.

Номер результирующего класса определим в соответствии с максимумом по параметру g на множестве полученных гистограмм

$$j^* = \arg \max_{g \in G} \{p_g[j]\}. \quad (8)$$

Ограничение вида (5) для данного типа голосования имеет вид

$$\max_{g \in G} \{p_g[j]\} \geq \varepsilon_p, \quad (9)$$

где ε_p – порог для величины максимума, выражаящийся в значимом количестве голосов. Последовательность действий (6)–(8) фактически задает серию возможных построений конкретных алгоритмов.

Принципиальное отличие независимого и совместного видов голосования состоит в том, что при независимом голосовании каждый фрагмент самостоя-

тельно формирует голос, а затем по множеству этих голосов принимается итоговое решение. При совместном голосовании голос за соответствующий класс каждый раз формируется по результатам анализа всех фрагментов системы.

Одним из вариантов подхода является множественное голосование одновременно за несколько классов, что в целом приводит к сглаживанию итоговой гистограммы и повышению устойчивости решения. При этом появляется необходимость использования дополнительных пороговых величин для значений функции $\xi(i, j)$, связанных с необходимостью сокращения количества одновременно голосующих элементов.

Заметим, что построение независимого голосования в случае различающихся для эталонов систем фрагментов основано на несколько большем общем количестве фрагментов, чем совместное голосование, и, соответственно, имеет большую информативность, что должно обеспечить и большую надежность решений.

Голосование с поддержкой. Общепризнанным фактом можно считать то, что проведение голосования с учетом голосов соседних фрагментов или ближайших по значению характерных признаков повышает надежность отдельного локального решения за счет увеличения объема используемой информации [4]. Здесь наряду с признаками близлежащей окрестности можно использовать структурные отношения. В результате гистограмма голосов приобретает ярко выраженный максимум, а процедура распознавания становится более устойчивой относительно действия фоновых помех [6].

При соблюдении корреляционных принципов обработки реализация поддержки сводится к анализу множества фрагментов, в пространственном плане соседних с анализируемым. Схематично элементы окрестности в смысле восьмивзвинности можно представить в виде рис. 2, где анализируемый фрагмент обозначен ХП (характерный признак), а соседние с ним фрагменты окрестности для конкретности изложения пронумерованы числами от 1 до 8.

В большинстве применений размер фрагмента равен 5×5 . Таким образом, путем расширения области построения и анализа признаков общий размер поля изображения, участвующего в принятии локального решения, возрастает до величины 15×15 . Схематично представленное на рис. 2 расположение фрагментов-

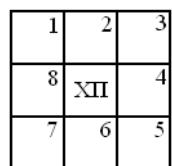


Рисунок 2 – Расположение фрагментов поддержки

соседей лишь иллюстрирует схему анализа. В принципе, допускаются произвольные конфигурации построения и расположения фрагментов, например, в виде прямоугольников или квадратов, пересекающихся между собой или полученных путем сканирования с некоторым шагом.

Заметим, что введенная дополнительная обработка окрестности в любом случае увеличивает итоговое время анализа, поэтому используемые процедуры должны быть по возможности простыми.

Таким образом, для окрестности анализируемого фрагмента с номером i имеем n дополнительных фрагментов в виде совокупности $U^i = (b_1, \dots, b_n)^i$ (на рис. 2 $n = 8$). Множество фрагментов из окрестности соответствующего фрагмента j -го эталона, относительно которого принимается локальное решение, обозначим $U^j = \{b_v^0\}^j$, $v = \overline{1, n}$. Эквивалентность окрестностей U^i , U^j может быть установлена на основе предиката $\eta_U[U^i, U^j]$, подтверждающего или опровергающего локальное решение за класс с номером j

$$\eta_U[U^i, U^j] = \begin{cases} 1, & \xi_U(U^i, U^j) \geq \varepsilon_U, \\ 0, & \xi_U(U^i, U^j) < \varepsilon_U, \end{cases} \quad (10)$$

где функция $\xi_U(\cdot)$ характеризует величину сходства (соответствия) двух систем фрагментов U^i , U^j , а ε_U – порог значимости сходства.

В общем случае функция $\xi_U(U^i, U^j)$ может быть построена на основе иной меры, чем функция соответствия фрагментов $\xi(i, j)$ из выражения (2). С другой стороны, с целью унификации можно использовать и одинаковые соотношения, например,

$$\xi_U(U^i, U^j) = - \sum_{l=1}^8 \sum_{k=1}^K |b_{kl}(i) - b_{kl}^j|, \quad (11)$$

где b_{kl} – пиксель фрагмента поддержки с номером 1.

«Полный» набор фрагментов. Все три рассмотренные подхода основаны на частичном представлении в виде достаточно небольшого количества информативных фрагментов (5–20). В сравнительном аспекте также представляет интерес подход, когда принятие решения при распознавании опирается на наиболее полную информацию об изображении, описываемую, например, в виде полного покрытия непересекающимися фрагментами, как это можно видеть из рис. 1, а. Количество фрагментов в таком покрытии существенно больше, чем в остальных схемах. Например, при размере изображения 100×100 и размере фрагмента 5×5 оно равно 400. Наиболее полное представление несет об изображении «сканирующее» представление [7], когда множество фрагментов, применяемых при распознавании, формируется путем сканирования с шагом в один пиксель. Для рассмотренных размеров изображения и фрагмента количество элементов тако-

го покрытия уже составляет величину $(100 - 5 + 1) = 9216$, что усложняет реализацию таких методов в реальном времени, учитывая многократное повторение вычислений в корреляционном подходе.

Полный набор фрагментов может использоваться как при независимой, так и при совместной схеме голосования, хотя он по природе ближе к совместной схеме, т. к. реализует фиксированную структуру системы фрагментов.

Важным свойством системы распознавания, построенной на голосовании произвольного типа, является возможность получения списка фрагментов, по которым принимается окончательное решение. Этот список формируется в процессе работы и представляет собой множество координат выбранных фрагментов. По содержанию списка можно провести верификацию результата распознавания путем наложения соответствующего эталона на изображение [4], а также осуществить аппроксимацию в целях восстановления анализируемого объекта.

Вторым важным аспектом есть возможность досрочно остановить процесс распознавания при достижении некоторых граничных характеристик, сэкономив при этом на объеме вычислений. Это можно осуществить в случае, когда набранное количество голосов, выраженное в значении функции $\psi(\cdot)$, близко к максимально возможному значению. Аналогичное действие можно реализовать также при вычислении величин типа (2), (11), учитывая, что с каждым новым слагаемым их значение только уменьшается [2].

3 ВЫБОР ЛОКАЛЬНЫХ ПРИЗНАКОВ И ФУНКЦИИ СООТВЕТСТВИЯ

Основным информационным критерием при принятии решений для всех рассмотренных подходов есть функции соответствия $\xi(i, j)$ и $\xi_U(U^i, U^j)$, значения которых определяют величины различий фрагментов или окрестностей. Понятно, что эти функции можно построить не только на основе корреляционной меры сходства. Другими вариантами системы признаков могут быть следующие.

1. Инвариантные признаки фрагментов. Примеры: моментные инварианты [1], спектральные признаки [2, 8], локальные потоки [6], масштабно-инвариантное преобразование SIFT [5] и другие.

2. Статистические признаки [4]: математическое ожидание, дисперсия, ковариационные характеристики, автокорреляционная функция фрагмента, гистограмма яркости.

Для сопоставления в пространствах этих признаков используются соответствующие меры [2, 4, 7].

Свои особенности имеет функция $\xi_U(U^i, U^j)$ по отношению к $\xi(i, j)$. Учитывая основное предназначение методов голосования, связанное с эффективной возможностью локального анализа изображения, вы-

числение $\xi_U(\cdot)$ в соответствии с принципами фрагментной обработки можно реализовать путем формирования неполных комбинаций фрагментов, чтобы обеспечить устойчивость системы поддержки к иска- жениям ее отдельных элементов. Например, можно считать положительным решение о поддержке, если больше половины фрагментов окрестности подтвердили принятое локальное решение.

Качество распознавания предложенной системы в целом зависит от следующих факторов: распознаваемые объекты (эталоны), методы формирования признаков, правило принятия решения о классе объекта (функция соответствия). Залог успеха – именно в согласовании этих факторов друг с другом. По этой причине важным представляется такой подход, когда для фиксированного множества эталонов и выбранной системы ХП заранее оценивается уровень качества распознавания на основе выбранной функции соответствия. Это можно осуществить на основе имеющейся априорной информации – эталонов. Например, если фрагменты голосуют независимо, критерием качества может быть величина сходства отдельных фрагментов разных классов, а также фрагментов фона. Для случая совместного голосования критичным может быть максимальное сходство между совокупностями фрагментов разных классов. Если же решение строится на соответствии пар фрагментов каждого класса [6], то качество распознавания нужно оценивать на основе парных соотношений.

Место классического корреляционного метода в такой схеме состоит в интегральном по множеству пикселей изображения представлении бинарной модели $\eta(\cdot)$ и функции соответствия $\xi(\cdot)$.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Для проведения компьютерных экспериментов использованы полутоновые изображения аквариумных рыбок, примеры которых приведены на рис. 3. Здесь же показаны варианты выбранных в интерактивном режиме фрагментов (по 5 для каждого из эталонов). На рис. 4 приведены примеры распознаваемого изображения на фоне без помехи (а) и под действием локальной помехи (б). Рис. 4, а демонстрирует также оверлейное представление объекта, показывая его истинное местоположение на анализируемом изображении в виде рамки белого цвета.

Размер эталонов выбран равным 100×100 пикселей, размер изображения, по которому осуществлялось сканирование и корреляционное сопоставление – 125×125 . Таким образом, общее количество вариантов сравнения при оптимизации по параметру g для одного эталона равно 676. В качестве функции соответствия фрагментов взято значение (2), а порог ε (в процентах) выбран, исходя из величины отклонения

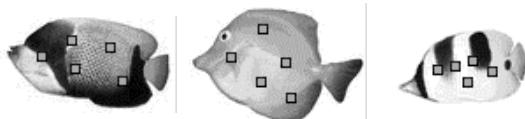


Рисунок 3 – Эталонные изображения и фрагменты

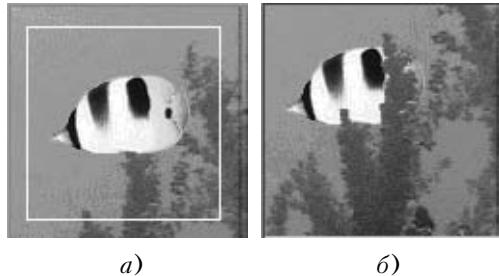


Рисунок 4 – Распознаваемые изображения:

а – на фоне без помех, б – под действием локальной помехи

от максимального значения, для меры (2) и изображения с 256 градациями равного $5 \times 5 \times 255 = 6375$. Два фрагмента считались эквивалентными, если величина их сходства по метрике (2) превышала пороговое значение, равное -6375ϵ , выраженное в процентах.

Правило подтверждения голоса состояло в том, что а) сходство фрагмента превышает порог ϵ , б) сходство двух и более соседей из четырех также выше порога ϵ . Таким образом, для поддержки решения в эксперименте использовались фрагменты с номерами 2, 4, 6, 8 (см. рис. 2).

Качество распознавания можно оценить по гистограмме голосов, пример которой для $\epsilon = 5\%$ и полного набора фрагментов приведен на рис. 5. По оси абсцисс здесь отложены номера эталонов, а по оси ординат – относительная доля голосов (количество голосов фрагментов, деленное на максимально возможное их число), отдаваемых за каждый из них.

Качественные свойства системы распознавания можно оценить величиной τ , представляющей относительное превышение максимума гистограммы $p[j]$, $j \in J$, который соответствует правильно распознанно-

му классу, над ближайшим по величине локальным максимумом ($\max_2 p[j]$) в виде

$$\tau = \frac{\max p[j] - \max_2 p[j]}{\max p[j]}. \quad (12)$$

Значение (12) находится в пределах отрезка $[0, 1]$. Чем ближе к единице величина τ , тем выше будет надежность построенной системы распознавания. Для гистограммы рис. 5 значение τ равно 0,67. Понятно, что с увеличением количества распознаваемых классов, а также при росте числа используемых фрагментов величина (12) снижается. Кроме того, она снижается при увеличении порога ϵ , т. к. с ростом ϵ растет число фрагментов, участвующих в голосовании.

Проведя анализ эталонов (рис. 3), можно отметить, что даже для полного набора фрагментов в количестве 400 характерным есть то, что первый и второй эталоны отличаются от других в смысле построенной модели распознавания всего приблизительно в 170 фрагментах (43 % от общего количества), третий эталон – в 100 фрагментах (25 %). Эта ситуация в целом является типичной для задач распознавания изображений в компьютерном зрении, когда только часть имеющейся визуальной информации может быть применена с пользой. Приведенные процентные соотношения означают величину части пикселей носителя конкретного эталона относительно общего их числа. Конечно, идеальным для фрагментного представления был бы случай, когда решение базируется на максимально возможном числе различающихся для разных эталонов фрагментов. Для эталонов рис. 3 увеличения информативного количества фрагментов можно достичь, например, путем уменьшения размера эталонного изображения. Другим способом может быть выбор нужного количества информативных фрагментов в диалоговом режиме.

Основываясь на характеристиках эталонов, выбиралось значение порога ϵ_m для максимума сходства. Конкретно оно равнялось $\epsilon_m = 0,3$ для числа фрагментов, равного 10, и $\epsilon_m = 0,1$ при числе фрагментов, равном 100. В целом априорно задаваемое значение ϵ_m является компромиссом между надежностью распознавания на основе ограниченного числа фрагментов и устойчивостью к локальным искажениям.

Уровень действия аддитивного шума оценивался величиной отношения сигнал – шум в виде $\mu_A = A/(\sigma)$, где A – средняя яркость информационной части (носителя) для набора эталонов, σ – среднеквадратичное отклонение шума с нулевым математическим ожиданием. Для эталонов рис. 3 величина средней яркости равнялась 162.

В табл. 1 приведены значения показателей, отражающих качество распознавания путем голосования фрагментов для разных методов при $\epsilon = 10\%$ и количестве фрагментов, равном 10. Вариант полного

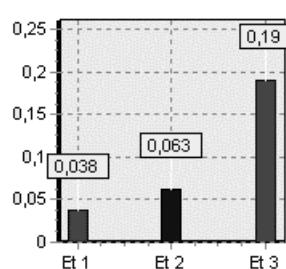


Рисунок 5 – Гистограмма голосов

набора включает 400 фрагментов. Эксперименты показали, что для порога сходства $\varepsilon = 5\%$ большинство из рассматриваемых подходов при действии шума не обеспечивают устойчивых оценок. Величина μ_A^{ad} соответствует максимальному значению соотношения сигнал – шум для аддитивного шума, когда вероятность распознавания остается в пределах выше 0,95. Значение μ_A^{loc} – это максимальный уровень аддитивных помех при одновременном действии локальной помехи, когда вероятность распознавания остается большей 0,95. Уровень локальной помехи β оценивался соотношением площадей сигнала и помехи в пределах области эталона [8]. В таблице приведены данные при величине $\beta = 2$ (примерно третья часть искажена помехой). Здесь приведены также в сравнительном плане значения времени распознавания (в условных величинах).

Таблица 1 – Значения показателей, отражающих качество распознавания

Метод	Параметры	μ_A^{ad}	$\mu_A^{\text{loc}} (\beta = 2)$	Время
Совместное голосование		5	6	6
Совместное голосование с поддержкой		4,5	5,5	14
Полный набор фрагментов		3,5	4,5	90
Независимое голосование		5,2	6,3	9
Независимое голосование с поддержкой		4,5	5	15

Величина τ для рассматриваемых методов без помех находилась в пределах 0,88–1,0, а при помехе с уровнем $\mu_A^{\text{ad}} = 5$ снижается до диапазона 0,7–0,85. Для методов с поддержкой значение τ в целом на 15 % выше, чем без поддержки.

Анализ количества фрагментов, представляющих изображение, показал следующее. Например, при $\mu_A = 4$ вероятность распознавания для метода совместного голосования с поддержкой при использовании как 5, так и 10 фрагментов равна примерно одной и той же величине 0,85. Таким образом, при высоком уровне шума незначительное увеличение количества фрагментов (от 5 до 10) не приводит к нужному повышению надежности. При снижении же уровня шума ($\mu_A > 5$) вероятность распознавания и так достаточно высока (больше 0,95). Однако с увеличением количества фрагментов пропорционально растет и время распознавания, поэтому при невысоком уровне шума естественным выглядит использование как можно меньшего количества фрагментов.

Наиболее сильно в плане помехозащищенности выглядит способ полного набора фрагментов, при котором решение опирается на число фрагментов, равное 400, что значительно больше, чем у других подходов (5–20). Как видим из таблицы, надежность этого метода существенно выше ($\mu_A = 3,5$), чем при примене-

нии остальных подходов. В то же время и быстродействие данного подхода значительно ниже. Для аддитивных помех помехозащищенность метода голосования с полным набором фрагментов сравнима с характеристиками классического корреляционного метода ($\mu_A = 3$ [1]).

Повышения надежности при действии помех можно достичь либо весомым увеличением количества фрагментов, либо путем использования поддержки (что более эффективно, т. к. поддержку можно в нужное время отключить).

Применение поддержки, как показали наши эксперименты, в большей степени эффективно при независимом голосовании. Так, при числе фрагментов 10 надежность растет при использовании поддержки, т. к. необходимое соотношение сигнал – шум снижается от 5,2 до 4,5 (табл. 1). Еще более эффективна поддержка для этого вида голосования при малом числе фрагментов. Для независимого голосования при уровне помех $\mu_A = 5,5$ величины вероятности составили 0,80 и 0,95 соответственно.

Как видим, разные методы голосования в разной степени реагируют на применение поддержки. Причина заключается во внутреннем содержании подходов, т. к. совместное голосование уже включает в себя элементы группового принятия решения, что в целом повышает надежность.

Применение поддержки за счет расширения базы принятия решений снижает величину случайного совпадения фрагментов, поэтому поддержка непосредственно влияет на достоверность распознавания.

Исходя из данных табл. 1, по уровню помехозащищенности к аддитивному шуму методы можно расположить в следующем порядке: полный набор фрагментов, совместное голосование, независимое голосование. Голосование с поддержкой занимает в этом отношении промежуточное положение.

По быстродействию рассмотренные варианты корреляционного подхода, исходя из компьютерного моделирования, можно расположить следующим образом: совместное голосование, независимое голосование, полный набор фрагментов. При этом совместное голосование реализуется примерно в 15 раз быстрее, чем полный набор фрагментов.

ВЫВОДЫ

Корреляционные методы распознавания изображений, основанные на принятии решения системой фрагментов путем голосования, имеют перспективу применения в компьютерном зрении по причине их высокой устойчивости к локальным и фоновым искажениям объектов. Применение ограниченного по объему фрагментного представления значительно сокращает вычислительные затраты, а использование принци-

пов голосования не приводит к усложнению обработки. Рассмотренный спектр подходов к корреляционному голосованию позволяет провести качественный анализ и сделать выводы по применению в практических задачах.

Научная новизна предложенного метода на основе голосования фрагментов состоит в обосновании моделей иерархической меры для сопоставления изображений, которая нацелена на повышение эффективности процедур распознавания в условиях неполной информации об анализируемых объектах.

Практическая значимость подхода заключается в повышенной устойчивости к локальным помехам по сравнению с классическими подходами при сохранении достаточной помехозащищенности к шуму, что подтверждается экспериментами на реальных полуточновых изображениях.

Несомненным достоинством подхода являются его универсальность в плане учета разнообразия возможных условий, возникающих при распознавании визуальных объектов.

Дальнейшие исследования будут направлены на теоретическое обоснование правил принятия решений по множеству отношений фрагментов.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Горюховатский В. А. Распознавание изображений в условиях неполной информации / Горюховатский В. А. – Харьков : ХНУРЭ, 2003. – 112 с.
2. Бакицкий В. К. Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации / Бакицкий В. К., Бочкарев А. М., Мусыяков М. П. – Москва : Радио и связь, 1986. – 216 с.

УДК 519.85

И. В. Гребенник, А. В. Баранов

ОЦЕНКИ МИНИМУМА ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ НА КЛАССАХ КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВ ПЕРЕСТАНОВОК

Исследуются задачи оптимизации выпуклых функций на комбинаторных множествах. Строятся оценки минимума выпуклых функций для классов комбинаторных множеств перестановок, при наличии или отсутствии линейных ограничений на переменные. Построение оценок включает в себя дополнительную процедуру оптимизации. Приводятся примеры, анализируются результаты вычислительных экспериментов.

ВВЕДЕНИЕ

При математическом моделировании классические комбинаторные множества часто с избытком описывают

3. Горюховатский В. А. Структурно-иерархические методы определения сходства изображений объектов // АСУ и приборы автоматики. – 2005. – Вып. 131. – С. 55–62.
4. Шапиро Л. Компьютерное зрение : пер. с англ. / Шапиро Л., Стокман Дж. – М. : Бином. 2006. – 752 с.
5. Горюховатский В. А. Применение процедур голосования в структурных методах распознавания визуальных объектов / Горюховатский В. А. // Вестник НТУ ХПИ. Системный анализ, управление и информационные технологии. – 2006. – № 39. – С. 132–140.
6. Kim S. Biologically motivated perceptual feature: generalized robust invariant feature / Kim S., Kweon I.-S. // Asian Conference of Computer Vision (ACCV-06), 2006. – Р. 305–314.
7. Путятин Е. П. Распознавание изображений в пространстве инвариантных локальных признаков / Путятин Е. П., Горюховатский В. А., Кузьмин С. В. // Радиоэлектроника и информатика. – 2006. – № 1(32). – С. 69–73.
8. Путятин Е. П. Обработка изображений в робототехнике / Путятин Е. П., Аверин С. И. – М. : Машиностроение, 1990. – 320 с.

Надійшла 16.05.2008

Наведено результати досліджень із застосуванням процедур голосування у кореляційних методах розпізнавання зображень. Вивчені способи формування систем фрагментів, формалізована постановка задачі розпізнавання, проаналізовано різноманітні варіанти голосування, шляхи вибору ознак фрагментів та встановлення відповідності між ними. Експериментальні результати підтверджують ефективність застосування підходу.

The results of application of voting procedures in correlation methods of image recognition are shown. The ways of systems of fragments construction are studied. The recognition problem is formalized. The variety of voting procedures, the ways of choosing fragment characteristics and the establishment of the conformity between them are analyzed. The efficiency of the suggested approach is experimentally.

ют область допустимых решений комбинаторных оптимизационных задач [1]. В работе [2] введен новый класс комбинаторных множеств – композиционные образы комбинаторных множеств, которые позволяют более адекватно описывать области допустимых решений сложных задач комбинаторной оптимизации. Для решения задач оптимизации на композиционных образах комбинаторных множеств необходимо применять методы комбинаторной оптимизации, которые бы учитывали особенности введенного класса комбинаторных множеств.

Один из подходов к решению комбинаторных оптимизационных задач основан на декомпозиции множества допустимых решений с дальнейшей оценкой минимума функции цели на подмножествах [3, 4]. Условием применения такого подхода является наличие эффективных оценок минимума функций на множестве допустимых решений и его подмножествах. Исследование оценок минимума проведем для класса выпуклых функций.

Целью работы является построение эффективных оценок минимума выпуклых функций на классах комбинаторных множеств перестановок с учетом линейных ограничений на переменные.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается следующая задача оптимизации:

$$\begin{aligned} k(\alpha) &\rightarrow \text{extr}, \\ \alpha \in A &\subseteq M, \end{aligned} \quad (1)$$

где M – комбинаторное множество, $k: M \rightarrow R^1$.

В качестве M могут выступать различные комбинаторные множества [5] в том числе и множества с более сложной структурой – композиционные образы комбинаторных множеств [2, 6]. В работе рассматриваются два представителя класса композиционных образов комбинаторных множеств: композиция перестановок и перестановки кортежей. Результаты исследования данных множеств представлены в работах [2, 6, 7]. Приведем основные результаты.

ПЕРЕСТАНОВКИ КОРТЕЖЕЙ І КОМПОЗИЦІЯ ПЕРЕСТАНОВОК

Обозначим композиционный образ комбинаторных множеств P_{nk} , T_1 , T_2 , ..., T_n , порожденный множествами $\{z_1^1, z_2^1, \dots, z_m^1\}$, $\{z_1^2, z_2^2, \dots, z_m^2\}$, ..., $\{z_1^n, z_2^n, \dots, z_m^n\}$. Здесь $T_i = \{(z_1^i, z_2^i, \dots, z_m^i)\}$ – кортеж, составленный из элементов множества $\{z_1^i, z_2^i, \dots, z_m^i\}$, $z_j^i \in R$, $i \in J_n = \{1, 2, \dots, n\}$, $j \in J_m$. При этом среди n множеств T_i являются различными. Обозначим это множество через $PT_{nk}(T_1, T_2, \dots, T_n)$ или PT_{nk}^m и назовем множеством перестановок кортежей. Множество PT_{nk}^m представляет собой множество перестановок кортежей $z^i = (z_1^i, z_2^i, \dots, z_m^i)$, то есть упорядоченных наборов вида $w \in PT_{nk}^m$, $w = (z_1^{i_1}, z_2^{i_2}, \dots, z_m^{i_n}) = (z_1^{i_1}, z_2^{i_1}, \dots, z_m^{i_1}, z_1^{i_2}, \dots, z_m^{i_2}, \dots, z_1^{i_n}, z_2^{i_n}, \dots, z_m^{i_n})$, где $i_s, j_s \in J_n$, $i_s \neq j_s$, $s \in J_n$. Элементы множества PT_{nk}^m отличаются друг от друга только порядком следования кортежей z^i в наборах.

Рассмотрим композиционный образ комбинаторных множеств P_{nk} , $P_{m_1 k_1}$, $P_{m_2 k_2}$, ..., $P_{m_n k_n}$ порожден-

ный множествами $\{a_1^1, a_2^1, \dots, a_{m_1}^1\}$, $\{a_1^2, a_2^2, \dots, a_{m_1}^2\}$, ..., $\{a_1^n, a_2^n, \dots, a_{m_1}^n\}$. Здесь P_{nk} – множество перестановок из n элементов, из которых являются различными, $a_i^j \in R^1$, $i \in J_{m_1}$, $j \in J_n$. Такое множество назовем композицией перестановок и обозначим PW_N . Множество PW_N состоит из элементов вида $(e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_n})$, где $(i_1, i_2, \dots, i_n) \in L_n$, $e_i = (a_{s_1}^i, a_{s_2}^i, \dots, a_{s_{m_1}}^i)$, $i \in J_n$. В наборе $(e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_n})$ k элементов являются различными, среди элементов $a_{s_1}^j, a_{s_2}^j, \dots, a_{s_{m_1}}^j$ ровно k_j различных. Таким образом, элементы множества PW_N будут различаться порядком следования кортежей e_i и элементов внутри кортежей.

Произведем погружение комбинаторного множества M в евклидово пространство [8]. В результате погружения каждому элементу комбинаторного множества ставится во взаимно однозначное соответствие точка пространства R^N :

$$\begin{aligned} f: M &\rightarrow R^N, \quad \forall \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) \in M, \\ x = f(\alpha) &= (x_1, x_2, \dots, x_N) \in E \subset R^N, \quad x_i = \alpha_i, \\ i \in J_N &= \{1, 2, 3, \dots, N\}. \end{aligned}$$

Сформулируем следующую эквивалентную задачу оптимизации в евклидовом пространстве:

$$\Phi(x) \rightarrow \min,$$

$$x \in X \subseteq E_z \subset R^N, \quad (2)$$

где $x = f(\alpha)$, $\Phi(x) = \kappa(\alpha)$ $\forall \alpha \in M$, $X = f(A)$, $E_z = f(M)$. В качестве множества M могут выступать множество P_{nk} перестановок из n элементов, k из которых различны, множество перестановок кортежей PT_{nk}^m или композиция перестановок PW_N и другие комбинаторные множества. Обозначим $E_{nk} = f(P_{nk})$, $ET_{nk}^m = f(PT_{nk}^m)$, $EW_N = f(PW_N)$.

Используя известные методы [9, 10], построим выпуклое (сильно выпуклое с параметром ρ) продолжение $\varphi(x)$ функции цели $\Phi(x)$ задачи (2) на выпуклое множество $V \supseteq \text{conv } E_z$, где $\text{conv } E_z$ – выпуклая оболочка множества E_z . В результате такого построения получим выпуклую или сильно выпуклую функцию $\varphi(x)$, которая в точках комбинаторного множества E_z принимает те же значения, что и исходная функция $\Phi(x)$, т. е. $\varphi(x) = \Phi(x)$ для $\forall x \in E_z$. В ряде случаев множество допустимых решений $X \subseteq E_z$ можно описать с помощью системы линейных неравенств.

Тогда задача (2) может быть заменена следующей задачей оптимизации:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &\rightarrow \min, \\ Cx &\leq d, \\ x &\in E_z, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\varphi(x)$ – выпуклая (сильно выпуклая с параметром $\rho > 0$) на выпуклом множестве $V \supset \text{conv}E_z$ функция, $C = [c_{ij}]_{m \times n}$, $c_{ij} \in R$, $d \in R^n$.

С целью разработки методов решения задачи (3) построим оценки минимума функции $\varphi(x)$ на множестве $P = \{x | x \in E_z \subset R^n, Cx \leq d\}$, $x \in V$. Рассмотрим случаи, когда $E_z \in \{E_{nk}, ET_{nk}^m, EW_N\}$.

Воспользуемся оценками минимума выпуклых и сильно выпуклых функций на евклидовых комбинаторных множествах без дополнительных ограничений на переменные, полученными в работах [3, 14].

Пусть $\varphi(x)$ – выпуклое дифференцируемое продолжение функции $\Phi(x)$ на выпуклое множество $V \supset \text{conv}E_z$. Тогда для любого $x \in V$ справедливо:

$$\min_{y \in P} \varphi(y) \geq \varphi(x) - (\nabla \varphi(x), x) + \min_{y \in P} (\nabla \varphi(x), y). \tag{4}$$

Для случая, когда $\varphi(x)$ – сильно выпуклое с параметром $\rho > 0$ продолжение на $V \supset \text{conv}E_z$, справедлива следующая оценка:

$$\min_{y \in P} \varphi(y) \geq \varphi(y^*) + \rho \cdot \min_{y \in P} \|y - y^*\|^2, \tag{5}$$

где $y^* = \arg \min_{y \in V} \varphi(y)$.

Если $\varphi(x)$ – сильно выпуклое дифференцируемое с параметром $\rho > 0$ продолжение, на выпуклое множество $V \supset \text{conv}E_z$, тогда

$$\begin{aligned} \min_{y \in P} \varphi(y) &\geq \varphi(x) - \frac{1}{4\rho} \|\nabla \varphi(x)\|^2 + \\ &+ \rho \min_{y \in P} \left\| y - x + \frac{1}{2\rho} \nabla \varphi(x) \right\|^2. \end{aligned} \tag{6}$$

Для вычисления численных значений оценок (4)–(6) необходимо решить задачи двух типов в их правых частях. Первая задача представляет собой задачу оптимизации линейной функции:

$$\sum_{j=1}^N \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_j} y_j \rightarrow \min, \quad y \in P. \tag{7}$$

Решению задачи (7) посвящены работы [11–12]. Однако ни один из предложенных в них методов не является универсальным.

Вторая задача – это задача нахождения минимума нормы разности:

$$g(y) = \|y - d\|^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - d_i)^2 \rightarrow \min_{y \in P}, \tag{8}$$

где $d = (d_1, d_2, \dots, d_N)$, $d \in R^n$.

Задачи (7)–(8) решаются по-разному в зависимости от наличия или отсутствия ограничений на переменные и в зависимости от типа комбинаторного множества E_z . Если в задаче (3) нет дополнительных ограничений на переменные ($P = E_z$), тогда в этом случае решение можно записать в явном виде [13].

Приведем решение задачи (7), когда E_z представляет собой множество EW_N . Пусть множество PW_N порождено множествами $\{e_1^{i_1}, e_2^{i_2}, \dots, e_m^{i_m}\}$, $i \in J_n$. Согласно [13], решением задачи (7) будет точка $y^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_N^*) \in EW_N$, где $y_{(j-1)m+r_t}^* = e_{s_t}^{i_j}$, $t \in J_m$, $j \in J_n$, $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ и $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ таковы, что $c_{(j-1)m+s_1} \geq c_{(j-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+s_m}$ и $e_{r_1}^{i_j} \leq e_{r_2}^{i_j} \leq \dots \leq e_{r_m}^{i_j}$, а последовательность $\{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ удовлетворяет условию $e_{i_1} \prec_c e_{i_2} \prec_c \dots \prec_c e_{i_m}$, при $c = \nabla \varphi(x)$. Здесь \prec_c – введенное отношение порядка:

$$\begin{aligned} e_{i_j} \prec_c e_{i_k} &\Leftrightarrow (e_1^{i_j}, e_2^{i_j}, \dots, e_m^{i_j}) \prec_c (e_1^{i_k}, e_2^{i_k}, \dots, e_m^{i_k}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\left(\sum_{t=1}^m c_{(j-1)m+s_t} e_{p_t}^{i_j} + \sum_{t=1}^m c_{(k-1)m+r_t} e_{q_t}^{i_k} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_{t=1}^m c_{(j-1)m+\alpha_t} e_{\gamma_t}^{i_k} - \sum_{t=1}^m c_{(k-1)m+\beta_t} e_{\delta_t}^{i_j} \right) \leq 0 \right), \end{aligned}$$

где $i \in J_n$, а последовательность индексов удовлетворяет условиям:

$$\{s_1, s_2, \dots, s_m\}: c_{(j-1)m+s_1} \geq c_{(j-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+s_m},$$

$$\{p_1, p_2, \dots, p_m\}: e_{p_1}^{i_j} \leq e_{p_2}^{i_j} \leq \dots \leq e_{p_m}^{i_j},$$

$$\{q_1, q_2, \dots, q_m\}: e_{q_1}^{i_k} \leq e_{q_2}^{i_k} \leq \dots \leq e_{q_m}^{i_k},$$

$$\{r_1, r_2, \dots, r_m\}: c_{(k-1)m+r_1} \geq c_{(k-1)m+r_2} \geq \dots \geq c_{(k-1)m+r_m},$$

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}: c_{(j-1)m+\alpha_1} \geq c_{(j-1)m+\alpha_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+\alpha_m},$$

$$\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m\}: e_{\gamma_1}^{i_j} \leq e_{\gamma_2}^{i_j} \leq \dots \leq e_{\gamma_m}^{i_j},$$

$$\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}: e_{\delta_1}^{i_k} \leq e_{\delta_2}^{i_k} \leq \dots \leq e_{\delta_m}^{i_k},$$

$$\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}: c_{(k-1)m+\beta_1} \geq c_{(k-1)m+\beta_2} \geq \dots \geq c_{(k-1)m+\beta_m}.$$

Если область допустимых решений задачи (3) ограничена линейными ограничениями $P \subset E_z$, тогда для решения задач (7)–(8) можно использовать известные методы комбинаторной оптимизации, описан-

ные в [1]. Однако эти методы при больших размерностях задачи требуют больших вычислительных и временных ресурсов. В [14] предложен подход к решению поставленных задач на основе случайного поиска.

Отметим, что с одной стороны оценки (4)–(6) зависят от выбора точки $x \in V$, с другой стороны конструктивные методы построения сильно выпуклых продолжений позволяют построить сильно выпуклое продолжение для любого $\rho > 0$. Это дает возможность проводить оптимизацию значений правых частей соотношений (4)–(6) по этим параметрам. Введем следующие обозначения:

$$\bar{e}_1(x) = \varphi(x) - (\nabla\varphi(x), x) + \min_{y \in P} (\nabla\varphi(x), y), \quad (9)$$

$$\bar{e}_2(\rho) = \varphi(y^*) + \rho \cdot \min_{y \in P} \|y - y^*\|^2, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_3(x, \rho) = & \varphi(x) - \frac{1}{4} \|\nabla\varphi(x)\|^2 + \\ & + \rho \min_{y \in P} \left\| y - x + \frac{1}{2\rho} \nabla\varphi(x) \right\|^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Эффективными оценками минимума будут являться такие оценки, которые максимально приближаются к решению задачи (3). Следовательно, необходимо стремиться к получению возможно больших по величине оценок (4)–(6). Исходя из этого, можно сформулировать следующие задачи оптимизации:

$$\bar{e}_1(x) \rightarrow \max, \quad x \in V, \quad (12)$$

$$\bar{e}_2(\rho) \rightarrow \max, \quad \rho > \rho_0, \quad (13)$$

$$\bar{e}_3(x, \rho) \rightarrow \max, \quad x \in V, \quad \rho > \rho_0. \quad (14)$$

Аналитическое решение задач (12)–(14) затруднено из-за сложности выражений (9)–(11). Поэтому эти задачи могут быть решены численно с использованием методов недифференцируемой оптимизации.

Для иллюстрации предложенного подхода проведены серии вычислительных экспериментов. Рассмотрим в качестве целевой функции задачи (3) квадратичную функцию вида

$$\varphi(x) = (Ax, x) + (B, x) \rightarrow \min, \quad (15)$$

где $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ – положительно определенная симметричная матрица, $a_{ij} \in R$, $B \in R^n$, $x \in R^n$.

Сгенерируем случайным образом исходные данные задачи (3): матрицы A и B , элементы, порождающие перестановки множества $E_z \in \{E_{nk}, ET_{nk}^m, EW_N\}$.

В первой серии экспериментов для задач небольшой размерности сравнивались значения оценок и точное решение задачи, полученное путем полного перебора.

Оценки (4)–(6) рассчитывались в случайно сгенерированной точке $x \in V$. После этого решались задачи оптимизации оценок (12)–(14) с помощью метода деформируемого многогранника. Для решения задач (7)–(8) при $P \subset E_z$ использовался метод на основе случайного поиска, описанный в [14]. Для случая $P = E_z$ решение задач (7)–(8) приведено в [13].

Для каждой тестовой задачи вычислялась характеристика d_l , характеризующая волях единицы степень приближения оценки к точному решению задачи. Результаты экспериментов представлены в табл. 1 и 2. Здесь e_l – значение оценок в тестовой точке, e_l^* – значение оценок при оптимальных значениях параметра ρ и точки $x \in V$, t_l – время, затраченное на вычисление e_l , t_l^* – время, затраченное на решение задач (12)–(14), $l = 1$ соответствует оценке (4), $l = 2$ – оценке (5), $l = 3$ – оценке (6).

Отметим, что в результате оптимизации, оценки e_1 и e_3 удалось приблизить к точному решению в среднем на 70–80 процентов (см. рис. 1 и рис. 2). Оценка e_2 оказалось неэффективной т. к. удалось ее усилить лишь незначительно. Отметим также, что с ростом размерности растет значение t_l^* . Для решения задачи размерностью 3 переменные требуется порядка 1 секунды. На решение задачи в 15 переменных уходит 35 секунд (для случая $P = E_z$) и более 300 секунд для случая $P \subset E_z$.

ВЫВОДЫ

В результате проведения вычислительных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1. Предложенные в работе оценки минимума выпуклых функций на комбинаторных множествах с дополнительной оптимизацией могут быть использованы при разработке методов комбинаторной оптимизации.

2. Разработанная схема оптимизации оценок позволяет получить эффективные оценки минимума выпуклых функций на различных классах комбинаторных множеств перестановок.

3. Значения оценок на классах множеств перестановок в значительной мере зависят от выбора точки $x \in V$. Изменяя параметр ρ , удалось достичь лишь незначительного улучшения оценок.

4. Для получения эффективных оценок необходимы значительные временные затраты, что ограничивает их применение при решении задач комбинаторной оптимизации.

Таблица 1 – Результаты для случая $P = E_2$

Множество	N	Решение первым	e1	t1	e1*	t1*	e2	t2	e2*	t2*	e3	t3	e3*	t3*	
Перестановки	3	48,743	27,751	0	43,438	0,907	11,613	0,031	13,36037	0,031	34,39268	0,016	44,07882	0,906	
Перестановки	3	54,194	17,448	0	47,431	0,812	20,139	0	22,43923	0,062	33,00047	0	51,27682	0,89	
Перестановки	3	276,953	37,002	0	271,39	0,89	52,661	0	55,16545	0,031	82,96092	0	270,9396	0,953	
Перестановки	3	277,755	41,117	0,016	277,17	0,875	3,5	0	6,84404	0,032	44,44256	0,015	275,8179	0,89	
Итого:		0,29323	0,004*	0,936	0,871*	0,203151	0,0078*	0,227995	0,039*	0,44352	0,0078*	0,955449	0,9098		
Перестановки	5	142,714	40,234	0	133,89	5,75	16,584	0,016	16,93727	0,125	54,53409	0	132,3802	5,797	
Перестановки	5	221,73	57,017	0	207,07	5,641	70,434	0	71,09309	0,11	112,8817	0	215,864	5,562	
Перестановки	5	185,348	23,455	0	169,35	5,516	98,764	0	98,8419	0,11	112,0199	0,016	181,1698	5,556	
Перестановки	5	188,611	33,482	0,015	171,82	5,437	73,205	0	76,23711	0,188	96,98797	0	174,7204	5,297	
Итого:		0,21078	0,00375*	0,9242	5,586*	0,338711	0,004*	0,34769	0,1333*	0,502454	0,004*	0,951236	5,578		
Перестановки	7	705,457	152,381	0	680	19,969	1,705	0	6,850315	0,312	154,7837	0,015	683,3854	18,891	
Перестановки	7	811,241	153,956	0	780,72	18,515	110,486	0	113,8706	0,312	252,9516	0	803,8381	17,515	
Перестановки	7	1399,351	215,865	0,016	1391,3	18,578	7,768	0	13,67716	0,38	224,0457	0	1393,625	19,843	
Перестановки	7	3594,738	327,008	0	3491,2	19,125	16,124	0	24,60428	0,296	345,1968	0,015	3470,361	18,39	
Итого:		0,16276	0,004*	0,9729	19,04675*	0,037162	0*	0,041674	0,32*	0,196907	0,0075*	0,98022	18,66		
Перестановки	9	1111,002	248,235	0	1102,4	44,687	2,694	0	16,33206	1,234	179,4312	0,015	1077,531	45,094	
Перестановки	9	1020,491	152,317	0,016	1043,2	48,25	60,778	0	0,016	63,59343	0,641	210,6034	0,015	1010,636	43,453
Перестановки	9	1515,991	286,367	0	1435,7	48,687	247,78	0	249,5656	0,766	504,432	0	1487,154	66,75	
Итого:		0,1672	0,005*	0,9872	40,15769*	0,075142	0,004*	0,080546	0,7403*	0,23354	0,0094*	0,980396	43,489		
d		0,22235	0,9529	0,169435	0,180738	0,351476	0,965921								
Перестановки кортежей	6	1093,478	179,544	0	1069,6	0,688	114,655	0,016	120,0525	0,016	277,4021	0,016	1066,765	0,735	
Перестановки кортежей	6	692,734	139,042	0	669,01	0,64	4,862	0	20,65569	0,015	143,5393	0	655,1095	0,625	
Перестановки кортежей	6	574,452	140,22	0	540,41	0,625	0,397	0	6,873202	0,015	140,2894	0	534,8869	0,625	
Итого:		0,203	0*	0,9615	0,651*	0,037521	0,0053*	0,050523	0,0153*	0,235053	0,0053*	0,950772	0,6617		
Перестановки кортежей	9	1349,911	407,293	0	1290,1	3,641	217,634	0	221,1199	0,063	571,7688	0	1323,31	3,369	
Перестановки кортежей	9	2121,976	324,139	0	2030,9	3,468	264,186	0	268,2319	0,078	568,6559	0	2068,722	3,984	
Перестановки кортежей	9	2971,78	329,088	0	2849,4	3,313	359,638	0	362,6842	0,062	653,7409	0	2911,814	3,734	
Итого:		0,19123	0*	0,9572	3,474*	0,13558	0*	0,137418	0,6677*	0,303842	0*	0,978334	3,6923		
Перестановки кортежей	15	9096,509	1147,06	0	8871,5	25,937	374,014	0	429,1438	9,031	1483,741	0,016	9011,462	36,922	
Перестановки кортежей	15	9521,55	881,625	0	9043	35,781	201,689	0	204,9972	0,281	1071,802	0	9251,163	32,578	
Перестановки кортежей	15	9805,853	1252,97	0	9424,6	27,125	468,298	0,016	529,2077	5,687	1674,139	0	9535,955	27,296	
Итого:		0,11549	0*	0,962	29,61433*	0,036685	0,0053*	0,040892	4,9997*	0,148985	0,0053*	0,978243	32,265		
Перестановки кортежей	21	34694,397	3156,85	0	33050	114,547	2570,552	0,016	2575,671	0,719	5554,523	0	34055,26	106,67	
Перестановки кортежей	21	35023,626	2589,48	0	33422	116,61	1929,594	0,015	1936,703	0,703	4413,172	0,015	34110,74	87,781	
Перестановки кортежей	21	34231,222	2100,47	0	32506	102,328	1969,38	0	1973,275	0,828	4067,414	0,015	33468,6	109,38	
Итого:		0,07621	0*	0,9522	111,1617*	0,062239	0,0103*	0,062431	0,75*	0,134975	0,01*	0,977747	101,28		
d		0,14648	0,9582	0,068006	0,072816	0,205714	0,971275								
Композиция перестановок	6	280,842	68,589	0	274,52	0,828	8,216	0	17,47516	0,422	75,78128	0	279,1113	0,859	
Композиция перестановок	6	386,869	60,145	0	368,19	0,953	76,373	0	77,90764	0	128,3681	0	380,7694	0,937	
Композиция перестановок	6	356,156	78,219	0,015	330,8	0,906	94,457	0	96,16537	0	157,017	0,016	340,2091	0,922	
Итого:		0,2065	0,005*	0,9529	0,895667	0,163967	0	0,177886	0,1407	0,347569	0,0053*	0,978001	0,906		
Композиция перестановок	9	965,988	198,465	0	883,56	5,813	32,445	0,015	36,92322	0,266	227,6009	0	965,7576	4,703	
Композиция перестановок	9	1145,609	224,952	0	1084,1	5,203	202,466	0	220	1,5	398,7168	0,016	1098,249	4,938	
Композиция перестановок	9	1640,767	246,538	0	1579,7	4,234	201,945	0	210,311	0	426,2045	0	1611,75	4,75	
Итого:		0,18402	0	0,9412	5,083333	0,111133	0,005	0,119448	0,5887	0,2811138	0,0053	0,980246	4,797		
Композиция перестановок	15	5494,546	1071,4	0	5429,4	40,187	118,17	0,032	132,33	0,031	1172,018	0	5341,474	31,187	
Композиция перестановок	15	4931,604	837,634	0	4912,1	38,5	198,31	0	204,0262	1,282	1011,951	0	4930,665	46,188	
Композиция перестановок	15	10738,389	1027,86	0	10165	35,359	1200,569	0	1207,662	0,078	2144,659	0	10491,11	30,219	
Итого:		0,15352	0	0,9769	38,01533	0,05784	0,0107	0,059306	0,4637	0,206074	0	0,982974	35,865		
d		0,18135	0,957	0,11098	0,11889	0,249924	0,980407								

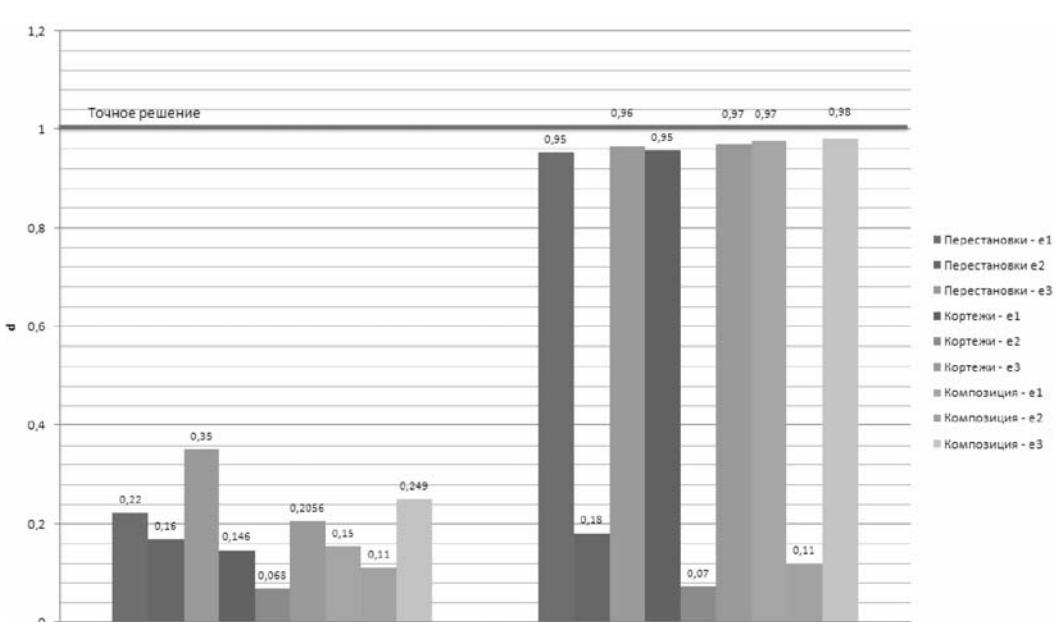
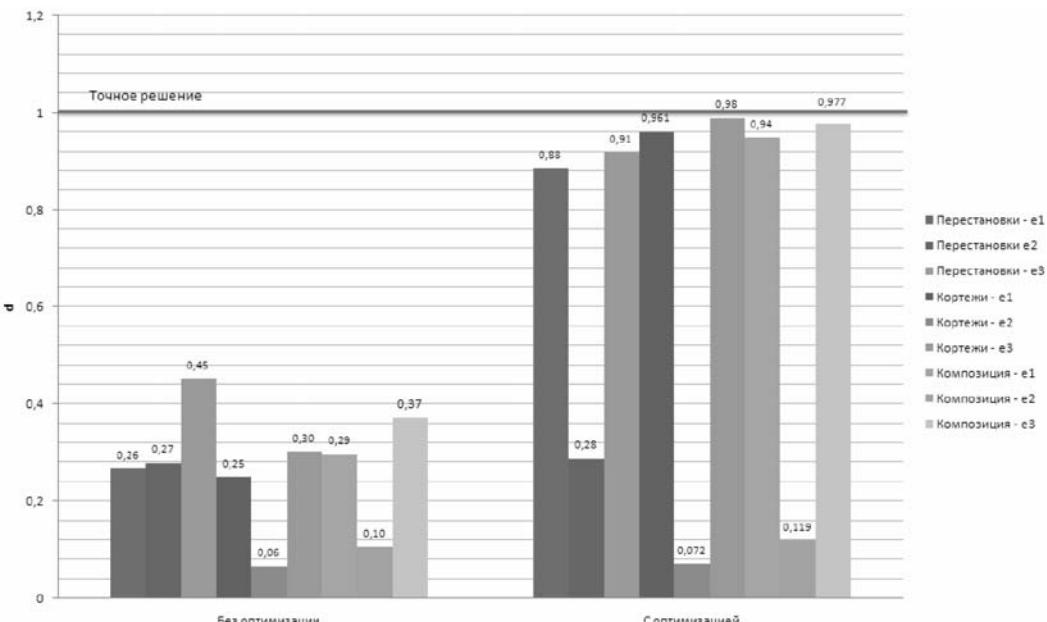


Рисунок 1 – Повышение эффективности оценок для случая $P = E_2$

Таблица 2 – Результаты для случая $P \subset E_z$

Множество	N	Решение первором	e1	t1	e1*	t1*	e2	t2	e2*	t2*	e3	t3	e3*	t3*
Перестановки	3	130,5646	27,97	0,031	86,213	8,796	38,2226971	0	38,3742	0,234	49,65701	0,016	88,1947884	6,688
Перестановки	3	165,4793	47,623	0,032	159,53	17,22	80,8016279	0	80,94647	0,236	105,4669	0,014	169,789652	14,514
Перестановки	3	368,4078	58,459	0,016	283,56	3,312	194,693954	0	194,7628	0,236	225,3141	0	328,405453	2,282
Итого:		0,22023	0,02633	0,798	9,776	0,43660378	0	0,437245	0,2363	0,643537	0,017	0,86431756	7,828	
Перестановки	5	150,7266	59,664	0,046	140,02	11,406	23,3097482	0,016	32,34756	1,234	75,53396	0,048	147,10201	21,5
Перестановки	5	258,7101	47,222	0	199,97	11,172	62,7102766	0	63,02255	0,28	99,9339	0,048	216,11929	31,454
Перестановки	5	236,2387	65,781	0,048	221,77	31,968	111,915318	0,016	114,4394	2,954	150,0744	0	235,422914	0,718
Итого:		0,28561	0,03133	0,8892	18,182	0,3013164	0,0107	0,314212	1,4893	0,507558	0,032	0,93695683	17,891	
Перестановки	7	489,0209	112,893	0,094	493,83	145,952	51,3969791	0,032	54,37296	11,39	151,7258	0,094	501,506713	269,86
Перестановки	7	653,7975	175,549	0,093	639,94	112,844	36,6838532	0	37,27781	0,312	82,12835	0	548,929535	299,27
Перестановки	7	406,6976	156,599	0,109	388,27	45,687	57,9348175	0	69,90977	0,569	197,5128	0,078	410,825349	42,644
Итого:		0,2948	0,09867	0,9811	101,8277	0,10122084	0,0107	0,113367	4,2237	0,307177	0,0573	0,95842782	203,99	
d		0,256688	0,8865	0,27968034	0,288275	0,452758	0,9195674							
Перестановки кортежей	6	283,7951	99,779	0	269,98	4,812	12,0454933	0	15,92531	0,234	101,5113	0	281,197689	2,11
Перестановки кортежей	6	573,4659	102,098	0	571,27	8,613	18,2950123	0	21,0292	0,296	112,8657	0,015	573,304479	0,562
Перестановки кортежей	6	357,3262	94,318	0	326,14	0,938	43,1384911	0	44,10416	0,344	122,6423	0	357,177034	3,797
Итого:		0,25453	0,09534	2,187667	0,06502422	0	0,072071	0,2913	0,292943	0,005	0,99671622	2,1563		
Перестановки кортежей	9	1226,7556	266,347	0	1199,7	63,906	20,9758975	0	28,42412	0,453	271,6677	0	1201,43827	60,734
Перестановки кортежей	9	1728,7176	419,965	0	1673,1	5,25	201,945	0	210,311	0,266	677,9389	0	1691,79771	6,141
Итого:		0,23002	0	0,9729	34,578	0,06695824	0	0,072414	0,3595	0,305808	0	0,97900278	33,438	
d		0,25073	0,9612	0,06579783	0,072208	0,302269	0,98963084							
Композиция перестановок	6	318,995	96,994	0,032	288,86	13,187	28,3905656	0	35,22979	0,469	116,5114	0,031	297,436	11,57
Композиция перестановок	6	333,6153	132,812	0	336,77	45,734	20,2575928	0	23,77155	0,234	140,0707	0,016	342,350793	69,125
Итого:		0,35108	0,016	0,9575	29,4605	0,07486072	0	0,090847	0,3515	0,392555	0,0235	0,9793001	40,348	
Композиция перестановок	9	1581,074	298,656	0,265	1471,2	596,515	270,284825	0,032	277,1776	23,86	521,6244	0,313	1542,05897	591,09
Итого:		0,19889	0,265	0,9305	596,515	0,17095014	0,032	0,17531	23,86	0,329918	0,313	0,97532372	591,09	
d		0,29702	0,9485	0,10689053	0,119001	0,371676	0,97797464							

Рисунок 2 – Повышение эффективности оценок для случая $P \subset E_z$

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / Сергиенко И. В. – К.: Наук. думка, 1988. – 472 с.
- Стоян Ю. Г. Композиционные образы комбинаторных множеств и некоторые их свойства / Стоян Ю. Г., Гребенник И. В. // Пробл. машиностроения. – 2005. – Т. 8, № 3. – С. 56–62.
- Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Стоян Ю. Г., Ємець О. О. – К. : ІСДО, 1993. – 188 с.
- Яковлев С. В. О некоторых классах задач оптимизации на множествах размещений и их свойствах / Яковлев С. В., Гребенник И. В. // Изв. вузов. Математика. – 1991. – № 11. – С. 74–86.
- Айгнер М. Комбинаторная теория / Айгнер М. – М. : Мир, 1982. – 558 с.
- Гребенник И. В. Классы композиционных образов комбинаторных множеств в математических моделях задач геометрического проектирования / Гребенник И. В. // Радиоэлектроника и информатика. – 2005. – № 3. – С. 69–73.
- Гребенник И. В. Оптимизация линейных функций на множестве композиций перестановок / Гребенник И. В., Баранов А. В. // Компьютерное моделирование и интеллектуальные системы: сборник научных трудов. – Запорожье : ЗНТУ, 2007. – С. 116–121.

8. Стоян Ю. Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Стоян Ю. Г., Яковлев С. В. – К. : Наук. думка, 1986. – 268 с.
9. Яковлев С. В. Теория выпуклых продолжений функции на вершинах выпуклых многогранников... / Яковлев С. В. // ЖВМ и МФ. – 1994. – Т. 34, № 7. – С. 1112–1119.
10. Стоян Ю. Г. Построение выпуклых и вогнутых функций на перестановочном многограннике / Стоян Ю. Г., Яковлев С. В. // ДАН УССР, Сер А. – 1988. – № 5. – С. 68–70.
11. Яковлев С. В. О минимизации линейной функции на вершинах перестановочного многогранника с учетом линейных ограничений / Яковлев С. В., Валуйская О. А. // Доп. НАНУ. – 1999. – № 11. – С. 103–107.
12. Гребенник И. В. Решение некоторых задач условной оптимизации линейных функций на перестановочном многограннике / Гребенник И. В. // Радиоэлектроника и информатика. – 1999. – № 1. – С. 55–59.
13. Гребенник И. В. Экстремальные свойства функций на классах композиционных образов комбинаторных множеств / Гребенник И. В., Баранов А. В. // Бионика интеллекта. – 2007. – № 1(66). – С. 99–102.
14. Гребенник И. В. Оптимизация линейных функций с линейными ограничениями на комбинаторных множествах на основе случайного поиска / Гребенник И. В., Баранов А. В. // Искусственный интеллект. – 2007. – № 1. – С. 132–137.

жествах на основе случайного поиска / Гребенник И. В., Баранов А. В. // Искусственный интеллект. – 2007. – № 1. – С. 132–137.

Надійшла 16.09.2008

Досліджуються задачі оптимізації опуклих функцій на комбінаторних множинах. Будуються оцінки мінімумів опуклих функцій для класів комбінаторних множин перестановок, з урахуванням та без урахування лінійних обмежень на змінні. Побудова оцінок включає в себе додаткову процедуру оптимізації. Наводяться приклади, аналізуються результати обчислювальних експериментів.

The paper is devoted to the problem of convex functions optimization on combinatorial sets. Estimates of convex function minimum are constructed for different classes of combinatorial sets of permutations, with or without linear constraints on the variables. Estimates construction includes an additional procedure of optimization. Examples are given; results of numerical experiments are analyzed.

УДК 681.3.06

В. И. Долгов, А. В. Неласая

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ МАТРИЦЫ ХАССЕ – ВИТТА ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

В статье предложен метод вычисления элементов матрицы Хассе – Витта гиперэллиптических кривых специального вида, основанный на использовании формулы бинома Ньютона.

ВВЕДЕНИЕ

Двухключевая криптография основана на трудности решения определенных математических задач. На первых порах развития этого направления такими задачами рассматривались разложения большого числа на простые множители и дискретное логарифмирование в простом поле Галуа. Современные стандарты цифровой подписи и направленного шифрования основаны на использовании операций в группах точек эллиптических кривых. Они обеспечивают меньшие длины параметров и, соответственно, более высокое быстродействие при сохранении заданного уровня стойкости. В частности, ныне действующий в Украине стандарт электронной цифровой подписи ДСТУ 4145-2002 основан на преобразованиях в группе точек эллиптических кривых, определенных над расширенными конечными полями $GF(2^m)$.

Естественным теоретическим и практическим обобщением эллиптических кривых являются гиперэллиптические кривые. Источником абелевой группы в этом случае выступает группа классов дивизоров (якобиан) гиперэллиптической кривой. Теория диви-

зоров гиперэллиптических кривых сегодня играет важную роль и при конструировании систем, основанных на спариваниях Вейля и Тейта, а также при решении задач дискретного логарифмирования на эллиптических кривых (метод спуска Вейля).

Основное преимущество при использовании гиперэллиптических кривых состоит в том, что размер основного поля, над которым определена кривая, уменьшается пропорционально роду кривой без потери стойкости, хотя сама формула группового сложения выглядит более громоздко.

Среди важных направлений совершенствования современных технологий применения гиперэллиптических кривых в криптографии можно выделить задачи, связанные с определением порядков якобианов кривых, которые и сегодня считаются вычислительно сложными [1, 2].

В этой работе предлагается метод вычисления элементов матрицы Хассе – Витта гиперэллиптической кривой, с использованием которой можно решить задачу определения порядка якобиана гиперэллиптической кривой [1, 2]. Этот метод требует для реализации существенно меньших вычислительных затрат по сравнению с известными. Он основан на использовании формулы бинома Ньютона и применим для кривых специального вида.

1 КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОРЯДКА ЯКОБИАНОВ ГЭК

Пусть F_q – конечное поле и пусть \bar{F}_q – алгебраическое замыкание поля F_q . Гиперэллиптическая кривая C рода $g \geq 1$ над полем F_q представляет собой [3] набор решений $(x, y) \in F_q \times F_q$ уравнения

$$C: y^2 + h(x)y = f(x), \quad (1)$$

где $h(x) \in F_q[x]$ – полином степени не более g , $f(x) \in F_q[x]$ – нормированный полином степени $2g+1$ и не существует решений (особых точек) $(x, y) \in \bar{F}_q \times \bar{F}_q$, которые бы одновременно удовлетворяли уравнению (1) и уравнениям $2y + h(x) = 0$ и $h'(x)y - f'(x) = 0$. Считается, что бесконечно удаленная точка P_∞ также принадлежит кривой.

Оператор Картера – Манина кривой, определенной над конечным полем, вместе с матрицей Хассе – Витта [4, 5] удобно использовать для изучения арифметических свойств якобиана кривой. Эта матрица используется как часть процедуры определения порядка якобиана, который является наиболее важным параметром для обеспечения стойкости криптосистемы на гиперэллиптических кривых [6].

Как известно, порядок якобиана гиперэллиптической кривой ограничен интервалом Хассе – Вейля.

$$\lceil (\sqrt{q-1})^{2g} \rceil \leq \#J(C/F_q) \leq \lfloor (\sqrt{q}+1)^{2g} \rfloor, \quad (2)$$

где q – характеристика основного поля, над которым определена кривая, g – род кривой.

В нашей работе [2] приведен общий анализ существующих методов определения порядка якобианов ГЭК. Отмечено, что порядок якобиана напрямую зависит от количества точек кривой над основным полем и его расширениями q^2, \dots, q^g [1]. В общем случае операция определения количества точек кривой является вычислительно сложной. Исследователями были выделены частные виды кривых (кривые Коблица, кривые Фурукавы), для которых разработаны эффективные методы определения порядка якобиана.

Основная идея большинства методов определения порядка заключается в использовании эндоморфизма Фробениуса.

Для $K = F_q$, $q = p^m$ это отображение вида

$$\phi_q = \phi_{p^m}: x \rightarrow x^{p^m}. \quad (3)$$

Характеристическим полиномом эндоморфизма Фробениуса называется нормированный полином степени $2g$ с коэффициентами из кольца Z :

$$\begin{aligned} \chi_q(T) = & T^{2g} + a_1 T^{2g-1} + \dots + a_g T^g + \\ & + a_{g-1} q T^{g-1} + \dots + a_1 q^{g-1} T + q^g. \end{aligned} \quad (4)$$

При этом

$$\#J(C/F_q) = \chi_q(1). \quad (5)$$

Следовательно, для определения порядка якобиана достаточно найти коэффициенты характеристического полинома эндоморфизма Фробениуса.

Другие методы определения порядка якобиана, например такие, как p -адические методы, использующие алгоритм Kedlaya, эффективны в полях малой характеристики.

Для кривых над большими простыми полями наиболее перспективно использование метода, использующего оператор Картера – Манина и матрицу Хассе – Витта [4, 5]. Применение этого метода дает возможность определить коэффициенты характеристического полинома эндоморфизма Фробениуса по модулю характеристики основного поля, что позволяет ограничить интервал их поиска значениями, кратными характеристике основного поля.

Матрица Хассе – Витта является обобщением инварианта Хассе эллиптической кривой и определяется следующим образом.

Определение [3]. Пусть γ_k – коэффициент полинома $\gamma(x) = f(x)^{(p-1)/2}$ при переменной степени k . Матрица Хассе – Витта – это матрица размера $g \times g$ с коэффициентами из поля F_q , заданная как

$$H = (\gamma_{ip-j})_{1 \leq i, j \leq g} = \begin{bmatrix} \gamma_{p-1} & \gamma_{p-2} & \dots & \gamma_{p-g} \\ \gamma_{2p-1} & \gamma_{2p-2} & \dots & \gamma_{2p-g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{gp-1} & \gamma_{gp-2} & \dots & \gamma_{gp-g} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Порядок вычисления оператора Картера – Манина $\chi_q(T) = (-1)^g T^g k(T) (\text{mod } p)$ определяется следующей теоремой.

Теорема 1 [4]. Пусть C – ГЭК рода g , определенная над полем F_q и $q = p^m$. Пусть H – матрица Хассе – Витта кривой C и пусть $M = H \times H^{(p)} \times \dots \times H^{(p^{m-1})}$, где $H^{(t)}$ – это матрица, состоящая из элементов H , возвещенных в степень t . Пусть $k(T) = \det(T \times I_g - M)$ – характеристический полином матрицы M , тогда $\chi_q(T) = (-1)^g T^g k(T) (\text{mod } p)$.

Основная сложность применения оператора Картера – Манина заключается в построении матрицы Хассе – Витта, а именно, в возведении полинома в большую степень

$$\gamma(x) = f(x)^{(p-1)/2}. \quad (7)$$

Тривиальный способ вычисления необходимых коэффициентов состоит в полном возведении полинома в большую степень и выборе нужных коэффициентов их полученного результата. В этом случае для достаточно большого p , что является необходимым условием для построения стойкой криптосистемы, требуется

слишком много системных ресурсов и вычисления являются слишком медленным даже для кривых второго рода.

В работе [3] приводится оптимизированный метод определения элементов матрицы Хассе – Витта как термов линейных рекуррентных последовательностей, используя свойство формулы $\gamma(x) = f(x)^{(p-1)/2}$:

$$f(x) \cdot \gamma'(x) - \frac{p-1}{2} \cdot f(x)' \cdot \gamma(x) = 0.$$

Его сложность определяется как

$$O((R_M(g)g\sqrt{p} + g^3 R_P(\sqrt{p}))(d\lg(p)^\mu)),$$

где $R_M(s)$ – число операций кольца при умножении двух $s \times s$ матриц над кольцом; $R_P(s)$ – число операций кольца при умножении двух полиномов степени s над кольцом; μ – константа такая, что два B -битовых целых могут быть умножены за время B^μ .

Изложим теперь сущность предлагаемого метода.

2 МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МАТРИЦЫ ХАССЕ – ВИТТА

За основу берется метод определения характеристического полинома эндоморфизма Фробениуса, основанный на теореме 1. Самой трудоемкой операцией в этом методе является возведение полинома $f(x)$ в степень $(p-1)/2$.

Заметим, однако, что для формирования матрицы Хассе – Витта необходимо лишь $g \times g$ коэффициентов полученного полинома $\gamma(x)$.

Как показано в [3], для значений $p > 3$ уравнение любой гиперэллиптической кривой несложными преобразованиями можно привести к виду

$$y^2 = f(x). \quad (8)$$

Будем рассматривать кривые специального вида, в которых многочлен $f(x)$ представлен в виде суммы двух одночленов, то есть

$$f(x) = x^{2g+1} + ax^k, \quad (9)$$

где k может принимать любое целое значение из интервала $[2 \dots 2g]$.

При представлении (9) определению гиперэллиптической кривой (1) будут удовлетворять только кривые, для которых параметр k равен 0 или 1. Остальные кривые имеют особую точку $(0, 0)$ и требуют более тщательного анализа. Возможность использования таких рациональных кривых рода 1 в криптографических приложениях рассматривалась в работе [7].

Обозначим $n = (p-1)/2$, тогда выражение (7) можно записать в виде

$$\gamma(x) = f(x)^n = (x^{2g+1} + ax^k)^n. \quad (10)$$

В этом случае для формирования матрицы Хассе – Витта нет необходимости полностью возводить $f(x)$ в степень n , а можно лишь вычислить коэффициенты при необходимых членах с помощью формулы бинома Ньютона [8].

$$(a+b)^n = \sum_{m=0}^n C_n^m a^{n-m} b^m, \quad (11)$$

где

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-m+1)}{m!}. \quad (12)$$

Для кривых (10) при $k = 0$ запишем формулу (11) в виде

$$\begin{aligned} \gamma(x) &= (x^{2g+1} + a)^n = \sum_{m=0}^n C_n^m (x^{2g+1})^{n-m} \cdot a^m = \\ &= \sum_{d_0=0}^{(2g+1)n} C_n^{\frac{(2g+1)n-d_0}{2g+1}} a^{\frac{(2g+1)n-d_0}{2g+1}} x^{d_0}. \end{aligned} \quad (13)$$

В (13) введена новая переменная $d_0 = (2g+1)(n-m)$ и, следовательно, показатели степени переменной $d_0:2g+1$ и

$$m = \frac{(2g+1)n-d_0}{(2g+1)} = n - \frac{d_0}{2g+1}. \quad (14)$$

При $k = 1$ представим $\gamma(x)$ как

$$\gamma(x) = (x^{2g+1} + ax)^n = [x(x^{2g} + a)]^n.$$

$$\begin{aligned} \gamma(x) &= (x^{2g+1} + ax)^n = \sum_{m=0}^n C_n^m (x^{2g})^{n-m} \cdot a^m \cdot x^n = \\ &= \sum_{d_1=n}^{(2g+1)n} C_n^{\frac{(2g+1)n-d_1}{2g}} a^{\frac{(2g+1)n-d_1}{2g}} x^d, \end{aligned}$$

где введена новая переменная $d_1 = 2g(n-m) + n = (2g+1)n - 2gm$ и, следовательно, для показателей степени переменной многочлена $\gamma(x)$ справедливо соотношение $d_1 - \frac{p-1}{1}:2g$ и для показателя степени m справедливо соотношение

$$m = \frac{(2g+1)n-d_1}{2g} = n + \frac{n-d_1}{2g}. \quad (15)$$

Тогда в первом случае при $k = 0$ для значений показателя степени d_0 , принимающем значения $d_0 \in \{p-1, \dots, p-g, 2p-1, \dots, 2p-g, \dots, gp-1, \dots, gp-g\}$ имеем

$$m_1 = \frac{p-1}{2} - \frac{p-1}{2g+1}, \quad m_2 = \frac{p-1}{2} - \frac{p-2}{2g+1},$$

.....

$$m_{g(p-1)} = \frac{p-1}{2} - \frac{g(p-1)}{2g+1}.$$

Из этих результатов нас устраивают только те, которые дают целые значения.

Для случая $k = 1$ по аналогии с предыдущим получаем

$$m_2 = \frac{p-1}{2} + \frac{\frac{p-1}{2} - (p-1)}{2g} = \frac{p-1}{2} - \frac{p-1}{4g},$$

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{p-1}{2} + \frac{\frac{p-1}{2} - (p-2)}{2g} = \\ &= \frac{p-1}{2} + \frac{p-1-2(p-2)}{4g}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{p-g} &= \frac{p-1}{2} + \frac{\frac{p-1}{2} - (p-g)}{2g} = \\ &= \frac{p-1}{2} + \frac{p-1-2(p-g)}{4g}, \end{aligned}$$

.....

$$\begin{aligned} m_{g(p-1)} &= \frac{p-1}{2} + \frac{\frac{p-1}{2} - g(p-1)}{2g} = \\ &= \frac{p-1}{2} + \frac{p-1-2g(p-1)}{4g}. \end{aligned}$$

И здесь, очевидно, берутся только целые значения.

Далее можно уже можно определять интересующие нас коэффициенты многочлена $\gamma(x)$, для чего необходимо вычислить соответствующие коэффициенты бинома Ньютона C_n^m . При этом соответствующий элемент матрицы Хассе – Витта определяется по формуле:

$$\gamma_i = C_n^{m_i} \cdot a^{m_i} (\text{mod } p). \quad (16)$$

Дальнейшие вычисления состоят в применении оператора Картера – Манина к полученной матрице.

3 ЕФЕКТИВНИЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ БІНОМІАЛЬНИХ КОЕФФІЦІЄНТОВ

Основное время вычислений в предлагаемом авторами методе занимают вычисления биномиальных коэффициентов, а именно операция вычисления факториала длинного числа. В работе [9] приводится эффективный метод вычисления факториала. Его суть состоит в следующем.

Факториал любого неотрицательного числа n может быть эффективно вычислен по формуле

$$\begin{aligned} n! &= 2^{n_2 + n_3 + \dots + n^{k-1} + n^k} \times n_k! \times n_{k-1}!! \times \\ &\times \underbrace{[n_{k-1}!! \times \dots \times n_{k-2}]}_{n_{k-2}!!} \times \underbrace{[n_{k-2}!! \times \dots \times n_{k-3}]}_{n_{k-3}!!} \times \dots \times \\ &\times \underbrace{[n_2!! \times \dots \times n_1]}_{n_1!!}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $n_1 = n$, $n_i = \left\lfloor \frac{n_{i-1}}{2} \right\rfloor$, $n_k = 1$, символом $n!!$ обозначено произведение всех нечетных чисел в интервале $[1\dots n]$, а обозначение $[a_j \times \dots \times a_k]$ соответствует произведению всех нечетных чисел, лежащих в интервале от a_j до a_k .

Использование этой формулы позволило авторам усовершенствовать формулу для вычисления биномиальных коэффициентов.

Представим формулу (17) в виде

$$n! = 2^s \cdot t,$$

где

$$s = n_2 + n_3 + \dots + n^{k-1} + n^k,$$

$$\begin{aligned} t &= n_k! \times n_{k-1}!! \times \underbrace{[n_{k-1}!! \times \dots \times n_{k-2}]}_{n_{k-2}!!} \times \\ &\times \underbrace{[n_{k-2}!! \times \dots \times n_{k-3}]}_{n_{k-3}!!} \times \dots \times \underbrace{[n_2!! \times \dots \times n_1]}_{n_1!!}. \end{aligned}$$

Тогда формулу для вычисления биномиальных коэффициентов можно переписать в виде

$$\begin{aligned} C_n^m &= \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{2^{s_n} \cdot t_n}{(2^{s_m} \cdot t_m) \cdot (2^{s_{(n-m)}} \cdot t_{(n-m)})} = \\ &= 2^{s_n - (s_m + s_{(n-m)})} \cdot \frac{t_n}{t_m \cdot t_{(n-m)}}. \end{aligned} \quad (18)$$

В табл. 1 представлено сравнение скорости вычисления биномиальных коэффициентов в специализированном математическом пакете с помощью стандартной и усовершенствованной процедур.

Таким образом, экспериментально доказана эффективность усовершенствованной формулы вычисления биномиальных коэффициентов.

Таблица 1 – Сравнение скорости процедур вычисления биномиальных коэффициентов

Длина p , бит	p	$n = (p-1)/2$	m	Время $\text{mbinomial}(n, m, p)$ (предложение авторов), с	Время $\text{binomial}(n, m) \bmod p$ (стандартная процедура), с
10	997	498	249	меньше 0,1	меньше 0,1
14	9973	4986	2493	меньше 0,1	0,2
17	99991	49995	24997	0,1	11,6
20	999979	499989	249994	1,4	1132,4

**4 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР
ДЛЯ ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ
ВТОРОГО РОДА**

Определим порядок якобиана гиперэллиптической кривой второго рода

$$y^2 = x^5 + 3 \pmod{991}. \quad (19)$$

Согласно [6]

$$\chi_q(T) = T^4 - s_1 \cdot T^3 + s_2 \cdot T^2 - s_1 \cdot q \cdot T + q^2, \quad (20)$$

где

$$|s_1| \leq 4 \cdot \sqrt{q}, \quad |s_2| \leq 6 \cdot q, \\ |2\sqrt{q}|s_1| - 2 \cdot q| \leq s_2 \leq \lfloor s_1^2/4 + 2 \cdot q \rfloor.$$

Поскольку использование оператора Картера – Манина позволяет определить коэффициенты характеристического полинома только по модулю характеристики основного поля, ограничения на s_1 и s_2 помогут значительно сузить интервал поиска их истинных значений.

Матрица Хассе – Витта в нашем случае имеет вид:

$$\begin{bmatrix} c_{p-1} & c_{p-2} \\ c_{2p-1} & c_{2p-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{990} & c_{989} \\ c_{1981} & c_{1980} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Согласно предложенному методу, определим элементы матрицы путем вычисления коэффициентов бинома Ньютона при соответствующих степенях переменной x полинома

$$\gamma(x) = (x^5 + 3)^{(991-1)/2}. \quad (22)$$

Для этого сначала надо определить, какие коэффициенты бинома Ньютона C_n^m надо вычислить, а именно необходимо определить значения переменной m для всех элементов матрицы (22), поскольку n всегда равно $(p-1)/2$ и для нашего примера равно 495. Имеем:

$$m_1 = 495 - \frac{990}{5} = 297, \quad m_2 = 495 - \frac{989}{5} = \frac{1486}{5},$$

$$m_3 = 495 - \frac{1981}{5} = \frac{494}{5}, \quad m_4 = 495 - \frac{1980}{5} = 99.$$

Получаем два целых значения $m_1 = 297$ и $m_4 = 99$.

Рассчитаем теперь соответствующие элементы матрицы Хассе – Витта из полинома (23) по формуле (16). Используем усовершенствованную авторами формулу расчета биномиальных коэффициентов.

Следовательно,

```
a:=3;
mbinomial(s, m1, p)*a^m1 mod p;
mbinomial(s, m4, p)*a^m4 mod p;
286
676
```

$$c_{p-1} = c_{990} = C_{495}^{297} \cdot 3^{297} \pmod{991} = 286,$$

$$c_{2p-2} = c_{1980} = C_{495}^{99} \cdot 3^{99} \pmod{991} = 676,$$

и матрица Хассе – Витта имеет вид

$$\begin{bmatrix} 286 & 0 \\ 0 & 676 \end{bmatrix}.$$

Далее с помощью оператора Картера – Манина определим характеристический полином эндоморфизма Фробениуса по модулю характеристики основного поля:

$$\chi_{991}(T) = T^4 + 29 \cdot T^3 + 91 \cdot T^2 \pmod{991}.$$

Пользуясь формулой (20), восстановим полные значения коэффициентов характеристического полинома эндоморфизма Фробениуса:

$$\chi_{991}(T) = T^4 + 29 \cdot T^3 + (91 + k \cdot 991) \cdot T^2 + \\ + 29 \cdot 991 \cdot T + 991^2.$$

Как видно, в полученной формуле не вполне определенным осталось только значение коэффициента $s_2 = (91 + k \cdot 991)$. Определим границы для s_2 , пользуясь формулой (21).

$$b1 = |2\sqrt{q}|s_1| - 2 \cdot q| = -157 \text{ и}$$

$$b2 = \lfloor s_1^2/4 + 2 \cdot q \rfloor = 2192.$$

Отсюда возможные значения s_2 и соответствующие этим значениям порядки якобиана кривой $\#J$ получаются равными

$$k = 0, \quad s_2 = 91, \quad \#J = 1010941,$$

$$k = 1, \quad s_2 = 1082, \quad \#J = 1011932,$$

$$k = 2, \quad s_2 = 2073, \quad \#J = 1012923.$$

Окончательный выбор из полученных альтернатив путем умножения произвольно выбранного дивизора $\langle x - 402, 661 \rangle$ на предполагаемые порядки якобиана кривой показал, что правильным в данном случае является значение $\#J = 1010941$.

ЗАКЛЮЧЕННЯ

Представленний в роботі метод вичислення елементів матриці Хассе – Вітта гиперелліптических кривих, дозволяє розв'язувати задачу определення якобіана гиперелліптических кривих. Метод не вимагає великої обчислювальної потужності та пам'яті комп'ютера, що дозволяє реалізувати його на мінімальному ресурсах. Дальніші дослідження в цьому напрямку зводяться до розширення формул вичислення біноміальних коефіцієнтів по модулю великого простого числа, а також в дослідженнях властивостей рациональних гиперелліптических кривих, відповідаючих значенням $k > 1$ в формулі (9).

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Colm Ó hÉigearthaigh. A Comparison of Point Counting methods for Hyperelliptic Curves over Prime Fields and Fields of Characteristic 2 [Електронний ресурс] / Colm Ó hÉigearthaigh: Cryptology ePrint Archive: Report 2004/241, 2004 . – Р. 1–12. – Режим доступа: <http://eprint.iacr.org/2004/241.pdf>.
2. Долгов В. И. Методы определения порядка якобианов гиперэллиптических кривых / Долгов В. И., Неласая А. В. // Прикладная радиоэлектроника. Тематический выпуск, посвященный проблемам обеспечения безопасности информации. – ХНУРЭ, 2007. – Том 6, № 3. – С. 366–369.
3. Menezes A. An Elementary Introduction to Hyperelliptic Curves [Електронный реурс] : Published as Technical Report CORR 96–19 Department of C&O University of

- Waterloo: Ontario: Canada / Menezes A., Wu Y., Zuccherato R. – 1996. – Р. 1–35. – Режим доступа: www.cacr.math.uwaterloo.ca/techreports/1997/corr96-19.ps.
4. Манин Ю. И. О матрице Хассе–Витта алгебраїческої кривої / Манин Ю. И. // Известия АН СССР. Серия: Математика. – 1961. – Том 25, выпуск 1. – С. 153–172.
 5. Bostan A. Linear recurrences with polynomial coefficients and application to integer factorization and Cartier-Manin operator / Bostan A., Gaudry P., Schost É. // Proceedings of Fq7, Lecture Notes in Comput. Sci. – Berlin : Springer-Verlag, 2004. – Vol. 2948. – Р. 40–58.
 6. Долгов В. И. Стойкость криптографических алгоритмов на гиперэллиптических кривых / Долгов В. И., Неласая А. В. // Прикладная радиоэлектроника : тематический выпуск, посвященный проблемам обеспечения безопасности информации. – 2006. – Том 5, № 1. – С. 30–34.
 7. Чевардин В. Е. Метод аутентифікации даних на основе ключевого хеширования с использованием арифметики элліптических кривых : дис. канд. техн. наук : 05.13.21 / Чевардин В. Е. – Полтава, 2006. – 202 с.
 8. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / Бронштейн И. Н. Семендяев К. А. – М. : Наука, 1967. – 608 с.
 9. Ладиков А. В. Улучшенный алгоритм вычисления факториала / Ладиков А. В. // Математические заметки. – 2008. – Т. 83, № 6. – С. 857–863.

Надійшла 16.09.2008

В статті пропонується метод обчислення елементів матриці Хассе – Вітта гиперелліптических кривих спеціального виду, що базується на застосуванні формули бінома Ньютона.

The method of calculation of Hasse – Witt matrix for special hyperelliptic curves is proposed. This method is based on using binomial theorem.

УДК 004.93.1

В. М. Заяць

ДОЦІЛЬНІСТЬ ВСТАНОВЛЕННЯ ПРИОРИТЕТУ ПЕРВИННИХ ОЗНАК ПРИ ПОБУДОВІ СИСТЕМ РОЗПІЗНАВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ І ПРОЦЕСІВ НА ОСНОВІ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ТА ІМОВІРНІСНИХ МЕТОДІВ

Запропоновано підхід до встановлення пріоритету первинних ознак при побудованії системи розпізнавання користувачів комп’ютера на основі її опису у вигляді дискретної моделі, що рекурентно зв’язує часові затримки при введенні інформації з клавіатурі комп’ютера у дискретні відліки часу. Доцільність розроблених підходів проілюстровано при реалізації автоматизованої процедури ідентифікації користувачів комп’ютера на основі детермінованого та імовірнісного методів.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

При створенні нових реальних пристрій, дослідженням невивчених фізичних явищ чи процесів, побу-

дові систем розпізнавання та ідентифікації, що мають бажані характеристики інформаційного сигналу або невідомі характеристики, які підлягають вивченню, доцільно провести комп’ютерне моделювання та аналіз, створивши адекватні математичної моделі об’єкта, що розробляється чи вивчається. Такий підхід вимагає значно менших часових і технічних засобів порівняно з фізичним експериментом, особливо на попередній стадії розробки, за відсутності достовірної апріорної інформації

Останнім часом в нелінійній динаміці широке застосування знаходить дискретні моделі систем [1–6] для яких дискретність закладена в природі самого

© Заяць В. М., 2009

об'єкта досліджень, а не є наслідком дискретизації неперервної системи [7–10]. Доцільність використання дискретних по своїй природі моделей пояснюється такими їх особливостями:

- простотою математичного опису в порівнянні з неперервними моделями;
- наявністю суттєво ширшого спектру динамічних режимів, порівняно з відомими моделями;
- нескінченною вимірністю, що дозволяє моделювати кожну нову гармоніку процесу шляхом її введення у вектор змінних стану, тоді як для неперервних системах для вирішення цієї задачі необхідно підвищувати розмірність системи;
- відсутністю необхідності визначення кроку дискретизації, оцінки локальної і глобальної похибок чисельних методів, областей стійкості та синхронізації;
- кращою адаптованістю до постановки комп’ютерного експерименту, порівняно з неперервними моделями.

Власне моделі, дискретні за своєю природою є застосовні як до побудови пристройів, що мають бажані режими, так і до розпізнавання та ідентифікації таких режимів у системах зі складною динамікою і поведінкою, що дозволяє підвищити ефективність їх роботи.

При такій постановці задачі актуальною є проблема розроблення надійних підходів до встановлення пріоритету первинних ознак, що формуються в процесі розпізнавання в реальному режимі часу.

Метою даної статті є формування підходу до встановлення пріоритету первинних ознак, які використовуються для опису автоматизованих комп’ютерних систем розпізнавання та достовірної ідентифікації об'єктів і явищ зі складною динамічною природою, для забезпечення достовірного якісного та автоматизованого процесу розпізнавання та ідентифікації досліджуваних систем. В роботі також визначено перспективні напрямки розвитку систем розпізнавання складних динамічних систем на основі дискретних моделей та напрямки їх доцільного застосування.

ОСНОВНІ ПРОБЛЕМИ РОЗПІЗНАВАННЯ

При розроблені систем розпізнавання об'єктів і явищ та їх достовірної ідентифікації необхідний системний підхід, суть якого полягає у формуванні первинних ознак про об'єкт розпізнавання, встановленню їх пріоритету та вибору або розробленню та реалізації надійних критеріїв розпізнавання і достовірної ідентифікації об'єктів та процесів.

Перші дослідження у галузі розпізнавання в нашій країні проводилися О. О. Харкевичем [11] – одним з основоположників та фундаторів теорії інформації та сигналів. Значний внесок у розвиток теорії розпізнавання зробили В. М. Глушков, В. С. Міхалевич, О. Г. Івахненко, Ю. І. Журавльов, Я. З. Ципкін, В. І. Васильєв. Серед іноземних вчених слід згадати роботу Ф. Розенблatta, який у 1957 р. запропонував машину, яка навчалася розпізнавати образи і називалася персепtronом). Це була найпростіша модель діяльності людського мозку. Значний вклад у подальший розвиток теорії розпізнавання образів зробили У. Гарднер, Р. Дуда, Г. Себастіан, Дж. Ту, К. Фу, П. Харт, С. Ватанабе та інші.

Перші роботи з розпізнавання образів було присвячено теорії і практиці побудови читальних автоматів (під образом розумівся знак, зображення, буква або цифра). Математичним апаратом для розв'язання задач розпізнавання з моменту їх виникнення була теорія статистичних розв'язків [12].

На сьогоднішній день результати теорії статистичних розв'язків стали базою для побудови алгоритмів розпізнавання, які забезпечували віднесення об'єкта до його класу на підставі експериментальних апостеріорних даних, що характеризують об'єкт та априорних даних, що описують класи об'єктів. Пізніше математичний апарат розширився за рахунок використання методів алгебри логіки і деяких розділів прикладної математики, теорії інформації, математичного програмування, системотехніки і системного аналізу [13–14].

Незважаючи на те, що методи і алгоритми розпізнавання все більшою мірою стають невід'ємною складовою таких прикладних галузей природознавства, як медична і технічна діагностика, ідентифікація складних коливних динамічних процесів і явищ, екологічний моніторинг та соціальна інформатика, метеорологічне прогнозування і геологічна розвідка, локаційні засоби спостереження та системи введення і виведення текстової, графічної та мовної інформації в комп’ютер [13], інтелектуальні системи прийняття рішень в літературі – як вітчизняній, так і в іноземній – системний підхід до задач розпізнавання поки що не став домінуючим.

Сьогодні, як і півстоліття тому, проблема розпізнавання значною мірою ототожнюється з побудовою оптимальних алгоритмів розпізнавання та дослідженням умов, які дозволяють реалізувати такий алгоритм. Теоретичні дослідження орієнтуються на розв'язання хоча й важливих, але часткових задач здебільш прикладного характеру. До таких задач у першу чергу треба віднести задачі достовірного розпізнавання, суть яких зводиться до поділу простору ознак, мовою яких описуються об'єкти чи процеси розпізнавання, на області, що відповідають класам цих об'єктів, тобто до вибору найкращих границь (правил) розділення класів. Але розв'язання цих задач можливе лише тоді, коли априорі відомі класи об'єктів і ознаки, мовою яких описуються розпізнавані об'єкти та їх класи. Однак розробник системи

розвізнавання, як правило, не володіє цією інформацією. Навіть в найпростіших випадках розвізнавання букв алфавіту, відбитків пальців, слів мови, екстремумів та особливих точок функцій (де не виникає питання про класи), їх інформативні ознаки та апаратура для їх визначення не є відомими – це є предметом нетрадиційних досліджень.

Виникає питання про причини такої уваги задачам опису класів мовою ознак і побудови оптимальних алгоритмів розпізнавання.

Перша причина в тому, що ці задачі, порівняно, легко піддаються формальному і аналітичному розв'язанню, що їх визначає їх привабливість для дослідників. Друга причина полягає у тому, що значна частина дослідників обмежує свою діяльність лише теоретичними дослідженнями. Третя проблема в тому, що традиційно вважається, що системи розпізнавання є автономними. У деяких часткових задачах це виправдано, хоча в загальному випадку таке формулювання питання не є правомірним. Адже і в системах технічної та медичної діагностики, в автоматизованих системах управління виробництвом, розпізнавання дефектів механізмів і машин, визначення діагнозу пацієнта, розпізнавання складних коливних режимів, класифікація виробничих ситуацій не є самоціллю. Їх розпізнавання необхідне для отримання вихідної інформації для підсистеми управління з метою прийняття керівних рішень, адекватних результатам розпізнавання невідомих об'єктів, явищ, ситуацій, станів.

Можна стверджувати, що достовірне розпізнавання конкретних ситуацій не є достатньою умовою потенціально можливої ефективності системи управління. Ale це є необхідна умова. Важко уявити, що лікар, який поставив неправильний діагноз, знайде правильний метод лікування чи не виявлення нестійких коливних режимів забезпечить надійну роботу технічного пристроя.

При розробці будь-яких систем розпізнавання необхідний системний підхід, суть якого полягає в тому, щоб в умовах неминучих фінансових і технічних обмежень система розпізнавання забезпечила системі управління реалізацію потенціально можливої ефективності. Вибору чи створенню критеріїв розпізнавання повинна передувати процедура вимірювання первинних ознак про процес розпізнавання, встановлення пріоритету цих ознак та їх впливу на інтегральні характеристики дослідженого процесу чи об'єкту. З математичної точки зору опис такої системи має забезпечувати мінімальну похибку розпізнавання та достовірну ідентифікацію об'єкта розпізнавання за певними ознаками та критеріями прийняття рішення.

Метод ідентифікації користувача шляхом виділення первинних дискретних інформативних ознак

Суть методу полягає у тому, щоб забезпечити процедуру розпізнавання конкретного користувача при його роботі за клавіатурою комп'ютера. Деякі загальні міркування щодо створення такої системи подані в роботі [13–15].

Очевидно, для організації процесу розпізнавання у пам'ять комп'ютера необхідно ввести текст (зразок) кожного із об'єктів розпізнавання. При відсутності зразка об'єкт не розпізнається або пропонується створити новий клас об'єктів шляхом завдання зразку почерку (це можна використати для забезпечення санкціонованого доступу до ресурсів комп'ютера). Паралельно при створенні зразка за рукомоторними ознаками об'єкту формується інформаційна модель об'єкту шляхом визначення функцій розподілу часових затримок при введенні інформації в комп'ютер. У якості первинних ознак про об'єкт о використано різні часові затримки при роботі об'єкта з клавіатурою комп'ютера. Встановити пріоритет кожної із первинних ознак можна експериментальним шляхом, що запропоновано в роботі [16]. При ідентифікації об'єкта знову реалізуємо процедуру вибору або розроблення критеріїв прийняття рішення і на основі цих критеріїв [14–16] і приймаємо рішення про віднесення об'єкта до певного класу. У випадку неоднозначного рішення можна застосувати функції відстані (детермінований підхід) і однозначно обрати клас (з найменшим середньоквадратичним відхиленням ознак). Відзначимо, що різні інформаційні ознаки можуть мати різний пріоритет, який також можна встановити експериментально. З метою підвищення ефективності системи доцільно відсікати не детерміновані хаотичні рухи руки особи шляхом попередньої фільтрації інформації, що вводиться користувачем в режимі реального часу, створюючи тим самим неперервні послідовності (набори) символів.

У роботах [15–17] сформульовано і проаналізовано велику кількість характеристик. Приведемо лише найбільш інформативні та доступні для швидкого формування. Отже, для побудови системи розпізнавання особи за її рукомоторними реакціями було обрано наступні характеристики:

- 1) відносна девіація паузи перед клавішем – розподіл відносних відхилень паузи перед даним клавішем до середнього значення паузи перед всіма клавішами у даній неперервній послідовності набору

$$\text{Dev}B = \frac{t_i - t_{\text{cp}}}{t_{\text{cp}}} \cdot 100 \%, \quad (1)$$

де t_i – тривалість паузи перед i -м клавішем, t_{cp} – середня тривалість паузи перед клавішами в послідовності набраного тексту.

2) відносна девіація утримання клавіша – розподіл відносних відхилень тривалості утримання натиснутим даного клавіша до середньої тривалості утримання клавіша у даній неперервній послідовності

$$DevP = \frac{t_i - t_{cp}}{t_{cp}} \cdot 100 \%. \quad (2)$$

Приклад даного розподілу зображенено на рис. 1. На осі абсцис відкладено відносні відхилення у відсотках, а на осі ординат – відносну частоту попадань у відповідний інтервал відхилення.

3) відносна девіація паузи після клавіша – аналогічна попередній характеристиці:

$$DevA = \frac{t_i - t_{cp}}{t_{cp}} \cdot 100 \% ; \quad (3)$$

4) відношення величини паузи перед клавішем до тривалості утримання клавіша;

5) відношення величини паузи перед клавішем до величини паузи після клавіша;

6) відношення величини паузи після клавіша до тривалості утримання клавіша;

7) розподіл частот використання клавіш зміни реєстру.

Всього в роботі [15] розглянуто 18 характеристик, але найбільш інформативними є вище приведені.

Характеристики 1–6 формуються для кожного клавіша, що був задіяний у наборі. Щоб спростити балансування важливості характеристик, при побудові системи прийнято рішення об'єднати перші шість характеристик у групу оскільки це значно зменшує їх кількість (а в межах групи можна розгадати їх як еквівалентні). На спосіб групування характеристик безпосередньо впливає обраний метод їх зіставлення.

У першому варіанті побудови системи розпізнавання для реалізації процедури ідентифікації було використано функції відстані. Оскільки вага характеристик кожної групи могла бути різною, то відстані об-

числювались окремо по кожній з груп характеристик. Відстань між класами Ω і Z в межах кожної групи характеристик обчислюється за формулою середнього квадратичного відхилення:

$$Dist(\lambda) = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (m_i^\Omega - m_i^Z)^2}, \quad (4)$$

де m_i – середнє значення вибірки i -ї характеристики даної групи класу Ω , $Dist(\lambda)$ – відстань між класами за групою характеристик λ .

Відстані вимірюються між середніми значеннями, оскільки середнє може бути оцінено вже після відносно невеликої кількості дослідів (10–20), що є важливим для зменшення об'єму тексту, що набирається об'єктами розпізнавання.

Групи характеристик 1–6 не еквівалентні за якістю рішень, що приймаються на їх основі. Перед об'єднанням результатів для прийняття рішення по розпізнаванню, необхідно збалансувати ваги груп між собою. Баланс характеристик здійснений обернено пропорційно ймовірностям допустити помилку другого роду (коли два об'єкти різних класів розпізнаються як такі, що належать до одного класу) по кожній з груп характеристик, зокрема: $1/p_1 : 1/p_2 : 1/p_3 : 1/p_4 : 1/p_5 : 1/p_6 : 1/p_7$. Експериментально було отримано відношення ваг груп 1–7 як 4:12:8:6:5:2:6 відповідно. Недоліком системи на основі функцій відстані є те, що вона принципово не може визначити ймовірність правильності або не правильності рішення по розпізнаванню. Кожний сторонній користувач буде схожий на того чи іншого зареєстрованого користувача системи.

Розроблений другий варіант побудови системи розпізнавання базується на використанні методу довірчих інтервалів. Для перевірки гіпотези про належність пари об'єктів одному класу перевіряються гіпотези про рівність середніх значень розподілів [18, 19] всіх характеристик кожної групи. Для цього обчислюються значення середнього a та вибікового стандарту s за формулами

$$a = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i; \quad (5)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2}. \quad (6)$$

Для розрахунку довірчих інтервалів враховується закон розподілу середнього значення:

$$f(x_{cp}) = \frac{\sqrt{n}}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{n}{2\sigma^2} \cdot (x_{cp} - x_0)}. \quad (7)$$



Рисунок 1 – Розподіл відносних девіацій утримання заданого клавіша натиснутим

Для вибірок малого об'єму оцінка середнього значення уточнюється за допомогою розподілу Стьюденента [16], за яким розподілена величина $u = \frac{a-m}{s_{\text{cp}}}$. Його густина розподілу задається формулою:

$$S(u, n) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \sqrt{\pi \cdot n}} \cdot \left(1 + \frac{u^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}. \quad (8)$$

Нехай при порівнянні пари відповідних розподілів ми допускаємо помилку першого роду P_α , а всього порівнюємо N таких пар. Отже, логічно припустити, що інтегральна характеристика групи класу і об'єкту співпадає з ймовірністю $\geq 1 - P_\alpha$, якщо кількість непідтверджених гіпотез N_α не перевищує числа $P_\alpha \cdot N$, у іншому випадку вважаємо що об'єкт не належить класу. Такого типу (так/ні) результат ми отримаємо для кожної з шести груп характеристик. Як і у випадку системи на основі функції відстані, ці групи не еквівалентні по якості рішень, що приймаються на їх основі. Кожна з них має свою ймовірність помилки другого роду.

На основі практичних експериментів по розпізнаванню з кожною групою характеристик досліджувалися помилки другого роду. Окрім гіпотези система перевіряла з рівнем значущості $\alpha = 0,05$. Так були отримані ймовірності помилок другого роду 35 %, 13 %, 20 %, 27 %, 32 %, 78 %. Це дало змогу встановити пріоритет кожної із розглянутих вище семи ознак на основі підходу, описаного в [16]. Найбільшим пріоритетом володіє шоста ознака. Отримані ймовірності помилок були отримані для порівняно невеликої кількості експериментів по ідентифікації (105 експериментів). Для великої групи людей ймовірності помилок можуть дещо відрізнятися від наведених.

При тестуванні розробленої системи на досліджуваних об'єктах була допущена лише одна помилка на 22 проведених розпізнавання (запропоновано два схожих на об'єкт класи, один серед яких був правильний).

Наближена оцінка помилки прийняття об'єкт одного класу за об'єкт іншого не перевищує 35 % при наявності 112 зареєстрованих у системі класів.

Система розпізнає зареєстрованого користувача після набору ним 5–8 речень по 60 знаків кожне, тобто після введення 300–500 знаків. При достатній кваліфікації користувача (швидкість набору тексту 200 знаків за хвилину) система розпізнає користувача, який набирає замість завдання довільний текст. В ряді випадків зареєстровано розпізнавання особи при наборі тексту англійською мовою. Це характерно для висококваліфікованого користувача (швидкість набору тексту більше 300 символів за хвилину), коли

ймовірність хаотичних рухів руки від усталеного часового режиму є малоймовірною.

Підхід до опису системи розпізнавання користувача комп'ютера на основі дискретної моделі

Запропонований підхід для побудови дискретних моделей коливних процесів зі складною структурою, розглянутий в роботах [17, 18] можна застосувати до опису коливної системи будь-якої природи за умови, що її стани характеризуються дискретними ознаками. Для довільного числа ознак N маємо N -вимірний вектор змінних стану, а матрицю переходу станів \mathbf{A} будуємо таким чином, щоб її визначник дорівнював одиниці. Найпростішим чином це можна зробити, якщо $N = 2$ рядки матриці мають одиниці на головній діагоналі, а поза діагональні елементи дорівнюють нулю. При цьому останні два рядки цієї матриці є комбінацією гармонічних функцій початкової фази φ

$$\mathbf{A}(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Тоді амплітуді коливань відповідатиме середньоквадратичне значення N -вимірного вектора змінних стану, яке може бути обчислене із завданням конкретного набору функцій f . Як засвідчує аналіз дискретної моделі в роботі [20] з введенням в матрицю переходу станів (9) N -мірного вектору станів період при цьому знову може бути оцінений на основі формулі (10). Ефективність такого підходу до опису приведеної в попередньому розділі комп'ютерної системи розпізнавання користувача комп'ютера за його рукомоторними реакціями, які визначаються різними часовими інтервалами (час утримання клавіші, тривалість пауз перед натисканням клавіші, тривалість пауз після натисканням клавіші) як абсолютних так і віднесених до їх середнього значення, або одного часового інтервалу до іншого підтверджені результатаами комп'ютерного моделювання.

На основі запропонованого підходу реалізована в середовищі DELPHI комп'ютерна система розпізнавання користувача комп'ютера за його рукомоторними діями. У реальному режимі часу в процесі набору користувачем заданого тексту відбувається формування функцій розподілу різних часових затримок, які апроксимуються нормальним законом розподілу. На основі співставлення біжучих значень математичних сподівань і дисперсій для кожного із сформованих розподілів з априорі заданими зразками ідентифікується той чи інший користувач. Ефективність такої

системи не перевищує 65 % при реєстрації всіх часових ознак.

Для підвищення ефективності розробленої системи запропоновано описувати її у вигляді системи дискретних рівнянь шостого порядку відповідно до сформованих значень дискретних ознак (часових затримок). Вибір базових функцій для опису такої системи розпізнавання є проблематичним, оскільки це мають бути імовірнісні функції розподілу, які у відповідності до рукомоторних дій користувача мають передбачати появу тієї чи іншої літери на клавіатурі комп’ютера і прогнозувати величину часової затримки при її натисканні чи величину паузи до і після натискання. Але незалежно від вигляду цих базових функцій у випадку опису процесу у вигляді дискретної моделі, коли за ознаки вибрать відношення девіацій часу утримання до паузи перед клавішею та відношення девіацій паузи до часу утримання клавіші, максимальна інформативність яких підтверджена результатами комп’ютерного моделювання, оцінку періоду повторення слідування літер на клавіатурі можна отримати за формулою

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\varphi}. \quad (10)$$

Якщо виходити з реального середнього часу утримання клавіші 0,3 с, то з урахуванням пауз до і після утримання клавіші період набору літер не перевищуватиме 1 с, що відповідає початковій фазі коливань 2р. Отже, при введенні в алгоритм розпізнавання блоку формування неперервної послідовності літер, коли в реальному режимі часу відсякаються будь-які хаотичні рухи (випадкова неуважність, механічна затримка, натискання кількох клавіш, вимушена пауза тощо), ефективність такої системи ідентифікації користувача значно зростає.

При такому підході очевидно актуальним є встановлення пріоритету ознак, оскільки найбільш інформативні з них необхідно включати в матрицю переходу станів (9). Як показали результати статистичних випробувань за наявності 200 користувачів в базі даних похибка розпізнавання не перевищувала 5 %.

Перспективи розвитку та застосування дискретних моделей коливних систем до аналізу динаміки складних об’єктів

Результати проведеного аналізу комп’ютерної системи ідентифікації користувача комп’ютера підтверджують доцільність використання дискретних моделей до розв’язання широкого класу прикладних проблем, пов’язаних з розпізнаванням складних динамічних режимів, що мають місце в об’єктах коливної природи. Завжди, коли з апріорних міркувань можна визначити елементи матриці переходу станів для двох змінних, то коливну систему будь-якого порядку можна подати у дискретному вигляді [20], використову-

ючи для запису матриці станів подання (9). Застосування цього підходу до опису системи ідентифікації користувача комп’ютера підвищило достовірність розпізнавання в 1,4 рази. Вдалий вибір для функцій зміни амплітуд часових затримок дозволяє не лише ефективно реалізовувати процедуру розпізнавання, але й аналізувати психофізіологічний стан користувача комп’ютера і передбачати появу того чи іншого слова на екрані монітора. Таким чином, ця система може бути ефективно застосована і до розв’язання задач медичної діагностики при створенні біометричних вимірювальних систем.

Видається доцільним застосування описаного підходу до побудови системи розпізнавання рукописних літер, алгоритм та архітектура якої на основі структурного підходу описані в роботах [21, 22]. Очевидно, тут слід виходити не зі структури написання літери, а будувати систему розпізнавання виходячи з напрямку руху руки (рух зверху вниз і в зворотному напрямку, рух зліва на право і в зворотному напрямку) та з часу написання літери. Оцінивши математичне сподівання часу написання кожної літери, яке характерне для кожного користувача можна реалізувати процедуру розпізнавання. З математичної точки зору, з врахуванням напрямку руху руки, це буде дискретна система 12-го порядку. Виходячи з (10) можна стверджувати, що при формуванні неперервних послідовностей літер час написання має бути кратний цілому числу.

Цей інтервално-часовий підхід до формування первинних інформативних ознак про об’єкт чи процес дослідження, орієнтований на використання дискретних моделей, з успіхом може бути застосований до побудови систем захисту інформації, медичної діагностики, біометричних систем, розв’язання транспортних задач, опрацювання потоків даних та створення інтелектуальних баз знань.

ВИСНОВКИ

В даній роботі описано метод до формування первинних ознак при побудові комп’ютерної системи розпізнавання користувачів комп’ютера, запропоновано алгоритм та спосіб реалізації такої системи, відзначені особливості її функціонування та запропоновані шляхи підвищення точності розпізнавання та забезпечення достовірності ідентифікації користувачів комп’ютера на основі встановлення пріоритету первинних дискретних ознак та використання дискретних моделей, що по суті справи зв’язують тривалості пауз з часом утримання клавіш при введенні інформації з клавіатурі комп’ютера. Відзначено основні напрямки розвитку автоматизованих систем розпізнавання об’єктів та процесів, побудованих на основі дискретних моделей, та вказані сфери їх доцільного застосування.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Динамика одномерных отображений / А. Н. Шарковский, С. Ф. Коляда, А. Г. Сивак, В. В. Федоренко. – Киев : Наук. думка, 1989. – 216 с.
2. Заяць В. М. Построение и анализ модели дискретной колебательной системы / Заяць В. М. // Кибернетика и системный анализ. – 2000. – С. 161–165.
3. Заєць В. М. Моделі дискретних коливних систем / Заєць В. М. // Комп'ютерні технології друкарства. – 1998. – С. 37–38.
4. Заєць В. М. Аналіз динаміки та умов стійкості дискретних моделей коливних систем / Заєць В. М. // Вісник НУ «Львівська політехніка» «Інформаційні технології та мережі». – 2004. – № 519. – С. 132–142.
5. Шустер Г. Детерминированный хаос : Введение : пер. с англ. / Шустер Г. – М. : Мир, 1988. – 240 с.
6. Zayats V. Chaos searching algorithm for second order oscillatory system / Zayats V. // Proc. International Conf. «TCSET-2002». – Lviv – Slavsk, 2002. – P. 97–98.
7. Андронов А. А. Теория колебаний / Андронов А. А., Вит А. А., Хайкин С. Е. – М. : Наука, 1981. – 400 с.
8. Бутенин Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний / Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. – М. : Наука, 1976. – 354 с.
9. Ван-дер-Поль. Нелинейная теория электрических цепей / Ван-дер-Поль. – М. : Связь, 1935. – 186 с.
10. Видаль П. Нелинейные импульсные системы / Видаль П. – М. : Энергия, 1974. – 336 с.
11. Харкевич А. А. Опознание образов / Харкевич А. А. // Радиотехника. – 1959. – Том 14. – С. 15–19.
12. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания / Фукунага К. – М. : Наука, 1979. – 512 с.
13. Горелик А. Л. Методы распознавания / Горелик А. Л., Скрипник В. А. – М. : Высшая школа, 1989. – 232 с.
14. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Дуда Р., Харт Р. – М. : Мир, 1976. – 512 с.
15. Заяць В. М. Алгоритмічне та програмне забезпечення системи розпізнавання людини за її рукомоторними реакціями / Заяць В. М., Уліцький О. О. // Вісник ДУ «Львівська політехніка» «Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології». – 2000. – № 392. – С. 73–76.
16. Заяць В. М. Визначення пріоритету детермінованих ознак при побудові системи розпізнавання об'єктів / Заяць В. М., Шокира О. // Зб. праць науково-практичної конф. ЛДІНТУ імені В. Чорновола «Математичне моделювання складних систем». – Львів, 2007. – С. 135–137.
17. Заяць В. М. Підхід до опису системи розпізнавання користувача комп'ютера / Заяць В. М. // Комп'ютерні технології друкарства. – 2006. – С. 46–53.
18. Заяць В. М. Математичний опис системи розпізнавання користувача комп'ютера / Заяць В. М., Заєць М. М. // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології : зб. – Львів, 2005. – Вип. 1. – С. 146–152.
19. Березин И. С. Методы вычислений / Березин И. С., Жидков Н. П. – М. : Физматиздат, 1962. – 639 с.
20. Заєць В. М. Приведення неперервної автоколивної системи до дискретної моделі та спрощення її аналізу / Заєць В. М. // Відбір і обробка інформації. – 2005. – Вип. 23 (99). – С. 35–39.
21. Алексеев А. Алгоритм розпізнавання символів на основі структурного підходу / Алексеев А., Заєць В., Іванов Д. // Вісник НУ «Львівська політехніка» «Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології». – 2002. – № 468. – С. 129–133.
22. Заяць В. М. Проект системи розпізнавання рукописного тексту / Заяць В. М., Іванов Д. О. // Вісник НУ «Львівська політехніка» «Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології». – Львів, 2003. – № 481. – С. 78–83.

Надійшла 6.10.2008
Після доробки 2.12.2008

В статье предложен поход к установлению приоритета первичных признаков при построении системы распознавания пользователя компьютера при описании ее в виде дискретной модели путем определения рукомоторных реакций пользователя при введении информации с клавиатуры компьютера. Целесообразность подхода иллюстрируется при реализации процедуры идентификации пользователя компьютера при использовании детерминированного и вероятностного подходов.

In the paper establishment of the priority of primary features in construction of recognition system of computer user while describing it as discrete model by means of manual motor reaction detection by the user while entering information from a key board was offered. Appropriateness method is illustrated in the process of user identification procedure by means of using implementing and probability approaches.

УДК 004.94

И. В. Корольков

ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРШРУТИЗАЦИИ В БОЛЬШИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЯХ

Рассмотрена система параллельного моделирования больших вычислительных сетей. Предложенная архитектура нацелена на моделирование больших сетей за счет параллельного выполнения и эффективного использования памяти. Система использует гибридный метод синхронизации на основе окон и нулевых сообщений и позволяет достичь ускорения выполнения, близкого к линейному. Модульный принцип системы позволяет легко добавлять новые сетевые устройства и протоколы.

Предложены модули моделирования маршрутизаторов, каналов связи и источников трафика.

ВВЕДЕНИЕ

С ростом Интернет и широким внедрением IP-сетей интерес к крупномасштабному сетевому модели-

рованию значительно вырос. По мере увеличения размера сети и расширения круга использующих ее приложений начинают проявляться явления не обнаруженные ранее, например: штормы перегрузок, осцилляции маршрутов и распространение вирусов, которые требуют дополнительного изучения. Важной составной частью моделирования вычислительных сетей является моделирование протоколов маршрутизации, которое является одним из основных инструментов изучения сетей.

Известно, что сложность моделирования сетей возрастает вместе с их размером. В условиях существующих на данный момент аппаратных ресурсов моделирование традиционными методами сетей масштаба Интернет является невозможным. Сложность лежащих в их основе протоколов затрудняет разработку аналитических моделей.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Одним из подходов к моделированию вычислительных сетей является использование функционала дискретно-событийного моделирования [1]. Этот метод моделирования обеспечивает возможность реализовать практически неограниченный уровень детализации модели, однако приводит к значительному увеличению ее вычислительной сложности. Для решения задач моделирования больших сетей часто обращаются к параллельному дискретно-событийному моделированию [2].

Существует ряд проблем реализации системы моделирования, связанных с обеспечением механизмов синхронизации и распределением вычислительной нагрузки. При выполнении моделирования должны быть сбалансированы следующие характеристики: скорость, точность и масштабируемость.

Целью исследования является создание и испытание системы параллельного моделирования маршрутизации в больших вычислительных сетях – Parallel Network Simulation System (PNSS).

1 МЕХАНИЗМЫ СИНХРОНИЗАЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Все механизмы синхронизации могут быть условно разделены на два класса: оптимистические и консервативные [3]. Консервативная синхронизация – механизм, не позволяющий процессам, участвующим в распределенном моделировании, обрабатывать те сообщения, временные метки которых не соответствуют хронологическому порядку. В системах моделирования с консервативной синхронизацией обрабатываются только те события, о которых можно с уверенностью сказать, что в будущем они не получат сообщения с меньшим временем. Оптимистическая син-

хронизация, в отличие от консервативного механизма, позволяет обрабатывать любые события, но при обнаружении нарушения причинной связи восстанавливает одно из предыдущих состояний системы при помощи откатов.

При моделировании больших сетей необходимость постоянного сохранения состояний связана с чрезмерной ресурсоемкостью, особенно из-за того, что вслед за одним откатом к более раннему модельному времени на одном процессоре может последовать каскад откатов на других процессорах. В связи с этим в системе моделирования PNSS применена консервативная синхронизация на основе гибридного метода, использующего нулевые сообщения и окна.

В отличие от классической схемы синхронизации на основе окон, в предложенном методе окно не пересчитывается глобально в конце каждого периода. Вместо этого вначале каждая пара процессоров i и j , производящая соответственно моделирование узлов n_i и n_j , на основании типа моделируемой линии связи определяет окно δ_{ij} . Процессоры i и j должны производить синхронизацию в моменты модельного времени $n\delta_{ij}$, $n > 0$. Требование глобальной минимизации δ_{ij} устраняется, однако процессоры i и j , моделирующие соответственно связанные узлы n_i и n_j , должны производить синхронизацию, даже если на протяжении длительных периодов времени данные между узлами не передаются. На практике в условиях моделирования больших сетей такие пустые синхронизации, как правило, не происходят, особенно если синхронизации агрегируются при наличии нескольких линий связи между узлами.

2 ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Архитектура PNSS ориентирована на моделирование сетей большого размера, что обуславливает особенные требования к масштабируемости и производительности. При этом модульный принцип построения системы обеспечивает значительную гибкость.

Использование метода алгоритмической маршрутизации устраняет необходимость в поддержании таблиц маршрутизации для каждого узла. При этом для работы с моделями большого размера PNSS ориентирована на функционирование в условиях параллельной вычислительной среды с распределенной памятью.

Ядро системы является полностью последовательным. Список событий на каждом процессоре последователен, а за распараллеливание отвечают отдельные модули. Если два связанных узла находятся в одном участке, т. е. моделируются на одном процессоре, то они соединяются при помощи непосредственной связи (НС). Если узлы находятся в отдельных участках, то они соединяются с помощью внешней связи (ВС), которые находятся в обоих из участков. Время от

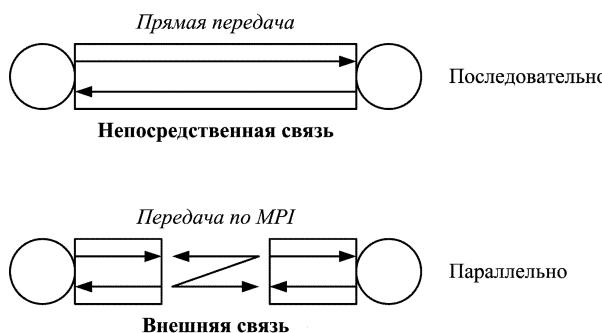


Рисунок 1 – Принцип функционирования НС и ВС

времени две ВС производят соединения для обмена пакетами. Интервал соединения имеет продолжительность, соизмеримую с временем задержки НС. Фактически ВС имеет те же свойства, что и НС, за исключением того, что пакеты принимаются или передаются за пределы участка, а не внутри него (рис. 1).

Снижение коммуникационных накладных затрат возможно обеспечить за счет преобразования в ВС длинных линий связи, задержки которых и так велики. Конечно, ограничения топологии сети могут диктовать необходимость использования в качестве ВС линий с малыми задержками.

Ядро системы моделирования включает набор средств построения компонентов сети и обработчик дискретных событий. Интерфейс обмена данными сетевыми компонентами описывается пятью основными структурами:

- класс – данная структура содержит указатели на функции инициализации подклассов и устройств. Примерами сетевых классов являются маршрутизаторы, каналы связи и источники трафика. Для каждого модуля на этапе загрузки инициализируется и существует один экземпляр данной структуры;

- подкласс – представляет собой специализацию класса. Так, например, подклассом модуля TCP может быть сервер, клиент или клиент с различной частотой запросов к другому клиенту;

- устройство – представляет собой конкретную реализацию подкласса. Устройство обеспечивает интерфейс для связи с другими совместимыми устройствами и может иметь пространство памяти для сохранения своего состояния по мере выполнения моделирования;

- точка_входа – точка входа хранит указатель на функцию обработчика, вызываемую каждый раз, когда пакет поступает на точку входа. Эта функция обеспечивает выполнение соответствующих для данного модуля действий. Устройство может иметь одну или несколько точек входа;

- точка_выхода – устройство может иметь одну или несколько точек выхода, содержащих указатели на точки входа других устройств.

Модуль сетевого компонента заполняет элементы этих структур соответствующими значениями и указателями функций. Сетевые компоненты обмениваются друг с другом данными исключительно через этот API.

События могут относиться к конкретному сетевому компоненту или компонентами или быть глобальными. Обработчик событий процессора сохраняет события в единой упорядоченной по времени очереди представляющей собой сконченное дерево [4, 5]. При этом, сам обработчик не производит синхронизации между процессорами – все необходимые действия по синхронизации выполняются специализированными модулями. Эти модули обеспечивают обмен пакетами, пересекающими внешние связи и блокировку обработки процессором событий для сохранения причинных связей.

Для генерации трафика предлагаются два модуля. Первый модуль представляет собой приемник пакетов и источник, генерирующий последовательность пакетов с заданным временем межпакетных интервалов. Такой модуль может быть рассмотрен как простой источник UDP-трафика. Второй модуль представляет собой реализацию протокола TCP с некоторыми упрощениями. Например, каждый узел может быть или клиентом или сервером, но не одновременно. Тем не менее, модуль отвечает большинству спецификаций RFC 793 [6], и включает такие дополнения, как медленный старт и предотвращение перегрузок [7].

Модуль непосредственной связи отображает двунаправленную линию связи типа «точка – точка». Модуль буферизует пакеты, помещает их в канал связи и спустя некоторый промежуток времени, соответствующий вносимой каналом задержке, посылает их адресату.

Модуль внешней связи является ключевым компонентом, обеспечивающим возможность параллельного моделирования в системе PNSS. Два устройства внешней связи (по одному для каждого конца линии связи) заменяют обычную линию связи, когда два соединенных узла моделируются на разных процессорах. Для пакета такое устройство представляется идентичным устройству непосредственной связи.

Как только пакет достигает устройства внешней связи, должно быть обеспечено, чтобы удаленный процессор получил пакет во время или до того, как пакет будет доставлен к удаленному узлу. Если время задержка составляет Δ секунд, тогда два устройства должны производить синхронизацию как минимум каждые Δ секунд модельного времени. Все пакеты, которые поступают и обрабатываются в период времени от t до $t + \Delta$, сохраняются, и в момент времени $t + \Delta$ передаются соответствующему устройству на удаленном процессоре. Этот процессор приостанавливает моделирование в момент времени $t + \Delta$, пока пакеты не будут переданы, после чего процесс моделирования возобновляется. Поскольку рассматри-

вается дуплексная линия связи, локальный процессор может получить пакеты от удаленного процессора. Такие пакеты имеют время прибытия от $t + \Delta$ до $t + 2\Delta$. Пакеты, подлежащие передаче от одного процессора к другому, назовем межпроцессорными пакетами.

В описанной процедуре существуют два проблемных вопроса: во-первых, каждая связь между процессорами, представляется двумя устройствами типа «мост», что вводит дополнительную вычислительную нагрузку; а во-вторых, необходимость синхронизации обуславливает жесткий параллелизм системы.

Первая проблема может быть решена путем упорядочения данных. Допустим, процессор моделирует нескольких узлов, имеющих связи с узлами, моделируемыми на других процессорах. Если эти линии связи однотипны и имеют одинаковое время задержки, тогда пакеты, подлежащие передаче, могут быть объединены для отправки в одно сообщение. Такой подход сокращает количество межпроцессорных сеансов связи и соответственно снижает вычислительные затраты.

Применение консервативного подхода к синхронизации неизбежно приводит к необходимости соблюдения жесткого параллелизма между процессорами. Пусть $P_i(n)$ – время необходимое процессору i для моделирования временного интервала от $(n - 1)\Delta$ до $n\Delta$; при этом $N\Delta$ – общее время моделирования. Полное время выполнения моделирования будет не менее

$$T = \max \left(\sum_{n=1}^N P_i(n) \right).$$

Другими словами, в лучшем случае можно надеяться, что полное время моделирования будет соответствовать времени затраченному процессором, выполняющим наибольший объем вычислений, не учитывая затраты на межпроцессорные пересылки. С учетом жесткого параллелизма, полное время выполнения моделирования может быть

$$T = \sum_{n=1}^N \max(P_i(n)),$$

также не считая межпроцессорных пересылок. Время выполнения моделирования возрастает, если на отдельных процессорах присутствует значительные вариации $P_i(n)$. Для избежания наибольших проблем консервативной синхронизации были приняты следующие меры.

Во-первых, везде, где это возможно, используются асинхронные коммуникационные интерфейсы, обеспечивающие средствами MPI. Это позволяет отдельному процессору обмениваться данными с несколькими удаленными процессорами одновременно.

Описанный выше исходный механизм синхронизации предполагает, что все процессоры обмениваются межпроцессорными пакетами с периодами $n\Delta$, где $n \in [1 \dots N]$. В эти моменты времени процессор должен собрать все межпроцессорные пакеты, отправить их удаленным процессорам и дождаться получения пакетов от них. Если один процессор не успевает достигнуть точки синхронизации (что возможно из-за большого объема трафика в моделируемом участке сети), все остальные процессоры вынуждены ожидать его.

Вторая мера нацелена на устранение данной проблемы, и предполагает упреждающую передачу межпроцессорных пакетов. Каждый период синхронизации Δ разделен на s временных сегментов. Теперь процессоры обмениваются данными каждые Δ/s секунд модельного времени. При этом межпроцессорные пакеты, посланные в момент модельного времени $(n + k/s)\Delta$, $0 \leq k < s$, могут ожидать обработки удаленным процессором до времени $(n + (s - 1 + k)/s)\Delta$.

Комбинация асинхронной передачи и сегментации передачи межпроцессорных пакетов снижает строгость синхронизации. Если один процессор столкнулся с внезапным переизбытком вычислительной нагрузки, другие процессоры могут продолжить моделирование впереди отстающего процессора вплоть до $((s - 1)/s)\Delta$ секунд модельного времени. Такое смягчение вносит гибкость в процесс параллельного моделирования. Тем не менее, чрезмерное увеличение числа сегментов ведет к увеличению вычислительных затрат на обеспечение пересылок.

Эксперимент по проверке влияния количества сегментов на время выполнения моделирования показал, что наименьшее время выполнения моделирования удалось достичь при разделении периода синхронизации на два временных сегмента. При большем количестве сегментов время выполнения неуклонно растет вместе с коммуникационными накладными затратами. Использование двух сегментов позволяет достичь небольшого, но достойного внимания преимущества при моделировании в условиях интенсивного общего трафика. Преимущества сегментации периодов синхронизации варьируются между различными вариантами топологии сетей.

Модуль маршрутизатора реализует устройство, осуществляющее алгоритмическую маршрутизацию [8]. Это устройство принимает пакеты на входном порту, определяет следующую пересылку, по которой следует отправить пакет, и назначает пакет соответствующей выходной линии связи.

Формирование большой топологии сети вручную представляет собой медленный и утомительный процесс. Модуль устройства формирования топологии (УФТ) автоматизирует эту задачу. УФТ является виртуальным устройством и не отображает часть физической структуры сети и не генерирует трафик.

Вместо этого УФТ создает и соединяет маршрутизаторы, линии связи и источники трафика. Например, УФТ может считывать карту, сформированную при помощи GT-ITM [9] и Inet [10]. Inet генерирует топологию, сходную с топологией автономных систем в сети Интернет.

Главная особенность предложенного подхода состоит в том, что генерируемое устройство само может иметь тип УФТ. Так, например, первичное УФТ может использовать файл Inet для формирования топологии на уровне автономных систем. Каждая вершина в этой топологии отображается формированием узла. Таким образом, если этот узел представляет собой УФТ, формирующее типовую топологию автономной системы, можно легко перейти к формированию двухуровневой иерархической модели сети, подобной Интернет. Узлы второго уровня УФТ могут быть маршрутизаторами или другими УФТ формирующими третий уровень иерархии.

УФТ может производить разделение топологии на участки при помощи библиотеки разделения графов METIS [11]. METIS пытается сформировать сбалансированные участки с минимальным разрывом ребер. Как только топология разделена на участки, производится инициализация узлов, линий связи, мостов и источников трафика и назначение их обработки конкретным процессорам.

3 СРЕДСТВА АВТОНОМНОЙ БАЛАНСИРОВКИ НАГРУЗКИ

Важно, чтобы вычислительная нагрузка распределялась равномерно между процессорами, иначе модуль ВС на одном процессоре будет вынужден ожидать, пока соответствующий модуль на втором процессоре будет готов к обмену данными. Система моделирования PNSS поддерживает возможность балансировки нагрузки в автономном режиме. В процессе моделирования ядро системы фиксирует информацию о вычислительных затратах на моделирование каждого узла сети. В последующих сеансах моделирования эта информация может быть использована для более равномерного распределения вычислительной нагрузки.

Библиотека METIS позволяет производить взвешенное разделение графа. Такая возможность позволяет реализовать автономную балансировку нагрузки для сетей созданных с помощью УФТ. После завершения пробного сеанса моделирования фиксируется количество событий, произошедших на каждом из узлов УФТ. Эти значения сохраняются и используются в качестве весовых характеристик для разделения графа для последующих сеансов моделирования. Если число пакетов, назначенных на обработку разным процессорам, сильно отличается, взвешенное разделение топологии может обеспечить более

равномерное распределение вычислительной нагрузки, и, следовательно, более эффективное параллельное выполнение.

Степень того, насколько балансировка нагрузки может сократить время выполнения, зависит от характеристик сети. Обычная сеть, в которой пакетные события равномерно распределены между узлами, будет сбалансированной сразу после разделения с помощью METIS без использования весовых коэффициентов. При этом, если достаточно большая часть общего числа пакетных событий концентрируется на небольшом участке сети, METIS мало что может сделать для равномерного разделения. Следует заметить, что чем больше отношение количества узлов к числу процессоров, тем лучших результатов балансировки возможно достичь.

Для проверки эффективности балансировки было проведено моделирование 100 разных сетей и проведено сравнение времени выполнения с использованием и без использования балансировки. Каждая из рассмотренных сетей содержала по 1000 УФТ, каждое из УФТ формировало подсеть из 10 маршрутизаторов. К каждому из маршрутизаторов было подключено по 5 серверов, а также по 20 серверов – в точке подключения к более высокому уровню. Кроме того, к каждому маршрутизатору подключено некоторое количество клиентов, определенное случайно в соответствии с распределением Парето. Это распределение было выбрано в соответствии с исследованием топологии сети Интернет, показавшим, что распределение полустанции исхода подчиняется экспоненциальному закону [12, 13]. В среднем каждая сеть содержит 121801 клиента, или более 10 на каждый маршрутизатор. Каждый клиент инициирует соединения с сервером, при этом вероятность, что сервер находится в той же подсети, составляет 40 %. Период простоя подчиняется экспоненциальному распределению со средним значением 0,5 секунды. Сервер в среднем посылает клиенту 1001 пакет – этот размер также подчиняется распределению Парето.

Клиенты подключены к маршрутизаторам линиями связи со скоростью 10 Мбит/с, серверы – 100 Мбит/с. Маршрутизаторы в пределах одной подсети соединены линиями связи со скоростью 100 Мбит/с, подсети соединены с помощью ОС-48 (2488 Мбит/с). Задержка на линиях ОС-48 составляет 5 мс. Для предотвращения возникновения вариаций маршрутов между сеансами моделирования сформированные сети не содержали петель. Каждый сеанс моделирования включал 30 секунд модельного времени.

Моделирование выполнялось на вычислительном кластере под управлением ParallelKnoppix 2.7.1, состоящем из восьми узлов, каждый из которых включал процессор AMD Athlon64 X2 4800+ и 1 Гб оперативной памяти. Узлы были связаны линиями связи Fast Ethernet со скоростью 100 Мбит/с.

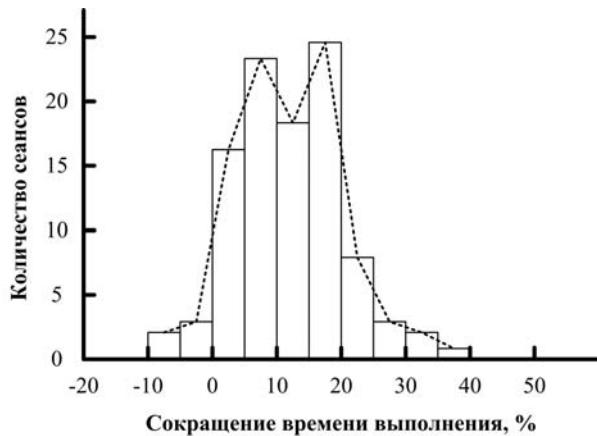


Рисунок 2 – Сокращение времени выполнения моделирования при использовании автономной балансировки нагрузки

Сокращение времени выполнения моделирования при автономной балансировке нагрузки показано на рис. 2. Среднее сокращение составляет $12,1 \pm 0,9\%$, а в некоторых случаях – до 35 %. Тем не менее, в 5 из 100 опытов время выполнения незначительно увеличивалось в условиях, когда исходная сеть была изначально хорошо сбалансирована.

Одним из показателей эффективности параллельного выполнения является разбалансировка обработки:

$$I = \max_j \frac{p_j}{\frac{1}{M} \sum_{i=0}^M p_i},$$

где p_j – количество событий, смоделированных процессором j при M -процессорном параллельном моделировании. Чем выше разбалансировка работы, тем ниже параллельное ускорение.

На рис. 3 показано, что в невзвешенных участках присутствует разбалансировка обработки в пределах от 1,2 до почти 1,8. Значения равномерно распределены до 1,4, значения выше этой границы наблюдаются реже. Практически во всех случаях разбалансировка обработки снижается после взвешенного разделения на участки. Значения практически всегда сгруппированы в интервале 1,0–1,3. Средняя разбалансировка работы при невзвешенных участках составляет $1,38 \pm 0,01$, при взвешенном разделении – $1,13 \pm 0,01$.

4 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ

Параллельное ускорение – показатель эффективности распараллеливания вычислений. Обозначим па-

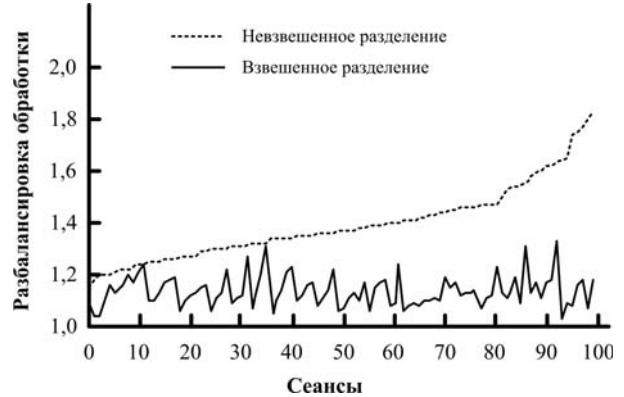


Рисунок 3 – Сокращение разбалансировки обработки при использовании взвешенного разделения сети на участки

ралльное ускорение при M -процессорном моделировании как $S(M)$:

$$S(M) = \frac{T_{\text{seq}}}{T(M)},$$

где $T(M)$ – время выполнения моделирования на M процессорах, а T_{seq} – время однопроцессорного последовательного моделирования. Для некоторых больших моделей выполнение моделирования на одном процессоре является невозможным. В таком случае используется аппроксимация $T_{\text{seq}} = mT(m)$, где m – наименьшее число процессоров, на котором возможно выполнение моделирования. Для многих сравнений в качестве базового используется линейное ускорение, при котором $S(M) = M$.

Для определения эффективности распараллеливания была проведена серия измерений на основе описанной ранее сети. Были проведены сеансы моделирования в системах, включающих от одного до восьми процессоров. На каждой конфигурации было проведено по 10 сеансов моделирования. На рис. 4 показаны графики ускорения при разных соотношениях трафика. Пунктирной линией показано линейное ускорение. При беглом анализе видны хорошие результаты параллельной работы PNS.

Следует отметить, что графики ускорения имеют некоторые особенности. На всех графиках присутствует сверхлинейное ускорение при числе процессоров до пяти, а после добавления пятого процессора происходит излом кривой.

Такой излом кривой имеет довольно простое объяснение. При моделировании сети на четырех или менее процессорах на каждом двухъядерном процессоре используется только одно из ядер. Каждый логический процесс в реализации MPICH создает два реальных процесса: один процесс инициируется ко-

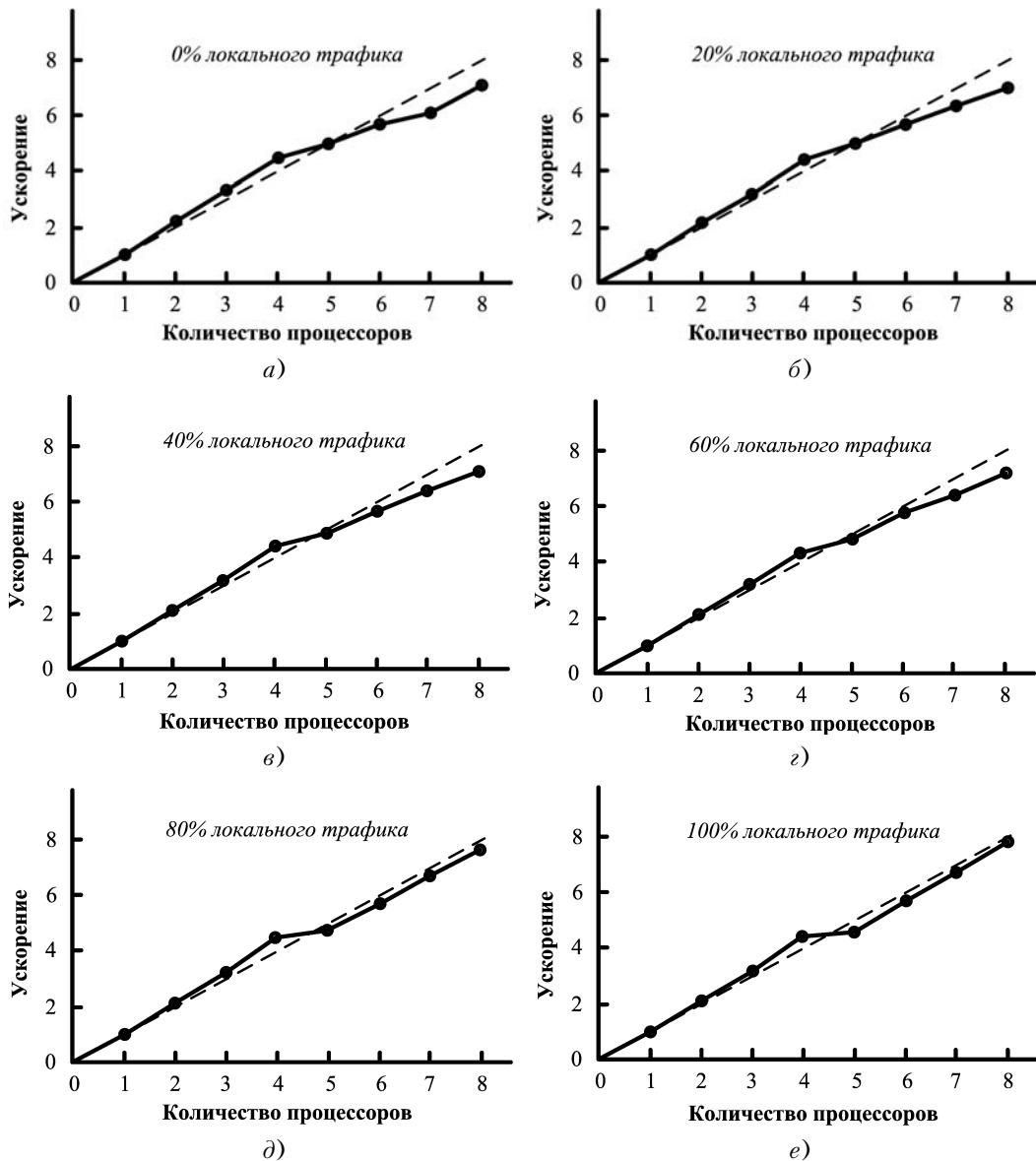


Рисунок 4 – Ускорение параллельной обработки при разных соотношениях трафика

дом моделирования, а другой – управляет межпроцессорными пересылками. Если один логический процесс выполняется двухъядерным процессором, то два ядра могут разделять между собой MPI-процесс и другие системные процессы. Если на одном процессоре выполняется два логических MPI-процесса, то на два ядра процессора приходится четыре реальных MPI-процесса, а также системные процессы. В случае, если число процессов менее пяти, на каждом из процессоров выполняется по одному логическому процессу. Однако при добавлении пятого MPI-процесса одному из процессоров приходится выполнять два логических MPI-процесса. Этим и обусловлен излом кривой при добавлении в систему пятого процессора.

Еще одной аномалией графика является сверхлинейное ускорение. Такое неожиданное, но положительное поведение обусловлено повышением эффективности при уменьшении участков. В частности, размер множества ожидающих событий имеет влияние на код обработки событий. По мере добавления в систему дополнительных процессоров на каждый процессор приходится участок сети с меньшим количеством сетевых устройств, и, соответственно, каждый процессор обрабатывает меньший список событий. Поскольку время добавления и удаления события зависит от общего числа событий, на меньших участках не только моделируется меньше событий, но и снижается время обработки каждого события.

ВЫВОДЫ

Параллельное дискретно-событийное моделирование применяется для сетевого моделирования с переменным успехом. Накладные затраты системы управления событиями весьма высоки, и зачастую метод не очень хорошо масштабируется на большом количестве процессоров. С другой стороны, неограниченное использование методов абстракции может значительно снизить точность модели или вовсе исказить предмет рассмотрения.

В предлагаемой реализации системы сетевого моделирования PNSS достигается баланс использования методов абстракции и распараллеливания. В частности, алгоритмическая маршрутизация позволяет устранить необходимость поддержания таблиц маршрутизации для каждого узла, что ощутимо снижает вычислительные затраты. Предложенный метод распараллеливания частично комбинирует синхронизацию на основе окон с механизмом нулевых сообщений. При этом, по сравнению с исходными методами, устраняется необходимость в проведении глобальной минимизации на каждом шаге оконной синхронизации и снижается количество нулевых посылок. Кроме того, сложные механизмы синхронизации отделяются от кода управления событиями чувствительного к производительности, и напрямую обеспечиваются средствами модуля внешней связи. Преимущество заключается в ограничении межпроцессорных коммуникаций только теми случаями, когда это действительно необходимо.

Также в систему моделирования внедрен функционал автономной балансировки нагрузки, который заключается в анализе предыдущих сеансов моделирования с целью более равномерного распределения работы между процессорами в последующих сеансах.

PNSS обеспечивает возможность моделирования TCP-трафика в высокоскоростных проводных сетях. В ходе экспериментов системой продемонстрированы не имеющие аналогов возможности масштабируемости, как по количества моделируемых узлов, так и по числу процессоров, задействованных в моделировании. Отдельный процессор может обеспечить моделирование порядка 100 тысяч узлов, при этом 64-процессорная система в состоянии моделировать 10 миллионов узлов, что на порядок больше, чем в ранее известных системах.

Комбинирование возможностей методов абстракции и параллельных вычислений обеспечивает высокий уровень масштабируемости PNSS. Модульный принцип построения системы обеспечивает легкость ее расширения. Использование PNSS делает возможным изучение при помощи моделирования широкого круга больших вычислительных сетей.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Zeigler B. Theory of Modeling and Simulation / Zeigler B., Praehofer H., Kim T. – 2-nd edition. – Academic Press, 2000. – 510 р.
2. Fujimoto R. Parallel discrete event simulation / Fujimoto R. // Communications of the ACM. – 1990. – № 33(16). – Р. 30–53.
3. Корольков І. В. Паралельне моделювання великих обчислювальних мереж: актуальні підходи та проблеми / Корольков І. В., Кудерметов Р. К. // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2007. – № 1(8). – С. 45–51.
4. Jones D. An empirical comparison of priority-queue and event-set implementations / Jones D. // Communications of the ACM. – 1986. – № 29. – Р. 300–311.
5. Sleator D. Self adjusting binary trees / Sleator D., Tarjan R. // Proceedings of the fifteenth annual ACM symposium on Theory of Computing. – 1983. – Р. 235–245.
6. RFC 793 Transmision Control Protocol [Электронный ресурс] / J. Postel // Information Science Institute. – September 1981. Режим доступу: <http://rfc.sunsite.dk/rfc/rfc793.html>.
7. Jacobson V. Congestion avoidance and control / Jacobson V., Karels M. // Proceedings of SIGCOMM'88. – 1988. – Р. 314–329.
8. Корольков І. В. Повышение производительности моделирования маршрутизации в больших вычислительных сетях / Корольков И. В. // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2007. – № 7(26). – С. 20–26.
9. Calvert K. Modeling internet topology / Calvert K., Doar M., Zegura E. // IEEE Communications Magazine. – 1997. – № 35(6). – Р. 160–163.
10. Winick J. Inet-3.0: Internet topology generator : Technical Report UM-CSE-TR-456-02, EECS / Winick J., Jamin S. – University of Michigan, 2002. – 19 р.
11. Karypis G. Multilevel k-way partitioning scheme for irregular graphs / Karypis G., Kumar V. // Journal of Parallel and Distributed Computing. – 1998. – № 48. – Р. 96–129.
12. Tangmunarunkit H. Network topology generators: degree-based vs. structural / Tangmunarunkit H., Govindan R., Jamin S., Shenker S., Willinger W. // Proceedings of the 2002 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communications. – ACM Press, 2002. – Р. 147–159.
13. Faloutsos M. On power-law relationships of the internet topology / Faloutsos M., Faloutsos M., Faloutsos Ch. // Proceedings of SIGCOMM'99. – 1999. – Р. 251–262.

Надійшла 27.06.2008

Розглянуто систему паралельного моделювання великих обчислювальних мереж. Запропонована архітектура націлена на моделювання великих мереж за рахунок паралельного виконання та ефективного використання пам'яті. Система використовує гібридний метод синхронізації на основі вікон та нульових повідомлень і дає змогу досягти прискорення виконання, близького до лінійного. Модульний принцип системи дає змогу легко додавати нові мережні пристрії та протоколи. Запропоновано модулі моделювання маршрутизаторів, каналів зв'язку й джерел трафіку.

Parallel simulation system for large computer networks is discussed. Proposed architecture is aimed to simulate big networks by means of parallel computing and effective memory consumption. The system uses hybrid synchronization scheme of null messages and windowing, and allows to reach a close-to-linear acceleration. Modular concept of the system provides for easy addition of new network devices and protocols. Modules for simulating routers, links and traffic sources are offered.

УДК 658.5

Г. В. Сніжной, В. В. Погосов

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИТРАТ НА ЯКІСТЬ ВИРОБІВ ЕЛЕКТРОННОЇ ТЕХНІКИ

Запропонована математична модель оцінки витрат на якість для різних етапів життєвого циклу виробів електронної техніки.

ВСТУП

Сьогодні мікроелектроніка, як і раніше, – один з каталізаторів науково-технічного прогресу найважливіших галузей промисловості. А рівень розвитку й обсяги виробництва її основних виробів – інтегрованих мікросхем багато в чому визначають оборонний, економічний і культурний потенціал країни. Удосконалювання сучасних електронних пристройів, що містять сотні інтегрованих схем (ІС), неможливе без збільшення їхньої надійності. До якості й надійності ІС висуваються дуже високі вимоги незалежно від того, в якій радіоелектронній апаратурі (РЕА) вони будуть застосовані. Із цієї причини серед безлічі проблем сучасної напівпровідникової електроніки особливе місце займає проблема якості й надійності виробів, що випускаються. Особливий інтерес представляють витрати на якість, які, як показує досвід багатьох підприємств, в основному оцінюються недостатньо об'єктивно через відсутність організованого обліку й аналізу всіх витрат [1]. Недоліки в обліку пов'язані з тим, що величина витрат на якість у межах існуючого бухгалтерського і фінансового обліку явно не виділена.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Промислові підприємства, як правило, не деталізують витрати за окремими складовими. Причин безліч: розмітість часових інтервалів різних операцій (технологічних, організаційних, діагностичних та ін.); цільове фінансування однієї структури (підрозділу), діяльність якої поширюється на виробництво декількох виробів; залучення субпідрядників у виробничий цикл та інші фактори.

Тому для зручності використовують єдине числове значення витрат на якість продукції (P), що випускається у часі (t). Оцінити досить точно витрати на якість для кожного етапу не представляється мож-

ливим, оскільки залежність $P(t)$ слабо структурована (не має чітко виражених максимумів і мінімумів). Кількісний показник, отриманий методом «відсікання» по періодах, буде також дуже наближенним, оскільки не буде враховане накладення значень витрат по осі часу [2]. Отже, мета полягає у визначенні складових складного й слабо структурованого спектра, тобто у визначенні витрат для кожного етапу життєвого циклу продукції.

Є достатня кількість робіт, присвячених розробці наближених методів визначення параметрів складових складного контуру [3]. Приділено велику увагу проблемам вибору аналітичних функцій, що описують контури окремих складових. Для мінімізації використовується метод найменших квадратів. Однак використання цих методів припускає апріорне завдання параметрів складових, що робить рішення завдання з визначення витрат на якість для кожного етапу життя продукції практично неможливим.

Для визначення витрат для кожного періоду важливим є розрахунок площин під кривою залежності витрат від часу, а не вид складової. Тому симетрична індивідуальна складова може бути описана гаусовим контуром

$$P_i(t) = P_{oi} \exp(-(t - t_{oi})^2 / \lambda_i^2), \quad (1)$$

де $P_i(t)$ – контур i -ї індивідуальної складової, t_{oi} – її положення в спектрі, а величина λ_i пов'язана з її півшириною співвідношенням $\Delta t_i = 1,657 \cdot \lambda_i$.

Складний спектральний контур $P(t)$, що є сумою всіх $P_i(t)$, можна представити у вигляді ряду

$$\begin{aligned} P(t) &= \sum_{i=1}^n P_i(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) \sum_{j=1}^n 1 / \prod_{k \neq j}^{n-1} P_k(t) \equiv \\ &\equiv \prod_{i=1}^n P_i(t) \cdot A(t), \end{aligned} \quad (2)$$

де n – число індивідуальних складових, що перекриваються, які є компонентами складного контуру; індекси j та k приймають ті ж значення, що й i , а величина $A(t)$ визначається як

$$A(t) = \sum_{j=1}^n 1 / \prod_{k \neq j}^{n-1} P_k(t). \quad (3)$$

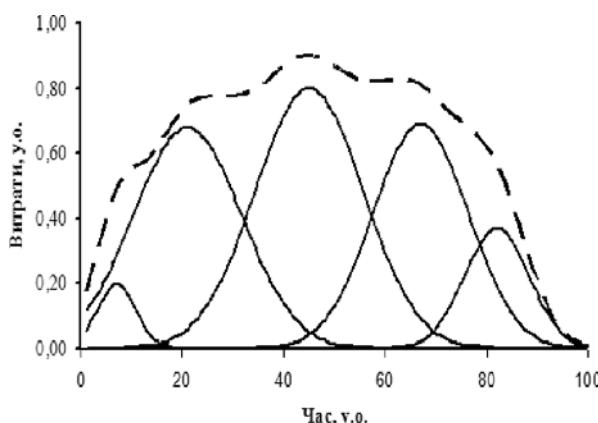


Рисунок 1 – Знайдені індивідуальні складові спектра залежності витрат на якість від часу (пунктиром наведена фактична залежність витрат, гаусіани відповідають теоретичним розрахункам)

Логарифмуючи сумарний контур, одержуємо

$$\ln P(t) = \sum_{i=1}^n \ln P_i(t) + \ln A(t). \quad (4)$$

Для більших значень n зміна $\ln A(t)$ мала (дане допущення припустиме, тому що фактичне число етапів життєвого циклу продукції навіть із повною деталізацією не перевищує 15). Тоді, переходячи до диференціального контуру $D(t)$, маємо

$$D(t) = [\ln P(t)]' = \left[\sum_{i=1}^n P_i(t) \right]' = - \sum_{i=1}^n 2 \frac{t - t_{oi}}{\lambda_i^2}. \quad (5)$$

Зазначене наближення справедливе тільки в тому випадку, якщо спектр не є симетричним, що також задовольняє нашим вихідним даним (рис. 1).

Згідно виразу (5) вітікає, що якщо аналізовану ділянку спектра записати в логарифмічному виді й продиференціювати $\ln P(t)$, то кожній складовій буде відповідати прямолінійний відрізок графіку, екстраполяція якого до перетинання з віссю часу дасть значення t_{oi} даної складової, а кут нахилу цієї прямої дозволить обчислити півширину складової з виразу

$$\Delta t_i = 1,657 \cdot \lambda_i = 1,657 \sqrt{2/\text{tg}\alpha_i}. \quad (6)$$

Значення λ_i та t_{oi} на підставі (2) дозволяють одержати систему лінійних рівнянь для P_{oi} :

$$\sum_{i=1}^n P_{oi} \exp[-(t_l - t_{oi})^2 / \lambda_i^2] \equiv P_l, \quad (7)$$

де $l = 1, 2, \dots, n$; P_l – величина витрат, зумовлена кривою у точці t_l .

РЕЗУЛЬТАТИ Й ОБГОВОРЕННЯ

Відповідно до описаного вище алгоритму нами складена програма «СПЕКТР», що визначає фактичну кількість етапів життєвого циклу продукції. Знайдені параметри, які при необхідності можуть бути використані як нульове наближення для ітераційного процесу мінімізації квадратичної функції відхилень.

Отримані результати представлені на рис. 1. Процес мінімізації дозволив одержати стовідсотковий збіг фактичної кривої (представлена пунктиром) і сумарної теоретичної кривої отриманої після підсумовування індивідуальних складових, представлених на рис. 1 у вигляді гаусіан.

ВИСНОВКИ

Запропонована математична модель дозволяє визначити реальну кількість етапів життєвого циклу продукції відповідно до запропонованих витрат на якість. У нашому випадку замість одинадцяти загальноприйнятих етапів витрати на якість фактично визначаються тільки п'ятьма етапами. Знайдені параметри складового спектра витрат дозволяють визначити реальні витрати для кожного етапу (знаходження площин під індивідуальними смугами, які формують спектр витрат), а також початок, кінець і тривалість кожного етапу. Це дозволить більш реально оцінити витрати на якість у розрізі структурних підрозділів підприємства.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- Сніжной Г. В. Забезпечення якості продукції в трансформаційний період / Сніжной Г. В. // II Міжнар. наук.-практ. конф. «Трансформаційні процеси в економіці держави та регіоні» : [матеріали конф.] – Запоріжжя : ЗНУ, 2006 . – С. 114.
- Сніжной Г. В. Діагностичні методи оцінки надійності і прогнозуючої оцінки якості виробів мікроелектроніки / Сніжной Г. В., Головачев О. С. // Науково-техн. конф. виклад., науковців, молодих учених і аспірантів ЗНТУ : [матеріали конф.] – Запоріжжя : ЗНТУ, 2008 . – С. 20–21.
- Гусев Е. В. О применимости метода Аленцова – Фокка для разделения сложных спектральных полос на индивидуальные составляющие / Гусев Е. В., Туровцев К. К. // ЖПС. – 1978. – Т. 32, в. 1. – С. 118–126.

Надійшла 6.08.2008
Після доробки 14.10.2008

Предложена математическая модель оценки затрат на качество для разных этапов жизненного цикла изделий электронной техники.

The mathematical model for definition of quality expenses for different stages of life cycle of products of electronic techniques is offered.

УДК 519.711.3:519.68

Т. С. Супрун, С. Ю. Шабанов-Кушнаренко

ІЗОМОРФІЗМ ПРЕДИКАТНИХ МОДЕЛЕЙ КОМПАРАТОРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

Рассматриваются различные предикатные модели компараторной идентификации. Показано, что идентифицируемый оператор может обладать свойством внутренней нелинейности взаимно однозначного характера. Это означает, что предикатные модели обладают изоморфизмом структуры.

ВВЕДЕНИЕ

Основным вопросом теории идентификации, в том числе и компараторной [1], является отыскание структуры неизвестного оператора. Можно отметить, что традиционные методы идентификации, зачастую считают вид оператора априори заданным и занимаются определением параметров модели. Компараторная же идентификация как раз начинается с определения вида оператора путем проверки соответствующих свойств. Получаемые при этом модели используют язык предикатов и обладают определенной инвариантностью к шкале измерения, в основе которой лежит идея изоморфизма моделей.

В данной статье будет дано обоснование вопроса о «изоморфизме моделей», который лежит в основе структурной компараторной идентификации.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как известно [2], формальная постановка компараторного метода опирается на модель задаваемую предикатом $E(x_1, x_2)$ вида

$$E(x_1, x_2) = D(F[x_1], F[x_2]), \quad (1)$$

где x_1, x_2 – элементы множества входных сигналов $y_1 = F[x_1]$, $y_2 = F[x_2]$ – элементы множества выходных сигналов B , а D – стандартный предикат равенства, заданный на декартовом квадрате множества B . Из выражения (1) видно, каким образом в структуру предиката включается неизвестный оператор F . В рамках компараторной идентификации необходимо по экспериментальным свойствам предиката E восстанавливать структуру F . Однако нетрудно заметить, что если рассмотреть оператор $G = \phi F$, где $\phi: B \rightarrow B$ – взаимно однозначное соответствие, то предикат E' вида

$$E'(x_1, x_2) = D(G[x_1], G[x_2])$$

будет совпадать с предикатом E . Это вытекает из свойств взаимнооднозначного соответствия и предиката равенства. Следовательно восстановление структуры оператора F по свойствам предиката E возможно только с точностью до взаимнооднозначного соответствия ϕ . В этом состоит одна из основных особенностей компараторной идентификации. В некоторых случаях подобное обстоятельство может оказаться недостатком, однако далеко не всегда.

Во-первых, то, что восстановление структуры происходит с точностью до взаимно однозначного соответствия, вполне естественно, если учесть характер экспериментальной информации, на которой базируется компараторная идентификация. Действительно, экспериментальная информация об операторе F выглядит не в виде некоторой таблицы, как при традиционных методах идентификации, а в виде разбиения множества входных сигналов на классы постоянства оператора F . Известно, что предикаты вида (1), называемые предикатами эквивалентности [1], задают разбиение множества на смежные классы. Следуя терминологии, принятой в анализе, можно сказать, что информация о неизвестном операторе F задана в виде его линий уровня. Очевидно, что линии уровня не меняются при применении к образу любой функциональной зависимости взаимно однозначного преобразования. Отсюда становится естественным полученный выше ответ по восстановлению структуры при компараторной идентификации.

С точки зрения математического моделирования связь между операторами в виде взаимно однозначного соответствия означает изоморфизм моделей [3]. На практике такой изоморфизм часто естественен и приемлем. Например, при изучении процесса распознавания цветов органом зрения человека восстановление оператора, моделирующего этот процесс, с точностью до взаимно однозначного соответствия приводит к положительному результату, поскольку, будучи реализованным аппаратными средствами, он позволяет создать прибор, распознающий цвета подобно тому, как это делает человек, несмотря на описанную выше неточность структурной идентификации. В целом такая ситуация характерна для боль-

шинства психофизических и многих технических процессов. С другой стороны, возможность точного восстановления структуры традиционными методами (если эта задача решается) есть, в определенном смысле, иллюзия. Объясняется это тем, что как таковых так называемых «прямых измерений» на практике не существует [4].

По сути дела, всегда в завуалированном виде применяется методика сравнения (что характерно для компараторной идентификации) результата измерения с эталоном в определенной шкале. Выбор шкалы и эталона относительны. Согласовываются различные шкалы (для измерения одной и той же физической величины) именно путем взаимно однозначного соответствия. С этих позиций можно утверждать, что восстановление структуры возможно в принципе только с точностью до изоморфизма. Еще раз подчеркнем, что это касается только структурной идентификации. Задача восстановления шкалы или определения параметров неизвестного оператора требует, безусловно, точного решения. Сразу заметим, что путем «прямого измерения» ее решить легче, чем компараторным методом.

Отметим еще одно важное обстоятельство, касающееся структурной идентификации. Если реальный объект описывается нелинейным оператором вида

$$G = \varphi F, \quad (2)$$

где F – линейный оператор, а φ – нелинейное взаимно однозначное преобразование, то любая проверка свойств его линейности «при прямом измерении» ни к чему не приведет. Восстановление же изоморфной ему линейной части F традиционными способами будет весьма затруднительно. С другой стороны, компараторный метод и его предикатное представление (1) игнорирует взаимно однозначную нелинейность φ . Таким образом, с точки зрения компараторной идентификации это будет обычная линейная система. Во втором разделе будут получены аналоги свойств линейности для предикатов, и будет видно, что они остаются в силе для нелинейных операторов типа (2). В итоге можно сказать, что нелинейность (2) несущественна, она не мешает использованию компараторной идентификации, в отличие от традиционных способов. В этом преимущество данной методики и использования аппарата предикатов.

Приведенные выше рассуждения об изоморфизме моделей имеют еще и другой аспект. Если два оператора связаны равенствами (2), то предикаты E и E' совпадают. Но возникает вопрос: имеет ли место обратное утверждение? Положительный ответ на него означает возможность структурной идентификации с точностью до изоморфизма. С другой стороны, предикаты эквивалентности вида (1) – частный случай двуместных предикатов. Решение вопроса об изомор-

физме может дать положительный ответ и для других типов предикатов. Тогда, кроме предикатов эквивалентности они тоже могут быть использованы для структурной идентификации компараторным методом.

ИЗОМОРФИЗМ МОДЕЛЕЙ КОМПАРАТОРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

При компараторной идентификации используются две модели компаратора [5]. В первой сравниваются сигналы, преобразованные по одному и тому же закону, то есть осуществляется предикат эквивалентности

$$E(x, y) = D_B(F_x, F_y), \quad (3)$$

где $x, y \in A$ – множество входных сигналов, $F_x, F_y \in B$ – множество выходных сигналов, F – отображение из A в B , D_B – стандартный предикат равенства на $B \times B$, то есть

$$D_B(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{если } a = b; \\ 0, & \text{если } a \neq b. \end{cases}$$

Во второй модели входные сигналы преобразуются по разным законам, то есть осуществляется предикат дифункциональности [6]

$$E(x, y) = D_B(F_1x, F_2y), \quad (4)$$

где $x, y \in A$ – множество входных сигналов, $F_1x, F_2y \in B$ – множество выходных сигналов, F_1, F_2 – отображения из A в B , D_B – стандартный предикат равенства на $B \times B$.

С точки зрения идентификации и построения математических моделей реальных систем имеет смысл изучать только те предикаты, которых определяют отображение, входящее в правую часть равенств (3), (4) с точностью до изоморфизма. Покажем, что для предикатов эквивалентности и дифункциональности, и только для них, выполняется это свойство.

Утверждение 1. Пусть F – отображение L в A , а G – отображение L в B и отображения F и G обладают следующими свойствами: для любых $x, y \in L$: $Fx = Fy \Leftrightarrow Gx = Gy$, тогда найдется взаимно однозначное соответствие $\varphi: \text{Im}F = \text{Im}G$, для которого $\varphi F = G$.

Доказательство. На множестве L отображение F осуществляет разбиение его на классы следующим образом: $x, y \in L$ лежат в одном классе, если $Fx = Fy$. Будем обозначать это разбиение Ω_A , а его элементы – ω_a , причем, если $x \in \omega_a$, то $Fx = a \in A$. Аналогично введем разбиение Ω_B с элементами ω_b , индуцируемое на L с отображением G . Докажем, что эти разбиения совпадают, то есть $\Omega_A = \Omega_B$. Для этого возьмем про-

извольный элемент $\omega_a \in \Omega_A$ и произвольные $x, y \in \omega_a$. Тогда $Fx = Fy$, отсюда $Gx = Gy = b$, то есть $x, y \in \omega_b$. Следовательно, любая пара из ω_a принадлежит ω_b . Значит, $\omega_a \subset \omega_b$. Но это включение выполняется и в обратную сторону. Действительно, если $x', y' \in \omega_b$, то $Gx' = Gy' = b$, и это означает, что $Fx' = Fy' = a$, то есть $x', y' \in \omega_a$ или $\omega_b \subset \omega_a$. Последнее равенство означает, что любой элемент разбиения Ω_A является элементом разбиения Ω_B , и наоборот, следовательно $\Omega_a = \Omega_b$.

Теперь построим взаимно однозначное отображение $\varphi: \text{Im}(F \rightarrow \text{Im}G)$. Зафиксируем произвольный элемент $a \in \text{Im}F \subset A$. Для этого элемента найдется x , для которого $Fx = a$, значит $x \in \omega_a$. Поскольку $\Omega_a = \Omega_b$, то найдется $\omega_a = \omega_b$. Тогда $x \in \omega_b$, следовательно, $Gx = b$ – единственный элемент, $b \in \text{Im}G \subset B$. Положим $\varphi(a) = b$. Покажем, что построенное отображение взаимно однозначно.

Пусть $a_1, a_2 \in \text{Im}F$ и $a_1 \neq a_2$. Тогда, так как каждому элементу из образа соответствует единственный элемент разбиения, то $\omega_{a_1} \neq \omega_{a_2}$. Отсюда $\omega_{b_1} = \omega_{a_1}$, $\omega_{b_2} = \omega_{a_2}$ и $\omega_{b_1} \neq \omega_{b_2}$, следовательно, $b_1 \neq b_2$, то есть $\varphi(a_1) \neq \varphi(a_2)$.

Покажем, что для любого $b \in \text{Im}G$ найдется $a \in \text{Im}F$, для которого $\varphi(a) = b$. Действительно, произвольному $b \in \text{Im}G$ соответствует $\omega_b \in \Omega_b \in \Omega_a$. Отсюда вытекает, что в $\text{Im}F$ найдется элемент a , такой, что $\omega_b = \omega_a$, а это означает: $\varphi(a) = b$.

Окончательно имеем, что построенное нами отображение $\varphi: \text{Im}F \rightarrow \text{Im}G$ – взаимно однозначно.

Остается показать, что для этого отображения φ выполняется $\varphi F = G$. Для этого возьмем произвольный элемент $x \in L$, тогда $Fx = a \in \text{Im}F$ и $Gx = b \in \text{Im}G$. Отсюда $x \in \omega_a, \omega_b$, но так как ω_a и ω_b – элементы одного и того же разбиения, то $\omega_a = \omega_b$ (пересечение их – непустое множество). Но это значит, что $\varphi(a) = b$, следовательно, $\varphi Fx = \varphi(a) = b = Gx$.

Замечание 1. В доказательстве утверждения 1, выбрав произвольный класс $\omega_a \in \Omega_A$, мы предполагали, что найдутся два элемента $x, y \in \omega_a$. Это предположение несущественно. Действительно, пусть ω_a состоит из одного элемента x , то есть $x = \omega_a$. Но тогда этот элемент входит в качестве класса и в разбиение Ω_B . Он просто равен классу ω_b , для которого $Gx = b$. Так как, если предположить, что ω_b содержит еще какой-либо элемент y , то $Gy = b$, значит $Gx = Gy$, и $Fx = Fy = a$, то есть существует $y \in \omega_a$. Но это противоречит предположению, что ω_a состоит из одного элемента.

Замечание 2. В утверждении 1 взаимно однозначное соответствие осуществляется только между образами отображений F и G . При этом между множествами A и B такого соответствия может и не существовать, поскольку условия утверждения останутся справедливыми, если $A = G_1 \cup \text{Im}F$, $B = G_2 \cup \text{Im}G$,

где G_1 и G_2 – произвольные множества. Однако, если $A = \text{Im}F$, а $B = \text{Im}G$, то $\varphi: A \rightarrow B$.

Утверждение 2. Пусть $F_1: L \rightarrow A$, $F_2: L \rightarrow A$, $G_1: L \rightarrow B$, $G_2: L \rightarrow B$ – произвольные отображения, для которых выполняется свойство

$$\forall x, y \in L: F_1x = F_2y \Leftrightarrow G_1x = G_2y, \quad (5)$$

тогда найдется взаимно однозначное отображение $\varphi: C \rightarrow D$, для которого $\varphi F_1 = G_1$ на Ω_1 и $\varphi F_2 = G_2$, где $C = \text{Im}F_1 \cap \text{Im}F_2$, $D = \text{Im}G_1 \cap \text{Im}G_2$; Ω_1 – множество $x \in L$, для которых $F_1x \in \text{Im}F_2$, Ω_2 – множество $x \in L$, для которых $F_2x \in \text{Im}F_1$.

Доказательство. Возьмем два произвольных элемента $x, y \in L$, таких, что $F_{1x} = F_{2y}$ и $F_{1y} = F_{2z}$. Тогда найдется $z \in L$, для которого $F_1x = F_2z$, $F_1y = F_2z$. Отсюда, по условию утверждения 2, имеем, что $G_1x = G_2z$ и $G_1y = G_2z$, то есть $G_1x = G_1y$. Таким образом, если $x, y \in \Omega_1$, то из равенства $F_1x = F_1y$ вытекает $G_1x = G_1y$. Заметим, что если $x, y \in \Omega_1$, то из равенства $G_1x = G_1y = G_2z$ вытекает, что $G_1x = \text{Im}G_2$. Поэтому аналогичные рассуждения можно провести и в обратную сторону и показать, что для любых $x, y \in \Omega_1$ из равенства $G_1x = G_1y$ следует, что $F_1x = F_1y$. Таким образом, $F_1x = F_1y \Leftrightarrow G_1x = G_1y$ на Ω_1 . Поэтому из утверждения 2 существует взаимоноднозначное отображение $\varphi: \text{Im}F_1 \rightarrow \text{Im}G_1$, для которого $\varphi F_1 = G_1$, $x \in \Omega_1$.

Покажем, что для любого $x \in \Omega_2$ выполняется $\varphi F_2 = G_2$, где $\varphi: G \rightarrow D$. Действительно, пусть $x \in \Omega_2$, тогда $F_2x \in \text{Im}F_1$ и найдется $y: F_2x = F_1y$. Заметим, что это означает $y \in \Omega_1$. Следовательно, из условия 2 $G_2x = G_1y$, с одной стороны, и $\varphi F_2x = \varphi F_1y = G_1y = G_2x$ – с другой, то есть $\varphi F_2x = G_2x$.

Доказанные утверждения позволяют сформулировать и доказать следующие теоремы.

Теорема 1. Произвольный предикат $E(x, y)$, заданный на $L \times L$, удовлетворяет равенствам

$$E(x, y) = D_A(Fx, Fy) = D_B(Gx, Gy), \quad (6)$$

где $F: L \rightarrow A$, $G: L \rightarrow B$, D_A , D_B – стандартные предикаты равенства на множествах A и B соответственно; тогда и только тогда, когда найдется взаимнооднозначное отображение $\varphi: \text{Im}F \rightarrow \text{Im}G$, для которого $\varphi F = G$.

Доказательство. Необходимость. Пусть имеет место (6) и $E(x, y) = D_A(Fx, Fy) = I$. Тогда $\varphi Fx = \varphi Fy$ или $Gx = Gy$. Эту цепочку равенств можно пройти и в обратном порядке, то есть, если $Gx = Gy$, то $\varphi^{-1}G_2x = \varphi^{-1}G_1y$, $Fx = Fy$ и $E(x, y) = I$. Таким образом, $E(x, y) = D_B(Gx, Gy)$, значит, равенства (6) выполняются.

Достаточность. Она вытекает из утверждения 1, так как при выполнении равенств (5) для любых $x, y \in L$ следует, что $Fx = Fy \Leftrightarrow Gx = Gy$.

Теорема 2. Произвольный предикат $E(x, y)$, заданный на $L \times L$, удовлетворяет равенствам

$$E(x, y) = D_A(F_1x, F_2y) = D_B(G_1x, G_2y), \quad (7)$$

где $F_1, F_2: L \rightarrow A$, $G_1, G_2: L \rightarrow B$; D_A, D_B – стандартные предикаты равенства на множествах A и B соответственно; тогда и только тогда, когда найдется взаимно однозначное отображение $\varphi: C \rightarrow D$, для которого

$$\varphi F_1x = G_1x, \quad x \in \Omega_1,$$

$$\varphi F_2x = G_2x, \quad x \in \Omega_2,$$

где множества C, D, Ω_1, Ω_2 определены так же, как и в утверждении 2.

Доказательство. Необходимость. Пусть имеют место соотношения (7) и $E(x, y) = D_A(F_1x, F_2y) = I$. Это означает, что $F_1x = F_2y$, $x \in \Omega_1$, $y \in \Omega_2$, $F_1x \in C$, $F_2y \in D$. Тогда из (7) получаем: $\varphi F_1x = \varphi F_2y$ или $G_1x = G_2y$. Данные рассуждения проводятся и в обратном порядке. Следовательно, $E(x, y) = D_B(G_1x, G_2y)$.

Достаточность. Достаточность, как и в предыдущем случае, вытекает из утверждения 2. Поскольку, если имеют место равенства (6), то $\forall x, y \in L: F_1x = F_2y \Leftrightarrow G_1x = G_2y$.

Замечание. Отметим, что если имеют место равенства (6), то между $\text{Im}F_1$ и $\text{Im}G_1$ (соответственно между $\text{Im}F_2$ и $\text{Im}G_2$) взаимно однозначного соответствия может и не существовать, и, таким образом, нельзя утверждать, что равенства $\varphi F_1 = G_1$ и $\varphi F_2 = G_2$ выполняются всюду, где определены указанные отображения. В этом можно убедиться, рассмотрев следующий пример.

Определим отображения F_1, F_2, G_1, G_2 на множестве $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ таблицами (табл. 1).

Таблица 1

$F_1:$	1	2	3	4	5
	0	1	2	2	3

$F_2:$	1	2	3	4	5
	2	2	4	5	3

G_1	1	2	3	4	5
	0	0	2	2	3

G_2	1	2	3	4	5
	2	2	6	6	3

Тогда таблица предиката $E_1(x, y) = D(F_1x, F_2y)$ будет иметь вид, приведенный в табл. 2.

Таблица 2

	1	2	3	4	5
1	0	0	1	1	0
2	0	0	1	1	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	1

Нетрудно убедиться, что такую же таблицу можно построить и для предиката $E_2(x, y) = D(G_1x, G_2y)$, то есть $E_1 = E_2$ или имеют место равенства

$$E(x, y) = D(F_1x, F_2y) = D(G_1x, G_2y).$$

Однако, $\text{Im}F_1 = \{0, 1, 2, 3\}$, а $\text{Im}G_1 = \{0, 2, 3\}$, то есть они разной мощности и взаимно однозначного соответствия между ними не существует. Такая же ситуация и для $\text{Im}F_2, \text{Im}G_2$. С другой стороны, в данном случае $C = \{2, 3\}$ и $D = \{2, 3\}$, то есть в качестве отображения выступает преобразование, сохраняющее все на местах. При этом равенства $\varphi F_1 = G_1$ и $\varphi F_2 = G_2$ выполняются на множествах $\{3, 4, 5\}$ и $\{1, 2, 5\}$, так как $\Omega_1 = \{3, 4, 5\}$, а $\Omega_2 = \{1, 2, 5\}$. Последнее обстоятельство не удивительно. Из таблицы предиката видно, что на первом плече сравнения (F_1, G_1) восстановление отображения с точностью до взаимно однозначного соответствия возможно в тех столбцах, где есть «1», то есть на тех элементах, для которых результат действия отображения можно с чем-либо сравнить. Аналогичная ситуация и со вторым плечом сравнения (F_2, G_2) , только там восстановление возможно на тех элементах, которые соответствуют строкам с «1».

Однако существует логическая возможность ввести еще несколько типов предикатов по аналогии с указанными выше моделями. Их можно получить, меняя аргументы функций F, F_1, F_2 :

$$E(x, y) = D(F(x, x), F(x, y)),$$

$$E(x, y) = D(F(x, y), F(y, y)),$$

$$E(x, y) = D(F(x, y), F(x, y)),$$

$$E(x, y) = D(F_1(x, x), F_2(y, y)),$$

$$E(x, y) = D(F_1(x, y), F_2(x, y)),$$

$$E(x, y) = D(F_1(x, y), F_2(x, y)).$$

Для того, чтобы данные модели могли иметь практическую ценность, необходимо выполнение изоморфизма, описанного выше. Оказывается, что для таких моделей указанное свойство не выполняется, что можно показать, приведя соответствующие контрпримеры.

Рассмотрим на множестве $R \times R$ следующие предикаты:

$$\begin{aligned} E_1(x, y) &= D(x - x, x - y), \\ E_2(x, y) &= D((x - x)^2, (x - y)^2), \\ E_3(x, y) &= D(x - y, y - y), \\ E_4(x, y) &= D((x - y)^2, (y - y)^2), \\ E_5(x, y) &= D(x - y, x - y), \\ E_6(x, y) &= D((x - y)^2, (y - y)^2), \\ E_7(x, y) &= D(x + y, y), \\ E_8(x, y) &= D(x, 0), \\ E_9 &= D(x, x + y), \\ E_{10}(x, y) &= D(0, y), \\ E_{11}(x, y) &= D(x - y, x + y), \\ E_{12}(x, y) &= D((x^2 - 2xy + y^2, x^2 - 2xy)). \end{aligned}$$

Непосредственная проверка позволяет установить равенства $E_1 = E_2$, $E_3 = E_4$, $E_5 = E_6$, $E_7 = E_8$, $E_9 = E_{10}$, $E_{11} = E_{12}$, но для каждой из этих пар задающие их отображения не изоморфны.

ВЫВОДЫ

Выделен класс систем, для которых применим метод компараторной идентификации, это линейные системы и системы с нелинейностью взаимнооднозначного характера.

Для таких систем, при использовании компараторного метода, можно решить задачу структурной идентификации, то есть путем экспериментальной проверки характеристических свойств однозначно определить структуру модели. Показано, что метод компараторной идентификации инвариантен к внутренним нелинейностям идентифицируемого оператора взаимнооднозначного характера.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Шабанов-Кушнаренко С. Ю. Компараторная идентификация конечномерных процессов количественной оценки : дис. ... д-ра техн. наук : 05.13.01 / Шабанов-Кушнаренко С. Ю. – Харьков, 1995. – 268 с.
2. Бондаренко М. Ф. Теория цветового зрения / Бондаренко М. Ф., Шабанов-Кушренко С. Ю. – Харьков : ФАКТОР-ДРУК, 2002. – 206 с.
3. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Компараторная идентификация алгебраических систем / Шабанов-Кушнаренко Ю. П., Шляхов В. В. // АСУ и приборы автоматики. – 2000. – Вып. 113. – С. 107–123.
4. Пфанцагль И. Теория измерений / Пфанцагль И. – М. : Мир, 1976. – 248 с.
5. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Теория интеллекта : Проблемы и перспективы / Шабанов-Кушнаренко Ю. П. – Харьков : Вища школа, 1987. – 158 с.
6. Мальцев А. И. Алгебраические системы / Мальцев А. И. – М. : Наука, 1970. – 392 с.

Надійшла 22.09.2008

Розглядаються різні моделі компараторної ідентифікації, які використовують предикати еквівалентності та діфункціональності. Доведено теореми об ізоморфізмі згаданих моделей.

Different methods of comparative identification models using predicates of equivalence and difunctionality are considered. The isophormism theorems of proposed models are proved.

НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 004.91

Е. В. Бодянский, В. В. Волкова, А. С. Егоров

КЛАСТЕРИЗАЦИЯ МАССИВОВ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ НА ОСНОВЕ АДАПТИВНОЙ НЕЧЕТКОЙ САМООРГАНИЗУЮЩЕЙСЯ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Предложена адаптивная нечеткая самоорганизующаяся нейронная сеть, настраиваемая с помощью рекуррентного алгоритма самообучения, являющегося обобщением правила обучения Кохонена, и позволяющая находить в реальном времени не только прототипы (центроиды) формируемых кластеров, но и оценивать уровни принадлежности каждого вновь поступившего образа к конкретному кластеру, что позволяет использовать данную архитектуру для кластеризации текстовых документов в условиях взаимно перекрывающихся классов.

ВВЕДЕНИЕ

В общей проблеме интеллектуального анализа данных – Data Mining, Exploratory Data Analysis и, особенно, Web-Mining достаточно часто возникает задача поиска и классификации информации, содержащейся в текстовых документах, количество которых в Internet практически неограниченно и постоянно увеличивается. Фактически речь идет об очень больших и непрерывно растущих в реальном времени базах данных, образованных, как правило, не связанными

между собой текстами самого различного содержания и происхождения, поиск в которых также должен производиться в online режиме.

В настоящее время существует достаточно много подходов к решению этой задачи, однако, большинство из них связано с интенсивным использованием человеческого интеллекта и квалифицированного труда, которые весьма дороги. В связи с этим представляется перспективным использование методов искусственного и вычислительного интеллекта для решения этой задачи в автоматическом режиме без участия человека. Среди таких методов высокую эффективность продемонстрировали искусственные нейронные сети и, прежде всего, самоорганизующиеся карты Т. Кохонена (SOM) [1], положенные в основу систем автоматической классификации больших массивов документов WEBSOM [2, 3] и WEBSOM2 [4]. Эффективность карт Кохонена определяется, прежде всего, их вычислительной простотой и возможностью работы в реальном времени путем последовательной обработки информации по мере ее поступ-

ления. Процесс настройки этих нейросетей реализуется в режиме самообучения на основе принципов «победитель получает все» (WTA) или «победитель получает больше» (WTM), при этом априори предполагается, что структура обрабатываемых данных такова, что образуемые ими кластеры взаимно не пересекаются, т. е. в процессе обучения сети теоретически может быть построена разделющая гиперповерхность, четко разграничающая разные классы.

Вместе с тем, при обработке реальных данных часто возникает ситуация, когда один образ-документ принадлежит разным классам, а сами эти классы взаимно пересекаются (перекрываются) [4]. В рамках традиционных самоорганизующихся карт это обстоятельство никак не учитывается, однако может быть рассмотрено с позиций нечеткого кластерного анализа, который к настоящему времени также получил достаточное развитие и распространение [5, 6].

Представляется естественным объединить простоту и быстродействие самоорганизующихся карт Кохонена с возможностью работы в условиях взаимно перекрывающихся классов.

Так, в [7, 8] была предложена модификация SOM, в которой нейроны исходной архитектуры, представляющие собой по сути адаптивные линейные ассоциаторы, заменены нечеткими множествами и нечеткими правилами. Данная нейросеть подтвердила эффективность в задачах распознавания образов, однако ее обучение связано с рядом существенных проблем. В [9] была предложена модификация самоорганизующейся карты с нечетким выводом и комбинированным алгоритмом самообучения на основе правил Кохонена и Гроссберга. Недостатком этой сети является наличие свободных параметров алгоритма, неудачный выбор которых может привести к неудовлетворительной кластеризации. В [10] была введена, а в [11] получила развитие, так называемая, нечеткая кластеризующая сеть Кохонена (fuzzy Kohonen clustering network – FKCN), в основе которой лежит алгоритм нечетких C-средних (fuzzy C-means – FCM) Бездека [12]. Особенностью этой нейро-фаззи сети является пакетный режим обучения, при котором весь массив данных, подлежащий обработке, должен быть задан априори. Таким образом FKCN не может работать в реальном времени, обрабатывая информацию по мере ее поступления.

В связи с этим, в настоящей работе предлагается в качестве альтернативы SOM и FKCN адаптивная нечеткая самоорганизующаяся нейронная сеть, настраиваемая с помощью рекуррентного алгоритма самообучения, являющегося обобщением правила обучения Кохонена, и позволяющая находить в реальном времени не только прототипы (центроиды) формируемых кластеров, но и оценивать уровни принадлежности каждого вновь поступившего образа к конкретному кластеру.

АРХІТЕКТУРА АДАПТИВНОЇ НЕЧЕТКОЇ САМООРГАНІЗУЮЩЕЙСЯ НЕЙРОННОЇ СЕТИ

Архитектура рассматриваемой нечеткой нейронной сети приведена на рис. 1 и содержит единственный слой нейронов N_i , $i = 1, 2, \dots, p$, отличающихся от традиционных адаптивных линейных ассоциаторов, образующих SOM Кохонена.

На рецепторный слой сети последовательно подаются образы, подлежащие кластеризации, в виде $(n \times 1)$ -векторов признаков $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$, где $t = 1, 2, \dots, V$ имеет смысл или номера образа в обучающей выборке, или текущего дискретного времени. При этом сами векторы признаков $x(t)$ формируются на основе усеченных гистограмм частот появления отдельных слов в обрабатываемых текстах [2–4].

Настраиваемые синаптические веса m_{ij} , $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, n$ определяют координаты центроидов p взаимно перекрывающихся кластеров $m_i(t) = (m_{i1}(t), m_{i2}(t), \dots, m_{in}(t))^T$, а выходом сети, в отличие от SOM, выходной сигнал которой определяется только нейроном-победителем, является $(p \times 1)$ -вектор $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t))^T$, определяющий уровень принадлежности образа $x(t)$ к каждому из p формируемых кластеров и вычисляемый нейронами N_i . По латеральным связям нейроны обмениваются координатами $m_i(t)$, необходимыми для вычисления принадлежностей $u_i(t)$.

АДАПТИВНИЙ АЛГОРИТМ САМООБУЧЕННЯ

В основе самообучения лежит вероятностный алгоритм кластеризации, основанный на оптимизации целевой функции вида [12]

$$E(u_i, m_i) = \sum_{t=1}^V \sum_{i=1}^p u_i^\beta(t) \|x(t) - m_i\|^2 \quad (1)$$

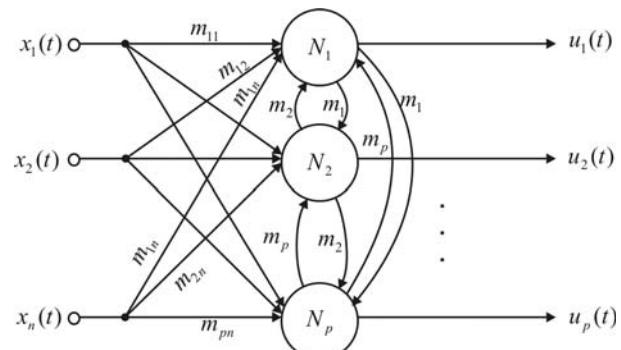


Рисунок 1 – Адаптивна нечеткая самоорганизующаяся нейронная сеть

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^p u_i(t) = 1, \\ t = 1, 2, \dots, V, \quad (2)$$

$$0 \leq \sum_{t=1}^V u_i(t) \leq V, \\ i = 1, 2, \dots, p, \quad (3)$$

где $u_i(t) \in [0, 1]$, β – неотрицательный параметр, имеющийся «фазификатором», определяющий нечеткую границу между классами и влияющий на уровень нечеткости в окончательном разбиении данных по кластерам.

Применение стандартного аппарата нелинейного программирования, основанного на неопределенных множителях Лагранжа и решении системы уравнений Куна – Таккера, ведет к известному результату

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i^* = \frac{\sum_{t=1}^V u_i^\beta(t)x(t)}{\sum_{t=1}^V u_i^\beta(t)}, \\ u_i(t) = \frac{(\|x(t) - m_i^*\|^2)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^p (\|x(t) - m_l^*\|^2)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \end{array} \right. \quad (4)$$

который при $\beta = 2$ совпадает с популярным FCM-алгоритмом Бездека:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i^* = \frac{\sum_{t=1}^V u_i^2(t)x(t)}{\sum_{t=1}^V u_i^2(t)}, \\ u_i(t) = \frac{\|x(t) - m_i^*\|^{-2}}{\sum_{l=1}^p \|x(t) - m_l^*\|^{-2}}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Именно соотношения (5) положены в основу самообучения FKCN, однако при этом количество обрабатываемых образов V полагается фиксированным.

С целью преодоления этого ограничения в [13, 14] на основе процедуры нелинейного программирования Эрроу – Гурвица был введен вероятностный рекуррентный алгоритм нечеткой кластеризации вида

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i(t+1) = m_i(t) = \alpha(t)u_i^\beta(t)(x(t+1) - m_i(t)), \\ i = 1, 2, \dots, p, \\ u_i(t+1) = \frac{(\|x(t+1) - m_i(t+1)\|^2)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^p (\|x(t+1) - m_l(t+1)\|^2)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \end{array} \right. \quad (6)$$

где $\alpha(t)$ – параметр шага поиска, влияющий на скорость сходимости и выбираемый обычно из эмпирических соображений в соответствии с условиями Дворецкого [15].

Анализируя (6), можно заметить, что рассматривая сомножитель $u_i^\beta(t)$ в качестве функции соседства $h_{c(x), i}$, приходим к правилу самообучения Кохонена на основе WTM-принципа

$$m_i^{\text{WTM}}(t+1) = m_i^{\text{WTM}}(t) + h_{c(x), i}(t)(x(t+1) - m_i^{\text{WTM}}(t)), \quad (7)$$

где $c(x) = \arg \min_i \{\|x - m_i\|\}$ определяет координаты нейрона-победителя, $h_{c(x), i(t)}$ – колоколообразная функция соседства, аргументом которой есть расстояние в принятой метрике между центроидом нейрона-победителя и нейрона N_i .

Заметим также, что в пакетной форме рекуррентной формуле (7) соответствует выражение [4]

$$m_i^{*\text{WTM}} = \frac{\sum_{x(t) \in V_i} h_{c(x), i}x(t)}{\sum_{x(t) \in V_i} h_{c(x), i}}, \quad (8)$$

где V_i определяет множество всех образов, прототипом которых является $m_i^{*\text{WTM}}$, $\sum_{i=1}^p V_i = V$.

Как видно, формула (8) структурно совпадает с первым выражением в (4), что опять-таки подтверждает близость понятий «принадлежности» и «соседства».

Полагая далее в (6) $\beta = 1$, приходим к алгоритму С-средних (hard C-means – HCM), а $\beta = 0$ соответствует стандартному WTA-правилу Кохонена для нейрона-победителя:

$$m_i^{\text{WTA}}(t+1) = m_i^{\text{WTA}}(t) + \alpha(t)(x(t+1) - m_i^{\text{WTA}}(t)). \quad (9)$$

Несложно заметить также, что рекуррентная процедура (9) минимизирует целевую функцию вида

$$E(m_i) = \sum_{x(t) \in V_i} \|x(t) - m_i^{\text{WTA}}\|^2.$$

Ее прямая оптимизация ведет к обычной оценке среднего арифметического

$$m_i^{*WTA} = \frac{\sum_{x(t) \in V_i} x(t)}{V_i},$$

запись которой в рекуррентной форме – к соотношению

$$m_i^{WTA}(t+1) = m_i^{WTA}(t) + \frac{1}{t+1}(x(t+1) - m_i^{WTA}(t)).$$

Такой выбор параметра шага $\alpha(t)$ согласуется с требованиями стохастической аппроксимации и придает результатам ясный физический смысл.

Таким образом, в окончательном виде аддитивный алгоритм самообучения нечеткой самоорганизующейся сети может быть записан в простой форме

$$\begin{cases} m_i(t+1) = m_i(t) + \frac{u_i^\beta(t)}{t+1}(x(t+1) - m_i(t)), \\ i = 1, 2, \dots, p, \\ u_i(t+1) = \frac{(\|x(t+1) - m_i(t+1)\|^2)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m (\|x(t+1) - m_l(t+1)\|^2)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \end{cases}$$

объединяющей в себе вычислительную простоту и последовательную обработку кохоненовского самообучения с возможностями нечеткой кластеризации.

РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ИССЛЕДОВАНЬЙ

В ходе изучения нейросетевых методов кластеризации и разработки аддитивной нечеткой самоорганизующейся нейронной сети были проведены экспериментальные исследования на тестовой выборке, состоящей из 86 текстовых документов, содержащих рефераты статей (abstracts). Документы принадлежат к трем различным категориям: Neural Networks, Semantic Web, Text Mining.

Целью исследования было оценить качество кластеризации традиционной самоорганизующейся нейронной сети Кохонена (SOM) и разработанной в ходе исследования аддитивной нечеткой самоорганизующейся нейронной сети (аддитивная процедура обучения на основе FCM).

Следует отметить, что качество кластеризации сильно зависит от выбранного пространства признаков. Пространство признаков выбиралось по значимости признаков согласно формуле

$$tf^*idf = tf_{ij}^* \log_2 \left(\frac{|D|}{df_i} \right), \quad (10)$$

где tf_{ij} – частота встречаемости i -го терма в j -м документе, $|D|$ – мощность обучающего множества, df_i – количество документов, в которых встречается i -й терм.

Эксперимент показал, что по мере роста тестового множества нечеткие алгоритмы дают более точные результаты (в среднем 6–8 %) по сравнению с четкой процедурой кластеризации.

Таким образом, было установлено, что в задаче кластеризации документов, принадлежащих нескольким категориям одновременно, нечеткие процедуры дают более точные результаты.

ВЫВОДЫ

Предложен аддитивный алгоритм самообучения нечеткой самоорганизующейся нейронной сети, предназначенный для кластеризации больших массивов текстовых документов, и позволяющий осуществлять в реальном времени нечеткую классификацию данных, последовательно поступающих на обработку. Алгоритм не содержит свободных параметров, прост в реализации и объединяет в себе достоинства самоорганизующихся карт Кохонена и вероятностных процедур нечеткой кластеризации.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Kohonen T. Self-Organizing Maps / T. Kohonen // Berlin : Springer-Verlag. – 1995. – 362 p.
2. Kaski S. WEBSOM – Self-organizing maps of document collections / S. Kaski, T. Honkela, K. Lagus, T. Kohonen // Neurocomputing. – 1998. – 21. – P. 101–117.
3. Lagus K. WEBSOM for textual data mining / K. Lagus, T. Honkela, S. Kaski, T. Kohonen // Artificial Intelligence Review. – 1999. – 13. – P. 345–364.
4. Kohonen T. Self organization of a massive document collection / T. Kohonen, S. Kaski, K. Lagus, J. Salojarvi, J. Honkela, V. Paatero, A. Saarela // IEEE Trans. on Neural Networks. – 2000. – 11. – P. 574–585.
5. Höppner F. Fuzzy-Klusteranalyse. Verfahren für die Bilderkennung, Klassifikation und Datenanalyse / F. Höppner, F. Klawonn, R. Kruse. – Braunschweig : Vieweg. – 1996. – 280 s.
6. Höppner F. Fuzzy Clustering Analysis: Methods for Classification, Data Analysis, and Image Recognition / F. Höppner, F. Klawonn, R. Kruse, T. Runkler. – Chichester : John Wiley&Sons. – 1999. – 289 p.
7. Vuorimaa P. Fuzzy self-organizing maps / P. Vuorimaa // Fuzzy Sets and Systems. – 1994. – 66. – P. 223–231.
8. Vuorimaa P. Use of the fuzzy self-organizing maps in pattern recognition / P. Vuorimaa // Proc. 3-rd IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems «FUZZ-IEEE'94». – Orlando, USA, 1994. – P. 798–801.
9. Bodianskiy Ye. Combined learning algorithm for a self-organizing map with fuzzy inference / Ye. Bodianskiy, Ye. Gorshkov, V. Kolodyazhnyi, A. Stephan ; ed. by B. Reusch // Computational Intelligence, Theory and Applications. – Berlin-Heidelberg : Springer, 2005. – P. 641–650.
10. Tsao E. C.-K., Fuzzy Kohonen clustering networks / E.C.-K. Tsao, J.C. Bezdek, N.R. Pal // Pattern Recognition. – 1994. – 27. – P. 757–764.

11. Pascual-Marqui R. D. Smoothly distributed fuzzy C-means: a new self-organizing map / R. D. Pascual-Marqui, A. D. Pascual-Montano, K. Kochi, J. M. Carazo // Pattern Recognition. – 2001. – 34. – P. 2395–2402.
12. Bezdek J. C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms / J. C. Bezdek. // N. Y. : Plenum Press, 1981. – 272 p.
13. Bodyanskiy Ye. Recursive fuzzy clustering algorithms / Ye. Bodyanskiy, V. Kolodyazhnyi, A. Stephan // Proc. East West Fuzzy Coll, 2002. – Zittau – Görlitz : HS, 2002. – P. 164–172.
14. Bodyanskiy Ye. Computational intelligence techniques for data analysis / Ye. Bodyanskiy // Lecture Notes in Informatics. – Bonn : GI, 2005. – P-72. – P. 15–36.
15. Dvoretzky A. On stochastic approximation / A. Dvoretzky // Proc. 3-rd Berkley Symp. Math. Statistics and Probability. – 1956. – 1. – P. 39–55.

Надійшла 31.10.2008

Запропоновано нечітку нейронну мережу, що самоорганізується, яка дозволяє знаходити в реальному часі не лише прототипи (центроїди) кластерів, що формуються, але й оцінювати рівні належності кожного образу, що надходить, до конкретного кластеру. Мережа настроюється за допомогою рекурентного алгоритму самонавчання, що є узагальненням правила навчання Кохонена. Запропонована нечітка нейронна мережа, що самоорганізується, може бути використана для кластеризації текстових документів в умовах класів, що взаємно перекриваються.

A self-organizing fuzzy neural network is proposed. It allows both to determine the prototypes (centroids) of forming clusters and estimate attachment level of each image of certain cluster in real time. The network is tuned by recurrent algorithm of self-learning which is a general Kohonen's learning rule. The proposed neural network can be used in clasterization of text documents in overlapping classes conditions.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

ПРОГРЕССИВНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES

УДК 681.518

Д. Е. Иванов

ГЕНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПРОВЕРКИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ СХЕМ

При проектировании современных цифровых схем перед разработчиком часто возникает задача верификации эквивалентности двух схем, что связано с применением различных оптимизационных процедур. В данной статье предлагается алгоритм решения данной задачи, основанный на генетическом программировании. Приведены результаты экспериментов на схемах *ISCAS-89*, показывающие эффективность предложенного подхода.

ВВЕДЕНИЕ

На современном этапе средства автоматизированного проектирования позволяют обрабатывать как комбинационные схемы, содержащие десятки и сотни тысяч логических вентилей, так и последовательностные схемы, содержащие сотни элементов состояний (триггеров). Обязательными элементами таких систем являются программы трансляторы (например, между функциональным и логическим уровнями описания схем), а также программы оптимизации каких либо параметров схемы (потребляемой энергии, числа логических вентилей, удаление последовательностной избыточности и т. д.). Применение таких средств автоматизации заставляет разработчика ставить задачу верификации эквивалентности двух схем (например, схемы

до и после процесса оптимизации) [1]. Для решения таких задач существуют точные алгоритмы, которые основаны, например, на преобразованиях булевого представления схемы [2]. Недостатками данных методов является то, что при их работе со схемами большой размерности легко достигается переполнение памяти. Таким образом, будучи прерванными из-за проблемы переполнения памяти, точные алгоритмы вообще не дают никакого результата: ни об эквивалентности, ни о неэквивалентности заданных схем. Это заставляет разрабатывать новые нетрадиционные подходы к решению подобных задач. Одним из них является применение генетических алгоритмов [3]. Применение генетических алгоритмов, например, для построения тестовых входных последовательностей описано в [4].

Авторы также имеют опыт применения генетических алгоритмов к решению задач технической диагностики. В частности, такие алгоритмы использовались для построения тестовых входных последовательностей [5, 6], а также инициализирующих последовательностей [7]. В данных алгоритмах операции производятся над входными двоичными последовательностями, состоящими из входных векторов, каждый из которых соответствует

© Иванов Д. Е., 2009

такту модельного времени. Для такого задания особей вводятся основные генетические операции: мутация и скрещивание. Вычисление оценочных функций при этом основывается на моделировании работы схемы (исправной или с неисправностями) и отображает активность схемы на заданной входной последовательности. Подход показывает приемлемые практические результаты. Поэтому авторы решили применить его для задачи верификации эквивалентности последовательностных схем.

Данная статья имеет следующую структуру. В первом разделе описана формальная модель синхронных последовательностных схем, используемая при исследовании. В следующем разделе описана общая структурная схема генетического алгоритма, применяемого для решения поставленной задачи. В третьем разделе подробно рассмотрено вычисление фитнес-функции, основанное на моделирования. В четвертом разделе описана программная реализация предложенного алгоритма, среда проведения машинных экспериментов, а также приведены их результаты. В заключении сделаны выводы и указаны направления дальнейших исследований.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве модели в данной работе используются синхронные последовательностные схемы (рис. 1). В данной модели схема представляется в виде комбинационного блока (в свою очередь состоящего из нескольких функциональных комбинационных блоков, КФБ) и блока памяти, который состоит из D-триггеров. Далее также будем использовать следующие обозначения: V – вектор входных сигналов; $\#Bx$ – число внешних входов схемы, размерность вектора V ; Y – вектор выходных сигналов; $\#Вых$ – число внешних выходов схемы, размерность вектора Y ; T – вектор состояний блока памяти; $\#Tr$ – число элементов состояния (D-триггеров) схемы, размерность вектора T ; $\#\mathcal{E}$ – общее число логических вентилей в схеме.

Вектор V – упорядоченное множество двоичных значений, которое подается на вход цифровой схемы в определенный такт времени. Последовательность s_i заданной длины l_i – упорядоченное множество из l_i векторов, которые подаются на вход схемы в последовательные такты времени. Обозначение v_{ij} говорит,



Рисунок 1 – Модель синхронной последовательной схемы

что мы рассматриваем в последовательности s_i вектор с номером j ($j = 0, \dots, l_i - 1$). Через $A(s)$ обозначим выходные реакции схемы A при подаче на ее входы последовательности s . Далее везде предполагаем, что моделирование выполняется в 3-значном алфавите [8] и работа схемы начинается из полностью неопределенного состояния.

При моделировании используется преобразование синхронной последовательностной схемы в псевдокомбинационный эквивалент с дальнейшим его итеративным моделированием в последовательные такты времени. Для такого преобразования удаляют элементы состояний. Входы элементов состояний (вектор T_i на рис. 1) при этом называются псевдовходами, а их выходы (вектор T_i на рис. 1) – псевдовходами.

При таком преобразовании работа блока памяти представляется следующим образом. В момент смены тактового импульса в устройстве синхронизации (для упрощения на рисунке не представлен) происходит подача на вход схемы новых входных значений v_i момента времени i ; на псевдовходы подаются значения псевдовходов схемы в предыдущий такт времени T_{i-1} , после чего путем моделирования комбинационной части схемы для такта времени i формируются выходные сигналы схемы Y_i и сигналы псевдовходов T_i .

Задача верификации эквивалентности двух последовательностных схем формулируется следующим образом.

Определение 1. Пусть заданы две цифровые последовательностные схемы A_0 и A_1 . Будем называть схему A_0 исправной, а схему A_1 – модифицированной (оптимизированной, неисправной). Схемы называются последовательно эквивалентными (или просто эквивалентными), если при произвольном одинаковом начальном состоянии данных схем выходные реакции схем на произвольные входные последовательности s являются одинаковыми, т. е.

$$A_0 = A_1 \Leftrightarrow \forall s : A_0(s) = A_1(s). \quad (1)$$

Как было сказано выше, построенные на основании деревьев обхода алгоритмы [2, 3] не в состоянии работать со схемами большой размерности. Это связано с нехваткой памяти для стеков возвратов алгоритмов обхода деревьев, что обусловлено большим числом элементов состояний в проектируемых схемах.

Однако проектировщику не обязательно иметь утвердительный ответ на вопрос об эквивалентности схем. Ему достаточно также знать, что схемы не являются эквивалентными. Поэтому задачу можно переформулировать, ориентируясь на поиск контраприимера.

Определение 2. Если существует такая последовательность s_k , на которой при одинаковых начальных состояниях схемы A_0 и A_1 имеют различные выход-

ные реакции, то данные схемы не являются эквивалентными:

$$A_0 \neq A_1 \text{ если } \exists s_k : A_0(s_k) \neq A_1(s_k). \quad (2)$$

Именно поиск такой последовательности будет являться целью предлагаемого алгоритма. В данной постановке задача не рассматривалась в отечественной научной литературе.

Предполагается также, что проектировщику доступны значения сигналов при работе схемы в контрольных точках (КТ). В самом общем случае множество КТ совпадает с множеством логических элементов схемы, т. е. проектировщику известно полное поведение схемы в процессе моделирования. Однако ему не известно никакой дополнительной информации о внутренней функциональной структуре схемы.

2 ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ВЕРИФИКАЦИИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ СХЕМ

Как уже отмечалось ранее, авторы неоднократно применяли различные модификации генетического алгоритма к задачам технической диагностики [5–7].

Генетический алгоритм это итеративный процесс построения новой популяции (поколения) из текущей. Алгоритм заканчивает работу при выполнении одного из условий:

- либо найдена последовательность s , выходные реакции на которую схемы $A_0(s)$ и $A_1(s)$ различны (показана неэквивалентность схем);
 - либо достигнуто одно из ограничивающих условий: время моделирования, предельное число поколений или предельное число поколений без улучшения оценочной функции.

В алгоритмах такого рода в качестве особи выступают входные последовательности, для которых заранее не известна длина (рис. 2, а). Длина входного вектора соответствует числу входов исследуемых схем A_0 и A_1 . Для каждой входной последовательности s_i ставится в соответствие оценочная функция $f_{\text{оц}}(s_i)$, которая показывает насколько «хорошо» данная последовательность решает поставленную задачу. Вычисление оценочных функций особей является наиболее трудоемкой фазой алгоритма и именно от этого зависит быстродействие всего алгоритма. Подробно вычисление оценочной функции особей описано в следующем разделе. Популяцией является набор таких последовательностей (рис. 2, б).

Одна итерация генетического алгоритма состоит в построении новой популяции из текущей. При этом к osobym текущей популяции применяют генетические операции: выбор особей, скрещивание и мутация особей. Операция выбора реализует выбор двух особей-родителей для последующей рекомбинации и мутации.

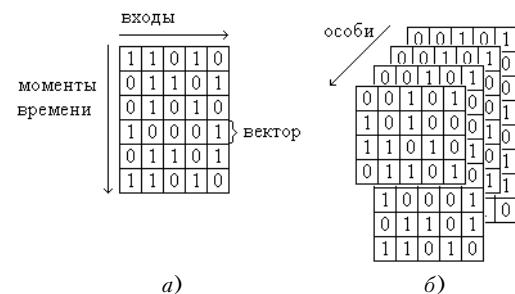


Рисунок 2 – Кодирование особей и популяций:
а – особь; б – популяция

ции. Авторы применяют пропорциональный отбор, при котором вероятность особи быть выбранной в качестве родителя пропорциональна ее фитнес-функции. После этого к выбранным особям применяются операции скрещивания и мутации. Полученные таким образом особи-потомки попадают в промежуточную популяцию. Текущая популяция новой итерации алгоритма строится на основании лучших особей текущей и промежуточной популяций.

Подробнее генетические операции описаны в [5] и здесь не приводятся для краткости изложения.

Псевдокод генетического алгоритма построения входных последовательностей приведен ниже.

```

Генетический_алгоритм(Схема, РазмерПопуляции,
ЧислоИтераций)
{
    // подготовка начальной популяции
    ПостроитьНачальнуюПопуляцию();
    ОценитьОсобей(НачальнаяПопуляция);
    НомерПопуляции=0;
    Пока(не_достигнут_критерий_остановки )
    {
        НоваяПозиция=0;
        Для( i=0 ; i<РазмерПопуляции ; i++)
        {
            ОперацияВыбора(РодительА, РодительБ);
            Если( rand() < Рс )
                ОперацияСкрещивания(РодительА, РодительБ,
Потомок);
            Если( rand() < Рм )
                ОперацияМутации(Потомок);
            ДобавитьВПромежуточнуюПопуляцию(Потомок,
НоваяПозиция);
            НоваяПозиция++;
        }
        ОценитьОсобей(ПромежуточнаяПопуляция);
        ПостроитьНовуюПопуляцию(РазмерПопуляции);
        НомерПопуляции++;
    }
    СоздатьОтчёт();
}

```

Поясним назначение некоторых функций. Процедура «Оценить Особей» вычисляет оценочную функцию всех особей переданной ей популяции. Функция «Операция Выбора» на основании оценочной функции для особей текущей популяции строит их фитнесс-функции и производит выбор двух особей-родителей, над которым далее будут проводиться генетические операции. Функция «Построить Новую Популяцию» обрабатывает текущую и промежуточную популяции и на их основе строит текущую популяцию следующей итерации алгоритма. В эту популяцию попадают лучшие особи из текущей популяции предыдущего шага алгоритма и промежуточной популяции. После этого промежуточная популяция уничтожается. Процедура «Создать Отчет» формирует выходные статистические данные, как для пользователя программы, так и для системы моделирования и генерации тестов АСМИД-Е [9].

3 ВЫЧИСЛЕНИЕ ОЦЕНОЧНОЙ ФУНКЦИИ

Идеей предлагаемого алгоритма является направить поиск в пространстве решений в ту сторону, в которой выше активность верифицируемых схем A_0 и A_1 , а также выше различие этой активности на множестве контрольных точек. Данную информацию легко получить из программ логического моделирования. Таким образом, в генетических алгоритмах генерации различных типов тестовых последовательностей, вычисление фитнесс-функции основано на моделировании работы исправной A_0 и модифицированной A_1 схем. Основываясь на высказанном, в качестве меры применяются следующие показатели: активность исправной или неисправной схемы на заданной входной последовательности; число вентилей, псевдовыходов и выходов в схеме, различных в исправной и неисправной схемах. В нашем случае роль «неисправной» схемы выполняет схема, которая подверглась обработке (оптимизации) некоторым транслятором. Поэтому для построения фитнесс-функции выберем меру отличия значения сигналов в исправной и оптимизированной схемах. Основываясь на данном факте, введем три параметра, на основании которых будет вычисляться численное значение фитнесс-функции:

– $n1$ – число различных значений на выходах схемы. Данный параметр является определяющим, поскольку наличие даже одного расхождения на внешних входах двух схем, говорит о том, что различающая последовательность построена. Поэтому данный параметр в фитнесс-функцию должен входить с таким коэффициентом, чтобы при наличии хотя бы одного различия, значение фитнесс-функции нивелировало другие параметры и говорило о решении задачи.

– $n2$ – число различных псевдовыходов схемы. В случае, когда различные значения в двух проверяе-

мых схемах, еще не достигли выходов, решающим является распространения таких отличий на псевдовыходы (триггеры) схемы. Наличие триггеров с различными значениями на определенном такте времени позволяет с большей вероятностью получить различия на внешних выходах схемы на следующем такте работы.

– $n3$ – число контрольных точек двух схем с различными значениями сигналов. В случае, когда различие в поведении двух схем не достигло ни внешнего выхода, ни псевдовыхода схемы, необходимо строить последовательности, для которых является важным различие сигналов внутри комбинационных блоков. Этот параметр важен либо когда еще ни одна из пар триггеров в исправной и неисправной схемах не получили различные значения, либо когда такие пары есть, но этого не достаточно для распространения различных значения до внешних выходов схемы. Данный параметр в фитнесс функции должен иметь наименьшее значение.

Таким образом, в общем виде значение фитнесс-функции имеет вид:

$$f(A_0, A_1, s_i) = \sum_{j=1}^{\text{длина } s_i} f(A_1, A_0, s_{ij}) = \\ = \sum_{j=1}^{\text{длина } s_i} (c_1 * n_1 + c_2 * n_2 + c_3 * n_3), \quad (3)$$

где $c_1 - c_3$ – нормирующие константы;

$n1 = \sum_{g \in G} \text{различие}(g, A_0, A_1, s_{ij})$, G – множество всех

внешних выходов двух схем;

$n2 = \sum_{g \in G1} \text{различие}(g, A_0, A_1, s_{ij})$, $G1$ – множество

псевдовыходов двух схем;

$n3 = \sum_{g \in G2} \text{различие}(g, A_0, A_1, s_{ij})$, $G2$ – множество

всех контрольных точек схемы.

В нашем случае мы предполагаем, что проектировщику известно поведение всей схемы, поэтому множество $G2$ совпадает с множеством всех вентилей схемы.

Функция «различие(g)» вычисляется на основе моделирования и определяется следующим образом:

$$\text{различие } (g, A_0, A_1, s_{ij}) = \begin{cases} 1, & \text{если значения} \\ & \text{сигналов на выходе} \\ & \text{блока } g \text{ различны} \\ & \text{в двух схемах } A_0 \\ & \text{и } A_1 \text{ при модели-} \\ & \text{ровании на входном} \\ & \text{наборе } s_{ij}; \\ 0, & \text{в противном} \\ & \text{случае.} \end{cases} \quad (4)$$

Псевдокод процедуры вычисления оценочной функции одиночной последовательности приведен ниже.

```
Вычисление_оценочной_функции(Схема,
ВходнаяПоследовательность, Длина)
{
    Фитнесс=0;
    для(i=0;i<длина;i++)
    {
        SV0=МоделированиеРаботыИсправнойСхемы(набор i)
        SV1=МоделированиеРаботыМодиф.Схемы(набор i)
        n1=ЧислоРазличныхВыходов(SV0,SV1);
        n2=ЧислоРазличныхПсевдовыходов(SV0,SV1);
        n3=ЧислоРазличныхВентиляй;
        Фитнесс=Фитнесс+c1*n1+c2*n2+ c3*n3;
    }
}
```

Здесь SV0 и SV1 массивы, содержащие значения сигналов на всех контрольных линиях двух сравниваемых схем A_0 и A_1 [9].

4 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ І ЄКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДАННІ

Для проведения машинных экспериментов авторы реализовывали «почти эквивалентные» схемы основываясь на следующих соображениях. Обработка описания цифровой схемы (переход между уровнями описания: вентильный \leftrightarrow функциональный и т. д.) происходит автоматизировано с помощью соответствующих трансляторов. При этом преобразованию подвергаются некоторые завершенные функциональные блоки. Вероятность возникновения ошибки при таких преобразованиях достаточна мала, но не является нулевой. При этом будем предполагать, что она возникнет только в одном из логических блоков, и при моделировании будет проявляться (не всегда) на выходе (выходах) данного блока. При описании схемы на вентильном уровне минимальным элементом описания является логический вентиль. А функционирование одного логического вентиля определяется его типом. Изменив тип логического вентиля, будет изменено его функциональное свойство. Таким образом, для построения «почти эквивалентной схемы» будем изменять в таблицах описания тип одного случайно выбранного вентиля. Полученная таким образом схема и оригинальная схема будут верифицироваться на эквивалентность.

Программная реализация производилась в среде программирования C++ Builder 6. Общее число строк кода, реализующих функциональную часть алгоритма без процедур моделирования, составило около 1200 строк.

Для реализации «почти эквивалентной» модифицированной схемы создавался второй массив типов эле-

ментов R_TYPES [9], в котором случайным образом изменялся тип одного вентиля (например OR \rightarrow NOR). Дважды (для исправной и «эквивалентной» схем) вызывалась процедура моделирования, для которой в параметрах подменялся один единственный массив R_TYPES. Остальные массивы в принятом подходе описания двух схем одинаковы и не дублировались. Для моделирования работы цифровых последовательностных схем использовался разработанный авторами ранее алгоритм событийного моделирования [10].

В качестве экспериментальной платформы использовался персональный компьютер со следующими характеристиками: процессор Intel CoreQuad с частотой 2,4 ГГц, объем оперативной памяти 2 Гбайта.

При проведении машинных экспериментов использовались следующие значения эвристических констант:

– $c_1 = 1$, если различие в поведении двух верифицируемых схем достигнет внешнего выхода, то значение оценочной функции превысит единицу, что будет сигнализировать, что найдена требуемая входная последовательность;

– $c_2 = \frac{1}{\#Вых \cdot \#Tp}$, при таком выборе константы различие на всех линиях элементов состояний будет приравниваться к различию на одном внешнем выходе схемы, показывая высокую вероятность распространить данное отличие на какой либо внешний выход схемы в следующем такте времени;

– $c_3 = \frac{1}{\#Вых \cdot \#\mathcal{E}l}$, аналогично, различие на выходах всех вентиляй схемы приравнивается к различию на одном внешнем выходе.

Результаты машинных экспериментов для некоторых больших схем каталога ISCAS-89 приведены в табл. 1. Поскольку предлагаемый алгоритм не является точным, то объясним смысловое различие колонок «Не различено схем» и «Ответ под вопросом». Данные в столбце «Не различено схем» показывают число экспериментов, в которых достигнут предел числа итераций, однако не найдено различающей последовательности, а оценочная функция всех последовательностей популяции равна нулю. Данные в столбце «Ответ под вопросом» показывают число машинных экспериментов, в которых достигнут предел построения популяций, однако оценочная функция отлична от нуля. Таким образом, этот столбец соответствует случаю, когда функционирование схем различно, но данное различие не удалось распространить на внешние выходы схемы. При этом остается вероятность того, что при углублении поиска (увеличении числа предельно допустимых итераций алгоритма) зафиксированное различие в поведении двух схем удастся распространить на внешние выходы схем, т. е. построить различающую их последовательность.

Таблица 1 – Экспериментальные данные работы алгоритма верификации эквивалентности

Имя схемы	Число вентилей / триггеров схемы	Эксперименты			
		Всего проведено	Различено схем	Не различено	Ответ под
s3271	1731 / 116	25	25	0	0
s3330	2037 / 131	25	21	2	2
s3384	1940 / 183	25	24	1	0
s4863	2514 / 104	25	25	0	0
s5378	3045 / 179	25	22	0	3
s6669	3460 / 239	25	25	0	0
Всего:		150	142 (94,7%)	3 (2%)	5 (3,3%)

Приведенные в табл. 1 числовые данные показывают эффективность предложенного алгоритма: число экспериментов, в которых удалось построить различающую функцию, составило 94,7 %. Число экспериментов, в которых различие функционирования не проявилось даже внутри схемы, составило 2 %.

ВЫВОДЫ

В данной статье предложен генетический подход к решению задачи проверки эквивалентности двух синхронных последовательностных схем. Авторами разработан алгоритм, который основан на предыдущем опыте построения входных тестовых последовательностей. Проведена программная реализация данного алгоритма и ряд машинных экспериментов. Апробация программной реализации алгоритма на схемах из международного каталога ISCAS-89 показывает его высокую эффективность как в терминах качества построения различающих последовательностей, так и в терминах времени их построения.

В качестве дальнейших исследований данной проблемы можно отметить следующее. Вычисление оценочной функции строящейся последовательности требует моделирования работы двух сравниваемых схем. В терминах параллельного программирования две такие процедуры моделирования не имеют пересечений и считаются независимыми. Таким образом можно реализовать их параллельное вычисление при наличии соответствующей аппаратной поддержки. Этот подход легко достижим на современных многоядерных процессорах. Поскольку в данном алгоритме вычисление оценочной функции забирает большую часть времени, то переход от последовательного моделирования работы двух схем к параллельному должен существенно уменьшить общее время работы всего алгоритма. Построение модификации алгоритма для многоядерных процессоров и проверка эффективности такого подхода будет являться ближайшей целью авторов.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Huang S.-Y. Formal Equivalence Checking and Design Debugging / Huang S.-Y., Cheng K.-T. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 1998. – 229 р.
2. Ghosh A. Sequential Logic Testing and Verification / Ghosh A., Devadas S., Newton A. R. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 1992. – 214 р.
3. Goldberg D. E. Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning / Goldberg D. E. – Addison-Wesley, 1989. – 432 р.
4. Corno F. GATTO: a Genetic Algorithm for Automatic Test Pattern Generation for Large Synchronous Sequential Circuits / Corno F., Sonza Reorda M., Rebaudengo M. // IEEE Transactions on Computer-Aided Design. – 1996. – Vol. 15, № 8. – Pp. 943–951.
5. Иванов Д. Е. Генерация тестов цифровых устройств с использованием генетических алгоритмов / Иванов Д. Е., Скобцов Ю. А. // Труды института прикладной математики и механики НАН Украины. – Донецк : ИПММ, 1999. – Т. 4. – С. 82–88.
6. Skobtsov Y. A. Distributed Genetic Algorithm of Test Generation For Digital Circuits / Skobtsov Y. A., El-Khatib, Ivanov D. E. // Proceedings of the 10th Biennial Baltic Electronics Conference. – Tallinn : Tallinn Technical University, 2006. – Р. 281–284.
7. Иванов Д. Е. Построение инициализирующих последовательностей синхронных цифровых схем с помощью генетических алгоритмов / Иванов Д. Е., Скобцов Ю. А., Эль-Хатиб А. И. // Проблеми інформаційних технологій. – 2007. – № 1. – С. 158–164.
8. Барашко А. С. Моделирование и тестирование дискретных устройств / Барашко А. С., Скобцов Ю. А., Спеванский Д. В. – Киев : Наукова думка, 1992. – 288 с.
9. Скобцов Ю. А. Автоматизированная система моделирования и генерации тестов АСМИД-Е / Скобцов Ю. А., Иванов Д. Е. // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2000. – № 2. – С. 54–59.
10. Иванов Д. Е. Параллельное моделирование неисправностей для последовательностных схем / Иванов Д. Е., Скобцов Ю. А. // Искусственный интеллект. – 1999. – № 1. – С. 44–50.

Надійшла 25.09.2008

Під час проектування сучасних цифрових пристрій перед розробником часто постає проблема верифікації еквівалентності двох схем. Це пов'язано, перед усім, із використанням різноманітних оптимізуючих процедур. В даній статті запропоновано алгоритм рішення такої задачі, заснований на генетичному програмуванні. Наведено результати машинних експериментів на схемах ISCAS-89, що доводять ефективність запропонованого підходу.

While the designing modern digital devices the problem of verification of two circuits' equivalence often arises. It is caused mainly by usage of different optimization procedures. In this paper the approach to solution of this problem based on genetic programming is proposed. Reported results of the benchmarks performed on ISCAS-89 circuits confirm the efficiency of the proposed algorithm.

А. Г. Кобиляцкий, А. В. Пархоменко, И. А. Галушко, П. А. Новосела,
О. В. Рыбакова

АДАПТАЦІЯ СИСТЕМЫ SAP R/3 ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

В статье описывается концепция построения интегрированной информационной системы на основе SAP ERP (SAP R/3). Приводятся основные результаты разработки программного модуля, реализующего более простой аналог транзакции выгрузки информации в файл, его описание, основные преимущества.

ВВЕДЕНИЕ

Увеличение территориальной распределенности административных, производственных, торговых и складских подразделений, рост материальных, финансовых и информационных потоков значительно усложняют управление современным предприятием.

Компании растут, вместе с ними нарашивается информационно-техническая (ИТ) архитектура компаний. Но рост не всегда означает развитие. Разнородная и устаревшая ИТ-среда снижает гибкость компаний и не позволяет своевременно внедрять новые прогрессивные технологии.

В настоящее время совершенствование корпоративного управления становится ключевой стратегической задачей развития и жизнедеятельности любого предприятия. В силу того, что практически все экспенсивные способы совершенствования управления исчерпаны, единственным способом выживания в конкурентной борьбе остаются интенсивные способы улучшения управления. Одним из таких способов является информатизация корпоративного управления за счет внедрения информационных технологий, в том числе систем класса ERP (Enterprise Resources Planning – планирование ресурсов предприятия).

1 СОВРЕМЕННЫЙ РЫНОК ERP-СИСТЕМ

Концепция ERP-систем, предусматривает развитие средств для финансового анализа, прогнозирования состояния рынка, управления спросом, глубокую интеграцию с системами технологической подготовки производства, системами автоматизированного проектирования и т. д. [1]

Интегрированная информационная система, построенная на предприятии, создает единое информационное пространство для принятия оперативных и

стратегических решений руководством предприятия. Управление эффективностью деятельности – одна из главных функций предприятия, реализованная в ERP-системах.

Выбор ERP-решения – крайне сложная и комплексная задача, требующая серьезного обследования организации и четкого формулирования требований к информационной системе.

Наиболее эффективно и полно проблемы предприятий решают системы компаний SAP AG, Microsoft и Oracle. Они с успехом внедрены и эксплуатируются как за рубежом, так и в Украине. ERP-система компании SAP AG под названием mySAP ERP, в недалеком прошлом хорошо известная как SAP R/3, занимает лидирующее место на современном рынке ERP-систем. На данный момент количество инсталляций более 33 000, а число пользователей превысило 6 млн. по всему миру. Данная система успешно внедрена в таких организациях как: Укрсиббанк, Конти, Фуршет, УкрТатНафта, Кировоградоблэнерго, Полтаваоблэнерго, Львовобленерго, Мотор Сич, Днепроптальсталь, NASA, Pentagon, Microsoft, Fiat, Philips, Sony, Volkswagen AG, Lufthansa, Аэрофлот (Россия), SwissAirlines, American Airlines, Bosch, AirFrance, Alitalia, Finnair, Japan Airlines и многих других [2].

Основная цель внедрения ERP-системы – организация эффективного управления предприятием, опирающегося на стратегию его развития – важнейшая и то же время весьма непростая задача. Для ее реализации нужна единая интегрированная платформа, охватывающая все бизнес-процессы предприятия и сочетающая в себе новейшие управленческие и информационные технологии. Именно такую платформу представляет собой совокупность продуктов и технологий компании SAP AG, ядром которой является система SAP R/3 [3].

2 СИСТЕМА SAP R/3

Система SAP R/3 состоит из набора прикладных модулей, которые поддерживают различные бизнес-процессы компании и интегрированы между собой в масштабе реального времени.

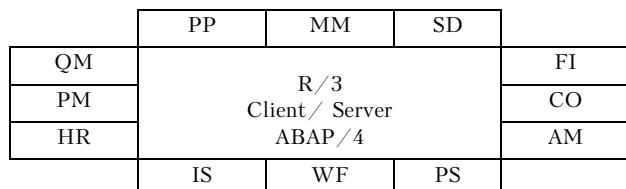


Рисунок 1 – Компоненты системы SAP R/3

С точки зрения конечного пользователя система R/3 подразделяется по основным сферам применения на следующие компоненты (рис. 1) [4]:

- систему финансового учета и отчетности (FI – Financial Accounting);
- учет основных средств (AM – Assets Management);
- планирование и управление проектами (PS – Project System);
- контроллинг (CO – Controlling);
- управление материальными потоками (MM – Materials Management);
- техническое обслуживание и ремонт оборудования (PM – Plant Maintenance);
- систему управления качеством (QM – Quality Management)
- сбыт (SD – Sales and Distribution);
- планирование производства (PP – Production Planning);
- информационный поток (WF – Business Workflow);
- отраслевые решения (IS – Industry Solutions);
- управление персоналом (HR – Human Resources).

Из широкого набора модулей, предлагаемых SAP R/3, клиент может выбрать системы, отвечающие его требованиям, адаптировать их функциональные возможности к собственным потребностям и постоянно согласовывать с хозяйственными процессами своего предприятия.

Однако, максимальную пользу может принести только применение всех модулей, обеспечивающих прямой обмен данными между всеми сферами и участками предприятия, так как любая хозяйственная транзакция (совокупность логически связанных операций, к примеру, реализация готовой продукции) в системе не ограничивается одной бизнес-функцией и изменение информации в какой-либо одной структурной единице вызывает соответствующие трансформации в остальных.

Каждый модуль состоит из множества транзакций, охватывающих определенную часть деятельности предприятия. Границы модулей в значительной степени условны, между ними происходит обмен данными, могут быть общие настройки и таблицы с данными.

SAP R/3 удобна в эксплуатации, но как и любая большая система она не решает конкретные проблемные ситуации, возникающие в процессе работы пользователя. Так, одной из актуальных задач является извлечение данных из имеющихся таблиц базы данных (БД) системы SAP R/3 с последующим сохранением в локальный файл.

Вся информация в системе SAP R/3 хранится в реляционных базах данных (пример MaxDB), в таблицах, которые связаны посредством ключей. Каждый модуль системы имеет свой набор таблиц. Существуют общие таблицы для различных компонентов (модулей) системы SAP R/3, но есть и специфические. Обычно предлагается возможность выводить информацию из таблиц с помощью системы отчетов каждого модуля. Иногда возникают особые задачи, когда необходимо получить данные из конкретной таблицы.

3 ВЫГРУЗКА СОДЕРЖИМОГО ТАБЛИЦ В ФАЙЛ

В системе SAP R/3 предусмотрен просмотр содержимого любой выбранной таблицы БД. Например, транзакция se11 дает возможность такого просмотра с последующим сохранением в файл.

Основные функции se11:

- создание, просмотр, изменение структуры таблиц БД, типов данных, средств поиска, ракурсы;
- создание, изменение, просмотр содержимого таблиц;
- выгрузка содержимого в файл;
- создание индексов.

Несомненно транзакция se11 является универсальной, однако операторам необходимо выполнить 7 действий для выгрузки данных, что достаточно трудоемко.

Система R/3 включает широкий набор инструментов для разработки приложений. Для решения выявленной проблемы использовались средства встроенного языка программирования ABAP/4, который был разработан компанией SAP. Все приложения R/3 и даже часть базовой системы созданы на ABAP/4. Этот простой язык помогает разработчику быстро генерировать приложения как для малых фирм, так и для очень крупных предприятий. Надежность его эксплуатационных качеств обеспечивается широкими функциональными возможностями и высокой производительностью системы R/3, что позволяет создавать приложения, с помощью которых пользователь без особого труда обрабатывает гигантские массивы данных и распечатывает огромное количество счетов-фактур. С помощью ABAP/4 можно создавать новые приложения в архитектуре клиент/сервер, а также расширять функциональность существующих модулей R/3 [4].

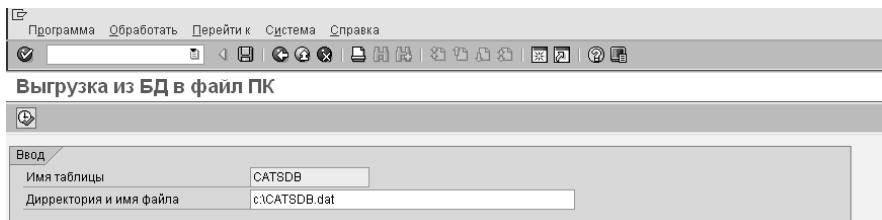


Рисунок 2 – Диалоговое окно разработанной программы

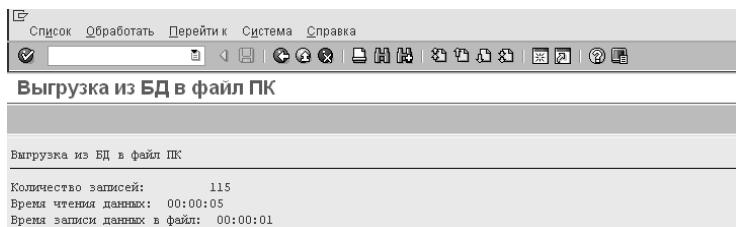


Рисунок 3 – Статистика выполнения программы

Поле	Кпн	На...	Элемент данных	Тип да...	Длина	Деср...	Краткое описание	Группа
.INCLUDE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	CATS_KEY	STRU	0	0	CATS: ключевые поля	
MANDT	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	MANDT	CLNT	3	0	Мандант	
COUNTER	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	CATSCOUNTER	CHAR	12	0	Счетчик для записей в системе регистрации времени	
.INCLUDE	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	CATS SEC K	STRU	0	0	CATS: вторичный ключ	
PERNR	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	PERNR_D	NUMC	8	0	Табельный номер	
WORKDATE	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	CATSDATE	DATS	8	0	Дата	
.INCLUDE	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	CATS OBJ	STRU	0	0	CATS: раскодированные контировки	
SKOSTL	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	SKOSTL	CHAR	10	0	МВЗ-отправитель	
LSTAR	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	LSTAR	CHAR	6	0	Вид работ	
SEBELN	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	SEBELN	CHAR	10	0	Заказ на поставку-отправитель	
SEBelp	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	SEBelp	NUMC	5	0	Отправляемая позиция заказа на поставку	
SPRZNR	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	SPRZNR	CHAR	12	0	Бизнес-процесс-отправитель	
LSTNR	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	ASNUM	CHAR	18	0	Номер работы/услуги	
EKOSTL	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	EKOSTL	CHAR	10	0	МВЗ-получатель	
EPROJ	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	EPROJ	NUMC	8	0	СПП-элемент - получатель	
EAUFNR	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	EAUFNR	CHAR	12	0	Заказ-получатель	
PNPLNR	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	NW_AUFNR	CHAR	12	0	Номер сетевого графика	

Рисунок 4 – Фрагмент обрабатываемой таблицы

В результате выполненной работы была разработана программа, которая обеспечивает проверку введенных пользователем параметров, вывод статистики (время чтения данных, записи данных в файл, количество записей в обрабатываемой таблице) по выгруженным данным.

Структура программного модуля включает в себя 3 основных блока:

- 1) пользовательский интерфейс;

- 2) блок чтения данных из таблицы и выгрузки в файл ПК;

- 3) блок вывода статистики.

Обобщенный алгоритм функционирования программы может быть представлен следующим образом:

Этап 1. Ввод имени файла и таблицы.

Этап 2. Проверка длины имени файла.

Этап 3. Проверка корректности ввода имени таблицы.

CATSDB.dat - Блокнот				
Файл	Правка	Формат	Вид	Справка
100	000000000140	00000001 01.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000141	00000001 01.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000142	00000001 02.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000139	00000001 09.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000136	00000001 19.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000137	00000001 21.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000138	00000001 24.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000135	00000001 27.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000134	00000001 28.05.2008	10921D00	XK300
100	000000000068	00000004 11.12.2007	0010231071	XK300
100	000000000080	00000004 12.12.2007	0010231071	XK300
100	000000000081	00000004 13.12.2007	0010231071	XK300
100	000000000082	00000004 14.12.2007	0010231071	XK300

Рисунок 5 – Фрагмент файла выгруженных данных

Этап 4. Передача имени таблицы.

Этап 5. Создание внутренней таблицы с аналогичной структурой.

Этап 6. Выборка данных из таблицы БД во внутреннюю таблицу.

Этап 7. Открытие файла для записи в бинарном режиме.

Этап 8. Загрузка данных в файл.

Этап 9. Вывод статической информации.

Данный программный продукт может вызываться в системе при помощи кода транзакции из «фаворитов» пользователя с удобным пользовательским интерфейсом. При вводе данных (имени таблицы и имени файла) проводится проверка на корректность.

Практическая ценность разработанной программы заключается в том, что она является более удобной для выполнения данной функции, так как упрощает выгрузку до 2 действий оператора.

Интерфейс и результаты работы приведены на рис. 2–5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показали проведенные исследования, ERP-системы – это транзакционные процессные системы, которые автоматизируют транзакции и осуществляют интеграцию данных между различными функциями, но не справляются с оркестровкой бизнес-процессов от начала и до конца.

Исполнение бизнес-процесса в ERP-среде зачастую не обеспечивает наглядность ни исполнителям процессов, ни ответственным. Исполнители процесса не знают, когда работа им назначена, им также неизвестны приоритет и срок исполнения назначенной работы. Подобным же образом ответственный за процесс не подозревает о «бытульочных горлышках», задержках, исключительных случаях и т. д.

Даже те ERP-системы, у которых есть workflow, не могут предложить достаточно изощренного описания, контроля и мониторинга бизнес-процессов.

Современные BPM-системы (Business Process Management – управление бизнес-процессами) позволяют организациям управлять (определять, исполнять, контролировать, мониторить и совершенствовать) бизнес-процессами независимо от уже внедренных бизнес-систем (ERP, SCM, CRM и т. д.). Наиболее известные сегодня BPM-системы: Documentum, Lombardi Teamworks, WebSphere Business Integration Server, ARIS Business Architect, Ultimus BPM Suite, SAP NetWeaver.

BPM-системы передают работу от одного исполнителя к другому. Они могут распределять нагрузку между группами исполнителей. Они напоминают исполнителю, когда ему назначена работа, и предоставляют ему информацию о приоритете и сроке, в который она должна быть выполнена. Они также сигнализируют исполнителю о том, что задание не выполнено в отведенное для него время. BPM-системы могут извещать ответственного и инициировать эскалацию задания ответственному, если оно не выполнено. Ответственный может легко проследить движение каждого экземпляра процесса и выполнить корректирующие действия или заблаговременно упредить исключительную ситуацию. Внедрение такой системы позволяет оптимизировать бизнес-процессы, уменьшить себестоимость продукции и в целом повысить эффективность работы и конкурентоспособность предприятия.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Поздняков О. А. Интеграция системы автоматизированного проектирования с системой управления предприятием / Поздняков О. А., Пархоменко А. В. // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. – 1999. – № 2. – С. 84–87.
2. Поздняков О. А. Особенности создания системы управления предприятием на основе MYSAP ERP / Поздняков О. А., Пархоменко А. В., Цокуренко И. И. // Компьютерное моделирование и интеллектуальные системы : сборник научных трудов. – Запорожье : ЗНТУ, 2007. – С. 240–247.

3. Кале В. Внедрение SAP R/3 : руководство для менеджеров и инженеров / Кале В. ; пер. с англ. П. А. Панов. – М. : Компания Айті, 2006. – 511 с.
4. Кречмер Р. Разработка приложений SAP R/3 на языке ABAP/4 / Кречмер Р., Вейс В. – М. : Лори, 1998. – 348 с.

Надійшла 1.10.2008
Після доробки 16.10.2008

У статті описується концепція побудови інтегрованої інформаційної системи на основі SAP ERP (SAP R/3). Наводяться основні результати розробки програмного

модуля, що реалізує більш простий аналог транзакції вигрузки інформації до файлу, його опис, основні переваги.

The concept of integrated information system on the basis of SAP ERP (SAP R/3) construction is described in the article. There are given the main results of designing a software module that implements a simpler analogue of the transaction of the information unloading in the file, its description, and its main advantages.

УДК 519.81; 004.78

Е. Г. Куник, А. Н. Коваленко, С. А. Ляшенко

АРХИТЕКТУРА КОМПЬЮТЕРНОГО ТРЕНАЖЕРА ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ОПЕРАТОРОВ АСУ ТП

В статье рассмотрен опыт применения различных видов тренажеров для операторов технологических процессов перерабатывающей промышленности. Учен ряд особенностей, которые необходимо учитывать при построении тренажеров для обучения операторов. В качестве примера АСУ ТП, с удачно спланированной архитектурой, предложена система управления *metsoDNA* фирмы *Metso Automation*.

ВВЕДЕНИЕ

Современная автоматизированная система управления технологического процесса (АСУ ТП) представляет собой сложный программно-аппаратный комплекс, содержащий большое количество компонентов полевых устройств и датчиков, контроллеров управления технологических процессов, станций операторов, информационных серверов и т. п. Для работы с такими комплексами требуются специально обученные, квалифицированные операторы, на которых ложится большая ответственность за последствия принятых решений по безопасности и управлению производственным процессом. По некоторым оценкам, например в области нефтехимии виновниками аварий в 26 % являются операторы. Таким образом, задача обучения и переподготовки операторов АСУ ТП становится все более актуальной.

АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА

Опыт применения тренажеров показал, что эффект обучения достигается не просто идентичностью воспроизведимой на тренажере реальной деятельности оператора, а воспроизведимой на тренажере формы его деятельности, соответствующей решению практических задач в действительности. Традиционные тре-

нажеры служили копией панелей управления, на которые выводилась информация, аналогичная реальной. Их эксплуатация показала, что при высокой стоимости эффективность применения для успешной подготовки операторов является недостаточной. Исходя из характера обучения операторов технологических процессов, основной задачей обучения является развитие интеллектуальных навыков, что достигается разработкой и внедрением компьютерных тренажеров [1–3].

Отличительными особенностями компьютерного тренажера является возможность эффективного его использования как для повышения квалификации операторов разных уровней и специальностей и их периодических тренировок, так и для обучения оперативного персонала в связи с вновь возникающими задачами, обусловленными совершенствованием технологического процесса.

Специфика конкретного производства, анализ деятельности операторов-технологов и способы управления технологическими процессами в АСУ ТП обуславливают ряд особенностей, которые необходимо учитывать при построении тренажеров для обучения операторов.

Технологический процесс и устройства, которые в нем задействованы, обычно представляются на терминале оператора в виде множества символов, которые можно разделить на основные классы (клапан, мотор, насос, ПИД-контроллер и т. п.). Каждый символ несет в себе определенную смысловую нагрузку и обладает набором функций, связанных с ним. Так как тренажерная станция должна копировать интерфейс, с которым предстоит работать оператору, то необходимо копировать наборы символов, использующиеся реальной станцией [4, 5].

© Куник Е. Г., Коваленко А. Н., Ляшенко С. А., 2009

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является разработка архитектуры тренажерного комплекса для обучения операторов АСУ ТП. Тренажерный комплекс должен обладать распределенной архитектурой, позволяющей легко изменять существующие компоненты системы, дополнять их новыми и т. д. Для достижения требуемого сходства тренажерного комплекса и реальной АСУ ТП целесообразно максимально использовать существующее программное обеспечение вышеупомянутой АСУ ТП.

В качестве примера АСУ ТП, имеющей удачно спланированную архитектуру, можно привести систему управления metsoDNA фирмы Metso Automation, упрощенная схема которой приведена на рис. 1, а.

Ключевым звеном АСУ ТП является процессовая станция, в которую загружены алгоритмы обработки сигналов от устройств и датчиков технологического процесса, управляющих сигналов, поступающих от операторов, а также генераторы управляющих сигналов для устройств. Логика работы процессовой станции определяется конфигурацией программных модулей, которые получают информацию от устройств ТП через устройства ввода/вывода и от станций оператора. Таким образом, технологический процесс с точки зрения процессовой станции представлен набором интерфейсных единиц, каждая из которых позволяет получать данные от какого-либо устройства технологического процесса или передавать туда управляющие сигналы.

Такая архитектура системы metsoDNA дает возможность разработать интерфейс, позволяющий заменить собой реальные устройства ввода/вывода, что, в свою очередь, позволит подключать различные модели технологических процессов, реализованные вне

системы управления, используя существующие программные средства математического моделирования, а также собственные средства реализации математических моделей, в том числе различные языки программирования. Подключенное к системе управления программное обеспечение должно поддерживать эмуляторы необходимого в целях обучения оборудования.

На рис. 1, б изображена архитектура тренажерного комплекса на базе реальной системы управления metsoDNA. Для реализации тренажерного комплекса исследуемого объекта управления можно целиком использовать программную конфигурацию, которая уже установлена и работает на данном объекте в качестве системы управления. Существуют методы основанные на теории искусственных нейронных сетей, позволяющие переносить эту программную конфигурацию на тренажер без модификации ее внутренней структуры, что обеспечивает сохранность внешнего вида станции оператора, свойств и логики процесса управления с точки зрения оператора и процессовой станции.

АРХИТЕКТУРА ТРЕНАЖЕРА

Структурно-модульная тренажерная система (рис. 2) состоит из трех основных частей: рабочего места оператора, имитатора и автоматической системы обучения.

Основными блоками разрабатываемого тренажера являются имитационная модель технологического процесса, модель «идеального» инструктора и программа тренажера с генерацией технологических ситуаций.

Операционная система обучения, включающая программу тренажера и генерацию ситуаций, предназначена для управления режимом обучения, формирования очередного задания обучаемому на основе показателя

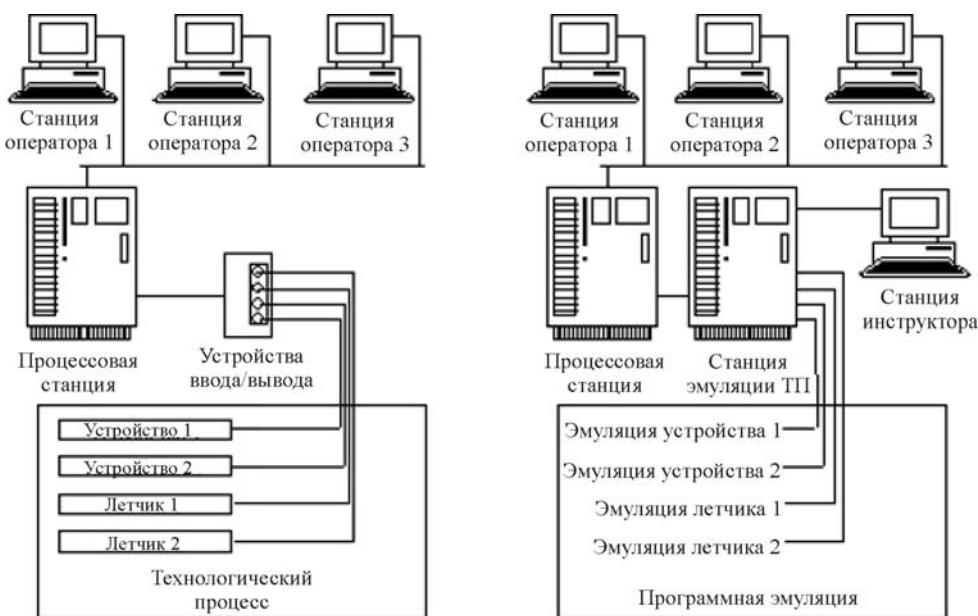


Рисунок 1 – Упрощенная система управления metsoDNA фирмы Metso Automation

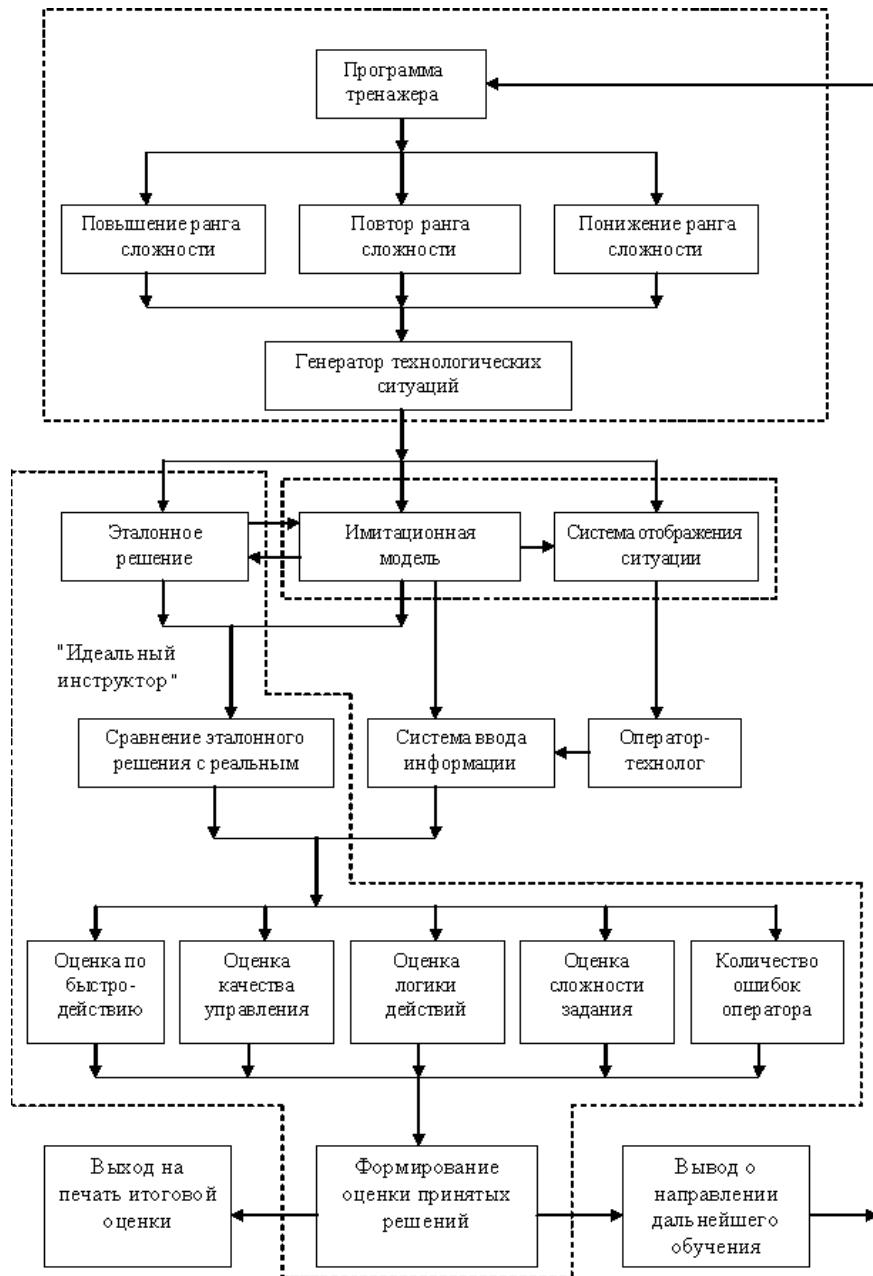


Рисунок 2 – Структура взаимодействия элементов модульного тренажера

уровня обученности, вырабатываемого подсистемой оценки действий блока «идеального» инструктора.

Основой информационно-моделирующей системы тренажера является имитационная модель технологического процесса, представляющая собой изменяющийся элемент математического обеспечения тренажера, определяемый конкретным видом производства.

Анализ структурных аспектов математического обеспечения тренажеров показал, что основой информационно-моделирующей системы тренажера является подсистема имитации функционирования объекта управления в условиях действия оператора при решении поставленных задач [6].

Наиболее сложной задачей при создании имитационных моделей технологических объектов является разработка и реализация динамических моделей. Содержательные проблемы построения моделей облегчаются огромным заделом в области математического моделирования технологических процессов и аппаратов [7, 8]. Отметим, что проблемы автоматизации построения таких моделей для целей имитационного моделирования остаются приоритетными в усилиях основных разработчиков компьютерных тренажеров. При этом наряду с созданием дорогих универсальных конфигураторов моделей существует направление объектно-ориентированного моделирования, реализующего

библиотеки базовых и структурных технологических элементов, программ расчета характеристик технологических сред и др. компонентов моделей.

Сам способ включения модели в схему тренажера, кардинально отличается от постановок задачи управления, так как, во-первых, собственно объект в схеме отсутствует, и модель в целом служит только для имитации его выхода, во-вторых, расчет выхода модели происходит вне контура регулирования, а используемый при моделировании масштаб времени не зависит от темпа управления процессом (тренажер может работать в ускоренном и, при необходимости, в замедленном в сравнении с объектом масштабе времени). Основная особенность моделей, используемых в задачах обучения, – работа в реальном времени, подразумевающая возможность использования результатов моделирования в разнообразных технологиях реального времени (операторские и инженерные интерфейсы, системы диагностики и тестирования и т. д.), приводит к принципиальному отличию от ситуации в алгоритмах управления с прогнозирующими моделями [9], где выход объекта имитируется одновременно на всем интервале прогнозирования для заранее заданной последовательности управляющих воздействий и возмущений. Столь жесткое условие реального времени резко завышает требования к модели, поскольку она должна обеспечивать адекватное робастное поведение во всем диапазоне воздействий с учетом возможности внесения возмущений в любой момент.

ВЫВОДЫ

Использование для описания динамики объекта систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных в имитаторе тренажера затруднительно, так как они не всегда разрешимы относительно всех информационных переменных. Поэтому при имитации динамических режимов целесообразно рассчитывать коэффициенты усиления по статическим моделям, а изменение параметров во времени – осуществлять добавочными операторами в виде динамических звеньев первого и второго порядка с чистым запаздыванием. Достоинством такого подхода является то, что при любых изменениях параметров потоков осуществляется выход на статические режимы с малым объемом вычислений и удовлетворительной точностью, а переходные процессы отражают характер реального изменения информационных переменных во времени.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Селезнёв В. Е. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте: математические методы моделирования и практическое применение / Селезнёв В. Е., Алёшин В. В., Прялов С. Н. – М. : МАКС Пресс, 2007. – 200 с.
2. Зацеркляный Н. М. Задачи компьютерного обучения для принятия решения операторами технологических процессов / Зацеркляный Н. М., Тулупов В. В. // Системи обробки інформації : зб. наук. пр. – Харків : НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2001. – Вип. 6(16). – С. 78–82.
3. Стенин А. А. Автоматизированные обучающие системы (анализ и синтез) / Стенин А. А. – Луганск : ВУНУ. – 2000. – 109 с.
4. Берман В. А. Зарубежные тренажерные системы подготовки персонала для управления химическими производствами / Берман В. А., Ершов М. А. // Хим. промышленность за рубежом. – 1987. – Вып. 8 (296). – С. 56–67.
5. Романов А. Н. Имитаторы и тренажеры в системах отладки АСУ ТП / Романов А. Н., Жабеев В. П. – М. : Знание, 1987. – 110 с.
6. Тимофеев В. А. Структура математического обучения компьютерного тренажера для обучения оператора на базе технологии экспертных систем / Тимофеев В. А., Тулупов В. В. // Системи обробки інформації : зб. наук. пр. – Харків : НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вип. 3(19). – С. 94–98.
7. Дозорцев В. М. Динамическое моделирование в оптимальном управлении и автоматизированном обучении операторов технологических процессов. Часть 1. Задачи оптимального управления / Дозорцев В. М. // Приборы и системы управления. – 1996. – № 7. – С. 46–51.
8. Дозорцев В. М. Динамическое моделирование в оптимальном управлении и автоматизированном обучении операторов технологических процессов. Часть 2. Задачи оптимального управления // Приборы и системы управления. – 1996. – № 8. – С. 41–50.
9. Перельман И. И. Оперативная идентификация объектов управления. – М. : Энергоиздат, 1982. – 272 с.

Надійшла 19.08.2008

Після доробки 13.10.2008

В статті розглянуто досвід використання різних видів тренажерів для операторів технологічних процесів, які мають місце у промисловості з переробки харчових продуктів. Враховано ряд особливостей, які необхідно мати на увазі при побудові тренажерів для навчання операторів. В якості приклада АСУ ТП, де добре сплановано архітектуру, запропоновано систему управління metsoDNA фірми Metso Automation.

The article considers some results of practical application of various stimulators for operators of technological processes of food process industry. A number of features necessary for consideration in simulators construction for operator training are taken into account. As an example of ACS TP with successfully planned architecture, the control system metsoDNA of Metso Automation firm is offered.

ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

THEORY AND METHODS OF AUTOMATIC CONTROL

УДК 681.511.4

Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова

ВЫСОКОТОЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Часть 2. Пример. Управление роботом

С помощью метода, разработанного в первой части работы [1], синтезируется закон управления перемещением неизвестного груза двухзвенным роботом с неточно известными характеристиками исполнительных органов. В качестве измерителей используются только датчики углов поворота звеньев робота. Компьютерное моделирование подтвердило рабочность и высокую точность рассматриваемого управления.

ВВЕДЕНИЕ

Самым радикальным методом обеспечения высокой точности, вплоть до инвариантности, является комбинированное управление. Для формирования комбинированного управления необходимо знание возмущений, действующих на СУ. С этой целью в модели СУ выделяется номинальная модель с известными параметрами, а все неидеальности объединяются в вектор неопределенности (ВН). Для простоты синтеза и анализа СУ номинальная модель задается стационарной (с постоянными параметрами). Очевидно, что ВН может нелинейно зависеть как от времени, так и от координат вектора состояния. В том случае,

когда ВН – кусочно непрерывная функция своих аргументов, на коротких интервалах времени его можно считать постоянным или параболически (с неизвестными параметрами) зависящим от времени. В случае выполнения условий полной восстановляемости для преобразованной системы можно построить наблюдатель, оценивающий как вектор состояния системы, так и ВН. Полученная информация позволяет организовать комбинированное управление, состоящее из двух составляющих: 1) компенсирующей ВН и 2) формирующей заданное качество переходных процессов. Напомним суть метода управления, изложенного в первой части данной работы [1].

Пусть объект управления с датчиками описан уравнениями

$$\begin{aligned} M(x, t)\ddot{x} + R(x, \dot{x}, t)\dot{x} + k(x, t) &= Bu + B'h(t), \\ R = R_1 + R_2, \quad y &= Cx + Hf, \end{aligned}$$

где $(x^T, \dot{x}^T)^T$, u , y , h – векторы состояния $\in R^{2n}$, управление $\in R^m$, измерения $\in R^r$ и внешних воздей-

ствий $\in R^m$; k – вектор потенциальных сил; M , R_1 , R_2 – матрицы инерции, диссипативных, кориолисовых и центробежных сил. В соответствии с вышеизложенным, номинальная модель принимается в виде

$$M_0\ddot{x} + R_0\dot{x} + K_0x = B_0u + Gf,$$

$$f = f(x, \dot{x}, \ddot{x}, u, t), \quad y = Cx + Hf,$$

где $M_0 = M_0^T > 0$, $M_0M_0^{-1} = E$ и все матрицы являются известными и постоянными; вектор $f \in R^\alpha$ – вектор неопределенности, составленный из возмущений, действующих на номинальный объект, и погрешностей датчиков. Будет полагаться, что f – ограниченная кусочно дифференцируемая по каждому аргументу вектор – функция. За счет вектора f матрицы M_0 , R_0 и K_0 можно формировать произвольным образом вплоть до того, что сделать матрицу M_0 диагональной, а матрицы R_0 и K_0 – вообще нулевыми. В этом случае будет осуществлена декомпозиция всей системы на отдельные уравнения, связанные между собой только через вектор неопределенности. Как показано в первой части данной работы, для системы (4), (5) можно синтезировать децентрализованное робастное комбинированное управление.

В качестве иллюстрации возможностей изложенного в первой части метода управления [1] рассмотрим один из самых сложных объектов управления – роботов.

Цель второй части статьи – синтез и анализ законов управления двухзвенным неопределенным роботом методом, предложенным в первой части.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 схематично изображен двухзвенный робот, предназначенный для перемещения груза вдоль горизонтальной оси Ox .

На рисунке принятые следующие обозначения: α_1 – угол отклонения звена 1 от оси Ox ; α_2 – угол отклонения звена 2 от продольной оси звена 1 (положительные отклонения – против часовой стрелки); l_1 , l_2 – длины соответствующих звеньев; l_{21} , l_{22} – расстояния от центра масс второго звена с грузом до

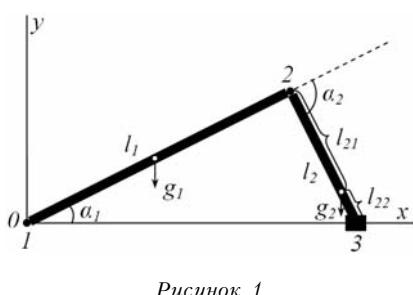


Рисунок 1

концов звена; g_1 , g_2 – гравитационные силы, действующие на соответствующие звенья.

Приняты следующие параметры робота:

$$l_1 = 2 \text{ м}, \quad l_2 = 1 \text{ м};$$

масса первого звена (m_1) 28 кг, масса второго звена 14 кг;

момент инерции первого звена относительно шарнира 1 (I_1) 28 $\text{кг} \cdot \text{м}^2$;

масса второго звена с грузом (m_2) меняется в диапазоне от 14 до 44 кг (систему «второе звено – груз» для краткости в дальнейшем будем называть «вторым звеном»);

момент инерции второго звена относительно его центра масс (I_2) может меняться в диапазоне 0,875...2,875 $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Точные значения переменных параметров неизвестны. Следует подчеркнуть, что для рассматриваемого метода управления нет необходимости в знании точных параметров робота. В связи с этим, будем полагать

$$I_1 = I_{01}, \quad I_2 = I_{02} + I_{\delta 2}, \quad (1)$$

здесь I_{01} , I_{02} – номинальные значения, $I_{\delta 2}$ – неизвестные погрешности. При выборе параметров системы управления принималось $I_2 = I_{02} = 1,875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, при моделировании – $I_2 = 0,875 \dots 2,875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $m_2 = m_2 = 14 \dots 44 \text{ кг}$.

Задача. В соответствии с первой частью работы построить компенсатор, обеспечивающий перемещение между двумя точками груза 3 по оси Ox с заданной скоростью при измерении только углов поворота в шарнирах (без измерения координат x и y).

2 КИНЕМАТИКА РОБОТА

При перемещении груза вдоль оси Ox выполняются следующие кинематические соотношения:

$$x = l_1 \cos(\alpha_1) + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2), \quad (2)$$

$$y \equiv 0 \equiv l_1 \sin(\alpha_1) + l_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (3)$$

Из уравнения (3)

$$\sin(\alpha_1) = -\frac{l_2}{l_1} \sin(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (4)$$

Возведя левую и правую части уравнения (4) в квадрат и перейдя от квадратов синусов к квадратам косинусов, получим

$$\cos^2(\alpha_1) = 1 - \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \cos^2(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (5)$$

Із уравнения (2) найдем

$$\cos(\alpha_1) = \frac{1}{l_1}(x - l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)). \quad (6)$$

Возведя левую и правую части уравнения (6) в квадрат и сопоставив полученное с уравнением (5), найдем

$$\cos(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{1}{2xl_2}(x^2 - l_1^2 + l_2^2). \quad (7)$$

Із уравнения (7)

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pm \arccos\left(\frac{1}{2xl_2}(x^2 - l_1^2 + l_2^2)\right). \quad (8)$$

Із уравнения (6) получим

$$\alpha_1 = \pm \arccos\left(\frac{1}{l_1}(x - l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2))\right). \quad (9)$$

В том случае, когда в выражении (9) принят знак «+», а в выражении (8) – «-», будет иметь место кинематическая схема, изображенная на рис. 1. При противоположных знаках будет схема, симметрична изображенной схеме относительно оси Ox .

Найденные значения углов α_1 , α_2 будут служить в системе управления программными углами α_{1p} , α_{2p} . Программные скорости и ускорения находятся дифференцированием полученных выражений.

Движение точки 3 по оси Ox задается уравнением $x = x_0 + vt$, где v – скорость точки 3. Закон изменения программной скорости ясен из рис. 4.

Координаты центра масс второго звена описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x_2 &= l_1 \cos(\alpha_1) + l_{21} \cos(\alpha_1 + \alpha_2), \\ y_2 &= l_1 \sin(\alpha_1) + l_{21} \sin(\alpha_1 + \alpha_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Скорости центра масс второго звена получаются путем дифференцирования выражений (10).

3 ДИНАМИКА РОБОТА

Кинетическая энергия всей системы определяется выражением

$$E_c = \frac{1}{2}(I_1 \dot{\alpha}_1^2 + I_2(\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2)^2 + m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)). \quad (11)$$

Уравнения движения Лагранжа второго рода имеют следующий вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\alpha}_1}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial \alpha_1} = m_{\alpha 1} + m_{11} + m_{12},$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\alpha}_2}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial \alpha_2} = m_{\alpha 2} + m_{22}. \quad (12)$$

где $m_{\alpha 1}$, $m_{\alpha 2}$ – моменты со стороны приводов, действующие на звенья 1 и 2;

$$m_{11} = -g_1 \frac{l_1}{2} \cos(\alpha_1), \quad (13)$$

$$m_{12} = -g_2 l_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) \sin(\alpha_2) \quad (14)$$

– моменты сил веса g_1 , g_2 , действующие на звено 1;

$$m_{22} = -g_2 l_{21} \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (15)$$

– момент силы веса g_2 , приложенный к звену 2.

Зададим управляющие воздействия следующим образом: $m_{\alpha 1} = m_{\alpha 10} + m_{\alpha 1\delta}$, $m_{\alpha 2} = m_{\alpha 20} + m_{\alpha 2\delta}$, где $m_{\alpha 1\delta}$, $m_{\alpha 2\delta}$ – погрешности знания моментов. Тогда с учетом уравнений (1), (10), (11), (13)–(15) уравнения движения (12) принимают вид

$$I_{01}\ddot{\alpha}_1 = m_{\alpha 10} + f_1, \quad I_{02}\ddot{\alpha}_2 = m_{\alpha 20} + f_2, \quad (16)$$

где неопределенности f_1 и f_2 описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} f_1 &= m_{\alpha 1\delta} + m_{11} + m_{12} - [(I_2 + m_2(l_1^2 + l_{21}^2))\ddot{\alpha}_1 + \\ &+ 2m_2l_1l_{21}\cos(\alpha_2)\dot{\alpha}_1 - 2m_2l_1l_{21}\sin(\alpha_2)\dot{\alpha}_2\dot{\alpha}_1 + \\ &+ (I_2 + m_2l_{21}^2)\ddot{\alpha}_2 + m_2l_1l_{21}\cos(\alpha_2)\ddot{\alpha}_2 - m_2l_1l_{21}\sin(\alpha_2)\dot{\alpha}_2^2], \\ f_2 &= -I_{02}\ddot{\alpha}_2 + m_{\alpha 2\delta} + m_{22} - [m_2l_{21}^2\ddot{\alpha}_2 + (I_2 + m_2l_{21}^2)\ddot{\alpha}_1 + \\ &+ m_2l_1l_{21}\cos(\alpha_2)\ddot{\alpha}_1 + m_2l_1l_{21}\sin(\alpha_2)\dot{\alpha}_1^2]. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, в неопределенности собраны неточности формирования управляющих воздействий, гравитационные силы и моменты, неточности знания моментов инерции звеньев, а также нелинейности модели робота и перекрестные динамические связи между звеньями. Скалярные уравнения (16) взаимосвязаны только через неопределенности f_1 , f_2 . Следует обратить внимание на сложный вид неопределенностей даже для двухзвенного робота.

4 ЗАКОНЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ (РЕГУЛЯТОРЫ)

Для полной декомпозиции законов управления представим их в виде

$$m_{\alpha 10} = m_{01} - \hat{f}_1, \quad m_{\alpha 20} = m_{02} - \hat{f}_2, \quad (18)$$

здесь \hat{f}_1 , \hat{f}_2 – оценки соответствующих неопределенностей, предназначенные для компенсации их влияния, а составляющие m_{01} , m_{02} формируют желаемый вид переходного процесса и задаются выражениями

$$\begin{aligned} m_{01} &= -k_{11}(\hat{\alpha}_1 - \alpha_{1p}) - k_{12}(\hat{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_{1p}) + I_{01}\ddot{\alpha}_{1p}, \\ m_{02} &= -k_{21}(\hat{\alpha}_2 - \alpha_{2p}) - k_{22}(\hat{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{2p}) + I_{02}\ddot{\alpha}_{2p}; \end{aligned} \quad (19)$$

символом « $\hat{}$ » обозначены оценки соответствующих переменных. Последовательная подстановка выражений (19) в (18), а затем (18) в (16) в предположении точной оценки неопределенностей дает уравнения

$$\begin{aligned} I_{01}\ddot{\alpha}_1 &= -k_{11}(\hat{\alpha}_1 - \alpha_{1p}) - k_{12}(\hat{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_{1p}) + I_{01}\ddot{\alpha}_{1p}, \\ I_{02}\ddot{\alpha}_2 &= -k_{21}(\hat{\alpha}_2 - \alpha_{2p}) - k_{22}(\hat{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{2p}) + I_{02}\ddot{\alpha}_{2p}. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, при описанном формировании неопределенностей, точной их оценке с помощью наблюдателей, применении комбинированного управления (18) уравнения движения робота распадаются на независимые линейные уравнения второго порядка. Выбор коэффициентов законов управления представляет собой тривиальную задачу. Коэффициенты передачи законов управления k_{11} , k_{12} , k_{21} , k_{22} рассчитывались исходя из биномиального распределения корней в уравнениях (20).

5 ОЦЕНКА ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Для измерения состояния робота в системе управления использовались только инкрементные датчики, вырабатывающие тысячу импульсов приращений углов α_Δ за оборот. Для получения перемещения эти импульсы суммировались, в результате чего получался релейный многоступенчатый сигнал $[\alpha]$. Оценки переменных, входящих в законы управления, получены с помощью асимптотического дифференциатора [2, 3]

$$\dot{\hat{r}} = A\hat{r} + L_r(\hat{r}_1 - [\alpha]), \quad (21)$$

где

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{r}_1 \\ \hat{r}_2 \\ \hat{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \dot{\hat{\alpha}} \\ \ddot{\hat{\alpha}} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad L_r = [l_{r1} \ l_{r2} \ l_{r3}]^T$$

– вектор коэффициентов наблюдателя, в котором принималось $l_{r1} = -160$, $l_{r2} = -12800$, $l_{r3} = -499200$.

Примечание. Хотя оценки ускорений в законах управления не используются, порядок наблюдателей

увеличен до трех для повышения точности оценок скоростей.

Для оценки неопределенностей использовались наблюдатели, соответствующие наблюдателю (41), (42) работы [1],

$$s_1 := \hat{f}_1 + l_{f1}I_{01}\hat{\alpha}_1 \Rightarrow \hat{f}_1 = s_1 - l_{f1}I_{01}\hat{\alpha}_1, \quad (22)$$

$$\dot{s}_1 = l_{f1}(\hat{f}_1 + m_{\alpha 10}); \quad (23)$$

$$s_2 := \hat{f}_2 + l_{f2}I_{02}\hat{\alpha}_2 \Rightarrow \hat{f}_2 = s_2 - l_{f2}I_{02}\hat{\alpha}_2, \quad (24)$$

$$\dot{s}_2 = l_{f2}(\hat{f}_2 + m_{\alpha 20}), \quad (25)$$

где $l_{f1} = l_{f2} = -500$ – коэффициенты передачи наблюдателей.

6 РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В системе управления можно выделить 3 подсистемы:

- 1) подсистему управления динамикой (16), (18), (19) при $f_1, f_2 \equiv 0$ со степенью устойчивости η_1 ,
- 2) подсистему оценки неопределенностей (22)–(25) со степенью устойчивости η_2 ,
- 3) подсистему оценки вектора состояния робота (21) со степенью устойчивости η_3 .

Степени устойчивости должны удовлетворять неравенствам $\eta_1 < \eta_2 < \eta_3$.

Моделировалась система уравнений (2), (3), (7)–(9), (16)–(19), (21)–(25) со следующими параметрами: $l_1 = 2$ м, $l_2 = 1$ м, $m_1 = 28$ кг, $I_{01} = 28$ кг·м², $I_{02} = 1,875$ кг·м²; $m_2 = 14\dots44$ кг, $I_2 = 0,875\dots2,875$ кг·м², $m_{\alpha i} = m_{\alpha i0} \pm 0,2m_{\alpha i0}$ ($i = 1, 2$). Инкрементный датчик с 1000 импульсов за оборот. Программная скорость \dot{x}_p груза (точки 3) показана на рис. 4, где $t_1 = 0,5$ с, $t_2 = 3,99$ с, $t_3 = 4,49$ с. Начальные условия: $x_0 = 1$ м, $\dot{x}_0 = 0$; конечные условия $x_f = 3$ м, $\dot{x}_f = 0$.

Моделировались три случая:

- 1) с номинальными параметрами;
- 2) с максимальными массами и моментами инерции при минимальной крутизне моментных характеристик двигателей;
- 3) с минимальными массами и моментами инерции при максимальной крутизне моментных характеристик двигателей.

(Варианты 2 и 3 дают наихудшие сочетания неопределенностей). Результаты моделирования всех трех вариантов представлены на рис. 2–6. На всех рисунках оценки практически совпадают с оцениваемыми переменными. На рис. 2 и 4 истинные переменные и их оценки практически совпадают с программными

рад, $\alpha_{1p}, \hat{\alpha}_1, \alpha_1, \alpha_{2p}, \hat{\alpha}_2, \alpha_2$:

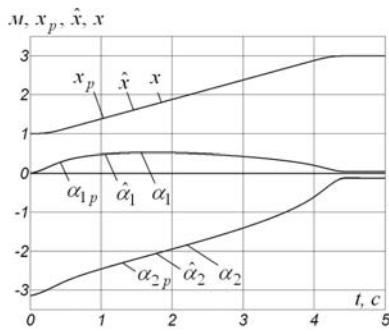


Рисунок 2

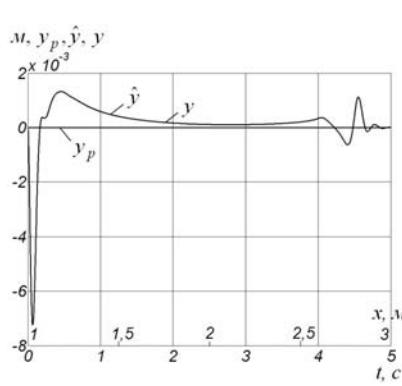


Рисунок 3

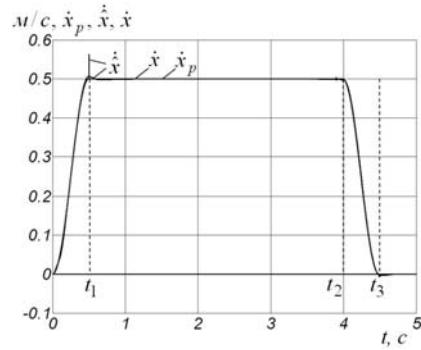


Рисунок 4

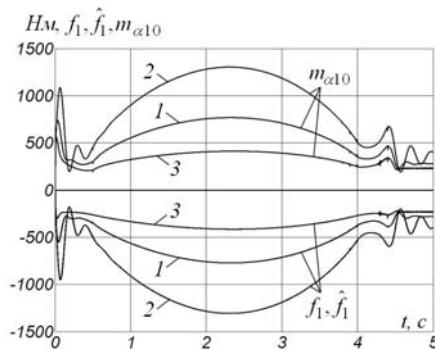


Рисунок 5

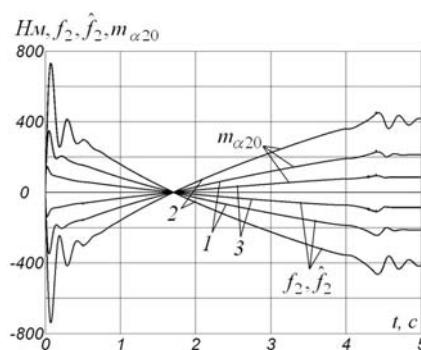


Рисунок 6

значениями. Наибольшие погрешности отработки программных значений зафиксированы для координаты y ($y_p = 0$). Как следует из рис. 3, эти ошибки не превышают 1 мм, а в установившемся режиме составляют доли миллиметра. (Оптимизация системы управления не проводилась). На рис. 5 и 6 представлены неопределенности f_1, f_2 их оценки \hat{f}_1, \hat{f}_2 и моменты двигателей, осуществляющие компенсацию неопределенностей и обеспечивающие программное управление. Цифры 1, 2, 3 указывают на вариант сочетаний неопределенностей. Как видно из рис. 5, 6, после завершения кратковременных (0,5 с) переходных процессов имеется полное соответствие (зеркальное отображение) между неопределеностями и управляющими моментами.

ЗАКЛЮЧЕННЯ

Вторая часть работы служит иллюстрацией эффективности робастного метода управления, рассмотренного в первой части. В качестве примера выбран управляемый двухзвеный робот, обеспечивающий перемещение груза по горизонтальной оси Ox из одной точки в другую с заданной скоростью. Для организации управления используются 2 инкрементных датчика углов поворота в шарнирах. Выходная ин-

формация датчиков после несложной обработки представляет собой многоступенчатый сигнал (измерение регулируемых координат груза не производится). Неопределенными в системе являются масса (вес), момент инерции и координаты центра тяжести второго звена и управляющие моменты. Для обеспечения управления решена кинематическая задача вычисления программных углов поворота в шарнирах из условия заданного перемещения груза. Составлены уравнения движения робота, которые, несмотря на его двухзвеннуюность, сложны. В соответствии с первой частью работы, уравнения движения приведены к двум линейным уравнениям с постоянными коэффициентами, связанными между собой только через неопределенности. В неопределенности объединены собственно неопределенности, нелинейности, перекрестные связи, нестационарности и неточность управляющих моментов.

С помощью двух асимптотических дифференциаторов третьего порядка получены оценки скорости и ускорения углов поворота в шарнирах. С помощью двух независимых наблюдателей первого порядка осуществляются оценки неопределенностей.

Оценки скоростей и неопределенностей позволили сформировать для каждой степени свободы два независимых комбинированных регулятора, каждый из

которых состоит из двух частей: 1) компенсирующей влияние неопределенности и 2) регулятора, обеспечивающего заданный вид переходных процессов при отслеживании программных перемещений и скоростей. За счет принятой структуры уравнений движения робота и комбинированного принципа управления обеспечивается не только рабочесть, а и высокая точность управления. Несмотря на существенную нелинейность и нестационарность динамики робота, алгоритмы управления являются чрезвычайно простыми, линейными, стационарными, поканально декомпозиционными. Примененный метод управления, несмотря на нелинейность и нестационарность уравнений движения, позволяет характеризовать динамические свойства системы управления показателями качества линейных систем управления. Более того, для синтеза рассматриваемой системы управления нет необходимости точно знать уравнения движения объекта управления, которые в рассмотренном примере даже не принимались во внимание при синтезе системы управления. Некоторыми из перечисленных положительных качеств обладают системы с переменной структурой (СПС). В отличие от СПС, рассмотренное управление лишено скользящих режимов и присущих им недостатков: высокочастотных колебаний, снижения надежности, повышенных энергозатрат на управление, возбуждения высокочастотной паразитной динамики.

Материалы второй части данной работы полностью подтверждают результаты теоретических исследований первой части.

УДК 62-50

С. О. Симонян, А. Г. Аветисян, Д. А. Казарян

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ В ОБЛАСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ)

Рассматриваются задачи линейного быстродействия с закрепленными краевыми условиями и векторным управляемым воздействием (общий случай), для решения которых в качестве основного математического аппарата выступают дифференциальные преобразования Г. Е. Пухова. Показываются достоинства предложенного подхода по сравнению с несколькими известными методами.

ВВЕДЕНИЕ

В известных работах [1, 3–5] задача, вынесенная в название статьи, решается с помощью определения

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Потапенко Е. М. Высокоточное управление неопределенными многосвязными объектами. Часть 1. Синтез и анализ алгоритмов управления / Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова // Кибернетика и вычислительная техника. – 2007. – Вып. 155. – С. 58–71.
2. Дылевский А. В. Применение метода пространства состояний для синтеза дифференциаторов / А. В. Дылевский, Г. И. Лозачев // Автоматика и телемеханика / Рос. акад. наук. – 1999. – № 9. – С. 13–20.
3. Потапенко Е. М. Асимптотическое дифференцирование ступенчатых сигналов в задачах управления скоростью и перемещением / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко, А. Е. Казурова // Електромашинобудування та електрообладнання. – К. : Техніка, 2006. – Вип. 66 : Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика : тематичний випуск. – С. 286–287.

Надійшла 7.10.2008

За допомогою метода, що розроблено у першій частині роботи [1], синтезується закон керування переміщенням невідомого вантажа дволанковим роботом із неточно відомими характеристиками виконавчих органів. У якості вимірювачій використовуються тільки датчики кутів повороту ланок робота. Комп'ютерне моделювання підтвердило робастність та високу точність керування, що розглядається.

With the help of the method designed in the first part of the paper [1] synthesized was the law of transfer control of unknown load by two-link robot with uncertain characteristics of the effector. Linear-and-angular movement sensors of robot units are used as the only measuring device. Computer simulation has confirmed the robustness and high-precision of the control being considered.

собственных чисел и собственных векторов матрицы объекта управления, ее фундаментальной матрицы, а также вектора начальных значений сопряженных переменных, обеспечивающих оптимальность закона управления. Перечисленные задачи требуют большого объема вычислений.

Целью данной статьи является устранение необходимости решения перечисленных задач за счет сведения задачи к задаче нелинейного программирования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующую задачу оптимального быстродействия [1–5]:

– критерий качества:

$$I = \int_0^T dt = T \rightarrow \min_{u(t)}, \quad (1)$$

– уравнения движения:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \quad (2)$$

– закрепленные краевые условия:

$$X(0) = \text{fix}, \quad X(T) = \text{fix}, \quad (3)$$

– ограничения, наложенные на управляющие воздействия:

$$|u_k(t)| \leq 1, \quad \forall k = \overline{1, r}, \quad (4)$$

где $X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$ – n -мерный вектор переменных состояния; $A = (a_{ij})$; $i, j = \overline{1, n}$ – матрица системы с постоянными элементами; $U(t) = (u_1(t), \dots, u_r(t))^T$, $r \leq n$ – r -мерный вектор управляющих воздействий; $B = (b_{jk})$, $j = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, r}$ – матрица управляющих переменных с постоянными элементами; T – время перехода.

Теперь допустим, что система полностью управляема и собственные числа матрицы A действительные и отрицательные либо нулевые.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

Сначала решим краевую задачу (2), (3). Система (2) в области дифференциальных преобразований приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} X(K+1) &= \\ &= \frac{H}{K+1} \left(\sum_{P=0}^K [A(P) \cdot X(K-P) + B(P) \cdot U(K-P)] \right), \\ K &= 0, 1, \dots, \end{aligned}$$

где $X(K) = (X_1(K), \dots, X_n(K))^T$ – вектор изображений переменных состояния; $A(P)$ – P -я матрична дискрета матрицы A ; $B(P)$ – P -я матрична дискрета матрицы B ; K – номер дискрет; H – масштабный коэффициент [6].

Учитывая, что $A(P=0) \equiv A$, $A(P \geq 1) = [0]$, а также $B(P=0) \equiv B$, $B(P \geq 1) = [0]$, в общем случае будем иметь

$$\begin{aligned} X(K+1) &= \frac{H}{K+1} (A \cdot X(K) + B \cdot U(K)), \\ K &= 0, 1, \dots. \end{aligned} \quad (5)$$

С другой стороны, известно [1–5], что для задач рассматриваемого класса имеет место известная теорема Фельдбаума, согласно которой оптимальная функция управления является кусочно-постоянной знакопеременной функцией, причем число переключений каждого управления $u_k(t)$, $k = \overline{1, r}$ не может превосходить $n-1$, т. е. в общем случае на временном интервале $[0, T]$ будем иметь $r(n-1)+1$ подынтервалов, а число времен переключений t_p , $p = \overline{1, r \cdot (n-1)}$ будет $r \cdot (n-1)$.

На каждом подынтервале управляющие воздействия u_{kp} , $k = \overline{1, r}$, $p = \overline{1, r \cdot (n-1)+1}$ постоянны. Следовательно, можно считать, что

$$u_{kp} = \begin{cases} +1 \\ \text{или} \\ -1 \end{cases} = U_p(0), \quad U_p(K \geq 1) \equiv 0, \\ k = \overline{1, r}, \quad p = \overline{1, r \cdot (n-1)+1}. \quad (6)$$

В этом случае получим

$$\begin{aligned} X(K+1) &= \frac{H}{K+1} (A \cdot X(K) + B \cdot U(K) \cdot \mathbb{B}(K)), \\ K &= 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

или

$$\begin{aligned} X(K+1) &= H^{K+1} \cdot [B_{K+1} \cdot X(0) + C_{K+1}(U(0))], \\ K &= 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (8)$$

где матрицы-изображения B_K , $K = 0, 1, \dots$ и векторы-изображения $C_K(U(0))$, $K = 0, 1, \dots$ определяются согласно следующим рекуррентным соотношениям [7–9]:

$$\begin{aligned} B_{K+1} &= \frac{1}{K+1} A \cdot B_K, \quad K = 0, 1, \dots, \\ C_{K+1}(U(0)) &= \frac{1}{K+1} (A \cdot C_K(U(0)) + B \cdot U(K) \cdot \mathbb{B}(K)), \\ K &= 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (9)$$

в свою очередь, $B_0 = E_{n \times n}$ – единичная матрица порядка n , $C_0 = (0)_{n \times 1}$ – нулевой вектор-столбец с размерами $n \times 1$, а $\mathbb{B}(K)$ – так называемая тейлоровская единица (тед) [6]:

$$\mathbb{B}(K) = \begin{cases} 1, & \text{при } K = 0, \\ 0, & \text{при } K \neq 0. \end{cases}$$

Оригинал $X(t)$ согласно дифференциально-тейлоровским преобразованиям будет восстановлен следующим образом:

$$\begin{aligned} X(t) = & X(0) + X(1)(t - t_v) + X(2)(t - t_v)^2 + \dots + \\ & + X(K)(t - t_v)^K = X(0) + (B_1 X(0) + C_1)(t - t_v) + \\ & + (B_2 X(0) + C_2)(t - t_v)^2 + \dots + \\ & + (B_K X(0) + C_K)(t - t_v)^K, \end{aligned} \quad (10)$$

где $t \in [0, T]$, а t_v – центр аппроксимации.

Таким образом, исходная задача заменяется последовательно стыкующейся друг с другом в точках переключений $t_1, t_2, \dots, t_{r \cdot (n-1)}$ совокупностью $r \cdot n$ двухточечных краевых задач. Используя разработанные в публикациях [7–9] подходы и учитывая, что в каждой подзадаче ее левые краевые условия совпадают с правыми краевыми условиями предыдущей подзадачи, а ее правые краевые условия – с левыми краевыми условиями последующей подзадачи, то получим последовательность нижеприведенных подзадач.

На первом подинтервале будем иметь следующую двухточечную краевую задачу:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A \cdot X(t) + B \cdot U_1; \quad X(0) = \text{fix}, \\ X(t_1) &= (x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1})^T, \end{aligned} \quad (11)$$

на i -м подинтервале будем иметь

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A \cdot X(t) + B \cdot U_i; \\ X(t_{i-1}) &= (x_{1,i-1}, x_{2,i-1}, \dots, x_{n,i-1})^T, \\ X(t_i) &= (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})^T, \end{aligned} \quad (12)$$

и, наконец, на $r \cdot n$ -м подинтервале – следующую двухточечную краевую задачу:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A \cdot X(t) + B \cdot U_{r \cdot (n-1)+1}; \\ X(t_{r \cdot (n-1)}) &= (x_{1,r \cdot (n-1)}, x_{2,r \cdot (n-1)}, \dots, x_{n,r \cdot (n-1)})^T, \\ X(T) &= \text{fix}. \end{aligned} \quad (13)$$

В результате решения последней задачи, с учетом соотношений, полученных на предыдущих подзадачах, найдем следующие выражения в виде равенств, которые будут выступать как ограничения в задаче нелинейного программирования (НЛП), которая эквивалентна исходной задаче оптимального быстродействия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(t_1, t_2, \dots, t_{r \cdot (n-1)}, T, u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1,r \cdot (n-1)+1}, \dots, u_{21}, \dots, u_{2,r \cdot (n-1)+1}, u_{r1}, \dots, u_{r,r \cdot (n-1)+1}) - x_1(T) = 0, \\ \varphi_2(t_1, t_2, \dots, t_{r \cdot (n-1)}, T, u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1,r \cdot (n-1)+1}, \dots, u_{21}, \dots, u_{2,r \cdot (n-1)+1}, u_{r1}, \dots, u_{r,r \cdot (n-1)+1}) - x_2(T) = 0, \\ \vdots \\ \varphi_n(t_1, t_2, \dots, t_{r \cdot (n-1)}, T, u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1,r \cdot (n-1)+1}, \dots, u_{21}, \dots, u_{2,r \cdot (n-1)+1}, u_{r1}, \dots, u_{r,r \cdot (n-1)+1}) - x_n(T) = 0, \end{array} \right. \quad (14)$$

где в представлении u_{kp} , $k = \overline{1, r}$, $p = \overline{1, r \cdot (n-1)+1}$ индекс p показывает номер подинтервала.

Ограничения вида неравенств (4) учтем следующими равенствами:

$$u_{kp}^2 - 1 = 0, \quad k = \overline{1, r}, \quad p = \overline{1, r \cdot (n-1)+1}. \quad (15)$$

Таким образом, задача НЛП окончательно приобретает вид

$$\begin{aligned} T \rightarrow & \min_{t_1, \dots, t_{r \cdot (n-1)}, T, u_{11}, \dots, u_{1,r \cdot (n-1)+1}, u_{r1}, \dots, u_{r,r \cdot (n-1)+1}}, \\ \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(t_1, t_2, \dots, t_{r \cdot (n-1)}, T, u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1,r \cdot (n-1)+1}, \dots, u_{21}, \dots, u_{2,r \cdot (n-1)+1}, u_{r1}, \dots, u_{r,r \cdot (n-1)+1}) - x_1(T) = 0, \\ \varphi_2(t_1, t_2, \dots, t_{r \cdot (n-1)}, T, u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1,r \cdot (n-1)+1}, \dots, u_{21}, \dots, u_{2,r \cdot (n-1)+1}, u_{r1}, \dots, u_{r,r \cdot (n-1)+1}) - x_2(T) = 0, \\ \vdots \\ \varphi_n(t_1, t_2, \dots, t_{r \cdot (n-1)}, T, u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1,r \cdot (n-1)+1}, \dots, u_{21}, \dots, u_{2,r \cdot (n-1)+1}, u_{r1}, \dots, u_{r,r \cdot (n-1)+1}) - x_n(T) = 0; \\ u_{kp}^2 - 1 = 0, \quad k = \overline{1, r}, \quad p = \overline{1, r \cdot (n-1)}. \end{array} \right. \end{aligned} \quad (16)$$

После решения этой задачи получим все неизвестные. Построение временных характеристик исходной задачи не представляет особой трудности.

Пример. Рассмотрим следующую задачу линейного быстродействия [1, 4]:

$$\begin{aligned} T \rightarrow \min_{u(t)}, \\ \begin{cases} \dot{x}_1(t) = 0 & x_1(0) = -1, x_1(T) = 0, \\ \dot{x}_2(t) = 0 & x_2(0) = 0, x_2(T) = 0, |u_k(t)| \leq 1, k = \overline{1, 3}, \\ \dot{x}_3(t) = 0 & x_3(0) = 0, x_3(T) = 0; \end{cases} \end{aligned}$$

Имеем следующие результаты предварительных расчетов:

$$A(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A(K \geq 1) = [0];$$

$$B(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B(K \geq 1) = [0];$$

$$B_1 = A(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \frac{1}{2}(A(0)B_1 + A(1)) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{\geq 3} = [0];$$

$$C_1 = B(0)U(0) = \begin{pmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ U_3(0) \end{pmatrix},$$

$$C_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} U_2(0) \\ U_3(0) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} U_3(0) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_{\geq 4} = (0).$$

В общем случае для каждого $u_k(t), k = \overline{1, 3}$ будем иметь $n - 1 = 2$ переключений. Однако согласно принципу максимума Понtryгина (или теореме Фельдбаума) в конкретном случае будем иметь функции [1]

$$\begin{aligned} u_1(t) = \text{sign} \psi_{10}, \quad u_2(t) = \text{sign}(-\psi_{10} \cdot t + \psi_{20}), \\ u_3(t) = \text{sign}(\psi_{10} \cdot t^2 / 2 - \psi_{20} \cdot t + \psi_{30}), \end{aligned}$$

где $\psi_{i0}, i = \overline{1, 3}$ – начальные значения сопряженных переменных $\psi_i(t), i = \overline{1, 3}$.

Из последних соотношений очевидно, что $u_1(t)$ постоянно на отрезке $[0, T]$, $u_2(t)$ может не иметь ни одного переключения или иметь всего одно переключение, а $u_3(t)$ может не иметь ни одного переключения или иметь одно или два переключения. Следовательно, по всем компонентам вектора $U(t)$ будем иметь 4 подынтервала времени на отрезке $[0, T]$ с четырьмя двухточечными краевыми подзадачами в предположении, что времена переключений расположены друг относительно друга в соответствии с цепочкой неравенств

$$0 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq T.$$

Здесь пока что не известно, какое время переключения какому составляющему вектора $U(t)$ принадлежит; ответ на этот вопрос будет получен лишь только после окончательного решения задачи. Поэтому получим математические модели соответствующих подзадач на временных подынтервалах $[0, t_1]$, $[t_1, t_2]$, $[t_2, t_3]$, $[t_3, T]$ с соответствующими двухточечными краевыми условиями.

Подзадача 1. Имеем

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_{11}, \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_{21}, \\ \dot{x}_3(t) = u_{31}; \end{cases}$$

$$X(0)_0 = \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$X(t_1) = \begin{pmatrix} x_1(t_1) \\ x_2(t_1) \\ x_3(t_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} X(t) = X(0)_0 + (B_1 X(0)_0 + C_1)t + \\ + (B_2 X(0)_0 + C_2)t^2 + (B_3 X(0)_0 + C_3)t^3 + \dots, \end{aligned}$$

откуда при $t = t_1$

$$\begin{aligned} X(t_1) = X(0)_0 + (B_1 X(0)_0 + C_1)t_1 + (B_2 X(0)_0 + C_2)t_1^2 + \\ + (B_3 X(0)_0 + C_3)t_1^3 + \dots = (x_{11}, x_{21}, x_{31})^T \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{31} \end{pmatrix} \right] t_1 + \\ & + \frac{1}{2} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{21} \\ u_{31} \\ 0 \end{pmatrix} \right] t_1^2 + \frac{1}{6} \begin{pmatrix} u_{31} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} t_1^3 = X(t_1) = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Из последнего

$$\begin{cases} -1 + u_{11}t_1 + \frac{1}{2}u_{21}t_1^2 + \frac{1}{6}u_{31}t_1^3 = x_{11}, \\ u_{21}t_1 + \frac{1}{2}u_{31}t_1^2 = x_{21}, \\ u_{31}t_1 = x_{31}. \end{cases}$$

Подзадача 2. Имеем

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_{12}, \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_{22}, \\ \dot{x}_3(t) = u_{32}; \end{cases}$$

$$X(0)_1 = X(t_1) = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix},$$

$$X(t_2) = \begin{pmatrix} x_1(t_2) \\ x_2(t_2) \\ x_3(t_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} X(t) = X(0)_1 &+ (B_1 X(0)_1 + C_1)(t - t_1) + \\ &+ (B_2 X(0)_1 + C_2)(t - t_1)^2 + \\ &+ (B_3 X(0)_1 + C_3)(t - t_1)^3 + \dots, \end{aligned}$$

откуда при $t = t_2$

$$\begin{aligned} X(t_2) = X(0)_1 &+ (B_1 X(0)_1 + C_1)(t_2 - t_1) + \\ &+ (B_2 X(0)_1 + C_2)(t_2 - t_1)^2 + \\ &+ (B_3 X(0)_1 + C_3)(t_2 - t_1)^3 + \dots = (x_{12}, x_{22}, x_{32})^T \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix} &+ \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{12} \\ u_{22} \\ u_{32} \end{pmatrix} \right] (t_2 - t_1) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{22} \\ u_{32} \\ 0 \end{pmatrix} \right] (t_2 - t_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{6} \begin{pmatrix} u_{32} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (t_2 - t_1)^3 = X(t_2) = \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Из последнего следует

$$\begin{cases} x_{11} + (x_{21} + u_{12})(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}(x_{31} + u_{22})(t_2 - t_1)^2 + \\ \quad + \frac{1}{6}u_{32}(t_2 - t_1)^3 = x_{12}, \\ x_{21} + (x_{31} + u_{22})(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}u_{32}(t_2 - t_1)^2 = x_{22}, \\ x_{31} + u_{32}(t_2 - t_1) = x_{32}. \end{cases}$$

Подзадача 3. Имеем

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_{13}, \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_{23}, \\ \dot{x}_3(t) = u_{33}; \end{cases}$$

$$X(0)_2 = X(t_2) = \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{pmatrix}, \quad X(t_3) = \begin{pmatrix} x_1(t_3) \\ x_2(t_3) \\ x_3(t_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} X(t) = X(0)_2 &+ (B_1 X(0)_2 + C_1)(t - t_2) + \\ &+ (B_2 X(0)_2 + C_2)(t - t_2)^2 + (B_3 X(0)_2 + C_3)(t - t_2)^3 + \dots, \end{aligned}$$

откуда при $t = t_3$

$$\begin{aligned} X(t_3) = X(0)_2 &+ (B_1 X(0)_2 + C_1)(t_3 - t_2) + \\ &+ (B_2 X(0)_2 + C_2)(t_3 - t_2)^2 + \\ &+ (B_3 X(0)_2 + C_3)(t_3 - t_2)^3 + \dots = (x_{13}, x_{23}, x_{33})^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{pmatrix} &+ \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{13} \\ u_{23} \\ u_{33} \end{pmatrix} \right] (t_3 - t_2) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{23} \\ u_{33} \\ 0 \end{pmatrix} \right] (t_3 - t_2)^2 + \\ &+ \frac{1}{6} \begin{pmatrix} u_{33} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (t_3 - t_2)^3 = X(t_3) = \begin{pmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Из последнего следует

$$\begin{cases} x_{12} + (x_{22} + u_{13})(t_3 - t_2) + \frac{1}{2}(x_{32} + u_{23})(t_3 - t_2)^2 + \\ \quad + \frac{1}{6}u_{33}(t_3 - t_2)^3 = x_{13}, \\ x_{22} + (x_{32} + u_{23})(t_3 - t_2) + \frac{1}{2}u_{33}(t_3 - t_2)^2 = x_{23}, \\ x_{32} + u_{33}(t_3 - t_2) = x_{33}. \end{cases}$$

Подзадача 4. Имеем

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_{14}, \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_{24}, \\ \dot{x}_3(t) = u_{34}; \end{cases}$$

$$X(0)_3 = X(t_3) = \begin{pmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \end{pmatrix}, \quad X(T) = \begin{pmatrix} x_1(T) \\ x_2(T) \\ x_3(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$X(t) = X(0)_3 + (B_1 X(0)_2 + C_1)(t - t_3) + \\ + (B_2 X(0)_3 + C_2)(t - t_3)^2 + (B_3 X(0)_3 + C_3)(t - t_3)^3 + \dots,$$

откуда при $t = T$

$$X(T) = X(0)_3 + (B_1 X(0)_2 + C_1)(T - t_3) + \\ + (B_2 X(0)_3 + C_2)(T - t_3)^2 + \\ + (B_3 X(0)_3 + C_3)(T - t_3)^3 + \dots = (0, 0, 0)^T$$

или

$$\begin{pmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \end{pmatrix} + \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{14} \\ u_{24} \\ u_{34} \end{pmatrix} \right] (T - t_3)^2 + \\ + \frac{1}{2} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{24} \\ u_{34} \\ 0 \end{pmatrix} \right] (T - t_3)^3 + \\ + \frac{1}{6} \begin{pmatrix} u_{34} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (T - t_3)^3 = X(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, задача НЛП приобретает вид

$$T \rightarrow \min_{x_{13}, x_{23}, x_{33}, t_3, T, u_{14}, u_{24}, u_{34}} ;$$

$$\begin{cases} x_{13} + (x_{23} + u_{14})(T - t_3) + \frac{1}{2}(x_{33} + u_{24})(T - t_3)^2 + \\ + \frac{1}{6}u_{34}(T - t_3)^3 = 0, \\ x_{23} + (x_{33} + u_{24})(T - t_3) + \frac{1}{2}u_{34}(T - t_3)^2 = 0, \\ x_{33} + u_{34}(T - t_3) = 0. \end{cases}$$

Далее, учитывая соотношения, полученные на предыдущих подинтервалах и ограничения типа (15), окончательно получим следующую задачу НЛП:

$$\begin{aligned} T \rightarrow & \min_{t_1, t_2, t_3, T, u_{11}, u_{21}, u_{31}, \\ & u_{12}, u_{22}, u_{32}, u_{13}, u_{23}, u_{33}, u_{14}, u_{24}, u_{34}} ; \\ & - 1 + u_{11}t_1 + \frac{1}{2}u_{21}t_1^2 + \frac{1}{6}u_{31}t_1^3 + (u_{21}t_1 + \frac{1}{2}u_{31}t_1^2 + u_{12})(t_2 - t_1) + \\ & + \frac{1}{2}(t_1u_{31} + u_{22})(t_2 - t_1)^2 + \frac{1}{6}u_{32}(t_2 - t_1)^3 + \\ & + (u_{21}t_1 + \frac{1}{2}u_{31}t_1^2 + (t_1u_{31} + u_{22})(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}u_{32}(t_2 - t_1)^2 + u_{13}) \times \\ & \times (t_3 - t_2) + \frac{1}{2}(u_{31}t_1 + u_{32}(t_2 - t_1) + u_{23})(t_3 - t_2)^2 + \\ & + \frac{1}{6}u_{33}(t_3 - t_2)^3 + (u_{21}t_1 + \frac{1}{2}u_{31}t_1^2 + (u_{31}t_1 + u_{22})(t_2 - t_1) + \\ & + \frac{1}{2}u_{32}(t_2 - t_1)^2 + (u_{31}t_1 + (t_2 - t_1)u_{32} + u_{23})(t_3 - t_2) + \\ & + \frac{1}{2}u_{33}(t_3 - t_2)^2 + u_{14})(T - t_3) + \frac{1}{2}(u_{31}t_1 + u_{32}(t_2 - t_1) + \\ & + u_{33}(t_3 - t_2) + u_{24})(T - t_3)^2 + \frac{1}{6}u_{34}(T - t_3)^3 = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u_{21}t_1 + \frac{1}{2}u_{31}t_1^2 + (u_{31}t_1 + u_{22})(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}u_{32}(t_2 - t_1)^2 + \\ & + (u_{31}t_1 + u_{32}(t_2 - t_1) + u_{23})(t_3 - t_2) + \frac{1}{2}u_{33}(t_3 - t_2)^2 + \\ & + (u_{31}t_1 + u_{32}(t_2 - t_1) + u_{33}(t_3 - t_2) + u_{24})(T - t_3) + \\ & + \frac{1}{2}u_{34}(T - t_3)^2 = 0, \end{aligned}$$

$$u_{31}t_1 + u_{32}(t_2 - t_1) + u_{33}(t_3 - t_2) + u_{34}(T - t_3) = 0;$$

$$u_{11}^2 - 1 = 0, \quad u_{12}^2 - 1 = 0, \quad u_{13}^2 - 1 = 0, \quad u_{14}^2 - 1 = 0,$$

$$u_{21}^2 - 1 = 0, \quad u_{22}^2 - 1 = 0, \quad u_{23}^2 - 1 = 0, \quad u_{24}^2 - 1 = 0,$$

$$u_{31}^2 - 1 = 0, \quad u_{32}^2 - 1 = 0, \quad u_{33}^2 - 1 = 0, \quad u_{34}^2 - 1 = 0,$$

Таким образом, имеем задачу НЛП с 16 неизвестными (3 момента переключения t_1, t_2, t_3 , одно время перехода T , 12 управляющих величин $u_{kp}, k = \overline{1, 3}, p = \overline{1, 4}$) и с 15 ограничениями вида равенств. Эта задача была решена методом Лагранжа, в результате чего были получены следующие претенденты-решения, представленные в табл. 1.

Очевидно, что из 3 полученных претендентов-решений первое решение не удовлетворяет исходной задаче, ибо нарушено условие $t_3 \leq T$, а время перехода 3-го претендента-решения меньше времени перехода 2-го претендента-решения. Кроме того, во 2-м претенденте-решении нарушено условие $t_2 \leq t_3$. Поэтому окончательным решением исходной задачи служит 3-е претендент-решение, в соответствии с которым имеем временные характеристики задачи, представленные на рис. 1 и рис. 2. Последние полностью совпадают с решением, полученным в [1, 4].

Таблица 1

	t_1	t_2	t_3	T	u_{11}	u_{21}	u_{31}	u_{12}	u_{22}	u_{32}	u_{13}	u_{23}	u_{33}	u_{14}	u_{24}	u_{34}
1	0,9337	1,1912	2,1249	1,8675	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1
2	0,4614	0,5058	0,4614	0,8339	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1
3	0,2041	0,4082	0,6123	0,8164	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1

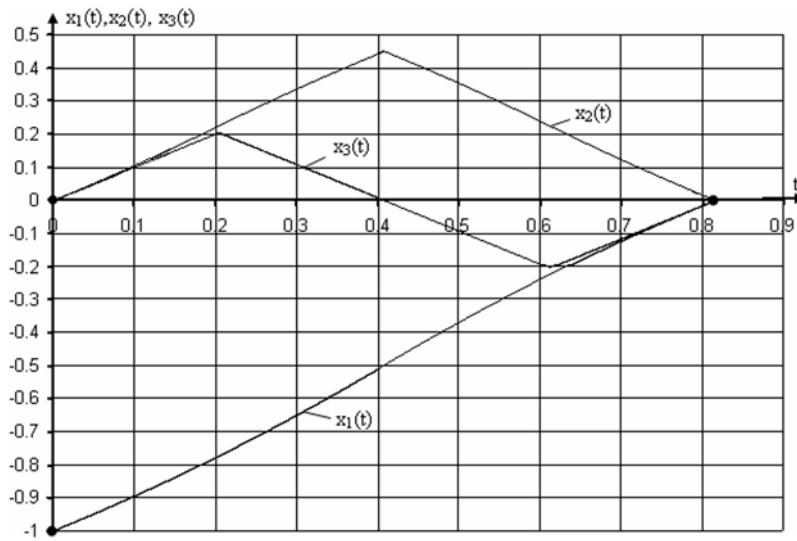


Рисунок 1 – Временные характеристики переменных состояния

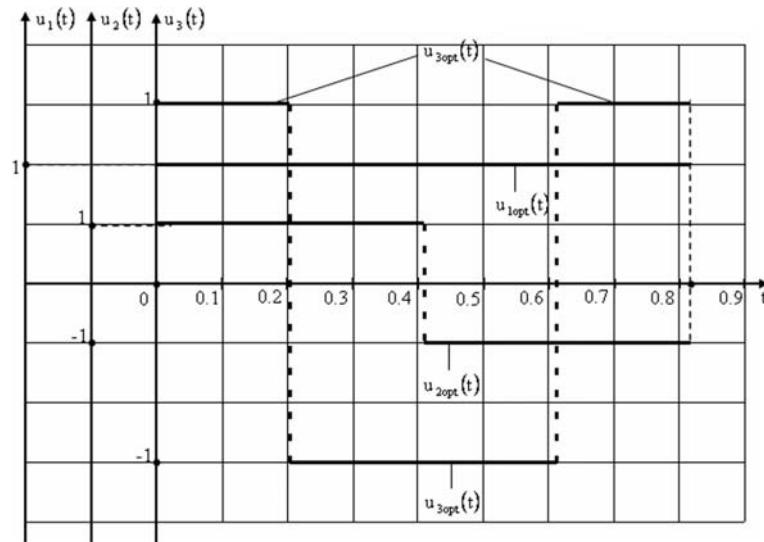


Рисунок 2 – Временные характеристики управ器яющих переменных

ВЫВОДЫ

Таким образом, при предложенном подходе, в отличие от [1, 3–5], исходная задача сводится к некоторой задаче НЛП, в которой нет необходимости в определении собственных чисел и соответствующих

собственных векторов матрицы A , фундаментальной матрицы последней, вектора начальных значений сопряженных переменных, обеспечивающих оптимальность закона управления $U_{\text{opt}}(t)$, знаков подынтервалов постоянства компонентов вектора управления, детерминантных уравнений в необходимом количестве

и многих других трудноразрешимых дополнительных подзадач. Эти обстоятельства и обуславливают эффективность предложенного подхода.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Симонян С. О. Прикладная теория оптимального управления / Симонян С. О. – Ереван : 2005. – 180 с. – На армянском языке.
2. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления / Брайсон А., Хо Ю-Ши. – М. : Мир, 1972. – 554 с.
3. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. – М. : Наука, 1983. – 392 с.
4. Симонян С. О. Основы синтеза специализированных вычислителей динамических задач нелинейного программирования : автореф. дис. ... д. т. н. / Симонян С. О. – Ереван, 1993. – 47 с.
5. Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем / Фельдбаум А. А. – М. : Наука, 1966. – 623 с.
6. Пухов Г. Е. Дифференциальные спектры и модели / Пухов Г. Е. – К. : Наукова думка, 1990. – 184 с.
7. Симонян С. О. Метод решения задач оптимального управления, основанный на дифференциальных преобразованиях / Симонян С. О., Аветисян А. Г., Казарян Д. А. // Вестник ГИУА. Сер. «Моделирование, оп-

тимизация, управление». – 2007. – Вып. 10, том 2. – С. 102–114.

8. Симонян С. О. Прямой метод решения линейных многоточечных краевых задач / Симонян С. О., Аветисян А. Г. // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2002. – Т. LV, № 1. – С. 95–103.
9. Симонян С. О. Метод решения линейных многоточечных краевых задач, основанный на дифференциально-дирихлеевских преобразованиях / Симонян С. О., Аветисян А. Г., Казарян Д. А. // Вестник ИАА. – 2007. – Т. 2. – С. 253–257. – На армянском языке.

Надійшла 17.06.2008

Після доробки 17.10.2008

Розглядаються задачі лінійної швидкодії із закріпленими краєвими умовами й векторним керуючим впливом (загальний випадок), для рішення яких у якості основного математичного апарату виступають диференціальні перетворення Г. Е. Пухова. Демонструються переваги запропонованого підходу в порівнянні з відомими методами.

Linear speed problems with fixed boundary conditions and control influence vector (general case) are considered, Pukhov's differential transformations serve as a main mathematical apparatus serving as the main mathematical apparatus. The merits of the proposed approach with respect to a number of known methods are shown.

КЕРУВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS

УДК 62-55:681.515

В. И. Гостев

ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА ПРИ ВЫХОДНЫХ РАЗЪЕДИНЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ ФУНКЦИЯХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Получены аналитические выражения для управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора при выходных разъединенных треугольных функциях принадлежности и изложены вопросы проектирования нечеткого регулятора.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] изложен новый метод проектирования нечетких регуляторов. В данной работе на основе изложенного метода проектируется нечеткий регулятор, структурная схема которого представлена на рис. 1 [1]. Нечеткий регулятор состоит из трех блоков: блока *формирователя величин A(t) и B(t)* (блок 1), блока *сравнения величин A(t) и B(t)* и

расчета u_c (блок 2) и блока нормировки выходной переменной (блок 3).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим на универсальном множестве $U = [0, 1]$ два нечетких подмножества с выходными разъединенными треугольными функциями принадлежности ФП (см. рис. 2), которые определяются по формулам

$$\begin{aligned}\mu_1(u) &= 1 - 2u, \quad 0 \leq u \leq 1/2; \\ \mu_2(u) &= 2u - 1, \quad 1/2 \leq u \leq 1.\end{aligned}\quad (1)$$

Допустим, что с выхода *формирователя величин A(t) и B(t)* в нечетком регуляторе на блок *сравнения величин A(t) и B(t)* и *расчета u_c* с такими функциями принадлежности в фиксированный момент времени поступают величины A и B , как показано на рис. 2.

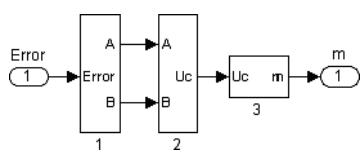


Рисунок 1

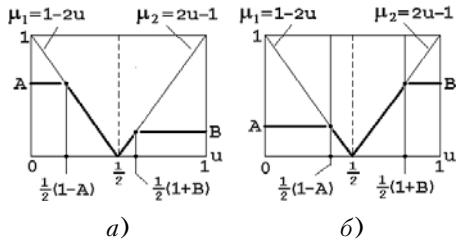


Рисунок 2

Общая формула для определения абсциссы «центра тяжести результирующей фигуры» записывается в виде

$$u_c = \frac{\int_0^1 u \mu(u) du}{\int_0^1 \mu(u) du}. \quad (2)$$

Абсцисса «центра тяжести результирующей фигуры» определяется при $A \geq B$ и при $A \leq B$ по одной и той же формуле:

$$u_c = \frac{A \int_0^{(1-A)/2} u du + \int_{(1-A)/2}^{1/2} (1-2u) du + \int_{1/2}^{(1+B)/2} (2u-1) du + B \int_{(1+B)/2}^1 u du}{A \int_0^{(1-A)/2} du + \int_{(1-A)/2}^{1/2} (1-2u) du + \int_{1/2}^{(1+B)/2} (2u-1) du + B \int_{(1+B)/2}^1 du}.$$

После несложных вычислений находим:

$$u_c = \frac{(A+3B)/8 - (A^2+B^2)/8 + (A^3-B^3)/24}{(A+B)/2 - (A^2+B^2)/4} \quad \text{при } A \geq B \text{ и при } A \leq B. \quad (3)$$

В качестве примера приведем следующие результаты расчетов:

$$A = 0,4, B = 0,2 \Rightarrow u_c = 0,4093;$$

$$A = 0,2, B = 0,4 \Rightarrow u_c = 0,5907.$$

Блок сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c для нечеткого регулятора с выходными функциями принадлежности, приведенными на рис. 2, показаны соответственно на рис. 3.

При конструировании нечетких регуляторов на основе структурной схемы, приведенной на рис. 1, блок сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c (блок 2), приведенный на рис. 3, может использоваться с различными блоками формирователей величин $A(t)$ и $B(t)$ (блоками 1 на рис. 1).

Блок сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c для нечеткого регулятора с выходными функциями принадлежности, приведенными на рис. 2, получается весьма простым. Если для этого блока (см. рис. 3)

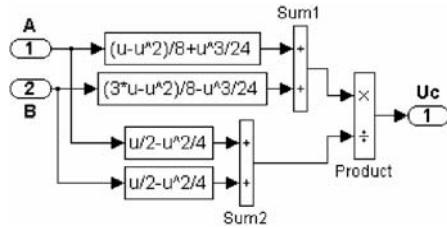


Рисунок 3

использовать наиболее простой формирователь величин $A(t)$ и $B(t)$ со входными треугольными функциями принадлежности, то получим одну из очень простых схем нечеткого регулятора (см. рис. 4).

Логика работы нечеткого регулятора (см. рис. 4) для фиксированного момента времени отображена на рис. 5.

На входе нечеткого регулятора переменные θ^* , $\dot{\theta}^*$ и $\ddot{\theta}^*$, поступающие в регулятор с шагом квантования h , пересчитываются в переменные u_1^* , u_2^* , u_3^* по формулам

$$\left. \begin{aligned} u_1^* &= (\theta^* + A_m)/(2A_m); \\ u_2^* &= (\dot{\theta}^* + B_m)/(2B_m); \\ u_3^* &= (\ddot{\theta}^* + C_m)/(2C_m) \end{aligned} \right\}$$

(это формулы для пересчета значений сигналов в значения элементов единого универсального множества $U = [0, 1]$ при симметричных диапазонах изменения переменных) и производится расчет значений входных функций принадлежности (см. рис. 5, а, б)

$$\mu_1(u) = 1 - u; \quad \mu_2(u) = u; \quad 0 \leq u \leq 1,$$

для переменных u_1^* , u_2^* , u_3^* . По алгоритму Мамдани определяются величины A и B по формулам

$$A = \min[\mu_1(u_1^*), \mu_1(u_2^*), \mu_1(u_3^*)],$$

$$B = \min[\mu_2(u_1^*), \mu_2(u_2^*), \mu_2(u_3^*)].$$

Значения A и B откладывают соответствующим образом на выходные функции принадлежности

$$\mu_1(u) = 1 - 2u, \quad 0 \leq u \leq 1/2;$$

$$\mu_2(u) = 2u - 1, \quad 1/2 \leq u \leq 1$$

(см. рис. 5, в, г) и производится расчет ненормированного выхода регулятора по формуле (3) в блоке сравнения величин $A(t)$ и $B(t)$ и расчета u_c . Далее, полученное значение u_c в блоке нормировки выходной переменной пересчитывается в выходное напряжение регулятора по формуле $m^* = m_{\min}(1 - 2u_c)$.

В динамике при изменении переменных $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ текущие величины $A(t)$ и $B(t)$ поступают

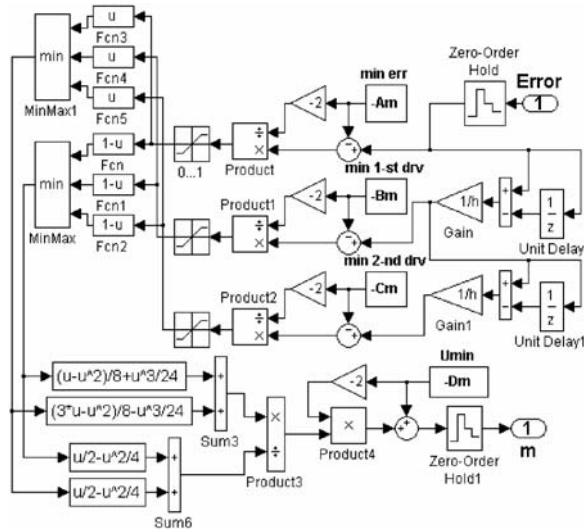


Рисунок 4

в блок сравнения и рассчитанное на каждом шаге h значение $u_c(t)$ преобразуется в выходное напряжение $m(t)$.

В схеме формирователя величин $A(t)$ и $B(t)$ при настройке нечеткого регулятора перестраиваются граничные значения диапазонов $A_m = \theta_{\max} = -\theta_{\min}$, $B_m = \theta_{\max} = -\theta_{\min}$, $C_m = \ddot{\theta}_{\max} = -\ddot{\theta}_{\min}$. В блоке нормировки выходной переменной перестраиваются граничные значения диапазона $D_m = m_{\max} = -m_{\min}$.

ВЫВОД

Изложенная теория и практическая схема нечеткого регулятора с выходными разъединенными треугольными функциями принадлежности и входными треугольными функциями принадлежности дают возможность использовать рассмотренный регулятор в

УДК 681.527.2

Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова, Е. В. Душинова, Н. В. Ивочка

ВЫСОКОТОЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СКОРОСТЬЮ ДВУХМАССОВОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рассматривается указанная в названии статьи управляемая система с неопределенными параметрами, подверженная действию неизвестной нагрузки и трению с неизвестной моделью и параметрами. Синтезированы наблюдатели для идентификации неопределенных параметров и переменных. Разработан комбинированный ре-

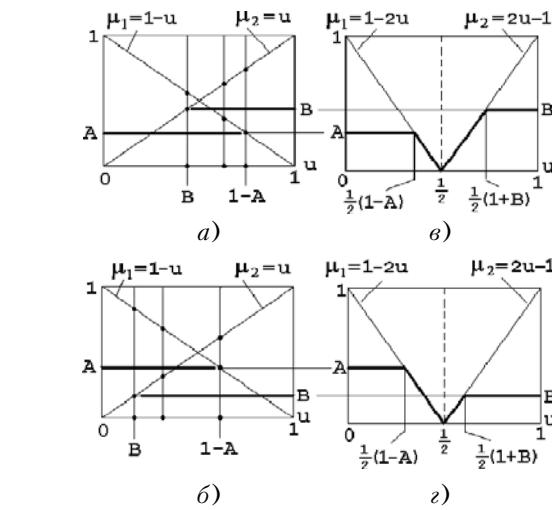


Рисунок 5

различных системах автоматического управления и путем настройки параметров регулятора добиваться высокого качества систем.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- Гостев В. И. Новый метод проектирования одного класса нечетких цифровых регуляторов / В. И. Гостев // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 6. – С. 73–84.

Надійшла 13.10.2008

Отримано аналітичні вираження для керуючих впливів на вихід нечіткого регулятора при вихідних роз'єднаних трикутних функціях принадлежності й викладені питання проектування нечіткого регулятора.

Analytical expressions for output control action of a fuzzy regulator at disconnected triangular output functions of belonging were derived. The question of fuzzy regulator design was outlined.

гулятор, обеспечивающий высокую точность управления и заданные показатели качества переходных процессов.

ВВЕДЕНИЕ

Под системой, указанной в названии статьи, понимается механическая система, состоящая из ротора

двигателя постоянного тока (Д) (первая масса), упругой трансмиссии (ТМ) и объекта управления (ОУ) (вторая масса). Предполагаются неизвестными сопротивление якоря Д, жесткость ТМ, момент инерции ОУ, а также нагрузка, возникающая при выполнении технологических операций, и возмущающий момент в виде нелинейного трения с неизвестной моделью. Такой механической системой могут быть радиолокаторы, фрагменты прокатных станов, металлообрабатывающих станков, роботы и т. п. Разработка систем управления описанного объекта имеет длинную историю [1–6]. В указанных работах сопротивление якоря Д, жесткость ТМ, момент инерции ОУ, модель и параметры трения считаются известными и закладываются в алгоритмы управления. Однако, сопротивление якоря в зависимости от температуры в процессе работы может меняться в 2 раза. Жесткость также зависит от температуры. Моменты инерции робота могут меняться в несколько раз. До настоящего времени полностью достоверная модель трения до сих пор не создана. Кроме того, коэффициенты модели трения в процессе работы механизма могут меняться в несколько раз. Поэтому высокоточное управление в условиях описанной неопределенности можно обеспечить только за счет применения робастных алгоритмов управления.

Целью данной работы является синтез алгоритмов, робастных по отношению ко всем вышеперечисленным неопределенностям.

Хорошей робастностью по отношению к неопределенности момента инерции ОУ, модели и параметрам трения, нагрузке обладают системы с переменной структурой (СПС), примененные в работах [5, 6]. Работа этих систем сопровождается скользящими режимами. К сожалению, скользящие режимы вызывают вибрации, которые ухудшают надежность системы, повышают ее электропотребление, вызывают появление акустических шумов. Вибрации еще больше усиливаются при наличии высокочастотных помех. Кроме того, СПС в некоторых случаях могут возбуждать высокочастотную паразитную динамику (упругие колебания) вплоть до потери устойчивости. Хорошей робастностью к неопределенностям, быстрым реагированием на ступенчато изменяющиеся воздействия и одновременно при «мягком» управлении без скользящих режимов обладают комбинированные системы управления с оценкой и компенсацией неопределенностей динамики [7–9]. Поскольку в неопределенности включены и внешние воздействия, то указанные системы, помимо робастности, обеспечивают высокую точность управления. Благодаря отсутствию скользящих режимов, эти системы в меньшей степени возбуждают паразитную высокочастотную динамику. Комбинированная система управления с наблюдателем неопределенности была успешно приме-

нена для позиционного управления двухмассовой упругой электромеханической системой [10]. Ниже в соответствии с названием статьи рассматривается управление скоростью.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 схематично изображена двухмассовая упругая электромеханическая система (ЭМС), где приняты следующие обозначения: I_m , I_c – моменты инерции двигателя и объекта управления, ω_m , ω_c – их угловые скорости, c – жесткость трансмиссии, u – напряжение, прикладываемое к якорной цепи двигателя, f_l , f_c – моменты нагрузки и трения. ЭМС, показанная на рис. 1, описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$I_c \dot{\omega}_c = m_e - f_c - f_l; \quad (1)$$

$$I_m \dot{\omega}_m = -n^{-1} m_e + c_m i; \quad (2)$$

$$\dot{m}_e = c(n^{-1} \omega_m - \omega_c); \quad (3)$$

$$L i + R i = u - c_e \omega_m, \quad (4)$$

где, наряду с обозначениями к рис. 1, m_e – момент упругости; i – ток якорной цепи; R , L – активное сопротивление и индуктивность якорной цепи; c_m , c_e – моментный и скоростной коэффициенты двигателя; n –

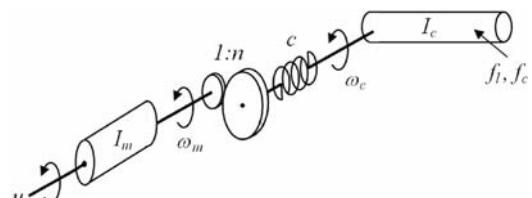


Рисунок 1

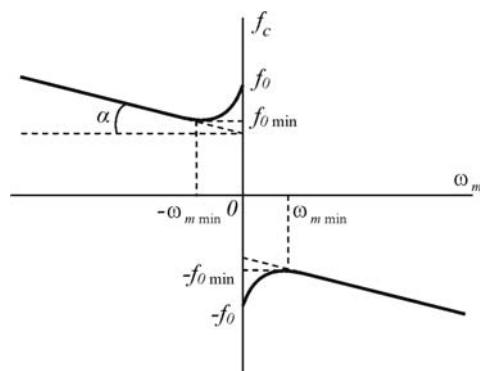


Рисунок 2 – Залежність треніювання від швидкості

передаточное число редуктора; c – коэффициент жесткости упругой части. В системе (1)–(4) неизвестными являются I_c , f_c , f_l , c , R , m_e . Предполагается, что измеряются i , u , ω_c , ω_m .

В качестве модели трения использовалась модель LuGre [11]. Соответствующая ей зависимость трения от скорости представлена на рис. 2 и описывается уравнениями (5)–(7).

$$f_c = -m \text{ при } \omega_c = 0, \forall |m| \leq f_0, \quad (5)$$

$$f_c = -f_0 \operatorname{sign} m \text{ при } \omega_c = 0, \forall |m| > f_0, \quad (6)$$

$$f_c = -\varphi(|\omega_c|) \operatorname{sign} \omega_c \text{ при } |\omega_c| > 0, \quad (7)$$

где m – сумма всех внешних воздействий на объект, подверженный трению, f_0 – максимальный момент трения покоя.

2 СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ

2.1 Идентификация сопротивления якоря двигателя

Идентификацию сопротивления якоря двигателя осуществим с помощью наблюдателя, синтезированного в работе [11] в виде

$$\hat{R}_\delta = z + l_R \frac{1}{2} L i^2, \quad (8)$$

$$\dot{z} = l_R \left[i^2 \left(z + l_R \frac{1}{2} L i^2 \right) - i(u - c_e \dot{\phi}_m) + R_0 i^2 \right], \quad (9)$$

$$\hat{R} = R_0 + \hat{R}_\delta, \quad (10)$$

где \hat{R} , R_0 , \hat{R}_δ – оценка истинного сопротивления, его номинальное значение и оценка отклонения истинного сопротивления от его номинального значения; l_R – коэффициент передачи наблюдателя.

2.2 Оценка момента упругости и ее жесткости

Из уравнения (2) найдем

$$y := m_e = n(c_m i - I_m \dot{\phi}_m). \quad (11)$$

Будем полагать, что жесткость упругого элемента – неизвестная постоянная. Тогда можно записать

$$c = 0. \quad (12)$$

Будем рассматривать выражения (3), (12) как динамическую систему, а выражение (11) как ее изменение. Исследуем наблюдаемость переменных m_e , c в

системе (3), (12) при измерении (11). Для этого в соответствии с теоремой 1.31 работы [12] положим $y = m_e \equiv 0$. В этом случае из уравнения (3) при условии

$$n^{-1} \omega_m - \omega_c \neq 0 \text{ тождественно} \quad (13)$$

следует $c \equiv 0$, что свидетельствует о восстанавливаемости системы при выполнении условия (13). Как видно из уравнения (3), условие (13) означает, что одновременная оценка момента упругости и ее жесткости возможна только при изменении момента упругости. Из сказанного следует, что при выполнении условия (13) по системе (3), (12), (11) можно построить наблюдатель для оценки m_e и c . Для этого с помощью обозначений

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_e \\ c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & (n^{-1} \omega_m - \omega_c) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

запишем систему (3), (12), (11) в пространстве состояний

$$\dot{x} = Ax, \quad y = Cx \quad (15)$$

Для системы (15) наблюдатель имеет вид [12]

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + L(C\tilde{x} - y), \quad (16)$$

где $L = (l_m, l_c)^T$ – матрица коэффициентов передачи наблюдателя.

Уравнение ошибок наблюдателя $\tilde{x} = \hat{x} - x$ находится вычитанием из уравнения (16) уравнения (15) в видах

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + LC\tilde{x} \text{ или } \dot{\tilde{x}} = (A + LC)\tilde{x}. \quad (17)$$

С учетом (14)

$$A + LC = \begin{bmatrix} l_m & (n^{-1} \omega_m - \omega_c) \\ l_c & 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

После умножения второго уравнения в (17) слева на \tilde{x}^T можно записать

$$\frac{dV}{dt} = \tilde{x}^T (A + LC)\tilde{x}, \quad V = \frac{1}{2} \tilde{x}^T \tilde{x}, \quad (19)$$

где V – функция Ляпунова. На основании теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости можно утверждать, что для асимптотической устойчивости нулевого решения уравнения (17) достаточно, чтобы

матрица (18) была отрицательно определенной [13]. Для того чтобы матрица (18) была определено отрицательной, в соответствии с критерием Сильвестра [13] достаточно, чтобы выполнились условия

$$l_m < 0, \quad l_c(n^{-1}\omega_m - \omega_c) < 0. \quad (20)$$

Для того чтобы наблюдатель был работоспособен вне зависимости от знака выражения (13), примем

$$l_c = \tilde{l}_c \operatorname{sign}(n^{-1}\omega_m - \omega_c), \quad \tilde{l}_c < 0, \quad (21')$$

$$\begin{aligned} l_c &= \tilde{l}_c \operatorname{sign}(n^{-1}\omega_m - \omega_c) (|n^{-1}\omega_m - \omega_c| + \delta)^{-1}, \\ \tilde{l}_c &< 0, \end{aligned} \quad (21'')$$

где $0 < \delta$ – малая положительная постоянная, ограниченная снизу разрядной сеткой вычислителя.

Характеристический определитель уравнения (17) имеет вид

$$|Ep - (A + LC)|, \quad (22)$$

а соответствующее ему характеристическое уравнение для случая (21'') выглядит так:

$$s^2 - l_m s - \tilde{l}_c = 0. \quad (23)$$

Выбор коэффициентов l_m , \tilde{l}_c осуществим модальным методом [14]. Для этого сопоставим уравнение (23) и стандартное уравнение

$$s^2 + a_1 \omega_0 s + \omega_0^2 = 0, \quad (24)$$

где a_1 – задаваемый коэффициент, определяющий вид переходного процесса, ω_0 – частота, характеризующая быстродействие системы. Приравнивание коэффициентов при одинаковых степенях s в уравнениях (23) и (24) дает следующие значения:

$$l_m = -a_1 \omega_0, \quad \tilde{l}_c = -\omega_0^2. \quad (25)$$

В скалярном виде наблюдатель (16) выглядит так:

$$\dot{\hat{m}}_e = \hat{c}(n^{-1}\omega_m - \omega_c) + l_m[\hat{m}_e - n(c_m i - I_m \dot{\omega}_m)], \quad (26)$$

$$\dot{\hat{c}} = l_c[\hat{m}_e - n(c_m i - I_m \dot{\omega}_m)]. \quad (27)$$

Для устранения необходимости дифференцирования скорости мотора ω_m вводятся обозначения

$$z_1 = \hat{m}_e - l_m n I_m \omega_m, \quad z_2 = \hat{c} - l_c n I_m \omega_m, \quad (28)$$

откуда

$$\hat{m}_e = z_1 + l_m n I_m \omega_m, \quad \hat{c} = z_2 + l_c n I_m \omega_m. \quad (29)$$

С учетом выражений (28), (29) уравнения (26), (27) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= (z_2 + l_c n I_m \omega_m)(n^{-1}\omega_m - \omega_c) + \\ &\quad + l_m[(z_1 + l_m n I_m \omega_m) - n c_m i], \\ z_2 &= l_c[(z_1 + l_m n I_m \omega_m) - n c_m i]. \end{aligned} \quad (30)$$

Для решения системы (30) нет необходимости в дифференцировании скорости ω_m . Оценка искомых переменных осуществляется по выражениям (29).

2.3 Синтез наблюдателя неопределенности объекта управления

Умножение уравнения (2) на n и последующее сложение с уравнением (1) дают

$$I_c \dot{\omega}_c + n I_m \dot{\omega}_m = n c_m i - f_c - f_l. \quad (31)$$

Из уравнения (4) найдем

$$i = \hat{R}^{-1}(u - c_e \omega_m - L \dot{i}). \quad (32)$$

В (32) вместо неизвестного истинного сопротивления использована полученная выше его оценка. Неизвестный момент инерции объекта управления представим в виде

$$I_c = I_{c0} + I_{c\delta}, \quad (33)$$

где I_{c0} , $I_{c\delta}$ – номинальное (известное) значение момента инерции и неизвестное отклонение истинного значения момента инерции от его номинального значения. Подстановка выражений (32), (33) в (31) дает

$$I_{c0} \dot{\omega}_c + n I_m \dot{\omega}_m = n c_m \hat{R}^{-1}(u - c_e \omega_m - L \dot{i}) + f_c - f_e - I_{c\delta} \dot{\omega}_c. \quad (34)$$

В уравнении (34) соберем все неизвестные слагаемые в неопределенность

$$f_{c\Sigma} = f_c + f_e + I_{c\delta} \dot{\omega}_c, \quad (35)$$

с учетом которой уравнение (34) примет вид

$$I_{c0} \dot{\omega}_c + n I_m \dot{\omega}_m = n c_m \hat{R}^{-1}(u - c_e \omega_m - L \dot{i}) - f_{c\Sigma}. \quad (36)$$

Из уравнения (36) найдем

$$f_{c\Sigma} = -I_{c0} \dot{\omega}_m - n I_m \dot{\omega}_m + n c_n \hat{R}^{-1}(u - c_e \omega_m - L \dot{i}). \quad (37)$$

В правой части уравнения (37) собраны известные слагаемые. Поэтому выражение (37) можно рассматривать как измерение неопределенности $f_{c\Sigma}$. Выражение (37) содержит производные от измеряемых сигналов. Для устранения необходимости дифференцирования измеряемых сигналов построим наблюдатель неопределенности с таким быстродействием, при котором можно полагать

$$\dot{f}_{c\Sigma} = 0. \quad (38)$$

Это означает, что за время переходного процесса неопределенность меняется незначительно. Предположение (38) также допустимо, когда правая часть в выражении (35) является кусочно непрерывной. По уравнению (38) с измерением $f_{c\Sigma}$ построим наблюдатель

$$\hat{f}_{c\Sigma} = l_\Sigma(\hat{f}_{c\Sigma} - f_{c\Sigma}), \quad (39)$$

где l_Σ – коэффициент передачи наблюдателя, определяющий его быстродействие.

Для получения уравнения ошибки наблюдателя $\tilde{f}_{c\Sigma} = \hat{f}_{c\Sigma} - f_{c\Sigma}$ вычтем из уравнения (39) уравнение (38), в результате чего получим

$$\tilde{f}_{c\Sigma} = l_\Sigma \tilde{f}_{c\Sigma}. \quad (40)$$

Уравнение (40) имеет решение

$$\tilde{f}_{c\Sigma} = \tilde{f}_{c\Sigma}(0)e^{l_\Sigma t}, \quad (41)$$

где $\tilde{f}_{c\Sigma}(0)$ – начальное значение ошибки наблюдателя. Пусть t_t – требуемое время переходного процесса, ε – коэффициент, показывающий во сколько раз должна уменьшиться ошибка за время переходного процесса. Тогда из (41) следует

$$l_\Sigma = t_t^{-1} \ln \varepsilon < 0.$$

Для получения рабочей формы наблюдателя подставим выражение (37) в уравнение (31), в результате чего получим

$$\hat{f}_{c\Sigma} = l_\Sigma[\hat{f}_{c\Sigma} + I_{c0}\dot{\omega}_c + nI_m\dot{\omega}_m - nc_m\hat{R}^{-1}(u - c_e\omega_m - L\dot{i})]. \quad (42)$$

Для устранения необходимости дифференцирования измеряемых сигналов введем обозначение

$$z_f = \hat{f}_{c\Sigma} - l_\Sigma(I_{c0}\omega_c + nI_m\omega_m - nc_m\hat{R}^{-1}L\dot{i}), \quad (43)$$

откуда

$$\hat{f}_{c\Sigma} = z_f + l_\Sigma(I_{c0}\omega_c + nI_m\omega_m - nc_m\hat{R}^{-1}L\dot{i}). \quad (44)$$

С учетом обозначений (43), (44) уравнение наблюдателя примет вид

$$\dot{z}_f = l_\Sigma[z_f + l_\Sigma(I_{c0}\omega_c + nI_m\omega_m - nc_m\hat{R}^{-1}L\dot{i}) + nc_m\hat{R}^{-1}u]. \quad (45)$$

Уравнение (45) не содержит производных от измеряемых сигналов.

2.4 Закон управления

Закон управления зададим в виде

$$u = u_i + u_m + u_c, \quad (46)$$

где u_i , u_m , u_c – составляющие закона управления, связанные с токовым контуром, двигателем и объектом управления. Закон управления токовым контуром примем в виде

$$u_i = -\hat{R}k_i i, \quad (47)$$

где $k_i = \text{const}$. Тогда уравнение токового контура (4) примет вид

$$T_e \dot{i} + (1 + k_i \hat{R} R^{-1})i = R^{-1}(u_m + u_c - c_e \omega_m), \quad (48)$$

где $T_e = LR^{-1}$. Предполагается, что оценка сопротивления R точная. Поэтому вместо уравнения (48) будем рассматривать уравнение

$$T_e \dot{i} + (1 + k_i)i = R^{-1}(u_m + u_c - c_e \omega_m), \quad (49)$$

полученное из (48) в предположении, что $R = \hat{R}$. Подстановка i из (49) в (2) дает уравнение двигателя

$$I_m \dot{\omega}_m = -n^{-1} m_e + c_{m1}[R^{-1}(u_m + u_c - c_e \omega_m) - T_e \dot{i}], \quad (50)$$

где

$$c_{m1} = c_m(1 + k_i)^{-1}. \quad (51)$$

Закон управления двигателем зададим в виде

$$u_m = k_m \omega_m - kn^{-1} \hat{m}_e \hat{R} c_{m1}^{-1}. \quad (52)$$

В (52) k_m , k – постоянные коэффициенты.

Примечание. Второе слагаемое в выражении (52) искусственно усиливает жесткость трансмиссии.

Подстановка (52) в (50) дает уравнение работы управляемого двигателя в виде

$$I_m \dot{\omega}_m = -(1 + k)n^{-1} m_e + c_{m1}[R^{-1}(u_c - (c_e + k_m)\omega_m) - T_e \dot{i}]. \quad (53)$$

Компенсатор объекта управления в соответствии с принципом комбинированного управления примем в виде

$$u_c = u_{cs} + u_{cc}, \quad (54)$$

Законы стабилизации u_{cs} и компенсации неопределенности u_{cc} задаются в виде

$$u_{cs} = -k_c(\omega_c - \omega_{cp}), \quad (55)$$

$$u_{cc} = (nc_m)^{-1}\hat{R}\hat{f}_\Sigma, \quad (56)$$

где ω_{cp} – программное значение скорости. Вид u_{cc} выбран исходя из того, что в результате последовательной подстановки (56) в (54), а (54) в (36) появится слагаемое $\hat{f}_\Sigma - f_\Sigma$, свидетельствующее о компенсации неопределенности в случае точной работы наблюдателя неопределенности.

Поскольку в реальных системах всегда существует ограничение напряжения, то будем считать, что

$$u = \text{sat}(u_i + u_m + u_c). \quad (57)$$

2.5 Выбор параметров закона управления

При правильном выборе параметров наблюдателей их выходные переменные будут стремиться к их истинным значениям. Поэтому при выборе параметров регулятора будем считать известными все параметры и переменные электромеханической системы и законов управления (47), (52), (54)–(56). Тогда характеристический определитель системы (1)–(4), (47), (52), (54)–(56) будет иметь вид

$$\begin{vmatrix} I_{c0}s & 0 & -1 & 0 \\ 0 & I_ms & n^{-1} & -c_m \\ c & -cn^{-1} & s & 0 \\ k_cR^{-1} - R^{-1}(k_m - c_e) & k(nc_{m1})^{-1} & T_es + (1 + k_i) & \end{vmatrix}$$

с характеристическим уравнением

$$s^4 + b_1s^3 + b_2s^2 + b_3s + b_4 = 0, \quad (58)$$

где

$$\begin{aligned} b_1 &= (I_{c0}I_mT_e)^{-1}[I_{c0}I_m(1 + k_i)], \\ b_2 &= (I_{c0}I_mT_e)^{-1}[I_mT_ec + I_{c0}(T_ecn^{-2} + c_mR^{-1}(c_e - k_m))], \\ b_3 &= (I_{c0}I_mT_e)^{-1}[I_{c0}cn^{-2}(1 + k_i + c_mc_e^{-1}k) + I_m(c + k_i)], \\ b_4 &= (I_{c0}I_mT_e)^{-1}[cR^{-1}c_m(k_cn^{-1} - k_m + c_e)]. \end{aligned} \quad (59)$$

Для синтеза закона управления воспользуемся модальным методом [14], в соответствии с которым характеристическому уравнению (58) сопоставим стандартное характеристическое уравнение

$$s^4 + a_1\omega_0s^3 + a_2\omega_0^2s^2 + a_3\omega_0^3s + \omega_0^4 = 0, \quad (60)$$

где a_1 , a_2 , a_3 – заданные коэффициенты, ω_0 – частота, определяющая быстродействие системы. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях s , получим систему уравнений для определения коэффициентов закона управления k_c , k_m , k , c_{m1} , k_i , обеспечивающих заданные показатели качества синтезируемой системы управления.

3 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Моделированию подлежит система уравнений (1)–(10), (21), (28)–(30), (44)–(47), (51), (52), (54)–(57) с измерениями i , u , ω_c , ω_m . Неизвестными являются I_c , f_c , f_l , c , R , m_e . При моделировании принимались следующие параметры: $I_{c0} = 250 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, момент инерции считается неизвестным и находится в диапазоне $I_c = (0, 5\dots 2)I_{c0}$, $I_m = 27 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $R_0 = 0, 075 \Omega$, сопротивление принимается равным $R = (0, 67\dots 1, 5)R_0$, $L = 3, 375 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$, $n = 377$, $c_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{рад}^{-1}$, $c_m = 0, 062 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{A}^{-1}$, $c_e = 0, 062 \text{ В} \cdot \text{с} \cdot \text{рад}^{-1}$, $f_l = 0\dots 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $f_c = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $f_m = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$, пусковой ток 360 А, напряжение питания двигателя 27 В. Для модели трения брались следующие значения: $f_{\min} = 0, 67f_0$, $\dot{x}_{\min} = 0, 4 \text{ рад/с}$.

В данной работе применяется адаптивное управление с идентификацией сопротивления R и жесткости c и комбинированное управление с оценкой неизвестных возмущений, возникающих за счет неопределенности I_c , f_c , f_l , и компенсации этих возмущений, а также оценка момента упругости m_e . Таким образом, собственно управление осуществляется полностью определенным объектом. Самым сложным в данной работе является идентификация параметров и оценка возмущений и неизвестной координаты. Поэтому иллюстративный материал будет ограничен только результатами идентификации параметров и оценки переменных.

На рис. 3 и 4 показаны скорости ОУ и двигателя соответственно. Нагрузка $f_l = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$ в виде ступенчатого сигнала прикладывалась на 0,5 с. На рис. 5 представлена разность скоростей, приведенных к ОУ. Изменение тока показано на рис. 6. Сравнение оценок и истинных значений момента упругости и жесткости дано на рис. 7, 8. Сопоставление оценки суммарной неопределенности с ее истинным значением при номинальном моменте инерции ОУ представлено на рис. 9, а при удвоенном – на рис. 10. Рис. 11 иллюстрирует процесс идентификации сопротивления.

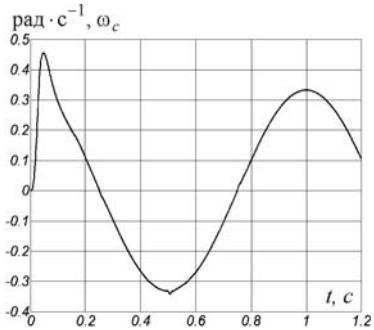


Рисунок 3

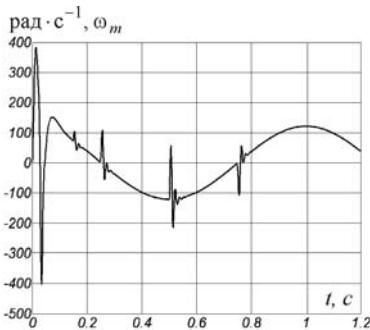


Рисунок 4

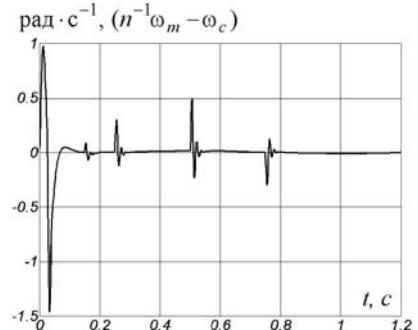


Рисунок 5

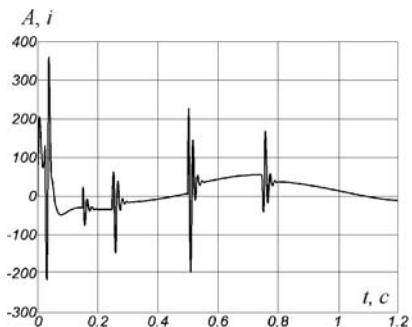


Рисунок 6

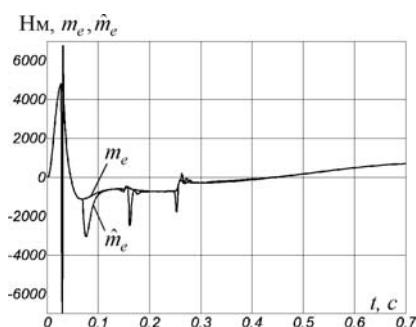


Рисунок 7

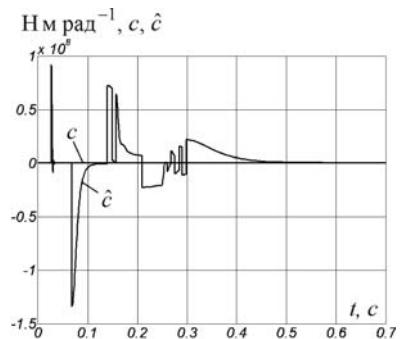


Рисунок 8

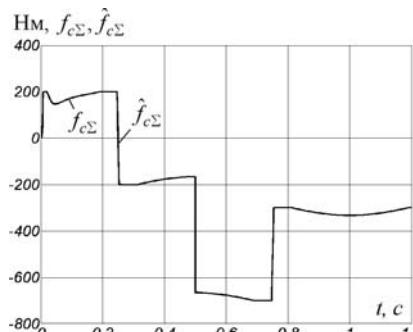


Рисунок 9

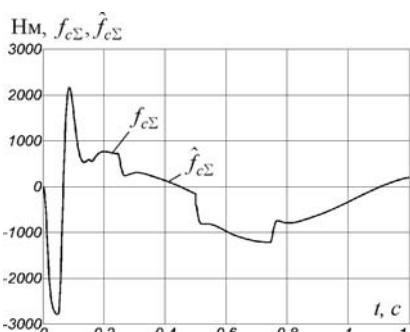


Рисунок 10

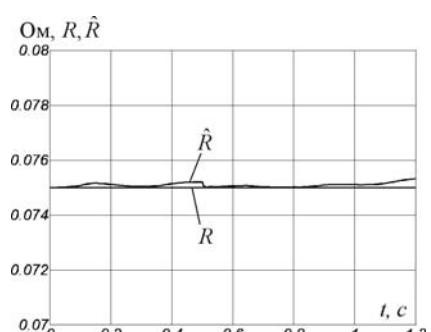


Рисунок 11

Анализ рисунков свидетельствует о высокой точности оценки момента упругости и неопределенности ОУ при изменении момента инерции, нагрузки, модели и параметров трения в широких диапазонах. Сопротивление якорной цепи ротора хорошо оценивается в переходных процессах и при действии нагрузки, так как в этих случаях ток не равен нулю. Это хорошо согласуется с физической сущностью электрических процессов. Поэтому можно рекомендовать при нулевых токах сохранять предыдущие оценки. Оценки момента упругости и жесткости нарушаются в окрестности значения скорости $l_c(n^{-1}\omega_m - \omega_c) = 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье, так же, как и в публикациях [1–6], разрабатываются алгоритмы управления скоростью двухмассовой упругой системы. В отличие от перечисленных работ, в данной статье предполагаются неизвестными сопротивление якорной цепи двигателя постоянного тока, жесткость упругой части механической системы, момент инерции объекта управления, модель и параметры трения, действующего на объект управления. Для оценки сопротивления, жесткости и величины момента упругости синтезированы идентификаторы в виде наблюдателей, доказана их

сходимость и получены зависимости, позволяющие оптимизировать наблюдатели. Часть инерционного момента, обусловленная неопределенностью момента инерции, объединена с моментами нагрузки и трения в неопределенность, которая оценивается с помощью наблюдателя и компенсируется комбинированным управлением. За счет перечисленных мероприятий достигается высокая точность управления. Характерно то, что задачи обеспечения высокой точности и заданных показателей качества переходных процессов решаются независимо. Другой особенностью разработанной системы управления является отсутствие необходимости знания модели трения и ее параметров. Численное моделирование подтверждает работоспособность синтезированных алгоритмов.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Башарин А. В. Управление электроприводами / Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. – Ленинград : Энергоиздат, Ленинградское отделение, 1982. – 392 с.
2. Егоров В. Н. Динамика систем электропривода / Егоров В. Н., Шестаков В. М. – Ленинград : Энерготомиздат, Ленинградское отделение, 1983. – 216 с.
3. Борцов Ю. А. Автоматизированный электропривод с упругими связями / Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Энерготомиздат, Санкт-Петербург. отд-ние, 1992. – 288 с.
4. Акимов Л. В. Синтез упрощенных структур двухмассовых электроприводов с нелинейной нагрузкой / Акимов Л. В., Долбня В. Т., Клепиков В. Б., Пирожок А. В. – Харьков : НТУ «ХПИ» ; Запорожье : ЗНТУ, 2002. – 160 с.
5. Волянский Р. С. Оптимальное управление двухмассовым асинхронным электроприводом с люфтом / Волянский Р. С., Садовой А. В. // Электротехника. – 2004. – № 6. – С. 11–14.
6. Горелов П. В. Релейно-модальное управление двухмассовыми электромеханическими системами / Горелов П. В., Мотченко А. И., Морозов Д. И. // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2008. – № 30. – С. 120–123.
7. Потапенко Е. М. Сравнительная оценка робастных систем управления с различными типами наблюдателей / Потапенко Е. М. // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1995. – № 1. – С. 109–116.
8. Потапенко Е. М. Робастные комбинированные системы управления с наблюдателями / Потапенко Е. М. // Проблемы управления и информатики. – 1995. – № 2. – С. 36–44.
9. Потапенко Е. М. Исследование робастности систем управления с наблюдателями / Потапенко Е. М. // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1996. – № 2. – С. 104–108.
10. Потапенко Е. М. Высокоточное управление упругой электромеханической системой с нелинейным тренингом / Потапенко Е. М., Казурова А. Е. // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2008. – № 1(21). – С. 118–125.
11. C. Canudas-de-Wit. A new model for control of systems with friction / C. Canudas-de-Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – Vol. 40. – Pp. 419–425.
12. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления / Квакернаак Х., Сиван Р. – М. : Мир, 1977. – 650 с.
13. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движений / Меркин Д. Р. – М. : Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1971. – 312 с.
14. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Кузовков Н. Т. – М. : Машиностроение, 1976. – 184 с.

Надійшла 18.07.2008

Розглядається вказана у назві статті пружна система з невизначеними параметрами, яка зазнає дію невідомого навантаження та тертя з невідомими моделлю та параметрами. Синтезовано спостережники для ідентифікації невизначених параметрів та змінних. Розроблено комбінований регулятор, який забезпечує високу точність керування та задані показники якості перевідних процесів.

The elastic system with undermined parameters, which is subjected to influence of uncertain load and friction with unknown model and unknown parameters was considered. Observers for identification of uncertain parameters and variables were synthesized. Combined regulator, ensuring high precision control and prescribed control performance indexes was developed.

АВТОРЫ НОМЕРА

Аветисян Армине Геворговна

кандидат технических наук, заведующая кафедрой Государственного инженерного университета Армении, г. Ереван

Авраменко Валерий Павлович

доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектроники

Аллахверанов Рауф Юсифович

ассистент Харьковского национального университета радиоэлектроники

Алипов Николай Васильевич

доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектроники

Антропов Олег Сергеевич

старший преподаватель Днепропетровского национального университета

Арифов Асан Ильмиеевич

аспирант Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»

Архипов Александр Евгеньевич

доктор технических наук, профессор Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»

Архипова Елена Александровна

дипломник магистратуры Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»

Бабков Виктор Святозарович

аспирант Донецкого национального технического университета

Баранов Алексей Васильевич

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники

Бодянский Евгений Владимирович

доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектронники

Бондарев Борис Николаевич

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Бондарь Евгения Юрьевна

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектронники

Волкова Валентина Владимировна

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектронники

Воропай Алексей Юрьевич

старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Галушко Ирина Анатольевна

студентка Запорожского национального технического университета

Горбач Александра Ивановна

доцент Харьковского национального университета радиоэлектронники

Гороховатский Владимир Алексеевич

кандидат технических наук, доцент Харьковского национального университета радиоэлектронники

Гостев Владимир Иванович

доктор технических наук, заведующий кафедрой Государственного университета информационно-коммуникационных технологий, г. Киев

Гребенник Игорь Валерьевич

доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектронники

Гусятин Владимир Михайлович

кандидат технических наук, профессор
Харьковского национального университета радиоэлектроники

Гусятин Максим Владимирович

инженер Харьковского национального университета радиоэлектроники

Долгов Виктор Иванович

доктор технических наук, профессор
Харьковского национального университета радиоэлектроники

Дробахин Олег Олегович

доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой Днепропетровского национального университета

Душинова Евгения Викторовна

студентка Запорожского национального технического университета

Ивочкина Наталья Васильевна

студентка Запорожского национального технического университета

Егоров Андрей Сергеевич

студент Харьковского национального университета радиоэлектроники

Ермолаев Евгений Петрович

ведущий инженер Харьковского национального университета радиоэлектроники

Залевский Алексей Павлович

аспирант Запорожского национального технического университета

Заяц Василий Михайлович

доктор технических наук, заведующий кафедрой Львовского государственного института новейших технологий и управления имени В. Чорновола

Иванов Дмитрий Евгеньевич

кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института прикладной математики и механики НАН Украины, г. Донецк

Иванова Елена Александровна

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники

Казарян Давид Ашотович

аспирант Государственного инженерного университета Армении, г. Ереван

Казурова Алина Евгеньевна

аспирант Запорожского национального технического университета

Карпуков Леонид Матвеевич

доктор технических наук, заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

Кобыляцкий Андрей Григорьевич

консультант консалтинговой компании ООО «БРИГ-РИТЕЙЛ», г. Запорожье

Коваленко Александр Николаевич

заместитель директора концерна «А/ТВК право медиа холдинг», г. Харьков

Ковалъ Юрий Александрович

доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектроники

Кожушко Дмитрий Геннадиевич

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники

Корольков Игорь Владиславович

аспирант Запорожского национального технического университета

Костыря Александр Алексеевич

кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Харьковского национального университета радиоэлектроники

Куник Евгений Григорьевич

кандидат технических наук, профессор
Харьковского национального университета радиоэлектроники

Ляшенко Сергей Алексеевич

кандидат технических наук, доцент
Харьковского национального технического университета сельского хозяйства им. П. Василенко

Милях Михаил Владимирович

студент Харьковского национального университета радиоэлектроники

Наталуха Юрий Владимирович

кандидат технических наук, доцент
Харьковского национального университета радиоэлектроники

Невлюдов Игорь Шакирович

доктор технических наук, профессор
Харьковского национального университета радиоэлектроники

Неласая Анна Викторовна

старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Новосела Павел Александрович

студент Запорожского национального технического университета

Обельченко Вероника Всеолодовна

кандидат технических наук, доцент
Харьковского национального университета радиоэлектроники

Пархоменко Анжелика Владимировна

кандидат технических наук, доцент
Запорожского национального технического университета

Передний Елена Олеговна

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники

Пиза Дмитрий Макарович

доктор технических наук, проректор
Запорожского национального технического университета

Погосов Валентин Вальтерович

доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

Потапенко Евгений Михайлович

доктор технических наук, профессор
Запорожского национального технического университета

Романенко Сергей Николаевич

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Рыбакова Ольга Владимировна

студентка Запорожского национального технического университета

Симонян Саркис Оганесович

доктор технических наук, заведующий кафедрой Государственного инженерного университета Армении, г. Ереван

Снежной Геннадий Валентинович

кандидат физико-математических наук,
доцент Запорожского национального технического университета

Супрун Татьяна Сергеевна

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники

Томашевский Александр Владимирович

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Фарафонов Алексей Юрьевич

кандидат технических наук, доцент
Запорожского национального технического университета

Хатнюк Ігорь Станиславович

студент Харківського національного
університета радіоелектроніки

Хиль Михаїл Іванович

кандидат техніческих наук, заведую-
щий кафедрой Северодонецкого техно-
логического института Восточноукраин-
ского национального университета име-
ни В. Даля, г. Луганск

Чаговец Ярослав Васильевич

кандидат техніческих наук, доцент
Харківського національного універси-
тета радіоелектроніки

Шабанов-Кушнаренко Сергей Юрьевич

доктор техніческих наук, професор
Харківського національного універси-
тета радіоелектроніки

ДЛЯ СВЕДЕНИЯ АВТОРОВ

Журнал «Радіоелектроніка. Інформатика. Управління» предназначено для публікації найбільш значимих наукових і практических результатів дослідженій ученых вищих учебних заведень та наукових організацій.

Журнал включено в перечень наукових видань України, в яких можуть публіковатися результати дисертаційних робіт на соискання ученых степеней доктора та кандидата техніческих наук.

Статті, опубліковані в журналі, реферуються в реферативних журналах та базах даних ВІНІТИ (Россія) та «Джерело» (Україна). Реферати статей розміщаються на веб-сайті Запорізького національного технічного університета (<http://www.zntu.edu.ua/base/news2005/ric.htm>).

Журнал видається два раза в рік та розповсюджується по підписке в Україні. Підписний індекс 22914.

Последовательность размещения материала статьи: индекс УДК, название статьи, инициалы и фамилия автора(ов), аннотация, текст, перечень ссылок. Рукопись статьи должна быть подписана всеми авторами.

Текст статьи

Принимаются статьи на русском, украинском и английском языках. Размер статьи до 0,5 авторского листа.

Структура статьи

Редакционная коллегия принимает к рассмотрению только научные статьи, которые содержат такие необходимые элементы: постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими заданиями; анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение данной проблемы, и на которые опирается автор; выделение нерешенных ранее частей общей проблемы, которым посвящается статья; формулирование целей статьи (постановка задачи); изложение основного материала исследования с полным обоснованием полученных научных результатов, выводы по данному исследованию и перспективы дальнейших исследований в данном направлении.

Требования к оформлению

Статьи принимаются набранные в редакторе Word for Windows (v.6 и выше).

Параметры страницы:

- размер бумаги – А4 (210x297);
- ориентация – книжная;
- шрифт – Times New Roman Суг, размер – 12 pt;
- междустрочный интервал – полуторный;
- верхнее поле – 20мм, нижнее – 20 мм, левое – 25 мм, правое – 15 мм.

Аннотация

Аннотация является обязательной и подается в начале статьи на русском, украинском (для граждан Украи-

ны) и английском языках. Объем аннотации не должен превышать 40 слов.

Рисунки

Рисунки помещаются в тексте и подаются в отдельных файлах (формат.TIF с разрешением не менее 200 dpi). Рисунки нумеруются и подписываются внизу.

Таблицы

Заголовки таблиц размещаются по центру.

Формулы

Формулы выполняются с помощью встроенного в Word for Windows редактора Microsoft Equation. Формулы нумеруются в круглых скобках справа:

$$Z(\Theta_{\sim}) = 101 \log \left(\frac{\bar{y}}{2} \right)^2 \quad (3)$$

Формулы большого размера записываются в несколько строк.

Перечень ссылок

Перечень ссылок в конце рукописи подается языком оригинала и составляется в порядке упоминания ссылок в тексте и в соответствии со стандартом на библиографическое описание. Ссылки на литературу в тексте обозначаются цифрой в квадратных скобках.

В сведениях об авторах необходимо привести фамилию, имя, отчество (полностью), место работы, должность, ученую степень, рабочий и домашний адрес, телефоны, e-mail.

В редакцию журнала необходимо представить:

- 1) распечатанный текст статьи в 2-х экземплярах;
- 2) экспертное обоснование о возможности опубликования;
- 3) сведения об авторах;
- 4) сопроводительное письмо-ходатайство из организации, где была выполнена работа;
- 5) название статьи, фамилии, имена и отчества авторов на английском языке;
- 6) дискета 3,5' с текстом документа, файлами рисунков, данными о статье на английском языке и сведениями об авторах в формате Word for Windows (v.6 и выше). Файлы можно выслать электронной почтой в виде заархивированных (ZIP-архиватором) файлов.

Статьи, которые не отвечают указанным требованиям, не принимаются к рассмотрению.

Рукописи и дискеты не возвращаются.

Адрес редакции: 69063, г. Запорожье,
ул. Жуковского, 64, ЗНТУ, редакция журнала "РІУ"
Тел.:

(061) 7-698-2-96 – редакционно-издательский отдел
(061) 7-698-3-13 – главный редактор
(061) 7-698-2-96 – зам. главного редактора
Факс: (0612) 64-21-41
E-mail: rvv@zntu.edu.ua, TQM@zntu.edu.ua

Наукове видання

**Радіоелектроніка,
інформатика,
управління**

№ 1 / 2009

Науковий журнал

Головний редактор – д-р техн. наук Піза Д. М.
Заст. головного редактора – канд. техн. наук Дубровін В. І.

Комп'ютерне моделювання та верстання

Новікова К. О.

Оригінал-макет підготовлено у редакційно-видавничому відділі ЗНТУ

*Підписано до друку 03.02.2009. Формат 60x84/8.
Папір офс. Різogr. друк. Ум. друк. арк. 18,6.
Тираж 300 прим. Зам. № 168.*

69063 м. Запоріжжя, ЗНТУ, друкарня, вул. Жуковського, 64