

p-ISSN 1607-3274
e-ISSN 2313-688X

Радіоелектроніка
Інформатика
Управління



Radio Electronics
Computer Science
Control

Радиоэлектроника
Информатика
Управление



2020/4



Національний університет «Запорізька політехніка»

Радіоелектроніка, інформатика, управління

Науковий журнал

Виходить чотири рази на рік

№ 4(55) 2020

Заснований у січні 1999 року.

Засновник і видавець – Національний університет «Запорізька політехніка».

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Запоріжжя

НУ «Запорізька політехніка»

2020

National University «Zaporizhzhia Polytechnic»

Radio Electronics, Computer Science, Control

The scientific journal

Published four times per year

№ 4(55) 2020

Founded in January 1999.

Founder and publisher – National University «Zaporizhzhia Polytechnic».

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

Zaporizhzhia

NU «Zaporizhzhia Polytechnic»

2020

Национальный университет «Запорожская политехника»

Радиоэлектроника, информатика, управление

Научный журнал

Выходит четыре раза в год

№ 4(55) 2020

Основан в январе 1999 года.

Основатель и издатель – Национальный университет «Запорожская политехника».

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Запорожье

НУ «Запорожская политехника»

2020

Науковий журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління» (скорочена назва – РІУ) видається Національним університетом «Запорізька політехніка» (НУ «Запорізька політехніка») з 1999 р. періодичністю чотири номери на рік.

Зареєстровано у Міністерстві юстиції України 19.11.2019 р. (Свідчення про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ № 24220-14060 ПР.)

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Наказом Міністерства освіти і науки України № 409 від 17.03.2020 р. «Про затвердження рішень Атестаційної колегії Міністерства щодо діяльності спеціалізованих вчених рад від 06 березня 2020 року» журнал включений до переліку наукових фахових видань України в категорії «А» (найвищий рівень), в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора наук і доктора філософії (кандидата наук).

Журнал включений до польського Переліку наукових журналів та рецензованих матеріалів міжнародних конференцій з присвоєною кількістю балів (додаток до оголошення Міністра науки та вищої освіти Республіки Польща від 31 липня 2019 р. № 16981).

В журналі безкоштовно публікуються наукові статті англійською, російською та українською мовами.

Правила оформлення статей подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал забезпечує **безкоштовний відкритий он-лайн доступ** до повнотекстових публікацій.

Журнал дозволяє авторам мати авторські права і зберігати права на видання без обмежень. Журнал дозволяє користувачам читати, завантажувати, копіювати, поширювати, друкувати, шукати або посилатися на повні тексти своїх статей. Журнал дозволяє повторне використання його вмісту у відповідності з СС ліцензією CC-BY.

Опублікованим статтям присвоюється унікальний ідентифікатор цифрового об'єкта DOI.

Журнал входить до наукометричної бази Web of Science.

Журнал реферується та індексується у провідних міжнародних та національних реферативних журналах і наукометричних базах даних, а також розміщується у цифрових архівах та бібліотеках з безкоштовним доступом у режимі on-line, повний перелік яких подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал розповсюджується за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

Тематика журналу: телекомунікації та радіоелектроніка, програмна інженерія (включаючи теорію алгоритмів і програмування), комп'ютерні науки (математичне і комп'ютерне моделювання, оптимізація і дослідження операцій, управління в технічних системах, міжмашинна і людино-машинна взаємодія, штучний інтелект, включаючи системи, засновані на знаннях, і експертні системи, інтелектуальний аналіз даних, розпізнавання образів, штучні нейронні і нейро-нечіткі мережі, нечітку логіку, колективний інтелект і мультиагентні системи, гібридні системи), комп'ютерна інженерія (апаратне забезпечення обчислювальної техніки, комп'ютерні мережі), інформаційні системи та технології (структури та бази даних, системи, засновані на знаннях та експертні системи, обробка даних і сигналів).

Усі статті, пропоновані до публікації, одержують **об'єктивний розгляд**, що оцінюється за суттю без урахування раси, статі, віросповідання, етнічного походження, громадянства або політичної філософії автора(ів).

Усі статті проходять двоступінчасте закрите (анонімне для автора) **рецензування** штатними редакторами і незалежними рецензентами – провідними вченими за профілем журналу.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор – Субботін Сергій Олександрович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

Заступник головного редактора – Піза Дмитро Макарович – доктор технічних наук, професор, проректор з науково-педагогічної роботи та питань перспектив розвитку університету, директор інституту інформатики та радіоелектроніки, професор кафедри радіотехніки та телекомунікацій, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

Члени редколегії:

Андролідакіс Іосіф – доктор філософії, голова департаменту телефонії Центру обслуговування мереж, Університет Яніни, Греція;

Бодяньський Євгеній Володимирович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

Веннекенс Юст – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наір), Католицький університет Льовена, Бельгія;

Рекомендовано до видання вченою радою НУ «Запорізька політехніка», протокол № 4/20 від 11.12.2020.

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом НУ «Запорізька політехніка».

Веб-сайт журналу: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Адреса редакції: Редакція журналу «РІУ», Національний університет «Запорізька політехніка», вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна.

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

Вольф Карстен – доктор філософії, професор, професор кафедри технічної інформатики, Дортмундський університет прикладних наук та мистецтв, Німеччина;

Вуттке Ганс-Дітріх – доктор філософії, доцент, провідний науковий співробітник інституту технічної інформатики, Технічний університет Льменау, Німеччина;

Горбань Олександр Миколайович – доктор фізико-математичних наук, професор, професор факультету математики, Університет Лестера, Велика Британія;

Городничий Дмитро Олегович – доктор філософії, кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Дирекції науки та інженерії, Канадська агенція прикордонної служби, Канада;

Дробахін Олег Олегович – доктор фізико-математичних наук, професор, перший проректор, Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, Україна;

Зайцева Олена Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

Камеяма Мічітака – доктор наук, професор, професор факультету науки та інженерії, Університет Ішіномакі Сеншу, Японія;

Карташов Володимир Михайлович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

Левашенко Віталій Григорович – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

Луенго Давид – доктор філософії, професор, завідувач кафедри теорії сигналів та комунікацій, Мадридський політехнічний університет, Іспанія;

Марковська-Качмар Урсула – доктор технічних наук, професор, професор кафедри обчислювального інтелекту, Вроцлавська політехніка, Польща;

Олійник Андрій Олександрович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

Павліков Володимир Володимирович – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, проректор з наукової роботи, Національний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Україна;

Папшицький Марцін – доктор наук, професор, професор відділу інтелектуальних систем, Дослідний інститут систем Польської академії наук, м. Варшава, Польща;

Скруський Степан Юрійович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

Табунчик Галина Володимирівна – кандидат технічних наук, професор, професор кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

Тригано Томас – доктор філософії, старший викладач кафедри електричної та електронної інженерії, Інженерний коледж ім. С. Шамон, м. Ашдод, Ізраїль;

Хенке Карстен – доктор технічних наук, професор, науковий співробітник факультету інформатики та автоматизації, Технічний університет Льменау, Німеччина;

Шарпанських Олексій Альбертович – доктор філософії, доцент, доцент факультету аерокосмічної інженерії, Делфтський технічний університет, Нідерланди.

РЕДАКЦІЙНО-КОНСУЛЬТАТИВНА РАДА

Аррас Пітер – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наір), Католицький університет Льовена, Бельгія;

Ліснянський Анатолій – кандидат фізико-математичних наук, головний науковий експерт, Ізраїльська електрична корпорація, Хайфа, Ізраїль;

Мадрицц Христіан – доктор філософії, професор факультету інженерії та інформаційних технологій, Університет прикладних наук Каринфії, Австрія;

Маркосян Мгер Вардкесович – доктор технічних наук, професор, директор Єреванського науково-дослідного інституту засобів зв'язку, професор кафедри телекомунікацій, Російсько-вірменський університет, м. Єреван, Вірменія;

Рубель Олег Володимирович – кандидат технічних наук, доцент факультету інженерії, Університет МакМастера, Гамільтон, Канада;

Тавхелідзе Автанділ – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор школи бізнесу, технології та освіти, Державний університет ім. Ілії Чавчавадзе, Тбілісі, Грузія;

Урестью Дору – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри електроніки та обчислювальної техніки, Трансильванський університет в Брашові, Румунія;

Шульц Пітер – доктор технічних наук, професор, професор факультету інженерії та комп'ютерних наук, Гамбургський університет прикладних наук (HAW Hamburg), Гамбург, Німеччина.

The scientific journal «Radio Electronics, Computer Science, Control» is published by the National University «Zaporizhzhia Polytechnic» NU «Zaporizhzhia Polytechnic» since 1999 with periodicity four numbers per year.

The journal is registered by the Ministry of Justice of Ukraine in 19.11.2019. (State Registration Certificate of printed mass media series KB № 24220-14060 IIP).

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

By the Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 17.03.2020 № 409 “On approval of the decision of the Certifying Collegium of the Ministry on the activities of the specialized scientific councils dated 06 March 2020” journal is included in the list of scientific specialized periodicals of Ukraine in category “A” (highest level), where the results of dissertations for Doctor of Science and Doctor of Philosophy may be published.

The journal is included to the Polish List of scientific journals and peer-reviewed materials from international conferences with assigned number of points (Annex to the announcement of the Minister of Science and Higher Education of Poland from July 31, 2019: Lp. 16981).

The journal publishes scientific articles in English, Russian, and Ukrainian free of charge.

The article formatting rules are presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

The journal provides policy of on-line open (free of charge) access for full-text publications. The journal allow the authors to hold the copyright without restrictions and to retain publishing rights without restrictions. The journal allow readers to read, download, copy, distribute, print, search, or link to the full texts of its articles. The journal allow reuse and remixing of its content, in accordance with a CC license CC-BY.

Published articles have a unique digital object identifier (DOI).

The journal is included into Web of Science.

The journal is abstracted and indexed in leading international and national abstracting journals and scientometric databases, and also placed to the digital archives and libraries with a free on-line access, full list of which is presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

The journal is distributed: by the Catalogue of Ukrainian periodicals (the catalog number is 22914).

The journal scope: telecommunications and radio electronics, software engineering (including algorithm and programming theory), computer science (mathematical modeling and computer simulation, optimization and operations research, control in technical systems, machine-machine and man-machine interfacing, artificial intelligence, including data mining, pattern recognition, artificial neural and neuro-fuzzy networks, fuzzy logic, swarm intelligence and multiagent systems, hybrid systems), computer engineering (computer hardware, computer networks), information systems and technologies (data structures and bases, knowledge-based and expert systems, data and signal processing methods).

All articles proposed for publication receive an objective review that evaluates substantially without regard to race, sex, religion, ethnic origin, nationality, or political philosophy of the author(s).

All articles undergo a two-stage blind peer review by the editorial staff and independent reviewers – the leading scientists on the profile of the journal.

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief – **Sergey Subbotin** – Dr. Sc., Professor, Head of Software Tools Department, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

Deputy Editor-in-Chief – **Dmytro Piza** – Dr. Sc., Professor, Vice-rector for scientific and pedagogical work and issues of development prospects of the University, Director of the Institute of Informatics and Radio Electronics, Professor of the Department of Radio Engineering and Telecommunications, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

Members of the Editorial Board:

Iosif Androulidakis – PhD, Head of Telephony Department, Network Operation Center, University of Ioannina, Greece;

Eygeniy Bodyanskiy – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

Oleg Drobakhin – Dr. Sc., Professor, First Vice-Rector, Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine;

Alexander Gorban – PhD, Professor, Professor of the Faculty of Mathematics, University of Leicester, United Kingdom;

Dmitry Gorodnichy – PhD, Associate Professor, Leading Research Fellow at the Directorate of Science and Engineering, Canada Border Services Agency, Ottawa, Canada;

Karsten Henke – Dr. Sc., Professor, Research Fellow, Faculty of Informatics and Automation, Technical University of Ilmenau, Germany;

Michitaka Kameyama – Dr. Sc., Professor, Professor of the Faculty of Science and Engineering, Ishinomaki Senshu University, Japan;

Volodymyr Kartashov – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Media Engineering and Information Radio Electronic Systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

Vitaly Levashenko – PhD, Professor, Head of Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia;

David Luengo – PhD, Professor, Head of the Department of Signal Theory and Communication, Madrid Polytechnic University, Spain;

Ursula Markowska-Kaczmar – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Computational Intelligence, Wrocław University of Technology, Poland;

Andrii Oliinyk – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

Marcin Paprzycki – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Intelligent Systems, Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland;

Volodymyr Pavlikov – Dr. Sc., Senior Researcher, Vice-Rector for Research, N. E. Zhukovsky National Aerospace University “KhAI”, Ukraine;

Alexei Sharpanskykh – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Aerospace Engineering Faculty, Delft University of Technology, Netherlands;

Stepan Skrupsky – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer Systems and Networks, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

Galyna Tabunshchyk – PhD, Professor, Professor of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

Thomas (Tom) Trigano – PhD, Senior Lecturer of the Department of Electrical and Electronic Engineering, Sami Shamoon College of Engineering, Ashdod, Israel;

Joost Vennekens – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus de Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

Carsten Wolff – PhD, Professor, Professor of the Department of Technical Informatics, Dortmund University of Applied Sciences and Arts, Germany;

Heinz-Dietrich Wuttke – PhD, Associate Professor, Leading Researcher at the Institute of Technical Informatics, Technical University of Ilmenau, Germany;

Elena Zaitseva – PhD, Professor, Professor, Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia.

EDITORIAL-ADVISORY COUNCIL

Peter Arras – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus De Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

Anatoly Lisnianski – PhD, Chief Scientific Expert, Israel Electric Corporation Ltd., Haifa, Israel;

Christian Madritsch – PhD, Professor of the Faculty of Engineering and Information Technology, Carinthia University of Applied Sciences, Austria;

Mher Markosyan – Dr. Sc., Professor, Director of the Yerevan Research Institute of Communications, Professor of the Department of Telecommunications, Russian-Armenian University, Yerevan, Armenia;

Oleg Rubel – PhD, Associate Professor, Faculty of Engineering, McMaster University, Hamilton, Canada;

Peter Schulz – Dr. Sc., Professor, Professor, Faculty of Engineering and Computer Science, Hamburg University of Applied Sciences (HAW Hamburg), Hamburg, Germany;

Avtandil Tavkhelidze – PhD, Professor, Professor of the School of Business, Technology and Education, Ilia State University, Tbilisi, Georgia;

Doru Ursuțiu – Dr. Sc., Professor, Professor, Department of Electronics and Computer Engineering, University of Transylvania at Brasov, Romania.

Recommended for publication by the Academic Council of NU «Zaporizhzhia Polytechnic», protocol № 4/20 dated 11.12.2020.

The journal is imposed by the editorial-publishing department of NU «Zaporizhzhia Polytechnic».

The journal web-site is <http://ric.zntu.edu.ua>.

The address of the editorial office: Editorial office of the journal «Radio Electronics, Computer Science, Control», National University «Zaporizhzhia Polytechnic», Zhukovskiy street, 64, Zaporizhzhia, 69063, Ukraine.

Tel.: +38-061-769-82-96 – the editorial-publishing department.

E-mail: rvv@zntu.edu.ua©

Fax: +38-061-764-46-62

© National University «Zaporizhzhia Polytechnic», 2020

Научный журнал «Радиоэлектроника, информатика, управление» (сокращенное название – РИУ) издается национальным университетом «Запорожская политехника» (НУ «Запорожская политехника») с 1999 г. периодичностью четыре номера в год.

Зарегистрирован в Министерстве юстиции Украины 19.11.2019 г. (Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации серия КВ № 24220-14060 ПР).

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Приказом Министерства образования и науки Украины № 409 от 17.03.2020 г. «Об утверждении решений Аттестационной коллегии Министерства относительно деятельности специализированных ученых советов от 06 марта 2020 года» журнал включен в перечень научных профессиональных изданий Украины в категории «А» (высокий уровень), в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на соискание ученых степеней доктора наук и доктора философии (кандидата наук).

Журнал включен в польский Перечень научных журналов и рецензируемых материалов международных конференций с присвоенным числом баллов (приложение к объявлению Министра науки и высшего образования Республики Польша от 31 июля 2019 г.: № 16981).

В журнале бесплатно публикуются научные статьи на английском, русском и украинском языках.

Правила оформления статей представлены на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал обеспечивает **бесплатный открытый он-лайн доступ** к полнотекстовым публикациям. Журнал разрешает авторам иметь авторские права и сохранять права на издание без ограничений. Журнал разрешает пользователям читать, загружать, копировать, распространять, печатать, искать или ссылаться на полные тексты своих статей. Журнал разрешает повторное использование его содержания в соответствии с СС лицензией CC-BY.

Опубликованным статьям присваивается уникальный идентификатор цифрового объекта DOI.

Журнал входит в наукометрическую базу Web of Science.

Журнал реферирован и индексируется в ведущих международных и национальных реферативных журналах и наукометрических базах данных, а также размещается в цифровых архивах и библиотеках с бесплатным доступом on-line, полный перечень которых представлен на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал распространяется по Каталогу периодических изданий Украины (подписной индекс – 22914).

Тематика журнала: телекоммуникации и радиоэлектроника, программная инженерия (включая теорию алгоритмов и программирования), компьютерные науки (математическое и компьютерное моделирование, оптимизация и исследование операций, управление в технических системах, межмашинное и человеко-машинное взаимодействие, искусственный интеллект, включая интеллектуальный анализ данных, распознавание образов, искусственные нейронные и нейро-нечеткие сети, нечеткую логику, коллективный интеллект и мультиагентные системы, гибридные системы), компьютерная инженерия (аппаратное обеспечение вычислительной техники, компьютерные сети), информационные системы и технологии (структуры и базы данных, системы, основанные на знаниях, и экспертные системы, обработка данных и сигналов).

Все статьи, предлагаемые к публикации, получают **объективное рассмотрение**, которое оценивается по существу без учета расы, пола, вероисповедания, этнического происхождения, гражданства или политической философии автора(ов).

Все статьи проходят двухступенчатое закрытое (анонимное для автора) **рецензирование** штатными редакторами и независимыми рецензентами – ведущими учеными по профилю журнала.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – Субботин Сергей Александрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

Заместитель главного редактора – Пиза Дмитрий Макарович – доктор технических наук, профессор, проректор по научно-педагогической работе и вопросам перспектив развития университета, директор института информатики и радиоэлектроники, профессор кафедры радиотехники и телекоммуникаций, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

Члены редколлегии:

Андрюлидакис Иосиф – доктор философии, глава департамента телефонии Центра обслуживания сетей, Университет Янины, Греция;

Бодянский Евгений Владимирович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

Веннекенс Юст – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

Вольф Карстен – доктор философии, профессор, профессор кафедры технической информатики, Дортмундский университет прикладных наук и искусств, Германия;

Вуттке Ганс-Дитрих – доктор философии, доцент, ведущий научный сотрудник института технической информатики, Технический университет Ильменау, Германия;

Горбань Александр Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор факультета математики, Университет Лестера, Великобритания;

Городничий Дмитрий Олегович – доктор философии, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Дирекции науки и инженерии, Канадское агентство пограничной службы, Канада;

Дробанш Олег Олегович – доктор физико-математических наук, первый проректор, Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара, Украина;

Зайцева Елена Николаевна – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

Камеяма Мичитака – доктор наук, профессор, профессор факультета науки и инженерии, Университет Ишиномаки Сеншу, Япония;

Карташов Владимир Михайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой медиаинженерии и информационных радиоэлектронных систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

Левашенко Виталий Григорьевич – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

Луэнго Давид – доктор философии, профессор, заведующий кафедрой теории сигналов и коммуникаций, Мадридский политехнический университет, Испания;

Марковска-Качмар Урсула – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительного интеллекта, Вроцлавская политехника, Польша;

Олейник Андрей Александрович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

Павликов Владимир Владимирович – доктор технических наук, старший научный сотрудник, проректор по научной работе, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Э. Жуковского «ХАИ», Украина;

Паншицкий Марцин – доктор наук, профессор, профессор отдела интеллектуальных систем, Исследовательский институт систем Польской академии наук, г. Варшава, Польша;

Скруцкий Степан Юрьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры компьютерных систем и сетей, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

Табунчик Галина Владимировна – кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

Тригано Томас – доктор философии, старший преподаватель кафедры электрической и электронной инженерии, Инженерный колледж им. С. Шамон, г. Ашдод, Израиль;

Хенке Карстен – доктор технических наук, профессор, научный сотрудник факультета информатики и автоматизации Технический университет Ильменау, Германия;

Шарпаньских Алексей Альбертович – доктор философии, доцент факультета аэрокосмической инженерии, Делфтский технический университет, Нидерланды.

РЕДАКЦИОННО-КОНСУЛЬТАТИВНЫЙ СОВЕТ

Аррас Питер – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

Лисьянский Анатолий – кандидат физико-математических наук, главный научный эксперт, Израильская электрическая корпорация, Хайфа, Израиль;

Мадритц Христиан – доктор философии, профессор факультета инженерии и информационных технологий, Университет прикладных наук Каринфии, Австрия;

Маркосян Мгер Вардкесович – доктор технических наук, профессор, директор Ереванского научно-исследовательского института средств связи, профессор кафедры телекоммуникаций, Российско-армянский университет, Ереван, Армения;

Рубель Олег Владимирович – кандидат технических наук, доцент факультета инженерии, Университет МакМастер, Гамильтон, Канада;

Тавхелидзе Автандил – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор школы бизнеса, технологии и образования, Государственный университет им. Ильи Чавчавадзе, Тбилиси, Грузия;

Урестья Дору – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры электроники и вычислительной техники, Трансильванский университет в Брашове, Румыния;

Шульц Питер – доктор технических наук, профессор, профессор факультета инженерии и компьютерных наук, Гамбургский университет прикладных наук (HAW Hamburg), Гамбург, Германия.

Рекомендовано к изданию ученым советом НУ «Запорожская политехника», протокол № 4/20 от 11.12.2020.

Журнал сверстан редакционно-издательским отделом НУ «Запорожская политехника».

Веб-сайт журнала: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Адрес редакции: Редакция журнала «РИУ», Национальный университет «Запорожская политехника», ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063, Украина.

Тел.: +38-061-769-82-96 – редакционно-издательский отдел

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

Факс: +38-061-764-46-62

© Национальный университет «Запорожская политехника», 2020

ЗМІСТ

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....	7
<i>Indyk S. V., Lysechko V. P., Zhuchenko O. S., Kitov V. S.</i> THE FORMATION METHOD OF COMPLEX SIGNALS ENSEMBLES BY FREQUENCY FILTRATION OF PSEUDO-RANDOM SEQUENCES WITH LOW INTERACTION IN THE TIME DOMAIN.....	7
<i>Карацук Н. М., Рихальський О. Р., Заєць Ю. О., Сабадаш С. С.</i> УДОСКОНАЛЕНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ АНТЕНИ У ВИГЛЯДІ ВІДКРИТОГО КІНЦЯ КРУГЛОГО ХВИЛЕВОДУ.....	15
<i>Kupriyanov V. V.</i> TELEMETRICAL INFORMATION EVALUATION ABOUT GEOPHYSICAL PROCESSES AT CONDITIONS OF NOISE.....	26
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....	35
<i>Gorodnov V. P., Kyrylenko V. A., Repilo Iu. E.</i> THE STATES FINAL PROBABILITY ANALYTICAL DESCRIPTION IN QUEUING SYSTEM WITH AN ENTRANCE FLOW OF REQUIREMENTS GROUPS, WITH WAITING AND LEAVING THE QUEUE.....	35
<i>Kodnyanko V. A.</i> FAST RATIONAL INTERPOLATION OF TRANSFER FUNCTIONS OF LINEAR DYNAMIC SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS.....	48
<i>Кошовий М. Д., Дергачов В. А., Павлик Г. В., Заболотний О. В., Кошова І. І., Костенко О. М.</i> МЕТОД ПОБУДОВИ ПЛАНІВ БАГАТОФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ З МІНІМАЛЬНОЮ КІЛЬКІСТЮ ЗМІН РІВНІВ ФАКТОРІВ ТА ОПТИМАЛЬНИХ ЗА ВАРТІСНИМИ (ЧАСОВИМИ) ВИТРАТАМИ.....	55
<i>Nechuiviter O. P.</i> CUBATURE FORMULA FOR APPROXIMATE CALCULATION INTEGRAL OF HIGHLY OSCILLATING FUNCTION OF TREE VARIABLES (IRREGULAR CASE).....	65
<i>Tarasov V. N., Bakhareva N. F.</i> TELETRAFFIC MODEL BASED ON HE2/H2/1 SYSTEMS WITH ORDINARY AND WITH SHIFTED INPUT DISTRIBUTIONS.....	74
НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....	85
<i>Гороховатський В. О., Гадецька С. В., Стяглик Н. І., Власенко Н. В.</i> КЛАСИФІКАЦІЯ ЗОБРАЖЕНЬ НА ПІДСТАВІ АНСАМБЛЮ СТАТИСТИЧНИХ РОЗПОДІЛІВ ЗА КЛАСАМИ ЕТАЛОНІВ ДЛЯ КОМПОНЕНТІВ СТРУКТУРНОГО ОПИСУ.....	85
<i>Ostapiuk Z. V., Korotyeyeva T. O.</i> MULTITOPIC TEXT CLUSTERING AND CLUSTER LABELING USING CONTEXTUALIZED WORD EMBEDDINGS.....	95
<i>Povhan I. F.</i> LIMITED METHOD FOR THE CASE OF ALGORITHMIC CLASSIFICATION TREE.....	106
<i>Субботин С. А.</i> ХЭШИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТ ДЛЯ СОКРАЩЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ ДАННЫХ.....	118
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....	129
<i>Demchuk A. B., Lozynska O. V.</i> METHOD OF DEFINING FREE PLACES IN VIDEO CONTENT FOR IMPOSITION TYPHLOCOMMENTS.....	129
<i>Illiashenko O. O., Kolisnyk M. A., Strielkina A. E., Kotsiuba I. V., Kharchenko V. S.</i> CONCEPTION AND APPLICATION OF DEPENDABLE INTERNET OF THINGS BASED SYSTEMS.....	139
<i>Kozhukhivskiy A. D., Kozhukhivska O. A.</i> ERP-SYSTEM RISK ASSESSMENT METHODS AND MODELS.....	151
<i>Yakovyna V. S., Seniv M. M., Symets I. I., Sambir N. B.</i> ALGORITHMS AND SOFTWARE SUITE FOR RELIABILITY ASSESSMENT OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS.....	163
УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....	178
<i>Довбиш А. С., П'ятаченко В. Ю., Симоновський Ю. В., Шкуронат О. А.</i> ІНФОРМАЦІЙНО-ЕКСТРЕМАЛЬНЕ ІЄРАРХІЧНЕ НАВЧАННЯ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ПРОТЕЗОМ КІСТІ РУКИ З НЕІНВАЗИВНОЮ СИСТЕМОЮ ЗЧИТУВАННЯ БІОСИГНАЛІВ.....	178
<i>Pihnastyi O. M., Khodusov V. D., Kazak V. Yu.</i> OPTIMAL STABILIZATION ALGORITHM FOR PRODUCTION LINE FLOW PARAMETERS.....	188
<i>Zinchenko S. M., Mateichuk V. M., Nosov P. S., Popovych I. S., Appazov E. S.</i> IMPROVING THE ACCURACY OF AUTOMATIC CONTROL WITH MATHEMATICAL METER MODEL IN ON-BOARD CONTROLLER.....	197

CONTENTS

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....	7
<i>Indyk S. V., Lysechko V. P., Zhuchenko O. S., Kitov V. S.</i>	
THE FORMATION METHOD OF COMPLEX SIGNALS ENSEMBLES BY FREQUENCY FILTRATION OF PSEUDO-RANDOM SEQUENCES WITH LOW INTERACTION IN THE TIME DOMAIN.....	7
<i>Karashchuk N. N., Rykhalskyi A. R., Zaiets Yu. A., Sabadash S. S.</i>	
IMPROVED ANTENNA CALCULATION TECHNIQUE IN THE FORM OF OPEN END OF THE ROUND WAVEGUIDE.....	15
<i>Kupriyanov V. V.</i>	
TELEMETRICAL INFORMATION EVALUATION ABOUT GEOPHYSICAL PROCESSES AT CONDITIONS OF NOISE.....	26
MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING.....	35
<i>Gorodnov V. P., Kyrylenko V. A., Repilo Iu. E.</i>	
THE STATES FINAL PROBABILITIES ANALYTICAL DESCRIPTION IN QUEUING SYSTEM WITH AN ENTRANCE FLOW OF REQUIREMENTS GROUPS, WITH WAITING AND LEAVING THE QUEUE.....	35
<i>Kodnyanko V. A.</i>	
FAST RATIONAL INTERPOLATION OF TRANSFER FUNCTIONS OF LINEAR DYNAMIC SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS.....	48
<i>Koshevoy N. D., Dergachov V. A., Pavlyk H. V., Zabolotnyi O. V., Koshevaya I. I., Kostenko E. M.</i>	
THE METHOD OF BUILDING PLANS OF MULTIFACTORIAL EXPERIMENTS WITH MINIMAL NUMBER OF FACTOR LEVELS MEASUREMENTS AND OPTIMAL BY COST (TIME) EXPENSES.....	55
<i>Nechuiviter O. P.</i>	
CUBATURE FORMULA FOR APPROXIMATE CALCULATION INTEGRAL OF HIGHLY OSCILLATING FUNCTION OF TREE VARIABLES (IRREGULAR CASE).....	65
<i>Tarasov V. N., Bakhareva N. F.</i>	
TELETRAFFIC MODEL BASED ON HE ₂ /H ₂ /1 SYSTEMS WITH ORDINARY AND WITH SHIFTED INPUT DISTRIBUTIONS.....	74
NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....	85
<i>Gorokhovatsky V. A., Gadetska S. V., Stiahlyk N. I., Vlasenko N. V.</i>	
CLASSIFICATION OF IMAGES BASED ON AN ENSEMBLE OF STATISTICAL DISTRIBUTIONS BY CLASSES OF ETALONS FOR STRUCTURAL DESCRIPTION COMPONENTS.....	85
<i>Ostapiuk Z. V., Korotyeyeva T. O.</i>	
MULTITOPIC TEXT CLUSTERING AND CLUSTER LABELING USING CONTEXTUALIZED WORD EMBEDDINGS.....	95
<i>Povhan I. F.</i>	
LIMITED METHOD FOR THE CASE OF ALGORITHMIC CLASSIFICATION TREE.....	106
<i>Subbotin S. A.</i>	
THE POLAR COORDINATES BASED HASHING FOR DATA DIMENSIONALITY REDUCTION.....	118
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.....	129
<i>Demchuk A. B., Lozynska O. V.</i>	
METHOD OF DEFINING FREE PLACES IN VIDEO CONTENT FOR IMPOSITION TYPHLO COMMENTS.....	129
<i>Illiashenko O. O., Kolisnyk M. A., Strielkina A. E., Kotsiuba I. V., Kharchenko V. S.</i>	
CONCEPTION AND APPLICATION OF DEPENDABLE INTERNET OF THINGS BASED SYSTEMS.....	139
<i>Kozhukhivskiy A. D., Kozhukhivska O. A.</i>	
ERP-SYSTEM RISK ASSESSMENT METHODS AND MODELS.....	151
<i>Yakovyna V. S., Seniv M. M., Symets I. I., Sambir N. B.</i>	
ALGORITHMS AND SOFTWARE SUITE FOR RELIABILITY ASSESSMENT OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS.....	163
CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....	178
<i>Dovbysh A. S., Piatachenko V. Y., Simonovskiy J. V., Shkuropat O. A.</i>	
INFORMATION-EXTREME HIERARCHICAL MACHINE LEARNING OF THE HAND BRUSH PROSTHESIS CONTROL SYSTEM WITH A NON-INVASIVE BIO SIGNAL READING SYSTEM.....	178
<i>Pihnastyi O. M., Khodusov V. D., Kazak V. Yu.</i>	
OPTIMAL STABILIZATION ALGORITHM FOR PRODUCTION LINE FLOW PARAMETERS.....	188
<i>Zinchenko S. M., Mateichuk V. M., Nosov P. S., Popovyeh I. S., Appazov E. S.</i>	
IMPROVING THE ACCURACY OF AUTOMATIC CONTROL WITH MATHEMATICAL METER MODEL IN ON-BOARD CONTROLLER.....	197

**РАДИОЕЛЕКТРОНІКА
ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ**

**RADIO ELECTRONICS
AND TELECOMMUNICATIONS**

**РАДИОЭЛЕКТРОНИКА
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ**

UDC 621.391

**THE FORMATION METHOD OF COMPLEX SIGNALS ENSEMBLES BY
FREQUENCY FILTRATION OF PSEUDO-RANDOM SEQUENCES WITH
LOW INTERACTION IN THE TIME DOMAIN**

Indyk S. V. – Senior Lecturer of the Department of Transport Communications, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.

Lysechko V. P. – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Transport Communications, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.

Zhuchenko O. S. – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Transport Communications, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.

Kitov V. S. – Senior Lecturer of the Department of Armament of the Air Defense Forces of the Land Forces, Ivan Kozhedub National Air Force University, Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The problem of forming complex signal ensembles on the basis of frequency band filtering and research of their properties is considered. The object of research is the process of synthesis of signal ensembles based on frequency filtering of pseudo-random sequences of short video pulses with low interaction in the time domain.

Objective. It is to form complex signal ensembles with satisfactory values of intercorrelation properties, which are close to the signals with minimal energy interaction.

Method. The results of the application of forming complex signal ensembles method by frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain are presented. As a result of the spectral band selection of the studied pseudo-random short video pulse sequences due to the use of bandpass filters based on the Chebyshev filter of the first kind, new samples of sequences with spectrum restriction are obtained. By applying intercorrelation analysis to the obtained sequence samples, the values of the maximum emissions of the side lobes of the cross-correlation functions (CCF) for all possible signal pairs are estimated. If the values of the maximum emissions of the side lobes of the CCF signals exceed the limit values, the sequence of the analyzed pair with a smaller value of the number of pulses is removed from the ensemble. In case of satisfactory value – the received signals are accepted for the signal ensemble formation with the minimum power interaction. Thus, a new set of values of the maximum emissions of the side lobes of the CCF is formed. This approach increases the number of signals in ensembles with satisfactory values of statistical characteristics with limited signal spectrum width, and the correlation properties of such sequences approach the signals with minimal energy interaction, which reduces the level of multiple access interference. As a result, complex signal ensembles obtained by frequency filtering should be used in cognitive radio systems with code division multiplexing.

Results. Based on the software implementation of the method of forming complex signal ensembles by frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain, signals with satisfactory values of statistical characteristics with limited signal spectrum width with intercorrelation properties close to signals with minimal energy interaction and higher ensemble volume were selected.

Conclusions. The application of frequency filtering to pseudo-random sequences of short video pulses with a low level of cross-correlation allows to obtain complex signal ensembles, which will be similar in correlation properties to sequences with minimal energy interaction. It will reduce the level of multiple access interference. The analysis revealed that the use of frequency filtering of sequences will slightly worsen the mutual correlation properties of signals, possibly due to suboptimal synthesis of values of maximum emission levels of side lobes of CCF signals, but, nevertheless, it is possible to use such signals in modern cognitive systems radio access multiple access with code division multiplexing.

KEYWORDS: complex signal, cross-correlation function, multiple access interference, videopulse, signal base, signal spectrum width, signal duration, duty cycle, impulse duration, minimal energy interaction.

ABBREVIATIONS

FR is a frequency response;
CCF is a cross-correlation function.

NOMENCLATURE

α is a coefficient;
 B is a signal base;
 E_i is energy of i -th signal;
 ΔF is a signal spectrum width;
 Δf is a filtering band width;
 $\sigma_{R_{\max}}$ is a standard deviation of the maximum emissions of the side lobes CCF;
 $m_{R_{\max}}$ is a mathematical expectation of maximum emissions of side lobes CCF;
 N is a number of signal pairs interacting with each other;
 n_i is a number of pulses in i -th sequence;
 n_j is a number of pulses in j -th sequence;
 Q_i is a duty cycle of i -th pulse sequence;
 Q_j is a duty cycle of j -th pulse sequence;
 R_k is a CCF of the sequence pair with serial number k ;
 $rect(\cdot)$ is a pulse of single amplitude and fixed impulse duration;
 $S_i(t)$ is i -th pulse sequence;
 T is a signal duration;
 T_i is a pulse follow-up period in i -th sequence;
 T_j is a pulse follow-up period in j -th sequence;
 τ_i is a impulse duration of i -th sequence;
 τ_j is a impulse duration of j -th sequence;
 U_i is a value of the amplitude in the i -th sequence.

INTRODUCTION

Current trends in the development of multiple access radio systems and the impact of multiple access interference on them, especially in cognitive radio networks, require a further increase in the number of subscribers, provided that the specified quality of service in wireless networks. The study of the properties of complex signal ensembles based on pseudo-random sequences with minimal energy interaction allows to determine the statistical characteristics of complex signal ensembles obtained by applying the method of forming complex signal ensembles through frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain due to which it is possible to significantly increase the volume of the signal ensemble by reducing the values of the maximum emissions of the side lobes of the CCF of such signals, while the level of multiple access interference remains within acceptable values. The received signals should be used in cognitive radio systems based on code division multiplexing, and increasing the number of signals in the ensemble allows you to increase the number of subscribers in such systems, while maintaining a high level of service quality.

The object of study is the process of synthesis of complex signal ensembles formed on the basis of frequency filtering of pseudo-random sequences of short video pulses. Given the limited frequency and time resources in modern cognitive radio systems, the urgent

problem is to increase the volume of complex signal ensembles, in order to improve the quality of service and performance in such systems.

The subject of study is the method of forming complex signal ensembles by frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain based on samples of pseudo-random sequences with minimal energy interaction. There are known methods of forming ensembles for phase-manipulated, amplitude-manipulated and other signals based on linear and nonlinear sequences [1, 2, 3, 4, 5], but the correlation properties of complex signal ensembles obtained by frequency filtering of sequences with low interaction in the time domain were not performed.

The purpose of the work is to develop a method for the synthesis of complex signal ensembles with limited spectrum width, the correlation properties of which are close to the signals with minimal energy interaction.

1 PROBLEM STATEMENT

Suppose a given sample of pseudo-random sequences with minimal interaction in time domain, with the parameters: $\tau_i = \tau_j$, $T_i \approx T_j$, $Q_i \approx Q_j \gg 1$, $n_i \neq n_j$.

The task of forming complex signals ensembles by frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in time domain is to choose the optimal value of Δf based on R_k analysis taking into account the limitations of $m_{R_{\max}}$ and $\sigma_{R_{\max}}$ to match the signals with minimal energy interaction, which in turn increase the number of received signals used to form ensembles.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

Methods of forming complex signals are widely considered in the literature [3, 4, 7]. The value of the crest factor of such signals is close to 1 even taking into account the passage of the filters of the transmission paths [11, 12], and the maximum value of the cross-correlation coefficient of the signal ensemble is of such order that does not significantly reduce noise immunity and does not provide protection against multiple access interference under conditions of a significant dynamic range of received signals. When using recurrent sequences, it is quite difficult to obtain large complex signal ensembles with satisfactory correlation properties [1, 3, 6, 7, 10].

Statistical characteristics of signals obtained by frequency filtering of pseudo-random sequences of short video pulses with low energy interaction are considered insufficiently [2] and therefore require more detailed study to increase the number of complex signals in the ensemble.

3 MATERIALS AND METHODS

To evaluate the complex signals properties, pseudo-random sequences of short video pulses with a low level of cross-correlation were chosen, which are described by the expression [1, 2]:

$$s_i(t) = \sum_{k=1}^{n_i} U_{k_i} \text{rect}[t - (k \cdot Q_i - 1) \cdot \tau_i], \quad (1)$$

the duty cycle of pulse sequence is defined as:

$$Q_i = \frac{T_i}{\tau_i}, \quad (2)$$

to pulses of unit amplitude and fixed pulse duration the following restrictions are put forward [2]:

$$\text{rect}[t - (k \cdot Q_i - 1) \cdot \tau_i] = \begin{cases} 1, & \text{if } (k \cdot Q_i - 1) \cdot \tau_i \leq t \leq k \cdot Q_i \cdot \tau_i; \\ 0, & \text{if } (k \cdot Q_i - 1) \cdot \tau_i > t > k \cdot Q_i \cdot \tau_i. \end{cases} \quad (3)$$

To increase the volume of ensembles using the method of forming complex signal ensembles through frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain, a sample of pseudo-random sequences with minimal energy interaction was chosen.

In the analysis process, the frequency range of such sequences is divided into equal bands. The selection of spectrum parts from the common frequency band of complex signals is done using Chebyshev filter of the first kind. The use of such a filter is appropriate where it is necessary to provide with a small-order filter the necessary amplitude-frequency characteristics, in particular, proper suppression of frequencies from the suppression band.

As a result of the application of such filtering, pseudo-random sequences with minimal energy interaction in the frequency domain were subdivided into sequences characterized by constraints with equal intervals of frequency bands. Analysis of such sequences shows that the signals obtained by selection the frequency bands will differ in shape from each other and, moreover, will meet the condition of minimum similarity of signals (4).

The use of complex signals based on pseudo-random sequences with minimal energy interaction in cognitive systems with multiple access based on code division multiplexing provides a minimum level of multiple access interference, which can be estimated by determining the maximum allowable emissions of side lobes of CCF [3].

$$R_{\max} = \frac{\alpha}{\sqrt{B}}, \quad (4)$$

the signal base is calculated as [3]:

$$B = \Delta F \cdot T. \quad (5)$$

The calculation of the emissions values of the side lobes of the CCF, obtained as a result of permutations of the sequences, takes place in accordance with [3]:

$$R_{ij}(\tau) = \int_{-T}^T s_i(t) s_j^*(t - \tau) dt. \quad (6)$$

Due to the different number of pulses in the sequences, and because the energies of the continuous signals will be different to estimate the CCF by expression (6) it is necessary to normalize the signal energy values [1]:

$$s_{i\text{norm}}(t) = \frac{s_i(t)}{\sqrt{E_i}}. \quad (7)$$

The calculation of the CCF is performed for all possible pairs from the complex signal ensemble, checking the CCF of each pair of signals to meet the condition of ensuring a given maximum emission level of side lobes of mutual correlation. If the maximum emission values of the side lobes of the CCF signals exceed the limit values, the sequence of the analyzed pair with a smaller value of the pulses number is removed from the ensemble. In case of satisfactory value - the received signals are accepted for formation of a signals ensemble with the minimum power interaction. Determination of the optimal filter bandwidth is based on the analysis of the dependence of the maximum values of CCF $R(\tau)$ which depends on the number of elements in the involved sequences $\sqrt{n_i n_j}$ and the width of the filter band ΔF .

The dependence constructing of the maximum emission levels of the side lobes of the CCF on the filtration band width and the number of pulses in the sequences is based on the method described in [4, 5].

Statistical characteristics estimation of signal ensembles based on frequency filtering of short video pulse sequences with minimal energy interaction is performed using the calculation of mathematical expectation of maximum emissions of side lobes CCF signals $m_{R_{\max}}$ when changing the values of filter bands in the range from 0.1% to 2% of the total spectral width at a constant value of duty cycle and signal duration [12]:

$$m_{R_{\max}}(\Delta F) = \frac{\sum_{k=1}^N \max |R_k(\Delta F)|}{N}. \quad (8)$$

To estimate the standard error of the arithmetic mean from the mean value, the calculation of the standard deviation of the maximum emissions of the side lobes CCF $\sigma_{R_{\max}}$ relative to the mathematical expectation is performed:

$$\sigma_{R_{\max}}(\Delta F) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\max |R_k(\Delta F)| - m_{R_{\max}}(\Delta F))^2}{N}}. \quad (9)$$

Thus, the study based on the proposed method for evaluating the correlation properties of complex signal ensembles by frequency filtering allows obtaining sequences with different waveforms, obtained even from the same sequence. The signals obtained by synthesizing different sequences are weakly correlated when they are located in different frequency bands, in addition, this method is relatively easy to implement and does not require significant computational resources.

4 EXPERIMENTS

To implement the proposed method of forming complex signal ensembles by frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain, a software model was developed in the Matlab environment, which practically confirms the obtained theoretical results.

The original sample consists of 50 pseudo-random sequences with minimal energy interaction, on the basis of which, by band filtering, an ensemble of complex signals is formed.

As a result of searching all pairs of signals, the values of cross-correlation of pseudo-random sequences were calculated. Their estimation was carried out on the basis of the constructed models of each pair of sequences.

The selection of spectrum portions from the frequency band, on the basis of small-kind bandpass filters, which provide the necessary frequency response (FR), as well as the proper suppression of frequencies in the suppression band, was applied to the sampling. The frequency filtering band was selected in the range from 5 kHz to 200 kHz, in increments of 10 kHz. As a result of bandpass filtering of pseudo-random sequences on different frequency bands, signals differing in shape were obtained.

For further evaluation of the CCF of the filtered elements of the sequences, a necessary condition is the normalization of the received signals by energy, as due to the different number of pulses in the sequences and their continuity, the signal energies differ.

The next step is to determine the correlation properties of energy-normalized signals and build their models, on the basis of which further calculation of the maximum values of emissions of side lobes CCF signals for all possible pairs from the complex signal ensemble. The result is a dependence model of the maximum values of CCF, which depends on the number of elements in the involved pseudo-random sequences and the width of the filter band. After analyzing in each pair of sequences to meet the condition of ensuring a given level of maximum emissions of the side lobes CCF, only those sequences remain that meet the requirements for the limit values of the signals with minimal energy interaction.

After completing the analysis of the obtained signals that meet the requirements for the limit values of signals with minimal energy interaction, the statistical characteristics of ensembles are evaluated based on the calculation of mathematical expectations of maximum

emissions of side lobes CCF signals $m_{R_{max}}$ to determine the mean value of the sample of the processed results, the calculation of the standard deviation of the maximum emissions of the side lobes CCF $\sigma_{R_{max}}$ relative to the mathematical expectation, to estimate the standard error of the arithmetic mean.

Based on the analysis of the statistical characteristics calculation, it is possible to ensure the effective formation of complex signals by filtering the spectrum bands of pseudo-random sequences with minimal energy interaction.

5 RESULTS

The statistical characteristics calculation of the maximum emissions values of the side lobes of the CCF is given in Table 1. To present the results, the following notations were used: $m_{R_{max}}$ – mathematical expectation of the maximum emissions of the side lobes of the CCF, $\sigma_{R_{max}}$ – standard deviation. The calculations were performed taking into account the frequency filtering band from 0.1% to 2% of the original spectrum width =of the studied sequences.

Comparing the values from the Table 1, the optimal results of solving the problem of complex signals synthesis by filtering bands of pseudo-random sequences of short video pulses with minimal energy interaction were obtained, provided that the condition fulfillment of required level compliance of maximum emissions the side lobes of the CCF with the limit values and at satisfactory values of the statistical characteristics of the studied signals.

Fig. 1 shows the results of the statistical characteristics calculating of the signals obtained by frequency filtering of pseudo-random sequences of short video pulses with minimal energy interaction. Fig. 1a shows the results of the limit values calculation of the side lobes maximum emissions of the CCF, taking into account the frequency filtering band. Obviously, not all calculated pairs satisfy the limit condition, which is shown as a slice. Pairs of sequences whose maximum value exceeds the allowable values must be re-analyzed in order to remove from the sequence signals ensemble that leads to exceeding the limit value. Fig. 1b presents the calculation results of large mathematical expectations of significant maximum emissions of the side lobes of the CCF, taking into account the standard deviation. Fig. 1c shows the dependence of the mathematical expectation of the maximum emissions of CCF side lobes on the frequency band, which shows the correspondence of the maximum values scatter of CCF side lobes to the calculated values, and its value does not exceed $\frac{1}{\sqrt{B}}$ at a

filter bandwidth of 0.2%. From the obtained calculations we can conclude that the optimal filter band is equal to 0.2% of the total value of the sequences spectrum.

Table 1 – The calculation results of the statistical characteristics values of the maximum emissions level of the side lobes of the studied signals CCF

	$\Delta F(\%)$									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
m_{Rmax}	0.584	0.211	0.182	0.146	0.121	0.118	0.116	0.114	0.112	0.110
σ_{Rmax}	0.621	0.43	0.349	0.23	0.22	0.21	0.209	0.208	0.206	0.204
	$\Delta F(\%)$									
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
m_{Rmax}	0.108	0.106	0.102	0.097	0.095	0.093	0.091	0.089	0.088	0.088
σ_{Rmax}	0.2	0.198	0.196	0.194	0.189	0.186	0.183	0.179	0.178	0.177

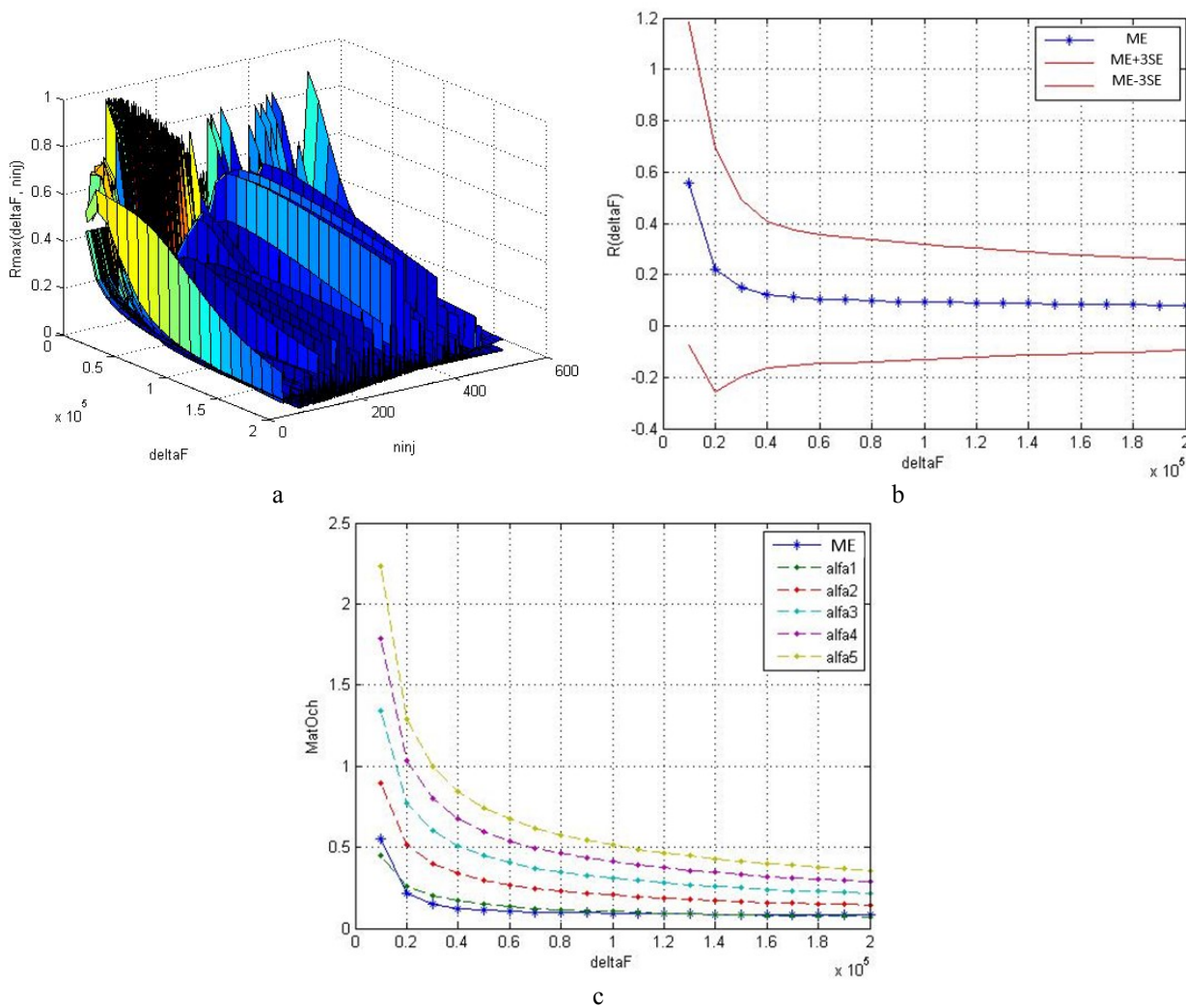


Figure 1 – Calculation results of statistical characteristics of short video pulses sequences with the minimum power interaction on the basis of frequency filtering:

- a – limit values calculation of maximum emissions of CCF side lobes taking into account frequency filtration,
- b – calculation of the mathematical expectation value of the maximum emission level of the CCF side lobes taking into account the standard deviation,
- c – calculation of the mathematical expectation of the maximum emissions of the CCF side lobes at different values of α , depending on the frequency band

6 DISCUSSION

According to the data obtained when calculating of the statistical characteristics of the signals (Table 1) it is seen that based on the analysis of mathematical expectations of maximum emissions of CCF side lobes, depending on the frequency band, we can solve the problem of forming ensembles of complex signals from filtered frequency

bands of the pseudo-random sequences of the short videopulses with minimal energy interaction.

The distribution of the maximum emissions values of the CCF side lobes depending on the number of pulses in the pairs of sequences and the filtration band width in Fig. 1a is limited in the form of a slice of the maximum values of the levels. Those pairs of sequences that exceed

these limits are re-analyzed to determine which of the sequences is not suitable for forming an ensemble of signals. Thus, after re-analysis, only those signals remain that satisfy the limit values of the constraints.

The choice of the optimal filtration band width is made on the basis of the analysis of the mathematical expectation dependence of the maximum emissions of the CCF side lobes (Fig. 1b) depending on the filtration band width. In comparison, condition (3) with different values of α was used (Fig. 1c). As a result, the mathematical expectation of the maximum emissions of the CCF side lobes does not exceed $\frac{1}{\sqrt{B}}$ at a filtration bandwidth of 0.2%.

It should be noted that with the filtration band expansion, the cross-correlation properties of the signals are improved, and, therefore, satisfy the condition of minimal signals similarity, with the disadvantage of a slight increase in the crest factor of such signals. Also, the application of frequency filtering by means of filters with equal frequency bands to the synthesized pseudo-random sequences with minimal energy interaction makes it possible to obtain a difference in the waveforms obtained even from the same sequence. The signals obtained by synthesizing different sequences are uncorrelated when they are located in different frequency bands.

CONCLUSIONS

Studies of the correlation properties of complex signal ensembles obtained by frequency filtering of pseudo-random sequences with minimal energy interaction allow forming much larger signal ensembles than existing complex signals used in modern radio systems with code division multiplexing.

The scientific novelty of obtained results lies in the development of a method for forming ensembles of complex signals by frequency filtering of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain, which have a low level of multiple access interference. This approach simplifies the synthesis of complex signal ensembles based on pseudo-random sequences with minimal energy interaction and increases the number of received signals used to form ensembles with specified emission levels of CCF side lobes.

The practical significance of obtained results is that the possibility of using complex signals ensembles obtained by frequency filtering in cognitive radio systems with multiple access, which are affected by interference from multiple access.

Prospects for further research are to improve the selective capabilities of the proposed method and further modernization, taking into account the permutations of

the filtration bands, as well as a deeper study of the ensemble properties of the signals obtained by the proposed method.

ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by research work of the Ukrainian State University of Railway Transport on the topic: "Study of national requirements for frequency allocation of Ukraine, the latest digital technological radio systems and development of a plan for the use of radio frequency resources of technological radio networks of the JSC "Ukrzaliznytsia" (agreement № 4/31 – 19).

REFERENCES

1. Ipatov V. P. Spread spectrum and CDMA: Principles and applications. Chichester: John Wiley & Sons, 2005, 385 p. DOI: 10.1002/0470091800.
2. Pandit Sh., Singh G. Spectrum sharing in cognitive radio networks. Solan, Springer, 2017, 426 p. DOI: 10.1007/9783319531472.
3. Varakin L. E. Communication systems with noise-like signals. Moscow, Radio and communication, 1985, 384 p.
4. Indyk S., Lysechko V. Method of permutation of intervals, taking into account correlation properties of segments, *Control, navigation and communication system*, 2020. Issue 3 (61), pp. 128–130. DOI: 10.26906/SUNZ.2020.3.
5. Indyk S., Lysechko V. The study of ensemble properties of complex signals obtained by time interval permutation, *Advanced Information Systems*, 2020, Vol. 4, № 3, pp. 85–88. DOI: 10.20998/2522-9052.2020.3.11.
6. Iacobucci M. S. Reconfigurable radio systems: network architectures and standards. Chichester, John Wiley & Sons, 2013, 275 p. DOI: 10.1002/9781118398401.
7. Qiu R. C., Hu Zh., Li H., Wicks M. C. Cognitive radio communications and networking. Chichester, John Wiley & Sons, 2012, 514 p. DOI: 10.1002/9781118376270.
8. Cameron R. J., Kudsia C. M., Mansour R. R. Microwave filters for communication systems: fundamentals, design, and applications. New York, Wiley & Sons, 2007, 771 p. DOI: 10.1002/9781119292371.
9. Palicot J., Noël Favenec Pierre Radio engineering: from software to cognitive radio. Hoboken, John Wiley & Sons, 2011, 378 p. DOI: 10.1002/9781118602218.
10. Ghasemi A., Sousa S. E. Spectrum sensing in cognitive radio networks: Requirements, challenges, and design trade-off, *IEEE Communications Magazine*, 2008, Vol. 46, pp. 32–39.
11. Setoodeh P., Haykin S. Fundamentals of cognitive radio. Hoboken, John Wiley & Sons, 2017, 207 p. DOI: 10.1002/9781119405818.
12. Arslan H. Cognitive radio, software defined radio and adaptive wireless systems. Dordrecht, Springer, 2007, 453p. DOI: 10.1007/9781402055423.

Received 25.09.2020.
Accepted 09.11.2020.

УДК 621.391

МЕТОД ФОРМУВАННЯ АНСАМБЛІВ СКЛАДНИХ СИГНАЛІВ ШЛЯХОМ ЧАСТОТНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ПСЕВДОВИПАДКОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ З НИЗЬКОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ У ЧАСОВІЙ ОБЛАСТІ

Індик С. В. – старший викладач кафедри Транспортного зв'язку, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна.

Лисечко В. П. – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри Транспортного зв'язку, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна.

Жученко О. С. – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри Транспортного зв'язку, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна.

Кітов В. С. – старший викладач кафедри озброєння військ протиповітряної оборони Сухопутних військ, Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Розглянуто задачу формування ансамблів складних сигналів на основі фільтрацій смуг частот та дослідження їх властивостей. Об'єктом дослідження є процес синтезу ансамблів сигналів на основі частотної фільтрації псевдовипадкових послідовностей коротких відеоімпульсів з низькою взаємодією у часовій області.

Мета роботи. Формування ансамблів складних сигналів із задовільними значеннями взаємкореляційних властивостей, які наближаються до сигналів з мінімальною енергетичною взаємодією.

Метод. Наведено результати застосування методу формування ансамблів складних сигналів шляхом частотної фільтрації псевдовипадкових послідовностей з низькою взаємодією у часовій області. У результаті виділення смуг спектру досліджуваних псевдовипадкових послідовностей коротких відеоімпульсів за рахунок використання смугових фільтрів, побудованих на основі фільтра Чебишева першого роду, отримують нові вибірки послідовностей з обмеженням по спектру. Шляхом застосування взаємкореляційного аналізу до отриманих вибірок послідовностей здійснюють оцінку значень максимальних викидів бокових пелюсток функцій взаємної кореляції (ФВК) для усіх можливих пар сигналів. Якщо значення максимальних викидів бічних пелюсток ФВК сигналів перевищують граничні значення, то послідовність пари, що аналізується, з меншим значенням кількості імпульсів видаляється із ансамблю. В випадку задовільного значення – отримані сигнали приймаються для формування ансамблю сигналів з мінімальною енергетичною взаємодією. Таким чином формують новий ряд значень максимальних викидів бічних пелюсток ФВК. Завдяки такому підходу в ансамблях збільшується кількість сигналів із задовільними значеннями статистичних характеристик при обмеженій ширині спектра сигналу, а взаємкореляційні властивості таких послідовностей наближаються до сигналів з мінімальною енергетичною взаємодією, що призводить до зменшення рівня завад множинного доступу. У результаті ансамблі складних сигналів, отримані шляхом частотної фільтрації доцільно використовувати в когнітивних системах радіозв'язку з кодовим розділенням каналів.

Результати. На основі програмної реалізації методу формування ансамблів складних сигналів шляхом частотної фільтрації псевдовипадкових послідовностей з низькою взаємодією у часовій області було відібрано сигнали із задовільними значеннями статистичних характеристик при обмеженій ширині спектра сигналу, із взаємкореляційними властивостями, що наближені до сигналів з мінімальною енергетичною взаємодією та із збільшеним об'ємом ансамблю.

Висновки. Застосування частотної фільтрації до псевдовипадкових послідовностей коротких відеоімпульсів з низьким рівнем взаємної кореляції дозволяє отримувати ансамблі складних сигналів, які будуть подібними за взаємкореляційними властивостями до послідовностей з мінімальною енергетичною взаємодією, що дає можливість знизити рівень завад множинного доступу. У результаті проведеного аналізу виявлено, що застосування частотної фільтрації послідовностей незначно погіршить взаємні кореляційні властивості сигналів, за рахунок, можливо, неоптимального синтезу значень рівнів максимальних викидів бічних пелюсток ФВК сигналів, але, не зважаючи на це, існує можливість застосовувати такі сигнали в сучасних когнітивних системах радіозв'язку множинного доступу із кодовим розділенням каналів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: складний сигнал, функція взаємної кореляції, завада множинного доступу, відеоімпульс, база сигналу, ширина спектра сигналу, тривалість сигналу, шпаруватість, тривалість імпульсу, мінімальна енергетична взаємодія.

УДК 621.391

МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ АНСАМБЛЕЙ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ ПУТЕМ ЧАСТОТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С НИЗКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Индик С. В. – старший преподаватель кафедры Транспортной связи, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, Харьков, Украина.

Лысечко В. П. – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры Транспортной связи, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, Харьков, Украина.

Жученко А. С. – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры Транспортной связи, Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, Харьков, Украина.

Китов В. С. – старший преподаватель кафедры вооружения войск противовоздушной обороны Сухопутных войск, Харьковский национальный университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков, Украина.

АННОТАЦІЯ

Актуальність. Рассмотрена задача формирования ансамблей сложных сигналов на основе фильтрации полос частот и исследования их свойств. Объектом исследования является процесс синтеза ансамблей сигналов на основе частотной фильтрации псевдослучайных последовательностей коротких видеоимпульсов с низким взаимодействием во временной области.

Цель работы. Формирование ансамблей сложных сигналов с удовлетворительными значениями взаимокорреляционных свойств, которые приближаются к сигналам с минимальным энергетическим взаимодействием.

Метод. Приведены результаты применения метода формирования ансамблей сложных сигналов путем частотной фильтрации псевдослучайных последовательностей с низким взаимодействием во временной области. В результате выделения полос спектра исследуемых псевдослучайных последовательностей коротких видеоимпульсов за счет использования полосовых фильтров, построенных на основе фильтра Чебышева первого рода, получают новые выборки последовательностей с ограничением по спектру. Путем применения взаимокорреляционного анализа к полученным выборкам последовательностей осуществляют оценку значений максимальных выбросов боковых лепестков функции взаимной корреляции (ФВК) для всех возможных пар сигналов. Если значение максимальных выбросов боковых лепестков ФВК сигналов превышают предельные значения, то последовательность пары, которая анализируется, с меньшим значением количества импульсов удаляется из ансамбля. В случае удовлетворительного значения – полученные сигналы принимаются для формирования ансамбля сигналов с минимальным энергетическим взаимодействием. Таким образом формируют новый ряд значений максимальных выбросов боковых лепестков ФВК. Благодаря такому подходу в ансамблях увеличивается количество сигналов с удовлетворительными значениями статистических характеристик при ограниченной ширине спектра сигнала, а взаимокорреляционные свойства таких последовательностей приближаются к сигналам с минимальным энергетическим взаимодействием, что приводит к уменьшению уровня помех множественного доступа. В результате ансамбли сложных сигналов, полученные путем частотной фильтрации целесообразно использовать в когнитивных системах радиосвязи с кодовым разделением каналов.

Результаты. На основе программной реализации метода формирования ансамблей сложных сигналов путем частотной фильтрации псевдослучайных последовательностей с низким взаимодействием во временной области были отобраны сигналы с удовлетворительными значениями статистических характеристик при ограниченной ширине спектра сигнала, с взаимокорреляционными свойствами, приближенными к сигналам с минимальным энергетическим взаимодействием и с увеличенным объемом ансамбля.

Выводы. Применение частотной фильтрации к псевдослучайным последовательностям коротких видеоимпульсов с низким уровнем взаимной корреляции позволяет получать ансамбли сложных сигналов, которые будут сходными по взаимокорреляционным свойствам с последовательностями с минимальным энергетическим взаимодействием, что дает возможность снизить уровень помех множественного доступа. В результате проведенного анализа выявлено, что применение частотной фильтрации последовательностей незначительно ухудшит взаимные корреляционные свойства сигналов, за счет, возможно, неоптимального синтеза значений уральной максимальной выбросов боковых лепестков ФВК сигналов, но, несмотря на это, существует возможность применять такие сигналы в современных когнитивных системах радиосвязи множественного доступа с кодовым разделением каналов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сложный сигнал, функция взаимной корреляции, помеха множественного доступа, видеоимпульс, база сигнала, ширина спектра сигнала, длительность сигнала, пик - фактор, скважность, длительность импульса, минимальное энергетическое взаимодействие.

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Ipatov V. P. Spread spectrum and CDMA: Principles and applications / V. P. Ipatov. – Chichester : John Wiley & Sons, 2005. – 385 p. DOI:10.10020470091800.
2. Pandit Sh. Spectrum sharing in cognitive radio networks / Sh. Pandit, G. Singh. – Solan : Springer, 2017. – 426 p. DOI:10.1007/9783319531472.
3. Varakin L. E. Communication systems with noise-like signals / L. E. Varakin – M. : Radio and communication, 1985. – 384 p.
4. Indyk S. Method of permutation of intervals, taking into account correlation properties of segments / S. Indyk, V. Lysechko // Control, navigation and communication system. – 2020. – Issue 3 (61). – P. 128–130. DOI:10.26906/SUNZ.2020.3.
5. Indyk S. The study of ensemble properties of complex signals obtained by time interval permutation / S. Indyk, V. Lysechko // Advanced Information Systems. – 2020. – Vol. 4, № 3. – P. 85–88. DOI: 10.20998/2522-9052.2020.3.11.
6. Iacobucci M. S. Reconfigurable radio systems: network architectures and standards / M. S. Iacobucci. – Chichester : John Wiley & Sons, 2013. – 275 p. DOI:10.1002/9781118398401.
7. Cognitive radio communications and networking / [R. C. Qiu, Zh. Hu, H. Li, M. C. Wicks] – Chichester : John Wiley & Sons, 2012. – 514 p. DOI:10.1002/9781118376270.
8. Cameron R. J. Microwave filters for communication systems: fundamentals, design, and applications / R. J. Cameron, C. M. Kudzia, R. R. Mansour. – New York : Wiley & Sons, 2007. – 771 p. DOI:10.1002/9781119292371.
9. Palicot J. Radio engineering: from software to cognitive radio / J. Palicot, Pierre Noël Favennec. – Hoboken : John Wiley & Sons, 2011. – 378 p. DOI:10.1002/9781118602218.
10. Ghasemi A. Spectrum sensing in cognitive radio networks: Requirements, challenges, and design trade-off / A. Ghasemi, S. E. Sousa // IEEE Communications Magazine. – 2008. – Vol. 46. – P. 32–39.
11. Setoodeh P. Fundamentals of cognitive radio / P. Setoodeh, S. Haykin. – Hoboken : John Wiley & Sons, 2017. – 207 p. DOI:10.1002/9781119405818.
12. Arslan H. Cognitive radio, software defined radio and adaptive wireless systems / H. Arslan. – Dordrecht : Springer, 2007. – 453 p. DOI:10.1007/9781402055423.

УДОСКОНАЛЕНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ АНТЕНИ У ВИГЛЯДІ ВІДКРИТОГО КІНЦЯ КРУГЛОГО ХВИЛЕВОДУ

Карашук Н. М. – канд. техн. наук, старший викладач кафедри телекомунікацій та радіотехніки Житомирського військового інституту імені С. П. Корольова, Житомир, Україна.

Рихальський О. Р. – канд. техн. наук, доцент, старший викладач кафедри телекомунікацій та радіотехніки Житомирського військового інституту імені С. П. Корольова, Житомир, Україна.

Заєць Ю. О. – старший викладач кафедри телекомунікацій та радіотехніки Житомирського військового інституту імені С. П. Корольова, Житомир, Україна.

Сабадаш С. С. – викладач кафедри телекомунікацій та радіотехніки Житомирського військового інституту імені С. П. Корольова, Житомир, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Спрямовані (слабоспрямовані) антени сантиметрового діапазону хвиль того чи іншого типу можуть застосовуватись як окремі випромінювачі та бути у складі антенних решіток. Необхідність забезпечити мінімізацію втрат потужності сигналу в таких антенах є досить важливим та актуальним науково-практичним завданням в будь-якому випадку. Тому для мінімізації втрат потужності сигналу в антенах сантиметрового діапазону хвиль слід розробляти нові (удосконалювати існуючі) підходи до зменшення зазначених втрат.

Мета. Метою дослідження є вдосконалення методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, яка живиться коаксіальною лінією із циліндричним діелектричним узгоджувальним трансформатором, завдяки врахуванню методом еквівалентних схем торцевих ємностей цього трансформатора.

Метод. Для досягнення мети дослідження використовуватися наближений апертурний метод, що базується на принципі Гюйгенса-Кірхгофа, метод еквівалентних схем, методи чисельного дослідження та натурального експерименту.

Результати. Удосконалено та виведено нові розрахункові формули, що враховують вплив торцевих ємностей, які показують наступні особливості: довжина циліндричного діелектричного узгоджувального трансформатора повинна бути меншою чверті довжини хвилі, за цього величина зменшення визначається ємністю торців; торцеві ємності збільшують необхідний хвильовий опір цього трансформатора; смуга пропускання антени збільшується за зменшення перепаду опорів, які підлягають узгодженню. Практичним значенням результатів дослідження є зменшення втрат потужності сигналу в антені за рахунок покращення узгодження, що визначено за зміною коефіцієнта стоячих хвиль за напругою в заданій смузі частот круглого хвилеводу. Для відкритого кінця хвилеводу круглого перетину із циліндричним діелектричним узгоджувальним трансформатором, розрахованим за удосконаленою методикою, діаграми спрямованості як у площині Е, так і в площині Н наближаються до діаграм спрямованості круглого хвилеводу із синфазним розкритом.

Висновки. Перевірку запропонованої методики здійснено шляхом порівняння теоретичних розрахунків та експериментальних досліджень зміни коефіцієнта стоячої хвилі за напругою у смузі частот і діаграми спрямованості в площинах Е та Н за використання відомої та удосконаленої методик.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: слабоспрямована антена, круглий хвилевід, сантиметровий діапазон хвиль, втрати потужності сигналу, пристрій узгодження.

АБРЕВІАТУРИ

ДС – діаграма спрямованості;
ЕМХ – електромагнітна хвиля;
КЛ – коаксіальна лінія;
КСХН – коефіцієнт стоячої хвилі за напругою;
ЦДУТ – циліндричний діелектричний узгоджувальний трансформатор.

НОМЕНКЛАТУРА

a_x – радіус поперечного перетину круглого хвилеводу;
 A_{ef} – ефективна площа антени;
 jB – реактивна ємнісна складова хвильової провідності відрізка КЛ довжиною l ;
 b – нормована реактивна ємнісна складова провідності торців;
 b_m – нормована трансформована реактивна провідність ЦДУТ;

$F^2(\theta_i)$ – нормована ДС антени за потужністю j -го вимірювання;

K_θ – вимірне значення коефіцієнта біжучої хвилі уздовж відрізка l ;

k – коефіцієнт фази електромагнітної хвилі;

R_{\min} – мінімальний вхідний опір відрізка КЛ довжиною l ;

λ_0 – середня довжина хвилі;

ϵ_m – відносна діелектрична проникність ЦДУТ;

μ_m – відносна магнітна проникність ЦДУТ;

ϵ_0 – відносна діелектрична проникність вакууму;

μ_0 – відносна магнітна проникність вакууму;

Π – густина потоку потужності поля.

ВСТУП

Антена у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу застосовується в якості слабоспрямованої антени

сантиметрового діапазону хвиль. Хвилеводи круглого перетину зазвичай збуджуються хвилею типу H_{11} . Відсутність інших типів хвиль забезпечується за умови $2,61a_x < \lambda_0 < 3,41a_x$ [1, 2]. За цього має місце відносна однорідність поляризації хвилі типу H_{11} . За інших типів хвиль у хвилеводі круглого перетину неоднорідність поляризації значно більше [3–7]. Також особливістю такої антени є її недостатнє узгодження з вільним простором внаслідок різкої зміни умов поширення ЕМХ за переходу від хвилеводу до вільного простору, що призводить до істотних втрат потужності сигналу [6–11]. Для покращення узгодження застосовують різні пристрої [12–14] загальним недоліком яких є резонансність. Тому для узгодження хвилеводу круглого перетину з КЛ живлення доцільно застосувати ЦДУТ, що послідовно вмикається в КЛ [15]. Проте, відома методика розрахунку [15] не враховує вплив торцевих ємностей ЦДУТ.

Отже, невіршеною раніше частиною загальної проблеми узгодження хвилеводу круглого перетину із КЛ живлення є врахування впливу торцевих ємностей на краях ЦДУТ.

Об'єктом дослідження є випромінювання та приймання ЕМХ слабоспрямованою антеною сантиметрового діапазону хвиль.

Предметом дослідження є методики розрахунку слабоспрямованих антен сантиметрового діапазону хвиль.

Метою статті є удосконалення методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, яка живиться КЛ із ЦДУТ, завдяки врахуванню методом еквівалентних схем торцевих ємностей цього трансформатора, що дозволить покращити узгодження в заданій смузі частот та зменшити втрати потужності сигналу.

1 ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Розглянемо антену (рис. 1) у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу діаметром $2a_x$, що живиться КЛ з внутрішнім провідником діаметром d та містить ЦДУТ довжиною l_m і діаметром d_m . Перша частина розглянутого пристрою узгодження є відрізком КЛ довжиною l (з хвильовим опором Z_l), яка забезпечує, щоб на її вході отримати чисто активний опір R , що здійснюється підбором значення l . Друга частина пристрою узгодження є відрізком КЛ з ЦДУТ довжиною l_m (згідно з [15] $l_m = 0,25\lambda_0$) та хвильовим опором Z_m . Призначення другої частини – трансформувати активний опір входу трансформатора зі сторони генератора R_{ex} так, щоб він дорівнював хвильовому опору КЛ, яка узгоджується, тобто, щоб $Z_l = R_{ex}$. Це забезпечується підбором хвильового опору трансформатора. Торцеві поверхні ЦДУТ утворюють ємності [16, 17] щодо зовнішнього провідника.

Розгляд трансформації провідностей через ЦДУТ за наявності ємнісних провідностей на торцях циліндричної вставки доцільно проводити методом еквівалентних схем із застосуванням теорії довгих ліній за допомогою кругової діаграми Вольперта [18, 19]. Значення нормованих активної g_{ex} та реактивної b_{ex} складових вхідної провідності можуть бути описані виразами, які наведені в [15], із яких випливає, що ЦДУТ за наявності торцевих ємностей повного узгодження не забезпечує, оскільки трансформація активних провідностей виявляється менше необхідною. Взаємна компенсація трансформованої вхідної реактивної провідності b_{ex} і реактивної провідності торців b відбувається лише частково.

Отже, трансформація активної провідності є недостатньою, нормована вхідна реактивна провідність є меншою за одиницю.

Таким чином, необхідно удосконалити методику розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, шляхом врахування торцевих ємностей для покращення узгодження у визначеній смузі частот.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Для покращення узгодження антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу застосовується ряд конструктивних рішень [12–14]: узгоджувальні трансформатори у вигляді діелектричних втулок, кілець, відрізків ліній передачі енергії; узгоджувальні пристрої для компенсації реактивних складових опору – штирі, діафрагми, короткозамкнуті хвилеводні шлейфи; поглинальні навантаження. Розрахунок значення вище узгоджувальних елементів потребує врахування неоднорідностей у хвилеводах [15], тому зазвичай проводиться методом еквівалентних схем [15, 20], зокрема, за допомогою кругової діаграми Вольперта [15]. Проте, загальним проблемним питанням щодо вказаних неоднорідностей є те, що вони резонансні.

Застосування їх для узгодження хвилеводу круглого перетину не забезпечить узгодження в заданій смузі частот щодо хвилі типу H_{11} та призведе до зміни структури поля цієї хвилі.

Розрахунок ЦДУТ проводиться методом еквівалентних схем [15, 19–23]. Для виведення розрахункових формул, які враховують вплив торцевих ємностей C , використовується теорія довгих ліній та кругова діаграма Вольперта [15]. Відповідно, отримано значення нормованих активної та реактивної складових вхідної провідності ЦДУТ [15]:

$$g_{ex} = \frac{1}{1 + (b \cdot K_{\delta})^2} \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2} < \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2}, \quad (1)$$

$$b_{ex} = b_m + b = \left(\frac{K_{\delta}}{1 + (b \cdot K_{\delta})^2} + 1 \right) b. \quad (2)$$

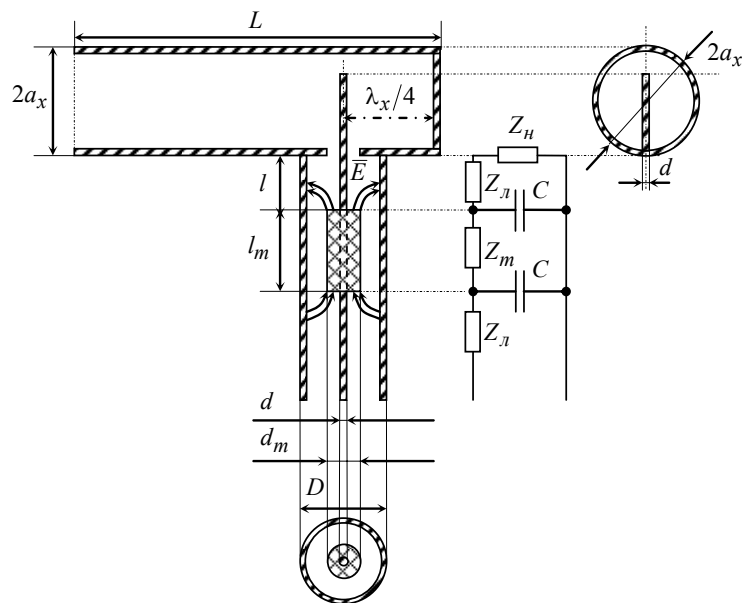


Рисунок 1 – Антена у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, розрахованого з врахуванням торцевих ємностей для покращення узгодження у визначеній смузі частот

Аналіз формул (1) і (2) показує, що трансформація активної провідності є недостатньою, вхідна реактивна провідність є меншою одиниці (1).

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Для виведення нових розрахункових формул, що враховують вплив торцевих ємностей, використовується вираз для нормованої вхідної провідності, представлений таким чином [1]:

$$y_{ex} = \frac{Z_{\lambda}}{Z_m} \frac{\left(\frac{1}{R_{\min}} + jB \right) Z_m + jtg(kl)}{1 + j \left(\frac{1}{R_{\min}} + jB \right) Z_m - tg(kl)} + jBZ_{\lambda}. \quad (3)$$

За умови $tg(kl) \gg 1$ і $b - BZ_{\lambda} \ll 1$ із виразу (3) можна отримати інший вигляд формули для нормованої вхідної провідності:

$$y_{ex} = \frac{R_{\min} Z_{\lambda}}{Z_m^2} \frac{1}{1 - \frac{2b(K_{\delta})^2 \frac{Z_{\lambda}}{Z_m} + b^2 K_{\delta} \left(\frac{Z_m}{Z_{\lambda}} \right)^2}{tg(kl)}} + j \frac{Z_{\lambda}}{Z_m} \left(1 - \left(\frac{R_{\min}}{Z_m} \right)^2 \right) \left(b \frac{Z_m}{Z_{\lambda}} - \frac{1}{tg(kl)} \right). \quad (4)$$

Прирівнюючи у формулі (4) вхідну реактивну провідність до нуля, можна отримати рівняння щодо параметрів ЦДУТ:

$$tg(kl) = 1 / \left(b \frac{Z_m}{Z_{\lambda}} \right). \quad (5)$$

Рівняння (5) можна перетворити до розрахункової формули для середньої довжини хвилі:

$$\lambda_0 = \frac{4l}{1 - \frac{2}{\pi} b \sqrt{K_{\delta}}}, \quad (6)$$

або для довжини ЦДУТ з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях:

$$l_m = \frac{\lambda_0}{4} \left(1 - \frac{2}{\pi} b \sqrt{K_{\delta}} \right). \quad (7)$$

Згідно з формулами (6) і (7), довжина ЦДУТ повинна бути трохи меншою чверті довжини хвилі. Це визначається нормованою реактивною провідністю торців, тобто ємністю торців C .

Підстановка формули (5) у (4) дозволяє виразити активну частину нормованої вхідної провідності g_{ex} таким чином:

$$g_{ex} = \frac{R_{\min} Z_{\lambda}}{Z_m^2} \frac{1}{1 - (b \cdot K_{\delta})^2}. \quad (8)$$

Прирівнявши нормовану вхідну провідність (8) до одиниці ($g_{ex} = 1$), можна знайти уточнене необхідне значення хвильового опору ЦДУТ з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях:

$$Z_m = Z_{\text{л}} \sqrt{K_{\delta}} \frac{1}{1 - (b \cdot K_{\delta})^2}. \quad (9)$$

Порівняння (9) і виразу для розрахунку хвильового опору ЦДУТ [2] показує, що торцеві ємності збільшують необхідний хвильовий опір ЦДУТ.

Торцева ємність C обчислюється як половина від ємності еквівалентного диска C_{δ} [19]:

$$C = \frac{1}{2} C_{\delta} = 2\varepsilon_0 d_m \ln \left(\xi_e + \sqrt{\xi_e^2 - 1} \right), \quad (10)$$

де

$$\xi_e = \frac{1}{2} + \frac{(D-d)}{2(D-d_m)} = \frac{2D-d_m-d}{2(D-d_m)}. \quad (11)$$

Розрахунок діаметра ЦДУТ проводиться за виразом, виведеним із формули для хвильового опору КЛ живлення, враховуючи умову узгодження [2]:

$$Z_m = 138 \sqrt{\frac{\mu_m}{\varepsilon_m}} \lg \frac{D}{d_m} = Z_{\text{л}} \sqrt{K_{\delta}}, \quad (12)$$

$$d_m = D \cdot 10^{-\frac{Z_{\text{л}} \sqrt{K_{\delta}} \sqrt{\varepsilon_m}}{138}}. \quad (13)$$

Представлення частоти f у виді суми середньої частоти f_0 і відхилення частоти від f_0 у смузі пропускання ∂f дозволяє у формулі (3) виразити kl наступним чином:

$$kl = 2\pi(f_0 + \partial f) \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} l_m = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\partial f}{f_0} \right). \quad (14)$$

Підставляючи (14) у (3) за $B=0$, можна отримати наступний вираз для нормованої вхідної провідності ЦДУТ:

$$y_{\text{вх}} = \frac{R_{\text{min}} Z_{\text{л}}}{Z_m^2} + j \frac{R_{\text{min}} Z_{\text{л}}}{Z_m^2} \left(\frac{\pi \partial f}{2 f_0} \right) \times \left(\sqrt{\frac{Z_{\text{л}}}{R_{\text{min}}}} - \sqrt{\frac{R_{\text{min}}}{Z_{\text{л}}}} \right), \quad (15)$$

де

$$\frac{R_{\text{min}} Z_{\text{л}}}{Z_m^2} = 1, \quad (16)$$

$$\sqrt{\frac{R_{\text{min}}}{Z_{\text{л}}}} = \frac{R_{\text{min}}}{Z_m}. \quad (17)$$

З урахуванням (15) коефіцієнт відбиття Γ і КСХН K_c на вході ЦДУТ можуть бути представлені так:

$$\Gamma = \frac{1 - y_{\text{вх}}}{1 + y_{\text{вх}}} = j \frac{\pi}{4} \frac{\partial f}{f_0} \left(\sqrt{\frac{Z_{\text{л}}}{R_{\text{min}}}} - \sqrt{\frac{R_{\text{min}}}{Z_{\text{л}}}} \right), \quad (18)$$

$$K_c = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 1 + \frac{\pi}{2} \left| \frac{\partial f}{f_0} \left(\sqrt{\frac{Z_{\text{л}}}{R_{\text{min}}}} - \sqrt{\frac{R_{\text{min}}}{Z_{\text{л}}}} \right) \right|. \quad (19)$$

Із формул (18) і (19) видно, що смуги пропускання тим вужче, чим більший перепад опорів, що підлягають узгодженню, тобто чим більше відношення $Z_{\text{л}}/R_{\text{min}}$. Із формули (19) можна знайти відносну смугу пропускання ЦДУТ:

$$\frac{2\partial f}{f_0} = \frac{4}{\pi} \frac{K_c - 1}{\left| \sqrt{\frac{Z_{\text{л}}}{R_{\text{min}}}} - \sqrt{\frac{R_{\text{min}}}{Z_{\text{л}}}} \right|}. \quad (20)$$

Значення КСХН у (20) береться, як рівень частотної характеристики КСХН, за яким визначається ширина смуги пропускання ЦДУТ $2\Delta f$.

Отже, для забезпечення зменшення втрат потужності сигналу в слабоспрямованих антенах сантиметрового діапазону хвиль у результаті проведеного дослідження удосконалено формули (6)–(9), (18)–(20) для розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвильоводу, що живиться КЛ із ЦДУТ.

Отримані аналітичні вирази показують, що довжина узгоджувального трансформатора повинна бути менше чверті довжини хвилі, що зумовлено ємністю його торців, а смуга пропускання антени збільшується за зменшення перепаду опорів, які підлягають узгодженню.

Розширити смугу пропускання можна за рахунок зрізів на краях ЦДУТ. Також підвищити широкосмуговість антени можна за рахунок послідовного з'єднання декількох узгоджувальних трансформаторів-сходинок із малим коефіцієнтом трансформації, що за рахунок фазових співвідношень та інтерференції відбитих від окремих сходинок хвиль, приводить до їх взаємної компенсації та розширення смуги пропускання.

Дослідження спрямованих властивостей антени у вигляді відкритого кінця круглого хвильоводу [8, 9] за припущення, що струми на його зовнішній поверхні відсутні, дозволяє визначити ДС за допомогою наближеного апертурного методу, що базується на принципі Гюйгенса-Кірхгофа [8].

Відомі наближені формули для розрахунку спрямованих властивостей відкритого кінця хвильоводу круглого перетину для хвилі типу H_{11} наведені в [8]. Хвильовий опір хвильоводу круглого перетину для

хвилі типу H_{11} розраховується за відомою формулою [2].

Коефіцієнт спрямованої дії (D) відкритого кінця круглого хвилеводу за збудження його хвилею типу H_{11} визначається за виразом із [9].

Відповідно до формул (3)–(20), удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, включає:

1. Розрахунок діаметра ЦДУТ d_m за виразом (13).
2. Розрахунок торцевої ємності ЦДУТ C за формулою (10) з урахуванням (11).
3. Визначення довжини ЦДУТ l_m з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях за формулою (7).
4. Знаходження необхідного значення хвильового опору ЦДУТ з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях за удосконаленою формулою (9).
5. Обчислення коефіцієнта відбиття Γ і коефіцієнта стоячої хвилі за напругою K_c у смузі частот за виразами (18) та (19), відповідно.
6. Розрахунок відносної смуги пропускання ЦДУТ $2\partial f/f_0$ за формулою (20).
7. Визначення хвильового опору круглого хвилеводу $Z_{H_{11}}$ для хвилі типу H_{11} за відомою формулою.
8. Розрахунок ДС відкритого кінця круглого хвилеводу в площинах Е та Н за відомими виразами з урахуванням $Z_{H_{11}}$.
9. Обчислення коефіцієнта спрямованої дії D за відомою формулою.

Отже, розрахунок антени за удосконаленою методикою повинен забезпечити повну взаємну компенсацію трансформованої нормованої вхідної реактивної провідності b_{ex} і нормованої реактивної провідності торця b ЦДУТ та забезпечити значення нормованої активної вхідної провідності g_{ex} рівним одиниці для покращення узгодження.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

За запропонованою удосконаленою методикою, як приклад, проведено розрахунок геометричних розмірів ЦДУТ для середньої частоти смуги пропускання 6–8 ГГц. У результаті отримано: $d_m = 4,7$ мм, $l_m = 1,8$ см за $\epsilon_m = 3,5$ та КСХН у лінії живлення $K_c = 1,85$, яка має діаметр зовнішнього провідника $D = 15$ мм, внутрішнього – $d = 2,2$ см; діелектрик – фторопласт із $\epsilon = 2,2$. Довжина круглого хвилеводу $L = 9$ см (уздовж якої вкладається дві довжини хвилі). Діаметр хвилеводу складає $2a_x = 2,85$ см.

Зовнішній вигляд виготовленого дослідного зразка антени наведено на рис. 2.



Рисунок 2 – Дослідний зразок антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ

Експериментальне дослідження зміни КСХН антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, у смузі частот 6–8 ГГц проводилось за допомогою панорамного вимірювача Р2-54, який працює в діапазоні частот 4–12 ГГц [24].

Структурну схему та зовнішній вигляд вимірювальної установки зображено на рис. 3. У склад структурної схеми установки (рис. 3) входять: генератор ГКЧ 54; індикатор КСХН та послаблення Я2Р-67; 1 – коаксіальна лінія; 2, 5 – головки детекторні; 3, 4 – спрямовані розгалужувачі; 6, 7, 8, – з'єднувальні коаксіальні лінії; 9 – дослідна антена.

Робота панорамного вимірювача Р2-54 ґрунтується на принципі окремого виділення сигналів, які пропорційні потужностям падаючої від генератора та відбитої від антени хвиль [24].

На екрані індикатора Я2Р-67 спостерігається залежність КСХН від частоти. Зміну частоти коливань ГКЧ 54 можна контролювати за частотоміром. Перед початком роботи проведено калібрування панорамного вимірювача Р2-54 у всьому діапазоні робочих частот у режимі панорамного вимірювання КСХН [24]. Експериментальні вимірювання проведено з наступними похибками.

Похибка визначення частоти та граничних частот смуги не перевищує $\pm 0,02$ максимальної частоти робочого діапазону [24]. Похибка вимірювання послаблення в смузі частот – $\pm 0,5$ дБ, на частоті вимірювання – $\pm 0,3$ дБ [24].

Для визначення ДС дослідного зразка антени застосовано вимірювальну установку, схема та зовнішній вигляд якої зображені на рис. 4, рис. 5.

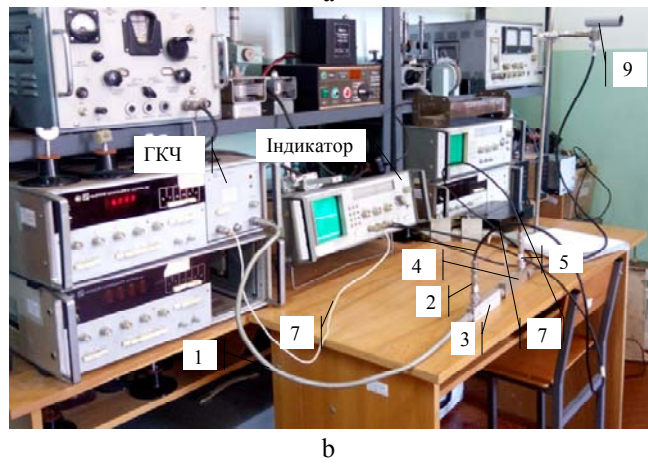
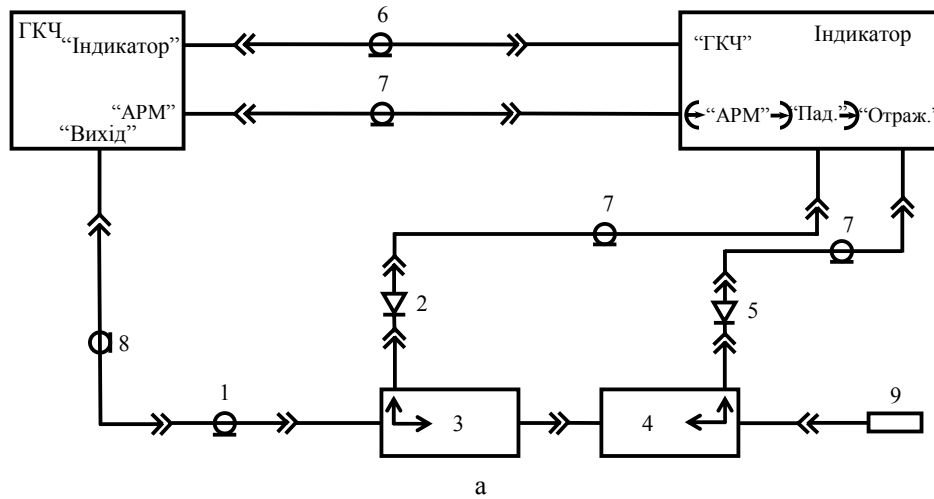


Рисунок 3 – Структурна схема (а) та зовнішній вигляд (б) установки для вимірювання КСХН



Рисунок 4 – Схема вимірювальної установки для дослідження ДС дослідної антени

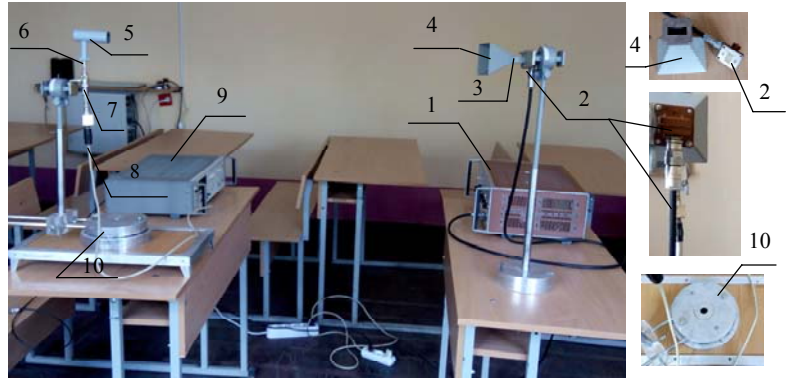


Рисунок 5 – Зовнішній вигляд вимірювальної установки для дослідження ДС дослідної антени

Передавальний рупор 4 живиться від генератора сигналів високочастотного Г4-111 – 1 і випромінює ЕМХ у напрямку досліджуваної приймальної антени. Остання встановлюється на поворотному столі з лімбом 10 для вимірювання кутів повороту антени. Вихід приймальної антени через детектор 7 з'єднується з вимірювальним приладом В8-7 – 9, який використовується для антенних досліджень. Відстань між приймальною та передавальною антенами відповідає умові дальньої зони і не змінюється в ході обертання приймальної антени. Тому густина потоку потужності поля, яке падає на приймальну антену, також є постійною величиною.

Потужність сигналу на виході приймальної антени, яку повернуто на кут θ_i відносно нульового напрямку, визначають за такою формулою [9]:

$$P_{\text{при}} = PA_{\text{эф}} F^2(\theta_i) \quad (21)$$

За умов $P = \text{const}$, $A_{\text{эф}} = \text{const}$ відповідно до (21) потужність на виході приймальної антени пропорційна нормованій ДС за потужністю.

Вимірювання за допомогою приладу В8-7 проведено шляхом порівняння вхідних величин з усередненими попередніми значеннями. Якщо максимальне значення показань у ході обертання антени встановити ручками регулювання “Підсилення” на 1,000, то це дозволяє вимірювати нормовані ДС [25].

Дискретні вимірювання нормованої ДС за потужністю $|F(\theta_i)|^2$ було проведено десять разів і усереднено за таким виразом:

$$|F(\theta_i)|^2 = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} |F(\theta_i)|_j^2 \quad (22)$$

5 РЕЗУЛЬТАТИ

За результатами розрахунків та експериментальних досліджень ЦДУТ без урахування торцевих ємностей та відповідно до наведеної методики, отримано (рис. 6) графіки зміни КСХН у смузі частот 6–8 ГГц.

Виміряні експериментально та розраховані за відомими формулами [8] нормовані ДС дослідної антени в площинах Е та Н за різних значень частоти наведено на рис. 7.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Відповідно до рис. 6а величина КСХН змінюється в межах від 1,1 до 1,85. У КЛ живлення буде режим змішаних хвиль. Згідно з рис. 6.б величина КСХН змінюється в межах від 1,1 до 1,19. У КЛ живлення хвилеводу круглого перетину наявність ЦДУТ, розрахованого за удосконаленою методикою, буде режим, близький до режиму біжучої хвилі. Із рис. 6 видно, що за використання удосконаленої методики забезпечується можливість розроблення антен із покращеним

узгодженням, що забезпечує значення КСХН у смузі частот 6–8 ГГц не більше 1,19 (від 1,1 до 1,19). Максимальна відносна похибка результатів розрахунку КСХН за удосконаленою методикою відносно експерименту не перевищує 2,7 % (рис. 6).

Відповідно до рис. 7 максимальна відносна похибка результатів розрахунку нормованих ДС у площині Е не перевищує 13,4 %, у площині Н – 10,1 %. Для відкритого кінця хвилеводу круглого перетину із ЦДУТ, розрахованим за наведеною методикою, ДС як у площині Е, так і в площині Н наближаються до ДС круглого хвилеводу із синфазним розкритом. Ширина ДС у площині Е дещо вужча, ніж у площині Н, оскільки розподіл амплітуд в електричній площині більш рівномірний. Ширина діаграми спрямованості антени в площині Н становить близько 60°, а її значення можна коригувати шляхом зміни електричного розміру відкритого кінця хвилеводу круглого перетину (перехід у невеликий круглий рупор).

Отже, достовірність запропонованої удосконаленої методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, перевірено шляхом проведення експериментальних досліджень як щодо залежності КСХН від частоти, так і щодо ДС антени.

ВИСНОВКИ

Наукова новизна отриманих результатів проведеного дослідження полягає в удосконаленні методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, яка відрізняється від існуючих врахуванням торцевих ємностей трансформатора з використанням методу еквівалентних схем та кругової діаграми Вольперта, що дозволяє покращити узгодження антени заданого діаметра у визначеній смузі частот.

Удосконалено та виведено нові розрахункові формули, що враховують вплив торцевих ємностей, які показують наступні особливості: відповідно до (7) довжина трансформатора повинна бути меншою чверті довжини хвилі, за цього величина зменшення визначається ємністю торців, що розраховується за формулою (10) з урахуванням (11); торцеві ємності збільшують необхідний хвильовий опір трансформатора (9).

Практична значимість результатів дослідження є зменшення втрат потужності сигналу в розглянутій антені за рахунок покращення узгодження у визначеній смузі частот (зменшення КСХН до рівня, що не перевищує 1,19 у смузі частот 6–8 ГГц).

Практичне застосування розглянутої антени можливе, наприклад: у якості опромінювачів дзеркальних параболічних антен для збільшення дальності дії радіоелектронних систем, де вони використовуються через зменшені втрати потужності сигналу; як слабоспрямовані випромінювачі; елементи антенних решіток.

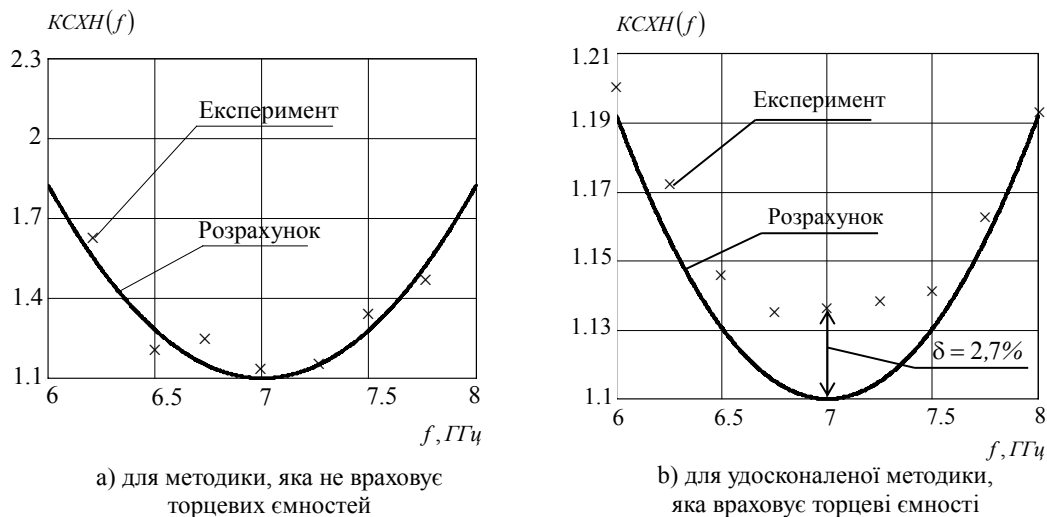


Рисунок 6 – Зміна КСХН у смузі частот 6–8 ГГц

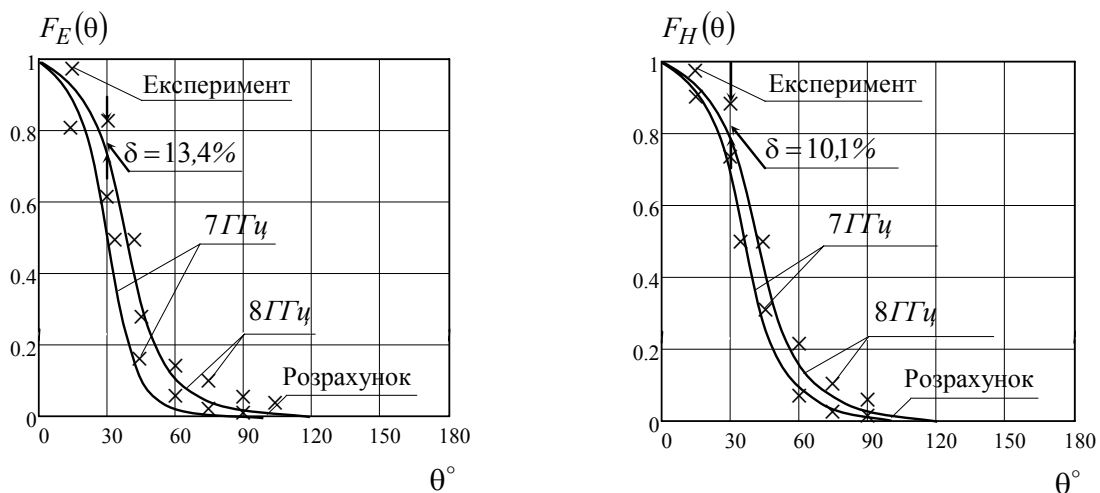


Рисунок 7 – Нормовані ДС дослідної антени в площинах Е та Н за різних значень частоти

Перспективи подальших досліджень у даному напрямку полягають в забезпеченні розширення смуги пропускання за рахунок зрізів на краях циліндричного діелектричного узгоджувального трансформатора. Також доцільно дослідити можливості щодо підвищення широкосмуговості антени за рахунок послідовного з'єднання декількох узгоджувальних трансформаторів-сходинок з малим коефіцієнтом трансформації, що за рахунок фазових співвідношень та інтерференції відбитих від окремих сходинок хвиль приводить до їх взаємної компенсації та розширення смуги пропускання.

ЛИТЕРАТУРА / LITERATURE

1. Apyaydin G. *Radio Wave Propagation and Parabolic Equation Modeling* / G. Apyaydin, L. Sevgi. – Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc. Published Wiley – IEEE Press, 2017. – 152 p. DOI:10.1002/9781119432166.
2. Jentschura U. D. *Advanced Classical Electrodynamics. Green Functions, Regularizations, Multipole Decompositions* / U. D. Jentschura. – Singapore : World Scientific Publishing Company, 2017. – 370 p. DOI: 10.1142/10514.
3. Guan Bo. *Cancelling the Cross Polarization of the Difference Modes in a Circular Aperture Multimode Monopulse Feed* / Bo Guan, Yong Kuang, Zhang Ping Chen // *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* – 2018. – Vol. 15. – P. 1881–1884. DOI: 10.1109/tap.2018.2869616.
4. Pollock J. G. Anantha Ramakrishna S. *A class of circular waveguiding structures containing cylindrically anisotropic metamaterials: Applications from radio frequency/microwave to optical frequencies* / J. G. Pollock, A. K. Iyer, D. Pratap, A. S. Ramakrishna // *Journal of Applied Physics.* – 2016. – Vol. 119 (8): 083103. DOI: 10.1063/1.4942528.
5. Pollock J. G. *Experimental verification of below-cutoff propagation in miniaturized circular waveguides using anisotropic ENNZ metamaterial liners* / J. G. Pollock, A. K. Iyer // *IEEE Trans Microw Theory Tech.* – 2016. – Vol. 64 (4). – P. 1297–1305. DOI: 10.1109/tmmt.2016.2532872.
6. *Compact wideband multi-section quarter-wave-like transformers* / [T. Satitchantrakul, A. Prayoot, R. Silapunt, D. Torrungrueng] // *Journal of Electromagnetic*

- Waves and Applications. – 2018. – Vol. 32. – P. 1911–1924. DOI: 10.1080/09205071.2018.1482239.
7. Наумов Н. Д. Оптимизированный метод расчета рупорной антенны / Н. Д. Наумов // *Успехи прикладной физики.* – 2017. – Т 5, № 5. – С. 508–513.
 8. Айзенберг Г. З. Антенны ультракоротких волн / Г. З. Айзенберг. – М.: Связьиздат, 1957. – 699 с.
 9. Фрадин А. З. Антенно-фидерные устройства : учебн. пособие / А. З. Фрадин. – М.: Связь, 1977. – 440 с.
 10. Yeap Kim Ho. Attenuation in Circular and Rectangular Waveguides / Kim Ho Yeap, Nisar Humaira, Wong Eric, Lai Koon Chun, Ng Choon // *Electromagnetics.* – 2017. – Vol. 37 (3). – P. 171–184. DOI: 10.1080/02726343.2017.1301198.
 11. Nedime Salem. Impedance Matching of a Large Loop Antenna Inside a Circular Waveguide / Salem Nedime, Niver Edip, Salem Mohamed // *Conference: 2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting: July 2018.* – P. 713, 714. DOI: 10.1109/APUSNCURSINRSM.2018.8609232.
 12. Millimeter-wave TE₀₁–TE₁₁–HE₁₁ mode converter using overmoded circular waveguide / [A. Patel, R. Goswami, A. Vala et al.] // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications.* – 2018. – Vol. 32 (14). – P. 1768–1778. DOI: 10.1080/09205071.2018.1468286.
 13. Peters T. J. On-Chip Positionable Waveguides for Submicrometric Photonic Alignment / T. J. Peters, M. Tichem // *Journal of Microelectromechanical Systems.* – 2017. – Vol. 26. – P. 1259–1271. DOI: 10.1109/JMEMS.2017.2729945.
 14. Zhao G. Organic field-effect optical waveguides / G. Zhao, H. Dong, Q. Liao et al. // *Nat Commun.* – 2018. – Vol. 9 (1) – P. 4790. DOI: 10.1038/s41467-018-07269-9.
 15. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ / И. В. Лебедев. М.: Высш. школа, 1970. – 437 с.
 16. Yeow You Kok *Materials Characterization Using Microwave Waveguide System* / Kok Yeow You. – Johor, Malaysia : Intech. World's largest Science, Technology & Medicine, 2017. – 360 p. DOI: 10.5772/66230.
 17. Абубакиров Б. А. Измерение параметров радиотехнических цепей / Б. А. Абубакиров, К. Г. Гудков, Э. В. Нечаев. – М.: Радио и связь, 1984. – 247 с.
 18. You K. Y. Simple calibration and dielectric measurement technique for thinmaterial using coaxial probe / K. Y. You, Y. L. Then // *IEEE Sensors Journal.* – 2015. – Vol. 15(10). – P. 5393–5397. DOI: 10.1109/jsen.2015.2427873.
 19. Иоссель Ю. Я. Расчет электрической емкости / Ю. Я. Иоссель, Э. С. Кочанов, М. Г. Струнский. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 288 с.
 20. Roy Dutta. *Circuits, Systems and Signal Processing* / Dutta Roy, Suhash Chandra. – Singapore : Springer, 2018. – 320 p. DOI: 10.1007/978-981-10-6919-2.
 21. An Implementation of Compact Quarter-Wave-Like Transformers Using Multi-Section Transmission Lines / [T. Sattitantrakul, N. Chudpooti, P. Akkaraekthalin et al.] // *Radioengineering.* – 2018. – Vol. 27 (1). – P. 101–109. DOI: 10.13164/re.2018.0101.
 22. Shams S. I. Wideband coaxial to ridge gap waveguide transition / S. I. Shams, A. A. Kishk // *Trans. Microw. Theory Tech.* – 2016. – Vol 64 (12). – P. 4117–4125. DOI: 10.1109/TMTT.2016.2610421.
 23. Nasr M. A. Wideband inline coaxial to ridge waveguide transition with tuning capability for ridge gap waveguide / M. A. Nasr, A. A. Kishk // *Trans. Microw. Theory Tech.* – 2018. – Vol. 66 (6). – P. 2757–2766. DOI: 10.1109/tmtt.2018.2815690.
 24. Измеритель КСВН панорамный. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 1.403.037 ТО. 1988. – 40 с.
 25. Измеритель отношения напряжений В8-7. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 1984. – 99 с.

Стаття надійшла до редакції 04.05.2020.

Після доробки 16.10.2020.

УДК 621.396.67

УСОВЕРШЕНСТВОВАНАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА АНТЕННЫ В ВИДЕ ОТКРЫТОГО КОНЦА КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА

Карашук Н. Н. – канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры телекоммуникаций и радиотехники Житомирского военного института имени С. П. Королева, Житомир, Украина.

Рыхальский А. Р. – канд. техн. наук, доцент, старший преподаватель кафедры телекоммуникаций и радиотехники Житомирского военного института имени С. П. Королева, Житомир, Украина.

Заец Ю. А. – старший преподаватель кафедры телекоммуникаций и радиотехники Житомирского военного института имени С. П. Королева, Житомир, Украина.

Сабадаш С. С. – преподаватель кафедры телекоммуникаций и радиотехники Житомирского военного института имени С. П. Королева, Житомир, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Направленные (слабонаправленные) антенны сантиметрового диапазона волн того или иного типа могут применяться как отдельные излучатели и быть в составе антенных решеток. Необходимость обеспечить минимизацию потерь мощности сигнала в таких антеннах является весьма важной и актуальной научно-практической задачей в любом случае. Поэтому для минимизации потерь мощности сигнала в антеннах сантиметрового диапазона волн следует разрабатывать новые (усовершенствовать существующие) подходы к уменьшению указанных потерь.

Цель. Целью исследования является усовершенствование методики расчета антенны в виде открытого конца круглого волновода, которая питается коаксиальной линией с цилиндрическим диэлектрическим согласующим трансформатором, благодаря учету методом эквивалентных схем торцевых емкостей этого трансформатора.

Метод. Для достижения цели исследования использовались приближенный апертурный метод, что основывается на принципе Гюйгенса-Кирхгофа, метод эквивалентных схем, методы численного исследования и натурального эксперимента.

Результаты. Усовершенствованы и выведены новые расчетные формулы, учитывающие влияние торцевых емкостей, которые показывают следующие особенности: длина цилиндрического диэлектрического согласующего трансформатора должна быть меньше четверти длины волны, по этому величина уменьшения определяется емкостью торцов; торцевые емкости увеличивают необходимое волновое сопротивление этого трансформатора; полоса пропускания антенны увеличивается при уменьшении перепада сопротивлений, которые подлежат согласованию. Практическим значением результатов исследования является уменьшение потерь мощности сигнала в антенне за счет улучшения согласования, что определено по изменению коэффициента стоячих волн по напряжению в заданной полосе частот круглого волновода. Для открытого конца волновода круглого сечения с цилиндрическим диэлектрическим согласующим трансформатором, рассчитанным по усовершенствованной методике, диаграммы направленности как в плоскости E, так и в плоскости H приближаются к диаграммам направленности круглого волновода с синфазным раскрытием.

Выводы. Проверку предложенной методики осуществлено путем сравнения теоретических расчетов и экспериментальных исследований изменения коэффициента стоячей волны по напряжению в полосе частот и диаграммы направленности в плоскостях E и H при использовании известной и усовершенствованной методик.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: слаботорцевая антенна, круглый волновод, сантиметровый диапазон волн, потери мощности сигнала, устройство согласования.

UDC 621.396.67

IMPROVED ANTENNA CALCULATION TECHNIQUE IN THE FORM OF OPEN END OF THE ROUND WAVEGUIDE

Karashchuk N. N. – PhD, Senior Lecturer of the Chair of Telecommunication and Radiomachinery of S. P. Korolev Military Institute of Zhytomyr city, Zhytomyr, Ukraine.

Rykhalskyi A. R. – PhD, Assistant Professor, Senior Instructor of the Chair of Telecommunication and Radiomachinery of S. P. Korolev Military Institute of Zhytomyr, Zhytomyr, Ukraine.

Zaiets Yu. A. – Senior Instructor of the Chair of Telecommunication and Radiomachinery of S. P. Korolev Military Institute of Zhytomyr, Zhytomyr, Ukraine.

Sabadash S. S. – Instructor of the Chair of Telecommunication and Radiomachinery of S. P. Korolev Military Institute of Zhytomyr, Zhytomyr, Ukraine.

ABSTRACT

Context. Directional (slightly directed) antennas of a centimeter wave range of one type or another can be used as separate radiants and be part of antenna arrays. The need to minimize signal power losses in such antennas is a very important and relevant scientific and practical task in any case. Therefore, to minimize signal power losses in antennas of the centimeter wave range, new (improve existing) approaches to reducing these losses should be developed.

Objective. The goal of the study is to improve the calculation method of the antenna in the form of an open end of a circular waveguide, which is fed by a coaxial line with a cylindrical dielectric matching transformer, due to the consideration of the end capacitance of this transformer by the equivalent circuit method.

Method. To achieve the research objective, the aperture method was used, based on the Huygens-Kirchhoff principle, the method of equivalent schemes, the methods of numerical verification, and natural experiment were applied.

Results. New calculation formulas are improved and derived, taking into account the influence of end capacities, which show the following features: the length of a cylindrical dielectric matching transformer should be less than a quarter of the wavelength, therefore the reduction value is determined by the end capacitance; end tanks increase the necessary wave impedance of this transformer; antenna bandwidth increases with decreasing resistance drop, which must be negotiated. The practical value of the research results is to reduce the signal power loss in the antenna due to improved matching, which is determined by the change in the coefficient of standing waves by voltage in a given frequency band of a circular waveguide. For the open end of a circular waveguide with a cylindrical dielectric matching transformer, calculated according to an improved methodology, the radiation patterns both in the E plane and in the H plane approach the radiation patterns of a circular waveguide with in-phase opening.

Conclusions. The proposed method was verified by comparing theoretical calculations and experimental studies of the variation of the standing wave coefficient with respect to voltage in the frequency band and radiation pattern in the E and H planes using the well-known and improved methods.

KEYWORDS: low directional antenna, round waveguide, centimeter wavelength range, signal power loss, matching device.

REFERENCES

1. Apaydin G., Sevgi L. Radio Wave Propagation and Parabolic Equation Modeling. Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc. Published Wiley – IEEE Press, 2017. – 152 p. DOI:10.1002/9781119432166.
2. Jentschura U. D. Advanced Classical Electrodynamics. Green Functions, Regularizations, Multipole Decompositions / U. D. Jentschura. – Singapore: World Scientific Publishing Company, 2017. – 370 p. DOI:10.1142/10514.
3. Guan Bo, Kuang Yong, Zhang Ping Chen Cancelling the Cross Polarization of the Difference Modes in a Circular Aperture Multimode Monopulse Feed, *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, 2018, Vol. 15, pp. 1881–1884. DOI: 10.1109/tap.2018.2869616.
4. Pollock J. G., Iyer A. K., Pratap D., Ramakrishna A. S. Anantha Ramakrishna S. A class of circular waveguiding structures containing cylindrically anisotropic metamaterials: Applications from radio frequency/microwave to optical frequencies, *Journal of Applied Physics*, 2016, Vol. 119 (8): 083103. DOI: 10.1063/1.4942528.
5. Pollock J. G., Iyer A. K. Experimental verification of below-cutoff propagation in miniaturized circular waveguides using anisotropic ENNZ metamaterial liners, *IEEE Trans Microwave Theory Tech.*, 2016, Vol. 64 (4), pp. 1297–1305. DOI: 10.1109/tmtt.2016.2532872.

6. Satitchantrakul T., Prayoot A., Silapunt R., Torrungrueng D. Compact wideband multi-section quarter-wave-like transformers, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2018, Vol. 32, pp. 1911–1924. DOI: 10.1080/09205071.2018.1482239.
7. Naumov N. D. Optimizirovannyj metod rascheta rupornoj anteny, *Advances in Applied Physics*, 2017, No. 5 (5), pp. 508–513.
8. Ajzenberg G. Z. Antenny ul'trakorotkih voln. Moscow, Svjaz'izdat, 1957, 699 p.
9. Fradin A. Z. Antenno-fidernye ustrojstva: uchebn. posobie. Moscow, Svjaz', 1977, 440 p.
10. Yeap Kim Ho, Humaira Nisar, Eric Wong, Koon Lai Chun, Ng Choon Attenuation in Circular and Rectangular Waveguides, *Electromagnetics*, 2017, Vol. 37 (3), pp. 171–184. DOI: 10.1080/02726343.2017.1301198.
11. Nedime Salem, Edip Niver, Mohamed Salem Impedance Matching of a Large Loop Antenna Inside a Circular Waveguide, *Conference: 2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting: July 2018*, pp. 713–714. DOI: 10.1109/APUSNCURSINRSM.2018.8609232.
12. Patel A. Goswami R., Vala A., Mahant K., Mewada H., Bhatt P., K. Sathyanarayan, S.V. Kulkarni Millimeter-wave TE₀₁-TE₁₁-HE₁₁ mode converter using overmoded circular waveguide, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2018, Vol. 32 (14), pp. 1768–1778. DOI: 10.1080/09205071.2018.1468286.
13. Peters T. J., Tichem M. On-Chip Positionable Waveguides for Submicrometric Photonic Alignment, *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2017, Vol. 26, pp. 1259–1271. DOI: 10.1109/JMEMS.2017.2729945.
14. Zhao G., Dong H., Liao Q. et al. Organic field-effect optical waveguides, *Nat Commun*, 2018, Vol. 9 (1), P. 4790. DOI: 10.1038/s41467-018-07269-9.
15. Lebedev I. V. Tehnika i pribory SVCh. Moscow, Vyssh. shkola, 1970, 437 p.
16. Yeow You Kok. Materials Characterization Using Microwave Waveguide System, Johor, Malaysia, Intech. World's largest Science, Technology & Medicine, 2017, 360 p. DOI: 10.5772/66230.
17. Abubakirov B. A. Izmerenie parametrov radiotekhnicheskikh cepej. Moscow, Radio i svjaz', 1984, 247 p.
18. You K. Y., Then Y. L. Simple calibration and dielectric measurement technique for thinmaterial using coaxial probe *IEEE Sensors Journal*, 2015, Vol. 15(10), pp. 5393–5397. DOI: 10.1109/jsen.2015.2427873.
19. Iosel' Ju. Ja. Raschet jelektricheskoy emkosti. Leningrad, Jenergoizdat, 1981, 288 p.
20. Roy Dutta, Chandra Suhash Circuits, Systems and Signal Processing, Dutta Roy. Singapore, Springer, 2018, 320 p. DOI: 10.1007/978-981-10-6919-2.
21. Satitchantrakul T., Chudpooti N., Akkaraekthalin P., Silapunt R., Torrungrueng D. An Implementation of Compact Quarter-Wave-Like Transformers Using Multi-Section Transmission Lines, *Radioengineering*, 2018, Vol. 27 (1), pp. 101–109. DOI: 10.13164/re.2018.0101.
22. Shams S. I., Kishk A. A. Wideband coaxial to ridge gap waveguide transition, *Trans. Microw. Theory Tech*, 2016, Vol. 64 (12), pp. 4117–4125. DOI: 10.1109/TMTT.2016.2610421.
23. Nasr M. A., Kishk A. A. Wideband inline coaxial to ridge waveguide transition with tuning capability for ridge gap waveguide, *Trans. Microw. Theory Tech.*, 2018, Vol. 66 (6), pp. 2757–2766. DOI: 10.1109/tmtt.2018.2815690.
24. Izmeritel' KSVN panoramnyj. Tehnicheskoe opisanie i instrukcija po jekspluatacii. 1.403.037 TO. 1988, 40 p.
25. Izmeritel' otnoshenija naprjazhenij V8-7. Tehnicheskoe opisanie i instrukcija po jekspluatacii. 1984, 99 p.

TELEMETRICAL INFORMATION EVALUATION ABOUT GEOPHYSICAL PROCESSES AT CONDITIONS OF NOISE

Kupriyanov V. V. – Dr. Sc., Professor, Department of Automated Control Systems, National University of Science and Technology «MISIS», Moscow, Russia.

ABSTRACT

Context. The problem of minimizing information losses during discrete measurement of methane content during the extraction of coal in coal mines is considered.

Objective. The object of the study was the methodology for assessing the loss of telemetric information about geophysical processes in mines under noise conditions. The purpose of the work is to create a set of discrete and block schemes for obtaining information to assess its losses in the presence of distortions based on an information approach.

Method. The results of a study of the methodology for solving the problem of minimizing information loss when measuring methane content in coal mines are presented. A measure of distortions arising from the discrete display of the set of states of the geophysical process in the measurement space under noise and error conditions in the elements of the automated methane control subsystem is proposed. Along with this measure, a model is also proposed for determining the lower boundary of the expected information for given distortions, based on the solution of the optimization problem. The characteristics of some discrete and block schemes for obtaining information are investigated. The proposed block schemes take into account the grouping of transition probability values in three, five, seven, ten, and fifteen-dimensional versions. By varying the size of the grouping in blocks, the technique allows one to obtain various levels of detail of the boundaries of the expected information.

Results. The developed schemes were implemented in software and investigated to solve the problem of minimizing information loss while monitoring methane contents in coal mines.

Conclusions. The experiments carried out confirmed the operability of the proposed software and allow us to recommend it for use in practice when constructing n -dimensional schemes for obtaining information. Prospects for further research may lie in an experimental study of the proposed schemes on a larger set of practical tasks of a different nature, as well as in the creation of promising measuring systems based on the principles of information analysis.

KEYWORDS: discrete scheme for obtaining information, distortion, transition probability, information loss, noise.

NOMENCLATURE

α is a number of equally probable states of the geophysical process;

β is some constant distortion dependent;

γ is a parameter, characterizing the amount of distortion and varying from 0 to ∞ ;

δ_{ij} is some value, taking value 1 or 0;

λ_{ij} is a value, varying from 0 to 1, $0 \leq \lambda \leq 1$;

$\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}$ are minimum and maximum distortion values, respectively;

ε_{ij} is a element of square distortion matrix;

$\bar{\varepsilon}$ are the mean distortions at measurements;

$\bar{\varepsilon}_0$ are the возможные искажения according to Bellman measurement technique;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ are the distortions, arising at the transition probabilities q_1, q_2, q_3 accordingly;

C_0 is an optimal measurement method based on the Bellman maximum principle;

C_E is an ε – optimal measurement procedure

E is a distortion matrix;

$I(X)$ is an information quantity about state of geophysical process;

$I(Z, X)$ is an amount of expected (received) information during measurements k_j ;

$I[q(j|i)]$ is an average mutual information between i and j ;

M is math operator;

$P_i = p(i)$ is a probability of the i -th state of the geophysical process;

$P_{ij} = p(ij)$ is a probability of information loss;

$q(i|j)$ is a conditional probability of transition from i to j ;

$\|tkl\|$ is an inverse matrix $\|p_{kj}\|$;

$\sum_k tklp_{kj}$ is an identity matrix whose elements are equal 1 at $l=j$ и 0 otherwise;

x_i, x_j are the values of the i -th state of the geophysical process.

INTRODUCTION

As is known [1, 2], all measured quantities are considered to be changing randomly, especially under conditions of interference, fluctuations, and noise, from which not a single measurement is free. Therefore, for each individual measurement, we are dealing with only one random implementation. It is possible to evaluate a random variable or process only by statistical methods. This requires knowledge of the law of distribution or, at least, some characteristics, for example, the first and second moments, which depend on the type of distribution function. Therefore, in order to obtain information based on any measurements, the available data must be statistically processed. It is generally believed that a certain averaging is already achieved during measurements using inertial

measuring instruments. In the case when the measured implementation consists of a regular component and a random component completely determined by noise or random noise-like errors, the measuring device or system will give an increasingly reliable value of the measured value over time. But, when instead of the regular component we have a random one, such a measurement will lead to a loss of information.

Conventional measuring devices can give only some idea of the mathematical expectation of a random implementation. Statistical estimation of a real random process is possible only for an ensemble of realizations. All conventional measuring devices and systems in the process of the aforementioned averaging filter out not only the interference, but at the same time some of the information. So, there is a loss of information that cannot be compensated for by any measures, such as an increase in measurement time. To solve this problem, it is necessary to use other criteria, in particular, the criterion of sufficiency of statistics. In this paper, we consider the case of estimating additional information losses caused by noise, measurement errors and transformations.

This assessment is an important step in constructing discrete schemes for obtaining information. The very purpose of these systems as a tool for obtaining information, always flowing under conditions of noise and interference, determines the interest that is the study of the criteria for optimizing measurements at a particular level of distortion [1]. This task is relevant for the processing of telemetric data on the parameters of general-purpose processes, including the parameters of geophysical processes, in particular, the concentration of methane and dust in coal mines.

The object of study is a process of investigation characters of different schemes of information receipt about the methane maintain in mines to reduce her losses in condition of noises.

The estimation of these losses is associated with the presence of distortions caused by both measurement errors and information transformations in the automated methane control subsystem. Therefore, to reduce the losses of information it is necessary to build the schemes of her receipt, providing the reduction of probability errors measuring, without resorting to the use of certain special devices.

The subject of study is the characters of discrete and block schemes of telemetrically information receipt. The known schemes are characterized by the enough large losses of information, and, therefore, the errors measuring, as well as characterized by the uncertainty of quality criteria of measurements optimization.

The purpose of the work is to reduce the additional losses of telemetric information, caused by noise, measurement errors and transformed to build the schemes if information receipt about the methane maintain at the presence of distortions.

1 PROBLEM STATEMENT

Suppose given the measure of distortion arising from discrete display of the set X , describing the state of the geophysical process into the measurement space Z , due to interference and errors in the elements of the methane control system as on matrix of distortion $E = \|\varepsilon_{ij}\|$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, where

$$\varepsilon_{ij} = 1 - \delta_{ij}; \delta_{ij} = 1, \text{ if } i = j; \delta_{ij} = 0, \text{ if } i \neq j.$$

Each element of this matrix corresponds to the loss of information that appears during its transformation with an error, when each x_j . Then the average loss of information that occurs in this case is equal to:

$$I(\varepsilon) = M \left[-\log \sum_{ij} p_{ij} \varepsilon_{ij} \right] = -\sum_{ij} p_i q(j|i) \varepsilon_{ij} \log [q(j|i) \varepsilon_{ij}] \quad (1)$$

Given the loss of information (1), the expected information that can be obtained and implemented as a result of measurements and transformations is determined by the expression:

$$M \{I(x) - I(\varepsilon)\}. \quad (2)$$

For the given formulas (1), (2) the problem of additional losses of information minimization can be presented as the problem of finding $M \{I(x) - I(\varepsilon)\} \rightarrow \max$, where the model structure $MI(x)$ specified by formula:

$$MI(x) = \sum_{ij} p_i q(j|i) \log \left[\frac{q(j|i)}{\sum_k p_k q(j|k)} \right], m < n. \quad (3)$$

This problem is to find the optimality conditions for discrete measurements at given distortions. In turn, the problems of an extreme probability p_i definition and lower boundaries of expected information, her losses finding are a consequence of the proposed measurement optimality condition.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

A sufficient number of publications is known regarding assessments of the value of various sources of information, the magnitude of information loss during transmission, reception and processing [1–15]. For example, there are characteristics of the throughput of one or another real system with information distortions, in particular, at 10 or 50% [3, 6]. You can imagine and take off such characteristics of the system in case of distortion. To do this, compare the information at the input and output of the system and, if its output is half as much, then the distortion is 50%. According to this principle, the work of all modern modems is evaluated. But analytically such an informational characteristic is difficult to imagine using the Shannon entropy measure [2]. For this purpose, it is

more convenient to use the epsilon-entropy measure of A. N. Kolmogorov, based on estimating the amount of information received at its input per unit of time [4]. In fact, measurement accuracy is always limited. Therefore, the requirement of infinite accuracy of reproduction of a continuous quantity by any source is unrealistic. Measurement accuracy should be limited to a certain value, depending on the level of interference. In information theory, it is believed that two implementations that differ by an amount not greater than some given value are perceived as signals that carry exactly the same information.

It was shown in [6] that the level of distortion determines part of the spectrum of the measured signal that is not observed by the system, and epsilon-entropy allows you to specify the amount of information at the input of the measurement system at which a given level of distortion is provided. Filing more information per unit time than what is determined by the epsilon-entropy estimate is irrational. As a rule, in practice this condition is not fulfilled. So, when using the amplitude – time language, the error is representable only in this language. Therefore, the main question: how to present a system error for any language? If the information is presented in a letter count, then the concept of error disappears. In this regard, the concept of the reliability of information for different languages was introduced, which is very difficult [1, 3].

To date, methods have been developed to evaluate the characteristics of information acquisition systems under the conditions of noise and noise [8, 16, 18]. But these methods are rather laborious and can lead to sufficiently large errors. It is necessary to exercise some caution when choosing the characteristics of the schemes for obtaining information using these methods. This is due to the fact that they did not take into account additional losses due to the conversion of information from the space describing the state of the process under study into the measurement space.

Summarizing what has been said, we can say that the issues of assessing information loss that occur during its transformation in the elements of measurement systems that themselves work with errors, with the inherent presence of random noise, are not given due attention. Almost all authors agree with the presence of information loss during measurements. It is often believed that these losses occur due to limitations in the description of processes, i.e. with a reduction in the volume of characteristics characterizing them or their low information content. Under the conditions of the random nature of external influences, sufficient statistics are needed to obtain reliable estimates of the parameters of a process or object. The latter can be determined by stabilizing the law of distribution of random variables. To select such statistics, it is necessary to investigate a number of typical processes or objects. You can use the information analysis of the research results of the process described using a multivariate model with a polynomial distribution of random variables [17]. Having a finite total number of independent dimensions, already in the three-factor model, each dimension will correspond to the values of three variables,

row, column, and depth attributes of a three-dimensional matrix with different dimensions. The information components for the row, column, depth are calculated. The probability of the total experimental error is estimated, but no more. This method is quite complicated and can lead to loss of information.

3 MATERIALS AND METHODS

It is easy to verify that, based on (1), (2), the optimality condition for measurements reduces to maximizing the amount of expected information

$$I(Z, X) = M\{I(X) - I(\varepsilon)\}. \quad (4)$$

It is established that in the presence of noise and errors in the measuring system, the measurement procedure C_0 , optimal according to the Bellman maximum principle [19], is unattainable for any positive values ε_j . Therefore, it was concluded that with information loss $I(\varepsilon)$, always present in real conditions, we can only talk about some measurement procedure $C_E = C_0 - E$, which we define as ε -optimal if it is selected according to (4) from the condition of minimum losses $I(\varepsilon)$. We will consider such optimization as optimization for a given level of distortion. For its implementation, it is necessary to find, if it exists, the relationship between the expected information and its losses. In terms of meaning, such optimization is closely correlated with the epsilon-entropy measurement optimization procedure [13]. Applying it, as well as the classical scheme of C. Shannon [2], taking into account that $I[q(j|i)]$ is a function of $q(j|i)$ in the entire measurement area, it is possible to find that the average mutual information between i and j , calculated by the formula (3), corresponds to the value:

$$I[q(j|i)] = \min M\{I[q(j|i)]\}.$$

With medium distortion $\bar{\varepsilon} > \bar{\varepsilon}_0$.

Insofar as $I[q(j|i)]$ is a convex upward function of transition probabilities $q(j|i)$, but $I(\varepsilon)$ as a function $q(j|i) > 0$ и $\varepsilon_{ij} > 0$ is convex downward, due to the linear relationship between $q(j|i)$ and ε_{ij} it can be argued that function (4) is a monotone, strictly convex function ε_{ij} . This is easy to verify if, for two arbitrary values ε_1 and ε_2 find linear relationship

$$\varepsilon_3 = \alpha\varepsilon_1 + (1 - \alpha)\varepsilon_2. \quad (5)$$

Function (4) lies entirely below the segment (5) connecting its two mismatched points ε_1 and ε_2 .

I take into account that for a fixed value ε_3 the condition is satisfied

$$\min M\{I(\varepsilon_3)\} \leq I(Z, X),$$

it can be argued that function (4) is convex down. Thus, the general character of function (4) was determined. For each j , there is some value ε_{ij} . If for each the condition

$$\max_j q(j|i) = 1,$$

then ε_{ij} take values $\max_i \varepsilon_{ij}$. Then we get

$$\varepsilon_{\min} = \sum_i p_i \min \varepsilon_{ij}.$$

In this case, it is not difficult to find difficulties. Searching for values $I(\varepsilon_{\min})$. If $q(i|j) = F_j$, then $I(Z, X) = 0$, moreover, for each j the loss of information is equal to

$$\log \sum_j F_j \sum_i p_i \varepsilon_{ij}.$$

At $F_j = 1$ minimum information loss for a given I_j corresponds to $\min_j \sum_i p_i \varepsilon_{ij}$. But the option is possible when $\varepsilon_{\max} = \min_j \sum_i p_i \varepsilon_{ij}$.

This distortion value corresponds to the maximum loss of information.

$$I(\varepsilon_{\max}) = M\{-\log \min_j \sum_i p_i \varepsilon_{ij}\}. \quad (6)$$

Based on these considerations, one can graphically represent the general nature of the dependence of the received or expected information on its losses in the form shown in Fig. 1.

$$I(Z, X) = \sum_{i,j} p_i p(i|j) \log \frac{p(i|j)}{\sum_j p_i p(i|j)}. \quad (7)$$

The values of p_i delivering maximum functions (7) were found using Lagrange multipliers with restrictions:

$$\sum_i p_i = 1; 0 \leq p_i \leq 1.$$

As a result, expressions were obtained for determining the extreme value p_i :

$$p_i = \sum_i t_{ij} \exp[-I(Z, X) \sum_k t_{kl} + \sum_{k,l} t_{kl} p_{kl} \log p_{kl}]$$

It is found that for $\varepsilon = \varepsilon_{\max}$ value $I(Z, X)_{\min} \rightarrow 0$.

It is found that for $I(Z, X)$ for the case when different concentrations of methane x_1, x_2, \dots, x_n in the geophysical process is an equally probable event, i.e. the probability of any of them $p_i = \frac{1}{n}$. Matrix $\|\varepsilon_{ij}\|$ -square. Its rows and columns consist of the same set of elements. $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ arranged in different order. In this case, with minimizing values $q(\frac{J}{i})$ all conditional transitions with equal distortion values ε have the same probabilities. Transition probabilities $q(\frac{J}{i})$ correlated distortion ε_{ij} .

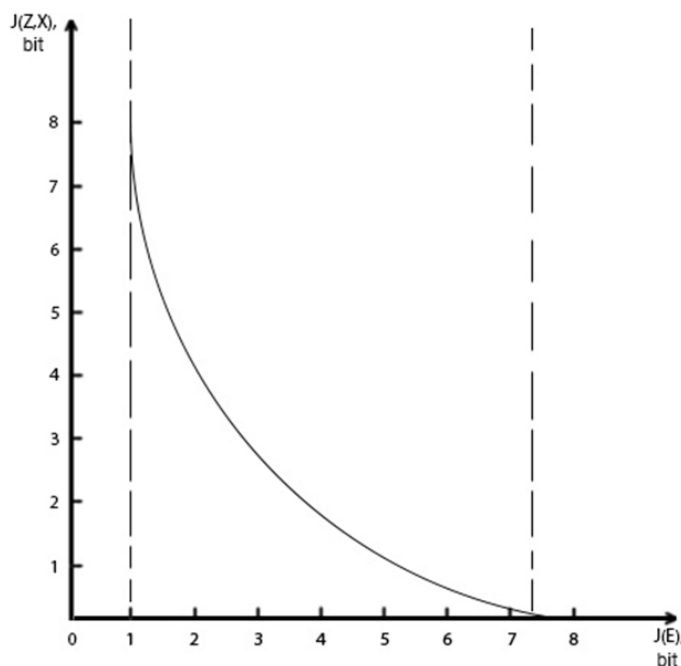


Figure 1 – Dependence of Expected Information $I(Z, X)$ when measuring from its losses $I(\varepsilon)$

Under these conditions, the lower limit of the values of the information obtained at its given distortions can be found by externalizing the expression:

$$I(Z, X) = \log n + \sum_i q_i \log q_i, \quad (8)$$

with restrictions on average information loss

$$\sum_i q_i \varepsilon_i \log(q_i \varepsilon_i) > 0, \varepsilon_i > 0, -1 \leq q_i \leq 1.$$

Using the method of the Lagrange set, we obtained a solution to this optimization problem, which has the form:

$$I(Z, X) = (\gamma \gamma_i \log \varepsilon_i) / (1 + \gamma \varepsilon_i). \quad (9)$$

For small and very large values of the parameter γ , expression (9) can be simplified by performing a series of transformations. However, we do not give them because of their bulkiness. For us, the relationships are fundamentally important $\gamma = 0$ and $\gamma = \infty$.

$$\text{At } \gamma = 0 \quad I(Z, X) = 0,$$

but at $\gamma = \infty \quad I(Z, X) = \log n - \beta, \beta > 1$.

Similarly, the formulas for calculating information loss are given, namely:

$$\text{At } \gamma = 0 \quad I(\varepsilon) = \frac{1}{2} \sum_i^n \varepsilon_i (\log \sum_i^n \varepsilon_i - \log n),$$

at $\gamma = \infty \quad I(\varepsilon) \rightarrow I_{\min}(\varepsilon)$.

4 EXPEREMENTS

To assess the correctness of the proposed methodology and on its basis the found characteristics of some discrete and block systems for obtaining information, taking into account losses using the standard Shannon method of forming the simplest such schemes [2]. The computer program implementing the proposed method was implemented using the Python programming language and was developed to conduct experiments. This softtion of the losses of information at the methane maintain control of meaning. As the initial data, we took methanograms obtained during the extraction of the angle in the coal mines of the Russian Federation. Processing of methanograms was carried out on the basis of generally accepted technology for processing experimental data [14, 20]. It relies on the use of information redundancy in the parameters and includes a number of simplified algorithms that work in the presence of abnormal sections (outliers of controlled parameters, omissions in current records of methanograms [21, 22]).

Discrete circuits were formed by expanding the simplest binary. In block schemes, some points were sought by randomly generating combinations of their values based on known adjacent schemes [6]. The signals are implemented in the form of a sequence of samples spaced from each other at intervals of the interrogation of the control equipment in the range from 3 to 10 minutes. The frequency of the survey usually exceeds the requirements of the Kotelnikov theorem. Methanogram recording sections up to 54 samples long were processed.

5 RESULTS

The results of conducted experiments are presented at the Fig. 2 and Fig. 3. Fig. 2 graphically illustrates the change of expected information depending on the probability of its loss $p(E)$ or various numbers (2 – binary, 3 – ternary, 4 – quaternary, 5 – quaternary and so on) of equally probable values x_i . In fact, these numbers reflect the densities of equiprobable values x_i a binary discrete circuit with equally probable values $x_i (i = 1, 2)$, for which we have

$$J(Z, X) = 1 + E \times \log E + (1 - E) \log(1 - E), \\ q(j/i) = E, q(i/j) = 1 - E.$$

For such circuits, the value $J(Z, X) = 1$ bit corresponds to $E = 0$ и $p(E) = 0$. It is provided by simultaneous measurement of both values x_i . Curves 3, 4, 5, 10, 50 relate to schemes formed from the corresponding series of numbers of equally probable values x_i . For example, following C. Shannon, the function corresponding to our $J(Z, X)$, in situation α uniform values x_i , is equal to:

$$J(Z, X, \alpha) = \log \alpha + E \times \log E + (1 - E) \log \frac{1 - E}{\alpha - 1}.$$

At Fig. 3 information change dependencies are shown $J(Z, X, \alpha)$ от вероятности ее потерь $p(E)$ при блочных схемах формирования информации. Curve A relates to a conventional binary circuits. Curve B describes an integrated information retrieval block scheme in which blocks of probability values are grouped with some redundancy, which corresponds to the Shannon style. For example, a five-dimensional scheme in which the blocks correspond to the values of the transition probabilities $x_i (i = 1, 2, \dots, 5)$, corresponds to the probability $p(E) = 0.2$. The ten-dimensional scheme corresponds to a probability equal to 0.1. For a fifteen-dimensional scheme, we have $p(E) = 0.067$.

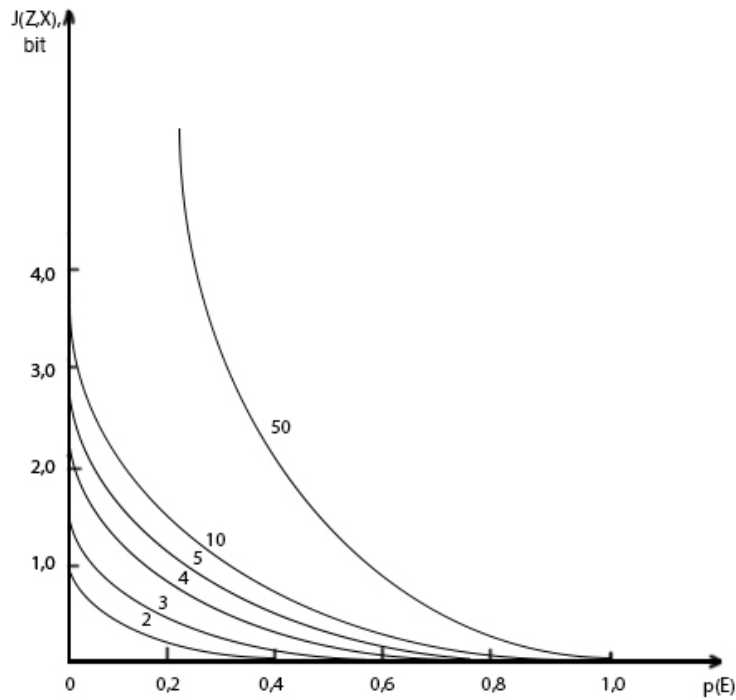


Figure 2 – Curves of changes in expected information $J(Z, X)$ from the probability of her loss $p(E)$ for various discrete receiving schemes x_i

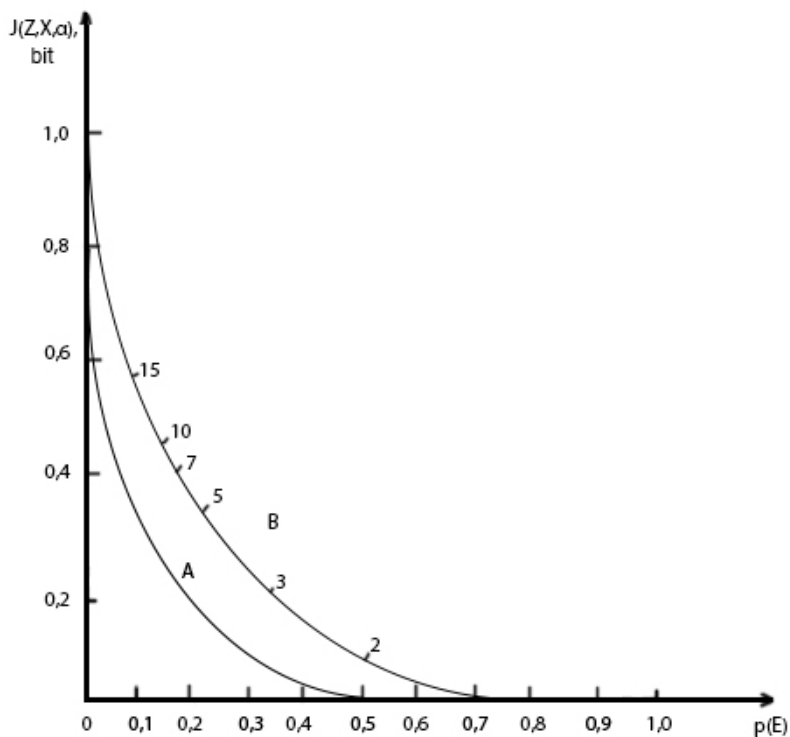


Figure 3 – Dependence of expected information on probability its losses in block grouping schemes transition probabilities

It can be seen from the Fig. 3 that the proposed large groupings of transitional probabilities allow essentially to reduce the losses of information. In this case the obtained results depend on the block schemes formation method and the method of their individual character informatively evaluation.

6 DICUSSION

As it evident from the Fig. 3, the application of the smaller groupings (with the lesser number of divisions) for the measuring x_i no leads to an increase in the lower boundaries of the expected information. However, we should also note that for the intermediate values x_i (7, 10,

15) the relative losses of information, as well as the distortions в області их больших значений являются значительно меньшими. Therefore, the losses of information are decreased. For example, about the seven-measured scheme for the fifteen-measured scheme the loss of information is decreased to 0.5–0.6 hit. And it is not little.

It is obvious, the block schemes are the most effective than the discrete schemes. At the same time, from the Fig. 2 can be seen that the widening of the discrete binary scheme to quinary scheme affords the gain in reduction of probability of information losses by more than 2.4 times, and to decimal scheme – by 3 times. Perhaps it is necessary to introduce a tolerance for distortion of information in measurement systems non less than two errors.

Formulas (8) and (9) it is possible to give an approximate estimate of the characteristics of information acquisition systems applicable to an equally probable distribution. But this is the distribution of implementations maximum value of Channon entropy and widely used in practice.

The closed analogue to the proposed method for determining the information additional losses is an E-entropy of Kolmagorov [4]. In contrast to the proposed in this paper, E-entropy measure it is connected with estimation only of information losses at sampling of real signals in time because of superimposition of E-network on initial set of possible continuous signals, as well as approximations of the measured function with unlimited spectrum using the limited spectrum model. The advantage of the schemes proposed in this paper is that there is no need to calculate the additional E-approximations and approximation errors of function spectra under noise conditions. The computational cost of the proposed schemes will be less than using of E-entropy.

Another near analogue to the proposed method is the method of determining the information characteristics of a discrete random sequence, which is described by the Markov process, with quantization by level and in time [1]. But his is found unsuitable for practical use. The main difficulty is in calculating the conditional Shannon entropy.

CONCLUSIONS

The urgent problem of mathematical support development is solved to automate the modeling at evaluating telemetrical information losses about geophysical processes in mines at conditions of noises.

The scientific novelty of obtained results is that the method of the additional losses of information evaluation which are caused by noise, measurement errors and transformations in the methane control subsystem is proposed. It determines the model for calculation the expected information lower boundaries at the given distortions. This allows to automate search for a whole set of schemes for obtaining information, which are characterized by different losses. This is turn reduce the information losses and provides introduction of data distortion tolerances in

measurement systems to achieve an acceptable accuracy of measurements.

The practical significance of obtained results is that the software realizing the proposed schemes of information receipt is developed, as well as experiments to study their properties are conducted. The experimental results allow to recommend the proposed schemes for use in practice.

Prospects for further research are to study the proposed set of schemes for a broad class of practical problems and to build new measuring systems.

REFERENCES

1. Kavalero G. I., Mandel'shtam S. M. Introduction to the Information Theory of Measurement. Moscow, énergiya, 1974, 376 p.
2. Shannon C. Information theory and cybernetics. In the Soviet Union, 1950.
3. Goldman S. Information Theory. Dover Pubs, 1968, 446 p.
4. Kolmagorov A. N., Tikhomov V. M. Entropy From Time Series Using Information-Theoretic Functionals. Milan palus, 1996, Vol. 2, No. 14, pp. 66–99.
5. Petrov B. N., Ulanov G. M., Petrov V. V., Ageyev V. M., Zaporozhets A. V., Uskov A. S., Kotchubievsky I. D., *The Information Bases of the Theory of Feedback Control Systems*. The Moscow Aviation Institute, 1972, Vol. 4, pp. 3–57.
6. Tarasenko F.P. Introduction to a Course on Information Theory. Tomsk, Tomsk University, 1963, 240 p.
7. Hiller F. S., Lieberman G. J. Introduction to stochastic models in operations research. New York, McGraw-Hill, 2010, 448 p. DOI: 10.1003/9781480612448.
8. Lutsenko E.V. Matematicheskaya syshnost sistemnoyi teorii information, Kuban State Agrarian University named after I. T. Trubilina. Krasnodar, eISSN: 1990–4665
9. Bates, J.A.V. Significance of Information Theory to Neurophysiology, *IRE Transactions on Information Theory*, 1953, pp. 137–142
10. Wolfowitz J. Coding Theorems of Information Theory. Springer-Verlag, New York, 1978, 2rd
11. Kupriyanov V. V., Barannikova I. V. Metodologicheskie aspekty dispetcherskogo kontrolya gazovozdyshykh situatsij na uchastkakh Shakhty, *Gornyi informatsionno-analiticheskij Byulleten*, 2016, No. 9, pp. 46–58.
12. Kupriyanov V. V., Matskevich O., Bondarenko I. S. Parametricheskie i neparametricheskie modeli prognozirovaniya neshtatnykh situatsii v padzemnykh gornykh vyrabotnykh, *Gornyi informatsionno-analiticheskij byulleten*, 2018, No. 3, pp. 200–207. DOI:10.25018/0236-1493-2018-3-0-200-207.
13. Kupriyanov V. V., Gerasimov V.S. The ways of increase of reliability of the processing and transmission of information in automated control systems, *Cornell University Library. USA, Itaka, state New York. Archives.org: cluster Information Theory*, 2017, pp. 114–117. DOI:10.1145/1273496.2017.117.
14. Kupriyanov V.V. Vybor intervalov oprosa apparatury kontrolya metana v ugol'nykh shakhatakh, *Informatsionnye Tekhnologii. Problemy i Resheniia. Sed'maia Mezhdynarodnaia konferentsiia*. Ufa, 21–24 Majia, trudy Ufa, Ufimskiy gosudarstvenniy tekhnicheskij universitet, 2019, pp. 33–37.
15. Van der Zijpp N. J., Bovy H. L. Driver information acquisition behavior. A modeling approach, *Automotive Technol-*

- ogy and Automation: 27th International Symposium ISATA, Aachen, Germany, 31st October-4th November, 1994, proceedings. Croydon, Automotive Automation Society, England, 1994, pp. 113–120. ISBN 0947719652.
16. Shannon C. Weaver Warren The Mathematical Theory of Communication. University of Illinois Press, 1963, ISBN 0-252-72548-4
17. Kullback S. Information Theory and Statistics. Dover Publications; New edition edition, July 7, 1997, 423 p.
18. Chaitin G. J. Information theoretical limitations of formal systems, *J. Assoc. Comp.*, 1974, 21, pp. 403–424.
19. Bellman R. Dynamic Programming. Dover Publications; Reprint edition, 2003, 384 p.
20. Himmelblau D. Process analysis by statistical methods. Wiley, 1970, 463 p.

Received 17.05.2020.
Accepted 21.09.2020.

УДК 622.831: 622.273.21 (091)

ОЦІНКА ТЕЛЕМЕТРИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ ПРО ГЕОФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ В УМОВАХ ШУМУ

Купріянов В. В. – д-р техн. наук, професор, кафедра автоматизованих систем управління Національного дослідницького технологічного університету «МІСіС», Москва, Росія.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Розглянуто задачу мінімізації втрат інформації при дискретному вимірюванні вмісту метану в період виїмання вугілля у вугільних шахтах. Об'єктом дослідження була методика оцінки втрат телеметричної інформації про геофізичних процесах в шахтах в умовах шумів. Мета роботи – створення набору дискретних і блокових схем отримання інформації для оцінки її втрат при наявності спотворень на основі інформаційного підходу.

Метод. Подані результати дослідження методики розв'язання задачі мінімізації втрат інформації при вимірюванні вмісту метану в вугільних шахтах. Запропоновано міру спотворень, що виникають при дискретному відображенні множини станів геофізичного процесу, в просторі вимірювань в умовах шумів і помилок в елементах підсистеми автоматизованого контролю метану. Поряд з цим заходом також запропонована модель для визначення нижньої границі очікуваної інформації при заданих викривленнях, заснована на рішенні оптимізаційної задачі. Досліджено характеристики деяких дискретних і блокових схем отримання інформації. Запропоновані блокові схеми враховують угруповання значень перехідних ймовірностей по трьох, п'яти, семи, десяти і п'ятнадцятимірних варіантах. Варіюючи розмір угруповання в блоках, методика дозволяє отримувати різні рівні деталізації меж очікуваної інформації.

Результати. Розроблені схеми реалізовані програмно і досліджені під час вирішення завдання мінімізації втрат інформації при контролі вмістів метану у вугільних шахтах.

Висновки. Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованого математичного забезпечення і дозволяють рекомендувати його для використання на практиці при побудові n -мірних схем отримання інформації. Перспективи подальших досліджень можуть полягати в експериментальному дослідженні запропонованих схем на більшому комплекті практичних завдань різної природи, а також у створенні перспективних вимірювальних систем, заснованих на принципах інформаційного аналізу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: дискретна схема отримання інформації, спотворення, перехідна ймовірність, втрата інформації, шум.

УДК 622.831: 622.273.21 (091)

ОЦЕНКА ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ О ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ В УСЛОВИЯХ ШУМА

Куприянов В. В. – д-р техн. наук, профессор, кафедра автоматизированных систем управления Национального исследовательского технологического университета «МИСиС», Москва, Россия.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Рассмотрена задача минимизации потерь информации при дискретном измерении содержания метана в период выемки угля в угольных шахтах. Объектом исследования являлась методика оценки потерь телеметрической информации о геофизических процессах в шахтах в условиях шумов. Цель работы – создание набора дискретных и блочных схем получения информации для оценки ее потерь при наличии искажений на основе информационного подхода.

Метод. Представлены результаты исследования методики решения задачи минимизации потерь информации при измерении содержания метана в угольных шахтах. Предложена мера искажений, возникающих при дискретном отображении множества состояний геофизического процесса, в пространстве измерений в условиях шумов и ошибок в элементах подсистемы автоматизированного контроля метана. Наряду с этой мерой также предложена модель для определения нижней границы ожидаемой информации при заданных искажениях, основанная на решении оптимизационной задачи. Исследованы характеристики некоторых дискретных и блочных схем получения информации. Предложенные блочные схемы учитывают группировки значений переходных вероятностей по трех, пяти, семи, десяти и пятнадцатимерным вариантам. Варьируя размер группировки в блоках, методика позволяет получать различные уровни детализации границ ожидаемой информации.

Результаты. Разработанные схемы реализованы программно и исследованы при решении задачи минимизации потерь информации при контроле содержания метана в угольных шахтах.

Выводы. Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предложенного математического обеспечения и позволяют рекомендовать его для использования на практике при построении n -мерных схем получения информации. Перспективы дальнейших исследований могут заключаться в экспериментальном исследовании предложенных схем на большем комплекте практических задач разной природы, а также в создании перспективных измерительных систем, основанных на принципах информационного анализа.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: дискретная схема получения информации, искажения, переходная вероятность, потеря информации, шум.

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Kavalero G.I. Introduction to the Information Theory of Measurement / G. I. Kavalero, S. M. Mandelshtam. – Moscow : énergiya, 1974. – 376 p.
2. Shannon C. Information theory and cybernetics / C. Shannon. – in the Soviet Union, 1950.
3. Goldman S. Information Theory / S. Goldman. – Dover Pubs., 1968. – 446 p.
4. Kolmagorov A.N. Entropy From Time Series Using Information-Theoretic Functionals / A. N. Kolmagorov, V. M. Tikhomov // Milan palus. – 1996 – Vol. 2, № 14. – P. 66–99.
5. Petrov B.N. The Information Bases of the Theory of Feedback Control Systems / [B. N. Petrov, G. M. Ulanov, V. V. Petrov et al] // The Moscow Aviation Institute. – 1972. – Vol. 4. – P. 3-57.
6. Tarasenko F. P. Introduction to a Course on Information Theory / F. P. Tarasenko. – Tomsk : Tomsk University, 1963. – 240 p.
7. Hiller F. S. Introduction to stochastic models in operations research /F. S. Hiller, G. J. Lieberman. – New York : McGraw-Hill, 2010. – 448 p. DOI: 10.1003/9781480612448.
8. Lutsenko E. V. Matematicheskaya syshnost sistemnoy teorii information // Kuban State Agrarian University named after I. T. Trubilina. – Krasnodar – eISSN: 1990-4665
9. Bates J. A. V. Significance of Information Theory to Neurophysiology // IRE Transactions on Information Theory. – 1953. – P. 137–142.
10. Wolfowitz J. Coding Theorems of Information Theory / J. Wolfowitz. – Springer-Verlag, New York, 1978. – 2rd
11. Kupriyanov V.V. Metodologicheskie aspekty dispatcher-skogo kontrolya gazovozdyshykh situatsiy na uchastkakh Shakhty /V. V. Kupriyanov, I. V. Barannikova // Gornyi informatsionno-analiticheskij Byulleten. – 2016. – №9. – P. 46–58.
12. Kupriyanov V. V. Parametricheskie I neparametricheskie modeli prognozirovaniya neshtatnykh situatsii v padzemnykh gornykh vyrabotnykh / V. V. Kupriyanov, O. Matskevich, I. S. Bondarenko // Gornyi informatsionno-analyticheskij byulleten. – 2018. – № 3. – P. 200–207. DOI:10.25018/0236-1493-2018-3-0-200-207.
13. Kupriyanov V. V. The ways of increase of reliability of the processing and transmission of information in automated control systems / V. V. Kupriyanov, V. S. Gerasimov // Cornell University Library. USA, Itaka, state New York. Achives.org: cluster Information Theory. – 2017. – P. 114–117. DOI:10.1145/1273496.2017.117.
14. Kupriyanov V. V. Vybor intervalov oprosa apparatury kontrolya metana v ugol'nykh shakhtakh / V. V. Kupriyanov // Informatsionnye Tekhnologii. Problemy i Reshenia. Sed'maia Mezhdynarodnaia konferentsiia, Ufa, 21–24 Maia: trudy Ufa: Ufimskiy gosudarstvenniy tekhnicheskii universitet, 2019. – P. 33–37.
15. Van der Zijpp N. J. Driver information acquisition behavior. A modeling approach / N. J. Van der Zijpp, H. L. Bovy // Automotive Technology and Automation:27th International Symposium ISATA, Aachen, Germany, 31st October-4th November,1994:proceedings. – Croydon : Automotive Automation Society, England. – 1994. – P. 113–120. ISBN 0947719652.
16. Shannon C. The Mathematical Theory of Communication / C. Shannon, Weaver Warren. – Univesity of Illinois Press, 1963. – ISBN 0-252-72548-4
17. Kullback S. Information Theory and Statistics / S. Kullback. – Dover Publications; New edition edition. – July 7, 1997. – 423 p.
18. Chaitin G. J. Information theoretical limitations of formal systems / G. J. Chaitin // J. Assoc. Comp. – 1974. – 21. – P. 403–424.
19. Bellman R. Dynamic Programming / R. Bellman. – Dover Publications; Reprint edition, 2003. – 384 p.
20. Himmelblau D. Process analysis by statistical methods /D. Himmelblau. – Wiley, 1970. – 463 p.

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

UDC 519.872

THE STATES FINAL PROBABILITIES ANALYTICAL DESCRIPTION IN QUEUING SYSTEM WITH AN ENTRANCE FLOW OF REQUIREMENTS GROUPS, WITH WAITING AND LEAVING THE QUEUE

Gorodnov V. P. – Dr. Sc., Professor, Professor of the National Academy of National Guard of Ukraine, Kharkov, Ukraine.

Kyrylenko V. A. – Dr. Sc., Professor, Chief Researcher, Research Department of Bohdan Khmelnytsky National Academy of the State Border Guard Service of Ukraine, Khmelnytsky, Ukraine.

Repilo Iu. E. – Dr. Sc., Professor, Professor of the National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovskyi, Kyiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The problem of predicting the efficiency of real queuing systems in the event of a possible arrival of requirements groups and leaving of “impatient” requirements from the queue. The aim of the study was to model the operation of such systems to create opportunities to control their operation in real time.

Objective. The aim of the research is to obtain an analytical description of the state’s final probabilities in a Markov queuing system with an input flow of requirements groups, with individual service of requirements, with a limited number of waiting places and with individual leaving of “impatient” requirements from the queue that is necessary to predict the values of the queuing system performance indicators.

Method. The probabilities of queuing systems states with an input flow of requirements groups with a random composition and with leaving of “impatient” requirements from the queue are described by the Kolmogorov differential equations. In a stationary state, these equations are transformed into a linearly dependent homogeneous system of algebraic equations. The structure of the equations depends on the numerical values of the input flow requirements group’s parameters and the controlled service system. Therefore, an attempt to predict the efficiency of a system is faced with the need to write down and numerically solve a countable set of algebraic equations systems that is quite difficult. The key idea of the proposed method for finding an analytical description of the final probabilities for the specified queuing system was the desire to localize the influence of requirements groups in the input flow on the operation of the queuing system in multiplicative non-ordinary functions. Such functions allow obtaining the required analytical description and assessing the degree of the final probabilities transformation, in comparison with known systems, as well as assessing the predicted values of the noted queuing system efficiency indicators when choosing the parameters for controlling its operation.

Results. For the first time analytical expressions are obtained for the final probabilities of the queuing system states with an input flow of random composition requirements groups, with a limited number of waiting places, with individual service and leaving “impatient” requirements from the queue, which makes it possible to evaluate all known indicators of the system’s performance.

Conclusions. The resulting description turned out to be a general case for well-known types of Markov queuing systems with non-ordinary and with the simplest input flow of requirements. The results of the numerical experiment testify in favor of the correctness of the obtained analytical expressions for the final probabilities and in favor of the possibility of their practical application in real queuing systems when solving problems of forecasting efficiency, as well as analyzing and synthesizing the parameters of real queuing systems.

KEYWORDS: Markov models, queuing systems, requirements groups, leaving the queue.

ABBREVIATIONS

QS is a queuing system.

NOMENCLATURE

A is an absolute QS capacity;

a_i is a probability of a group consisting of exactly i requirements at the input of the queuing system;
 $e=2,71\dots$ is a second remarkable limit;
 $f_i()$ is a density distribution of the requirements flow at the input of the queuing system;

$f_2()$ is a density distribution of service duration;
 $f_3()$ is a density distribution of the requirement waiting until leaving the queue;
 f_k is a non-ordinary function, which deforms the probability p_k of the queuing system k -th state when groups appear in the input flow of requirements;
 $f_{n+\gamma}$ is a non-ordinary function, which deforms the probability p_{k+n} of the queuing system $(k+n)$ -th state when groups appear in the input flow of requirements;
 I is a flow intensity of requirements at the input of QS;
 i is the number of requirements in the group;
 L is a maximum number of requirements in a group;
 L_{queue} is a queue length in the queuing system;
 $M_L/M/n/m$ is a designation of queuing system with waiting or with leaving the queue in the Kendall-Basharin classification;
 $M_L/M/n$ is a designation of the queuing system noted above but with no places to wait and it means QS with refusals;
 M is a designation of an exponential distribution of the random service time of each requirement;
 m is a number of places to wait;
 M_L is a designation of Poisson input flow of requirements groups with random composition and with the maximum number L of requirements in a group;
 $M_{b,d}$ is a mathematical expectation of the busy devices number;
 $M[i]$ is a mathematical expectation of the requirements number in groups;
 n is a number of identical channels (devices) in the queuing system;
 $P_{service}$ is a service probability of queuing system;
 $P_{refusal}$ is a service refusal probability;
 p_k is a probability of a queuing system state in which exactly k requirements is in the system;
 p_{n+k} is a probability of a queuing system state in which exactly n devices are busy by servicing and exactly γ waiting places are occupied by requirements;
 S_k is a system state, at which exactly k requirements are under maintenance;
 $S_{n+\gamma}$ is a system state, at which exactly n requirements are under maintenance and γ requirements are in a queue;
 t is a current time;
 T_{avr} is a mathematical expectation of requirement's service duration by the service device;
 $T_{avr,w}$ is a mathematical expectation of time before requirement leaves the queue;
 β is an inverse value to the mathematical expectation of time before requirement leaves the queue, $\beta = T_{avr,w}^{-1}$ and has the physical meaning of the intensity of requirements leaving from the queue;
 γ is a current number of occupied places to wait;
 λ is a parameter of requirements groups flow at the input of the queuing system and has the physical meaning of the requirements groups occurrence frequency;
 λ_i is a parameter of requirements groups input partial flow that consists of exactly i requirements in the group;

μ is a performance of one service device as the inverse value to the mathematical expectation of service time,
 $\mu = T_{avr}^{-1}$;
 ν is a ratio of requirements leaving intensity β from the queue to the performance μ of the service device;
 ρ is a load factor of a queuing system with a simplest flow of requirements;
 ρ_i is a load factor of queuing system by a part of the input flow of requirements groups.

INTRODUCTION

In the field of transport, trade, medicine, industry, information networks, control systems and in other areas, there is often appears repeated massive demand (flow of requirements) for various services. To work out such requirements, the corresponding "service" systems are created.

The wide distribution and diversity of such systems has caused the need to develop appropriate models of queuing systems for solving problems of analysis, synthesis and control of real systems. The moments of each requirement occurrence and the duration of its working out (service) are not known in advance (are random). If all service devices are busy, requirements can wait for their turn. "Impatient" requirements may leave the queue at an unknown point in time. Therefore, most models are stochastic

In real systems, as a rule, the conditions of the central limit theorem of A. Ya. Khinchin [1] are satisfied, and an input flow of requirements, that is close to the simplest one, is automatically generated. For such conditions, there are well-known models, for example, in [2]. However, requirements can often enter the system in groups with an unknown (random) quantity in the group. In queuing systems, shock loads occur, the effectiveness of systems decreases.

To perform a forecast of the effectiveness in such system and in such conditions its possible only by numerical methods for specific numerical values of the conditions parameters. Unfortunately, the probability of "guessing" the exact values of the future set of continuous random variables (the parameters of the conditions) is strictly zero. Therefore, numerical analysis can be adequate to the real process only a posteriori, which sharply reduces its scientific significance and at the same time makes it important to search not numerical, but analytical descriptions of state probabilities and efficiency indicators of queuing systems with an input flow of groups with random composition of requirements. At present, there is an analytical description of QS models with an input flow of requirements groups and with waiting in the queue [3]. However, for the general case of real systems, in which "impatient" requirements can refuse service and leave the queue at unknown moments in time, the analytical description of the model is not known, which complicates the control of such systems and makes the topic of this article relevant.

The object of research is a steady-state process of servicing an input flow of requirements groups in $M_L/M/n/m$ queuing system with leaving the queue.

The subject of research is the distribution law of the final state probabilities in queuing system $M_L/M/n/m$ with input flow of requirements groups and leaving the queue.

The research goal is to obtain an analytical description of final probabilities for the queuing system $M_L/M/n/m$ with input flow of requirements groups and leaving the queue which is the general case for the already known Markov models of queuing systems with an input flow of requirements groups and with the simplest input flow.

The noted final probabilities are a complete description of the systems operation and allow estimating the expected values of all known indicators of the queuing systems efficiency.

1 PROBLEM STATEMENT

The requirements groups flow with intensity I and density $f_1(t) = Ie^{-It}$ enters the queuing system. Service duration is random and has exponential distribution $f_2(t) = \mu e^{-\mu t}$. Some of the requirements in the groups that have found all service devices busy are queued. Each requirement can leave the queue without waiting for the start of service. The duration of the requirement waiting until leaving the queue is random and has exponential distribution $f_3(t) = \beta e^{-\beta t}$. By virtue of the noted distribution densities, a Markov process with continuous time and discrete states arises in the system.

This paper relies on a system of statements about the properties of a non-ordinary (general stationary) flow [1, pp. 14, 40, 41], which we present without proof.

The stationary flow of time points for the arrival of events groups without aftereffect is the simplest and is called the General Stationary Flow or non-ordinary flow.

Non-ordinary flow includes groups of i requirements ($i = 1, 2, \dots, L$) in a group. The flow can be determined by setting the probabilities distribution law (a_i) of appearing exactly i requirements in any group of input flow. Then the flow parameter λ will be less than the flow intension ($\lambda < I$) and will include partial flows with parameters λ_i :

$$\lambda_i = \lambda a_i; \quad \lambda = \sum_{i=1}^L \lambda_i; \quad I = \sum_{i=1}^L i \cdot \lambda_i. \quad (1)$$

A. Ya. Khinchin limit theorem [1] for random time intervals between groups of events in a non-ordinary flow is preserved and the form of the time intervals exponential distribution is preserved too, but with the parameter λ :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t > 0. \quad (2)$$

At the same time, to fulfill equality ($\lambda = I$) it is necessary and sufficient to have $a_1 = 1$. In this case, the flow of events becomes the simplest. For all other (non-ordinary) stationary flows without an aftereffect, the

intensity of the flow is always greater than its parameter ($I > \lambda$).

2 REVIEW OF THE LITERATURE

The model developed to describe one system or process often become relevant in other areas. Thus, in 1909, A. K. Erlang [4] developed a model for calculating the part of calls that can be served at a telephone station.

The work process at the telephone station included the receipt and service of applications from subscribers to switch communication channels with other subscribers. After the end of the call, the channel was released and could be used to service the next request. The application that arrived at the telephone station at the time when all channels were busy received a denial of service. The moments of applications receipt and the end of their service were random.

The Erlang-developed model of the requests mass service system at the telephone station turned out to be a universal tool for describing the processes of service in different systems and in different fields of human activity. Each of these areas and systems has its own peculiarities, which led to the development of more complex models and to the appearance of an independent scientific direction – the queuing theory.

Currently, queuing system models are being actively used for analysis, for predicting efficiency and for optimizing decisions made in various areas. These include the following areas: telecommunication networks [5, 6, 7, 8, 9, 10], socio-economic systems [11, 12], production systems [13, 14, 15, 16] and logistic systems [17, 18, 19], computing systems [20, 21], traffic management systems [22, 23, 24, 25] and others.

An interesting direction in the theory of queuing systems is the construction of models with an infinite number of devices, since it is these models that make it possible to describe complex technical systems for which the number of devices can be relatively large. For example, L. Brown, N. Gans, A. Mandelbaum, and A. Sakov [5] use such systems to simulate a call center in which agents provide telephone services almost no refusals. In such a company, customer service should start immediately. Therefore, the number of working operators should be large enough and should be monitored using the appropriate model.

Infinitely linear systems are also used as an approximation for multiline systems in cases where the probability of denial to service is negligible [26, 27, 28, 29, 30, 31].

At the initial stage, most studies of the queuing theory were performed under the assumption that the incoming flow of requests is the simplest [32, 33].

However, the development of computer and mobile systems has led to the need to create new mathematical models of requirements flows at the system input, which are not Poisson or non-ordinary flows. This was the reason for the increased interest in the study of systems with more complex incoming flows. Systems with non-Poisson flows were studied by such authors as G. P.

Klimov [34], G. Sh. Tsitsiashvili [35], P. P. Bocharov, A. V. Pechinkin [36], A. N. Moiseev and A. A. Nazarov, [37], S. P. Moiseeva [38], E. A. Doorn and A. A. Jages [39], V. F. Matveev, V. G. Ushakov [40] and others.

So, in the book of Matveev V. F. and Ushakov V. G. [40] was obtained generating function of the requirements number in the system for which the incoming flow is a superposition of independent flows with the same number of requirements in packs. For non-Poisson input flows in a system with an unlimited number of service channels E. A. Doorn and A. A. Jagers [39] obtained estimates of the variance for the number of busy servers.

Another important direction in the development of the queuing theory is the study of the systems operation in the conditions of the incoming flow, which includes groups of requirements with previously unknown composition. Thus, groups of motorcade cars can arrive at a gas station, visitors can arrive at a roadside restaurant in groups at the time of vehicles arrival, and the customers flow to the hotel includes both single customers and groups of several people, families for example. Such a flow is called non-ordinary.

A description of queuing system models with non-ordinary input flow can be found in works of A. A. Shakhbazov [41], Jung-Shyr Wu and Jyh-Yeong Wang [42], N. O. Kutselay and S. V. Safonov [43], O. Yu. Bogoyavlenskaya [44], V. B. Monsik, A. A. Skrynnikov, and A. U. Fedotov, in works of A. V. Pechinkin [45] and A. G. Tatashev, M. Akhilogova, S. A. Shchebunyaev.

In the general case, the probabilities of states in queuing systems $M_L/M/n/m$ with a non-ordinary input flow of requirements are described by Kolmogorov differential equations.

In the stationary state of the queuing system, these equations are transformed into a linearly dependent system of algebraic equations. The final probabilities of the queuing system states can be found by numerically solving the system of algebraic equations using the methods well known in linear algebra [2] – complete exclusion, inverse matrix, Kramer determinants. It should be noted that in this case the determinant of the algebraic equations system is always zero. Therefore, it is impossible to apply the Kramer determinant method directly.

One of the variants of the noted system algebraic equations numerical solution is the well-known matrix geometric method of Ramaswami [46]. This method is characterized as a method for the analysis of quasi-birth-death processes, continuous-time Markov chain whose transition rate matrix has a repetitive block structure. In this method, the final probabilities of the queuing system states are found using numerical calculations of the elements of the Neut's rate matrix [46].

Analytical description of models is sometimes possible to find for some performance indicators, as a rule, for single-channel systems (N. O. Kutselay and S. V. Safonov [43], O. Yu. Bogoyavlenskaya [44]) with a specific composition of requirements in input flow groups

(V. B. Monsik, A. A. Skrynnikov, A. U. Fedotov and A. V. Pechinkin [45]).

The search for regularities that could provide an analytical description of the final probabilities in the general case of a queuing system with a non-ordinary input flow of requirements were engaged in A. A. Shakhbazov [41], Jung-Shyr Wu and Jyh-Yeong Wang [42]. In all the studies noted, it was concluded that the final probabilities sought could ultimately be found only by numerical methods for a specific flow structure.

But the goal of queuing systems describing, as a rule, is the development of control tools for their operation based on predicting their efficiency when the parameters of the system and/or the parameters of input flow requirements change.

In this case, the number of different variants of systems of algebraic equations, requiring a numerical solution, can be estimated at 10^5-10^6 and more, which makes it difficult to write down so many different systems of equations itself, and also raises doubts about the possibility of their timely numerical solution and the choice of a values rational set of control parameters for service system.

The solution to the control problem can be in the search for an analytical description of the QS models for the most general conditions under which both single requirements and their groups can appear in the input flow.

The most complete analytical description of such QS was obtained in [3] for three types of Markov multichannel queuing systems: with refusals, with a limited and with an unlimited number of waiting places under the conditions of an input flow with a random composition of requirements groups and individual service of each requirement in the group.

At the same time, the models of queuing systems with input flow of requirements groups and with leaving requirements from queue, which are the most close to real service systems, did not receive their description in this work.

As a result, the relevance of the problem of analytical description for the state's final probabilities and performance indicators of queuing system with a non-ordinary input flow of requirements and with the leaving of single requirements from the queue becomes obvious, which also makes the topic of the article – relevant.

3 MATERIALS AND METHODS

In order to demonstrate the logic of obtaining an analytical description of the final probabilities, let us consider a relatively easily visible example for the $M_2/M/n/m$ system (Fig. 1) with waiting, with individual service for each requirement and with individual requirements leaving the queue.

At the entrance of the $M_2/M/3/4$ queuing system with waiting and leaving of individual requirements from the queue, a non-ordinary flow is coming. It consists of two ($L = 2$) partial flows with parameters $\lambda_1 = \lambda a_1$ and $\lambda_2 = \lambda a_2$.

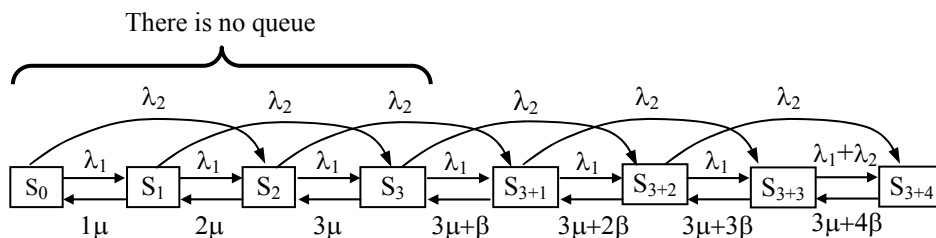


Figure 1 – The model Graph of queuing system $M_2/M/3/4$ with waiting and leaving of individual requirements from the queue

Let's call a group of requirements as a request and define expressions for the coefficients ($\rho_i, i = 0; 1$) of the system load by a part of the entrance flow of requests and for the coefficient ν as follows:

$$\rho_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu}; \quad \rho_1 = \frac{\lambda_2}{\mu}; \quad \nu = \frac{\beta}{\mu}. \quad (3)$$

The model graph (Fig. 1) is described by the system of linearly independent Kolmogorov differential equations for state probabilities $p_k, 0 \leq k \leq 3$ and $p_{3+\gamma}, 1 \leq \gamma \leq 4$, where ($p_{k < 0} = 0$):

$$\left. \begin{aligned} p'_k(t) &= -(\lambda + k\mu)p_k(t) + \lambda_1 p_{k-1}(t) + \\ &+ \lambda_2 p_{k-2}(t) + (k+1)\mu p_{k+1}(t), \quad k = 0, \dots, 2; \\ p'_{3+\gamma}(t) &= -(\lambda + 3\mu + \gamma\beta)p_{3+\gamma}(t) + \\ &+ \lambda_1 p_{3+\gamma-1}(t) + \lambda_2 p_{3+\gamma-2}(t) + \\ &+ [3\mu + (\gamma+1)\beta]p_{3+\gamma+1}(t); \quad \gamma = 0, \dots, 4; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

For the stationary mode of the queuing system operation, equations (4) will take the form:

$$\left. \begin{aligned} (k+1)\mu p_{k+1} &= (\lambda + k\mu)p_k - \lambda_1 p_{k-1} - \\ &- \lambda_2 p_{k-2}, \quad k = 0, \dots, 2; \\ [3\mu + (\gamma+1)\beta]p_{n+\gamma+1} &= (\lambda + 3\mu + \\ &+ \gamma\beta)p_{3+\gamma} - \lambda_1 p_{3+\gamma-1} - \lambda_2 p_{3+\gamma-2}; \quad \gamma = 0, \dots, 4; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Then let's perform a sequential summation of the left and right sides of the equations in the system (5) for the steady state conditions:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^k (i+1)\mu p_{i+1} &= \sum_{i=0}^k [(\lambda + i\mu)p_i - \\ &- \lambda_1 p_{i-1} - \lambda_2 p_{i-2}], \quad k = 0, \dots, 2; \\ \sum_{i=0}^2 (i+1)\mu p_{i+1} + \sum_{i=1}^{3+\gamma} [3\mu + (\gamma+1)\beta]p_{n+\gamma+1} &= \\ &= \sum_{i=0}^2 [(\lambda + i\mu)p_i - \lambda_1 p_{i-1} - \lambda_2 p_{i-2}] + \\ &+ \sum_{i=0}^{\gamma} [(\lambda + 3\mu + i\beta)p_{3+i} - \\ &- \lambda_1 p_{3+i-1} - \lambda_2 p_{3+i-2}]; \quad \gamma = 0, \dots, 4; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

From formulas (6) we can get:

$$k\mu p_k = \lambda p_{k-1} + \lambda_2 p_{k-2}, \quad k = 1, \dots, 3; \quad (7)$$

$$[3\mu + \gamma\beta]p_{3+\gamma} = \lambda p_{3+\gamma-1} + \lambda_2 p_{3+\gamma-2}, \quad \gamma = 1, \dots, 4. \quad (8)$$

Using the notations (3) for the conditions of the steady state, from formulas (7) and (8) we can find:

$$k p_k = \rho_0 p_{k-1} + \rho_1 p_{k-2}, \quad k = 1, \dots, 3; \quad (9)$$

$$(3 + \gamma\nu)p_{3+\gamma} = \rho_0 p_{(3+\gamma)-1} + \rho_1 p_{(3+\gamma)-2}, \quad \gamma = 1, \dots, 4. \quad (10)$$

For further reasoning, we recall the well-known Erlang formulas [4] for the queuing system $M/M/n$ with refusals:

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0, \quad k = 1, \dots, n; \quad \rho = \frac{I}{\mu}. \quad (11)$$

And then let's choose the form of analytical expressions for the final probabilities of the queuing system states, taking into account the need to localize the non-ordinary properties of the input request flow in a separate multicomponent function f_k and $f_{n+\gamma}$:

$$p_k = \frac{\rho_0^k}{k!} p_0 f_k, \quad k = 0, \dots, n; \quad (12)$$

$$p_{n+\gamma} = \frac{\rho_0^n}{n!} \frac{\rho_0^\gamma}{\prod_{i=1}^{\gamma} (n+i\nu)} p_0 f_{n+\gamma}, \quad \gamma = 1, \dots, m. \quad (13)$$

Substituting (12) into (9) and (13) into (10), we find:

$$f_k = f_{k-1} + f_{k-2} \frac{\rho_1}{\rho_0} (k-1); \quad k = 1, \dots, n; \quad n = 3; \quad (14)$$

$$f_{n+\gamma} = f_{n+\gamma-1} + f_{n+\gamma-2} \frac{\rho_1}{\rho_0^2} \times \quad (15) \quad p_0 = p_0 \cdot f_0. \quad (20)$$

$$\times [n + (\gamma - 1)v]; \quad n = 3; \gamma = 1, \dots, 4.$$

For the convenience of writing the general case of the non-ordinary functions expressions, we note that the sum of elements whose lower boundary is greater than the upper one, do not contain any element, therefore it is equal to zero. Elements with a negative index in this case have no physical meaning therefore they are also equal to zero.

Now let's consider the general case of a $M_L/M/n/m$ queuing system with an input flow of requirements groups and with the leaving of individual requirements from the queue.

In this case, the input of the queuing system receives a flow of requirements groups, which consists of L partial flows with parameters $\lambda_i = \lambda a_i, i = 1, \dots, L$. Then expressions (3) take the form:

$$\rho_i = \frac{1}{\mu} \sum_{j=1+i}^L \lambda_j, \quad i = 0, \dots, L. \quad (16)$$

For the general case of QS $M_L/M/n/m$ with single "impatient" requirements leaving the queue, expressions (14) and (15) take the form:

$$f_k = f_{k-1} + \sum_{i=2}^k \left[f_{k-i} \frac{\rho_{i-1}}{\rho_0^i} \times \right. \quad (17)$$

$$\left. \times \prod_{j=1}^{i-1} (k-j) \right]; \quad k = 2, \dots, n;$$

$$f_{n+1} = \sum_{k=0}^n \frac{\rho_{n-k} \cdot n!}{k! \rho_0^{n+1-k}} f_k; \quad (18)$$

$$f_{n+\gamma} = \prod_{i=1}^{\gamma-1} (n+iv) \sum_{k=0}^n \left[\frac{\rho_{n+\gamma-k-1} \cdot n!}{\rho_0^{n+\gamma-k} \cdot k!} f_k + \right. \quad (19)$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{\gamma-1} \frac{\rho_{\gamma-j-1}}{\rho_0^{\gamma-j} \cdot \prod_{i=1}^j (n+iv)} f_{n+j} \right], \quad \gamma = 2, \dots, m.$$

One can make sure that for the considered example (Fig. 1) with the conditions $\rho_i = 0, i > 1; n = 3, m = 4$ expressions (17), (18) and (19) are transformed into expressions (14) and (15), respectively.

To determine the value of the first non-ordinary function (f_0), we substitute the value $k = 0$ in formula (12) and then we can get:

From equation (20) follows the equality $f_0 = 1$. The value of the non-ordinary function (f_1) can be found from formula (14) or from (17). If $k = 1$, then we get:

$$f_1 = f_{1-1} + 0 = f_0. \quad (21)$$

Thus, the numerical values of the first two non-ordinary functions become known:

$$f_0 = f_1 = 1. \quad (22)$$

To find the zero state probability p_0 of the QS, we use the condition of normalizing the probabilities. Substituting there formulas (12) and (13), we obtain:

$$\sum_{k=0}^{n+m} p_k = 1; \rightarrow \sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} p_0 f_k + \quad (23)$$

$$+ \frac{\rho_0^n}{n!} p_0 \sum_{\gamma=1}^m \frac{\rho_0^\gamma}{\prod_{i=1}^{\gamma} (n+iv)} f_{n+\gamma} = 1.$$

Then we take out the common factor p_0 outside the brackets and find its value:

$$p_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k + \frac{\rho_0^n}{n!} \sum_{\gamma=1}^m \frac{\rho_0^\gamma}{\prod_{i=1}^{\gamma} (n+iv)} f_{n+\gamma} \right)^{-1}. \quad (24)$$

To verify the correctness of the solution obtained, we'll find the value of non-ordinary functions f_k for the case of non-ordinary input flow of requirements degeneration into the simplest flow $a_1 = 1; a_i = 0, i > 1$.

In this case, the parameters of the partial flow of requests for service immediately two or more requirements are equal to zero ($\lambda_i = \lambda a_i = 0, i > 1$). Then from formulas (1) and (16) it follows $\rho_0 = \rho; \rho_i = 0; i > 0$.

If we substitute the obtained values ρ_i into formulas (17) and (19), taking into account the equality $f_0 = f_1 = 1$, we can see that the second term in formula (17) vanishes and the first part of non-ordinary functions becomes equal to one:

$$f_k = f_{k-1} = 1; \quad k = 1, \dots, n. \quad (25)$$

In formula (19), the first term in the square bracket becomes equal to zero. The rest of the terms are nonzero only for the condition $j = \gamma - 1$, under which $\rho_{\gamma-j-1} = \rho_0 \neq 0$:

$$f_{n+\gamma} = \prod_{i=1}^{\gamma-1} (n+iv) \left[0 + \frac{\rho_0}{\rho_0 \cdot \prod_{i=1}^{\gamma-1} (n+iv)} f_{n+\gamma-1} \right]. \quad (26)$$

From (26) follows the equality:

$$f_{n+\gamma} = f_{n+\gamma-1} = 1, \quad \gamma = 1, \dots, m. \quad (27)$$

As a result, expressions (13) and (24) for the final probabilities of the $M_L/M/n/m$ queuing system with the leaving of requirements from the queue are transformed into well-known formulas for the same system $M/M/n/m$ but with the simplest input flow of requirements:

$$\left. \begin{aligned} p_k &= \frac{\rho^k}{k!} p_0, \quad k = 0, \dots, n; \\ p_{n+\gamma} &= \frac{\rho^n}{n!} \frac{\rho^\gamma}{n^\gamma} p_0, \quad \gamma = 1, \dots, m; \quad \rho = \frac{I}{\mu}; \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$p_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\gamma=1}^m \frac{\rho^\gamma}{n^\gamma} \right)^{-1}. \quad (29)$$

This result testifies in favor of the research correctness and the expressions obtained for the non-ordinary functions (17), (19) and final probabilities (12), (13) and (24) for the $M_L/M/n/m$ system with a non-ordinary input flow, with the waiting and leaving of individual "impatient" requirements from the queue.

The obtained description (12), (13), (16)–(19) of a queuing system is a general case for well-known Markov queuing systems with a non-ordinary input flow of requests and without leaving the queue $M_L/M/n/m$ and for a queuing system with refusals $M_L/M/n$ [3], as well as for the QS with the simplest input flow of requirements and leaving the queue $M/M/n/m$, for the QS without leaving the queue $M/M/n/m$ and for the QS $M/M/n$ with refusals.

To verify this statement, let us consider a variant of the description (12), (13), (16)–(19) transition into the description of a queuing system with waiting $M_L/M/n/m$ and without leaving the queue.

In the queuing system $M_L/M/n/m$ with waiting, the leaving of requirements from the queue is not provided.

Therefore, in formulas (3), (13), (19), and (24) of the queuing system $M_L/M/n/m$ model with waiting and with the leaving of "impatient" requirements from the queue, the value β and the coefficient ν are equal to zero:

$$\beta = 0; \quad \nu = 0. \quad (30)$$

The formulas for the load factors of the system as a part of the input flow of requirements (16), for the non-ordinary functions f_k (17) and for the probabilities p_k (12) remain unchanged. The analytical description of the final probabilities for the states in the $M_L/M/n/m$ QS with the presence of requirements in the queue takes the form:

$$p_{n+\gamma} = \frac{\rho_0^n}{n!} \frac{\rho_0^\gamma}{n^\gamma} p_0 f_{n+\gamma}, \quad \gamma = 1, \dots, m; \quad (31)$$

$$f_{n+\gamma} = n^{\gamma-1} \left[\sum_{k=0}^n \frac{\rho_{n+\gamma-k-1} \cdot n!}{\rho_0^{n+\gamma-k} \cdot k!} f_k + \sum_{j=1}^{\gamma-1} \frac{\rho_{\gamma-j-1}}{\rho_0^{\gamma-j} \cdot n^j} f_{n+j} \right]; \quad (32)$$

$$p_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k + \frac{\rho_0^n}{n!} \sum_{\gamma=1}^m \left[\left(\frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma f_{n+\gamma} \right] \right)^{-1}. \quad (33)$$

The analytical description for the final probabilities of the $M_L/M/n$ queuing system with refusals, with individual servicing of each requirement and with the flow of requirements groups at the system input includes formulas (12), (16), (17), and (22), as well as the formula (24), which in this case will have the following form:

$$p_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k \right)^{-1}. \quad (34)$$

Subsequent transformations of expressions (31) – (34) for the types of queuing systems mentioned above are given in [3].

4 EXPERIMENTS

To evaluate the performance of a queuing system with the input flow of requirements groups and with the waiting and leaving of individual "impatient" requirements from the queue, sometimes the input flow is replaced with the simplest flow and is used the $M/M/n/m$ model.

To check the admissibility of such a replacement, we will use the known example [3], in which we change the number of service devices and waiting places, and also take into account the possibility of "impatient" requirements leaving the queue. The graph of the marked model is presented in Fig. 2.

The parameters of the considered QS model $M_L/M/n/m$ are presented in Table 1 (items 1–9) and turn out to be equal: $I=2$ [requirements/minute]; $n=4$; $m=3$; $\beta=0,25$; $L=8$; $a_i=1/L$, $i=1, \dots, L$; $\mu=1$ [minute⁻¹]; $\rho_i=0$, for $i>7$.

In such a system, the total performance of service devices is bigger than the intensity of the input requirements flow. Then, in the case of deterministic input flow, all requirements must be served.

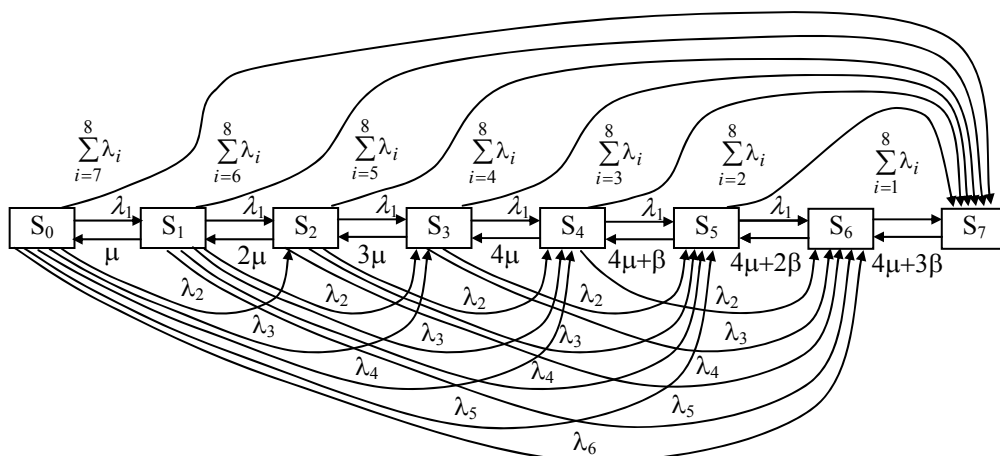


Figure 2 – The model graph of queuing system $M_8/M/4/3$ with the waiting and leaving of individual “impatient” requirements from the queue

Table 1 – Evaluation of the influence of requirements groups in the input flow on the state’s probabilities in the queuing systems with leaving of requirements from the queue (see Fig. 3)

Model $M_L/M/n/m$ (names and values of model parameters)												Model $M/M/n/m$		
#	Name	Value	#	Name	Value	#	Name	Value	#	Name	Value	#	Name	Value
1	n	4	11	$M[i]$	4.5	21	f_0	1	31	p_2	0.119	41	p_0	0.133
2	m	3	12	$\rho=I/\mu$	2	22	f_1	1	32	p_3	0.086	42	p_1	0.266
3	μ	3	13	ρ_0	0.444	23	f_2	2.969	33	p_4	0.064	43	p_2	0.266
4	I	2	14	ρ_1	0.389	24	f_3	14.5	34	p_5	0.057	44	p_3	0.177
5	L	8	15	ρ_2	0.333	25	f_4	97.53	35	p_6	0.049	45	p_4	0.089
6	λ	0.444	16	ρ_3	0.278	26	f_5	825.4	36	p_7	0.040	46	p_5	0.042
7	a_i	0.125	17	ρ_4	0.222	27	f_6	7168	37	$M_{b,d}$	0.933	47	p_6	0.019
8	λ_i	0.194	18	ρ_5	0.167	28	f_7	63004	38	A	0.933	48	p_7	0.008
9	β	0.25	19	ρ_6	0.111	29	P_0	0.405	39	L_{queue}	0.275	49	L_{queue}	0.102
10	v	0.25	20	ρ_7	0.056	30	P_1	0.180	40	$P_{serv,gr}$	0.466	50	$P_{serv,Er}$	0.843

The law of states’ probability distribution in a queuing system allows finding the calculation formulas for the following characteristics: the mathematical expectation of the busy devices number; the mathematical expectation of the requirements number in groups; absolute system capacity; service probability; queue length in the queuing system and for service refusal probability:

$$\left. \begin{aligned} M_{b,d} &= \sum_{k=1}^n k \cdot p_k; \quad M[i] = \sum_{i=1}^L i \cdot a_i; \\ \lambda &= \frac{I}{M[i]}; \quad \lambda_i = \lambda \cdot a_i, \quad i = 1, \dots, L; \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \mu \cdot M_{b,d}; \quad P_{service} = \frac{A}{I}; \\ P_{refusal} &= 1 - P_{service}; \quad L_{queue} = \sum_{\gamma=1}^m \gamma \cdot p_{n+\gamma}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

5 RESULTS

For the considered version of the queuing system model, the non-ordinary functions (17)-(19) will take the specific form for states without queue (37) and for states with a queue (38)–(40):

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= f_1 = 1; \quad f_2 = f_1 + f_0 \frac{\rho_1}{\rho_0} (2-1); \\ f_3 &= f_2 + f_1 \frac{\rho_1}{\rho_0} 2 + f_0 \frac{\rho_2}{\rho_0} 2 \cdot 1; \\ f_4 &= f_3 + f_2 \frac{\rho_1}{\rho_0} 3 + f_1 \frac{\rho_2}{\rho_0} 3 \cdot 2 + f_0 \frac{\rho_3}{\rho_0} 3 \cdot 2 \cdot 1; \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$f_5 = 24 \frac{\rho_4}{\rho_0} f_0 + 24 \frac{\rho_3}{\rho_0} f_1 + 12 \frac{\rho_2}{\rho_0} f_2 + 4 \frac{\rho_1}{\rho_0} f_3 + f_4; \quad (38)$$

$$\left. \begin{aligned} f_6 &= (4+1v) \left[24 \frac{\rho_5}{\rho_0} f_0 + 24 \frac{\rho_4}{\rho_0} f_1 + \right. \\ &\quad \left. + 12 \frac{\rho_3}{\rho_0} f_2 + 4 \frac{\rho_2}{\rho_0} f_3 + \frac{\rho_1}{\rho_0} f_4 \right] + f_5; \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} f_7 &= (4+1v)(4+2v) \left[24 \frac{\rho_6}{\rho_0} f_0 + 24 \frac{\rho_5}{\rho_0} f_1 + 12 \frac{\rho_4}{\rho_0} f_2 + \right. \\ &\quad \left. + 4 \frac{\rho_3}{\rho_0} f_3 + \frac{\rho_2}{\rho_0} f_4 \right] + (4+2v) \frac{\rho_1}{\rho_0} f_5 + f_6. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

The indicators (35), (36) and probabilities of the model states (Fig. 2) in the steady state are described by the formulas (1), (12), (3), (13), (16), (17), (18), (19), (21) and (24).

Let us use the noted formulas and estimate the probabilities (p_k , $p_{n+\gamma}$) of the system states and the probability of servicing requirements in queuing systems with leaving the queue of individual requirements, with the same number of servicing devices and waiting places, with the same intensity of the incoming flow of requirements but no requirement groups.

In the first case, a flow of requirements groups arrives at the input of the system, and in the second case, the input flow of requirements is the simplest and includes only single requirements. The calculation results are presented in table 1 and in the Fig. 3.

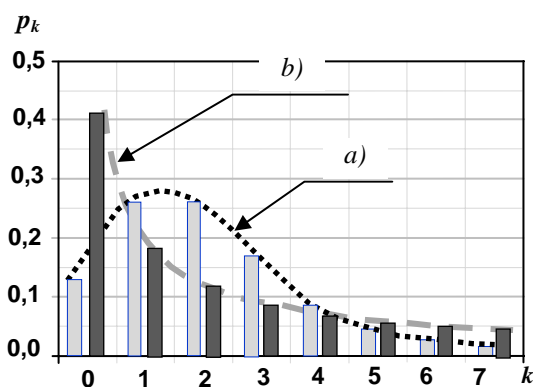


Figure 3 – Final probabilities p_k of the states in the same queuing systems with leaving individual requirements from the queue and with the same intensity:

- a) QS without any groups of requirements in the input flow (model M/M/4/3);
- b) QS with groups of requirements in the composition of the real input flow

Quantitative estimates (see Table 1, Fig. 3) lead to the following conclusion.

6 DISCUSSION

In a number of cases, the main indicator of the queuing system efficiency is the probability of servicing requirements, on which other indicators depend. Therefore, we will consider the numerical values of this indicator for the compared queuing systems.

The appearance of groups in the input flow of requirements changes the probability distribution of the considered systems states (Table 1 items 41–48, items 29–39, and Fig. 3) and leads to a decrease in the probability of service (Table 1 item 40) by about 44% compared to the probability service in the model with the simplest input flow of requirements (Table 1, item 50).

A decrease in the probability of service, as the main indicator of efficiency, can be significant for the results of the system's operation and requires a quantitative forecast for timely action in managing of the system operation.

The influence of the requirements groups composition on the change in the final probabilities is concentrated in

the multiplicative non-ordinary functions (17), (19) (Table 1 items 21–28), which each time reflect the magnitude of the transformation of the system specific states probabilities with a group input flow in comparison with the same system, but with the simplest input flow of requirements, and may have an order value 10^4 – 10^5 .

The considered features determine the need to take into account the composition of the groups in the input flow of requirements when conducting assessments and when managing the corresponding queuing systems.

CONCLUSIONS

In the course of the research, the analytical expressions for the final probabilities of states in the $M_L/M/n/m$ queuing system with an input flow of requirements groups, with individual service of requirements and with leaving of “impatient” requirements from the queue were obtained for the first time.

The influence of the requirements groups composition on the change in the final probabilities of queuing system is concentrated in the multiplicative non-ordinary functions (17), (19), which each time reflect the magnitude of the transformation of the system specific states probabilities and can have a value of the order of 10^4 – 10^5 .

An analytical description of the final probabilities and performance indicators allows the use of calculation automation tools, for example Microsoft Excel, to obtain the results of estimates almost instantly and to select the values of the parameters for controlling the operation of the service system in real time.

The scientific novelty of the results obtained lies in the creation of possibilities for predicting the effectiveness of QS $M_L/M/n/m$ with leaving of “impatient” requirements from the queue and of known types of Markov queuing systems with an input flow of requirements groups, with individual service for each requirement and with a random number of requirements in groups.

The obtained description (12), (13), (16)–(19) of a queuing system is a general case for other well-known types of Markov queuing systems with a non-ordinary input flow of requests and without leaving the queue $M_L/M/n/m$ and for a queuing system with refusals $M_L/M/n$ [3], as well as for the QS with the simplest input flow of requirements and leaving the queue $M/M/n/m$, for the QS without leaving the queue $M/M/n/m$ and for the QS with refusals $M/M/n$.

At the same time, the well-known Markov service models for the simplest flow of requirements turned out to be a special case of the considered models with an input flow of requirements groups. In the new formulas, all the features of requirements groups servicing are localized in recurrent expressions for the non-ordinary functions, which makes it easier to perform calculations in real time.

The practical significance of the results obtained lies in creating conditions for the directed solution of problems of analysis, synthesis and control of Markov queuing systems in the general case of a requirements

groups input flow with a random number of requirements in groups. The formulas obtained for calculating the values of the non-ordinary functions are recurrent and convenient for practical calculations. The numerical values of these functions clearly show the deformation of the final states probabilities in queuing systems with an input flow of requirements groups compared to known queuing systems with the simplest input flow of requirements.

Prospects for further research may include the construction of queuing systems models with incomplete availability of servicing device. Each of the systems under consideration is an actual model of real systems in economics, medicine, modern communication systems and in other areas.

REFERENCES

1. Khinchin A. Ya. Pod red. B. V. Gnedenko Raboty po matematicheskoy teorii massovogo obsluzhivaniya. Moscow, Fizmatgiz, 1963, 236 p.
2. Venttsel' Ye. S. Issledovaniye operatsiy. Moscow, Sovetskoye radio, 1972, 552 p.
3. Gorodnov V. P. The analytical description of final probabilities for states of queuing systems with input flow of groups of requirements, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 4 (51), pp. 25–37 DOI <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2019-4-3/>.
4. Erlang A.K. The Theory of Probabilities and Telephone Conversations, *Nyt Tidsskrift for Mathematic Ser. B* 20, 1909.
5. Brown L., Gans N., Mandelbaum A. et al Statistical Analysis of a Telephone Call Center, *Queueing-Science Perspective Journal of the American Statistical Association*, 2005, Vol. 100, Issue 469, pp. 36–50. DOI: <https://doi.org/10.1198/016214504000001808/>.
6. Gaydamaka Yu. V., Zaripova E. R., Samuilov K. E. Modeli obsluzhivaniya vyzovov v seti sotovoy podvuzhnoy svyazi. Moscow, RUDN, 2008, 72 p.
7. Lakatos L., Szeidl L., Telek M. Introduction to queueing systems with telecommunication applications, books.google.com, 2012.
8. Lozhkovsky A. G. Teoriya massovogo obsluzhivaniya v telekommunikatsiyakh: uchebnik. Odessa, ONAS im. A. S. Popova, 112 p.
9. Tarasov V. N., Bakhareva N. F., Akhmetshina E. G. Modeli teletrafika na osnove sovremennoy teorii massovogo obsluzhivaniya, *Infokommunikatsionnyye tekhnologii*, 2018, Vol. 16, № 1, pp. 68–74.
10. Tsitsiashvili G. Sh., Osipova M. A., Samuilov K. E. et al. Primeneniye mnogokanal'nykh sistem massovogo obsluzhivaniya s otkazami k konstruirovaniyu telekommunikatsionnykh setey, *Dal'nevostochnyy matematicheskyy Zhurnal*, 2018, Vol. 18:1, pp. 123–126.
11. Ebadi M., Ahmadi-Javid A. Socio-economic design of control charts for monitoring service processes: a case study of a restaurant system, *Journal Quality Technology & Quantitative Management*, 2018, Published online. DOI: <https://doi.org/10.1080/16843703.2018.1519880/>.
12. Liu Zhongyia, Liu Jingchenb, Zhai Xinb et al. Police staffing and workload assignment in law enforcement using multi-server queueing models, *European Journal of Operational Research*, 2019, Vol. 276, Issue 2, pp. 614–625. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.004>
13. Albey E., Bilge U., Uzsoy R. Multi-dimensional clearing functions for aggregate capacity modeling in multi-stage production systems, *International Journal of Production Research*, 2017, Vol. 55, Issue 14, pp. 4164–4179. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207543.2016.1257169/>.
14. Korolkova L. I., Pereverzev P. P. Optimizatsiya protsessov predpriyatiya na osnove novoy metodiki rascheta kharakteristik mnogofaznoy sistemy massovogo obsluzhivaniya s nepreryvnoy zagruzkoy bez promezhutochnykh nakopiteley, *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2012, № 3.
15. Papadopoulos H. T., Heavey C. Queueing theory in manufacturing systems analysis and design: A classification of models for production and transfer lines, *European Journal of Operational Research*, 1996, Vol. 92, Issue 1, pp. 1–27. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00378-9](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00378-9)
16. Zavarella L., Zaroni S., Ferretti I. et al. Energy demand in production systems: A Queueing Theory perspective, *International Journal of Production Economics*, 2015, Vol. 170, Part B, pp. 393–400. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.06.019/>.
17. Istomina A. A., Badenikov V. Y., Istomin A. L. Optimal'noye upravleniye tovarnymi zapasami na osnove teorii massovogo obsluzhivaniya, *FGBOU VO «Angarskiy gosudarstvennyy tekhnicheskyy universitet»*, 2016, № 10, pp. 148–152.
18. Plotkin B. K., Delukin L. A. Ekonomiko-matematicheskiye metody i modeli v kommercheskoy deyatelnosti i logistike: Uchebnik. SPb, Izd-vo, 2015, 345 p.
19. Popov A. V., Obrezanova E. R., Sinebryukhova E. Yu. Veroyatnostnoye modelirovaniye logicheskoy sistemy gruzoperevozok. Radioyelektronni i komp'yuterni sistemi, *Radioelektronni i komp'yuterni sistemi*, 2012, № 1 (53), pp. 144–151.
20. Balsamo S., De Nitto V Personè, Inverardi P. A review on queueing network models with finite capacity queues for software architecture performance prediction, *Performance Evaluation*, 2003, Vol. 51, Issue. 2, pp. 269–288. Access mode: DOI: [https://doi.org/10.1016/S0166-5316\(02\)00099-8/](https://doi.org/10.1016/S0166-5316(02)00099-8/).
21. Kleinrok L. Vychislitel'nyye sistemy s ocheredyami. Moscow, Mir, 1979, 600 p.
22. Afanas'yeva L. G., Bulinskaya E. V. Matematicheskiye modeli transportnykh sistem, osnovannyye na teorii ocherey, *Trudy MFTI*, 2010, Vol. 2, Issue 4, pp. 6–10.
23. Assad A. A. Models for rail transportation, *Transportation Research Part A: General*, 1980, Vol. 14, Issue 3, pp. 205–220. Access mode: DOI: [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(80\)90017-5/](https://doi.org/10.1016/0191-2607(80)90017-5/).
24. Kazakov A., Lempert A. A., Zharkov M. L. Modelirovaniye transportno-peresadochnykh uzlov na osnove sistem massovogo obsluzhivaniya – mnogofaznykh i c bmapotokom, *Vestnik ural'skogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya*, 2016, № 4 (14), pp. 4–14. DOI: <https://doi.org/10.20291/2079-0392-2016-4-4-14/>.
25. Rachinskaya M. A., Fedotkin M. A. Postroyeniye i issledovaniye veroyatnostnoy modeli tsiklicheskogo upravleniya potokami maloy intensivnosti, *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo*, 2014, № 4 (1), pp. 370–376.
26. Grachev V. V. Moiseev A. N., Nazarov A. A. et al. Mnogofaznaya model' massovogo obsluzhivaniya sistemy raspredelennoy obrabotki dannykh, *Doklady TUSURA*, 2012, № 2 (26), Part 2, pp. 248–251.

27. Mandelbaum A., Pats G. State-dependent queues: approximations and applications, *Stochastic Networks, IMA Volumes in Mathematics*, Springer, 1995, pp. 239–282.
28. Mandelbaum A., Zeltyn S. The impact of customers patience on delay and abandonment: some empirically driven experiments with the M/M/n + G queue, *Operations Research*, 2004, Vol. 26, pp. 377–411.
29. Pankratova E. V. Issledovaniye matematicheskikh modeley neodnorodnykh beskonechnolinyeynykh SMO, *TSU*, 2016, pp. 1–19.
30. Puhalskii A. A., Reed J. E. On many-server queues in heavy traffic, *Annals of Applied Probability*, 2008, Vol. 20, pp. 129–195.
31. Reed J. E. The G/G/1 queue in the Halfin-Whitt regime I: infinite-server queue system equations, *The Stern School, NYU*, 2007, pp. 1–59. DOI: <https://doi.org/10.1214/09-AAP609/>.
32. D'Auria B. Stochastic decomposition of the M/G/∞ queue in a random environment, *Operations Research Letters*, 2007, Vol. 35, pp. 805–812.
33. Saaty T. L. Elements of queuing theory: with applications. New York, Dover Pubns, 1983, 423 p.
34. Klimov G. P. Teoriya massovogo obsluzhivaniya. Moscow, MGU, 2011, 307 p.
35. Tsitsiashvili G. Sh. Invariantnyye svoystva sistem massovogo obsluzhivaniya s neskol'kimi potokami, *Dal'nevostochnyy matematicheskiy zhurnal*, 2018, Vol. 18:2, pp. 267–270.
36. Bocharov P. P., Pechinkin A. V. Teoriya massovogo obsluzhivaniya. Moscow, Izd-vo RUDN, 1995, 520 p.
37. Moiseev A. N., Nazarov A. A. Beskonechnolinyeynye sistemy i seti massovogo obsluzhivaniya. Tomsk, Izd-vo NTL, 2015, 240 p.
38. Moiseeva S. P. Razrabotka metodov issledovaniya matematicheskikh modeley nemarkovskikh sistem obsluzhivaniya s neogranichennym chisлом priborov i nepuassonovskimi vkhodyashchimi potokami: dis. doktora fiz.-mat. Nauk. Tomsk, NI TGU, 2014, 260 p.
39. Doorn E. A., Jagers A. A. Note on the GI/GI/∞ system with identical service and interarrival-time distributions, *Journal of queueing systems*, 2004, Vol. 47, pp. 45–52.
40. Matveev V. F., Ushakov V. G. Sistemy massovogo obsluzhivaniya. Moscow, Izd-vo MGU, 1984, 242 p.
41. Shakhbazov A. A. Ob odnoy zadache obsluzhivaniya neordinarnogo potoka trebovaniy, *Dokl. AN SSSR*, 1962, Vol. 145:2, pp. 289–292.
42. Jung-Shyr Wu, Jyh-Yeong Wang Refining the diffusion approximation for M/G/m queueing systems with group arrivals, *International Journal of Systems Science*, 1992, Vol. 23, Issue 1, pp. 127–133. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207729208949194/>.
43. Kutselay N. O., Safonov S. V. Obsluzhivaniye neordinarnogo potoka trebovaniy, *Molodoy uchenyy*, 2018, № 23, pp. 1–2.
44. Bogoyavlenskaya O.Yu. Statsionarnoye raspredeleniye dliny ocheredi v sisteme s neordinarnym potokom i distsiplinoy razdeleniya protsessora, *Trudy Petrozavodskogo gosudarstvennogo universiteta, seriya «Matematika»*, 1996, Vol. 3, pp. 3–10.
45. Pechinkin A. V. Inversionnyy poryadok obsluzhivaniya s veroyatnostnym prioritetom v sisteme obsluzhivaniya s neordinarnym potokom, *Matematicheskiye issledovaniya. Ser. Veroyatnost' i prilozheniya*, 1989, Vol. 109, pp. 83–94.
46. Ramaswami V. A. duality theorem for the matrix paradigms in queueing theory, *Communications in Statistics. Stochastic Models*, 1990, pp. 151–161. DOI: <https://doi.org/10.1080/15326349908807141/>.

Received 15.09.2020.

Accepted 21.10.2020.

УДК 519.872

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ФІНАЛЬНИХ ЙМОВІРНОСТЕЙ СТАНІВ В СИСТЕМІ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ З ВХІДНИМ ПОТОКОМ ГРУП ВИМОГ, З ОЧІКУВАННЯМ І ВІДХОДОМ З ЧЕРГИ

Городнов В. П. – д-р в. наук, професор, професор Національної академії Національної гвардії України, Харків, Україна.

Кириленко В. А. – д-р в. наук, професор, професор Національної академії Державної прикордонної служби України, Хмельницький, Україна.

Репіло Ю. Е. – д-р в. наук, професор, професор Національного університету оборони України, Київ, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність Завдання прогнозування ефективності реальних систем масового обслуговування в разі можливого надходження груп вимог і відходу «нетерплячих» заявок з черги. Метою дослідження було моделювання роботи таких систем для створення можливостей контролю їх роботи в режимі реального часу.

Метод. Ймовірності станів систем масового обслуговування з вхідним потоком груп вимог з випадковим складом і з відходом «нетерплячих» вимог з черги описуються диференціальними рівняннями Колмогорова. У стаціонарному стані ці рівняння перетворюються в лінійно залежну однорідну систему алгебраїчних рівнянь. Структура рівнянь залежить від числових значень параметрів груп вимог вхідного потоку і керованої системи обслуговування. Тому спроба прогнозувати ефективність системи стикається з необхідністю написати і чисельно вирішити рахункову безліч систем алгебраїчних рівнянь, що досить складно. Ключовою ідеєю запропонованого методу пошуку аналітичного опису фінальних ймовірностей для згаданої системи масового обслуговування було прагнення локалізувати вплив груп вимог у вхідному потоці на роботу системи масового обслуговування в мультиплікативних функціях неординарності. Такі функції дозволяють отримати необхідний аналітичний опис і оцінити ступінь трансформації фінальних ймовірностей в порівнянні з відомими системами, а також оцінити прогнозні значення відомих показників ефективності системи масового обслуговування при виборі параметрів управління її роботою.

Результати. Вперше отримано аналітичні вирази для фінальних ймовірностей станів системи масового обслуговування з вхідним потоком груп вимог випадкового складу, з обмеженою кількістю місць очікування, з індивідуальним обслуговуванням і відходом «нетерплячих» вимог з черги, що дає можливість оцінити всі відомі показники роботи системи.

Висновки. Отриманий опис виявився загальним випадком для відомих типів марковських систем масового обслуговування з неординарним і найпростішим вхідним потоком вимог. Результати чисельного експерименту свідчать на користь коректності отриманих аналітичних виразів для фінальних ймовірностей і на користь можливості їх практичного

застосування в реальних системах масового обслуговування при вирішенні завдань прогнозування ефективності, а також аналізу і синтезу параметрів. реальних систем масового обслуговування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: марковские моделі, системи масового обслуговування, групи вимог, відхід з черги.

УДК 519.872

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ФИНАЛЬНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ В СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ВХОДНЫМ ПОТОКОМ ГРУПП ТРЕБОВАНИЙ, С ОЖИДАНИЕМ И УХОДОМ ИЗ ОЧЕРЕДИ

Городнов В. П. – д-р в. наук, профессор, профессор Национальной академии Национальной гвардии Украины, Харьков, Украина.

Кириленко В. А. – д-р в. наук, профессор, профессор Национальной академии Государственной пограничной службы Украины, Хмельницкий, Украина.

Репило Ю. Е. – д-р в. наук, профессор, профессор Национального университета обороны Украины, Киев, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Задача прогнозирования эффективности реальных систем массового обслуживания в случае возможного поступления групп требований и ухода «нетерпеливых» заявок из очереди. Целью исследования было моделирование работы таких систем для создания возможностей контроля их работы в режиме реального времени.

Метод. Вероятности состояний систем массового обслуживания с входным потоком групп требований со случайным составом и с уходом «нетерпеливых» требований из очереди описываются дифференциальными уравнениями Колмогорова. В стационарном состоянии эти уравнения преобразуются в линейно зависящую однородную систему алгебраических уравнений. Структура уравнений зависит от числовых значений параметров групп требований входного потока и управляемой системы обслуживания. Поэтому попытка прогнозировать эффективность системы сталкивается с необходимостью написать и численно решить счетное множество систем алгебраических уравнений, что достаточно сложно. Ключевой идеей предложенного метода поиска аналитического описания финальных вероятностей для упомянутой системы массового обслуживания было стремление локализовать влияние групп требований во входном потоке на работу системы массового обслуживания в мультипликативных функциях неординарности. Такие функции позволяют получить необходимое аналитическое описание и оценить степень трансформации финальных вероятностей по сравнению с известными системами, а также оценить прогнозные значения известных показателей эффективности системы массового обслуживания при выборе параметров управления ее работой.

Результаты. Впервые получены аналитические выражения для финальных вероятностей состояний системы массового обслуживания с входным потоком групп требований случайного состава, с ограниченным количеством мест ожидания, с индивидуальным обслуживанием и уходом «нетерпеливых» требований из очереди, что дает возможность оценить все известные показатели работы системы.

Выводы. Полученное описание оказалось общим случаем для известных типов марковских систем массового обслуживания с неординарным и простейшим входным потоком требований. Результаты численного эксперимента свидетельствуют в пользу корректности полученных аналитических выражений для финальных вероятностей и в пользу возможности их практического применения в реальных системах массового обслуживания при решении задач прогнозирования эффективности, а также анализа и синтеза параметров. реальных систем массового обслуживания.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: марковские модели, системы массового обслуживания, группы требований, уход из очереди.

ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. Под ред. Б. В. Гнеденко / А. Я. Хинчин. – М. : Физматгиз, 1963. – 236 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. – М. : Советское радио, 1972. – 552 с.
3. Gorodnov V. P. The analytical description of final probabilities for states of queuing systems with input flow of groups of requirements/ V. Gorodnov // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2019. – № 4 (51). – P. 25–37. DOI <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2019-4-3/>.
4. Erlang A.K. The Theory of Probabilities and Telephone Conversations / A. K. Erlang // Nyt Tidsskrift for Mathematic Ser. B 20. – 1909.
5. Brown L. Statistical Analysis of a Telephone Call Center / [L. Brown, N. Gans, A. Mandelbaum et al.] // Queueing-Science Perspective Journal of the American Statistical Association. – 2005. – Vol. 100, Issue 469. – P. 36–50. DOI: <https://doi.org/10.1198/016214504000001808/>.
6. Гайдамака Ю.В. Модели обслуживания вызовов в сети сотовой подвижной связи: учебно-методическое пособие. / Ю. В. Гайдамака, Э. Р. Зарипова, К. Е. Самуйлов. – М. : РУДН, 2008. – 72 p.
7. Lakatos L. Introduction to queueing systems with telecommunication applications. / L. Lakatos, L. Szeidl, M. Telek // books.google.com. – 2012.
8. Ложковский А. Г. Теория массового обслуживания в телекоммуникациях : учебник / А. Г. Ложковский. – Одесса : ОНАС им. А. С. Попова – 112 с.
9. Tarasov V. N. Модели телетрафика на основе современной теории массового обслуживания. / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева, Э. Г. Ахметшина // Инфокоммуникационные технологии. – 2018. – Т. 16, № 1. – С. 68–74.
10. Цициашвили Г. Ш. Применение многоканальных систем массового обслуживания с отказами к конструированию телекоммуникационных сетей / Г. Ш. Цициашвили, М. А. Осипова, К. Е. Самуйлов и др. // Дальневост. матем. журн. – 2018. – Т. 18, № 1. – С. 123–126.
11. Ebadi M. Socio-economic design of control charts for monitoring service processes: a case study of a restaurant system / M. Ebadi, A. Ahmadi-Javid // Journal Quality Technology & Quantitative Management. – 2018. DOI: <https://doi.org/10.1080/16843703.2018.1519880/>.
12. Liu Zhongyia. Police staffing and workload assignment in law enforcement using multi-server queueing models / Zhongyia Liu, Jingchenb Liu, Xinb Zhai et al. // European Journal of Operational Research. – 2019. – Vol. 276, Issue 2. – P. 614–625. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.004>
13. Albey E. Multi-dimensional clearing functions for aggregate capacity modeling in multi-stage production systems / E. Albey, U. Bilge, R. Uzsoy // International Journal of Production Research. – 2017. – Vol. 55, Issue 14. – P. 4164–4179. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207543.2016.1257169/>.

14. Королькова Л. И. Оптимизация процессов предприятия на основе новой методики расчета характеристик многофазной системы массового обслуживания с непрерывной загрузкой без промежуточных накопителей [Текст] / Л. И. Королькова, П. П. Переверзев // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 3.
15. Papadopoulos H. T. Queueing theory in manufacturing systems analysis and design: A classification of models for production and transfer lines / H. T. Papadopoulos, C. Heavey // *European Journal of Operational Research*. – 1996. – Vol. 92, Issue 1. – P. 1–27. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00378-9](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00378-9)
16. Zavanella L. Energy demand in production systems: A Queueing Theory perspective. / L. Zavanella, S. Zanoni, I. Ferretti, et al. // *International Journal of Production Economics*. – 2015. – Vol. 170, Part B – P. 393–400. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.06.019/>.
17. Истомина А. А. Оптимальное управление товарными запасами на основе теории массового обслуживания / А. А. Истомина, В. Я. Бадеников, А. Л. Истомин // *Вестник ангарского государственного технического университета*. – 2016. – № 10. – С. 148–152.
18. Плоткин Б. К. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности и логистике : учебник / Б. К. Плоткин, К. Л. А. Делюкин. – СПб. : Изд-во, 2015. – 345 с.
19. Попов А. В. Вероятностное моделирование логистической системы грузоперевозок / А. В. Попов, Е. Р. Обрезанова, Е. Ю. Синебрюхова // *Радиоэлектроника и компьютерные системы*. – 2012. – № 1 (53). – С. 144–151.
20. Balsamo S. A review on queueing network models with finite capacity queues for software architecture performance prediction. / S. Balsamo, De Nitto V Personè, P. Inverardi // *Performance Evaluation*. – 2003. – Vol. 51, Issue. 2. – P. 269–288. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0166-5316\(02\)00099-8/](https://doi.org/10.1016/S0166-5316(02)00099-8/).
21. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями / Л. Клейнрок. – М. : Мир, 1979. – 600 с.
22. Афанасьева Л. Г. Математические модели транспортных систем основанные на теории очередей / Л. Г. Афанасьева, Е. В. Булинская // *Труды МФТИ*. – 2010. – Т. 2, № 4. – С. 6–10.
23. Assad A. A. Models for rail transportation / A. A. Assad // *Transportation Research Part A: General*. – 1980. – Vol. 14, Issue 3. – P. 205–220. DOI: [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(80\)90017-5/](https://doi.org/10.1016/0191-2607(80)90017-5/).
24. Казаков Л. А. Моделирование транспортно-пересадочных узлов на основе систем массового обслуживания – многофазных и с ВМАР-потокком / Л. А. Казаков, А. А. Лемперт, М. Л. Жарков // *Вестник Уральского государственного университета путей сообщения*. – 2016. – № 4 (14). – С. 4–14. DOI: <https://doi.org/10.20291/2079-0392-2016-4-4-14/>.
25. Рачинская М. А. Построение и исследование вероятностной модели циклического управления потоками малой интенсивности. / М. А. Рачинская, М. А. Федоткин // *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского*. – 2014. – № 4 (1). – С. 370–376.
26. Многофазная модель массового обслуживания системы распределенной обработки данных. / В. В. Грачев, А. Н. Моисеев, А. А. Назаров и др. // *Журнал «Доклады ТУСУР»*. – 2012. – № 2, Часть 2 (26). – С. 248–251.
27. Mandelbaum A. State-dependent queues: approximations and applications / A. Mandelbaum, G. Pats // *Stochastic Networks, IMA Volumes in Mathematics*, Springer. – 1995. – P. 239–282.
28. Mandelbaum A. The impact of customers patience on delay and abandonment: some empirically driven experiments with the M/M/n + G queue / A. Mandelbaum, S. Zeltyn // *Operations Research*. – 2004. – Vol. 26. – P. 377–411.
29. Панкратова Е. В. Исследование математических моделей неоднородных бесконечнолинейных СМО / Е. В. Панкратова // *ТГУ*. – 2016. – С. 1–19.
30. Puhalskii A. A. On many-server queues in heavy traffic / A. A. Puhalskii, J. E. Reed // *Annals of Applied Probability*. – 2008. – Vol. 20. – P. 129–195.
31. Reed J. E. The G/GI/N queue in the Halfin-Whitt regime I: infinite-server queue system equations / J. E. Reed // *The Stern School, NYU*. – 2007. – P. 1–59. DOI: <https://doi.org/10.1214/09-AAP609/>.
32. D’Auria B. Stochastic decomposition of the M/G/∞ queue in a random environment. / B. D’Auria // *Operations Research Letters*. – 2007. – Vol. 35. – P. 805–812.
33. Saaty T. L. Elements of queueing theory: with applications / T. L. Saaty. – New York : Dover Pubns, 1983. – 423 p.
34. Климов Г. П. Теория массового обслуживания / Г. П. Климов. – М. : МГУ, 2011. – 307 p.
35. Цициашвили Г. Ш. Инвариантные свойства систем массового обслуживания с несколькими потоками / Г. Ш. Цициашвили // *Дальневосточный математический журнал*. – 2018. – Т. 18:2. – С. 267–270.
36. Бочаров П. П. Теория массового обслуживания. / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин – М. : Изд-во РУДН, 1995. – 520 с.
37. Моисеев А. Н. Бесконечно линейные системы и сети массового обслуживания / А. Н. Моисеев, А. А. Назаров. – Томск : Изд-во НТЛ, 2015. – 240 с.
38. Моисеева С. П. Разработка методов исследования математических моделей немарковских систем обслуживания с неограниченным числом приборов и непуассоновскими входящими потоками: дис. доктора физ.-мат. наук / С. П. Моисеева. – Томск : ТГИ, 2014. – 260 с.
39. Doorn E. A. Note on the GI/GI/∞ system with identical service and interarrival-time distributions. / E. A. Doorn, A. A. Jagers // *Journal of queueing systems*. – 2004. – Vol. 47. – P. 45–52.
40. Матвеев В. Ф. Системы массового обслуживания. / В. Ф. Матвеев, В. Г. Ушаков – М : Изд-во МГУ, 1984. – 242 с.
41. Шахбазов А. А. Об одной задаче обслуживания неординарного потока требований. / А. А. Шахбазов // *Докл. АН СССР*. – 1962. – Т. 145:2. – С. 289–292.
42. Jung-Shyr Wu, Jyh-Yeong Wang Refining the diffusion approximation for M/G/m queueing systems with group arrivals. / Wu Jung-Shyr, Wang Jyh-Yeong // *International Journal of Systems Science*. – Vol. 23. – 1992. – Issue 1. – P. 127–133. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207729208949194/>.
43. Куцелай Н. О. Обслуживание неординарного потока требований. / Н. О. Куцелай, С. В. Сафонов // *Молодой ученый*. – 2018. – № 23. – С. 1–2.
44. Богоявленская О. Ю. Стационарное распределение длины очереди в системе с неординарным потоком и дисциплиной разделения процессора / О. Ю. Богоявленская // *Труды Петрозаводского государственного университета, серия «Математика»*. – 1996. – Вып. 3. – С. 3–10.
45. Печинкин А. В. Инверсионный порядок обслуживания с вероятностным приоритетом в системе обслуживания с неординарным потоком / А. В. Печинкин // *Математические исследования. Сер. Вероятность и приложения*. – 1989. – Т. 109. – С. 83–94.
46. Ramaswami V. A duality theorem for the matrix paradigms in queueing theory / V. Ramaswami // *Communications in Statistics. Stochastic Models*, 1990. – P. 151–161. DOI: <https://doi.org/10.1080/15326349908807141/>

UDC 519.67

FAST RATIONAL INTERPOLATION OF TRANSFER FUNCTIONS OF LINEAR DYNAMIC SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

Kodnyanko V. A. – Dr. Sc., Professor, Polytechnic Institute, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia.

ABSTRACT

Contex. Fast method of rational interpolation of the transfer function of linear dynamical systems with distributed parameters is described, the values of which can be found by numerical methods or by calculating the transcendental functions of the Laplace integral transform variable. The method makes it possible to determine explicitly the transfer function and, in particular, the characteristic equation of such a degree, which is sufficient to meet the accuracy requirements when calculating the root quality criteria for the dynamics of automatic control systems.

Objective. According to the proposed method, rational interpolation is reduced to solving a system of linear equations, the order of which is much lower (more than twice) the order of similar systems used for rational interpolation of functions by known methods. The properties of this system are such that its solution can be obtained by special fast methods of the quadratic order of complexity.

Method. An iterative algorithm for calculating the transfer function coefficients of a linear dynamic system with distributed parameters is carried out using the methods of complex variable functions theory using the discrete Laplace transform. The proposed approach made it possible to significantly speed up the calculations by decomposing the system of linear equations with respect to the coefficients of the transfer function to a system of approximately half the order, which allows a quick solution by the methods of Trench, Berlekamp-Massey, or Euclid.

Results. An example of the practical use of an iterative algorithm for rational interpolation and calculation with a given accuracy of the root quality criteria for the dynamics of a support with gas lubrication is considered.

Conclusions. The method allows to define explicitly the characteristic equation of such a degree, which is sufficient to meet the accuracy requirements when calculating the root quality criteria for the dynamics of automatic control systems. Rational interpolation is reduced to solving a system of linear equations, the order of which is much lower (more than twice) the order of similar systems used for rational interpolation of functions by known methods. The properties of the system are such that its solution can be obtained by special fast methods of the quadratic order of complexity.

KEYWORDS: rational interpolation, linear dynamic system, transmission function, distributed parameter system, discrete Fourier transform.

ABBREVIATIONS

TF – transfer function;

HP – characteristic polynomial.

NOMENCLATURE

D, F, K, M are matrixes;

a_i, b_j are transfer function polynomial coefficients;

$f(x)$ is an objective function;

n, m are orders of the polynomials of the numerator and denominator of the transfer function;

k is a sum of the sum of n and m ;

p is a difference of the orders of the polynomials of the denominator and the numerator of the transfer function;

s_i are components of the discrete Fourier transform vector,

d, l, z are vectors,

$\Gamma(s), \Lambda(s)$ are complex functions,

$\Phi(s)$ is a transfer function,

η, ξ are criteria for assessing the quality of the dynamics of linear dynamic systems.

INTRODUCTION

When designing automatic control and regulation systems, methods for studying the quality of dynamics are used, based on determining its stability margin and speed of response by the roots of the characteristic equation [1, 17]. The latter is determined by the polynomial of the denominator of the transfer function (TF)

$$\Phi(s) = \frac{\overline{\Delta Y_o}}{\overline{\Delta Y_i}} = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}, \quad (1)$$

where $\overline{\Delta Y_i}, \overline{\Delta Y_o}$ are the Laplace transformants of the deviation of the dynamic functions of the input action and the objective output function from the stationary equilibrium position of the systems, $n > 0, m > 0, n > m$, s is the variable of the Laplace transform [2, 17].

The determination of the coefficients (1) for systems with lumped parameters is usually straightforward. However, there are devices whose dynamics are described by distributed parameter systems. Examples of these systems are a variety of electronic devices, tubular heat exchangers, gas-static and gas-dynamic sliding bearings and a number of others [3–6].

1 PROBLEM STATEMENT

For such systems, TF is formulated based on the use of one or more boundary value problems for differential equations, the analytical solution of which is given by transcendental functions, or they can be obtained only by numerical methods [7]. To obtain the TF of these systems, it is necessary to use methods that would provide their representation in the form (1) based on calculating the criteria for the stability margin and speed of devices with a predetermined accuracy.

The representation of the TF in the form (1) falls under the classical problem of rational interpolation [21], the solution of which, however, does not give an

exhaustive answer to the question of the accuracy of the stability criteria of the system obtained by root methods using the characteristic equation, because the value of the degree n of the characteristic polynomial (HP) is unknown in advance. Consequently, the rational interpolation of the TF is only a local procedure in the general algorithm for determining the quality criteria for the dynamics of systems.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

Often, when calculating the above criteria, it is required to determine only the vector a of the HP coefficients and its length n in order to be able to determine the root criteria with the required accuracy. In this case, the problem is somewhat simplified, since it is necessary to find only the polynomial of the denominator (1), that is, the HP.

The main task in calculating the quality criteria for the dynamics of systems with distributed parameters at fixed values of n and m is rational interpolation. The existing methods are based on the solution of a linear system of equations for the coefficients (1), which contains $n + m$ equations [4]. Such systems can be solved by general methods, for example, the Gauss-Jordan method, which has a cubic order of complexity $(n + m)^3$ (hereinafter, the order of complexity of a computational method means the time complexity of the algorithm that implements it [1, 6]). For large n and m , this can entail significant expenditures of computer time in the process of multiparameter optimization of dynamic systems.

This article proposes a fast method for finding the coefficients (1). It is based on solving systems of linear equations of a special form of a significantly smaller order, which allows finding their solution by fast methods with a quadratic order of complexity $m(n+m)$, which significantly accelerates the optimization procedure for dynamical systems. If it is required to find only the HP coefficients, then the order of complexity of the method is equal to n^2 .

3 MATERIALS AND METHODS

When performing rational interpolation by the method described below, the degrees n and m of polynomials (1) must be known. However, their acceptable values can be obtained only on the basis of a satisfactory accuracy in determining the quality criteria for the dynamics of the system.

If it is impossible to determine the values of these parameters without calculating the mentioned criteria, then finding their difference is not difficult.

Indeed, if $a_n \neq 0$ and $b_m \neq 0$, then the infinite limit

$$s^p \Phi(s) \rightarrow \frac{b_m}{a_n} \neq 0, \quad (2)$$

where $p = n - m$.

Usually the difference p is calculated in several units, more often $p = 1-2$, therefore, this limit and p can be found rather quickly.

Let's set the value m , define $n = m + p$ and find the coefficient

$$b_0 = \Phi(0).$$

We rewrite (1) in the form

$$a_1 + a_2 s + \dots + a_n s^{n-1} + \Gamma(s)(b_1 + b_2 s + \dots + b_m s^{m-1}) = \frac{\Lambda(s)}{s}, \quad (3)$$

where $\Gamma(s) = -\Phi^{-1}(s)$, $\Lambda(s) = -b_0 - \Gamma(s)$.

Equation (3) contains $k = n + m$ unknown coefficients.

Let's calculate $e = \exp\left(-\frac{2\pi i}{k}\right)$, where i is the imaginary unit.

Let us $s_1 = 1$ and we find $s_j = e s_{j-1}$, $j = 2, 3, \dots, k$,

$\Psi_j = \Phi(s_j)$, $\Gamma_j = \Gamma(s_j)$, $\Lambda_j = \Lambda(s_j)$, $j = 1, 2, \dots, k$.

Note that $s_j = s_{k+1-j}^*$, $j = 1, 2, \dots, k$, therefore $\Phi(s_{k-j+1}) = \Phi^*(s_j)$, which allows us to shorten the calculations and find Γ_j, Λ_j in $[(k + 1) / 2]$ the appeal to the TF.

Substituting $s = s_j$ ($j = 1, 2, \dots, k$) in (3), we obtain a system of linear equations for unknown coefficients (1)

$$Mx = y, \quad (4)$$

where

$$M = \begin{bmatrix} s_1 & s_1 & s_1 & \dots & \Gamma_1 s_1 & \dots \\ s_1 & s_2 & s_3 & \dots & \Gamma_2 s_1 & \dots \\ s_1 & s_3 & s_5 & \dots & \Gamma_3 s_1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_1 & s_k & s_1 & \dots & \Gamma_k s_1 & \dots \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ b_{m-1} \\ b_m \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} \Lambda_1 / s_1 \\ \Lambda_2 / s_2 \\ \dots \\ \Lambda_{k-1} / s_{k-1} \\ \Lambda_k / s_k \end{bmatrix}.$$

We represent the matrix of system (4) in the form

$$M = FK, \quad (5)$$

where K is the matrix, F is the matrix of the discrete Fourier transform [9, 10]

$$F_{i,j} = S(i, j),$$

$$S(i, j) = s_{1+q((i-1)(j-1))}, \quad i = 1, 2, \dots, k-1; \quad j = 1, 2, \dots, k-1,$$

$$q(x) = x \bmod k.$$

Its inverse matrix is defined by the formula

$$F_{i,j}^{-1} = \frac{1}{k} \bar{S}(i, j).$$

Multiplying F^{-1} by (4), we bring the system to the form

$$Kx = z, \quad (6)$$

where $K = F^{-1}M$, $z = F^{-1}y$.

For $m > 0$, the matrix K has a cellular structure of the form

$$K = \begin{bmatrix} E & C \\ 0 & D \end{bmatrix}.$$

where E and 0 are the identity and zero matrices of size $n \times n$ and $m \times n$, C and D are Toeplitz matrices of size $n \times m$ and $m \times m$, respectively.

Indeed, the blocks of matrices F^{-1} and M of cells $1 \times 1 \dots n \times n$ are mutually inverse matrices of the discrete Fourier transform, therefore, their product will give the identity matrix E . The elements of the block of cells $m+1, k \dots 1 \times n$ are obtained by multiplying the rows of the matrix F^{-1} and the columns of the matrix M , which are also elements of the direct and inverse matrices of Fourier transform. The sums of their products, which give the off-diagonal elements of the identity matrix, will be zeros by analogy with how it is for the zero elements of the block E located above them.

The nature of the matrices C and D is explained by the fact that the elements of the columns of the matrix M for $j > n$ are formed by the sums of the products of the shifted elements of the matrices F and the elements of the vector Γ , which are different from unity. In such cases, their scalar products give Toeplitz matrices [8].

Similarly, one can show that the matrix

$$L = \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix}_{n \times m} \quad (7)$$

is a rectangular circulant of the form

$$L = \begin{bmatrix} l_1 & l_k & \dots & l_{n+3} & l_{n+2} \\ l_2 & l_1 & \dots & l_{n+4} & l_{n+3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{k-1} & l_{k-2} & \dots & l_{n+1} & l_n \\ l_k & l_{k-1} & \dots & l_{n+2} & l_{n+1} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

and C and D are persymmetric Toeplitz matrices

$$C_{n \times m} = \begin{bmatrix} l_1 & l_k & \dots & l_{n+3} & l_{n+2} \\ l_2 & l_1 & \dots & l_{n+4} & l_{n+3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{n-1} & l_{n-2} & \dots & l_2 & l_1 \\ l_n & l_{n-1} & \dots & l_3 & l_2 \end{bmatrix},$$

$$D_{m \times m} = \begin{bmatrix} l_{n+1} & l_n & \dots & l_{m+1} & l_m \\ l_{n+2} & l_{n+1} & \dots & l_{m+2} & l_{m+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{k-2} & l_{k-3} & \dots & l_{n+1} & l_n \\ l_{k-1} & l_{k-2} & \dots & l_{n+2} & l_{n+1} \end{bmatrix}.$$

Vector l coincides with $n+1$ columns of matrix K

$$l_i = \sum_{j=1}^k F_{i,j}^{-1} M_{j,n+1} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Gamma_j \bar{S}(i, j),$$

$$i = 1, 2, \dots, k.$$

Similarly, one can show that the first $k-1$ elements of the vector z

$$z_j = -b_0 l_{j+1}, \quad j = 1, 2, \dots, k-1$$

and the last element

$$z_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Gamma_j. \quad (9)$$

Thus, vectors l and z , matrices C and D can be obtained using vectors s and Ψ without using matrices K , F^{-1} and M .

In the case $m = 0$, system (4) takes the form

$$Fa = y,$$

therefore, $a = z$ and the problem of rational interpolation of the TF is solved.

It follows from (5)–(8) that for $m > 0$ the vector b of the TF coefficients (1) satisfies the system of equations

$$Db = d, \quad (10)$$

where d is a vector composed of the last m elements of the vector z

$$d_i = z_{n+i}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

In comparison with the original equation (3), which has the order $k = n + m$, equation (10) has a much smaller order $m < k/2$. Consequently, his solution can be obtained much faster.

Equation (10) is a standard problem with an asymmetric Toeplitz matrix of a special type [13, 14, 22], which can be solved both by general methods, for example, the Gauss-Jordan method [11], the complexity of which is proportional to m^3 , and by special fast methods taking into account the features of Eq. (10) and having a complexity proportional to m^2 . The latter include the methods of Trench, Berlekamp-Massey, Euclid [10–15, 22].

Elements of the matrix C can be expressed in terms of the vector l

$$C_{i,j} = l_{q(k+i-j)}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Taking this into account, one can do without matrix C and, using the solution to system (10), quickly find the HP coefficients using the complexity formula

$$a_i = l_i - \sum_{j=1}^m l_{q(k+i-j)} b_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Taking this into account, the total order of complexity of this method for finding the coefficients (1) is $m(n + m)$.

In those cases when $s = s_j$ is the zero of the TF or it is necessary to find only the HP coefficients, another approach can be applied.

Let us rewrite equation (3) in the form

$$b_1 + b_2s + \dots + b_ms^{m-1} - \Phi(s)(a_1 + a_2s + \dots + a_ns^{n-1}) = \frac{\Phi(s) - b_0}{s}.$$

Following the above method, the procedure for finding the HP coefficients can be reduced to solving a system of equations of a lower order $n < k$

$$Da = d, \quad (12)$$

where

$$D_{n \times n} = \begin{bmatrix} l_{m-1} & l_{m-2} & \dots & l_{2m+1} & l_{2m} \\ l_m & l_{m-1} & \dots & l_{2m+2} & l_{2m+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{k-3} & l_{k-4} & \dots & l_{m-1} & l_{m-2} \\ l_{k-2} & l_{k-3} & \dots & l_m & l_{m-1} \end{bmatrix},$$

$$l_{i-1} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Phi(s_j) S(i, j), \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

$$l_k = l_{k-1} - b_0,$$

$$d_i = l_{m+i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1,$$

$$d_n = l_k.$$

In comparison with (10), system (12), as a rule, has a slightly higher order $n > m$, but its solution allows one to immediately find the HP coefficients, bypassing the procedure for finding the polynomial of the TF numerator. System (12) can also be solved by the mentioned fast methods with order of complexity n^2 .

4 EXPERIMENTS

To assess the quality of the dynamics of linear automatic control systems, root criteria are often used [16, 17]:

- the degree of stability $\eta = \text{Max Re}\{s_i\}$, where s_i are the zeros of the characteristic polynomial of the dynamical system, which is the denominator polynomial of the TF (1),

- damping of oscillations for a period $\xi = 100[1 - \text{Exp}(-2\pi\beta/\eta)]\%$, where β is the imaginary part of the root of the characteristic equation with the largest real part.

The degree of stability η characterizes the speed of the system, that is, the speed of damping of its free oscillations.

The criterion ξ of damping of oscillations over a period can be applied to the assessment of the stability margin of the system. The smaller ξ , the more oscillation the transient response will have, and the system will have a smaller stability margin. It is believed that a dynamic system is well damped if $\xi \geq 90\%$ [17].

At the beginning, using the algorithm for calculating the values of the transfer function, it is necessary to determine the power difference by the TF polynomial $p = n - m$ based on (2).

Further calculations are performed using the following iterative process.

Step 1. Put $i = 1$ and $m = 1$, $\eta_0 = \text{inf}$, $\xi_0 = \text{inf}$, where inf is a large number (for example, $\text{inf} = 10^{10}$), specify the accuracy of determining the degree of stability ε_η and damping of oscillations over the period ε_ξ .

Step 2. Calculate $n = p + m$ and, performing rational interpolation by formula (11), find the vector a of the HP coefficients.

Step 3. Determine the roots of the characteristic equation, find the root with the largest real part among them and calculate the criteria η_i and ξ_i .

Step 4. Check the conditions for convergence of the iterative process to the solution

$$|\eta_i - \eta_{i-1}| < \varepsilon_\eta, \quad |\xi_i - \xi_{i-1}| < \varepsilon_\xi. \quad (12)$$

Step 5. If conditions (12) are met, then the quality criteria of the system dynamics are determined with the required accuracy, otherwise the process should be continued. To do this, it is necessary to increase the values of the iteration counter i and degree m by one and go to the step 2.

5 RESULTS

As a test problem for determining the quality criteria of the dynamics of a system with distributed parameters, a model of unsteady motion of an axial support with gas lubrication was considered [18].

After linearization and application of the integral Laplace transform to a linear model, a transfer function necessary for calculations was obtained, the calculation of the value of which includes the numerical solution of several boundary value problems for the Reynolds differential equation [19] of the form

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dR} \left[R \frac{d(Pu)}{dR} \right] &= \frac{\sigma s}{H^3} R(Hu + \alpha P), \\ u(r_b, s) &= u_b, \quad u(r_e, s) = u_e, \end{aligned} \right. \quad (13)$$

where $u(R, s)$ is the required function,

$$P(R) = \sqrt{\left(P_e^2 - P_b^2 \right) \frac{\ln(R/R_b)}{\ln(R_e/R_b)} + P_b^2}$$

is function of static gas pressure in the lubricating layer; $\alpha, \sigma, H, r_b, r_e, P_b, P_e$ are constants, s is the Laplace transform variable.

Problem (13) does not have an exact analytical solution; therefore, a numerical finite-difference sweep method was applied to it, where the variable s played the role of a complex parameter [20].

The numerical solution of problems (13) gives a result of high accuracy, but this approach does not allow

explicitly obtaining the transfer function and, in particular, the HP.

The solution was found in sequential iterative rational interpolation, the results of which were used to calculate the quality criteria for the support dynamics with a given accuracy.

The calculation algorithm is as follows. For the accepted variant, the combination of the values of the input parameters was first calculated $b_0 = \Phi(0) = 0.15934$, then the difference in the degrees of the TF polynomials $p = n - m$ was determined. The result is shown in Table 1.

From Table 1 it follows that the smallest $p > 0$, at which $s^p \Phi(s)$ converges to a nonzero limit, $p = 2$.

Taking $\varepsilon_\eta = 10^{-3}$, $\varepsilon_\xi = 0.1$ and the order of the polynomial of the numerator of the TF $m = 0$, we found the initial order of the characteristic polynomial $n = p + m = 2$.

Table 1 – Determination of the difference $p = n - m$

N	s	$s\Phi(s)$	$s^2\Phi(s)$
1	1	0.15934	0.15904
2	10	0.09345	0.93415
3	100	0.00996	0.99926
4	1000	0.00099	0.99999

Then, an iterative process was performed, at each step of which m was increased by one, $n = p + m$ was found, the problem of rational interpolation of the TF was solved, and the quality criteria of the system dynamics were calculated.

6 DISCUSSION

The conditions (12) for the convergence of the iterative process were fulfilled at the fourth iteration. This means that for a sufficiently accurate representation of the transfer function of the system from a practical point of view, the order of the polynomial of its numerator is $n = 5$, and the order of the denominator is $m = 3$. In this case, system (10) took the form

$$\begin{pmatrix} -0.026 & 0.057 & -0.161 \\ 0.056 & -0.026 & 0.057 \\ -0.405 & 0.056 & -0.026 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.008 \\ 0.056 \\ -0.457 \end{pmatrix}.$$

Her decision

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.202 \\ 0.560 \\ 0.055 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

With rational interpolation of the TF, the most time consuming part of the procedure for finding eight unknown coefficients $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2, b_3$ of the TF was reduced to solving system (14) of the third order.

Thus, with the help of rational interpolation, the considered transfer function can be represented with an accuracy sufficient for practice in the form

$$\Phi(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3}{1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + b_4s^4 + b_5s^5}.$$

The criterion for the speed of the system $\eta = 0.233 > 0$, the criterion for the damping of oscillations over the period $\xi = 100\%$. This means that the system is stable and characterized by the absence of oscillation, which indicates the high quality of its dynamics.

CONCLUSIONS

The paper proposes a fast method of rational interpolation of the transfer function of linear systems with distributed parameters, the values of which can be found by numerical methods or in another way, for example, by calculating the transcendental functions of the Laplace integral transform variable. The method allows to define explicitly the characteristic equation of such a degree, which is sufficient to meet the accuracy requirements when calculating the root quality criteria for the dynamics of automatic control systems.

According to the proposed method, rational interpolation is reduced to solving a system of linear equations, the order of which is much lower (more than twice) the order of similar systems used for rational interpolation of functions by known methods. The properties of this system are such that, if necessary, its solution can be obtained by special fast methods of the quadratic order of complexity.

A demonstration algorithm for calculating the root quality criteria of an automatic control system is considered on the example of assessing the quality of the dynamics of a support with gas lubrication. The algorithm made it possible to calculate the quality criteria with the required accuracy in four iterations, at each of which a rational interpolation of the transfer function obtained by solving several problems for differential equations by the high-precision finite-difference sweep method was performed.

ACKNOWLEDGEMENTS

The work was carried out within the framework of the scientific research budget themes «Methods of modeling and optimizing of quality control information systems on the basis of intellectual technologies» at the Department of Standardization, Metrology and Quality Management of the Polytechnic Institute of the Siberian Federal University.

REFERENCES

1. Fraleigh J. B., Bearegard R. A. Linear Algebra. Addison-Wesley, 1995, 608 p.
2. Riley K. F., Hobson M. P., Bence S. J. Mathematical methods for physics and engineering. Cambridge University Press, 2010, 455 p.

3. Middlebrook R. D. Input filter considerations in design and application of switching regulators, IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1976, pp. 366–382.
4. Carrol J. An input impedance stability criterion allowing more flexibility for multiple loads which are independently designed, Naval Air Warfare Center, Aircraft Division, Indianapolis, B/812, 1992.
5. Wildrick C. M., Lee F. C., Cho B. H., Choi B. A method of defining the load impedance specification for a stable distributed power system, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1995, pp. 280–285.
6. Kodnyanko V. A. Stability of energy-saving adaptive radial hydrostatic bearing with limitation of the output flow of lubricant, *Journal of the Siberian Federal University. Technics and technology*, Krasnoyarsk, 2011, Vol. 6, No. 4, pp. 907–914.
7. Bradie B.A. Friendly Introduction to Numerical Analysis, Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2006.
8. Smith S.W. Chapter 8: The Discrete Fourier Transform, The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing, San Diego, Calif.: California Technical Publishing, 1999.
9. Golub G. H., Van Loan C. F. Matrix computations, John Hopkins Studies in the Mathematical Sciences, Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1996.
10. Heinig G., Rost K., Efficient inversion formulas for Toeplitz-plus-Hankel matrices using trigonometric transformations, *Structured Matrices in Mathematics, Computer Science, and Engineering*, II, Contemp. Math., Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2001, vol. 281, pp. 247–264.
11. Beale E. M. L. Cycling in the dual simplex algorithm, *Naval Research Logistics Quarterly*, 1955, 2 (4), pp. 269–276. DOI: 10.1002/nav.3800020406.
12. Voevodin V. V., Tyrtysnikov E. E. Toeplitz matrices and their applications, *Computing Methods in Applied Sciences and Engineering*, North-Holland, Amsterdam, 1984, pp. 75–85.
13. Trench W. F. An algorithm for the inversion of finite Hankel matrices, *SIAMJ. Appl. Math.*, 13, 1965, pp. 1102–1107.
14. Zohar S. Toeplitz matrix inversion: The algorithm of W. F. Trench, *J. Assoc. Comput. Mach.* 16, 1967, pp. 592–601.
15. Petrov O. A. A fast algorithm for solving systems of equations with a Toeplitz matrix, *Infocommunication technologies*, 2006, Vol. 4, No. 1, pp. 57–59.
16. Rahman Q. I., Schmeisser G. Analytic theory of polynomials, London Mathematical Society Monographs, New Series, 26, Oxford: Oxford University Press, 2002.
17. Besekersky V. A., Popov E. P. Theory of automatic control systems, Saint Petersburg, Profession, 2003, 752 p.
18. Kodnyanko V. A. Numerical calculation of the static characteristics of a single-row slotted gas-static suspension, *Characteristics of mechanical engineering and reliability of machines*, 2002, No. 2, pp. 17–19.
19. Constantinescu V. N. Gas Lubrication, New York: American Society of Mechanical Engineers, 1969.
20. Muir T. A treatise on the theory of determinants, Dover Publications, 1960, pp. 516–525.
21. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. Rational Function Interpolation and Extrapolation, Numerical Recipes in C. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
22. Blahut R.E. Fast Algorithms for Signal Processing, Cambridge University Press, 2010, 469 p. DOI: 10.1017/CBO9780511760921.

Received 21.09.2020.
Accepted 27.10.2020.

УДК 519.67

ШВИДКА РАЦІОНАЛЬНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ПЕРЕДАТОЧНИХ ФУНКЦІЙ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Коднянко В. А. – д-р техн. наук, професор кафедри стандартизації, метрології та управління якістю. Політехнічний інститут Сибірського федерального університету, Красноярськ, Росія.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Викладається швидкий метод раціональної інтерполяції передавальної функції лінійних динамічних систем з розподіленими параметрами, значення якої можуть бути знайдені чисельними методами або розрахунком трансцендентних функцій змінної інтегрального перетворення Лапласа. Метод дозволяє визначити в явному вигляді передавальну функцію і, зокрема, характеристичне рівняння такої міри, яка достатня для задоволення вимог точності при розрахунку кореневих критеріїв якості динаміки систем автоматичного управління.

Мета. Відповідно до запропонованого методу раціональна інтерполяція зводиться до вирішення системи лінійних рівнянь, порядок якої значно нижче (більш ніж удвічі) порядку аналогічних систем, що застосовуються для раціональної інтерполяції функцій відомими методами. Властивості цієї системи є такими, що її рішення може бути отримано спеціальними швидкими методами квадратичного порядку складності.

Метод. Ітераційний алгоритм розрахунку коефіцієнтів передавальної функції лінійної динамічної системи з розподіленими параметрами проведено з використанням методів теорії функцій комплексної змінної з використанням дискретного перетворення Лапласа. Запропонований підхід дозволив значно прискорити розрахунки за допомогою декомпозиції системи лінійних рівнянь щодо коефіцієнтів передавальної функції до системи приблизно вдвічі меншого порядку, яка допускає швидке рішення методами Тренча, Берлекампа-Мессі або Евкліда.

Результати. Розглянуто приклад практичного використання ітераційного алгоритму раціональної інтерполяції і обчислення із заданою точністю кореневих критеріїв якості динаміки опори з газової мастилом.

Висновки. Метод дозволяє явно визначити характеристичне рівняння такої міри, яка достатня для виконання вимог точності при обчисленні кореневих критеріїв якості динаміки систем автоматичного управління. Раціональна інтерполяція зводиться до вирішення системи лінійних рівнянь, порядок якої набагато нижче (більш ніж в два рази) порядку аналогічних систем, використовуваних для раціональної інтерполяції функцій відомими методами. Властивості системи такі, що її рішення може бути отримано спеціальними швидкими методами квадратичного порядку складності.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: раціональна інтерполяція, лінійна динамічна система, передавальна функція, система з розподіленими параметрами, дискретне перетворення Фур'є.

УДК 519.67

БЫСТРАЯ РАЦИОНАЛЬНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Коднянко В. А. – д-р техн. наук, профессор кафедры стандартизации, метрологии и управления качеством. Политехнический институт Сибирского федерального университета, Красноярск, Россия.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Излагается быстрый метод рациональной интерполяции передаточной функции линейных динамических систем с распределенными параметрами, значения которой могут быть найдены численными методами либо расчетом трансцендентных функций переменной интегрального преобразования Лапласа. Метод позволяет определить в явном виде передаточную функцию и, в частности, характеристическое уравнение такой степени, которое достаточно для удовлетворения требований точности при расчете корневых критериев качества динамики систем автоматического управления.

Цель. Согласно предложенному методу рациональная интерполяция сводится к решению системы линейных уравнений, порядок которой значительно ниже (более чем вдвое) порядка аналогичных систем, применяемых для рациональной интерполяции функций известными методами. Свойства данной системы таковы, что ее решение может быть получено специальными быстрыми методами квадратичного порядка сложности.

Метод. Итерационный алгоритм расчета коэффициентов передаточной функции линейной динамической системы с распределенными параметрами проведен с использованием методов теории функций комплексной переменной с использованием дискретного преобразования Лапласа. Предложенный подход позволил значительно ускорить расчеты посредством декомпозиции системы линейных уравнений относительно коэффициентов передаточной функции к системе примерно вдвое меньшего порядка, которая допускает быстрое решение методами Тренча, Берлекампа-Мессис или Евклида.

Результаты. Рассмотрен пример практического использования итерационного алгоритма рациональной интерполяции и вычисления с заданной точностью корневых критериев качества динамики опоры с газовой смазкой.

Выводы. Метод позволяет явно определить характеристическое уравнение такой степени, которая достаточна для выполнения требований точности при вычислении корневых критериев качества динамики систем автоматического управления. Рациональная интерполяция сводится к решению системы линейных уравнений, порядок которой намного ниже (более чем в два раза) порядка аналогичных систем, используемых для рациональной интерполяции функций известными методами. Свойства системы таковы, что ее решение может быть получено специальными быстрыми методами квадратичного порядка сложности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: рациональная интерполяция, линейная динамическая система, передаточная функция, система с распределенными параметрами, дискретное преобразование Фурье.

ЛИТЕРАТУРА / ЛІТЕРАТУРА

1. Fraleigh J. B. Linear Algebra / J. B. Fraleigh, R. A. Beauregard // Addison-Wesley, 1995. – 608 p.
2. Riley K. F. Mathematical methods for physics and engineering / K. F. Riley, M. P. Hobson, S. J. Bence // Cambridge University Press, 2010. – 455 p.
3. Middlebrook R. D. Input filter considerations in design and application of switching regulators / R. D. Middlebrook // IEEE Industry Applications Society Annual Meeting. – 1976. – P. 366–382.
4. Carrol J. An input impedance stability criterion allowing more flexibility for multiple loads which are independently designed / J. Carrol // Naval Air Warfare Center. Aircraft Division. Indianapolis. B/812. – 1992.
5. A method of defining the load impedance specification for a stable distributed power system / [C. M. Wildrick, F. C. Lee, B. H. Cho, B. Choi] // IEEE Transactions on Power Electronics. – 1995. – P. 280–285.
6. Коднянко В. А. Устойчивость энергосберегающей адаптивной радиальной гидростатической опоры с ограничением выходного потока смазки / В. А. Коднянко // Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии, Красноярск. – 2011. – Т. 6, № 4. – С. 907–914.
7. Bradie V. A. Friendly Introduction to Numerical Analysis / V. A. Bradie // Upper Saddle River. New Jersey : Pearson Prentice Hall. – 2006.
8. Smith S. W. Chapter 8: The Discrete Fourier Transform / S. W. Smith // The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. San Diego. Calif.: California Technical Publishing. – 1999.
9. Golub G. H. Matrix computations / G. H. Golub, C. F. Van Loan // Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences, Johns Hopkins University Press. Baltimore. – 1996.
10. Heinig G. Efficient inversion formulas for Toeplitz-plus-Hankel matrices using trigonometric transformations / G. Heinig, K. Rost // Structured Matrices in Mathematics, Computer Science, and Engineering. II. Contemp. Math. Vol. 281. Amer. Math. Soc. Providence. RI. – 2001. – P. 247–264.
11. Beale E. M. L. Cycling in the dual simplex algorithm / E. M. L. Beale // Naval Research Logistics Quarterly 2 (4). – 1955. – P. 269–276. DOI: 10.1002/nav.3800020406.
12. Voevodin V. V. Toeplitz matrices and their applications / V. V. Voevodin, E. E. Tyrtshnikov // Computing Methods in Applied Sciences and Engineering. North-Holland. Amsterdam. – 1984. – P. 75–85.
13. Trench W. F. An algorithm for the inversion of finite Hankel matrices / W. F. Trench // SIAM J. Appl. Math. – 13. – 1965. – P. 1102–1107.
14. Zohar S. Toeplitz matrix inversion: The algorithm of W. F. Trench / S. Zohar // J. Assoc. Comput. Mach. 16. – 1967. – P. 592–601.
15. Петров О. А. Быстрый алгоритм решения систем уравнения с треплицевой матрицей / О. А. Петров // Инфокоммуникационные технологии. – 2006. – Том 4, № 1. – С. 57–59.
16. Rahman Q. I. Analytic theory of polynomials / Q. I. Rahman, G. Schmeisser // London Mathematical Society Monographs. – New Series. 26. Oxford : Oxford University Press. – 2002.
17. Бесекерский В. А. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов // Спб.: Профессия, 2003. – 752 с.
18. Коднянко В. А. Численный расчет статических характеристик однорядного шелевого газостатического подвеса / В. А. Коднянко // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2002. – № 2. – С. 17–19.
19. Constantinescu V. N. Gas Lubrication / V. N. Constantinescu // New York: American Society of Mechanical Engineers. – 1969.
20. Muir T. A treatise on the theory of determinants / T. Muir // Dover Publications. – 1960. – P. 516–525.
21. Rational Function Interpolation and Extrapolation / [W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery] // Numerical Recipes in C. Cambridge: Cambridge University Press. – 1994.
22. Blahut R. E. Fast Algorithms for Signal Processing / R. E. Blahut. – Cambridge University Press, 2010. – 469 p. DOI: 10.1017/CBO9780511760921.

МЕТОД ПОБУДОВИ ПЛАНІВ БАГАТОФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ З МІНІМАЛЬНОЮ КІЛЬКІСТЮ ЗМІН РІВНІВ ФАКТОРІВ ТА ОПТИМАЛЬНИХ ЗА ВАРТІСНИМИ (ЧАСОВИМИ) ВИТРАТАМИ

Кошовий М. Д. – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інтелектуальних вимірювальних систем та інженерії якості, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

Дергачов В. А. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інтелектуальних вимірювальних систем та інженерії якості, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

Павлик Г. В. – канд. техн. наук, доцент кафедри інтелектуальних вимірювальних систем та інженерії якості, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

Заболотний О. В. – д-р техн. наук, доцент, декан ф-ту систем управління літальних апаратів, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

Кошова І. І. – аспірант кафедри інтелектуальних вимірювальних систем та інженерії якості, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

Костенко О. М. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри технологій та обладнання переробних та харчових виробництв, Полтавська державна аграрна академія, Полтава, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Вирішено актуальну задачу розробки методу побудови планів багатофакторних експериментів (БФЕ) з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами.

Мета роботи: розробка методу та засобів синтезу планів багатофакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами.

Методи. Застосування методів планування експериментів дає можливість зменшити вартісні (часові) витрати при дослідженні різноманітних технологічних процесів, пристроїв та систем.

Мінімізація кількості змін рівнів факторів при побудові планів багатофакторних експериментів також призводить до зменшення вартості (часу) на їх реалізацію.

Запропонований раніше метод побудови планів багатофакторних експериментів, оснований на застосуванні коду Грея, дає можливість мінімізувати в них кількість змін рівнів факторів. Але ці плани не завжди являються мінімальними за вартісними (часовими) витратами.

В зв'язку з цим виникає задача розробки методу та засобів побудови планів багатофакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами. Суть запропонованого методу полягає в наступному: генерування перестановок з мінімальним числом транспозицій сусідніх елементів; для кожного отриманого плану визначається кількість змін рівнів факторів шляхом розрахунку відстані по Хеммінгу для сусідніх пар двійкових слів; запис плану з мінімальною кількістю змін рівнів факторів в множину D ; аналіз двійкових кодів, що входять у множину D , серед яких присутні коди, отримані з коду Грея шляхом E , H та (E, H) перетворень; пошук серед множини модифікованих кодів Грея $G(E, H)$ таких, що відповідають оптимальним за вартісними (часовими) витратами планам експерименту.

Результати. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод побудови планів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами. Програмне забезпечення може синтезувати оптимальні плани експериментів для дослідження об'єктів з кількістю факторів $k \leq 4$.

Висновки. Проведені комп'ютерні експерименти направлені на побудову оптимальних планів для дослідження таких об'єктів як технологічний процес виготовлення деталей гарячим штампуванням та слідкуюча система підтвердили працездатність та ефективність розробленого методу та програмного забезпечення, що його реалізує. Наукову новизну роботи становить метод, що дозволяє синтезувати плани багатофакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами. Практична значимість результатів роботи в тому, що розроблене програмне забезпечення може знайти широке застосування при дослідженні технологічних процесів, пристроїв та систем, на яких можлива реалізація активного експерименту.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод, оптимальний план експерименту, рівні факторів, перетворення, множина, вартість, час, програмне забезпечення.

АБРЕВІАТУРИ

БФЕ – багатофакторний експеримент.

НОМЕНКЛАТУРА

B_i – номер стовпця, що знаходиться на i -му місці;

C_i – інверсія i -го стовпця;

D – множина планів БФЕ з мінімальною кількістю змін рівнів факторів;

E – множина перестановок стовпців коду;

$G(E)$ – модифікований код Грея, отриманий за допомогою E перетворень;

$G(H)$ – модифікований код Грея, отриманий за допомогою H перетворень;

$G(E, H)$ – модифікований код Грея, отриманий за допомогою E та H перетворень;

H – множина інверсій стовпців коду;

i – поточний номер перетворення;

k – кількість факторів;

L – кількість сформованих планів БФЕ з мінімальною кількістю змін рівнів факторів;

M – план БФЕ;

M_i^* – план БФЕ, отриманий у результаті i -го перетворення;

n – кількість дослідів;

P – множина перетворень;

p_i – вид i -го перетворення;

q – кількість змін рівнів факторів;

X – двійкове число;

z – кількість перетворень,

ρ – відстань по Хеммінгу.

ВСТУП

Планування експерименту доцільно застосовувати для підвищення ефективності експериментальних досліджень. В класичних роботах з планування експерименту вважали, що дослід в плані являється рівнозатратними. Але це не так. Тому зміна порядку проведення дослідів при реалізації плану експерименту суттєво впливає на вартість (час) його проведення. При цьому вартість (час) реалізації експерименту залежить від кількості змін рівнів факторів у його плані. Мінімумальна кількість змін рівнів факторів характерна для планів експериментів, побудованих методом, оснований на застосуванні коду Грея. Але плани синтезовані цим методом не завжди являються оптимальними за вартістю або часом їх реалізації. Тому виникає задача розробки методу побудови планів багатфакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами.

Об'єкт дослідження: процеси оптимізації за вартісними (часовими) витратами планів багатфакторних експериментів.

Предмет дослідження: методи та засоби побудови оптимальних за вартісними (часовими) витратами планів багатфакторних експериментів.

Мета дослідження: розробка та дослідження методу побудови планів багатфакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Для досягнення поставленої мети дослідження необхідно вирішити наступні задачі:

– розробити метод побудови планів багатфакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами;

– розробити програмне забезпечення, що реалізує даний метод;

– для кількості факторів $k=3$ з допомогою розробленого програмного забезпечення синтезувати та дослідити множину планів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів;

– довести працездатність та ефективність розробленого методу при оптимізації за вартісними (часовими) витратами планів експериментів для дослідження технологічних процесів, пристроїв та систем.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Для побудови оптимальних планів багатфакторних експериментів можна застосовувати методи комбінаторної оптимізації [1–11]. Відомі також розроблені методи побудови оптимальних за вартісними (часовими) витратами планів багатфакторних експериментів в [12–15]. Ці методи мають свої переваги та недоліки. Суттєві їх недоліки: низька швидкодія не завжди отримується точне рішення, а лише близьке до оптимального. Плани, що синтезуються методом, оснований на застосуванні коду Грея [12] мають мінімальну кількість змін рівнів факторів, але не завжди оптимальні за вартісними (часовими) витратами на їх реалізацію.

Метод повного перебору при сучасному рівні розвитку техніки дає змогу побудувати оптимальні за вартісними (часовими) витратами плани тільки для кількості факторів $k \leq 3$.

Таким чином, виникає задача розробки методу побудови планів багатфакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та оптимальних за вартісними (часовими) витратами.

3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Метод побудови множини планів БФЕ з мінімальною кількістю змін рівнів факторів складається з наступних етапів.

Етап 1. Установлюємо початкові значення поточних параметрів: $i = 0$, $L = 0$.

Етап 2. Визначаємо поточний номер перетворення $i = i + 1$ та його вид p_i .

Етап 3. Формуємо план БФЕ, отриманий у результаті i -го перетворення $M_i^* = M(p_i)$.

Етап 4. Визначаємо кількість змін рівнів факторів у плані M_i^* :

$$q = \sum_{j=1}^{n-1} \rho(X_j, X_{j+1}).$$

Етап 5. Якщо $q > n-1$, то переходимо до п. 7.

Етап 6. $L=L+1$, $D_L = M_i^*$.

Етап 7. Якщо $i < z$, то переходимо до етапу 2.

Етап 8. Кінець.

Розглянемо приклад побудови множини планів повного БФЕ з мінімальною кількістю змін рівнів факторів для $n=8$ і $k=3$.

При описі планів БФЕ значення «+1» замінимо на «1», а значення «-1» замінимо на «0».

Початковий план БФЕ, представлений у вигляді двійкових кодів, має вигляд $M = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$.

Для розглянутого завдання множина перетворень – це множина всіх перестановок. Для заданої кількості факторів k кількість перетворень $z = (2^k)!$ і істотно росте з ростом значення k . Аналіз способів генерування перестановок [16] показав, що найбільш ефективним є генерування всіх перестановок з мінімальним числом транспозицій сусідніх елементів. У табл. 1 наведений фрагмент генерування перестановок для $k=3$.

План БФЕ в результаті i -го перетворення $M_i^* = M(p_i)$ виходить шляхом перетворення в плані $M_{i-1}^* = M(p_{i-1})$ тільки двох його наборів. Наприклад, план $M_2^* = \{001, 000, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$ у результаті перетворення $P = \{2,3,1,4,5,6,7,8\}$ перетвориться в план $M_3^* = \{001, 010, 000, 011, 100, 101, 110, 111\}$ і т.д.

Для кожного отриманого плану БФЕ проводиться оцінка кількості змін рівнів факторів у плані шляхом визначення відстані по Хеммінгу для сусідніх пар двійкових слів. Наприклад, для плану $M = \{001, 010, 011, 100, 000, 101, 110, 111\}$ кількість змін рівнів факторів у плані визначається в такий спосіб:

$$q = \rho(001, 010) + \rho(010, 011) + \rho(011, 100) + \rho(100, 000) + \rho(000, 101) + \rho(101, 110) + \rho(110, 111) = 12.$$

Якщо кількість змін рівнів факторів у плані є мінімальною ($q=n-1$), то план записується в множину D .

У табл. 2 наведений фрагмент аналізу характеристик планів БФЕ.

У роботі [14] наведений фрагмент множини планів багатофакторних експериментів з мінімальною кількістю змін рівнів факторів для $k=3$, отриманої за допомогою описаного методу.

Описаний метод побудови планів повного БФЕ експерименту дозволяє побудувати каталоги оптимальних по кількості змін рівнів факторів і вибір оптимального за вартістю (часом) реалізації варіанта проводити не на всій множині можливих планів, а тільки серед планів, що входять у каталог, кількість яких значно менше. Для наведеного вище приклада кількість перетворень 40320, а кількість оптимальних планів у каталозі – 144.

Аналіз представників каталогу показує, що в нього входить код Грея. На рис. 1 показаний розподіл двійкових кодів.

Таблиця 1 – Генерування перестановок з мінімальним числом транспозицій сусідніх елементів для $k = 3$

№	P								№	P							
1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	2	1	3	4	5	6	7	8
3	2	3	1	4	5	6	7	8	4	2	3	4	1	5	6	7	8
5	2	3	4	5	1	6	7	8	6	2	3	4	5	6	1	7	8
7	2	3	4	5	6	7	1	8	8	2	3	4	5	6	7	8	1
9	3	2	4	5	6	7	8	1	10	3	2	4	5	6	7	1	8
11	3	2	4	5	6	1	7	8	12	3	2	4	5	1	6	7	8
13	3	2	4	1	5	6	7	8	14	3	2	1	4	5	6	7	8
15	3	1	2	4	5	6	7	8	16	1	3	2	4	5	6	7	8
17	1	3	4	2	5	6	7	8	18	3	1	4	2	5	6	7	8
19	3	4	1	2	5	6	7	8	20	3	4	2	1	5	6	7	8
21	3	4	2	5	1	6	7	8	22	3	4	2	5	6	1	7	8
23	3	4	2	5	6	7	1	8	24	3	4	2	5	6	7	8	1
25	3	4	5	2	6	7	8	1	26	3	4	5	2	6	7	1	8
27	3	4	5	2	6	1	7	8	28	3	4	5	2	1	6	7	8
29	3	4	5	1	2	6	7	8	30	3	4	1	5	2	6	7	8
31	3	1	4	5	2	6	7	8	32	1	3	4	5	2	6	7	8
33	1	3	4	5	6	2	7	8	34	3	1	4	5	6	2	7	8
35	3	4	1	5	6	2	7	8	36	3	4	5	1	6	2	7	8
37	3	4	5	6	1	2	7	8	38	3	4	5	6	2	1	7	8
39	3	4	5	6	2	7	1	8	40	3	4	5	6	2	7	8	1
41	3	4	5	6	7	2	8	1	42	3	4	5	6	7	2	1	8
43	3	4	5	6	7	1	2	8	44	3	4	5	6	1	7	2	8
45	3	4	5	1	6	7	2	8	46	3	4	1	5	6	7	2	8
...																	

Таблиця 2 – Аналіз характеристик планів БФЕ

M	q	Коментар
000,001,010,011,100,101,110,111	11	
001,000,010,011,100,101,110,111	10	
001,010,000,011,100,101,110,111	12	
001,010,011,000,100,101,110,111	10	
001,010,011,100,000,101,110,111	12	
000,010,011,001,100,101,110,111	9	
010,000,011,001,100,101,110,111	10	
010,011,000,001,100,101,110,111	10	
010,011,001,000,100,101,110,111	8	
010,011,001,100,000,101,110,111	10	
010,011,100,000,101,001,110,111	12	
010,011,100,101,000,001,110,111	12	
010,011,100,101,001,000,110,111	10	
010,011,100,101,001,110,000,111	14	
010,011,100,101,001,110,111,000	13	
010,011,100,101,110,001,111,000	15	
000,100,101,001,011,010,110,111	7	$L=1$
100,001,101,010,110,000,111,011	13	
100,001,101,010,000,110,111,011	11	
100,001,101,000,010,110,111,011	9	
100,001,000,101,010,110,111,011	11	
100,000,001,101,010,110,111,011	9	
000,100,001,101,010,110,111,011	10	
000,100,101,001,010,110,111,011	8	
100,000,101,001,010,110,111,011	9	
100,101,000,001,010,110,111,011	9	
100,101,001,000,010,110,111,011	7	$L=2$
100,101,001,010,000,110,111,011	9	
100,101,001,010,110,000,111,011	11	
100,101,001,010,110,111,000,011	11	
100,101,001,010,110,111,011,000	9	
000,001,100,101,110,111,011,010	9	
000,001,101,100,110,111,011,010	7	$L=3$
100,101,010,001,110,111,011,000	13	
001,100,101,000,110,111,011,010	10	
001,100,000,101,110,111,011,010	10	
001,000,100,101,110,111,011,010	8	
...		

Код Грея має найменшу кількість змін, але він тільки один і його значення «жорстко прив'язані» до позиційного коду та не допускають перестановку рядків.

Аналіз двійкових кодів, що входять у множину кодів з мінімальними змінами показав, що серед них присутні коди, отримані з коду Грея за допомогою певних перетворень. Такі коди будемо називати модифікованими кодами Грея.

© Кошовий М. Д., Дергачов В. А., Павлик Г. В., Заболотний О. В., Кошова І. І., Костенко О. М., 2020
 DOI 10.15588/1607-3274-2020-4-6

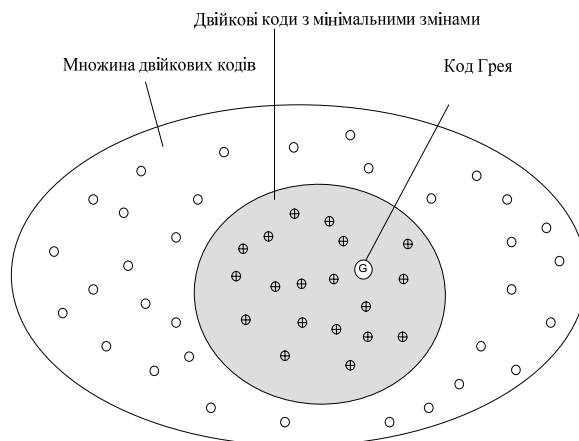


Рисунок 1 – Розподіл двійкових кодів

На рис. 2 показані модифіковані коди Грея, що входять у множину двійкових кодів з мінімальними змінами.

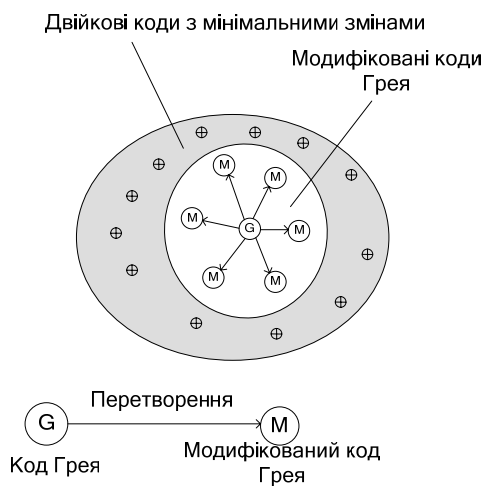


Рисунок 2 – Модифіковані коди Грея

Серед можливих перетворень визначені такі, що зберігають основну властивість коду Грея – мінімальну кількість змін. Розглянемо ці перетворення.

Множина E перетворень $E = \{E_1, \dots, E_d\}$ – це перестановка стовпців k -розрядного коду Грея. E_1 відповідає коду Грея (тобто перестановок немає), значення стовпців позначено $B_1 \dots B_k$. У таблиці 3 наведені E перетворення для $k=3$.

Множина H перетворень $H = \{H_1, \dots, H_m\}$ – це інверсія стовпців k -розрядного коду Грея. Перетворення H_i задається у вигляді двійкового набору, у якому значення «0» означає, що інверсії відповідного стовпця немає і він позначається літерою «В». Якщо значення «1», то відбувається інверсія стовпця і він позначається літерою «С».

Приклади H перетворень коду Грея для $k=3$ наведені у табл. 4.

У табл. 5 наведені модифіковані $G(E,H)$ коди для $k=3$.

Таблиця 3 – E перетворення кодів Грея

E_1			E_2			E_3			E_4			E_5			E_6		
B_1	B_2	B_3	B_1	B_3	B_2	B_2	B_1	B_3	B_2	B_3	B_1	B_3	B_1	B_2	B_3	B_2	B_1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1

Таблиця 4 – Приклади H перетворень кода Грея для $k=3$

H_1			H_2			H_3			H_4		
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	C_3	B_1	C_2	B_3	B_1	C_2	C_3
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
H_5			H_6			H_7			H_8		
1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
C_1	B_2	B_3	C_1	B_2	C_3	C_1	C_2	B_3	C_1	C_2	C_3
1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1

Таблиця 5 – Модифіковані $G(E,H)$ коди для $k=3$

	E	H	$G(E,H)$
1	1	1	000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100
2	1	2	001, 000, 010, 011, 111, 110, 100, 101
3	1	3	010, 011, 001, 000, 100, 101, 111, 110
4	1	4	011, 010, 000, 001, 101, 100, 110, 111
5	1	5	100, 101, 111, 110, 010, 011, 001, 000
6	1	6	101, 100, 110, 111, 011, 010, 000, 001
7	1	7	110, 111, 101, 100, 000, 001, 011, 010
8	1	8	111, 110, 100, 101, 001, 000, 010, 011
9	2	1	000, 010, 011, 001, 101, 111, 110, 100
10	2	2	001, 011, 010, 000, 100, 110, 111, 101
11	2	3	010, 000, 001, 011, 111, 101, 100, 110
12	2	4	011, 001, 000, 010, 110, 100, 101, 111
13	2	5	100, 110, 111, 101, 001, 011, 010, 000
14	2	6	101, 111, 110, 100, 000, 010, 011, 001
15	2	7	110, 100, 101, 111, 011, 001, 000, 010
16	2	8	111, 101, 100, 110, 010, 000, 001, 011
17	3	1	000, 001, 101, 100, 110, 111, 011, 010
18	3	2	001, 000, 100, 101, 111, 110, 010, 011
19	3	3	010, 011, 111, 110, 100, 101, 001, 000
20	3	4	011, 010, 110, 111, 101, 100, 000, 001
21	3	5	100, 101, 001, 000, 010, 011, 111, 110
22	3	6	101, 100, 000, 001, 011, 010, 110, 111
23	3	7	110, 111, 011, 010, 000, 001, 101, 100
24	3	8	111, 110, 010, 011, 001, 000, 100, 101
25	4	1	000, 010, 110, 100, 101, 111, 011, 001
26	4	2	001, 011, 111, 101, 100, 110, 010, 000
27	4	3	010, 000, 100, 110, 111, 101, 001, 011
28	4	4	011, 001, 101, 111, 110, 100, 000, 010
29	4	5	100, 110, 010, 000, 001, 011, 111, 101
30	4	6	101, 111, 011, 001, 000, 010, 110, 100
31	4	7	110, 100, 000, 010, 011, 001, 101, 111
32	4	8	111, 101, 001, 011, 010, 000, 100, 110
33	5	1	000, 100, 101, 001, 011, 111, 110, 010
34	5	2	001, 101, 100, 000, 010, 110, 111, 011
35	5	3	010, 110, 111, 011, 001, 101, 100, 000
36	5	4	011, 111, 110, 010, 000, 100, 101, 001
37	5	5	100, 000, 001, 101, 111, 011, 010, 110
38	5	6	101, 001, 000, 100, 110, 010, 011, 111
39	5	7	110, 010, 011, 111, 101, 001, 000, 100
40	5	8	111, 011, 010, 110, 100, 000, 001, 101
41	6	1	000, 100, 110, 010, 011, 111, 101, 001
42	6	2	001, 101, 111, 011, 010, 110, 100, 000
43	6	3	010, 110, 100, 000, 001, 101, 111, 011
44	6	4	011, 111, 101, 001, 000, 100, 110, 010
45	6	5	100, 000, 010, 110, 111, 011, 001, 101
46	6	6	101, 001, 011, 111, 110, 010, 000, 100
47	6	7	110, 010, 000, 100, 101, 001, 011, 111
48	6	8	111, 011, 001, 101, 100, 000, 010, 110

Для автоматизації процесу побудови каталогів планів БФЕ з мінімальною кількістю змін рівнів факторів розроблено програмне забезпечення (свід. про реєстр. автор. права на твір №№74877, 74881, 89032, Україна).

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Для дослідження слідуючої системи в роботі [14] наведений оптимальний план експерименту з вартістю реалізації 13,60 ум. од., отриманий методом повного перебору, а також план, побудований методом на

основі коду Грея, що має вартість реалізації 17,60 ум. од. За допомогою розробленого методу та програмного забезпечення, що його реалізує, отримані три оптимальні плани експериментів з вартістю реалізації 13,60 ум. од. кожний (табл. 6).

За допомогою описаного методу для дослідження технологічного процесу виготовлення деталей гарячим штампуванням отримані два оптимальні плани з часом реалізації 113,25 хв. кожний (табл. 7).

Таблиця 6 – Оптимальні плани експерименту для дослідження слідкуючої системи

G(1,6)			G(1,7)			G(1,8)		
X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3
+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1
+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1
+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1
+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
-1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	+1
-1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1
-1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1

Таблиця 7 – Оптимальні плани експерименту для дослідження технологічного процесу виготовлення деталей гарячим штампуванням

№№ п/п	G(1,1)			G(6,6)		
	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3
1	-1	-1	-1	+1	-1	-1
2	-1	-1	+1	+1	-1	+1
3	-1	+1	+1	+1	+1	+1
4	-1	+1	-1	+1	+1	-1
5	+1	+1	-1	-1	+1	-1
6	+1	+1	+1	-1	+1	+1
7	+1	-1	+1	-1	-1	+1
8	+1	-1	-1	-1	-1	-1

План експерименту, отриманий методом на основі коду Грея, також має час реалізації 113, 25 хв.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

При проведенні комп'ютерних експериментів отримані наступні результати.

Метод, заснований на застосуванні модифікованих кодів Грея, дає вигравш за вартістю реалізації плану експерименту для дослідження слідкуючої системи в 1,29 раза у порівнянні з планом, отриманим на основі коду Грея. А збіг за вартістю реалізації з планом, отриманим методом повного перебору, вказує на працездатність та ефективність запропонованого методу. Співпадання за часом реалізації планів експерименту для дослідження технологічного процесу виготовлення деталей гарячим штампуванням, отриманих методами, основаними на застосуванні коду Грея та модифікованих кодів Грея, вказує на те, що в деяких випадках оптимальний результат дає і метод на основі коду Грея.

6 ОБГОВОРЕННЯ

При побудові планів для дослідження слідкуючої системи показано, що плани багатофакторного експерименту, синтезовані методом з використанням коду Грея, мають мінімальну кількість змін рівнів факто-

рів, але не завжди оптимальні за вартістю (часом) реалізації експерименту. Тому доцільно для оптимізації планів багатофакторного експерименту за вартісними (часовими) витратами застосовувати метод, оснований на використанні модифікованих кодів Грея.

Розроблене програмне забезпечення для реалізації запропонованого методу синтезу оптимальних за вартісними (часовими) витратами планів багатофакторного експерименту дозволяє суттєво скоротити множини планів для пошуку оптимального.

ВИСНОВКИ

1. В роботі вирішена актуальна задача з розробки методу побудови планів багатофакторного експерименту з мінімальною кількістю змін рівнів факторів та скороченню множини планів для пошуку оптимального за вартісними (часовими) витратами.

2. Показано, що метод побудови планів багатофакторних експериментів, оснований на застосуванні коду Грея, не завжди дає оптимальний за вартістю (часом) реалізації план. Тому доцільно застосовувати метод, заснований на використанні модифікованих кодів Грея.

3. Розроблено програмне забезпечення, яке реалізує запропонований метод побудови оптимальних за вартістю (часом) реалізації планів багатофакторних

експериментів та скорочує множину пошуку цих планів.

4. Наукова новизна роботи заключається в тому, що вперше запропоновано метод побудови оптимальних за вартісними (часовими) витратами планів багатofакторного експерименту, оснований на побудові кодів з мінімальною кількістю змін та з заданими властивостями, що дозволяє будувати оптимальний план без перебору варіантів перестановок дослідів, так як пошук ведеться на множині типових варіантів без побудови самих планів, а розглядаються тільки їх характеристики, визначаються параметри оптимального плану і його вид.

5. Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що розроблений метод та програмне забезпечення дозволяють скоротити вартісні та часові витрати на дослідження технологічних процесів, пристроїв і систем.

6. Перспективи подальших досліджень полягають в застосуванні розробленого методу та програмного забезпечення для оптимізації дробових факторних експериментів

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Hoskins D. S. Combinatorics and Statistical Inferecing / D. S. Hoskins // *Applied Optimal Designs*. – 2007. – № 4. – P. 147–179.
2. Morgan J. P. Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics / J. P. Morgan // *Journal of the American Statistical Association*. – 2005. – Vol. 100, № 471. – P. 1092–1093.
3. Bailey R. A. Combinatorics of optimal designs / R. A. Bailey, P. G. Cameron // *Surveys in Combinatorics*. – 2009. – V. 365. – P. 19–73.
4. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments, 9th Edition / D. C. Montgomery. – Wiley, 2017. – 629 p.
5. Bartos B. J. Design and analysis of time series experiments / B. J. Bartos, R. Mc Cleary, D. Mc Dowall. – Oxford : Oxford University Press, 2017. – 393 p.
6. Berger P. D. Experimental Design with Applications in Management, Engineering and the Sciences / P. D. Berger, R. E. Maurer. – Celli New York : Springer, 2018. – 640 p.
7. Rodrigues M. I. Experimental Design and Process Optimization / M. I. Rodrigues, A. F. Iemma. – N.-Y. : CRC Press, 2016. – 336 p.
8. Wu C. F. J. Experiments: Planning, Analysis, and Optimization / C. F. J. Wu., M. S. Hamada. – Wiley, 2015. – 743 p.
9. Карпенко А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой : учебное пособие / А. П. Карпенко. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 446 с.
10. Halchenko Y. Ya. Development of excitations structure RBF- metamodels of inoving concentric dycurrent probe / Y. Ya. Halchenko, R. V. Trembovetska, V. V. Tychkov // *Electrical engeneering & electromechanics*. – 2019. – № 2. – P. 28–38. DOI: 10.20998/2074-272X.2019.2.05.
11. Jones B. C. Efficient designs with minimal aliasing / B. C. Jones, C. J. Nachtsheim // *Technometrics*. – 2011. – № 53. – P. 62–71.
12. Koshevoy M. Research and optimization of the eddy current transducer of dielectric coatings' thickness on metal surfaces of products / M. Koshevoy, O. Zabolotnyi, M. Tsekhovskiyi et al. // *Ukrainian Metrological Journal*. – 2020. – № 2. – P. 33–39. DOI:10.24027/2306-7039.2.2020.208935
13. Koshevoy N. D. Application of the fish search method for optimization plans of the full factor experiment / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, V. V. Muratov // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2020. – № 2. – P. 44–55. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-2-5
14. Koshevoy N. D. Research of multiple plans in multi-factor experiments with a minimum number of transitions of levels of factors / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, A. V. Pavlyk at al. // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2019. – № 2. – P. 53–59. DOI:10.15588/1607-3274-2019-2-6
15. Koshevoy N. D. Comparative analysis of optimization methods by cost (time) costs of full factor experiment plans / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, V. V. Muratov et al. // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2020. – № 1. – P. 54–62. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-1-6
16. Bona M. Combinatorics of permutations / M. Bona. – N. -Y. : CRC Press, 2012. – 478 p.

Стаття надійшла до редакції 25.09.2020.
Після доробки 02.11.2020.

УДК519.24

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С МИНИМАЛЬНЫМ КОЛИЧЕСТВОМ ИЗМЕНЕНИЙ УРОВНЕЙ ФАКТОРОВ И ОПТИМАЛЬНЫХ ПО СТОИМОСТНЫМ (ВРЕМЕННЫМ) ЗАТРАТАМ

Кошевой Н. Д. – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой интеллектуальных измерительных систем и инженерии качества, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Дергачев В. А. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры интеллектуальных измерительных систем и инженерии качества, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Павлик А. В. – канд. техн. наук, доцент кафедры интеллектуальных измерительных систем и инженерии качества, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Заболотный А. В. – д-р техн. наук, доцент, декан ф-та систем управления летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Кошевая И. И. – аспирант кафедры интеллектуальных измерительных систем и инженерии качества, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Костенко Е. М. – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры технологий и оборудования перерабатывающих и пищевых производств, Полтавская государственная аграрная академия, Полтава, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Решена актуальная задача разработки метода построения планов многофакторных экспериментов (МФЭ) с минимальным количеством измерений уровней факторов и оптимальных по стоимостным (временным) затратам.

Цель работы: разработка метода и средств синтеза планов многофакторных экспериментов с минимальным количеством изменений уровней факторов и оптимальных по стоимостным (временным) затратам.

Методы: применение методов планирования экспериментов дает возможность уменьшить стоимостные (временные) затраты при исследовании разнообразных технологических процессов, устройств и систем.

Минимизация количества изменений уровней факторов при построении планов многофакторных экспериментов также приводит к уменьшению стоимости (времени) на их реализацию.

Предложенный ранее метод построения планов многофакторных экспериментов, основанный на применении кода Грея, дает возможность минимизировать в них количество изменений уровней факторов. Но эти планы не всегда являются оптимальными по стоимостным (временным) затратам. В связи с этим возникает задача разработки метода и средств построения планов многофакторных экспериментов с минимальным количеством изменений уровней факторов и оптимальных по стоимостным (временным) затратам.

Сущность предложенного метода заключается в следующем: генерирование перестановок с минимальным числом транспозиций соседних элементов; для каждого полученного плана определяется количество изменений уровня факторов путем вычисления расстояния по Хеммингу для соседних пар двоичных слов; запись плана с минимальным количеством изменений уровней факторов в множество D ; анализ двоичных кодов, что входят в множество D , среди которых присутствуют коды, полученные с кода Грея путем E , H и (E,H) преобразований; поиск среди множества модифицированных кодов Грея $G(E,H)$ таких, что представляют собой оптимальные по стоимостным (временным) затратам планы эксперимента.

Результаты. Разработано программное обеспечение, которое реализует предложенный метод построения планов с минимальным количеством изменений уровней факторов и оптимальных по стоимостным (временным) затратам. Программное обеспечение может синтезировать оптимальные планы экспериментов для исследования объектов с количеством факторов $k \leq 4$.

Выводы. Проведенные компьютерные эксперименты, направленные на построение оптимальных планов для исследования таких объектов как технологический процесс изготовления деталей горячей штамповкой и следящая система подтвердили работоспособность и эффективность разработанного метода и программного обеспечения, что его реализует.

Научную новизну работы представляет метод, который позволяет синтезировать планы многофакторных экспериментов с минимальным количеством изменений уровней факторов и оптимальных по стоимостным (временным) затратам.

Практическая значимость результатов работы заключается в том, что разработанное программное обеспечение может найти широкое применение при исследовании технологических процессов, устройств и систем, на которых возможна реализация активного эксперимента.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: метод, оптимальный план эксперимента, уровни факторов, преобразования, множество, стоимость, время, программное обеспечение.

UDC 519.24

THE METHOD OF BUILDING PLANS OF MULTIFACTORIAL EXPERIMENTS WITH MINIMAL NUMBER OF FACTOR LEVELS MEASUREMENTS AND OPTIMAL BY COST (TIME) EXPENSES

Koshevoy N. D. – Dr. Sc., Professor, Head of Intellectual Measuring Systems and Quality Engineering Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

Dergachov V. A. – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Intellectual Measuring Systems and Quality Engineering Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

Pavlyk H. V. – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Intellectual Measuring Systems and Quality Engineering Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

Zabolotnyi O. V. – Dr. Sc., Associate Professor, Dean of the Aircraft Control Systems Faculty, National Aerospace University “Kharkiv Aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

Koshevaya I. I. – Postgraduate Student of Intellectual Measuring Systems and Quality Engineering Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

Kostenko E. M. – Dr. Sc., Professor, Professor of Technology and Equipment for Reprocessing and Food Facilities department, Poltava State Agrarian Academy, Poltava, Ukraine.

ABSTRACT

Context. Relevant task of developing the method of plans building for multifactorial experiments was solved with minimal number of factor levels measurements and optimal by cost (time) expenses.

Objective. To develop method and means of synthesis the plans of multifactorial experiment with minimal number of factor levels measurements and optimal by cost (time) expenses.

Methods. Methods of experiment planning gives possibility to reduce cost (time) expenses when researching different technological processes, devices and systems.

Quantity of factor levels measurements minimization during the process of building the plans of multifactorial experiments also leads to cost (time) reduction on their implementation.

Suggested earlier method of building the plans of multifactorial experiments, based on Grey code application, provides a possibility to minimize number of factor levels measurements. But such plans are not always optimal in relation to cost (time) expenses.

That's why the task appears to develop a method and means of synthesis the plans of multifactorial experiment with minimal number of factor levels measurements and optimal by cost (time) expenses.

Essence of a suggested method consists of: generation of permutations with minimal number of transpositions for neighbor elements; number of factor level variations is determined for each obtained plan by calculating the distance after Hamming for neighbor pairs of binary words; recording the plan with minimal number of factor levels measurements into set D ; analysis of binary codes that enter set D , among which codes, received from Grey code by E , H and (E, H) transformations are present; searching among modified Grey codes $G(E, H)$ such codes, that are optimal by cost (time) expenses.

Results. Software which performs the suggested method of building the plans with minimal number of factor levels measurements and optimal by cost (time) expenses was developed. Software allows to synthesize optimal plans of experiment with $k = 3, \dots, 4$ number of factors.

Conclusions. Computer experiments, that were carried out to build optimal plans to research such an objects as production of pieces by hot press forming technological process and a tracking system proved workability and effectiveness both of the developed method and software for its performance.

Scientific novelty is represented by method, that allows to synthesize plans of multifactorial experiments with minimal number of factor levels measurements and optimal by cost (time) expenses.

Practical importance of the results is that developed software can find wide application for technological processes, devices and systems researching, if it is possible to implement active experiment.

KEYWORDS: method, optimal plan of experiment, factor levels, transformations, set, cost, time, software.

REFERENCES

1. Hoskins D. S. Combinatorics and Statistical Inferecing, Applied Optimal Designs, 2007, No. 4, pp. 147–179.
2. Morgan J. P. Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics, *Journal of the American Statistical Association*, 2005, Vol.100, No. 471, pp. 1092–1093.
3. Bailey R. A., Cameron P. G. Combinatorics of optimal designs, *Surveys in Combinatorics*, 2009, V.365, pp. 19–73.
4. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments, 9th Edition. Wiley, 2017, 629 p.
5. Bartos B. J., Cleary R. Mc., Dowall D. Mc. Design and analysis of time series experiments. Oxford, Oxford University Press, 2017, 393 p.
6. Berger P. D., Maurer R. E. Experimental Design with Applications in Management, Engineering and the Sciences. Celli New York, Springer, 2018, 640 p.
7. Rodrigues M. I., Iemma A. F. Experimental Design and Process Optimization. N.-Y., CRC Press, 2016, 336 p.
8. Wu C. F. J., Hamada M. S. Experiments: Planning, Analysis, and Opti-mization. Wiley, 2015, 743 p.
9. Karpenko A. P. Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii. Algoritmy, vdohnovlennye prirodoy: uchebnoe posobie. Moscow, izd-vo MGTU im. N. Je. Baumana, 2014, 446 p.
10. Halchenko Y. Ya., Trembovetska R. V., Tychkov V. V. Development of excitations structure RBF-metamodels of inoving concentriced dycurrent probe, *Electrical engeneering & electromechanics*, 2019, No. 2, pp. 28–38. DOI: 10.20998/2074-272X.2019.2.05
11. Jones B. C., Nachtsheim C. J. Efficient designs with minimal aliasing, *Technometrics*, 2011, No. 53, pp. 62–71.
12. Koshevoy M., Zabolotnyi O., Tsekhovskiy M. et al. Research and optimization of the eddy current transducer of dielectric coatings' thickness on metal surfaces of products, *Ukrainian Metrological Journal*, 2020, No. 2, pp. 33–39. DOI:10.24027/2306-7039.2.2020.208935
13. Koshevoy N. D., Kostenko E. M., Muratov V. V. Application of the fish search method for optimization plans of the full factor experiment, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020, No. 2, pp.44–55. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-2-5
14. Koshevoy N. D., Kostenko E. M., Pavlyk A. V. et al Research of multiple plans in multi-factor experiments with a minimum number of transitions of levels of factors, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 2, pp. 53–59. DOI:10.15588/1607-3274-2019-2-6
15. Koshevoy N. D., Kostenko E. M., Muratov V.V. et al. Comparative analysis of optimization methods by cost (time) costs of full factor experiment plans, *Radio Electronics, Computer Science, Contro*, 2020, No. 1, pp. 54–62. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-1-6
16. Bona M. Combinatorics of permutations. N.-Y., CRC Press, 2012, 478 p.

CUBATURE FORMULA FOR APPROXIMATE CALCULATION INTEGRAL OF HIGHLY OSCILLATING FUNCTION OF TREE VARIABLES (IRREGULAR CASE)

Nechuiviter O. P. – Dr. Sc., Associate Professor, Head of the Department of Information Computer Technologies and Mathematics, Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy, Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The integrals of highly oscillating functions of many variables are one of the central concepts of digital signal and image processing. The object of research is a digital processing of signals and images using new information operators.

Objective. The work aims to construct a cubature formula for the approximate calculation of the triple integral of a rapidly oscillating function of a general form.

Method. Modern methods of digital signal processing are characterized by new approaches to obtaining, processing and analyzing information. There is a need to build mathematical models in which information can be given not only by the values of the function at points, but also as a set of traces of the function on the planes and as a set of traces of the function on the lines. There are algorithms which are optimal by accuracy for calculating the integrals of highly oscillating functions of many variables (regular case), which involve different types of information in their construction. As a solution of a broader problem for the irregular case, the work presents the cubature formula for the approximate calculation of the triple integral of the highly oscillating function in a general case. The presented algorithm for approximate calculation of the integral is based on the application of operators that restore the function of three variables using a set of traces of functions on the mutually perpendicular planes. Operators use piece-wise splines as auxiliary functions. The cubature formula correlates with a formula of the Filon type. An error estimation of the approximation of the integral from the highly oscillating function by the cubature formula on the class of differential functions is obtained.

Results. The cubature formula of the approximate calculation of the triple integral from the highly oscillating function of a general form is researched.

Conclusions. The experiments confirm the obtained theoretical results on the error estimation of the approximation triple integral from the highly oscillating function in a general form by the cubature formula. The prospect of further research is to obtain an estimation of the approximation error on wider classes of functions and to prove that the proposed cubature formula is optimal by the order of accuracy.

KEYWORDS: digital signal and image processing, cubature formula, numerical integration of highly oscillating functions of many variables.

NOMENCLATURE

$H^{3,1}(M, \widetilde{M})$ is a class of functions, which are defined in the domain and have limited derivatives;

$I^3(\omega)$ is a three-dimensional integral from highly oscillating functions in a general form;

$\Phi^3(\omega)$ is a cubature formula for calculating three-dimensional integral;

$f(x_k, y, z)$ is a trace of function on the plane x_k ;

$f(x, y_j, z)$ is a trace of function on the plane y_j ;

$f(x, y, z_s)$ is a trace of function on the plane z_s ;

$Jf(x, y, z)$ is an operator that restores the function $f(x, y, z)$ on the traces on planes;

$Og(x, y, z)$ is an operator that restores the function $g(x, y, z)$ on the traces on planes;

$\rho(I^3(\omega), \Phi^3(\omega))$ is an error of approximation of the integral by the cubature formula.

INTRODUCTION

Currently a rapid development of information technology is contributing to the development of

mathematical modeling of phenomena and processes in such scientific areas as astronomy, radiology, computed tomography, holography and others. Methods of digital signal and image processing are widely used in solving such complex problems in these fields of science. Modern methods of digital signal and image processing are based, among other things, on new approaches to obtaining, processing and analyzing information. Today, in mathematical models, information can be given not only by the values of a function in nodes, but also as a set of traces of a function on planes or as a set of traces of a function on lines. The theory of computing integrals from highly oscillating functions of many variables (regular case) is an example when cubature formulas are chosen depending on the type of input information.

The integrals of highly oscillating functions of many variables are one of the central concepts of digital signal and image processing. Therefore, it is important to continue research in this direction, in particular, to develop cubature formulas for the approximate calculation of integrals from highly oscillating functions of many variables in a general (irregular) case.

The object of study is a digital processing of signals and images using new information operators [1].

New information operators allow restoring the functions of many variables with high accuracy. Traces of the

function on the planes or traces of the function on the lines are used by new information operators.

The subject of study is an approximate calculation of the integrals from the rapidly oscillating functions of three variables in a general case.

The aim of the work is to construct the cubature formula for the approximate calculation of the integral of the rapidly oscillating function in a general form in the case when the sets of traces of the function on the planes will be used as information about the functions.

1 PROBLEM STATEMENT

It is necessary to construct and investigate the cubature formula of the approximate calculation of the integral of highly oscillating function in a general case

$$I^3(\omega) = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 f(x, y, z) e^{i\omega g(x, y, z)} dx dy dz, \quad (1)$$

when the following information is given:

$$\begin{aligned} f(x_k, y, z), & \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad x_k = k\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \\ f(x, y_j, z), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad y_j = j\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \\ f(x, y, z_s), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad z_s = s\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \\ g(\tilde{x}_p, y, z), & \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad \tilde{x}_p = p\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \\ g(x, \tilde{y}_q, z), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad \tilde{y}_q = q\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \\ g(x, y, \tilde{z}_r), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad \tilde{z}_r = r\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \\ k, j, s = \overline{1, \ell_1}, & \quad \Delta_1 = 1 / \ell_1, \quad p, q, r = \overline{1, \ell_2}, \quad \Delta_2 = 1 / \ell_2. \end{aligned}$$

2 REVIEW OF THE LITERATURE

New information operators have found their effective application in various fields of science [1, 2]. In digital signal and image processing, new information operators have become an effective tool for calculating the integrals of rapidly oscillating functions [3–7]. Cubature formulas for approximate calculating of integrals of highly oscillating functions of many variables are built using various information about the function. The developed algorithms belong to Filon type methods [8, 9]. An overview of Filon type methods in the one-dimensional case can be found in [10–12], and their multidimensional analogue in [13].

Calculation of double integrals from highly oscillating functions in a regular case on the example of Fourier coefficients is considered in [3, 4]. In these works cubature formulas are built in two cases. In the first case, the information about the function was given by traces on the lines, in the second it was given by the values of the function in nodes. In the first case, it is proved that the cubature formulas are optimal by the order of accuracy on the class of differentiable functions. An algorithm for building cubature formulas with the optimal number of traces also was considered. In the second case where the information about the function was given in nodes cubature formulas proved to be effective in terms of the use of in-

put information and the time spent on calculating the integrals.

In [7, 14, 15] the calculation of integrals from highly oscillating functions (regular case) is considered on the example of Fourier coefficients. In these works algorithms for the approximate calculation of integrals are presented in three cases. In the first case, information about function is given by set of traces of a function on planes, in the second case information about function is represented by set of traces on lines, and in the third case we deal with values of a function at nodes. By analogy with the two-dimensional case, it is proved that the cubature formulas for approximate calculating of integrals of highly oscillating functions of three variables are optimal by the order of accuracy on the class of differentiable functions. In addition, the algorithm for building cubature formulas with the optimal number of planes was considered in [15]. In the case where the information about the function was given in nodes, the cubature formulas proved to be effective in terms of the use of input information and the time spent on calculating the integral.

Frequently in mathematical modeling of technical processes there is a need to approximate the integrals of highly oscillating functions in a general form. Methods and algorithms for calculating integrals of highly oscillating functions of one variable in irregular case can be found in [16–21]. In [22, 23] methods and examples of approximate calculation of double integrals from fast-oscillating functions of general form are presented.

In the case when the information about the functions $f(x, y)$ and $g(x, y)$ was given by the sets of corresponding traces on the lines, an algorithm for the approximate calculation of the double integral from highly oscillating functions of a general form was presented in [24, 25]. This paper aims to present an algorithm for approximate calculation of the integral (1) in the case when the information about the functions $f(x, y, z)$ and $g(x, y, z)$ will be given by the corresponding sets of traces of functions on the planes. This problem has not been solved yet.

3 MATERIALS AND METHODS

This paper considers $H^{3,1}(M, \tilde{M})$ as a class of functions, which are defined in the domain $G = [0, 1]^3$ and

$$\begin{aligned} |f^{(1,0,0)}(x, y, z)| \leq M, & \quad |f^{(0,1,0)}(x, y, z)| \leq M, \\ |f^{(0,0,1)}(x, y, z)| \leq M, & \\ |f(x, y, z)| \leq \tilde{M}, & \quad |f^{(1,1,1)}(x, y, z)| \leq \tilde{M}. \end{aligned}$$

Definition 1. Under the traces of function $f(x, y, z)$ on the planes

$$\begin{aligned} x_k = k\Delta_1 - \Delta_1 / 2, & \quad y_j = j\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \quad z_s = s\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \\ k, j, s = \overline{1, \ell_1}, & \quad \Delta_1 = 1 / \ell_1 \end{aligned}$$

we understand a function of two variables

$$\begin{aligned} f(x_k, y, z), & \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \\ f(x, y_j, z), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \\ f(x, y, z_s), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1. \end{aligned}$$

Definition 2. Under the traces of function $g(x, y, z)$ on the planes

$$\begin{aligned} \tilde{x}_p &= p\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \quad \tilde{y}_q = q\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \\ \tilde{z}_r &= r\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \quad p, q, r = \overline{1, \ell_2}, \quad \Delta_2 = 1 / \ell_2 \end{aligned}$$

we understand a function of two variables

$$\begin{aligned} g(\tilde{x}_p, y, z), & \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \\ g(x, \tilde{y}_q, z), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \\ g(x, y, \tilde{z}_r), & \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1. \end{aligned}$$

A tree-dimensional integral from highly oscillating functions of a general view is defined as (1) for $f(x, y, z), g(x, y, z) \in H^{3,1}(M, \tilde{M})$.

Let

$$\begin{aligned} X1_k &= [x_{k-1/2}, x_{k+1/2}], \quad Y1_j = [y_{j-1/2}, y_{j+1/2}], \\ Z1_s &= [z_{s-1/2}, z_{s+1/2}], \\ h1_{1k}(x) &= \begin{cases} 1, & x \in X1_k, \\ 0, & x \notin X1_k, \end{cases} \quad h1_{2j}(y) = \begin{cases} 1, & y \in Y1_j, \\ 0, & y \notin Y1_j, \end{cases} \\ h1_{3s}(z) &= \begin{cases} 1, & z \in Z1_s, \\ 0, & z \notin Z1_s, \end{cases} \\ x_k &= k\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \quad y_j = j\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \\ z_s &= s\Delta_1 - \Delta_1 / 2, \quad k, j, s = \overline{1, \ell_1}, \quad \Delta_1 = 1 / \ell_1, \\ X2_p &= [\tilde{x}_{p-1/2}, \tilde{x}_{p+1/2}], \quad Y2_q = [\tilde{y}_{q-1/2}, \tilde{y}_{q+1/2}], \\ Z2_r &= [\tilde{z}_{r-1/2}, \tilde{z}_{r+1/2}], \\ h2_{1p}(x) &= \begin{cases} 1, & x \in X2_p, \\ 0, & x \notin X2_p, \end{cases} \quad h2_{2q}(y) = \begin{cases} 1, & y \in Y2_q, \\ 0, & y \notin Y2_q, \end{cases} \\ h2_{3r}(z) &= \begin{cases} 1, & z \in Z2_r, \\ 0, & z \notin Z2_r, \end{cases} \\ \tilde{x}_p &= p\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \quad \tilde{y}_q = q\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \\ \tilde{z}_r &= r\Delta_2 - \Delta_2 / 2, \quad p, q, r = \overline{1, \ell_2}, \quad \Delta_2 = 1 / \ell_2. \end{aligned}$$

Let define operator

$$\begin{aligned} Jf(x, y, z) &= J_1 f(x, y, z) + J_2 f(x, y, z) + J_3 f(x, y, z) - \\ &- J_1 J_2 f(x, y, z) - J_2 J_3 f(x, y, z) - J_1 J_3 f(x, y, z) + \\ &+ J_1 J_2 J_3 f(x, y, z), \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} J_1 f(x, y, z) &= \sum_{k=1}^{\ell_1} f(x_k, y, z) h1_{1k}(x), \\ J_2 f(x, y, z) &= \sum_{j=1}^{\ell_1} f(x, y_j, z) h1_{2j}(y), \\ J_3 f(x, y, z) &= \sum_{s=1}^{\ell_1} f(x, y, z_s) h1_{3s}(z). \end{aligned}$$

The following properties are performed for the operator

$Jf(x, y, z)$:

$$\begin{aligned} Jf(x_k, y, z) &= f(x_k, y, z), \quad k = \overline{1, \ell_1}, \\ Jf(x, y_j, z) &= f(x, y_j, z), \quad j = \overline{1, \ell_1}, \\ Jf(x, y, z_s) &= f(x, y, z_s), \quad s = \overline{1, \ell_1}. \end{aligned}$$

Let define operator

$$\begin{aligned} Og(x, y, z) &= O_1 g(x, y, z) + O_2 g(x, y, z) + O_3 g(x, y, z) - \\ &- O_1 O_2 g(x, y, z) - O_2 O_3 g(x, y, z) - O_1 O_3 g(x, y, z) + \\ &+ O_1 O_2 O_3 g(x, y, z), \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} O_1 g(x, y, z) &= \sum_{p=1}^{\ell_2} g(\tilde{x}_p, y, z) h2_{1p}(x), \\ O_2 g(x, y, z) &= \sum_{q=1}^{\ell_2} g(x, \tilde{y}_q, z) h2_{2q}(y), \\ O_3 g(x, y, z) &= \sum_{r=1}^{\ell_2} g(x, y, \tilde{z}_r) h2_{3r}(z). \end{aligned}$$

The following properties are performed for the operator $Og(x, y, z)$:

$$\begin{aligned} Og(\tilde{x}_p, y, z) &= g(\tilde{x}_p, y, z), \quad p = \overline{1, \ell_2}, \\ Og(x, \tilde{y}_q, z) &= g(x, \tilde{y}_q, z), \quad q = \overline{1, \ell_2}, \\ Og(x, y, \tilde{z}_r) &= g(x, y, \tilde{z}_r), \quad r = \overline{1, \ell_2}. \end{aligned}$$

The following cubature formula

$$\Phi^3(\omega) = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 Jf(x, y, z) e^{i\omega Og(x, y, z)} dx dy dz$$

is proposed for numerical calculation of (1).

Theorem. Suppose that $f(x, y, z) \in H^{3,1}(M, \widetilde{M})$, $g(x, y, z) \in H^{3,1}(M, \widetilde{M})$. Let functions $f(x, y, z)$, $g(x, y, z)$ be defined by $N = 3\ell_1 + 3\ell_2$ traces $f(x_k, y, z)$, $f(x, y_j, z)$, $f(x, y, z_s)$, $k, j, s = \overline{1, \ell_1}$ and $g(\tilde{x}_p, y, z)$, $g(x, \tilde{y}_q, z)$, $g(x, y, \tilde{z}_r)$, $p, q, r = \overline{1, \ell_2}$ on the systems of perpendicular planes in domain $G = [0, 1]^3$. It is true that

$$\rho(I^3(\omega), \Phi^3(\omega)) \leq \frac{\widetilde{M}}{64} \frac{1}{\ell_1^3} + \widetilde{M} \min\left(2; \frac{\widetilde{M}\omega}{64} \frac{1}{\ell_2^3}\right).$$

Proof. It is important to note that

$$\begin{aligned} & \int_{x_k}^x \int_{y_j}^y \int_{z_s}^z f^{(1,1,1)}(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \\ & = f(x, y, z) - f(x_k, y, z) - f(x, y_j, z) - \\ & \quad - f(x, y, z_s) + f(x_k, y_j, z) + \\ & \quad + f(x_k, y, z_s) + f(x, y_j, z_s) - f(x_k, y_j, z_s). \end{aligned}$$

Let us show the validity of equality by direct verification:

$$\begin{aligned} & \int_{x_k}^x \int_{y_j}^y \int_{z_s}^z f^{(1,1,1)}(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \\ & = \int_{x_k}^x \int_{y_j}^y f^{(1,1,0)}(\xi, \eta, z) \Big|_{z_s}^z d\xi d\eta = \\ & = \int_{x_k}^x \int_{y_j}^y \left(f^{(1,1,0)}(\xi, \eta, z) - f^{(1,1,0)}(\xi, \eta, z_s) \right) d\xi d\eta = \\ & = \int_{x_k}^x \left(f^{(1,0,0)}(\xi, \eta, z) - f^{(1,0,0)}(\xi, \eta, z_s) \right) \Big|_{y_j}^y d\xi = \\ & = \int_{x_k}^x \left(f^{(1,0,0)}(\xi, y, z) - f^{(1,0,0)}(\xi, y, z_s) \right) d\xi - \\ & \quad - \int_{x_k}^x \left(f^{(1,0,0)}(\xi, y_j, z) - f^{(1,0,0)}(\xi, y_j, z_s) \right) d\xi = \\ & = f(x, y, z) - f(x_k, y, z) - f(x, y_j, z) - f(x, y, z_s) + \\ & \quad + f(x_k, y_j, z) + f(x_k, y, z_s) + f(x, y_j, z_s) - f(x_k, y_j, z_s). \end{aligned}$$

The integral $I^3(\omega)$ could be written in another form

$$\begin{aligned} I^3(\omega) &= \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 f(x, y, z) e^{i\omega g(x, y, z)} dx dy dz = \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 Jf(x, y, z) e^{i\omega O g(x, y, z)} dx dy dz + \\ &+ \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 [f(x, y, z) - Jf(x, y, z)] e^{i\omega O g(x, y, z)} dx dy dz + \\ &+ \int_0^1 \int_0^1 f(x, y, z) \left[e^{i\omega g(x, y, z)} - e^{i\omega O g(x, y, z)} \right] dx dy dz. \end{aligned}$$

Hence, it is sufficient to show that

$$\begin{aligned} & \rho(I^3(\omega), \Phi^3(\omega)) = \\ &= \left| \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 f(x, y, z) e^{i\omega g(x, y, z)} dx dy dz - \right. \\ & \quad \left. - \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 Jf(x, y, z) e^{i\omega O g(x, y, z)} dx dy dz \right| \leq \\ & \leq \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 |f(x, y, z) - Jf(x, y, z)| dx dy dz + \\ & + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 |f(x, y, z)| \left| e^{i\omega g(x, y, z)} - e^{i\omega O g(x, y, z)} \right| dx dy dz. \end{aligned}$$

We use the fact that

$$\begin{aligned} & e^{i\omega g(x, y, z)} - e^{i\omega O g(x, y, z)} = \\ &= \cos(\omega g(x, y, z)) + i \sin(\omega g(x, y, z)) - \\ & \quad - \cos(\omega O g(x, y, z)) - i \sin(\omega O g(x, y, z)) = \\ &= -2 \sin \frac{\omega g(x, y, z) + \omega O g(x, y, z)}{2} \sin \frac{\omega g(x, y, z) - \omega O g(x, y, z)}{2} + \\ & + 2i \sin \frac{\omega g(x, y, z) - \omega O g(x, y, z)}{2} \cos \frac{\omega g(x, y, z) + \omega O g(x, y, z)}{2} = \\ &= 2i \sin \frac{\omega g(x, y, z) - \omega O g(x, y, z)}{2} \times \\ & \times \left[i \sin \frac{\omega g(x, y, z) + \omega O g(x, y, z)}{2} + \cos \frac{\omega g(x, y, z) + \omega O g(x, y, z)}{2} \right] = \\ &= 2i \sin \frac{\omega g(x, y, z) - \omega O g(x, y, z)}{2} e^{i \frac{\omega}{2} (g(x, y, z) + O g(x, y, z))}. \end{aligned}$$

Thus,

$$\begin{aligned} & \rho(I^3(\omega), \Phi^3(\omega)) \leq \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 |f(x, y, z) - Jf(x, y, z)| dx dy dz + \\ & + \widetilde{M} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \left| 2i \sin \frac{\omega g(x, y, z) - \omega O g(x, y, z)}{2} e^{i \frac{\omega}{2} (g(x, y, z) + O g(x, y, z))} \right| dx dy dz \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\leq \sum_{k=1}^{\ell_1} \sum_{j=1}^{\ell_1} \sum_{s=1}^{\ell_1} \int_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_{k+\frac{1}{2}}} \int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+\frac{1}{2}}} \int_{z_{s-\frac{1}{2}}}^{z_{s+\frac{1}{2}}} \left| f^{(1,1,1)}(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \right| dx dy dz + \\
 &+ 2\tilde{M} \sum_{p=1}^{\ell_2} \sum_{q=1}^{\ell_2} \sum_{r=1}^{\ell_2} \int_{\tilde{x}_{p-\frac{1}{2}}}^{\tilde{x}_{p+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{y}_{q-\frac{1}{2}}}^{\tilde{y}_{q+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{z}_{r-\frac{1}{2}}}^{\tilde{z}_{r+\frac{1}{2}}} \left| \sin \frac{\omega(g(x, y, z) - Og(x, y, z))}{2} \right| dx dy dz \leq \\
 &\leq \tilde{M} \sum_{k=1}^{\ell_1} \sum_{j=1}^{\ell_1} \sum_{s=1}^{\ell_1} \int_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_{k+\frac{1}{2}}} \int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+\frac{1}{2}}} \int_{z_{s-\frac{1}{2}}}^{z_{s+\frac{1}{2}}} |x - x_k| dx \int |y - y_j| dy \int |z - z_s| dz + \\
 &+ 2\tilde{M} \sum_{p=1}^{\ell_2} \sum_{q=1}^{\ell_2} \sum_{r=1}^{\ell_2} \int_{\tilde{x}_{p-\frac{1}{2}}}^{\tilde{x}_{p+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{y}_{q-\frac{1}{2}}}^{\tilde{y}_{q+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{z}_{r-\frac{1}{2}}}^{\tilde{z}_{r+\frac{1}{2}}} \min \left(1; \frac{\omega |g(x, y, z) - Og(x, y, z)|}{2} \right) dx dy dz \leq \\
 &\leq \tilde{M} \sum_{k=1}^{\ell_1} \sum_{j=1}^{\ell_1} \sum_{s=1}^{\ell_1} \int_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_{k+\frac{1}{2}}} \int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+\frac{1}{2}}} \int_{z_{s-\frac{1}{2}}}^{z_{s+\frac{1}{2}}} |x - x_k| dx \int |y - y_j| dy \int |z - z_s| dz + \\
 &+ 2\tilde{M} \sum_{p=1}^{\ell_2} \sum_{q=1}^{\ell_2} \sum_{r=1}^{\ell_2} \int_{\tilde{x}_{p-\frac{1}{2}}}^{\tilde{x}_{p+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{y}_{q-\frac{1}{2}}}^{\tilde{y}_{q+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{z}_{r-\frac{1}{2}}}^{\tilde{z}_{r+\frac{1}{2}}} \min \left(1; \frac{\omega}{2} \int_{\tilde{x}_p}^{\tilde{x}_p} \int_{\tilde{y}_q}^{\tilde{y}_q} \int_{\tilde{z}_r}^{\tilde{z}_r} g^{(1,1,1)}(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \right) dx dy dz \leq \\
 &\leq \tilde{M} \ell_1^3 \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{\Delta_1^2}{4} + 2\tilde{M} \min \left(\sum_{p=1}^{\ell_2} \sum_{q=1}^{\ell_2} \sum_{r=1}^{\ell_2} \int_{\tilde{x}_{p-\frac{1}{2}}}^{\tilde{x}_{p+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{y}_{q-\frac{1}{2}}}^{\tilde{y}_{q+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{z}_{r-\frac{1}{2}}}^{\tilde{z}_{r+\frac{1}{2}}} dx dy dz, \right. \\
 &\left. \frac{\tilde{M}\omega}{2} \sum_{p=1}^{\ell_2} \sum_{q=1}^{\ell_2} \sum_{r=1}^{\ell_2} \int_{\tilde{x}_{p-\frac{1}{2}}}^{\tilde{x}_{p+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{y}_{q-\frac{1}{2}}}^{\tilde{y}_{q+\frac{1}{2}}} \int_{\tilde{z}_{r-\frac{1}{2}}}^{\tilde{z}_{r+\frac{1}{2}}} |x - \tilde{x}_p| |y - \tilde{y}_q| |z - \tilde{z}_r| dx dy dz \right) = \\
 &= \frac{\tilde{M}}{64} \Delta_1^3 + 2\tilde{M} \min \left(\ell_2^3 \Delta_2^3, \frac{\tilde{M}\omega}{2} \ell_2^3 \frac{\Delta_2^2}{4} \frac{\Delta_2^2}{4} \frac{\Delta_2^2}{4} \right) = \\
 &= \frac{\tilde{M}}{64} \Delta_1^3 + \tilde{M} \min \left(2; \frac{\tilde{M}\omega}{64} \Delta_2^3 \right) = \\
 &= \frac{\tilde{M}}{64} \frac{1}{\ell_1^3} + \tilde{M} \min \left(2; \frac{\tilde{M}\omega}{64} \frac{1}{\ell_2^3} \right).
 \end{aligned}$$

4 EXPERIMENTS

There are two types of testing algorithms [7]:

- testing of programs in order to identify errors in their design and coding of computational algorithms for solving problems;
- testing of computational algorithms implemented by specific programs, in order to study their functionality in solving problems in this class.

In the study of cubature formulas for the approximate calculation of integrals from highly oscillating functions of many variables, main attention is dedicated to the second type of testing. The key issues of the second type of testing include: algorithms [7]:

- definition of a set of characteristics of the computational algorithm;
- classification of solved problems and compilation of test sets;
- solving test problems, substantiation of values of characteristics and their estimations;
- verification, interpretation and confirmation of test results;
- automation of the testing procedure.

The purpose of testing is to check and identify on a set of test tasks the functionality of cubature formulas on such characteristics as E (accuracy), T (time to solve the problem on a computer), M (computer memory required).

In this paper, the subject of testing is the cubature formula $\Phi^3(\omega)$ for the approximate calculation of the integral $I^3(\omega)$ in the case when the information about the functions $f(x, y, z)$ and $g(x, y, z)$ is the corresponding traces of functions on mutually perpendicular planes. The purpose of testing is to identify the functionality of the cubature formula on such a characteristic as accuracy.

The test set of tasks includes functions of the following type:

- $f(x, y, z) = const$, $f(x, y, z) = q(x) + h(y) + t(z)$,
- $f(x, y, z) = q(x)h(y)t(z)$,
- $f(x, y, z) = q(x)h(y)t(z) + u(x)v(y)w(z)$,
- $f(x, y, z) = \sin(x + y + z)$,
- $f(x, y, z) = \cos(x + y + z)$,
- $g(x, y, z) = const$, $g(x, y, z) = \phi(x) + \psi(y) + \eta(z)$,
- $g(x, y, z) = \sin(x + y + z)$,
- $g(x, y, z) = \cos(x + y + z)$.

It is due to the fact that trigonometric functions belong to a wider class of functions $H^{3,r}(M, \tilde{M})$, $r \geq 1$, and for functions of the form $\tau(x, y, z) = \xi(x) + \zeta(y) + \theta(z)$ the operator $O\tau(x, y, z)$ exactly restores the function. The latter is easily verified by the following lemma.

Lemma. If $\tau(x, y, z) = \xi(x) + \zeta(y) + \theta(z)$, $(x, y, z) \in G$, $(x_1, y_1, z_1) \in G$, then

$$\tau(x, y, z) - \tau(x_1, y, z) - \tau(x, y_1, z) - \tau(x, y, z_1) + \tau(x_1, y_1, z) + \tau(x_1, y, z_1) + \tau(x, y_1, z_1) - \tau(x_1, y_1, z_1) = 0.$$

The proof of the lemma is a direct test:

$$\begin{aligned}
 &\tau(x, y, z) - \tau(x_1, y, z) - \tau(x, y_1, z) - \tau(x, y, z_1) + \\
 &+ \tau(x_1, y_1, z) + \tau(x_1, y, z_1) + \tau(x, y_1, z_1) - \tau(x_1, y_1, z_1) = \\
 &= \xi(x) + \zeta(y) + \theta(z) - \xi(x_1) - \zeta(y) - \theta(z) - \xi(x) -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\zeta(y_1) - \theta(z) - \xi(x) - \zeta(y) - \theta(z_1) + \\
 & + \xi(x_1) + \zeta(y_1) + \theta(z) + \xi(x_1) + \zeta(y) + \theta(z_1) + \\
 & + \xi(x) + \zeta(y_1) + \theta(z_1) - \xi(x) - \zeta(y_1) - \theta(z_1) = 0.
 \end{aligned}$$

5 RESULTS

This section provides a fragment of testing the cubature formula $\Phi^3(\omega)$ of the approximate calculation of the integral $I^3(\omega)$. Information about functions $f(x, y, z)$ and $g(x, y, z)$ is given by the corresponding traces of functions on mutually perpendicular planes. The Table 1 shows the results of calculations $I^3(\omega)$ for $f(x, y, z) = \sin(x + y + z)$ and $g(x, y, z) = \cos(x + y + z)$ for different ℓ_1, ℓ_2 and for $\omega = 2\pi, \omega = 5\pi, \omega = 10\pi$. For each case, table 1 shows the value of the obtained approximation error

$$\varepsilon = \left| I^3(\omega) - \Phi^3(\omega) \right|,$$

as well as estimates of the approximation error E obtained in this work. According to Theorem, the following

error estimation of approximation of the integral $I^3(\omega)$ by the cubature formula $\Phi^3(\omega)$ is valid:

$$E = \frac{\widetilde{M}}{64} \frac{1}{\ell_1^3} + \widetilde{M} \min \left(2; \frac{\widetilde{M}\omega}{64} \frac{1}{\ell_2^3} \right).$$

If we approximate the integral $I^3(\omega)$ for

$f(x, y, z) = \sin(x + y + z)$ $g(x, y, z) = \cos(x + y + z)$, then

$$E = \frac{1}{64\ell_1^3} + \min \left(2; \frac{\omega}{64\ell_2^3} \right).$$

All calculations were performed in the computer mathematics system Wolfram Mathematica 10.

Table 1 – Calculation $I^3(\omega)$ by cubature formula $\Phi^3(\omega)$

ℓ	ω	$\text{Re}(\Phi^3(\omega))$	$\text{Im}(\Phi^3(\omega))$	ε	E
5	2π	-0,04483571402443004	-0,005659773384241312	$1.00 \cdot 10^{-6}$	$9.10 \cdot 10^{-4}$
10	2π	-0,04483413982444644	-0,005657576013215849	$1.70 \cdot 10^{-6}$	$1.13 \cdot 10^{-4}$
5	5π	0,00716043088301338	0,002969393727490588	$2.59 \cdot 10^{-5}$	$2.08 \cdot 10^{-3}$
10	5π	0,00715783879935095	0,002951850395219029	$1.16 \cdot 10^{-5}$	$2.61 \cdot 10^{-4}$
15	5π	0.00714366140868924	0.002947434378359690	$3.58 \cdot 10^{-6}$	$7.73 \cdot 10^{-5}$
20	5π	0,00714168524396518	0,002932224529620142	$1.58 \cdot 10^{-5}$	$3.26 \cdot 10^{-5}$
25	5π	0,00715234766233286	0,002945672856298047	$5.13 \cdot 10^{-6}$	$1.67 \cdot 10^{-5}$
5	10π	-0,00180433697415137	0,000356265110351913	$7.39 \cdot 10^{-4}$	$4.05 \cdot 10^{-3}$
10	10π	-0,00140102828305083	-0,000261065518418426	$3.62 \cdot 10^{-6}$	$5.06 \cdot 10^{-4}$
15	10π	-0,00139749596727245	-0,000261837407624295	$2.41 \cdot 10^{-7}$	$1.05 \cdot 10^{-4}$
20	10π	-0,00035388799218903	-0,000260805717278864	$1.39 \cdot 10^{-6}$	$6.33 \cdot 10^{-5}$
25	10π	-0,00139663624810749	-0,00026136986950217	$8.36 \cdot 10^{-7}$	$3.24 \cdot 10^{-5}$
20	20π	-0,000353887992189033	0,00050210512582646	$5.83 \cdot 10^{-4}$	$1.24 \cdot 10^{-4}$
25	20π	-0.000246554652733453	-0.00008515953820463	$1.30 \cdot 10^{-5}$	$6.38 \cdot 10^{-5}$

6 DISCUSSION

In Table 1, it becomes obvious that with increasing ℓ , i.e. with increasing traces of functions $f(x, y, z) = \sin(x + y + z)$ and $g(x, y, z) = \cos(x + y + z)$ on the planes for each variable, the accuracy of calculations increases. In each case, for different ℓ and different ω , the accuracy of the approximate calculation of the

integral $I^3(\omega)$ by the cubature formula is less $\Phi^3(\omega)$ than the theoretical estimate of the approximation error, which was obtained in Theorem. This indicates that the numerical experiment confirms the theoretical results presented in this paper.

In addition, it is important to note that in the paper all theoretical statements were made for functions $f(x, y, z)$

and $g(x, y, z)$ which belong to the class of functions $H^{3,1}(M, \tilde{M})$. Obviously, functions $\sin(x + y + z)$, $\cos(x + y + z)$ are the functions that belong to a broader class of functions. This suggests that the cubature formula $\Phi^3(\omega)$ has a good approximation accuracy and should be researched on other classes of functions.

It is also worth noting that when conducting numerical experiments, it is important to always test the cubature formulas on the so-called “bad” functions of the class. The “bad” functions of the class include functions that in nodes (lines, planes) are zero, and between nodes (lines, planes) are the furthest from zero [4]. On such functions algorithms, in our case the cubature formula has the greatest error. The building of bad functions in the case when the information about the function is given by the traces of the function on the planes is a cumbersome task and requires additional research. Therefore, in this experiment we will not consider testing the cubature formula $\Phi^3(\omega)$ for a “bad” function of class. This problem will be considered in further works, when the optimality by the order of accuracy of the cubature formula $\Phi^3(\omega)$ will be proved. The study and testing of cubature formulas for the approximate calculation of integrals from highly oscillating functions of three variables (regular case) can be found in more detail in [7].

CONCLUSIONS

The problems of digital signal and image processing with the use of new information operators are considered in the paper.

The scientific novelty is that for the first time the cubature formula of approximate calculation of integrals from highly oscillating functions of three variables (irregular case) has been presented. The main difference of the proposed cubature formula is that it uses traces of functions and planes as information about function. The cubature formula has high approximation accuracy. An estimate of the approximation error on the class of differential functions is obtained.

The practical significance of this work is that the new methods of obtaining input information about the function in the form of traces of the function on the planes opens new ways in the building of mathematical models, in particular in digital signal processing.

The prospects for further research are to obtain an estimate of the approximation error on a wider class of functions and to prove that the proposed cubature formula is optimal by the order of accuracy.

REFERENCES

1. Sergienko I. V., Lytvyn O. M. Novi informacijni operator v matematychnomu modeljuvanni. Kyiv, Naukova Dumka, 2018, 444 p.
2. Sergienko I. V., Lytvyn O. M. New Information Operators in Mathematical Modeling (A Review), *Cybernetics and Systems*

- Analysis*, 2018, Vol. 54, No. 1, pp. 21–30. DOI: 10.1007/s10559-018-0004-5.
3. Lytvyn O. M., Nechuiviter O. P. Methods in the Multivariate Digital Signal Processing with Using Spline-interlineation, *IASTED International Conferences on Automation, Control and Information Technology (ASIT 2010) : proceedings*, 2010, pp. 90–96.
4. Sergienko I. V., Zadiraka V. K., Lytvyn O. N., Melnikova S. S., Nechuiviter O. P. Optymal’ni alorytmy obchyslennja integraliv vid shvydkooscylyujuchyh funkcij ta i’h zastosuvannja : u 2 t. T. 1. Alorytmy. Kyiv, Naukova Dumka, 2011, 447 p.
5. Sergienko I. V., Zadiraka V. K., Lytvyn O. N., Melnikova S. S., Nechuiviter O. P. Optymal’ni alorytmy obchyslennja integraliv vid shvydkooscylyujuchyh funkcij ta i’h zastosuvannja : u 2 t. T. 2. Zastosuvannja. Kyiv, Naukova Dumka, 2011, 348 p.
6. Zadiraka V. K., Melnikova S. S., Luts L. V. Optimal integration of rapidly oscillating functions in the class $W_{2,L,N}$ with the use of different information operators, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2013, Vol. 49, No. 2, pp. 229–238.
7. Sergienko I. V., Zadiraka V. K., Lytvyn O. M., Nechuiviter O. P. Optymal’ni alorytmy obchyslennja integraliv vid shvydkooscylyujuchyh funkcij iz zastosuvannjam novyh informacijnyh operatoriv. Kyiv, Naukova Dumka, 2017, 336 p.
8. Filon L. N. G. On a quadrature formula for trigonometric integrals, *Proc. Royal Soc. Edinburgh* 49, 1928, pp. 38–47.
9. Flinn E. A. A modification of Filon’s method of numerical integration, *JACM* 7, 1960, pp. 181–184.
10. Iserles A. On the numerical quadrature of highly-oscillating integrals I: Fourier transforms, *IMA J. Numer. Anal.*, 2004, No. 24, pp. 365–391.
11. Milovanovic G. V., Stancic M. P. Numerical Integration of Highly Oscillating Functions, *Analytic Number Theory, Approximation Theory and Special Functions*, 2014, pp. 613–649.
12. Olver S. Numerical Approximation of Highly Oscillatory Integrals. PhD thesis. Cambridge, University of Cambridge, 2008, 172 p.
13. Iserles A., Norsett S. From high oscillation to rapid approximation III: Multivariate expansions, *Tech. Reports Numerical Analysis (NA2007/01)*. DAMPT, University of Cambridge, 2007, 37 p.
14. Lytvyn O. M., Nechuiviter O. P. 3D Fourier Coefficients on the Class of Differentiable Functions and Spline Interflation, *Journal of Automation and Information Science*. – 2012, Vol. 44, No. 3, pp. 45–56. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v44.i3.40
15. Lytvyn O. M., Nechuiviter O. P. Approximate Calculation of Triple Integrals of Rapidly Oscillating Functions with the Use of Lagrange Polynomial Interflation, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2014, Vol. 50, No. 3, pp. 410–418. DOI: 10.1007/s10559-014-9629-1
16. Iserles A. : On the numerical quadrature of highly oscillating integrals II: Irregular oscillators, *IMA J. Numer. Anal.*, 2005. No. 25, pp. 25–44.
17. Xiang S. Efficient Filon-type methods for $\int_a^b f(x)e^{i\omega g(x)} dx$, *Numerische Mathematik*, 2007, Vol. 105, No. 4, pp. 633–658.
18. Liu Y. Fast Evaluation of Canonical Oscillatory Integrals, *Appl. Math. Inf. Sci.*, 2012, Vol. 6, No. 2, pp. 245–251.
19. Gao J., Iserles A. Error analysis of the extended Filon-type method for highly oscillatory integrals, *Tech. Reports Numerical Analysis (NA2016/03)*. DAMPT, University of Cambridge, 2016, 25 p.
20. Gao J., Iserles A. A generalization of Filon-Clenshaw-Curtis quadrature for highly oscillatory integrals, *Tech. Reports Numerical Analysis (NA2016/04)*. DAMPT, University of Cambridge, 2016, 12 p.

21. Gao J., Iserles A. An Adaptive Filon Algorithm for Highly Oscillatory Integrals, *Tech. Reports Numerical Analysis (NA2016/05)*. DAMPT, University of Cambridge, 2016, 16 p.
22. Khoromskij B., Veit A. Efficient computation of highly oscillatory integrals by using QTT tensor approximation, *Computational Methods in Applied Mathematics*, 2016, Vol. 16, No. 3, pp. 145–159. DOI: 10.1515/cmam-2015-0033
23. Gao J., Condon M., Iserles A. Spectral computation of highly oscillatory integral equations in laser theory, *Tech. Reports Numerical Analysis (NA2018/04)*, DAMPT, University of Cambridge, 2018, 30 p.
24. Mezhuiev V. I., Lytvyn O. M., Nechuviter O. P., Pershyna Y. I., Lytvyn O. O., Keita K. V. Cubature formula for approximate calculation of integrals of two-dimensional irregular highly oscillating functions, *U.P.B. Sci. Bull., Series A.*, 2017, Vol. 80, No. 3, pp. 169–182.
25. Lytvyn O. M., Nechuviter O. P., Pershyna I. I., Mezhuiev V. I. Input Information in the Approximate Calculation of Two-Dimensional Integral from Highly Oscillating Functions (Irregular Case), *Recent Developments in Data Science and Intelligent Analysis of Information : XVIII International Conference on Data Science and Intelligent Analysis of Information : proceedings*. Kyiv, 2019, pp. 365–373. DOI: 10.1007/978-3-319-97885-7_36

Received 14.09.2020.
Accepted 21.11.2020.

УДК 519.6

КУБАТУРНА ФОРМУЛА НАБЛИЖЕНОГО ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛА ВІД ШВИДКООСЦИЛЮЮЧОЇ ФУНКЦІЇ ТРЬОХ ЗМІННИХ (ІРРЕГУЛЯРНИЙ ВИПАДОК)

Нечуйвітер О. П. – д-р фіз.-мат. наук, доцент, завідувач кафедри інформаційних комп'ютерних технологій і математики Української інженерно-педагогічної академії, Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Інтегралі від швидкоосцилюючих функцій багатьох змінних є одним з центральних понять цифрової обробки сигналів та зображень. Об'єктом дослідження є цифрова обробка сигналів та зображень з використанням нових інформаційних операторів. Мета роботи – побудова кубатурної формули наближеного обчислення потрібного інтегралу від швидкоосцилюючої функції загального виду. Інформація про функції задається наборами слідів функцій на площинах.

Метод. Сучасні методи цифрової обробки сигналів характеризуються новими підходами до отримання, обробки та аналізу інформації. Є необхідність будувати математичні моделі, в яких інформація може задаватися не тільки значеннями функції в точках, а і як сукупність слідів функції на площинах, як набір слідів функції на лініях. Існують оптимальні за точністю алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій багатьох змінних (регулярний випадок), які в своїй побудові передбачають різні типи задання інформації. Як розв'язання більш широкої задачі для нерегулярного випадку в роботі представлено кубатурну формулу наближеного обчислення потрібного інтегралу від швидкоосцилюючої функції у загальному виді. Представлений алгоритм наближеного обчислення інтегралу базується на використанні операторів, які відновлюють функцію трьох змінних з використанням набору слідів функцій на взаємоперпендикулярних площинах. Оператори використовують в якості допоміжних функцій кусково-сталі сплайни. Кубатурна формула відноситься до формул типу Файлона. Отримана оцінка похибки наближення інтегралу від швидкоосцилюючої функції кубатурною формулою на класі диференційованих функцій.

Результати. Досліджена кубатурна формула наближеного обчислення потрібного інтегралу від швидкоосцилюючої функції загального виду.

Висновки. Проведені експерименти підтвердили отримані теоретичні результати щодо оцінки похибки наближення потрібного інтегралу від швидкоосцилюючої функції загального виду кубатурною формулою. Перспективою подальших досліджень є отримання оцінки похибки наближення на більш широких класах функцій. А також довести, що запропонована кубатурна формула є оптимальною за порядком точності.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: цифрова обробка сигналів та зображень, кубатурна формула, чисельне інтегрування швидкоосцилюючих функцій багатьох змінних.

УДК 519.6

КУБАТУРНАЯ ФОРМУЛА ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛА ОТ БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ (ИРРЕГУЛЯРНЫЙ СЛУЧАЙ)

Нечуйвітер О. П. – д-р физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой информационных компьютерных технологий и математики Украинской инженерно-педагогической академии, Харьков, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Интегралы от быстроосциллирующих функций многих переменных относятся к одним из центральных понятий цифровой обработки сигналов и изображений. Объектом исследования является цифровая обработка сигналов и изображений с использованием новых информационных операторов. Цель работы – построение кубатурных формул приближенного вычисления тройного интеграла от быстроосциллирующих функции в общем виде. Информация о функциях задается наборами следов функций на плоскостях.

Метод. Современные методы цифровой обработки сигналов характеризуются новыми подходами к получению, обработке и анализу информации. Есть необходимость строить математические модели, в которых информация может задаваться не только значениями функции в точках, но и как совокупность следов функции на плоскостях, как набор следов функции на линиях. Существуют оптимальные по точности алгоритмы вычисления интегралов от быстроосциллирующих функций многих переменных (регулярный случай), которые в своей построении предусматривают различные типы задания информации. Как решение более широкой задачи для общего случая в работе представлена кубатурная формула приближенного вычисления тройного интеграла от быстроосциллирующих функции в общем виде. Представленный алгоритм приближенного вычисления интеграла базируется на использовании операторов, которые восстанавливают функцию трех переменных с использованием набора следов функций на взаимноперпендикулярных плоскостях. Операторы используют

качестве вспомогательных функций кусочно-постоянные сплайны. Кубатурная формула относится к формулам типа Файлона. Получена оценка погрешности приближения интеграла от быстроосциллирующей функции кубатурной формулой на классе дифференцируемых функций.

Результаты. Исследована кубатурная формула приближенного вычисления тройного интеграла от быстроосциллирующих функций общего вида.

Выводы. Проведенные эксперименты подтвердили полученные теоретические результаты об оценке погрешности приближения тройного интеграла от быстроосциллирующих функций общего вида кубатурной формулой. Перспективой дальнейших исследований является получение оценки погрешности приближения на более широких классах функций. А также доказать, что предложенная кубатурная формула является оптимальной по порядку точности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: цифровая обработка сигналов и изображений, кубатурная формула, численное интегрирование быстроосциллирующих функций многих переменных.

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURE

1. Сергієнко І. В. Нові інформаційні оператори в математичному моделюванні / І. В. Сергієнко, О. М. Литвин. – Київ : Наукова думка, 2018. – 444 с.
2. Sergienko I. V. New Information Operators in Mathematical Modeling (A Review) / I. V. Sergienko, O. M. Lytvyn // Cybernetics and Systems Analysis. – 2018. – Vol. 54, № 1. – P. 21–30. DOI: 10.1007/s10559-018-0004-5.
3. Lytvyn O. M. Methods in the Multivariate Digital Signal Processing with Using Spline-interlineation / O. M. Lytvyn, O. P. Nechuviter // IASTED International Conferences on Automation, Control and Information Technology (ASIT 2010) : proceedings. – 2010. – P. 90–96.
4. Сергієнко І. В. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування : у 2 т. Т. 1. Алгоритми / [І. В. Сергієнко, В. К. Задірака, О. М. Литвин и др.]. – Київ : Наукова думка, 2011. – 447 с.
5. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування : у 2 т. Т. 1. Застосування / [І. В. Сергієнко, В. К. Задірака, О. М. Литвин и др.]. – Київ : Наукова думка, 2011. – 348 с.
6. Zadiraka V. K. Optimal integration of rapidly oscillating functions in the class $W_{2,L,N}$ with the use of different information operators / V. K. Zadiraka, S. S. Melnikova, L. V. Luts // Cybernetics and Systems Analysis. – 2013. – Vol. 49, № 2. – P. 229–238.
7. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій із застосуванням нових інформаційних операторів / [І. В. Сергієнко, В. К. Задірака, О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер]. – Київ : Наукова думка, 2017. – 336 с.
8. Filon L. N. G. On a quadrature formula for trigonometric integrals / L. N. G. Filon. – Proc. Royal Soc. Edinburgh 49, 1928. – P. 38–47.
9. Flinn E. A. A modification of Filon's method of numerical integration / E. A. Flinn // JACM 7. – 1960. – P. 181–184.
10. Iserles A. On the numerical quadrature of highly-oscillating integrals I: Fourier transforms / A. Iserles // IMA J. Numer. Anal. – 2004. – № 24. – P. 365–391.
11. Milovanovic G. V. Numerical Integration of Highly Oscillating Functions / G. V. Milovanovic, M. P. Stancic // Analytic Number Theory, Approximation Theory and Special Functions. – 2014. – P. 613–649.
12. Olver S. Numerical Approximation of Highly Oscillatory Integrals / S. Olver. PhD thesis. – Cambridge : University of Cambridge, 2008. – 172 p.
13. Iserles A. From high oscillation to rapid approximation III: Multivariate expansions / A. Iserles, S. Norsett // Tech. Reports Numerical Analysis (NA2007/01). – DAMPT: University of Cambridge, 2007. – 37 p.
14. Lytvyn O. M. 3D Fourier Coefficients on the Class of Differentiable Functions and Spline Interpolation / O. M. Lytvyn, O. P. Nechuviter // Journal of Automation and Information Science. – 2012. – Vol. 44, № 3. – P. 45–56. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v44.i3.40
15. Lytvyn O. M. Approximate Calculation of Triple Integrals of Rapidly Oscillating Functions with the Use of Lagrange Polynomial Interpolation / O. M. Lytvyn, O. P. Nechuviter // Cybernetics and Systems Analysis. – 2014. – Vol. 50, № 3. – P. 410–418. DOI: 10.1007/s10559-014-9629-1
16. Iserles A.: On the numerical quadrature of highly oscillating integrals II: Irregular oscillators / A. Iserles // IMA J. Numer. Anal. – 2005. – № 25. – P. 25–44.
17. Xiang S. Efficient Filon-type methods for $\int_a^b f(x)e^{i\omega g(x)} dx$ / S. Xiang // Numerische Mathematik. – 2007. – Vol. 105, № 4. – P. 633–658.
18. Liu Y. Fast Evaluation of Canonical Oscillatory Integrals / Y. Liu // Appl. Math. Inf. Sci. – 2012. – Vol. 6, № 2. – P. 245–251.
19. Gao J. Error analysis of the extended Filon-type method for highly oscillatory integrals / J. Gao, A. Iserles // Tech. Reports Numerical Analysis (NA2016/03). – DAMPT: University of Cambridge, 2016. – 25 p.
20. Gao J. A generalization of Filon-Clelland-Curtis quadrature for highly oscillatory integrals / J. Gao, A. Iserles // Tech. Reports Numerical Analysis (NA2016/04). – DAMPT: University of Cambridge, 2016. – 12 p.
21. Gao J. An Adaptive Filon Algorithm for Highly Oscillatory Integrals / J. Gao, A. Iserles // Tech. Reports Numerical Analysis (NA2016/05). – DAMPT : University of Cambridge, 2016. – 16 p.
22. Khoromskij B. Efficient computation of highly oscillatory integrals by using QTT tensor approximation / B. Khoromskij, A. Veit // Computational Methods in Applied Mathematics. – 2016. – Vol. 16, № 3. – P. 145–159. DOI: 10.1515/cmam-2015-0033
23. Gao J. Spectral computation of highly oscillatory integral equations in laser theory / J. Gao, M. Condon, A. Iserles // Tech. Reports Numerical Analysis (NA2018/04). – DAMPT : University of Cambridge, 2018. – 30 p.
24. Cubature formula for approximate calculation of integrals of two-dimensional irregular highly oscillating functions / [V. I. Mezhyuev, O. M. Lytvyn, O. P. Nechuviter et al.] // U.P.B. Sci. Bull., Series A. – 2017. – Vol. 80, № 3. – P. 169–182.
25. Input Information in the Approximate Calculation of Two-Dimensional Integral from Highly Oscillating Functions (Irregular Case) / [O. M. Lytvyn, O. P. Nechuviter, I. I. Pershyna, V. I. Mezhyuev] // Recent Developments in Data Science and Intelligent Analysis of Information : XVIII International Conference on Data Science and Intelligent Analysis of Information : proceedings. – Kyiv, 2019. – P. 365–373. DOI: 10.1007/978-3-319-97885-7_36

TELETRAFFIC MODEL BASED ON $HE_2/H_2/1$ SYSTEMS WITH ORDINARY AND WITH SHIFTED INPUT DISTRIBUTIONS

Tarasov V. N. – Dr. Sc., Professor, Head of Department of Software and Management in Technical Systems of Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation.

Bakhareva N. F. – Dr. Sc., Professor, Head of Department of Informatics and Computer Engineering of Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation.

ABSTRACT

Context. The problem of deriving a solution for the average waiting time in a closed form queue for an ordinary system with second-order hyper-Erlang and hyperexponential input distributions and a system with shifted hyper-Erlang and hyperexponential input distributions is considered.

Objective. Obtaining a solution for the main characteristic of the system – the average waiting time for requirements in the queue for a queuing system of type G/G/1 with conventional and shifted second-order hyper-Erlang and hyperexponential input distributions.

Method. To solve this problem, we used the classical method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation, which allows us to obtain a solution for the average waiting time for the systems in question in a closed form. The spectral decomposition method for solving the Lindley integral equation occupies an important part of the theory of G/G/1 systems. For the practical application of the results obtained, the well-known method of moments of probability theory is used.

Results. For the first time, spectral decompositions of the solution of the Lindley integral equation for both systems were obtained, with the help of which calculation formulas for the average waiting time in the queue for the above systems in closed form are derived. This approach allows you to calculate the average waiting time for these systems in mathematical packages for a wide range of traffic parameters. All other system characteristics are derived from the average waiting time.

Conclusions. It is shown that the hypererlang second-order distribution law, as well as the hyperexponential one, which is three-parameter, can be determined by both the first two moments and the first three moments. The choice of this law of probability distribution is because its coefficient of variation covers a wider range than for hyperexponential distribution. For shifted hypererlang and hyperexponential distribution laws, the coefficients of variation decrease and cover an even wider range than for conventional distributions. The introduction of time-shifted distributions expands the scope of QS taking into account the well-known fact from the queuing theory that the average waiting time is associated with the coefficients of variation of the intervals of arrivals and the service time by a quadratic dependence. The spectral decomposition method for solving the Lindley integral equation for a queuing system with second-order hyper-Erlang and hyperexponential input distributions allows us to obtain a solution in a closed form and this solution is published for the first time. The resulting solution complements and extends the well-known queuing theory formula for the average queue waiting time for queuing systems of type G/G/1.

KEYWORDS: hypererlangian and hyperexponential distribution laws, Lindley integral equation, spectral decomposition method, Laplace transform.

ABBREVIATIONS

LIE is a Lindley integral equation;

G/G/1 is a QS with arbitrary laws of distribution of intervals between receipt of requirements and service time;

QS is a queuing system;

PDF is a probability distribution function.

NOMENCLATURE

$a(t)$ is a density function of the distribution of time between arrivals;

$A^*(s)$ is a Laplace transform of the function $a(t)$;

$b(t)$ is a density function of the distribution of service time;

$B^*(s)$ is a Laplace transform of the function $b(t)$;

c_λ is a coefficient of variation of time between arrivals;

c_μ is a coefficient of variation of service time;

D_λ is a variance of a random interval between arrivals;

D_μ is a service time variance;

M is an exponential distribution law;

H_2 is a hyperexponential distribution law of the second order;

H_2^- is a shifted hyperexponential distribution law of the second order;

HE_2 is a hypererlangian distribution law of the second order;

HE_2^- is a shifted hypererlangian distribution law of the second order;

\bar{I} is an average idle time;

I^2 is a second initial moment of the idle period;

p is a parameter of the hyper-Erlang law;

q is a parameter of the hyperexponential law;

$W(y)$ is a PDF of the waiting time in the queue;

\bar{W} is an average waiting time in the queue;

$W^*(s)$ is a Laplace transform of waiting time density function;

z is an any number from the interval $(-1, 1)$;

λ is an input flow rate;
 λ_1, λ_2 are parameters of the hypererlangian distribution law of the input flow;
 μ is a service intensity;
 μ_1, μ_2 are parameters of the hyperexponential distribution law of service time;
 ρ is a system load factor;
 $\bar{\tau}_\lambda$ is an average time between arrivals;
 $\bar{\tau}_\lambda^2$ is a second initial moment of time between arrivals;
 $\bar{\tau}_\mu$ is an average service time;
 $\bar{\tau}_\mu^2$ is a second initial moment of service time;
 $\Phi_+(s)$ is a Laplace transform of the PDF of waiting time;
 $\psi_+(s)$ is a first component of spectral decomposition;
 $\psi_-(s)$ is a second component of spectral decomposition;
 $\chi(t)$ is a characteristic function of a random variable ξ .

INTRODUCTION

The article is devoted to the analysis of QS of type G/G/1 with arbitrary laws of the distribution of the input flow of requirements and the time of their servicing, for which, in the general case, a solution cannot be found for the main characteristic – the average waiting time of the requirements in the queue. Therefore, systems of the type G/G/1 can be studied only with specific laws of the distributions of the input flow of service time [1–3]. As is known, for example, from [1], for the G/G/1 system, the average waiting time is determined by the expression

$$\bar{W} = \frac{D_\lambda + D_\mu + (1-\rho)^2 / \lambda^2}{2(1-\rho) / \lambda} - \frac{\bar{I}^2}{2\bar{I}}. \quad (1)$$

Since expression (1) is associated with the coefficients of variation of the intervals of receipt and service by a quadratic dependence, the role of the latter for the value of the average waiting time is significant. The second term on the right-hand side of (1) remains unknown and it is likely that it may depend on the moments of the arrival intervals and the service time of a higher order than the first two. Because of this, formula (1) will be considered incomplete so far. In teletraffic theory, using average waiting time, packet delays in packet switching networks are estimated. In this paper, we restrict ourselves to the second-order hyper-Erlang distribution of the intervals between the input flow requirements and the second-order hyperexponential distribution of the service time because, when the order is higher than two are, further calculations become extremely time-consuming.

The object of study is the queueing systems type G/G/1.

The subject of study is the average waiting time in systems $HE_2/H_2/1$ and $HE_2^-/H_2^-/1$.

The purpose of the work is obtaining a solution for the average waiting time of requirements in the queue in closed form for the above-mentioned systems.

In the queueing theory, the studies of G/G/1 systems are relevant because they are actively used in modern teletraffic theory, moreover, one cannot obtain solutions for such systems in the final form for the general case. The laws of the Weibull or Gamma distributions of the most general form, which provide the range of variation of the coefficients of variation from 0 to ∞ depending on the value of their parameters, are not applicable in the spectral decomposition method. This is because the Laplace transform of the density function for these distributions cannot be expressed in elementary functions. Therefore, it is necessary to use other private laws of distributions.

In the study of G/G/1 systems, an important role is played by the method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation and most of the results in the theory of mass service are obtained using this method.

1 PROBLEM STATEMENT

The article poses the problem of finding a solution for the waiting time of requirements in a queue in QS $HE_2/H_2/1$ with ordinary and shifted with distributions and constructing a mechanism for approximating arbitrary distribution laws with hyper-Erlang and hyperexponential ones. To study the G/G/1 systems, as is known, for example, from [1–4], the Lindley integral equation is used. One form of the Lindley integral equation (LIE) looks like this:

$$W(y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^y W(y-u) dC(u), & y \geq 0; \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

Here is $C(u)$ is PDF of the random variable $\tilde{u} = \tilde{x} - \tilde{t}$, where, in turn, \tilde{x} is the random service time and the random variable \tilde{t} is the interval between arrivals.

When applying the method for solving the LIE, we will adhere to the author's approach and symbolism [1], as was done in the author's early works. For this, by $A^*(s)$ and $B^*(s)$ we denote the Laplace transforms of the density functions of the distribution of intervals between arrivals and service time, respectively.

We need to find the law of waiting time distribution in the system through the spectral decomposition of the form: $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$, where $\psi_+(s)$ and $\psi_-(s)$ are some rational functions of s that can be factorized. Functions $\psi_+(s)$ and $\psi_-(s)$ must satisfy the following conditions according to [1]. To solve the problem, it is necessary first to construct for these

systems spectral decompositions of the form $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

The method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation was first presented in detail in the classic queueing theory [1], and was subsequently used in many papers, including [2,3]. A different approach to solving Lindley's equation has been used in [4]. That work used factorization instead of the term "spectral decomposition" and instead of the functions $\psi_+(s)$ and $\psi_-(s)$ it used factorization components $\omega_+(z, t)$ and $\omega_-(z, t)$ of the function $1 - z \cdot \chi(t)$, where $\chi(t)$ is the characteristic function of a random variable ξ with an arbitrary distribution function $C(t)$, and z is any number from the interval $(-1, 1)$.

In the scientific literature, including the web resources of specialized queue theory journals, the author was not able to find the results on the waiting time for QS with hyper-Erlang and hyperexponential input distributions of the 2nd order of the general form.

In the field of systems with delay in time, the authors published the following works. In [5] the results on systems with delay $H_2/H_2/1$, $H_2/M/1$, $M/H_2/1$ are given, in [6] – on system with delay $HE_2/HE_2/1$, in [7] – on systems with a delay based on the QS $E_2/E_2/1$, $E_2/M/1$, $M/E_2/1$, and in [8] – on systems with a delay based on the QS $HE_2/M/1$. Article [9] presents the results for a system with a delay $M/HE_2/1$, and article [10] summarizes the results for eight systems with a delay in time.

In [11] presents the results of the approach of queues to the Internet and mobile services as queues with a delay in time. Approximate methods with respect to the laws of distributions are described in detail in [3, 13–15], and similar studies in queueing theory have recently been carried out in [16–24].

3 MATERIALS AND METHODS

For the $HE_2/H_2/1$ system, the distribution laws of the input flow intervals and the service time are given by the density functions of the form:

$$a(t) = 4p\lambda_1^2 t e^{-2\lambda_1 t} + 4(1-p)\lambda_2^2 t e^{-2\lambda_2 t}, \quad (2)$$

$$b(t) = q\mu_1 e^{-\mu_1 t} + (1-q)\mu_2 e^{-\mu_2 t}. \quad (3)$$

Distributions (2) and (3) in the scientific literature are denoted by HE_2 and H_2 . They contain three parameters $0 < p < 1$, $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ and $0 < q < 1$, $\mu_1, \mu_2 > 0$ respectively, therefore, they allow you to approximate arbitrary input distributions at the level of the first three moments using the well-known method of moments. It was shown in [6] that the distribution of HE_2 as well as H_2 can be unambiguously described using both the two and three first moments.

We write the Laplace transform functions (2) and (3):

$$A^*(s) = p \left(\frac{2\lambda_1}{s + 2\lambda_1} \right)^2 + (1-p) \left(\frac{2\lambda_2}{s + 2\lambda_2} \right)^2,$$

$$B^*(s) = q \frac{\mu_1}{s + \mu_1} + (1-q) \frac{\mu_2}{s + \mu_2}.$$

The expression $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$ for the spectral decomposition of the solution of the LIE for the $HE_2/H_2/1$ system takes the form:

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \left[p \left(\frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left(\frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] \times \left[q \frac{\mu_1}{\mu_1 + s} + (1-q) \frac{\mu_2}{\mu_2 + s} \right] - 1. \quad (4)$$

The first factor in (4) on the right side in square brackets is:

$$\begin{aligned} & \left[p \left(\frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left(\frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] = \\ & = \frac{p(16\lambda_1^2 \lambda_2^2 - 16\lambda_1^2 \lambda_2 s + 4\lambda_1^2 s^2)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2} + \\ & + \frac{(1-p)(16\lambda_1^2 \lambda_2^2 - 16\lambda_1 \lambda_2^2 s + 4\lambda_2^2 s^2)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2} = \\ & = \frac{a_0 - a_1 s + a_2 s^2}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2}, \end{aligned}$$

intermediate parameters used here $a_0 = 16\lambda_1^2 \lambda_2^2$, $a_1 = 16\lambda_1 \lambda_2 [p\lambda_1 + (1-p)\lambda_2]$, $a_2 = 4[p\lambda_1^2 + (1-p)\lambda_2^2]$.

Similarly, imagine the second factor:

$$\begin{aligned} & \left[q \frac{\mu_1}{\mu_1 + s} + (1-q) \frac{\mu_2}{\mu_2 + s} \right] = \frac{\mu_1 \mu_2 + [q\mu_1 + (1-q)\mu_2] s}{(\mu_1 + s)(\mu_2 + s)} = \\ & = \frac{b_0 + b_1 s}{(\mu_1 + s)(\mu_2 + s)}, \end{aligned}$$

intermediate parameters used here $b_0 = \mu_1 \mu_2$, $b_1 = q\mu_1 + (1-q)\mu_2$.

Continuing the decomposition, we obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} & = \frac{(a_0 - a_1 s + a_2 s^2)(b_0 + b_1 s)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (\mu_1 + s)(\mu_2 + s)} - \\ & - \frac{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (\mu_1 + s)(\mu_2 + s)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (\mu_1 + s)(\mu_2 + s)} = \\ & = \frac{-s(s^5 - c_4 s^4 - c_3 s^3 - c_2 s^2 - c_1 s - c_0)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (\mu_1 + s)(\mu_2 + s)} = \\ & = \frac{-s(s + s_1)(s + s_2)(s - s_3)(s - s_4)(s - s_5)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (\mu_1 + s)(\mu_2 + s)}. \end{aligned} \quad (5)$$

The polynomial in the numerator on the right-hand side of expansion (5) usually always has one zero $s=0$ [1]. In this case, the free term of the expansion is also equal to 0: $a_0b_0 - 16\lambda_1^2\lambda_2^2\mu_1\mu_2 \equiv 0$. In the numerator, the fractions on the right side of the expansion obtained a polynomial of the sixth degree $-s(s^5 - c_4s^4 - c_3s^3 - c_2s^2 - c_1s - c_0)$, whose coefficients are equal to:

$$\begin{aligned} c_0 &= a_0b_1 - a_1b_0 - a_0(\mu_1 + \mu_2) + 16\lambda_1\lambda_2\mu_1\mu_2(\lambda_1 + \lambda_2), \\ c_1 &= -a_1b_1 + a_2b_0 - a_0 + 16\lambda_1\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2) - \\ & - 4\mu_1\mu_2[(\lambda_1 + \lambda_2)^2 + 2\lambda_1\lambda_2], \\ c_2 &= a_2b_1 + 4(\lambda_1 + \lambda_2)(4\lambda_1\lambda_2 + \mu_1\mu_2) - \\ & - 4[(\lambda_1 + \lambda_2)^2 + 2\lambda_1\lambda_2](\mu_1 + \mu_2), \\ c_3 &= 4(\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2) - 4(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) - 16\lambda_1\lambda_2 - \mu_1\mu_2, \\ c_4 &= 4(\lambda_1 + \lambda_2) - \mu_1 - \mu_2. \end{aligned} \quad (6)$$

These coefficients are obtained by performing symbolic operations of the Mathcad mathematical package on the decomposition numerator (5), because in the numerator of the decomposition, 42 terms are obtained, and it is rather problematic to manually process and bring such terms. Perhaps that is why this problem was solved for the first time. Next, we select the polynomial in the decomposition numerator (5)

$$s^5 - c_4s^4 - c_3s^3 - c_2s^2 - c_1s - c_0, \quad (7)$$

because determination of its roots and work with them is an important point in the method of spectral decomposition of the solution of LIE.

The study of polynomial (7) with coefficients (6) using the Vietta formulas confirms the presence of two negative real roots as well as three positive real roots or one positive and two complex conjugate roots with positive real parts. The study of the sign of the least coefficient $c_0 > 0$ of the polynomial (9) shows that it is always in the case of a stable system when $0 < \rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda < 1$. In the general case, the presence of such roots follows from the existence and uniqueness of the spectral decomposition [1] or factorization [4].

Denoting the roots of the polynomial (7) with negative real parts, for convenience, by $-s_1, -s_2$, and with positive real parts, through s_3, s_4, s_5 , the relation $\psi_+(s)/\psi_-(s)$ can finally be decomposed into the following factors:

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \frac{-s(s+s_1)(s+s_2)(s-s_3)(s-s_4)(s-s_5)}{(2\lambda_1-s)^2(2\lambda_2-s)^2(\mu_1+s)(\mu_2+s)}. \quad (8)$$

Therefore, taking into account conditions [1], we take for the function $\psi_+(s) = \frac{s(s+s_1)(s+s_2)}{(\mu_1+s)(\mu_2+s)}$, because the zeros of the polynomial (7): $s=0, s=-s_1, s=-s_2$, and the poles $s=-\mu_1, s=-\mu_2$ lie in the region $\text{Re}(s) \leq 0$, and for the function $\psi_-(s) = -\frac{(2\lambda_1-s)^2(2\lambda_2-s)^2}{(s-s_3)(s-s_4)(s-s_5)}$, because its zeros and poles lie in the region $\text{Re}(s) < D$ defined by condition [1].

The fulfillment of conditions for the constructed functions also confirms the figure 1 where the zeros and poles of the relation are displayed on the complex s -plane to eliminate errors in constructing the spectral decomposition. In Figure 1, the poles are marked with crosses, and zeros are indicated by circles.

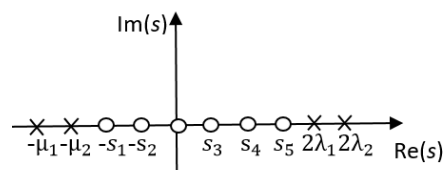


Figure 1 – Zeros and poles of the function $\psi_+(s)/\psi_-(s)$ for the system $\text{HE}_2/\text{H}_2/1$

Next, by the method of spectral decomposition, we determine the constant $K = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = \frac{s_1s_2}{\mu_1\mu_2}$, where s_1, s_2 are the absolute values of the negative roots $-s_1, -s_2$. The constant K determines the probability that the demand entering the system finds it free.

Using the function $\psi_+(s)$ and constant K , we define the Laplace transform of the PDF waiting time $W(y)$:

$$\Phi_+(s) = \frac{K}{\psi_+(s)} = \frac{s_1s_2(s+\mu_1)(s+\mu_2)}{s(s+s_1)(s+s_2)\mu_1\mu_2}.$$

From here, the Laplace transform of the waiting time density function $W^*(s) = s \cdot \Phi_+(s)$ is

$$W^*(s) = \frac{s_1s_2(s+\mu_1)(s+\mu_2)}{(s+s_1)(s+s_2)\mu_1\mu_2}. \quad (9)$$

To find the average waiting time, we find the derivative of the function $W^*(s)$ with a minus sign at the point $s=0$:

$$\begin{aligned} -\frac{dW^*(s)}{ds} \Big|_{s=0} &= -\frac{s_1s_2(s+\mu_1)(s+\mu_2)}{(s+s_1)(s+s_2)\mu_1\mu_2} \Big|_{s=0} = \\ &= \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}. \end{aligned}$$

Finally, the average wait time for the $\text{HE}_2/\text{H}_2/1$ system

$$\bar{W} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}, \quad (10)$$

where s_1, s_2 the absolute values of the negative roots are $-s_1, -s_2$ of the polynomial (9) with the coefficients given above, and μ_1, μ_2 – the distribution parameters (3). Thus, for the average waiting time in the QS HE₂/H₂/1, the solution in closed form (10) is obtained.

From the expression (9), if necessary, you can also determine the moments of higher orders of the waiting time, for example, the second derivative of the transformation (9) at the point $s=0$ gives the second initial moment of the waiting time $\bar{W}^2 = 2[(\mu_1^{-1} + \mu_2^{-1})(s_1^{-1} + s_2^{-1}) - (s_1^{-1} + s_2^{-1})^2 + (s_1^{-1}s_2^{-1} - \mu_1^{-1}\mu_2^{-1})]$, which allows you to determine the dispersion of the waiting time. Given the definition of jitter in telecommunications as the spread of the waiting time around its average value [12], we will thereby be able to determine jitter through dispersion. This is an important result for delay-sensitive traffic analysis.

The problem of approximating the distribution law (2) using both the first two moments and the first three moments is considered in detail in [6]. To do this, we use the initial moments up to the third order found for the distribution (2) found based on the Laplace transform property of the moment reproductions:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_\lambda &= \frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2}, \quad \bar{\tau}_\lambda^2 = \frac{3}{2} \left[\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{(1-p)}{\lambda_2^2} \right], \\ \bar{\tau}_\lambda^3 &= \frac{3p}{\lambda_1^3} + \frac{3(1-p)}{\lambda_2^3}. \end{aligned} \quad (11)$$

When approximating using the first two moments, the unknown distribution parameters (2) are determined using the following expressions:

$$\lambda_1 = 2p / \bar{\tau}_\lambda, \quad \lambda_2 = 2(1-p) / \bar{\tau}_\lambda, \quad p = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{2(1+c_\lambda^2) - 3}{8(1+c_\lambda^2)}}.$$

In this case, for the probability p you can take any of these values. It follows that the coefficient of variation of time between arrivals $c_\lambda \geq 1/\sqrt{2}$. When approximating using the first three moments to find the distribution parameters (2), it is necessary to solve the system of three equations of the method of moments (11) in the Mathcad package. Moreover, a necessary and sufficient condition for the existence of a solution is the fulfillment of the condition: $\bar{\tau}_\lambda^3 \cdot \bar{\tau}_\lambda \geq \bar{\tau}_\lambda^2$. From (11) it follows that the square of coefficient of variation of time between arrivals

$$c_\lambda^2 = \frac{\lambda_1^2 - 2p\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2) + p(1-2p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{2[(1-p)\lambda_1 + p\lambda_2]^2}. \quad (12)$$

The same problem for distribution law (3) using both the first two moments and the first three moments was considered in detail by the author in [5]. To do this, we write the expressions for the initial moments of distribution (3):

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_\mu &= \frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2}, \quad \bar{\tau}_\mu^2 = \frac{2q}{\mu_1^2} + \frac{2(1-q)}{\mu_2^2}, \\ \bar{\tau}_\mu^3 &= \frac{6q}{\mu_1^3} + \frac{6(1-q)}{\mu_2^3}. \end{aligned} \quad (13)$$

In this case, to determine the unknown parameters, the following expressions are obtained

$$\mu_1 = 2q / \bar{\tau}_\mu, \quad \mu_2 = 2(1-q) / \bar{\tau}_\mu, \quad q = \frac{1}{2} [1 \pm \sqrt{(c_\mu^2 - 1) / (c_\mu^2 + 1)}].$$

In this case, for the probability q you can take any of these values. It follows that the coefficient of variation of the service time $c_\mu \geq 1$.

From (13) it follows that the square of the coefficient of variation of the service time will be equal to

$$c_\mu^2 = \frac{(1-q^2)\mu_1^2 - 2q(1-q)\mu_1\mu_2 + q(2-q)\mu_2^2}{[(1-q)\mu_1 + q\mu_2]^2}. \quad (14)$$

When approximating using the first three moments, in order to find the distribution parameters (3), it is necessary in the Mathcad package to solve the system of three equations (13) obtained by the method of moments. In this case, a necessary and sufficient condition for the existence of a solution is the fulfillment of the condition:

$\bar{\tau}_\mu^3 \cdot \bar{\tau}_\mu \geq 1,5\bar{\tau}_\mu^2$ [13]. Due to the simplicity of calculations, we will dwell on the approximation of the laws of distributions using the first two initial moments.

Thus, the hypererlang law, as well as the hyperexponential distribution law, can be determined completely by the first two moments and cover the entire range of variation of the coefficient of variation from $1/\sqrt{2}$ to ∞ , which is wider than for the hyperexponential distribution from 1 to ∞ .

Next, we consider a system that is fundamentally different from the QS studied. For the HE₂/H₂/1 system with shifted laws of distributions of input flow intervals and service time, these laws are defined by density functions of the form:

$$a(t) = \begin{cases} 4p\lambda_1^2(t-t_0)e^{-2\lambda_1(t-t_0)} + 4(1-p)\lambda_2^2(t-t_0)e^{-2\lambda_2(t-t_0)}, & t > t_0, \\ 0, & 0 \leq t \leq t_0, \end{cases} \quad (15)$$

$$b(t) = \begin{cases} q\mu_1 e^{-\mu_1(t-t_0)} + (1-q)\mu_2 e^{-\mu_2(t-t_0)}, & t > t_0, \\ 0, & 0 \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (16)$$

The density functions (15) and (16) are shifted to the right from the zero point by the value of $t_0 > 0$. Thus, we have a QS with a time delay of $t_0 > 0$. Such a QS, unlike the conventional system, is denoted as $HE_2^- / H_2^- / 1$. We are interested in the average wait time for the $HE_2^- / H_2^- / 1$ system.

Statement. The spectral expansions $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$ of the LIE solution for systems $HE_2^- / H_2^- / 1$ and $HE_2 / H_2 / 1$ completely coincide and have the form (10). Consequently, the Laplace transforms of the waiting time density function for them also coincide.

Proof. The Laplace transforms of functions (15) and (16) will be respectively:

$$A^*(s) = \left[p \left(\frac{2\lambda_1}{s + 2\lambda_1} \right)^2 + (1-p) \left(\frac{2\lambda_2}{s + 2\lambda_2} \right)^2 \right] \cdot e^{-t_0 s},$$

$$B^*(s) = \left[q \frac{\mu_1}{s + \mu_1} + (1-q) \frac{\mu_2}{s + \mu_2} \right] e^{-t_0 s}.$$

The spectral decomposition $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$ of the LIE solution for the $HE_2^- / H_2^- / 1$ system will be:

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \left[p \left(\frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left(\frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] e^{t_0 s} \times$$

$$\times \left[q \frac{\mu_1}{\mu_1 + s} + (1-q) \frac{\mu_2}{\mu_2 + s} \right] e^{-t_0 s} - 1 =$$

$$= \left[p \left(\frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left(\frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] \times$$

$$\times \left[q \frac{\mu_1}{\mu_1 + s} + (1-q) \frac{\mu_2}{\mu_2 + s} \right] - 1.$$

Here, the exponential functions due to the opposite signs of the exponents are zeroed out and thus the shift operation is leveled. We thereby obtained the same expression (8). Therefore, the spectral expansions for the $HE_2^- / H_2^- / 1$ and $HE_2 / H_2 / 1$ systems completely coincide and have the form (8). Thus, all the above considerations for the $HE_2 / H_2 / 1$ system are also valid for the system, but already with the changed numerical characteristics of the shifted distributions (15) and (16). The statement is proved. Now we can use for the new $HE_2^- / H_2^- / 1$ system the results for the ordinary $HE_2 / H_2 / 1$ system, but with the

changed distributions parameters (15) and (16) due to the introduction of the shift parameter $t_0 > 0$ into them.

We define the numerical characteristics of the interval between the arrivals of requirements and service time for the new $HE_2^- / H_2^- / 1$ system. To do this, we use the Laplace transforms of functions (15) and (16). The value of the first derivative of the function $A^*(s)$ with a minus sign at the point $s=0$ is equal to

$$-\left. \frac{dA^*(s)}{ds} \right|_{s=0} = p\lambda_1^{-1} + (1-p)\lambda_2^{-1} + t_0.$$

Hence, the average value of the intervals between adjacent requirements of the input flow will be equal to

$$\bar{\tau}_\lambda = p\lambda_1^{-1} + (1-p)\lambda_2^{-1} + t_0. \quad (17)$$

The value of the second derivative of the function at $s=0$ gives the second initial moment of the arrival interval

$$\bar{\tau}_\lambda^2 = t_0^2 + 2t_0 \left[\frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2} \right] + \frac{3}{2} \left[\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{(1-p)}{\lambda_2^2} \right]. \quad (18)$$

Define the square of the coefficient of variation

$$c_\lambda^2 = \frac{\lambda_1^2 - 2p\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2) + p(1-2p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{2[t_0\lambda_1\lambda_2 + (1-p)\lambda_1 + p\lambda_2]^2}. \quad (19)$$

Similarly, we determine the average service time through the Laplace transform $B^*(s)$ of function (16)

$$\bar{\tau}_\mu = q\mu_1^{-1} + (1-q)\mu_2^{-1} + t_0. \quad (20)$$

The value of the second derivative of the function $B^*(s)$ at $s=0$ gives the second initial moment of service time

$$\bar{\tau}_\mu^2 = t_0^2 + 2t_0 \left[\frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2} \right] + 2 \left[\frac{q}{\mu_1^2} + \frac{(1-q)}{\mu_2^2} \right]. \quad (21)$$

From here we define the square of the coefficient of variation of the service time:

$$c_\mu^2 = \frac{[(1-q^2)\mu_1^2 - 2\mu_1\mu_2q(1-q) + q(2-q)\mu_2^2]}{[t_0\mu_1\mu_2 + (1-q)\mu_1 + q\mu_2]^2}. \quad (22)$$

Note that the coefficients of variation $c_\lambda, c_\mu > 0$ for the shift parameter $t_0 > 0$.

Now we estimate the effect of the shift parameter $t_0 > 0$ on the numerical characteristics of distributions (15) and (16). We are primarily interested in the square of the coefficient of variation, since the average waiting time in the G/G/1 system is related to the variation coefficients by the quadratic dependence (1).

Comparing expressions (12) and (19), we see that the time shift operation reduces the coefficient of variation of the intervals of receipts by a factor of $1 + \frac{t_0 \lambda_1 \lambda_2}{[\lambda_1(1-p) + \lambda_2 p]}$. Comparing (14) and (22) we get a

decrease in $1 + \frac{t_0 \mu_1 \mu_2}{[\mu_1(1-q) + \mu_2 q]}$ times. Consequently, a

delayed system provides shorter waiting times than a conventional system with the same load ρ . This is the essence of introducing a delay parameter $t_0 > 0$ to reduce the coefficients of variation of intervals in the input stream and service time, and because of reducing the waiting time for requests in the queue.

Also in this lies the quantitative and qualitative difference between a delayed system and a conventional system. The results of computational experiments unequivocally confirm these facts.

Considering expressions (17)–(19) as a record of the method of moments, we find the unknown distribution parameters (15) by doing the same with the usual distribution (2), setting

$$\lambda_1 = 2p / (\bar{c}_\lambda - t_0), \lambda_2 = 2(1-p) / (\bar{c}_\lambda - t_0). \quad (23)$$

and demanding the fulfillment of condition (19). Substituting expressions (23) into (19) and solving the obtained fourth-degree equation with respect to the parameter p and taking into account the condition

$$0 < p < 1, \text{ we find } p = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3(\bar{c}_\lambda - t_0)^2}{8[(\bar{c}_\lambda - t_0)^2 + c_\lambda^2 \bar{c}_\lambda^2]}}$$

then we determine the parameters λ_1 and λ_2 from (23).

By doing the same with expressions (20)–(22), setting

$$\mu_1 = 2q / (\bar{c}_\mu - t_0), \mu_2 = 2(1-q) / (\bar{c}_\mu - t_0). \quad (24)$$

and substituting (24) into (22) we obtain an equation of the fourth degree with respect to the parameter q . Having solved it taking into account the conditions $0 < q < 1$, we determine the parameter

$$q = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{(\bar{c}_\mu - t_0)^2}{2[(\bar{c}_\mu - t_0)^2 + c_\mu^2 \bar{c}_\mu^2]}}$$

expression for q in (24), we find the unknown distribution parameters (16) μ_1, μ_2 . Moreover, as p and q , you can choose any of two values.

Note. The range of applicability of the $HE_2^- / H_2^- / 1$ system will be determined by the no negativity of the expressions under the square root for parameters p and q .

Thus, the algorithm for calculating the average waiting time for given input parameters $\bar{c}_\lambda, \bar{c}_\mu, c_\lambda, c_\mu, t_0$ is reduced to a sequential solution of these equations. Next, we determine the coefficients of the polynomial (9) from the above expressions (8) and find the necessary roots with negative real parts $-s_1, -s_2$. Substituting the

absolute values of these roots in expression (10), we determine the average waiting time. The presence of such roots is due to the existence and uniqueness of spectral decomposition. Numerous experiments carried out only confirm this fact.

4 EXPERIMENTS

Below in the table. 1 shows the calculation data in Mathcad package for the $HE_2 / H_2 / 1$ system for the cases of low, medium and high loads $\rho = 0,1; 0,5; 0,9$. Note that the $HE_2 / H_2 / 1$ system is applicable for $c_\lambda \geq 1/\sqrt{2}, c_\mu \geq 1$. The load factor ρ in all tables is determined by the ratio of average intervals $\rho = \bar{c}_\mu / \bar{c}_\lambda$. The calculations given in all tables are carried out for the normalized service time $\bar{c}_\mu = 1$. Moreover, for comparison, the known results for $H_2 / H_2 / 1$ QS were used [5]. Due to the fact that the $H_2 / H_2 / 1$ system is not applicable in the case $c_\lambda < 1$, in table 1 dashes are given.

Table 1 – Results of experiments for QS $HE_2 / H_2 / 1$ and $H_2 / H_2 / 1$

Input parameters		Average waiting time	
ρ	(c_λ, c_μ)	For QS $HE_2 / H_2 / 1$	For QS $H_2 / H_2 / 1$
0.1	(0.71;1)	0.030	–
	(2;2)	0.335	0.445
	(4;4)	1.666	1.779
	(8;8)	7.10	7.112
0.5	(0.71;1)	0.620	–
	(2;2)	3.974	4.044
	(4;4)	16.392	16.129
	(8;8)	65.967	64.178
0.9	(0.71;1)	6.607	–
	(2;2)	36.271	36.20
	(4;4)	145.465	144.833
	(8;8)	580.822	577.861

Table 2 shows the calculation results for the $HE_2^- / H_2^- / 1$ system. For comparison, table 2 on the right shows the results for the conventional $HE_2 / H_2 / 1$ system.

Table 2 – Results of experiments for QS $HE_2^- / H_2^- / 1$ and $HE_2 / H_2 / 1$

Input parameters		Average waiting time			
ρ	$(c_\lambda; c_\mu)$	For QS $HE_2^- / H_2^- / 1$			For QS $HE_2 / H_2 / 1$
		$t_0=0.9$	$t_0=0.5$	$t_0=0.01$	
0.1	(0.71;0.71)	0.021	0.023	–	0.030
	(2;2)	0.282	0.321	0.334	0.335
	(4;4)	1.200	1.528	1.663	1.666
	(8;8)	4.875	6.400	7.088	7.100
0.5	(0.71;0.71)	0.270	0.313	–	0.620
	(2;2)	2.311	3.118	3.957	3.974
	(4;4)	9.322	12.794	16.323	16.392
	(8;8)	37.366	51.497	65.692	65.967
0.9	(0.71;0.71)	3.052	4.125	–	6.607
	(2;2)	24.313	33.405	36.241	36.271
	(4;4)	97.284	133.291	145.327	145.465
	(8;8)	389.166	532.177	580.254	580.822

5 RESULTS

With a decrease in the parameter value t_0 , the average waiting time in the system tends to the average waiting time in the $HE_2/H_2/1$ system, which confirms the complete adequacy and reliability of the results. In some cases, with $t_0=0.01$, the system with delay is not defined and there are dashes in the table. This is due to the note made above.

In the work, spectral expansions of the solution of the Lindley integral equation for two systems $HE_2/H_2/1$, $HE_2^-/H_2^-/1$ are obtained, and it is proved that they completely coincide. Using the spectral decomposition, a formula is derived for the average waiting time in the queue for these systems in closed form. These formula complement and extend the well-known incomplete formula (1) for the average waiting time for G/G/1 systems.

As can be seen from tables 1, the results in both cases are quite close, and the difference is explained by the fact that the distributions of HE_2 and H_2 are still different. The data in table 2 confirm the adequacy and reliability of the above mathematical calculations.

6 DISCUSSION

The article presents an analytical solution for the average waiting time in the queue for the $HE_2/H_2/1$ system using the symbolic operations of the Mathcad package. The same solution allows it to be used for a $HE_2^-/H_2^-/1$ system with delay. Using the proposed approach, in addition to the average waiting time, one can determine the variance and moments of higher orders of waiting time. The result obtained, on the one hand, supplements the $HE_2/H_2/1$ system, and, on the other hand, expands the range of variation of the coefficients of variation of the intervals of arrivals and service time from $1/\sqrt{2}$ to ∞ . To be convincing, the calculation data for the $HE_2/H_2/1$ system are compared with the results for the $H_2/H_2/1$ system, which demonstrates their sufficient proximity.

The time shift operation reduces the variation coefficients of the interval between arrivals and the service time of requirements. Because the average waiting time in the G/G/1 system is related to the coefficients of variation of the arrival intervals and service time by the quadratic dependence, the average waiting time in the delayed system will be less than in a conventional system with the same load factor.

CONCLUSIONS

The article presents the solution to the problem of determining the average waiting time for two queueing systems $HE_2/H_2/1$ and $HE_2^-/H_2^-/1$ by the classical method of spectral decomposition.

The scientific novelty of the results is that spectral decompositions of the solution of the Lindley integral equation for the systems under consideration were

obtained for the first time and, using spectral decompositions, formulas were derived for the average queue waiting time for these systems in closed form. These formulas expand and supplement formula (1) for the average waiting time for G/G/1 systems with arbitrary laws of the distributions of the input stream and service time.

The practical significance of the work lies in the fact that the obtained results can be successfully applied in the modern theory of teletraffic, where the delays of incoming traffic packets play a primary role. For this, it is necessary to know the numerical characteristics of the incoming traffic intervals and the service time at the level of the first two moments, which does not cause difficulties when using modern traffic analyzers.

Prospects for further research are seen in the continuation of the study of systems of type G/G/1 with other common input distributions and in expanding and supplementing the formulas for average waiting time.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was carried out as part of the author's scientific school "Methods and Models for the Research of Computing Systems and Networks", registered at the Russian Academy of Natural Sciences on 31.03.2015 and was supported by the University of PSUTI.

REFERENCES

1. Kleinrock L. Queueing Systems, Vol. I: Theory. New York, Wiley, 1975, 417 p.
2. Brannstrom N.A. Queueing Theory analysis of wireless radio systems. Applied to HS-DSCH. Lulea university of technology, 2004, 79 p.
3. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods, *Operation Research*, 1982, Vol. 30, No. 1, pp. 125–147.
4. Bocharov P. P., Pechinkin A. V. Teoriya massovogo obsluzhivaniya. Moscow, Publishing House of Peoples' Friendship University, 1995, 529 p.
5. Tarasov V. N. Extension of the Class of Queueing Systems with Delay, *Automation and Remote Control*, 2018, Vol. 79, No. 12, pp. 2147–2157. DOI: 10.1134/S0005117918120056.
6. Tarasov V. N. Analysis and comparison of two queueing systems with hypererlangian input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, Vol. 47, No. 4, pp. 61–70. DOI 10.15588/1607-3274-2018-4-6.
7. Tarasov V. N., Bakhareva N. F. Research of queueing systems with shifted erlangian and exponential input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 48, No. 1, pp. 67–76. DOI 10.15588/1607-3274-2019-1-7.
8. Tarasov V. N. The analysis of two queueing systems $HE_2/M/1$ with ordinary and shifted input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 49, No. 2, pp. 71–79. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-8.
9. Tarasov V. N., Bakhareva N. F. Comparative analysis of two Queueing Systems $M/HE_2/1$ with ordinary and with the shifted input Distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 51, No. 4, pp. 50–58. DOI 10.15588/1607-3274-2019-4-5.
10. Tarasov V. N. Queueing systems with delay. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 50, No. 3, pp. 71–79. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-4-5.

11. Novitzky S., Pender J., Rand R. H., Wesson E. Nonlinear Dynamics in Queueing Theory: Determining the Size of Oscillations in Queues with Delay, *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.*, 18–1 2019, Vol. 18, No. 1, pp. 279–311. DOI: <https://doi.org/10.1137/18M1170637>.
12. RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) [Electronic resource]. Available at: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>.
13. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. *Teletraffic and datatrafic in a Period of Change. ITC-13*. Elsevier Science Publishers, 1991, pp. 683–688.
14. Liu X. Diffusion approximations for double-ended queues with reneging in heavy traffic, *Queueing Systems: Theory and Applications*, Springer, 2019, Vol. 91, No. 1, pp. 49–87. DOI: 10.1007/s11134-018-9589-7.
15. Poojary S., Sharma V. An asymptotic approximation for TCP CUBIC, *Queueing Systems: Theory and Applications*, 2019, Vol. 91, No. 1, pp. 171–203. DOI: 10.1007/s11134-018-9594-x.
16. Aras A.K., Chen X. & Liu Y. Many-server Gaussian limits for overloaded non-Markovian queues with customer abandonment, *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 1, pp. 81–125. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-018-9575-0>.
17. Jennings O.B., Pender J. Comparisons of ticket and standard queues, *Queueing Systems*, 2016, Vol. 84, No. 1, pp. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>.
18. Gromoll H.C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times, *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 3, pp. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>.
19. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates. *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 3, pp. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7/>.
20. Bazhba M., Blanchet J., Rhee CH., et al. Queue with heavy-tailed Weibull service times, *Queueing Systems*, 2019, Vol. 93, No. 11, pp. 1–32. <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09640-z/>
21. Adan I., D’Auria B., Kella O. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference. *Queueing Systems*, 2019, Vol. 93, No. 1, pp. 1–190. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09630-1>.
22. Adan I., D’Auria B., Kella O. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference: part 2, *Queueing Systems*, 2019, pp. 1–2. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09637-8>.
23. Tibi D. Martingales and buffer overflow for the symmetric shortest queue model. *Queueing Systems*, Vol. 93, 2019, pp. 153–190. DOI:10.1007/s11134-019-09628-9.
24. Jacobovic R., Kella O. Asymptotic independence of regenerative processes with a special dependence structure. *Queueing Systems*, Vol. 93, 2019, pp. 139–152. DOI: 10.1007/s11134-019-09606-1.

Received 25.06.2020.
Accepted 31.10.2020.

УДК 621.391.1: 621.395

Тарасов В. Н. – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри програмного забезпечення та управління в технічних системах Поволзького державного університету телекомунікацій та інформатики, Російська Федерація.

Бахарева Н. Ф. – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інформатики та обчислювальної техніки Поволзького державного університету телекомунікацій та інформатики, Російська Федерація.

МОДЕЛЬ ТЕЛЕТРАФІКА НА ОСНОВІ СИСТЕМ $M_2/M_2/1$ ЗІ ЗВЧАЙНИМИ ТА ЗСУНУТИМИ ВХІДНИМИ РОЗПОДІЛАМИ

Актуальність. Розглянуто задачу виведення рішення для середнього часу очікування в черзі у замкнутій формі для звичайної системи з гіперерлангівськими і гіперекспоненційними вхідними розподілами другого порядку і системи зі зсунутими гіперерлангівськими і гіперекспоненційними вхідними розподілами.

Мета роботи. Отримання рішення для основної характеристики системи – середнього часу очікування вимог у черзі для двох систем масового обслуговування типу G/G/1.

Метод. Для вирішення поставленого завдання був використаний класичний метод спектрального розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі. Цей метод дозволяє отримати рішення для середнього часу очікування для розглянутих систем у замкнутій формі. Метод спектрального розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі грає важливу роль в теорії систем G/G/1. Для практичного застосування отриманих результатів було використано відомий метод моментів теорії ймовірностей.

Результати. Вперше отримано спектральне розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі для двох систем, за допомогою якого виведено розрахунковий вираз для середнього часу очікування в черзі у замкнутій формі. Такий підхід дозволяє розрахувати середній час очікування для зазначених систем у математичних пакетах для широкого діапазону зміни параметрів трафіку. Усі інші характеристики систем є похідними від середнього часу очікування.

Висновки. Показано, що гіперерлангівський закон розподілу другого порядку, як і гіперекспоненційний є трипараметричним, може визначатися як двома першими моментами, так і трьома першими моментами. Вибір такого закону розподілу ймовірностей обумовлений тим, що його коефіцієнт варіації охоплює більш широкий діапазон, ніж у гіперекспоненційного розподілу. Для зсунутих гіперерлангівського і гіперекспоненційного законів розподілів коефіцієнти варіацій зменшуються і охоплюють ще більш широкий діапазон, ніж у звичайних розподілів. Введення зсунутих в часі розподілів розширює сферу застосування систем масового обслуговування з урахуванням відомого факту з теорії масового обслуговування, що середній час очікування пов’язаний з коефіцієнтами варіацій інтервалів надходжень і часу обслуговування квадратичною залежністю. Метод спектрального розкладання рішення інтегрального рівняння Ліндлі для системи масового обслуговування з гіперерлангівськими і гіперекспоненційними вхідними розподілами другого порядку дозволяє отримати рішення в замкнутій формі і це рішення публікується вперше. Отримане рішення доповнює і розширює відому формулу теорії масового обслуговування для середнього часу очікування вимог в черзі для системи масового обслуговування типу G/G/1.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: гіперерлангівський і гіперекспоненційний закони розподілу, інтегральне рівняння Ліндлі, метод спектрального розкладання, перетворення Лапласа.

УДК 621.391.1: 621.395

МОДЕЛЬ ТЕЛЕТРАФИКА НА ОСНОВЕ СИСТЕМ $HE_2/H_2/1$ С ОБЫЧНЫМИ И СО СДВИНУТЫМИ ВХОДНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ

Тарасов В. Н. – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой программного обеспечения и управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, Российская Федерация.

Бахарева Н. Ф. – д-р техн. наук, профессор, заведующая кафедрой информатики и вычислительной техники Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, Российская Федерация.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Рассмотрена задача вывода решения для среднего времени ожидания в очереди в замкнутой форме для обычной системы с гиперэрланговскими и гиперэкспоненциальными входными распределениями второго порядка и системы со сдвинутыми гиперэрланговскими и гиперэкспоненциальными входными распределениями.

Цель работы. Получение решения для основной характеристики системы – среднего времени ожидания требований в очереди для системы массового обслуживания типа G/G/1 с обычными и со сдвинутыми с гиперэрланговскими и гиперэкспоненциальными входными распределениями второго порядка.

Метод. Для решения поставленной задачи использован классический метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли, который позволяет получить решение для среднего времени ожидания для рассматриваемых систем в замкнутой форме. Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли занимает важную часть теории систем G/G/1. Для практического применения полученных результатов использован известный метод моментов теории вероятностей.

Результаты. Впервые получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для обеих систем, с помощью которых выведены расчетные формулы для среднего времени ожидания в очереди для вышеуказанных систем в замкнутой форме. Такой подход позволяет рассчитать среднее время ожидания для указанных систем в математических пакетах для широкого диапазона изменения параметров трафика. Все остальные характеристики систем являются производными от среднего времени ожидания.

Выводы. Показано, что гиперэрланговский закон распределения второго порядка, как и гиперэкспоненциальный, являющийся трехпараметрическим, может определяться как двумя первыми моментами, так и тремя первыми моментами. Выбор такого закона распределения вероятностей обусловлен тем, что его коэффициент вариации охватывает более широкий диапазон, чем у гиперэкспоненциального распределения. Для сдвинутых гиперэрланговского и гиперэкспоненциального законов распределений коэффициенты вариаций уменьшаются и охватывают еще более широкий диапазон, чем у обычных распределений. Введение сдвинутых во времени распределений расширяет область применения систем массового обслуживания с учетом известного факта из теории массового обслуживания, что среднее время ожидания связано с коэффициентами вариаций интервалов поступлений и времени обслуживания квадратичной зависимостью. Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли для системы массового обслуживания с гиперэрланговскими и гиперэкспоненциальными входными распределениями второго порядка позволяет получить решение в замкнутой форме и это решение публикуется впервые. Полученное решение дополняет и расширяет известную формулу теории массового обслуживания для среднего времени ожидания требований в очереди для системы массового обслуживания типа G/G/1.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гиперэрланговский и гиперэкспоненциальный законы распределения, интегральное уравнение Линдли, метод спектрального разложения, преобразование Лапласа.

ЛИТЕРАТУРА/ЛИТЕРАТУРА

1. Kleinrock L. *Queueing Systems, Vol. I: Theory* / L. Kleinrock. – New York : Wiley, 1975. – 417 p.
2. Brannstrom N. *A Queueing Theory analysis of wireless radio systems* / N. Brannstrom. – Applied to HS-DSCH. Lulea university of technology, 2004. – 79 p.
3. Whitt W. *Approximating a point process by a renewal process: two basic methods* / W. Whitt // *Operation Research*. – 1982. – № 1. – P. 125–147.
4. Бочаров П. П. *Теория массового обслуживания* / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. – М. : Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.
5. Тарасов В. Н. *Расширение класса систем массового обслуживания с запаздыванием* / В. Н. Тарасов // *Автоматика и телемеханика*. – 2018. – № 12. – С. 57–70.
6. Тарасов В. Н. *Анализ и сравнение двух систем массового обслуживания с гиперэрланговскими входными распределениями* / В. Н. Тарасов // *Радиоэлектроника, информатика, управление*. – 2018. – № 4. – С. 61–70.
7. Тарасов В. Н. *Исследование систем массового обслуживания с сдвинутыми эрланговскими и экспоненциальными входными распределениями* / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева // *Радиоэлектроника, информатика, управление*. – 2019. – № 1. – С. 67–76.
8. Тарасов В. Н. *Анализ двух систем массового обслуживания $HE_2/M/1$ с обычными и сдвинутыми входными распределениями* / В. Н. Тарасов // *Радиоэлектроника, информатика, управление*. – 2019. – № 2. – С. 71–79.
9. Тарасов В. Н. *Сравнительный анализ двух систем массового обслуживания $M/HE_2/1$ с обычными и со сдвинутыми входными распределениями* / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева // *Радиоэлектроника, информатика, управление*. – 2019. – № 4. – С. 50–58.

10. Tarasov V.N. Queueing systems with delay / V. N. Tarasov // *Radio Electronics, Computer Science, Control.* – 2019. – Vol. 50, № 3. – P. 71–79.
11. Nonlinear Dynamics in Queueing Theory: Determining the Size of Oscillations in Queues with Delay / [S. Novitzky, J. Pender, R. H. Rand, E. Wesson] // *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.* – 2019, Vol. 18, № 1. – P. 279–311. DOI: <https://doi.org/10.1137/18M1170637>.
12. RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>.
13. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals / A. Myskja // *Teletraffic and datatraffic in a Period of Change.* ITC-13. Elsevier Science Publishers. – 1991. P. 683–688.
14. Liu X. Diffusion approximations for double-ended queues with reneging in heavy traffic / X. Liu // *Queueing Systems: Theory and Applications*, Springer. – 2019. – Vol. 91, № 1. – P. 49–87. DOI: [10.1007/s11134-018-9589-7](https://doi.org/10.1007/s11134-018-9589-7).
15. Poojary S. An asymptotic approximation for TCP CUBIC // S. Poojary, V. Sharma // *Queueing Systems: Theory and Applications.* – 2019. – Vol. 91, № 1. – P. 171–203. DOI: [10.1007/s11134-018-9594-x](https://doi.org/10.1007/s11134-018-9594-x).
16. Aras A. K. Many-server Gaussian limits for overloaded non-Markovian queues with customer abandonment / A. K. Aras, X. Chen, Y. Liu // *Queueing Systems.* – 2018. – Vol. 89, № 1. – P. 81–125. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-018-9575-0>.
17. Jennings O. B. Comparisons of ticket and standard queues, *Queueing Systems* / O. B. Jennings, J. Pender. – 2016. – Vol. 84, No. 1. – P. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>.
18. Gromoll H. C. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times / H. C. Gromoll, B. Terwilliger, B. Zwart // *Queueing Systems.* – 2018. – Vol. 89, No. 3. – P. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>.
19. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates / B. Legros // *Queueing Systems.* – 2018. – Vol. 89, № 3. – P. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7>.
20. Bazhba M. Queue with heavy-tailed Weibull service times / M. Bazhba, J. Blanchet, CH. Rhee // *Queueing Systems.* – 2019. – Vol. 93, № 11. – P. 1–32. <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09640-z>.
21. Adan I. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference / I. Adan, B. D’Auria, O. Kella // *Queueing Systems.* – 2019. – P. 1–190. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09630-1>.
22. Adan I. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference: part 2 / I. Adan, B. D’Auria, O. Kella // *Queueing Systems.* – 2019. – P. 1–2. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09637-8>.
23. Tibi D. Martingales and buffer overflow for the symmetric shortest queue model / D. Tibi // *Queueing Systems.* – 2019. – Vol. 93. – P. 153–190. DOI: [10.1007/s11134-019-09628-9](https://doi.org/10.1007/s11134-019-09628-9).
24. Jacobovic R. Asymptotic independence of regenerative processes with a special dependence structure / R. Jacobovic, O. Kella // *Queueing Systems.* – 2019. – Vol. 93, P. 139–152. DOI: [10.1007/s11134-019-09606-1](https://doi.org/10.1007/s11134-019-09606-1).

НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 004.932.2:004.93'1

КЛАСИФІКАЦІЯ ЗОБРАЖЕНЬ НА ПІДСТАВІ АНСАМБЛЮ СТАТИСТИЧНИХ РОЗПОДІЛІВ ЗА КЛАСАМИ ЕТАЛОНІВ ДЛЯ КОМПОНЕНТІВ СТРУКТУРНОГО ОПИСУ

Гороховатський В. О. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри інформатики, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

Гадецька С. В. – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Харків, Україна.

Стяглик Н. І. – канд. пед. наук, завідувач кафедри інформаційних технологій та математичного моделювання, Навчально-науковий інститут «Каразінський банківський інститут» Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, Харків, Україна.

Власенко Н. В. – канд. техн. наук, ст. викладач кафедри інформатики та комп'ютерної техніки, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Сучасні системи комп'ютерного зору потребують дієвих класифікаційних рішень на підґрунті поглибленого аналізу природи оброблюваних даних. Статистичні розподіли є на сьогодні першорядним засобом аналізу у системах розпізнавання образів. У випадку, якщо опис розпізнаваного об'єкту подано чималою множиною векторів, статистичний апарат стає фундаментальним способом ефективного прийняття рішення про клас розпізнаваного об'єкту. Це викликає необхідність застосування універсального апарату розподілів у загальному виді для системи багатовимірних дескрипторів опису за встановленими класами даних, що визначаються заданою базою еталонів. Класифікатор створює або організовує нову просторову структуру векторів із елементів аналізованого об'єкту, яка загалом має деяку оцінювану подібність до структури чи складу елементів еталону, а класифікація здійснюється шляхом оптимізації міри цієї подібності на множині еталонів. Ймовірна модель породження даних виступає ключовим практичним підходом до формалізації задачі навчання класифікатора, суть якої полягає у встановленні статистичних розподілів об'єктів чи їх складових з наступною процедурою агрегації компонентних рішень та подальшої оптимізації у середовищі класів. Цінним представляється також вивчення та застосування критеріїв оцінювання ефективності у задачі класифікації, що ґрунтується на статистичних засадах.

Мета роботи. Розроблення методу результативної класифікації зображень шляхом впровадження ансамблевих статистичних рішень для складу компонентів опису.

Метод. Запропоновано спосіб класифікації зображень на основі побудови узагальненого рішення ансамблю компонент, для яких попередньо обчислюються статистичні розподіли за класами даних.

Результати. Здійснено синтез методу класифікації шляхом застосування ансамблевого рішення компонентів опису. Підтверджено працездатність і ефективність розробленого класифікатора. На прикладах застосування методу для синтезованих даних із використанням традиційних критеріїв експериментально оцінена його результативність.

Висновки. Досліджені способи побудови класифікатора зображень засновані на ансамблі часткових рішень даних статистичного аналізу для складових структурного опису у вигляді множини дескрипторів ключових точок. Статистичний підхід забезпечує виявлення пріоритетного класифікаційного рішення для компонентів опису, за множиною яких формується результуюче рішення ансамблю.

Наукову новизну дослідження складає розроблення методу класифікації зображень на підставі ансамблю рішень компонентів опису, що засновані на їх статистичних розподілах за класами даних.

Практична значущість роботи полягає у підтвердженні працездатності та результативності запропонованих методів на демонстраційних прикладах.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: комп'ютерний зір, методи структурного розпізнавання зображень, множина ключових точок, дескриптор ORB, компоненти опису, статистичний розподіл, ансамбль рішень, критерій ефективності класифікації.

АБРЕВІАТУРИ

КТ – ключова точка;

ORB (Oriented FAST and Rotated BRIEF) – детектор, що формує дескриптори ключових точок.

НОМЕНКЛАТУРА

- n – розмірність дескриптора КТ;
 B^n – простір бінарних векторів розмірності n ;
 E_i – опис еталону;
 E – база еталонів;
 s – число дескрипторів опису;
 N – число класів;
 ρ – метрика у просторі B^n ;
 K – класифікатор;
 $\alpha(i)$ – вектор центру опису еталону;
 $e_v(i)$ – дескриптор еталону i -го класу з номером v ;
 μ – функція належності;
 $\eta(e_v, i)$ – міра подібності дескриптора e_v до класу i ;
 χ – відстань Хемінга;
 d – вектор статистичного розподілу дескриптора за класами;
 D – матриця розподілів для множини дескрипторів опису;
 c_v – клас дескриптора з номером V ;
 h – вектор голосів класів;
 Θ – функція комбінування рішень дескрипторів опису;
 δ_d – поріг для локального рішення;
 TP – число дескрипторів, для яких правильно визначено клас;
 FP – число дескрипторів інших еталонів, невірно віднесених до аналізованого класу;
 FN – число дескрипторів, неправильно віднесених до іншого класу;
 prec – точність класифікації;
 compr – показник повноти результатів класифікації.

ВСТУП

Використання статистичних методів як апарату інтелектуального аналізу даних з метою побудови класифікаторів для образів візуальних об'єктів у системах комп'ютерного зору націлене на забезпечення високих показників їх функціонування за рахунок поглибленого виявлення властивостей, змісту, структури еталонних даних та впровадження цих знань у процес класифікації [1–6]. Елементом простору образів у середовищі векторних даних з дійсними чи бінарними компонентами при впровадженні структурних методів розпізнавання є скінченна множина дескрипторів КТ зображення [2]. Приклад координат КТ, виявлених детектором ORB, показано на рис. 1 [12].

Статистичні розподіли даних є першорядним засобом аналізу даних у системах розпізнавання образів. У випадку, якщо опис розпізнаваного об'єкту подано множиною векторів, статистичний апарат стає фундаментальним способом прийняття рішення про клас об'єкту. Розподіли даних описів у складі системи блоків для дескрипторів КТ показали свою високу результативність у аспекті якості класифікації та швидкодії оброблення [2]. Виникає необхідність впровадження апарату розподілів у загальному виді для системи багатовимірних дескрип-

торів опису за встановленими класами даних, що визначаються заданою базою еталонів [3].

Синергетичний підхід до аналізу складних систем включає вивчення ансамблю їх компонентів, що у процесі самоорганізації створюють просторові, часові або функціональні структури [3, 4, 7, 19]. Класифікатор за множиною КТ створює або організовує нову просторову структуру векторів із елементів аналізованого об'єкту, яка загалом має деяку оцінювану подібність до структури чи складу елементів окремого еталону, а класифікація здійснюється шляхом оптимізації міри цієї подібності.

Навчання класифікатора виступає при цьому як спосіб передачі інформації від нижніх рівнів ієрархії даних (описи еталонів як множина дескрипторів КТ) до верхніх (класифікація), що здатні узагальнювати знання нижніх рівнів.

Ймовірнісна модель породження даних виступає ключовим практичним підходом до формалізації задачі навчання класифікатора, суть якої полягає у встановленні статистичних розподілів об'єктів чи їх складових з наступною процедурою агрегації та оптимізації на множині класів [1, 8].

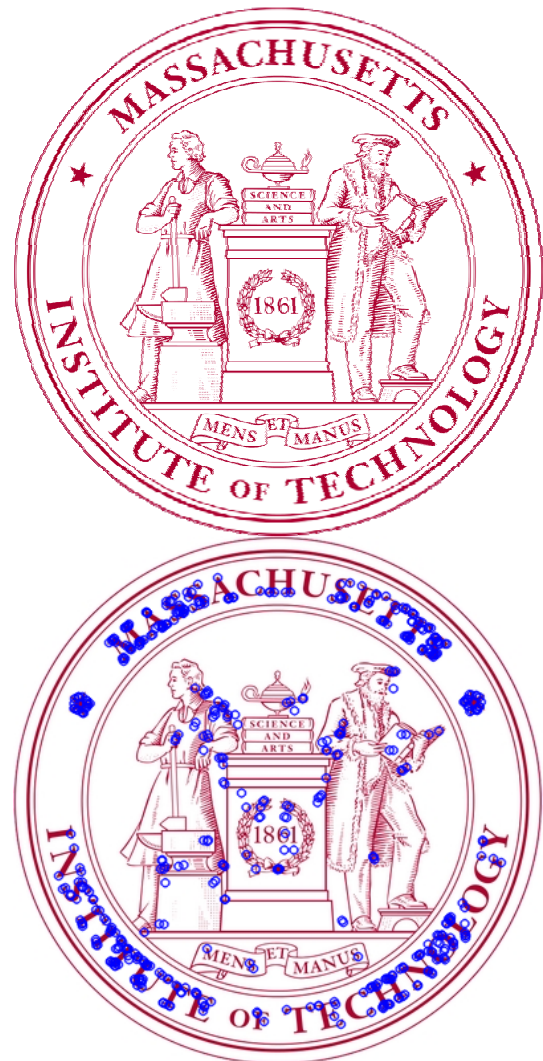


Рисунок 1 – Координати 500 КТ дескриптора ORB на зображенні герба Масачусетського університету

Об'єктом дослідження статті є впровадження статистичного апарату аналізу даних у побудову класифікатора зображень за описом множини дескрипторів ключових точок.

Предметом дослідження є синтез класифікатора на підставі набору статистичних розподілів за еталонними класами для компонентів структурного опису.

Мета – розроблення методу результативної класифікації зображень шляхом впровадження ансамблевих рішень складу компонентів опису.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо багатовимірний простір B^n усяких бінарних векторів розмірністю n , де фактично будемо конструювати описи об'єкту і еталонів. Зафіксуємо окрему мультимножину векторів $E_i \subseteq B^n$ як опис візуального об'єкту (зображення) у просторі множин дескрипторів КТ, $E_i = \{e_v(i)\}_{v=1}^s$, $s = \text{card } E_i$ – число дескрипторів у множині [2, 8, 9]. Ознаки – це вектори $e_k \in B^n$, скінченна множина яких створює опис об'єкту.

Задамо $\forall(e_k, e_\tau)$, $e_k \in B^n$, $e_\tau \in B^n$ відстань $\rho: B^n \times B^n \rightarrow [0, \infty]$ у векторному просторі B^n . Прикладом є Хемінгова метрика, для бінарних даних діапазон значень цієї метрики фіксований – $[0, n]$. Відстань є фундаментальним критерієм еквівалентності на множині $\{e_k\}$, так як віддзеркалює візуальну схожість піксельних околів КТ для функції яскравості зображення, яку відображає дескриптор. Еквівалентність $e_k \sim e_\tau$ для двох дескрипторів e_k, e_τ визначаємо на підставі порогу δ_p для величини метрики:

$$e_k \sim e_\tau: \rho(e_k, e_\tau) \leq \delta_p.$$

Класифікація передбачає наявність деякої бази E описів еталонних зображень розмірністю N : $E = \{E_1, E_2, \dots, E_N\}$. Кожен еталонний опис E_i представляє для класифікатора окремий клас та має вид скінченної множини дескрипторів КТ – векторів із B^n .

Основна задача дослідження полягає у побудові класифікатора $K: B^n \rightarrow [1, 2, \dots, N]$ на основі конструювання ймовірнісної системи ознак за результатом навчання на матеріалі наявної бази $E = \{E_1, E_2, \dots, E_N\}$.

Ключова ідея побудови класифікатора: для кожного дескриптора об'єкту чи еталонів встановити ступінь належності до встановлених класів у вигляді статистичного розподілу, а потім на підставі отриманої системи розподілів побудувати інтегровану ансамблеву міру релевантності щодо опису аналізованого об'єкту і застосувати її у класифікаторі шляхом опти-

мізації у системі класів. На підставі наявної бази описів еталонів шляхом навчання створюємо новий простір образів компонентних даних класифікації у складі значень їх ймовірнісної міри належності до класів. Впровадження такого підходу із використанням ансамблю рішень компонентів забезпечує вагому результативність класифікації.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Формальна постановка задачі класифікації із використанням опису зображення як множини дескрипторів КТ сформульована у [2, 8], де також вивчаються особливості та переваги застосування моделі структурного опису у методах статистичної класифікації [1, 4–6]. Зазначається, що ключовою проблемою є завеликий обсяг обчислювальних витрат при обробленні об'ємних векторних масивів. У статтях [8, 12, 14] вивчаються статистичні моделі для побудови модифікацій простору ознак задля скорочення обсягу обчислень, зокрема, розглядається застосування методів агрегації даних шляхом визначення їх центрів. Монографії [3, 7] присвячені безпосередньо аналізу моделей навчання для фіксованої бази описів і визначення функції належності компонентних даних до системи класів.

У статтях [12, 17, 21] обговорюється принцип побудови та використання детектора ORB для формування бінарних дескрипторів КТ.

Дослідження [4–6] містять результати по прикладному впровадженню статистичних підходів до класифікації з використанням ансамблевих засобів оброблення. У працях [9–11] детально викладено способи навчання та оцінювання результативності інтелектуальних систем з використанням статистичних мір при визначенні релевантності описів. Роботи [3, 11, 13, 14] містять моделі для побудови ансамблевих рішень та оцінювання ефективності систем класифікації на підставі рішень окремих компонентів. При цьому обговорюються такі переваги ансамблевих рішень, як стійкість до викривлень окремих складників та забезпечення вищої точності аналізу даних чи навчання.

Роботи [15–18] використано як джерела класичних та сучасних методів статистичного оцінювання, книга [19] містить викладення сучасних принципів самоорганізації інтелектуальних систем, а джерела [2, 14, 20] включають результати досліджень авторів при впровадженні статистичних підходів для побудови класифікаторів зображень у просторі структурних описів. Зокрема, у роботі [20] запропоновано технології дерев рішень для класифікації візуальних об'єктів із використанням статистичних характеристик структурного опису зображення

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Трансформуємо опис фіксованого еталону $E_i = \{e_v(i)\}_{v=1}^s$ із бази E у n -мірному векторному просторі у деякий «центр опису» – агрегований вектор (i – номер еталону)

$$\alpha(1) = (\alpha_1(i), \alpha_2(i), \dots, \alpha_n(i)),$$

компоненти якого обчислюються на підставі множини E_i дескрипторів опису. Центр опису α можна визначити, наприклад, шляхом обчислення середнього значення чи медіани для фіксованої множини векторів [8–10]. Обчислимо такі статистичні характеристики у виді вектору $\alpha(i)$ для кожного із еталонів, що і буде основою класифікації.

У свою чергу, вектор $e_v(i) \in E_i$ з номером V еталону як і будь-який дескриптор об'єкту, можна формально розглядати як

$$e_v(i) = (e_{v,1}(i), e_{v,2}(i), \dots, e_{v,n}(i)). \quad (1)$$

Тепер задамо спектр аналізованих даних у аспекті віднесення складового елемента опису (дескриптора) до класів еталонів шляхом визначення деякої функції належності зі значеннями із діапазону $0 \dots 1$ [7]:

$$\mu: B^n \rightarrow [0,1], \mu(e_v(i)) \in [0,1]. \quad (2)$$

Як бачимо, аргументами функції μ є дескриптор опису і номер класу.

Функцію належності μ визначимо на підставі ключового параметру data science – співвідношення значень мір, що виражають число сприятливих випадків та загального числа N випадків, що задається кількістю класів [4]

$$\mu(e_v(i)) = \frac{\eta(e_v, i)}{\sum_{i=1}^N \eta(e_v, i)}. \quad (3)$$

Міра подібності $\eta(e_v, i)$ може бути задана через відстань ρ у векторному просторі, наприклад, через манхетенську метрику

$$\rho(e_v, i) = \sum_{k=1}^n |e_{v,k}(i) - \alpha_k(i)|. \quad (4)$$

Для випадку, якщо $\alpha(i) \in B^n$, $e_v(i) \in B^n$ замість (4) можна застосувати менш обчислювально затратну відстань $\chi(e_v, i)$ Хемінга у просторі B^n (число не співпадаючих бітів), тоді подібність $\eta(e_v, i)$ буде визначена як $\eta(e_v, i) = n - \chi(e_v, i)$.

Для кожного елемента $e_v(i)$ за виразом (3) тепер обчислимо значення вектора d його статистичного розподілу за множиною N класів

$$d = (d(1), d(2), \dots, d(N)), \quad d(i) = \mu(e_v(i)), \quad \sum_{i=1}^N d(i) = 1. \quad (5)$$

Зі статистичної точки зору вектор d для довільного дескриптору еталону чи об'єкту виражає ступінь близькості до класу без аналізу його значущості.

Можна розглянути матрицю $D = \left\{ \left\{ d_k(i) \right\}_{k=1}^s \right\}_{i=1}^N$, що аналогічно нечіткому поданню задає значення міри належності (3) для всіх елементів аналізованого опису. Фактично D визначає розподіл даних за визначеними апріорі класами (табл. 1).

Значення матриці D дають можливість запровадити логічне оброблення вхідних даних на предмет видалення можливих завад (тобто хибних дескрипторів) шляхом аналізу значень відстаней (4) чи значень (5) з використанням порогу. У той же час цей аналіз може бути впроваджено і на етапі класифікації.

Таблиця 1 – Структура матриці розподілів D

Елементи опису	Класи		
	1	...	N
1	$d_1(1)$...	$d_1(N)$
...
s	$d_s(1)$...	$d_s(N)$

На основі матриці D побудуємо класифікатор K для структурного опису довільного об'єкта (множини дескрипторів), що реалізує відображення $K: D \rightarrow [1, 2, \dots, N]$ із множини розподілів компонентів даних у множину класів. Зауважимо, що результативність такого класифікатора (схема на рис. 2) безпосередньо залежить від наявних значень опису бази еталонів.

На першому етапі збудуємо розподіли (5) за класами даних безпосередньо для множини еталонів бази. Зрозуміло, що для кожного представника $E_i \in E$ із набору еталонів класифікатор K повинен отримати номер відповідного еталону, опис якого поступає на вхід класифікатора. Це є першочерговим принципом адекватності функціонування класифікатора, який повинен впевнено розрізняти описи із множини еталонів. Наприклад, у розподілі даних для 1-го еталону (1-й стовпець матриці D) найчастіше максимальний елемент повинен виявитися на 1-му місці, тобто перша компонента повинна домінувати над іншими. Аналогічно для 2-го еталону домінуючим елементом розподілу повинен бути 2-й і т.д.

Розглянемо способи побудови класифікатора.

1. Класифікатор K можна побудувати шляхом визначення стовпця матриці D з максимальною сумою елементів

$$K: j = \arg \max_i \sum_{v=1}^s d_v(i), \quad (6)$$

що встановлює клас j аналізованого об'єкту через агрегацію розподілів кожного із класів (окремий стовпець) за всією множиною складових опису. Класифікація (6) відповідає найбільш правдоподібному рішення, так як побудована на додаванні значень однотипних розподілів [1, 2, 9].

2. Інший варіант побудови K полягає у обчисленні максимального значення для кожного рядка матриці D

$$c_v = \arg \max_{i=1, \dots, N} \{d_v(i)\}, \quad (7)$$

тобто шляхом визначення для кожного дескриптора найбільш вагомому класу за вектором розподілів, що відповідає параметру моди. За результатом (7) для всієї множини дескрипторів опису отримуємо цілочисельний вектор голосів

$$h = (h_1, h_2, \dots, h_N), \quad h_b = \sum_{v=1}^s c_v, \quad b = \overline{1, N}, \quad (8)$$

на підставі якого визначимо номер класу

$$r = \arg \max_b h_b, \quad (9)$$

що набрав максимальне значення серед голосів дескрипторів об'єкту. Це метод голосування на множині дескрипторів, де клас визначається на підґрунті моди розподілу [8].

Розглянуті варіанти (6), (7) побудови класифікатора природно можна трактувати в рамках теорії ансамблевих моделей [9–14], де за рахунок створення та агрегування відгуків простих класифікаторів (локальних рішень) синтезується «сильний» класифікатор із гарантовано вищою результативністю прийняття рішень. Найбільше розглянуті підходи відповідають моделі бустінгу [11, 15].

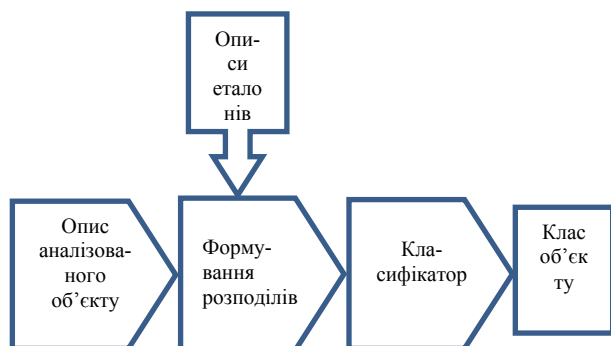


Рисунок 2 – Схема класифікації

Ансамбль класифікаторів у більшості випадків забезпечує кращу точність аналізу даних чи навчання, однак, викликає необхідність вирішення ряду проблем, таких як суттєве збільшення часових та обчислювальних витрат, складність інтерпретації результатів, неоднозначний вибір способів комбінування локальних рішень [10, 11, 16]. У нашому випадку гурт складається із базових моделей одного типу, тобто є однорідним. Загалом ансамблеве класифікаційне рішення Θ можна подати у виді комбінування скінченної множини локальних рішень θ_v ,

$$K : j = \arg \operatorname{opt}_i \Theta \left[\left\{ \theta_v(d_v(i)) \right\}_{v=1}^s \right]. \quad (10)$$

Зазначимо, що у ансамблевих моделях аналізу зображень з метою врахування тільки значимих локальних рішень часто застосовують систему параметрів порогів [1–4, 8], яка забезпечує відділення завад і загалом підвищує надійність. Наприклад, у модифікації класифікатора (7) клас $d_m = \max_{i=1, \dots, N} \{d_v(i)\}$ для локаль-

ного рішення визначається тільки у випадку, якщо виконується умова, що порівнює значення оптимуму d_m з порогом δ_d або з найближчим до нього локальним оптимумом d_{m-1} (λ – числовий коефіцієнт):

$$d_m > \delta_d, \text{ або } d_m > \lambda d_{m-1}. \quad (11)$$

Зауважимо, що поріг δ_d можна встановити за результатами навчання із вчителем на множині дескрипторів для еталонів, тобто результативне значення моди має бути не меншим від його значення для «свого» еталону, до якого відносимо за формулою (7) дескриптори самого еталону. Цей аналіз на етапі навчання класифікатора треба проробити для усіх еталонів і у якості порогу δ_d обрати серед усіх отриманих мод найбільше.

За результатами попереднього оброблення еталонної інформації на підставі матриці розподілів можна оцінити результативність застосування запропонованого підходу для множини еталонних описів. Наприклад, точність ргес класифікації можна оцінити відношенням гуртового числа TP дескрипторів бази еталонів, для яких правильно визначено клас, до загального їх числа у відповідності до моделі [3, 13]

$$\text{ргес} = TP / (TP + FP). \quad (12)$$

Показник повноти compl (частота істинно позитивних результатів) оцінимо як долю правильно розпізнаних дескрипторів еталону

$$\text{compl} = TP / (TP + FN). \quad (13)$$

F-міра як середнє гармонічне точності і повноти обчислюється так [3]:

$$F = \frac{2}{1 / \text{prec} + 1 / \text{compl}}. \quad (14)$$

Аналогічні (12)–(14) критерії можуть бути застосовані і для навчальної вибірки описів довільної бази зображень.

Наведені показники (12)–(14) якості розпізнавання є нечутливими до істинно негативних результатів, що можна вважати їх перевагою, оскільки в реальних прикладах таких результатів може бути значна кількість.

Зауважимо, що під іншим кутом зору якість розпізнавання можна аналізувати, використовуючи показники чуттєвості, специфічності і загальної правильності розпізнавання: показник чуттєвості визначається як частота істинно позитивних результатів, показник специфічності – як частота істинно негативних результатів; показник загальної правильності розпізнавання – як доля правильно розпізнаних елементів [3].

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Як демонстраційний приклад для аналізу працездатності та результативності запропонованого методу розглянемо описи трьох еталонів, кожен з яких представлений п'ятьма бінарними 8-компонентними дескрипторами (табл. 2).

Таблиця 2 – Вхідні дані для 3-х еталонів

11	12	13	14	15	21	22	23	24	25	31	32	33	34	35
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

У якості центрів $\alpha(i)$ еталонів застосуємо методи, обравши у описі кожного з еталонів дескриптор, сума відстаней Хемінга від якого до інших дескрипторів є мінімальною [3, 10].

Для побудови матриці належності D (відповідно до (5)) досліджуваного об'єкту до класів, що задаються еталонами 1–3, скористаємося функцією належності $\eta(e_v, i) = n - \chi(e_v, i)$, $n = 8$ за даними прикладу. Якщо досліджуваний об'єкт представлений еталонем 1, маємо матрицю D у виді таблиці 3.

Таблиця 3 – Значення розподілів $\{d_v(i)\}$ для 1-го еталону

Елементи опису	Класи		
	1	2	3
1	0,36	0,29	0,36
2	0,50	0,20	0,30
3	0,30	0,40	0,30
4	0,53	0,20	0,27
5	0,44	0,33	0,22
Σ	2,13	1,42	1,45

Як бачимо за значенням останнього рядка таблиці, класифікатор (6) однозначно правильно визначає еталон 1. Аналогічні розрахунки щодо інших еталонів також приводять до правильної класифікації. Порогові значення для класифікатора (6) для впровадження його при класифікації довільних описів можна встановити на підставі значень останнього рядка табл. 3.

Перейдемо до розгляду класифікатора (9), який дає можливість для розбудови алгоритму щодо встановлення порогу δ_d відповідно до умови (11). Виконаємо розрахунки стосовно належності дескрипторів усіх трьох еталонів послідовно до кожного класу.

Відповідно до (8) одержуємо вектори голосів: (4, 1, 0) – для еталону 1; (0, 5, 0) – для еталону 2; (2, 0, 3) – для еталону 3.

Як бачимо, номер найбільшого значення компоненти правильно визначає номер еталону, до якого відноситься досліджуваний об'єкт. Зазначимо, що отриманий результат «навчання з учителем» приводить до висновку, що кількість голосів за певний клас для усієї множини дескрипторів об'єкту має бути не менша 3-х (із 5-ти максимально можливих). Такий поріг пояснюється незначною кількістю еталонних векторів і їх розмірністю.

Для класифікатора (9) у наведеному прикладі проведемо оцінювання результативності на підставі таблиць спряженості [3] (табл. 4).

Таблиця 4 – Результати класифікації (9) (число дескрипторів)

	Еталон 1			Еталон 2			Еталон 3		
	Віднесених до еталону 1	Віднесених до еталонів 2,3	Σ	Віднесених до еталону 2	Віднесених до еталонів 1,3	Σ	Віднесених до еталону 3	Віднесених до еталонів 1,2	Σ
Кількість дескрипторів	4	1	5	5	0	5	3	2	5
Кількість дескрипторів решти еталонів	2	8	10	1	9	10	0	1	1
Σ	6	9	15	6	9	15	3	2	5

Обчислені показники якості класифікації для еталонів наведемо в таблиці 5.

Таблиця 5 – Значення показників результативності

	Еталон 1	Еталон 2	Еталон 3	Середнє значення показника	Мінімальне значення показника
prec	0,67	0,83	1,00	0,833	0,67
compl	0,80	1,00	0,60	0,800	0,6
F-міра	0,73	0,91	0,75	0,796	0,73

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Основним результатом проведеного дослідження є розроблення варіантів класифікаторів зображень на підставі апарату статистичного аналізу із використанням ймовірнісних розподілів складу опису та ансамблевого прийняття рішення про клас об'єкту. Запропоновані варіанти моделей аналізу даних працездатні і забезпечують достатньо високу результативність класифікації. На демонстраційному прикладі для 3-х еталонів і дескрипторів розміром у 5 бітів проведено розрахункове оцінювання результативності запропонованого підходу з використанням критеріїв точності та повноти. Проаналізовані також особливості побудови інтегрованого класифікаційного рішення та вибору порогів для обмеження впливу завад на зображенні.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Формування розподілів об'єкту на підґрунті значень для бази еталонів, що застосовано у запропонованому дослідженні, є своєрідним засобом навчання класифікатора, що одночасно поєднується із методом порівняння з еталонами. У той же час представлену у дослідженні модифікацію можна вважати і як спосіб проектування аналізованих даних на фундамент бази еталонних описів.

Зі збільшенням числа класів значення матриці розподілів природно будуть зменшуватися, так як відбувається «розмазування» значень розподілів у просторі класів. Важко сподіватися на те, що у суттєво багато-класовій ситуації окремі елементи будуть чітко притримуватися свого класу, так як все-таки більшу прикладну вагомість має гіпотеза про те, що описи різноманітних візуальних об'єктів складаються із різної кількості приблизно одних і тих же елементів-дескрипторів.

Зауважимо, що ключовим моментом запропонованого підходу є визначення функції належності (3), що спирається на значення інтегрованих характеристик $\{\alpha(i)\}$ еталонних описів. Розширення результативності такого аналізу через уточнення апроксимації еталонів можна досягти формуванням кількох інтегрованих характеристик для еталонів, наприклад, у вигляді набору множини кластерних центрів [8].

Середні значення усіх трьох експериментально обчислених показників (12)–(14) (табл. 5) приблизно дорівнюють 0,8, що підтверджує вагому результативність запропонованого методу навіть для незначних у статистичному аспекті кількості та розмірності даних.

Зауважимо також, що мінімальне значення за кожним із показників якості класифікації є помітно нижчим за середнє, що пояснюємо демонстраційним характером прикладу і незначною розмірністю векторів опису об'єктів, що розглядаються.

Розглянутий спосіб побудови класифікатора допускає подальше узагальнення на випадок реалізації моделей зіставлення характеристик повних матриць для розподілів об'єкту та еталонів

ВИСНОВКИ

Досліджені способи побудови класифікатора зображень засновані на ансамблі часткових рішень для даних статистичного аналізу щодо складових структурного опису у вигляді множини дескрипторів ключових точок. Статистичний підхід забезпечує виявлення пріоритетного класифікаційного рішення для компонентів опису, на підставі яких формується результуюче рішення ансамблю.

Наукову новизну дослідження складає розроблення методу класифікації зображень на підставі ансамблю рішень компонентів опису, що засновані на їх статистичних розподілах за класами даних.

Практична значущість роботи полягає у підтвердженні працездатності та результативності запропонованих методів на демонстраційних прикладах.

Перспективи дослідження пов'язані із поглибленим вивченням властивостей та результативності розроблених процедур класифікації у прикладних базах візуальних даних

ПОДЯКИ

Робота виконана в рамках держбюджетної НДР Харківського національного університету радіоелектроніки «Глибинні гібридні системи обчислювального інтелекту для аналізу потоків даних та їх швидке навчання» (№ ДР0119U001403)

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Duda R. O. Pattern classification, 2ed. / R. O. Duda, P. E. Hart, D. G. Stork. – Wiley, 2000. – 738 p.
2. Гороховатський В. О. Статистичне оброблення та аналіз даних у структурних методах класифікації зображень (монографія) / В. О. Гороховатський, С. В. Гадецька. – Харків : ФОП Панов А.Н., 2020. – 128 с. DOI: 10.30837/978-617-7859-69-6.
3. Флах П. Машинное обучение. Наука и искусство построения алгоритмов, которые извлекают знания из данных / П. Флах. – Москва : ДМК Пресс, 2015. – 400 с.
4. Kim S. Biologically motivated perceptual feature: Generalized robust invariant feature / S. Kim, I.-S. Kweon // Asian Conf. of Comp. Vision (ACCV-06). – 2006. – P. 305–314.
5. On the (statistical) detection of adversarial examples / [K. Grosse, P. Manoharan, N. Papernot et al.] – arXiv preprint arXiv:1702.06280, 2017.
6. Kosmala A. On-line handwritten formula recognition using statistical methods in Proceedings / A. Kosmala, G. Rigoll // Fourteenth International Conference on Pattern Recognition (Cat. No. 98EX170), IEEE. – 1998. – Vol. 2. – P. 1306–1308.
7. Filatov V. Systems in Data Mining Tasks / V. Filatov, A. Kovalenko // Studies in Computational Intelligence, 2019. – P. 243–274. DOI:10.1007/978-3-030-35480-0_6
8. Гороховатський В. О. Класифікація зображень на підставі формування незалежної системи кластерів у складі структурних описів бази еталонів / В. О. Гороховатський, Р. П. Пономаренко // Сучасні інформаційні системи, – 2020. – Т. 4, № 2. – С. 17–23. DOI: 10.20998/2522-9052.2020.2.04.
9. Szeliski R. Computer Vision: Algorithms and Applications, London / R. Szeliski. – Springer, 2010. – 979 p.

10. Kohonen T. Self-Organizing Maps. / T Kohonen. – Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2001. DOI: book/10.5555/558021
11. Паклин Н. Б. Бизнес-аналитика: от данных к знаниям: учеб. пособ. / Н. Б. Паклин, В. И. Орешков. – СПб. : Питер, 2013. – 704 с.
12. Гороховатський В. О. Аналіз властивостей, характеристик та результатів застосування новітніх детекторів для визначення особливих точок зображення / В. О. Гороховатський, Д. В. Пупченко, К. Г. Солодченко // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2018. – №1 (47) – С. 93–98.
13. Oliinyk A. A The System of Criteria for Feature informativeness Estimation in Pattern Recognition / [A. Oliinyk, S. Subbotin, V. Lovkin et al] // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2017. – № 4. – P. 85–96. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-4-10
14. Гороховатський В. О. Вивчення статистичних властивостей моделі блочного подання для множини дескрипторів ключових точок зображень. / В. О. Гороховатський, С. В. Гадецька, Н. І. Стяглик // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2019. – №2 . – С. 100–107. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-11.
15. Nong Ye. Data Mining: Theories, Algorithms, and Examples (1st. ed.) / Nong Ye. – CRC Press, Inc., USA – 2013.
16. Kacprzyk J. Springer Handbook of Computational Intelligence / J. Kacprzyk, W. Pedrycz. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2015.
17. Muja M. Fast Matching of Binary Features / M. Muja, D. G. Lowe // Conference on Computer and Robot Vision. – 2012. – P. 404–410. DOI: 10.1109/CRV.2012.60
18. Gayathiri P. Partial Fingerprint Recognition of Feature Extraction and Improving Accelerated KAZE Feature Matching Algorithm / P. Gayathiri, M. Punithavalli // International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE) – 2019. – Volume-8, Issue-10. – P. 3685–3690. DOI: 10.35940/ijitee.J9653.0881019
19. Haken H. Information and Self-Organization / H. Haken. – Berlin, Heidelberg: Springer. – 2006.
20. Гадецька С. В. Вивчення критеріїв інформативності даних при впровадженні апарату дерев рішень у методах структурної класифікації зображень / С. В. Гадецька, В. О. Гороховатський, Н. І. Стяглик // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2020. – № 3. – С. 78–87. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-3-7.
21. ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF / [Ethan Rublee, Vincent Rabaud, Kurt Konolige et al.] // Computer Vision (ICCV), IEEE International Conference on IEEE. – 2011. – P. 2564–2571.

Received 24.09.2020.

Accepted 10.11.2020.

УДК 004.932.2:004.93'1

КЛАССИФИКАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ АНСАМБЛЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО КЛАССАМ ЭТАЛОНОВ ДЛЯ КОМПОНЕНТОВ СТРУКТУРНОГО ОПИСАНИЯ

Гороховатский В. А. – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры информатики, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

Гадецькая С. В. – канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики Харьковского национального автомобильно-дорожного университета, Харьков, Украина.

Стяглик Н. И. – канд. пед. наук, заведующий кафедрой информационных технологий и математического моделирования учебно-научного института «Каразинский банковский институт» Харьковского национального университета им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина.

Власенко Н. В. – канд. техн. наук, ст. преподаватель кафедры информатики и компьютерной техники Харьковского национального экономического университета им. С. Кузнеця, Харьков, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Современные системы компьютерного зрения требуют действенных классификационных решений на основе углубленного анализа природы обрабатываемых данных. Статистические распределения являются сегодня первостепенным средством анализа в системах распознавания образов. В случае, если описание распознаваемого объекта подано объемным множеством векторов, статистический аппарат становится фундаментальным способом эффективного принятия решения о классе распознаваемого объекта. Это вызывает необходимость применения универсального аппарата распределений в общем виде для системы многомерных дескрипторов описания по установленным классам данных, которые определяются заданной базой эталонов. Классификатор создает или организует новую пространственную структуру векторов из элементов рассматриваемого объекта, которая в целом имеет некоторое оцениваемое сходство со структурой или составом элементов эталона, а классификация осуществляется путем оптимизации степени этого сходства на множестве эталонов. Вероятностная модель порождения данных выступает ключевым практическим подходом к формализации задачи обучения классификатора, суть которой заключается в установлении статистических распределений объектов или их составляющих с последующей процедурой агрегации компонентных решений и последующей оптимизации на множестве классов. Ценным представляется также изучение и применение критериев оценки эффективности в задаче классификации, основанной на статистических принципах.

Цель работы. Разработка метода результативной классификации изображений путем внедрения ансамблевых статистических решений для состава компонентов описания.

Метод. Предложен способ классификации изображений на основе построения обобщенного решения ансамбля компонентов, для которых предварительно вычисляются статистические распределения по классам данных.

Результаты. Осуществлен синтез метода классификации путем применения ансамблевого решения компонентов описания. Подтверждены работоспособность и эффективность разработанного классификатора. На примерах применения метода для синтезированных данных с использованием традиционных критериев экспериментально оценена его результативность.

Выводы. Исследованы способы построения классификатора изображений, основанные на ансамбле частичных решений данных статистического анализа для составляющих структурного описания в виде множества дескрипторов ключевых точек. Статистический подход обеспечивает определение приоритетного классификационного решения для компонентов описания, по множеству которых формируется результирующее решение ансамбля.

Научную новизну исследования составляет разработка метода классификации изображений на основании ансамбля решений компонент описания, основанных на их статистических распределениях по классам данных.

Практическая значимость работы заключается в подтверждении работоспособности и результативности предложенных методов на демонстрационных примерах.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: компьютерное зрение, методы структурного распознавания изображений, множество ключевых точек, дескриптор ORB, компоненты описания, статистическое распределение, ансамбль решений, критерий эффективности классификации.

UDC 004.932.2:004.93'1

CLASSIFICATION OF IMAGES BASED ON AN ENSEMBLE OF STATISTICAL DISTRIBUTIONS BY CLASSES OF ETALONS FOR STRUCTURAL DESCRIPTION COMPONENTS

Gorokhovatsky V. A. – Dr. Sc., Professor, Professor of Department of Computer Science, National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

Gadetska S. V. – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Department of Higher Mathematics, Kharkiv National Automobile and Highway University, Kharkiv, Ukraine.

Stiahlyk N. I. – PhD, Head of Department of Information Technology and Mathematical Modeling, Educational and Research Institute “Karazin Banking Institute” of V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine.

Vlasenko N. V. – PhD, Lecturer of Department of Informatics and Computer Engineering, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. Modern computer vision systems require effective classification solutions based on in-depth analysis of the nature of the data being processed. Statistical distributions are currently the primary means of analysis in image recognition systems. If the description of the recognized object is given by a large number of vectors, the statistical apparatus becomes a fundamental way to effectively decide on the class of the recognized object. This requires the use of a universal distribution apparatus in general for a system of multidimensional descriptions for established classes of data, defined by a given database of etalons. The classifier creates or organizes a new spatial structure of vectors from the elements of the analyzed object, which generally has some estimated similarity to the structure or composition of the etalon elements, and the classification is done by optimizing the degree of this similarity on the set of etalons. The probabilistic model of data generation is a key practical approach to formalizing the task of classifier training, the essence of which is to establish statistical distributions of objects or their components, followed by the procedure of aggregation of component solutions and further optimization in the environment of etalon classes. It is also valuable to study and apply criteria for evaluating the effectiveness in classification problem based on statistical principles.

Objective. Development of a method of effective classification of images by introduction of ensemble statistical decisions for structure of components of the description.

Method. A method for classifying images based on the construction of a generalized solution of an ensemble of components for which statistical distributions by data classes are preliminarily calculated is proposed.

Results. The synthesis of the classification method by applying the ensemble solution of the components of the description is carried out. The efficiency and effectiveness of the developed classifier are confirmed. On the examples of application of the method for synthesized data using traditional criteria, its effectiveness was experimentally evaluated.

Conclusions. The investigated methods of constructing an image classifier are based on an ensemble of partial solutions of statistical analysis data for the components of the structural description in the form of a set of key point descriptors. The statistical approach provides identification of the priority classification decision for components of the description on which set the resulting decision of ensemble is formed.

The scientific novelty of the study is the development of image classification method based on an ensemble of solutions of the component description, based on their statistical distributions by data classes.

The practical significance of the work lies in confirming the efficiency and effectiveness of the proposed methods on demonstration examples.

KEYWORDS: computer vision, methods of structural image recognition, set of key points, ORB descriptor, description components, statistical distribution, ensemble of solutions, classification efficiency criterion.

REFERENCES

1. Duda R. O., Hart P. E., Stork D. G. Pattern classification, 2ed. Wiley, 2000, 738 p.
2. Gorokhovatskyi V. O., Gadetska S. V. Statistical processing and data mining in structural image classification methods (monohrafiia). Kharkiv, FOP Panov A. N., 2020, 128 p. DOI: 10.30837/978-617-7859-69-6.
3. Flakh P. Mashynnoe obuchenye. Nauka y yskusstvo postroyeniya alhorytmov, kotorye yzvlekauiut znaniya yz dannyykh. Moscow, DMK Press, 2015, 400 p.
4. Kim S., Kweon I.-S. Biologically motivated perceptual feature: Generalized robust invariant feature, *Asian Conf. of Comp. Vision (ACCV-06)*, 2006, pp. 305–314.
5. Grosse K., Manoharan P., Papernot N. et al On the (statistical) detection of adversarial examples. arXiv preprint arXiv:1702.06280, 2017.

6. Kosmala A., Rigoll G. On-line handwritten formula recognition using statistical methods in Proceedings, *Fourteenth International Conference on Pattern Recognition (Cat. No. 98EX170)*, Vol. 2, IEEE, 1998, pp. 1306–1308.
7. Filatov V., Kovalenko A. Fuzzy Systems in Data Mining Tasks, *Studies in Computational Intelligence*, 2019, pp. 243–274. DOI:10.1007/978-3-030-35480-0_6
8. Gorokhovatskyi V. O., Ponomarenko R. P. Klasyfikatsiia zobrazhen na pidstavi formuvannya nezaleznoi systemy klasteriv u skladi strukturnykh opysiv bazy etaloniv, *Suchasni informatsiini systemy*, 2020, Vol. 4, No. 2, pp. 17–23. DOI: 10.20998/2522-9052.2020.2.04.
9. Szeliski R. *Computer Vision: Algorithms and Applications*. London, Springer, 2010, 979 p.
10. Kohonen T. *Self-Organizing Maps*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2001. DOI:book/10.5555/558021
11. Paklyn N. B., Oreshkov V. Y. *Byznes-analytyka: ot dannykh k znanyam: ucheb. posob.* SPb., Pyter, 2013, 704 p.
12. Gorokhovatskyi V. O., Pupchenko D. V., Solodchenko K. H. Analiz vlastyvoitei, kharakterystyk ta rezultativ za-stosuvannya novitnykh detektoriv dlia vyznachennia osoblyvykh tochk zobrazhennia, *Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku*, 2018, №1 (47), pp. 93–98.
13. Oliinyk A., Subbotin S., Lovkin V. et al. A The System of Criteria for Feature Informativeness Estimation in Pattern Recognition, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2017, No. 4, pp. 85–96. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-4-10
14. Gorokhovatskyi V. O., Gadetska S. V., Stiahlyk N. I. Vyvchennia statystychnykh vlastyvoitei modeli blochnoho po-dannia dlia mnozhyny deskryptoriv kliuchovykh tochk zobrazhen, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 2, pp. 100–107. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-11.
15. Nong Ye. *Data Mining: Theories, Algorithms, and Examples* (1st. ed.). CRC Press, Inc., USA, 2013.
16. Kacprzyk J., Pedrycz W. *Springer Handbook of Computational Intelligence*. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2015.
17. Muja M., Lowe D. G. Fast Matching of Binary Features, *Conference on Computer and Robot Vision*, 2012, pp. 404–410. DOI: 10.1109/CRV.2012.60
18. Gayathiri P., Punithavalli M. Partial Fingerprint Recognition of Feature Extraction and Improving Accelerated KAZE Feature Matching Algorithm, *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE)*, 2019, Volume-8, Issue-10, pp. 3685–3690. DOI: 10.35940/ijitee.J9653.0881019
19. Haken H. *Information and Self-Organization* / H. Haken. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2006.
20. Gadetska S. V., Gorokhovatskyi V. O., Stiahlyk N. I. Vyvchennia kryteriiv informatyvnosti danykh pry vprovadzheni aparatu derev rishen u metodakh strukturnoi klasyfikatsii zobrazhen, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020, No. 3, pp. 78–87. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-3-7.
21. Ethan Rublee, Rabaud Vincent, Konoligeet Kurt et al. ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF, *Computer Vision (ICCV), IEEE International Conference on IEEE*, 2011, pp. 2564–2571.

MULTITOPIC TEXT CLUSTERING AND CLUSTER LABELING USING CONTEXTUALIZED WORD EMBEDDINGS

Ostapiuk Z. V. – Postgraduate student of the Department of Software Engineering, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine.

Korotyeyeva T. O. – PhD, Associate Professor of the Department of Software Engineering, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. In the current information era, the problem of analyzing large volumes of unlabeled textual data and its further grouping with respect to the semantic similarity between texts is emerging. This raises the need for robust text analysis algorithms, namely, clustering and extraction of key data from texts. Despite recent progress in the field of natural language processing, new neural methods lack interpretability when used for unsupervised tasks, whereas traditional distributed semantics and word counting techniques tend to disregard contextual information.

Objective. The objective of the study is to develop an interpretable text clustering and cluster labeling methods with respect to the semantic similarity that require no additional training on the user's dataset.

Method. To approach the task of text clustering, we incorporate deep contextualized word embeddings and analyze their evolution through layers of pretrained transformer models. Given word embeddings, we look for similar tokens across all corpus and form topics that are present in multiple sentences. We merge topics so that sentences that share many topics are assigned to one cluster. One sentence can contain a few topics, it can be present in more than one cluster simultaneously. Similarly, to generate labels for the existing cluster, we use token embeddings to order them based on how much they are descriptive of the cluster. To do so, we propose a novel metric – token rank measure and evaluate two other metrics.

Results. A new unsupervised text clustering approach was described and implemented. It is capable of assigning a text to different clusters based on semantic similarity to other texts in the group. A keyword extraction approach was developed and applied in both text clustering and cluster labeling tasks. Obtained clusters are annotated and can be interpreted through the terms that formed the clusters.

Conclusions. Evaluation on different datasets demonstrated applicability, relevance, and interpretability of the obtained results. The advantages and possible improvements to the proposed methods were described. Recommendations for using methods were provided, as well as possible modifications.

KEYWORDS: NLP, word embedding, text clustering, cluster labeling, BERT, keyword extraction, semantic similarity.

ABBREVIATIONS

AI is artificial intelligence;
BERT is Bidirectional Encoder Representations from Transformers;
BoW is Bag-of-Words;
CBOW is Continuous Bag-of-Words;
LDA is Latent Dirichlet Allocation;
NLP is natural language processing;
NN is a neural network;
STS is semantic textual similarity;
TF-IDF is a term frequency-inverse document frequency.

NOMENCLATURE

i^*, j^* are global indices of tokens from all sentences;
 $tf_{i,j}$ is a i -th term's frequency in the j -th document;
 df_i is a document frequency of i -th token;
 N is a total number of documents;
 N_t is a total number of tokens across all sentences;
 i is a token index in the sentence;
 j is a sentence index;
 k is a transformer model layer index;
 N_l is a total number of layers in the NN;
 $e_{i^*}^k$ is an embedding from the k -th layer of the i -th token;

$stability_{i^*}$ is a i -th token's stability coefficient;
 $stability_j^{th}$ is a threshold for stability coefficient in the j -th sentence;
 N_s is a number of sentences in the dataset;
 N_t^j is a number of tokens in the j -th sentence;
 $e_{j,i}$ is a i -th token's embedding from the j -th sentence;
 $e_{j,i}^k$ is an embedding for the i -th token from the j -th sentence from k -th layer;
 s_j is a j -th sentence;
 $t_{j,i}$ is a i -th token from the j -th sentence;
 $|e_{j,i}|$ is a length of embedding;
 N_{tc} is a total number of topics in the dataset;
 tc_t is a t -th topic cluster;
 S_t is a set of sentence indices in the t -th topic cluster;
 T_t is a set of tokens in the t -th topic cluster;
 $J_{t1,t2}$ is a Jaccard similarity between a set of sentence indices in $t1$ -st and $t2$ -nd topic clusters;
 JM is a square similarity matrix build from Jaccard similarity values;

z is a z -th cluster with sentences;
 N_{sc} is a total number of sentence clusters;
 SM is a square similarity matrix build from cosine similarity values;
 SV_i^* is a similarity vector for the i -th token;
 s_j^* is an index of sentence for the i -th token;
 $\overline{SV_i^*}$ is an average for a similarity vector SV_i^* ;
 S_i^* is a variance of similarity vector values SV_i^* ;
 $rank_i^*$ is a rank of the i -th token.

INTRODUCTION

The problem of dealing with textual data has been a subject of interest for many years now. The need for robust and efficient approaches is growing, as the amount of reviews, feedbacks, posts, and other texts that need to be addressed is getting bigger. Since this kind of data is often unlabeled, the most urgent tasks to solve are clustering and keywords extraction. More often than not, collections of texts are not labeled or require many human-hours to label and those labels are still subjective.

One of the most obvious applications of text clustering is the processing of user feedbacks or reviews. This problem is actual nowadays, and according to the latest surveys [1] corporations are planning to start using AI at the start of this decade to address many customer-specific issues. The research [1] also shows that NLP is the most needed field for companies because they lack solutions for dealing with written communication.

The main challenge of processing texts by a computer is obtaining their numerical representations. This process, also called text embedding, is often performed through word-counting techniques that represent sentence as bag-of-words. This approach, although proven effective when dealing with supervised machine learning tasks, is conceptually unable to capture language semantics. Thus, using such text representation can result in mediocre clustering solutions.

Another, more advanced approach, is using pretrained (or training from scratch) NNs. Novel large models are pretrained on huge amounts of text with specific learning tasks (self-supervised approach). This means that they can be used with small unlabeled datasets – something that was hardly possible with models that need to be trained from scratch.

While they achieve state-of-the-art results, it is still an open issue how to cluster texts using output embeddings. This problem has two aspects: how to pool embedding for each token to capture sentence meaning, and how to interpret these embeddings. Even though it is agreed that deep contextualized embeddings can be good input features for clustering, we still have no means of interpreting these clusters – why the model thinks these texts belong together.

The object of study is the process of grouping texts by their semantic similarity.

The subject of study are algorithms for textual data comparison using contextualized embeddings from pretrained transformer models.

The purpose of the work is to develop an approach for texts clustering with respect to the semantic similarity between them. The study is also focused on the extraction of keywords from texts to be used for topic finding and further comparison. Another aim is to address the interpretability of resulting clusters and to develop cluster labeling technique.

1 PROBLEM STATEMENT

In the corpus of N_s sentences, we need to find N_{sc} sentence clusters. Each sentence $s_j, j = \overline{1, N_s}$ consists of N_t^j tokens $t_{j,i}$ each of which has embedding $e_{j,i}^k$ assigned from the k -th layer of the transformer model. One sentence cluster should be defined by one or more topics $tc_t, t = \overline{1, N_{tc}}$. To be interpretable, the topic tc_t should consist of the set of related tokens T_t and set of respective sentence indices S_t in which tokens in T_t are found. Given all topics, $tc_t, t = \overline{1, N_{tc}}$ we need to merge them into final N_{sc} clusters that contain sentences that share the most topics.

For the task of cluster labeling, a dataset with N_s sentences is given. Each of the sentences contains N_t^j tokens $t_{j,i}$ with embedding $e_{j,i}^k$ taken from the k -th layer of the transformer model. The output should consist of a list of cluster labels t_i^* – tokens or their lemmas/dictionary form.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

In order to compare two pieces of text one needs to convert them into fixed-size numerical vectors. One of the most popular algorithms for this purpose is bag-of-words. It is used in a wide range of machine learning tasks [2]. BoW vectors consist of elements that denote the number of occurrences of some term in a text. While BoW can be successfully used in supervised tasks, it fails to capture semantics and therefore performs poorly in unsupervised tasks like clustering or keywords extraction. A study [3] was performed to overcome the hard-mapping consequences of BoW.

Another slightly improved metric for representing text in vector space is called TF-IDF. The assumption behind the TF-IDF formula:

$$idf_i = \log\left(\frac{N}{df_i}\right),$$

$$TFIDF = tf_{i,j} idf_i, j = \overline{1, N}. \quad (1)$$

is that words that occur frequently across all documents are not significant and their importance needs to be reduced (inverse document frequency). On the other hand, words that occur frequently in some documents but are mostly absent in others are considered to be more important (term frequency). TF-IDF is also used to extract important keywords from text based on the previously described assumptions [4].

Both BoW and TF-IDF vectors suffer from high-dimensionality and extreme sparsity. Moreover, words that comprise input texts are represented in a one-hot encoding manner, making them orthogonal to each other. To overcome these and other problems, a Word2Vec model was presented in 2013 by Mikolov et al. [5, 6]. It essentially performs dimensionality reduction. This model allows obtaining vectors that can be compared in embedding space and yield semantically justified similarity scores. However, this and other conceptually similar models preserve no contextual information, and for one word there is always single embedding.

To obtain semantic similarity of variable length sentences or other language structures, information from all words needs to be combined/pooled. Usually, to compare two documents some similarity measure between averaged embeddings is used, but the results are often mediocre. An alternative similarity measure using matrix norms was proposed and applied to targeted marketing tasks [7]. This approach uses pair-wise similarity matrices which leads to $n(n-1)/2$ operations of similarity calculation.

Different pooling techniques are used to create one embedding for the text from its words, one of the most successful is simple averaging with weighting [8]. Nonetheless, the order of the words is not taken into account.

To create embeddings for a document, regardless of its length, Doc2Vec was developed by Le and Mikolov [9]. The disadvantage of Doc2Vec is that document vectors are hard to interpret. To obtain good results, one needs to train this model with their dataset, which is a limitation for many relatively small collections.

Another approach to cluster documents is topic modeling. The most popular is Latent Dirichlet Allocation, LDA [10]. These generative models are often used for data exploration [11]. There are few popular topic modeling algorithms [12], but they all share one underlying assumption that the document consists of a fixed number of topics and each topic is defined by a collection of words. An advantage of topic modeling approaches over traditional clustering is that distribution of topics over documents is obtained. Thus, we can assign one document to different topics with some probability.

In 2017 Vaswani et al. presented the revolutionary transformer model [13]. Based on transformers, a BERT model was introduced in 2018 by Devlin et al. [14]. BERT was pretrained on a massive data set. The self-attention mechanism allows BERT to produce contextualized word embedding and perform word sense disambiguation, solving the polysemy issue.

Although BERT, when first presented, beat many benchmarks, it was still an open problem on how to obtain good and robust sentence-level embeddings. Among BERT's training tasks was next sentence prediction objective, so it is possible to feed into the model two texts and perform sentence regression like STS. However, a computational overhead is caused by $n(n-1)/2$ evaluations.

There are many possible pooling strategies, some of which were described in the original paper [14]. Jawahar et al. proved that different layers encode different linguistic properties of the English language [15], so pooling can be performed not only on the last embeddings.

Sentence-BERT model was developed in 2019 by Reimers and Gurevych [16] and is responsible for the state-of-the-art performance on STS benchmark [17]. The authors used siamese and triplet NNs to fine-tune BERT. As a result, the SBERT model can be used to obtain a single vector per sentence.

A study performed by Wang and Kuo in 2020 [18] brought insights into the evolution of word embeddings through layers of BERT-based models. Authors developed the SBERT-WK model for sentence embedding and presented new metrics that integrate data from all layers – alignment, novelty, and word importance measures. This study showed that BERT-like models can bring insights into textual data not only through embeddings but through their interlayer patterns.

As for unsupervised keywords extraction, a popular RAKE algorithm [19] can extract key phrases and rank them. Also, it can be used to generate adequate stopword list if enough data is provided. A recent algorithm YAKE [20] outperforms many state-of-the-art alternatives. Both are quick and robust, however, operate on statistical metrics and co-occurrence data of words that can be a limitation as keywords cannot be compared using embeddings. Unlike cross-corpus TF-IDF, RAKE and YAKE applicability to cluster labeling is also limited. It requires additional means of selecting keywords from all documents that can be ranked as cluster labels.

3 MATERIALS AND METHODS

Methods, described in this paper, rely on the novel token metric – stability coefficient. The stability coefficient is aimed at capturing the degree of token embedding adjustment to the semantics of the sentence.

SBERT [16] averages last layer embeddings $e_i^{N_l}$, $i^* = \overline{1, n}$ to obtain sentence vector. Unlike the BERT model's final embedding, vectors from SBERT are very similar to each other. This can be explained by fine-tuning details of SBERT, specifically by the objective function that aimed at minimization of the cosine similarity

$$\cos(e_i^*, e_j^*) = \frac{e_i^* \cdot e_j^*}{|e_i^*| |e_j^*|} \quad (2)$$

between semantically similar sentences.

As a result, the influence of the context makes final SBERT embeddings not usable as a representation for described later methods. We suggest using embedding from the ninth or tenth layer (Fig. 1).

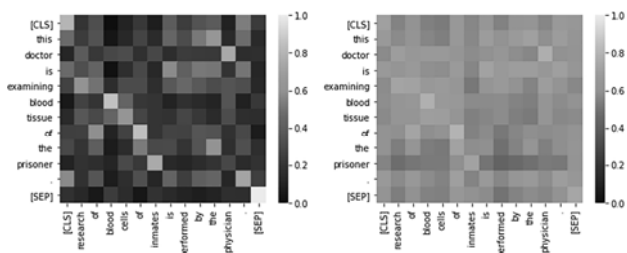


Figure 1 – Pair-wise comparison using cosine similarity between tokens from ninth and last layers respectively

On Fig. 1 there are pairs that have high similarity (lighter shades): “doctor” – “physician”, “prisoner” – “inmates” etc. However, many word-pairs consist of prepositions, punctuation, and other common tokens. To eliminate them we cannot use TF-IDF formula (1) because that would make our approach corpus-dependent and not usable for small datasets.

On Fig. 2 it is shown that common tokens change more (are more “diluted” by other embeddings). The original sentence is “This doctor is examining blood tissue of the prisoner.” In Fig. 1, we demonstrate patterns of interlayer similarity for salient (first row) and common (second row) tokens.

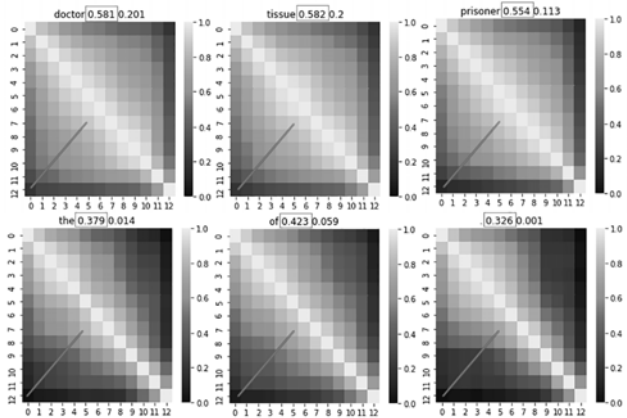


Figure 2 – Heat maps of cosine similarity between embeddings from different layers

To calculate the stability coefficient we sum values from these similarity maps across anti-diagonal starting from the middle as indicated by the line in Fig. 2.

$$stability_{t_i^*} = \frac{\left(\sum_{k=0}^6 \cos\left(e_{i^*}^k, e_{N_l-i^*}^k \right) \right)}{0.5N_l} \quad (3)$$

We normalize the value, thus, the theoretical maximum for the stability coefficient is one. In practice, em-

beddings are changing rapidly, so for tokens like “.”, “the”, “of” etc. (see Fig. 2) we observe smaller values of stability coefficient (avg. 0.39); for salient tokens, we observe average stability coefficient of 0.56. The threshold $stability_j^{th}$ can be hard-coded, however, we recommend using the average stability coefficient from the sentence.

Two techniques were developed (clustering and cluster labeling) each of which shares the first three steps:

1. Obtain embeddings $e_{j,i}, j = \overline{1, N_s}, i = \overline{1, N_t^j}$ for every token $t_{j,i}$ from sentences s_j . The index of layer $k = \overline{1, N_l}$, from which embeddings are taken, is a hyperparameter. We suggest using the ninth or tenth layer.
2. For each $t_{j,i}$ get $stability_{t_{j,i}}$ using formula (3).
3. For each sentence s_j calculate threshold $stability_j^{th}$ or use hard-coded value. Using this value, remove tokens that satisfy $stability_{t_{j,i}} < stability_j^{th}$.

Our clustering method continues with the following steps (hyperparameter and algorithm choices are described in the section with experiments):

1. Having filtered embeddings $e_{j,i}$ for each token $t_{j,i}$ from each sentence s_j , we need to cluster them using clustering or community detection algorithm of choice. Objects being clustered are high-dimensional embeddings $e_{j,i}$. For BERT and SBERT there are models with $|e_{j,i}| = 768$ (suffix “base”) and $|e_{j,i}| = 1024$ (suffix “large”) dimensions in one embedding.
2. We now have N_{tc} clusters each containing some amount of tokens. These clusters are called topics. We store sentence index j with every token embedding $e_{j,i}$, so we can determine what sentences are represented in what clusters. Apart from token embeddings $e_{j,i}$, each topic cluster $tc_t, t = \overline{1, N_{tc}}$ contains a set of respective sentence indices $tc_t = \langle S_t; T_t \rangle$.

3. From each of the N_{tc} clusters we find Jaccard similarity between respective S_t :

$$j_{t1,t2} = j_{t2,t1} = \frac{|S_{t1} \cap S_{t2}|}{|S_{t1} \cup S_{t2}|} \quad (4)$$

4. From computed Jaccard similarities matrix is formed $JM_{t1,t2} = j_{t1,t2}$. The JM matrix can be interpreted as an adjacency matrix because it contains distance

measures calculated by the formula (4) between topics $tc_t, t = \overline{1, N_{tc}}$.

5. Merge topics that share the most sentences into one cluster. As a result of the clustering/community detection algorithm of choice, we obtain N_{sc} groups with sentences $c_z, z = \overline{1, N_{sc}}$ that share some topics, therefore can be considered as one cluster inside a particular dataset.

6. Each cluster c_z obtained on the previous step contains a set of sentences and topics tc_t that were merged into c_z . Since topics are essentially collections of tokens, we can obtain labels for the cluster by taking unique tokens from each of the tc_t .

Another method based on the stability coefficient is cluster labeling. For a collection of sentences, we can order tokens by their representative qualities for the current dataset, limit the resulting set, and obtain cluster labels. To do so, we propose the following method (follows described earlier first three steps):

1. Create a square similarity matrix $SM_{i^*, j^*} = \cos(e_{i^*}, e_{j^*}), i^*, j^* = \overline{1, N_t}$. It consists of cosine similarity values between each token embedding $e_{i^*}, i^* = \overline{1, N_t}$.

2. For each token t_i^* extract similarity vector SV_i^* :

$$SV_i^* = \left\{ SM_{i^*, j^*} \mid 1 \leq j^* \leq N_t \wedge s_{j^*} \neq s_{i^*} \right\}. \quad (5)$$

The vector SV_i is obtained by taking the i -th row of SM and excluding tokens from the current token's sentence.

3. Obtain a single value metric from the vector of similarities SV_i^* . We propose the following metrics, each of which is evaluated in the results section and justified in the discussion section:

4.

$$\overline{SV_i^*} = \frac{\sum_j^* SV_{i^*, j^*}^*}{|SV_i^*|}; \quad (6)$$

$$S_i^* = \frac{\sum_j^* (SV_{i^*, j^*}^* - \overline{SV_i^*})^2}{|SV_i^*| - 1}; \quad (7)$$

$$rank_{i^*} = \overline{SV_i^*} S_i^*. \quad (8)$$

5. Optionally, lemmatize and take unique terms.

6. Order tokens by the chosen metric and limit results.

4 EXPERIMENTS

We obtain pretrained models from Hugging Face's (a popular NLP library) server [21]. In our experiments, we use PyTorch implementations of SBERT model "bert-

base-nli-stsb-mean-tokens" [16]. The letter is fine-tuned on the AllNLI [22] dataset, then on the train set of STS benchmark [17]. SBERT authors claim that this model is specifically well suited for semantic similarity.

To check how our approach performs on real-life data we experiment with widely used NLP dataset Reuters-21578 [23] for text categorization.

First, we perform forward pass of input sentences through the model and calculate stability coefficients using formula (3) for each token from each sentence. We follow the second and third steps as described in the previous section. Since BERT-like models use WordPiece tokenizer [24], some words can be deconstructed into subwords ("cellphone" is split to "cell" and "##phone"). We complete each token if it happens to be a subword (starts with "##") and average respective embeddings from the tenth layer.

For the fourth and fifth steps, to perform grouping we use agglomerative clustering [25]. We use cosine similarity as a metric to calculate distances between clusters. As a linkage algorithm, the "average" method was used. We chose the agglomerative clustering algorithm because it allows setting threshold of similarity metric, unlike other algorithms that require a number of clusters to be specified beforehand. As a threshold, we use the empirical value calculated by multiplying maximum within-cluster distance from the obtained linkage matrix by 0.7 (we use SciPy [26] implementation). As a result of hierarchical clustering, we obtain groups with semantically similar tokens and their sentence indices.

We perform the sixth step as described in the section with methodology. We interpret the JM matrix obtained on the seventh step as a weighted adjacency matrix – a matrix whose elements store weights between pairs of topics. We use the Louvain community detection algorithm [27]. In other words, on this step, we merge topics that share many sentences. After this, we take unique tokens from topics as labels for obtained clusters.

To compare our results we implemented LDA topic modeling as in [12]. We used Gensim's [28] implementation of LDA – LdaMulticore with 5 topics. A sentence is assigned to a topic if the respective probability from a topic distribution over texts is higher than 0.5.

To evaluate the cluster labeling technique we follow steps described earlier. Again, we chose the tenth layer as an embedding source.

To compare the performance of our technique we implemented TF-IDF based ranking of n-grams within a cluster of sentences (arguably, the most popular approach among NLP practitioners) as proposed by Shahzad Qaiser and Ramsha Ali [29]. We exclude words that have DF higher than 0.8 and limit the number of features to 10000. We use lemmatization (reducing word inflection) as a preprocessing step implemented in NLTK's WordNetLemmatizer module [30].

5 RESULTS

The results of our clustering technique are evaluated on the synthetic dataset to cover as much cases as possible

(polysemy, sentence with multiple possible assignments) (Table 1). Our evaluating dataset can be divided into four clusters: “phone”, “man eating bakery”, “doctor in prison”, “space”. The last sentence, however, can be categorized into both “phone” and “space” clusters. Also, some of the sentences from “doctor in prison” mention “phone” related topics.

The final clusters are presented in Table 2. We implemented the LDA method [3, 11] to compare results (Table 3).

To evaluate our cluster labeling technique we use categories from the Reuters-21578 dataset (Table 4) as clusters and calculate average similarity (6), variance (7), and word rank (8) for extracted key tokens using stability coefficient (3).

Table 1 – Extracted topics from sentences

#	Sentence	Topics
1.	I like my phone	{ your, my }; { cell, phone, cellphone }
2.	My phone is not good	{ your, my }; { cell, phone, cellphone }
3.	Your cellphone looks great	{ your, my }; { cell, phone, cellphone }
4.	A man is eating food	{ man, he }; { eating, piece, food }
5.	A man is eating a piece of bread	{ man, he }; { eating, piece, food }; { bread, pasta }
6.	A man is eating pasta	{ man, he }; { eating, piece, food }; { bread, pasta }
7.	He went to prison cell with a cell phone to draw blood cell samples from patients	{ cell, phone, cellphone }; { man, he }; { prison, inmates, cell }; { samples, test, felons, patients, blood }
8.	He went to prison cell with a cellphone to draw blood cell samples from felons	{ cell, phone, cellphone }; { man, he }; { prison, inmates, cell }; { samples, test, felons, patients, blood }
9.	He went to prison cell with an Android to test inmates	{ man, he }; { prison, inmates, cell }; { samples, test, felons, patients, blood }
10.	SpaceX launched astronauts to the moon	{ moon, spacex, astronauts, launched, space, floating, rockets }
11.	The invention of reusable rockets was a key step in commercial space travel	{ moon, spacex, astronauts, launched, space, floating, rockets }; { founder, invention, reusable }
12.	Elon Musk is the founder of SpaceX	{ moon, spacex, astronauts, launched, space, floating, rockets }; { founder, invention, reusable }
13.	My phone is floating in space	{ your, my }; { cell, phone, cellphone }; { moon, spacex, astronauts, launched, space, floating, rockets }

Table 2 – Annotated clusters with texts. Tokens that triggered assignment of the sentence to the current cluster are underlined

#	Sentence clusters' topics	Sentences
1.	{ my, your }; { cell, phone, cellphone }	I like <u>my phone</u> ; <u>My phone</u> is not good; <u>Your cellphone</u> looks great; He went to prison cell with a <u>cell phone</u> to draw blood cell samples from patients; He went to prison cell with a <u>cellphone</u> to draw blood cell samples from felons; <u>My phone</u> is floating in space
2.	{ man, he }	A <u>man</u> is eating food; A <u>man</u> is eating a piece of bread; A <u>man</u> is eating pasta; He went to prison cell with a cell phone to draw blood cell samples from patients; <u>He</u> went to prison cell with a cellphone to draw blood cell samples from felons; <u>He</u> went to prison cell with an Android to test inmates
3.	{ eating, piece, food }; { bread, pasta }	A man is <u>eating food</u> ; A man is <u>eating a piece of bread</u> ; A man is <u>eating pasta</u>
4.	{ prison, inmates, cell }; { samples, test, felons, patients, blood }	He went to <u>prison cell</u> with a cell phone to draw <u>blood cell samples</u> from <u>patients</u> ; He went to <u>prison cell</u> with a cellphone to draw <u>blood cell samples</u> from <u>felons</u> ; He went to <u>prison cell</u> with an Android to test inmates
5.	{ moon, spacex, astronauts, launched, space, floating, rockets }; { reusable, founder, invention }	<u>SpaceX</u> <u>launched astronauts</u> to the <u>moon</u> ; The <u>invention</u> of <u>reusable rockets</u> was a key step in commercial <u>space</u> travel; Elon Musk is the <u>founder</u> of <u>SpaceX</u> ; My phone is <u>floating in space</u>

Table 3 – LDA topics extracted from sentences

Topic (top 10 terms)	Sentences
spacex, moon, launch, astronaut, phone, man, eat, cell, good, space	I like my phone; My phone is not good; <u>SpaceX</u> <u>launched astronauts</u> to the <u>moon</u> ;
cell, go, prison, draw, sample, blood, phone, cellphone, patient, felon	I like my <u>phone</u> ; <u>My phone</u> is not good; He <u>went</u> to <u>prison cell</u> with a <u>cell phone</u> to <u>draw blood cell samples</u> from <u>patients</u> ; He <u>went</u> to <u>prison cell</u> with a <u>cellphone</u> to <u>draw blood cell samples</u> from <u>felons</u> ; He <u>went</u> to <u>prison cell</u> with an Android to test inmates;
space, step, invention, travel, commercial, key, reusable, rocket, phone, eat	I like my <u>phone</u> ; <u>My phone</u> is not good; The <u>invention</u> of <u>reusable rockets</u> was a <u>key step</u> in <u>commercial space</u> travel;
spacex, bread, elon, eat, piece, man, founder, musk, phone, space	I like my phone; My phone is not good; A <u>man</u> is <u>eating a piece of bread</u> ; <u>Elon Musk</u> is the <u>founder</u> of <u>SpaceX</u> ;
phone, man, eat, cellphone, great, look, float, pasta, space, food	I like my <u>phone</u> ; <u>My phone</u> is not good; <u>Your cellphone</u> looks <u>great</u> ; A <u>man</u> is <u>eating food</u> ; A <u>man</u> is <u>eating pasta</u> ; <u>My phone</u> is <u>floating in space</u>

Table 4 – Cluster labeling results on Reuters-21578 dataset

Category	Top 10 cluster labels			
	BERT-based ranking			TF-IDF ranking
	Rank	Average similarity	Variance	
tea	<u>tea</u> , <u>export</u> , <u>trade</u> , <u>import</u> , <u>coffee</u> , <u>exporter</u> , <u>cocoa</u> , <u>production</u> , <u>in</u> , <u>soybean</u>	pct, <u>commodities</u> , <u>hazelnut</u> , etc, competitive, <u>exporter</u> , <u>importer</u> , mln, countertrade, <u>kernels</u>	<u>tea</u> , <u>cocoa</u> , <u>coffee</u> , in, <u>export</u> , <u>corn</u> , and, to, <u>rubber</u> , <u>wheat</u>	said, <u>tea</u> , tonne, <u>trade</u> , mln, <u>export</u> , pct, <u>india</u> , <u>production</u> , countertrade
strategic-metal	<u>smelter</u> , <u>ore</u> , <u>copper</u> , <u>mine</u> , <u>production</u> , <u>uranium</u> , <u>metallurgical</u> , <u>niobium</u> , <u>mineworker</u> , <u>mining</u>	<u>zccm</u> , <u>concentrates</u> , <u>stockpile</u> , <u>stockpiled</u> , <u>semiconductor</u> , <u>storage</u> , <u>zirconium</u> , <u>alcad</u> , <u>steelworkers</u> , <u>dhrs</u> , <u>cominco</u>	<u>zinc</u> , <u>copper</u> , <u>mine</u> , <u>ore</u> , <u>smelter</u> , <u>uranium</u> , <u>coal</u> , <u>mining</u> , <u>gold</u> , <u>production</u>	said, pct, year, <u>smelter</u> , <u>stockpile</u> , local, <u>mine</u> , contract, last, <u>cominco</u>
housing	<u>unit</u> , pct, <u>home</u> , <u>housing</u> , a, <u>houses</u> , mln, <u>january</u> , <u>rate</u> , to	pct, mln, <u>seasonally</u> , <u>dhrs</u> , <u>completions</u> , <u>resale</u> , <u>unit</u> , <u>rate</u> , <u>insurance</u> , <u>mortgage</u>	<u>january</u> , <u>february</u> , <u>homes</u> , <u>housing</u> , <u>houses</u> , <u>unit</u> , to, a, pct, <u>family</u>	pct, <u>unit</u> , mln, <u>january</u> , start, <u>housing</u> , family, rate, said, fell

6 DISCUSSION

Our clustering approach assigns sentences to clusters based on extracted keywords that form topics. This means that anyone willing to use it can substitute SBERT/BERT embedding with some other word vectors. We, however, use these contextualized embeddings to make use of different meanings of words that depend on the containing sentence. For example, there are topics { cell, phone, cellphone } and { prison, inmates, cell }. Both of them contain the word “cell” but with a different meaning. This allows assigning sentence that contains, for example, “prison cell” to correct cluster with “prison” topic, not the “mobile” one.

The thresholding stability coefficient essentially filters out stopwords, and we end up with many nouns and verbs that can represent clusters in some datasets. Consequently, very detailed, fine-grained clusters are obtained. This property is desirable for low-level analysis of texts but can be overwhelming for bigger datasets. For example, we obtained cluster with topic { man, he }. While it is a valid cluster with sentences that match its topic, usually prepositions are not that interesting as cluster topics. To improve topics, one can use synonym filtering or compute the mean vector from all the embeddings and chose the closest one as a single representation for the topic.

In comparison with popular topic modeling approach LDA, our method is easier to configure (no need to select optimal topic number or iteration number) and it is more interpretable. Moreover, LDA seems to perform poorly on smaller datasets. An advantage of LDA is that it scales better to bigger datasets.

As for cluster labeling, Table 4 shows that all three approaches to ranking cluster labels yielded decent and adequate results. Words that to authors mind are better candidates for cluster labels are underlined. Ideally, key tokens in the cluster must be similar to as many other tokens as possible – this condition is satisfied by summing values of similarity vector SV_i^* (5) and normalizing the sum (6) – “Average similarity” column in Table 4.

However, intuitively, tokens that best describe cluster should not be a bit similar to every other token but have “spikes” of similarity. Summing across similarity vector SV_i will not be a good measure here because a bit of similarity to other tokens can overcome “spikes” of similarity. Instead, we calculate the variance S_i^* of similarity

vector SV_i^* values. This metric is used in the column “Variance”. To incorporate both values we simply multiply them – “Rank” column.

The results obtained using variance S_i^* require further cleaning (removing stopwords “in”, “and”, “to”). Average similarity, as theorized, puts on top tokens that are domain-specific, however, not cluster-specific. Words like “pct”, “competitive”, “mln” are not stopwords, but they are not representative and descriptive of clusters presented in Table 4. On the other hand, combining two metrics in the “Rank” measure by multiplying them resulted in most descriptive labels.

Labels obtained using TF-IDF formula (1) contain fewer cluster-specific words. As seen from results, TF-IDF labels need more filtering of common words like “said”, “fell” that are spread in the dataset because it is taken from the news. In our approach, they are not present in the result.

The conceptual similarity between TF-IDF formula and our ranking approach needs to be pointed out as well. Much like in TF-IDF formula (1), we obtain token rank (8) by multiplying metric that indicates how much “spread” current token is (6) (a conceptual equivalent to term frequency $tf_{i,j}$), and how special it is for the given cluster (7) (an equivalent to inverse document frequency idf_i). The important difference is that rank operates on semantic similarity properties of the token within its sentence and cluster, whereas TF-IDF incorporates word-counting statistical measures.

CONCLUSIONS

In this research, a problem of clustering textual data with respect to semantic similarity was addressed. Proposed solutions deal effectively with small datasets and require no additional training on user's data – a frequently arising limitation of the majority of datasets. The results show that obtained clusters are interpretable and justified by topics that are represented by sentences. The cluster labeling technique proved to be adequate and yield stable results for different dataset sizes.

The scientific novelty of the study is a new text clustering algorithm that assigns text to multiple clusters. The assignment results can be easily interpreted by a human through the respective topics. A novel token property –

stability coefficient – was developed. The bigger the coefficient – the greater the token stability and its impact on final embeddings.

Also, novel metric – token rank – for tokens in the cluster is proposed and evaluated. Token rank is used in the cluster labeling method and incorporates both how similar token is to all cluster content and how “noticeable” in comparison to common words it is.

The practical significance is that developed methods apply to text mining and analysis of web content. Fine-grain properties of the multitopic clustering method can be successfully leveraged in tasks where one does not have access to a lot of data. Cluster labeling technique can be used for data exploration by engineers to grasp the high-level content of the corpus. It can be used to improve the indexing of textual data by extracting labels and using them for filtering and search.

Proposed methods are extensible and can be used as frameworks. For example, one can use different embedding source, choose different clustering algorithms for topic detection and sentence merging, or extract initial keywords for cluster labeling using different algorithm before applying ranking. By choosing different index of the layer to obtain embeddings from, one can vary the influence of the word context.

The prospects for future study include gaining a more in-depth understanding of which tokens contribute the most to final embeddings by researching self-attention mechanisms in transformer models. Also, additional research is needed to efficiently eliminate low-level topics and rank them according to their relevance to the corpus.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work is prepared as a part of the thesis on the text mining approaches for master’s degree in computer science. We express appreciation for the technical support to Lviv Polytechnic National University.

REFERENCES

1. Gareiss R., There’s Nothing Artificial About It, Nemertes Research, Mokena, IL, Quarterly Rep. DN7575, 2019.
2. Zhang Y., Jin R. and Zhou Z. Understanding bag-of-words model: a statistical framework, *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, Vol. 1, No. 1–4, pp. 43–52, 2010. DOI: 10.1007/s13042-010-0001-0.
3. Zhao R. and Mao K., Fuzzy Bag-of-Words Model for Document Representation, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, Vol. 26, No. 2, pp. 794–804, DOI:10.1109/dexa.2010.32.
4. Wartena C., Brussee R. and Slakhorst W. Keyword Extraction Using Word Co-occurrence, in *Proc. of 21st International Conference on Database and Expert Systems Applications (DEXA)*, 2010. DOI: 10.1109/dexa.2010.32.
5. Mikolov T., Chen K., Corrado G. and Dean J. Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space, *arXiv: 1301.3781 [cs.CL]*, Sep. 2013.
6. Mikolov T., Sutskever I., Chen K., Corrado G. and Dean J. Distributed Representations of Words and Phrases and their Compositionality, *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2013, Vol. 26.
7. Brück T. vor der and Pouly M. Text Similarity Estimation Based on Word Embeddings and Matrix Norms for Targeted Marketing, in *Proc. of the 2019 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies (NAACL-HLT)*, 2019, Vol. 1, Minneapolis, USA, pp. 1827–1836. DOI: 10.18653/v1/n19-118.
8. Arora S., Liang Y. and Ma T. A Simple but Tough-to-Beat Baseline for Sentence Embeddings, in *Proc. of 5th International Conference on Learning Representations (ICLR)*, Toulon, France, 2017.
9. Le Q. and Mikolov T. Distributed Representations of Sentences and Documents, in *Proc. of 31st International Conference on Machine Learning (ICML)*, Beijing, China, 2014, pp. 1188–1196.
10. Blei D., Ng A. and Jordan M. “Latent dirichlet allocation”, *The Journal of Machine Learning Research*, 2003, Vol. 3, No. 1, pp. 993–1022.
11. Tong Z. and Zhang H. A Text Mining Research Based on LDA Topic Modelling, *Computer Science & Information Technology (CS & IT)*, 2016. DOI: 10.5121/csit.2016.60616.
12. Alghamdi R. and Alfalqi K. A Survey of Topic Modeling in Text Mining, *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 2015, Vol. 6, No. 1. DOI: 10.14569/ijacsa.2015.060121.
13. Vaswani A. et al. Attention is all you need, in *Proc. of 31st International Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS)*, Long Beach, USA, 2017, pp. 6000–6010.
14. Devlin J., Chang M., Lee K. and Toutanova K. BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding, in *Proc. of the 2019 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies (NAACL-HLT)*, Minneapolis, USA, 2019, pp. 4171–4186. DOI: 10.18653/v1/n19-1423.
15. Jawahar G., Sagot B. and Seddah D. What Does BERT Learn about the Structure of Language?, in *Proc. of the 57th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (ACL)*, Florence, Italy, 2019, pp. 3651–3657. DOI: 10.18653/v1/p19-1356.
16. Reimers N. and Gurevych I. Sentence-BERT: Sentence Embeddings using Siamese BERT-Networks, in *Proc. of the 2019 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing and the 9th International Joint Conference on Natural Language Processing (EMNLP-IJCNLP)*, Hong Kong, China, 2019, pp. 3982–3992. DOI: 10.18653/v1/d19-1410.
17. Cer D., Diab M., Agirre E., Lopez-Gazpio I. and Specia L. SemEval-2017 Task 1: Semantic Textual Similarity Multilingual and Crosslingual Focused Evaluation, in *Proc. of the 11th International Workshop on Semantic Evaluation (SemEval-2017)*, Vancouver, Canada, 2017, pp. 1–14. DOI: 10.18653/v1/s17-2001.
18. Wang B. and Kuo C. SBERT-WK: A Sentence Embedding Method by Dissecting BERT-Based Word Models, *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2020, Vol. 28, pp. 2146–2157. DOI: 10.1109/taslp.2020.3008390.
19. Rose S., Engel D., Cramer N. and Cowley W. Automatic Keyword Extraction from Individual Documents, *Text Mining*, 2010, pp. 1–20, DOI: 10.1002/9780470689646.ch1.
20. Nunes C., Mangaravite V., Pasquali A., Jorge A., Nunes C. and Jatowt A. YAKE! Keyword extraction from single documents using multiple local features, *Information*

- Sciences*, 2020, Vol. 509, pp. 257–289, DOI: 10.1016/j.ins.2019.09.013.
21. Wolf T. et al, HuggingFace’s Transformers: State-of-the-art Natural Language Processing *arXiv*: 1910.03771 [cs.CL], Jul. 2020.
22. Bowman S., Angeli G., Potts C. and Manning C. A large annotated corpus for learning natural language inference, in *Proc. of the 2015 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP)*, Lisbon, Portugal, 2015, pp. 632–642, 2015. DOI: 10.18653/v1/d15-1075.
23. Lewis D., Yang Y., Rose T. and Li F. RCV1: A New Benchmark Collection for Text Categorization Research, *Journal of Machine Learning Research*, 2004, Vol. 5, No. 5, pp. 361–397.
24. Wu Y. et al. Google’s Neural Machine Translation System: Bridging the Gap between Human and Machine Translation, *arXiv*: 1609.08144 [cs.CL], Oct, 2016.
25. Ackermann M., Blömer J., Kuntze D. and Sohler C., Analysis of Agglomerative Clustering, *Algorithmica*, Vol. 69, No. 1, pp. 184–215, 2012. DOI: 10.1007/s00453-012-9717-4.
26. Virtanen P. et al., SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python, *Nature Methods*, Vol. 17, No. 3, pp. 261–272, 2020. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
27. Blondel V., Guillaume J., Lambiotte R. and Lefebvre E., Fast unfolding of communities in large networks, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008. Vol. 2008, No. 10, p. P10008, DOI: 10.1088/1742-5468/2008/10/p10008.
28. Rehurek R. and Sojka P. Software Framework for Topic Modelling with Large Corpora, in *Proc. of the 7th Conference on Language Resources and Evaluation (LREC)*, Valletta, Malta, 2010, pp. 45–50. DOI: 10.13140/2.1.2393.1847.
29. Qaiser S. and Ali R. Text Mining: Use of TF-IDF to Examine the Relevance of Words to Documents, *International Journal of Computer Applications*, Vol. 181, No. 1, pp. 25–29, 2018. Available: 10.5120/ijca2018917395.
30. Loper E. and Bird S. “NLTK”, in *Proc. of the ACL-02 Workshop on Effective tools and methodologies for teaching natural language processing and computational linguistics*, Philadelphia, USA, 2002, pp. 63–70. DOI: 10.3115/1118108.1118117.

Received 02.09.2020.
Accepted 27.10.2020.

УДК 004.82

КЛАСТЕРИЗАЦІЯ ТЕКСТІВ ІЗ ВИОКРЕМЛЕННЯМ ТЕМ ТА АНОТАЦІЯ КЛАСТЕРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ КОНТЕКСТУАЛЬНИХ СЛІВ-ВЕКТОРІВ

Остапюк З. В. – магістрант, кафедра програмного забезпечення, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна.

Коротєєва Т. О. – канд. техн. наук, доцент кафедри програмного забезпечення, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. У сучасній інформаційній ері все частіше виникає проблема аналізу великих обсягів текстових даних та їх групування із урахуванням семантичної схожості. Як результат, збільшується необхідність в надійних алгоритмах аналізу тексту, а саме – для кластеризації та виокремлення ключових слів із текстових даних. Незважаючи на недавній прогрес у галузі опрацювання мови, результати нових нейронних методів складно інтерпретувати при використанні для завдання кластеризації, тоді як традиційні методи розподіленої семантики та підрахунку слів, як правило, не враховують контекстну інформацію.

Метою роботи є розробити методи кластеризації тексту, результати яких можна легко інтерпретувати, та анотації кластерів із врахуванням семантичної подібності, які не потребують додаткового навчання на наборах даних користувача.

Метод. Щоб вирішити завдання кластеризації тексту, ми використовуємо контекстуалізовані слова-вектори та аналізуємо їх еволюцію між шарами попередньо натренованих моделей трансформерів. Ми шукаємо схожі лексеми у всьому корпусі за допомогою слів-векторів та формуємо теми, які можуть бути присутні у кількох реченнях. Ми об’єднуємо теми так, що речення, які поділяють багато тем, присвоюються одному кластеру. Оскільки одне речення може містити декілька тем, воно може бути присутнім у кількох кластерах одночасно. Аналогічно, для створення анотацій для існуючого кластера ми використовуємо слова-вектори, щоб упорядкувати слова залежно від того, наскільки добре вони описують кластер. Для цього ми пропонуємо нову міру відповідності кластеру – ранг слова.

Результати. Описано та реалізовано новий підхід кластеризації тексту. Він здатний віднести один текст до одного та більше кластерів на основі семантичної подібності з іншими текстами групи. Розроблено та застосовано підхід до виокремлення ключових слів як для кластеризації тексту, так і для завдання анотації кластерів. Отримані кластери анотовані та можуть бути інтерпретовані через терміни, з яких сформовані відповідні теми.

Висновки. Оцінка на різних наборах даних продемонструвала застосовність, відповідність та легкість інтерпретації отриманих результатів. Описано переваги та можливості вдосконалення запропонованих методів. Були надані рекомендації щодо використання методів, а також можливі їх модифікації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: NLP, слова-вектори, кластеризація тексту, анотування кластерів, BERT, виокремлення ключових слів, семантична схожість.

КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ТЕКСТОВ ИЗ ИЗВЛЕЧЕНИЕМ ТЕМ И АННОТАЦИЯ КЛАСТЕРОВ ПРИ ПОМОЩИ КОНТЕКСТУАЛЬНЫХ СЛОВ-ВЕКТОРОВ

Остапюк З. В. – магистрант, кафедра программного обеспечения, Национальный университет «Львовская политехника», Львов, Украина.

Коротеева Т. О. – канд. техн. наук, доцент кафедры программного обеспечения, Национальный университет «Львовская политехника», Львов, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. В современную информационную эру возникает проблема анализа больших объемов текстовых данных и их дальнейшего группирования на основе семантического сходства. В результате растёт потребность в надежных алгоритмах анализа текста, а именно – кластеризации и извлечении ключевых данных из текстов. Несмотря на недавний прогресс в области обработки текста, новым нейронным методам не хватает интерпретируемости при использовании в задачах кластеризации, тогда как традиционные методы распределенной семантики и подсчета слов, как правило, игнорируют контекстную информацию.

Целью исследования является разработка интерпретируемых методов кластеризации текста и аннотации кластеров с учетом семантического сходства, которые не требуют дополнительного обучения на пользовательском наборе данных.

Метод. Чтобы решить задачу кластеризации текста, мы используем контекстуализированные слова-векторы и анализируем их эволюцию через слои предварительно обученных моделей трансформеров. С помощью слов-векторов мы ищем похожие токены во всем корпусе и формируем темы, которые могут присутствовать в нескольких предложениях. Мы объединяем темы так, чтобы предложения, которые разделяют многие темы, были отнесены к одному кластеру. Поскольку одно предложение может содержать несколько тем, оно может присутствовать в нескольких кластерах одновременно. Аналогичным образом, чтобы генерировать аннотации для существующего кластера, мы используем слова-векторы, и упорядочиваем слова их в зависимости от того, насколько хорошо они описывают кластер. Для этого мы предлагаем новую меру соответствия кластеру – ранг слова.

Результаты. Был описан и реализован новый подход к кластеризации текста. Он может относить текст к разным кластерам на основе семантического сходства с другими текстами в группе. Подход с извлечением ключевых слов был разработан и применен как в задачах кластеризации текста, так и в задачах аннотации кластеров. Полученные кластеры содержат аннотированные темы и могут быть интерпретированы через термины, из которых сформированы эти темы.

Выводы. Оценка на разных наборах данных продемонстрировала применимость, соответствие и интерпретируемость полученных результатов. Описаны преимущества и возможные улучшения предложенных методов. Даны рекомендации по использованию методов, а также возможные модификации.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: NLP, слова-векторы, кластеризация текста, аннотация кластеров, BERT, извлечения ключевых слов, семантическая схожесть.

ЛИТЕРАТУРА / LITERATURE

1. There's Nothing Artificial About It: quarterly report (final): DN7575 / Nemertes; R. Gareiss. – Mokena, 2019. – 12 p.
2. Zhang Y. Understanding bag-of-words model: a statistical framework / Y. Zhang, R. Jin, Z. Zhou // International Journal of Machine Learning and Cybernetics. – 2010. – № 1. – P. 43–52. DOI: 10.1007/s13042-010-0001-0.
3. Zhao R. Fuzzy Bag-of-Words Model for Document Representation / R. Zhao, K. Mao // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2017. – Vol. 14, № 8. DOI: 10.1109/TFUZZ.2017.2690222.
4. Wartena C. Keyword Extraction Using Word Co-occurrence / C. Wartena, R. Brussee, W. Slakhorst // 21st International Conference on Database and Expert Systems Applications (DEXA), Bilbao, Spain, August 30 – September 3, 2010: proceedings. – Bilbao: IEEE, 2010. – P. 54–58. DOI: 10.1109/DEXA.2010.32.
5. Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space / T. Mikolov, K. Chen, G. Corrado, J. Dean // arXiv. – 2013. – Vol. abs/1301.3781.
6. Distributed Representations of Words and Phrases and their Compositionality / [T. Mikolov, I. Sutskever, K. Chen et al.] // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2013. – № 26.
7. Vor der Brück T. Text Similarity Estimation Based on Word Embeddings and Matrix Norms for Targeted Marketing / T. Vor der Brück, M. Pouly // The 2019 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies (NAACL-HLT), Minneapolis, USA, June, 2019: proceedings. – Minneapolis: ACL, 2019. – Vol. 1. – P. 1827–1836. DOI: 10.18653/v1/N19-1181.
8. Arora S. A Simple but Tough-to-Beat Baseline for Sentence Embeddings / S. Arora, Y. Liang, T. Ma // The 5th International Conference on Learning Representations (ICLR), Toulon, France, April 24–26, 2017: proceedings. – Toulon: OpenReview.net, 2017.
9. Le Q. Distributed Representations of Sentences and Documents / Q. Le, T. Mikolov // The 31st International Conference on Machine Learning (ICML), Beijing, China, 2014: proceedings. – Beijing: PMLR, 2014. – Vol. 32. – P. 1188–1196.
10. Blei D. Latent Dirichlet Allocation / D. Blei, A. Ng, M. Jordan // Journal of Machine Learning Research. – 2003. – Vol. 3. – P. 993–1022. DOI: 10.1162/jmlr.2003.3.4-5.993.
11. Tong Z. A Text Mining Research Based on LDA Topic Modelling / Z. Tong, H. Zhang // The 6th International Conference on Computer Science, Engineering and Information Technology (CSEIT), Vienna, Austria, May 21–22, 2016: proceedings. – Vienna: CSIT, 2016. – P. 201–210. DOI: 10.5121/csit.2016.60616.
12. Alghamdi R. A Survey of Topic Modeling in Text Mining / R. Alghamdi, K. Alfalqi // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. – 2015. –

- Vol. 6, № 1. – P. 147–153. DOI: 10.14569/IJACSA.2015.060121.
13. Attention Is All You Need / [A. Vaswani, N. Shazeer, N. Parmar et al.] // The 31st International Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS), Long Beach, USA, December 4–9, 2017: proceedings. – Long Beach : Curran Associates Inc., 2017. – P. 6000–6010.
 14. BERT : Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding / [J. Devlin, M. Chang, K. Lee, K. Toutanova] // The 2019 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies (NAACL-HLT), Minneapolis, USA, June 2–7, 2019: proceedings. – Minneapolis: ACL, 2019. – P. 4171–4186. DOI:10.18653/v1/N19-1423.
 15. Jawahar G. What does BERT learn about the structure of language? / G. Jawahar, B. Sagot, D. Seddah // The 57th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (ACL), Florence, Italy, July 28 – August 2, 2019: proceedings. – Florence : ACL, 2019. – P. 3651–3657. DOI: 10.18653/v1/P19-1356.
 16. Reimer N. Sentence-BERT: Sentence Embeddings using Siamese BERT-Networks / N. Reimer, I. Gurevych // The 2019 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing and the 9th International Joint Conference on Natural Language Processing (EMNLP-IJCNLP), Hong Kong, China, November 3–7, 2019: proceedings. – Hong Kong : ACL, 2019. – P. 3982–3992. DOI: 10.18653/v1/D19-1410.
 17. SemEval-2017 Task 1: Semantic Textual Similarity Multilingual and Crosslingual Focused Evaluation / [D. Cer, M. Diab, E. Agirre et al.] // The 11th International Workshop on Semantic Evaluation (SemEval-2017), Vancouver, Canada, August, 2017: proceedings. – Vancouver: ACL, 2017. – P. 1–14. DOI: 10.18653/v1/S17-2001.
 18. Wang B. SBERT-WK: A Sentence Embedding Method by Dissecting BERT-based Word Models / B. Wang, J. Kuo // IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. – 2020. – Vol 28. – P. 2146–2157. <https://arxiv.org/pdf/2002.06652.pdf> DOI: 10.1109/TASLP.2020.3008390.
 19. Automatic Keyword Extraction from Individual Documents / [S. Rose, D. Engel, N. Cramer, W. Cowley] // Text Mining: Applications and Theory. – Padstow : John Wiley & Sons, 2010. – (Mathematics). – P. 1–20. DOI: 10.1002/9780470689646.ch1.
 20. YAKE! Keyword Extraction from Single Documents using Multiple Local Features / [R. Campos, V. Mangaravite, A. Pasquali et al.] // Information Sciences. – 2020. – № 509. – P. 257–289. DOI: 10.1016/j.ins.2019.09.013.
 21. HuggingFace’s Transformers: State-of-the-art Natural Language Processing / [T. Wolf, L. Debut, V. Sanh et al.] // arXiv. – 2019. – Vol. abs/1910.03771.
 22. A large annotated corpus for learning natural language inference / [S. Bowman, G. Angeli, C. Potts, C. Manning] // The 2015 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP), Lisbon, Portugal, September, 2015: proceedings. – Lisbon : ACL, 2015. – P. 632–642. DOI: 10.18653/v1/D15-1075.
 23. RCV1: A New Benchmark Collection for Text Categorization Research / [D. Lewis, Y. Yang, T. Rose, F. Li] // Journal of Machine Learning Research. – 2004. – Vol. 5, №5. – P. 361–397.
 24. Google’s Neural Machine Translation System: Bridging the Gap between Human and Machine Translation / [Y. Wu, M. Schuster, Z. Chen et al.] // arXiv. – 2016. – Vol. abs/1609.08144.
 25. Analysis of Agglomerative Clustering / M. Ackermann, J. Blomer, D. Kuntze, D. Sohler // Algorithmica. – 2012. – Vol. 69, № 1. – P. 184–215. DOI: 10.1007/s00453-012-9717-4.
 26. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python / [P. Virtanen, R. Gommers, T. Oliphant et al.] // Nature Methods. – 2020. – Vol 17. – P. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
 27. Fast unfolding of communities in large networks / [V. Blondel, J. Guillaume, R. Lambiotte, E. Lefebvre] // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. – 2008. – Vol. 2008, № 10. DOI: 10.1088/1742-5468/2008/10/P10008.
 28. Rehurek R. Software Framework for Topic Modelling with Large Corpora / R. Rehurek, P. Sojka // The 7th Conference on Language Resources and Evaluation (LREC), Valetta, Malta, May 22nd, 2010: proceedings. – Valetta: ELRA, 2010. – P. 45–50. DOI: 10.13140/2.1.2393.1847.
 29. Qaiser S. Text Mining: Use of TF-IDF to Examine the Relevance of Words to Documents / S. Qaiser, R. Ali // International Journal of Computer Applications. – 2018. – Vol. 181, №1. – P. 25–29. DOI: 10.5120/ijca2018917395.
 30. Loper E. NLTK: The Natural Language Toolkit / E. Loper, S. Bird // Workshop on Effective Tools and Methodologies for Teaching Natural Language Processing and Computational Linguistics, Philadelphia, USA, July, 2002: proceedings. – Philadelphia : ACL, 2002. – P. 63–70. DOI: 10.3115/1118108.1118117.

LIMITED METHOD FOR THE CASE OF ALGORITHMIC CLASSIFICATION TREE

Povhan I. F. – PhD, Assistant Professor, Assistant Professor at the System Software Department, State Higher Education Institution Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The general problem of constructing the algorithmic recognition (classification) trees on the basis of a limited method in the artificial intelligence theory has been considered. The object of the present study is a concept of classification tree (a limited method-based algorithmic classification tree). The relevant methods, algorithms and schemes (a limited method) of constructing the algorithmic classification trees are the subject of this study.

Objective. The goal of this work is to develop a simple and efficient limited method of constructing the tree-like recognition and classification models on the basis of the algorithmic classification trees for training selection of a large-volume discrete information that is characterized by a structure of classification trees obtained from independent recognition algorithms assessed in accordance with their general efficiency calculation functional for a wide class of applied tasks.

Method. A limited method of constructing the algorithmic classification tree is suggested that constructs a tree-like structure for the preset initial training selection (an ACT model) consisting of a set of autonomous classification/recognition algorithms assessed at each ACT construction step (stage) in accordance with the initial classification. In other words, the limited method of constructing the algorithmic classification tree is suggested, and its idea is a step-by-step approximation of the arbitrary volume/structure selection by a set of independent classification/recognition algorithms. This method provides formation of a current algorithmic tree vertex (node, the generalized ACT attribute) with the selection of the most efficient (high-quality) autonomous classification algorithms from the initial set and construction completion of only those ACT structure paths, where the largest number of classification errors occurs. Such approach at constructing the resultant classification tree (the ACT model) allows the tree size and complexity (i.e. the total number of transitions, structure vertices and layers) to be reduced considerably, the quality of the next analysis (interpretability) and the possibility of decomposition to be increased as well as the ACT structures to be built given the limited hardware resources. The above limited method of constructing the algorithmic classification tree enables one to construct diverse tree-like recognition models with a preset accuracy for a wide class of the artificial intelligence theory tasks.

Results. The limited method of constructing the algorithmic classification tree developed and presented in this work has software realization and was investigated and compared to the logical classification tree methods (on the basis of elementary attribute set selection) and the algorithmic tree classification methods (first and second-type ones) when solving the task of real geological data recognition.

Conclusions. The experiments carried out in the present work have proved the performance capabilities of the software suggested and demonstrate the possibility of its promising utilization for the solution of a wide spectrum of applied recognition/classification problems. The outlook of further studies and approbations may be related to the creation of methods of other-type algorithmic classification trees that introduce a stopping criterion for the procedure of a tree model in accordance with the structure depth, optimization of its software realizations and to the experimental studies of this method for a wider circle of practical tasks.

KEYWORDS: algorithmic classification tree, image recognition, classification, classification algorithm, branching criterion, limited method.

ABBREVIATIONS

TS is a training selection;
ST is a test selection;
RS is a recognition system;
IR is a image recognition;
GA is a generalized attribute;
RF is a recognition function;
LCT is a logical classification tree;
ACT is a algorithmic classification tree;
GAT is a generalized attribute tree;
BAS is a branched attribute selection.

NOMENCLATURE

a_i is a fixed independent classification/recognition algorithms in the ACT scheme;
 m is a total number of training pairs (known classification objects) of the initial TS;
 Z is a limited method parameter that defines the maximal number of classification errors for a fixed path at the LCT construction completion;

M is a total number of independent classification algorithms a_i in a set;

T is a total number of the ST test sets;

G is a some initial signal (discrete object) manifold;

R is a partitioning into the classes (images) H_i defined at the initial manifold G ;

f_R is a recognition function RF defined at the manifold G ;

f_j is a fixed GAs constructed at the relevant ACT structure generation step;

x_i is a discrete objects (signals) of the initial TS;

H_i is a set of classes defined by the initial TS;

$(x_i, f_R(x_i))$ is a training pairs of the initial TS;

n is a total number of the problem attributes (the attribute space dimension);

k is a total number of classes of the manifold G ;

l is a value of the discrete object x belonging class;

$p_i(x)$ is a some predicate (a generalized attribute) for the i -th step of the LCT structure generation;

φ_i^j is an elementary x object attribute, here i being the attribute number in the set, j being the positioning layer number;

S is a number of the fixed path errors for the classification tree structure;

$r_1 r_2 r_3$ is a fixed attribute values defining some path in the LCT structure;

δ is a parameter that characterizes the training efficiency assessment with respect to the current problem/task;

$l(r_1, r_2, r_3)$ are quantity that characterizes the class belonging with respect to the fixed path in the classification tree structure;

$S_{r_1 r_2 r_3}$ is a number of all the pairs $(x_i, f_R(x_i))$ from the TS that, in fact, belong to the path $r_1 r_2 r_3$ and obey the relationship $f_R(x_i) \neq l(r_1 r_2 r_3)$;

G_{a_1, \dots, a_i} is a submanifold of the initial G approximated by a set of classification algorithms a_i ;

S_{a_1, \dots, a_n} is a number of the entrances into the TS of the initial pairs that satisfy condition $x_i \in G_{a_1, \dots, a_n}$;

$P_{pr}(TS)$ is a capacity (volume) of the initial TS (or its fixed part for a current ACT construction scheme step);

K_{Stop} is a branching stopping criterion at the ACT model construction;

En_{tr} is a classification errors and faults (the first-type ones) at the initial TS data array;

Et_{tr} is a classification errors and faults (the first-type ones) at the ST data array;

O_{U_z} is a total number of generalized attributes used in the classification tree model;

V_{All} is a represents the total number of all-type vertices in the ACT model structure;

N_{All} is a total number of different classification algorithms used in the classification tree model;

P_{All} is a total number of transitions between the vertices in the constructed classification tree model structure;

I_{Main} is a index of the initial TS data generalization by the classification tree;

Q_{Main} is a integral ACT/LCT model quality index;

Fr_{All} is a total number of vertices in the obtained ACT/LCT model with the resultant f_R values (RF, i.e. the classification tree leaves);

Er_{All} is a total number of errors in the ACT model at the initial test and training selection data arrays;

M_{All} is a total capacity (volume) of the test and training selection data arrays.

INTRODUCTION

The problems combined by the image recognition subject area are very diverse and take place in the contemporary world in any field of economy and social content of human activities resulting in the necessity to construct and study the mathematical model of the relevant systems. As of today, there is no universal approach to solve the above problems. Several quite general theories and approaches have been suggested allowing a large number of problem types/classes to be solved. However, their applied applications differ by rather high sensitivity to the problem or application field particularity. A lot of theoretical results have been obtained for a special cases and subtasks. It should be noted that the necessity of performing a huge amount of calculations and orientation to the powerful hardware tools remain a bottle-neck of successful real recognition systems. However a large number of applied tasks in various areas of nature studies, for instance, in geology, biology etc, where the problems of classification are being solved with the use of both software and hardware systems determines the intensity and relevance of such direction of investigations. Overcoming this problem for the tasks of artificial intelligence at the algorithmic and program construction of particular RS in a form of the classification tree models is a prerequisite of their high efficiency for each real task and, thus, will ensure a rapid development of different fields of science and technology [1–3]. In addition, more than four thousand recognition algorithms are available today being based on the various approaches and concepts and having certain limitations in their use (i.e. accuracy, speed, memory, versatility, reliability etc). Moreover, every algorithm is limited by a certain particularity of application tasks, and this is, obviously, the most vulnerable point of not such algorithms only, but also of the recognition systems based on the relevant concepts [4]. Thus, the logic classification trees (decision trees) are the object of this study. It is known that presentation of the large-volume training selections (discrete information) in a form of the logic tree structures has its essential advantages in economical description of the data and the efficient mechanisms of working with them [5–7].

The object of studies is the general concept of the decision tree, namely, the algorithmic classification tree, constructions (from the limited method point of view).

It is known that presentation of the large-volume discrete information arrays (training selections) in a form of the logic or algorithmic tree structures has its own essential advantages in economic description and efficient mechanisms (procedures) of working with them [8]. The effective covering of the training selection by a set of elementary attributes in case of the LCT structure or that by a fixed set of autonomous recognition/classification algorithms in case of the ACT construction generates a fixed tree-like data structure (a tree model) that ensures the training selection initial data compression and transformation. Let us emphasize that such approach provides considerable information system hardware resource optimization and savings [9]. The scope of using the decision

tree (the LCT/ACT structure) concept is now extremely vast, while the absolute majority of modern schemes of the classification tree construction methods are known from literature as partitioning and trapping [10–13] ones. It is known that the classification tree (LCT/ACT) structure is represented in a form of a sequence of branches and nodes. The tree branches contain some marks that define the target function (in case of the ACT, these are the independent classification algorithms, the GA sets), while the nodes contain the RF (independent class) values or the extended transition attributes. Choosing the branching criterion (vertex construction or selection), the branching stopping criterion (classification tree construction completion) and the classification tree branch (structural block) rejection criterion remain principal issues of the classification tree concept.

The subject of studies includes the methods, algorithms and construction schemes of classification algorithmic trees (the limited ACT structures).

The principal specific feature of the most available methods of training selection (discrete information array) processing in the recognition tasks at constructing classification rules and schemes is that they do not allow their complexity, accuracy and information capacity (parametric GA complexity) to be regulated in the course of model construction [4]. The principal specific feature of the algorithmic tree method is the possibility of the complex use of a number of known recognition algorithms (methods) in solving each particular task of recognition scheme construction. The basis of the ACT concept is a unique methodology, i.e. the optimal approximation of the training selection by a set of generalized attributes (autonomous algorithms) included in a certain scheme (operator) constructed during the training process [4, 5, 20]. The limited method of constructing the algorithmic classification tree models generates the tree-like schemes consisting of independent and autonomous classification algorithms presenting, to some extent, a new recognition algorithm (obviously, synthesized from known algorithms and methods).

The objective of the work is to elaborate the limited method of classification/recognition model construction on the basis of the ACT concept for the discrete information data arrays. Note that obtained classification system schemes are characterized by a tree-like structure (construction) and the availability of the autonomous classification algorithms (the GA sets) as the structural elements, whereas the above model construction (completing) goes along those tree structure paths, where the maximal number of classification errors takes place.

1 PROBLEM STATEMENT

Let the partition R into a finite number k of submanifolds (classes, images) be set at a certain manifold G of the objects $x: H_i (i=1, \dots, k)$, $G = \bigcup_{i=1}^k H_i$.

We shall call the corresponding manifolds H_1, \dots, H_k the images, while the manifold G elements – the patterns or the image H_1, \dots, H_k representatives. The objects (pat-

terns) x are defined by the certain attribute value sets $x_j (j=1, \dots, n)$. If $x \in H_i$, we shall consider that this object belongs to the image H_i . In general case, the images H_1, \dots, H_k can be defined by the probability distributions $p(H_1/x), \dots, p(H_k/x)$, here $p(H_i/x)$ being the probability (or, in the continuous case, the probability density) of $x(x \in G)$ belonging to the image H_i . Let the condition of task define a certain initial TS in a form of a sequence of training pairs:

$$(x_1, f_R(x_1)), \dots, (x_m, f_R(x_m)). \quad (1)$$

Note that, except for the initial TS, the ST (a set of the objects of known class belonging) is also defined as a certain part of the initial TS. Thus, according to the initial condition, TS is a combination (fixed sequence) of some sets (discrete objects), and each set is a combination of some attribute values and some function values (RF) at the above set. Then combination of attribute values is a certain pattern (discrete object), and the function value (RF) relates this pattern to the relevant image [5].

Therefore, in this work, we put a problem of constructing the ACT model in the conditions of limited hardware resources with the parameters p of the optimal structure $L: F(L(p, x_i), f_R(x_i)) \rightarrow opt$ with respect to the initial TS data.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

Present study continues a cycle of works devoted to the problem of the tree-like discrete object recognition schemes (the LCT/ACT classification models) [7–9, 14, 20]. They deal with the principal issues of the classification tree structure construction, use and optimization. As known from Ref. [7], the resultant classification rule (scheme) constructed by an arbitrary BAS method or algorithm has a tree-like logic structure, and the logic tree consists of vertices (attributes) grouped in layers and obtained at a certain step (stage) of recognition tree construction [15]. So, for the ACT methods, an important problem that follows from Ref. [20] is a problem of synthesizing the recognition trees that would be represented, in fact, by the algorithm tree/graph (the ACT methods) or by the classification model tree. In contrary to the available methods, the main peculiarity of the tree-like recognition systems is that the importance of certain attributes (attribute or algorithm groups) is determined with respect to the function that defines the object partitioning into classes [16]. Thus, in Ref. [15], the principal issues concerning the decision tree generation and constructed model quality are analyzed for the case of low-informative attributes, and the ability of the classification tree structures to perform the one-dimensional branching (attribute selection) for the analysis of the importance/quality influence of certain variables (vertices) gives a chance to work with the various-type variables in the form of predicates, generalized attributes, while in case of the ACT – with the relevant autonomous classifi-

cation and recognition algorithms. The general classification tree concept is used actively in the intellectual data analysis (LGMB, XGBoost), where the final goal is the synthesis of the model (fixed scheme) that predicts the target variable value on the basis of the initial data set (the TS data arrays) at the system input [17].

The systems based on the CART methods (directed to the solution of classification and regressive analysis problems), as well as those on the basis of the C4.5 schemes and its modern modifications (for the recognition/classification problems) and the ID3 schemes are the approaches dominating in the decision tree concept. The ID3 scheme is based on using the limited entropy criterion, while the LCT structure is being constructed until for each resultant vertex (tree leaf) the objects of the same fixed class remain only, or the branching procedure in the tree under construction provides the initial entropy criterion reduction. The C4.5/C5.0 scheme is based on the well-known Gain-Ratio (normative entropy) criterion, and the limitation on the number of objects for the resultant vertex (the LCT structure leaf) is used as the procedure stopping criterion. Note that the pruning procedure in the LCT structure is carried out according to the Error-Based Pruning scheme based on the general assessment of the generalizing ability to make a decision on the classification tree construction branch/vertex elimination. The CART scheme uses in its work the Gini criteria, and the pruning procedure in the LCT structure is carried out according to the *Cost-Complexity Pruning* scheme, while, for the case of available attribute step over, the basic surrogate predicate scheme is used.

Note that the basic idea of the branched attribute (algorithm vertices) selection in the ACT structure could be determined as the optimal approximation of some initial TS by a set of the ranked classification algorithms (in case of the LCT – attributes). In this case the central issue, i.e. the problem of choosing the efficient branching criterion (vertex, attribute, discrete object attribute selection for the LCT and algorithm selection for the ACT) becomes the most important. These principal problems are analyzed in Refs. [20, 21], where the questions of quality assessment of particular discrete attributes, their sets and fixed connections are raised, and this allows the efficient mechanism of branching realization to be implemented.

It is known that the classification tree (LCT/ACT) model structures are characterized by a compactness, on the one side, and by a non-uniform layer filling (sparsity), on the other one, as compared to the regular tree constructions [18–24]. Here the issues of classification tree construction process using the methods of the branched attribute selection and those of choosing the logic tree synthesis stopping criterion remain relevant [25–34]. It should be noted that the classification tree concepts do not conflict with the possibility of using as the classification tree attributes (structural vertices) of not only certain attributes of their connecting objects (the generalized attribute idea was considered in Ref. [9]) but also the sets. If we do not consider the object attributes as branches but selects certain independent recognition algorithms, then

we get on the output a new structure, i.e. the ACT [20]. Present work will be devoted just to the ACT structures in view of the limited method.

3 MATERIALS AND METHODS

At this stage of the present work, we shall suggest the limited methods for the LCT and ACT (classification trees) structures that allow one to overcome some clear negative conceptual moments and limitations, which are inherent in such schemes, from the viewpoint of resource needs and the resultant complexity of constructed classification tree models [25].

Let us first draw some attention to the fact that the general scheme of the LCT model construction method (based on the step-by-step elementary attribute selection) described earlier in Ref. [21] has a principal shortcoming related to the fact that with the increase of the number of vertices (classification tree structure layers) in the LCT construction the number of elementary attributes φ_i^j (here i being the elementary attribute number in the set, j being the relevant attribute location layer number) increases significantly. Obviously, such the resulting LCT model complication (constructional complexity) affects negatively the hardware abilities of the classification system (memory, processor time) and the general ability to perceive and analyze the constructed model without external selection of classification rules in the tree structure. To overcome these principally negative moments of the classification tree method, we shall suggest the following LCT method modification.

Limited method of the LCT construction. Let us fix some positive number Z at the initial stage. Let us have a constructed LCT (the classification tree after the defined number of step of the LCT model construction) of a following general structure (see Fig. 1) that reflects some predicate (constructed generalized attribute) $p_1(x)$.

Note that in Ref. [9], when presenting the LCT construction method (on the basis of elementary attribute selection) at the test stage, a certain number S was calculated that appears in the following relation:

$$\frac{S}{m} \geq \delta. \quad (2)$$

Now we shall, for each unfinished path $r_1 r_2 r_3$ in the logic tree structure (Fig. 1), calculate, except for the number S , the other one – $S_{r_1 r_2 r_3}$ that expresses the number of all the pairs $(x_i, f_R(x_i))$ from TS that, in fact, belong to the path $r_1 r_2 r_3$ and obey the following relation:

$$f_R(x_i) \neq l(r_1 r_2 r_3). \quad (3)$$

Thus, $S_{r_1 r_2 r_3}$ is a number of all such errors due to some predicate $p_1(x)$ (generalized attribute) represented by this general-structure LCT (Fig. 1) at the fixed path $r_1 r_2 r_3$ in this tree construction.

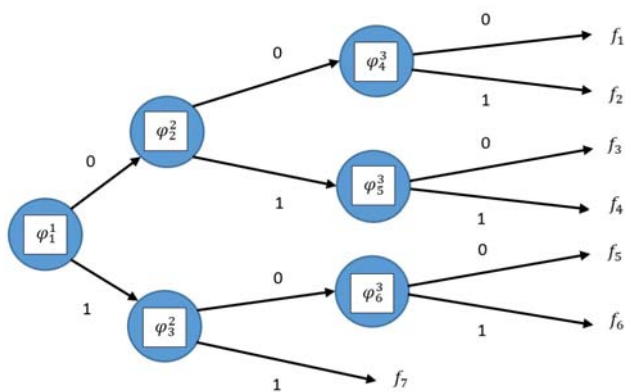


Figure 1 – Structure of the LCT constructed in accordance with the initial TS data on the basis of the elementary attribute selection

At the next stage, we choose the number Z of such paths $(r_1 r_2 r_3)_1, \dots, (r_1 r_2 r_3)_Z$, for which the number $S_{r_1 r_2 r_3}$ shall be as large as possible.

Example. Let $Z = 3$ be defined and let the following relation hold true:

$$S_{000} \geq S_{100} \geq S_{101} \geq S_{001} \geq S_{010} \geq S_{011}. \quad (4)$$

Then the paths 000, 100, 101 are chosen only. The next vertex (elementary attribute) $\varphi_{r_1 r_2 r_3}$ completion and selection shall be performed for the above paths only.

Let us fix that this modified scheme of the classification tree (the LCT on the basis of the elementary attribute selection) construction shall be called the limited method of the LCT construction.

Note that, according to this scheme, only the paths (of the general LCT structure) related to the maximal number of classification errors are being continued.

It should be noted finally that if one uses the above process in the end of the paths $r_1 r_2 r_3$ that do not belong to the selected Z paths, the $I(r_1 r_2 r_3)$ values are preserved. In this case, the process of the modified LCT construction method could be applied if the initial TS is not fixed, i.e. if at each step of the classification tree construction the own selection (a part of the TS) is realized.

Thus, the classification tree construction scheme suggested above introduces, actually, the accuracy regulation mechanism for the tree model constructed with the allowance made for the total number of classification errors at a given path (stage) of the logic tree general structure completion.

Obviously, this idea may work at the ACT structure level too, taking into account its certain specific features. Thus, in accordance with aforementioned, we shall suggest the following modification of the first-type ACT structure construction method presented in Ref. [20].

Limited method of the ACT construction. Let us define first a certain general-type TS (1) in a form of a sequence of training pairs $(x_i, f_R(x_i))$ with the capacity m , attribute space dimension n and a fixed set of different-type classification algorithms (a_1, \dots, a_M) . Note that

functioning of the classification tree models constructed is being checked at the ST data array with the capacity T (their belonging is also known).

It should be noted that here the initial TS data define some partition R into the classes (H_1, \dots, H_k) , while the corresponding algorithms a_i may not be associated with a single recognition concept but may realize various classification methods and algorithms (for instance, these could be the common geometrical algorithms that approximate the training selection by a relevant geometrical objects, i.e. estimate/potential function calculation algorithms etc). Note that one or more generalized attributes f_j (certain TS classification rules) that describe (approximate) a defined part of the initial training selection are the result of each of fixed (chosen from the algorithm library of some information system) autonomous classification/ recognition algorithms a_i at the relevant ACT generation step. Thus, for the case of known geometrical recognition algorithms [20], the geometrical objects that cover the TS in the attribute space of the dimension task space n will be the corresponding generalized attributes.

Certainly, in the real applied tasks, the cases are possible when the relevant classification algorithm a_i fails to construct the generalized attribute f_j due to a complicated location of classes H_k in the attribute space of this task or due to the certain conceptual and realization limitations of the classification algorithm itself. Then, by analogy with the LCT, we may deal with the case when constructed classification algorithms a_i (constructed generalized attributes f_j) incompletely approximate the initial TS, or such situation is provided by the ACT generation algorithm itself (for example, the presence of the initial limitation in the classification tree algorithm scheme related to generation of only one generalized attribute f_j at each stage of the ACT model construction).

Note that the initial TS objects that do not match the constructed scheme of selection approximation by a sequence of generalized attributes f_j (at the last stage of the ACT synthesis procedure) are related to the first-type classification failures (errors) En_{tr} . Similarly, for the ST data, the improperly classified discrete objects are also related to the first-type errors Et_{tr} .

Please note that the first-type ACT consists of layers, and each layer, in fact, corresponds to a certain step (stage) of the classification tree construction (the initial TS data approximation) [9, 20]. For each classification algorithm, at given approximation step, one may calculate its efficiency with respect the working data $(S/P_{pt}(TS^-))$, and this value must be equal to or exceed the preliminarily defined limitation δ . Certainly, in some ACT scheme realizations, this value δ may be used as

the stopping criterion K_{Stop} for the classification tree structure branching procedure.

Note that here S is a total number of classification errors for the fixed algorithm at a certain step (the ACT generation stage), while $P_{pr}(TS^-)$ is a capacity (volume) of the initial TS submanifold fed to the given algorithm input at the relevant layer (level or stage) of the classification tree under construction.

Then, by analogy with the limited LCT method, it looks expedient to calculate for each ACT structure layer (the classification tree construction stage) the values S_{a_1, \dots, a_i} that characterize the number of all the pairs $(x_i, f_R(x_i))$ of the initial TS array that could not be approximated by a sequence of fixed classification algorithms a_1, \dots, a_i . Thus, S_{a_1, \dots, a_i} is a number of all the classification errors made by a certain sequence GA (constructed at the corresponding ACT structure levels) represented by a given ACT of the general structure (Fig. 2) for a fixed recognition/classification algorithm set a_1, \dots, a_i .

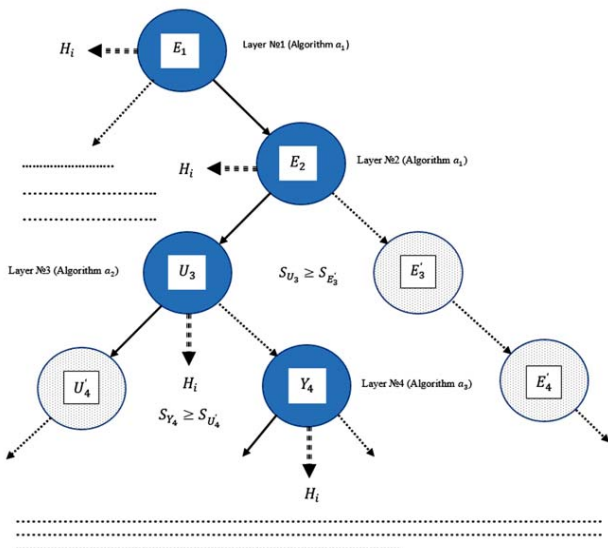


Figure 2 – Classification tree structure fragment constructed using the limited ACT method

Then, according to this ACT structure construction scheme, the only path(s) should be chosen in the tree construction (dependent of the classification tree types that may differ), for which the value S_{a_1, \dots, a_i} will be as maximal as possible. That is, the path in the ACT structure with the largest number of errors is being completed. Note that the next completion and selection of vertices (classification algorithms – the GA parameters) a_1, \dots, a_i is performed for these paths in the ACT structure only.

Note that in such approach to the construction of the limited LCT/ACT methods, after constructing the classification tree model its actual completion (final training) is possible and this provides a direct possibility to influence the accuracy of the classification system model constructed.

It should be noted that, according to the limited ACT scheme, in the process of the classification tree construction, only those paths (of the general ACT structure) are being continued (chosen for the GA completion) that correspond to the occurrence of the largest number of classification errors. It is obvious that the use of the above process allows one to return at any moment to the rejected paths in order to complete the classification tree structures (paths).

Let us emphasize that the classification tree construction scheme suggested above (the limited ACT method) allows the constructed tree model accuracy (efficiency) to be regulated taking into account the total number of any-type classification errors at a given path (stage) of the algorithmic tree general structure construction. The principal possibility of the ACT model construction with a preset accuracy with respect to the initial data array is important. Such possibility is achieved by limiting/ restricting the number of steps of the ACT generation procedure, by using a system of limitations of information capacity, the generalization number and parameters (the TS domain under approximation) or the generalized attribute set constructed at the relevant stages of the resultant classification tree construction.

4 EXPERIMENTS

The limited ACT structure construction scheme suggested in this study allows one to regulate quite flexibly the complexity of the model of the classification tree under construction or to construct the recognition model with the preset accuracy in accordance with the current task conditions. The task of choosing the classification tree model (among a fixed set of constructed LCT/ACT structures) for a particular problem is determined by a manifold of parameters that have a determinative importance with respect to the current applied task (the TS/ST data sets). It is obvious that, in order to compare and select a particular classification tree model from the fixed set, one has to distinguish its most significant characteristics (i.e. attribute space dimensionality, number of vertices, number of the tree construction transitions etc) and to determine their error with respect to the input data array.

Analyzing the quality criteria for the information models obtained that depend on the model inaccuracy, the initial TS/ST data array capacity (the number of training pairs and the task attribute space dimensionality), the number of the model structural parameters and so on, is the principally important issue at this stage of study. It is obvious that the model errors at the TS and ST data arrays and for each class (the initial TS part, submanifold) defined by the current applied task initial condition are the critically important parameters of the ACT model constructed.

Note that the basic index of the initial TS data generalization by the classification tree/model is one of the most important indices that characterize the basic properties of the ACT models. It is calculated as follows:

$$I_{Main} = \frac{m \cdot O_{Uz}}{V_{All} + N_{All} + 2P_{All}}. \quad (5)$$

This classification tree model (the ACT structure) generalization index reflects its basic parameters/ characteristics of classification trees and may be used as an optimality criterion in the procedure of assessing the arbitrary tree-like recognition scheme, for example, in the case of the methods of constructing and selecting the random classification trees from Ref. [9] (with the allowance made for their structural parameters). In any arbitrary applied task, it is essential to maximize the parameter I_{Main} (i.e. the ACT model generalization index). This allows one to achieve the most optimal classification tree structure and obtain actually the maximal compression of the initial TS data (i.e. to present the initial data array as the minimal by its structural complexity tree) [7]. It should also be emphasized that the issue of reducing the tree structure complexity (namely, the number of nodes, vertices, attributes, algorithms in the classification tree structure, total number of transitions in the model structure), the information system general memory and processor time consumption parameters remains a principal moment at the LCT/ACT (classification model) structure construction. So, the total integral quality index presented below is an important quality index of the model constructed in a form of the classification tree with the inclusion of the ACT model structure parameters:

$$Q_{Main} = \frac{Fr_{All}}{O_{Uz} \cdot \sum_i p_i} \cdot e^{-\frac{Er_{All}}{M_{All}}} \quad (6)$$

Note that the parameter Er_{All} is here the total number of errors in the ACT model at the initial test and training selection data arrays – $Er_{All} = En_{tr} + Et_{tr}$, while M_{All} is the total capacity of the above two arrays – $M_{All} = m + T$. The parameter Fr_{All} characterizes the total number of vertices in the obtained ACT model with the resultant values f_R (RF, i.e. the classification tree leaves), while the parameter O_{Uz} represents the total number of all the generalized attributes in the ACT model structure. A set of parameters p_i defines the most important classification tree characteristics (in accordance with the LCT/ACT structures) under assessment (for instance, the number of elementary or generalized attributes used in the classification tree model, the number of transitions between the classification tree vertices, layers etc).

Note that this integral ACT model quality index will take the values from zero to unit. The less is this index, the worse is the quality of the classification tree constructed, and, vice versa, the larger is the index, the best will be the final model. Thus, the suggested integral assessment of the classification tree (the ACT structure) reflects the basic classification tree parameters/characteristics and may be used as the optimality criterion in the procedure of assessment of the arbitrary tree-like recognition scheme (according to the own model parameters).

Thus, at the Uzhhorod National University, the software complex Orion III has been developed being used to generate the autonomous recognition/classification systems. This system algorithmic library has 13 recognition algorithms/schemes including the above algorithmic realization of the ACT construction using the limited method suggested above.

The basic task used to check operation of the limited ACT construction method was reduced to that of classifying the array of geological data (the oil-bearing bed partitioning problem). A set of 22 basic elementary attributes was used to recognize objects, whereas in the TS information was presented about the objects from two classes. At the examination stage, the classification system (the ACT model) was constructed being intended to provide an efficient recognition of unknown classification objects with respect to these two classes.

Information concerning the two classes of objects is presented in the TS. At the examination stage, the classification system constructed has to provide an efficient recognition of unknown classification methods with respect to the above two classes.

At the initial stage of the software system operation, the training selection was automatically checked for correctness (searching and eliminating the similar objects of different belonging – the first-kind errors).

5 RESULTS

The initial TS presents information about the partition R into two classes. At the examination stage (on the ST basis), the classification scheme constructed must ensure the efficient recognition (classification) of unknown-classification objects with respect to these classes. Note that the H_1 -class training pairs (the oil-bearing beds) dominated in the training information array in the proportion $\approx (1.5/1)$, while the TS array included 1250 objects (sets of known classification), and the efficiency of the constructed recognition system was estimated at the test volume selection of 240 objects. It should be noted that the ST array had a form of a separated part of the initial TS (it consisted of discrete objects of known classification). Usually such test selection volume is not sufficient for a comprehensive analysis of the constructed classification tree model quality, but in relation with the limited character of the TS itself even such ST allows the main parameters of synthesized LCT/ACT structures to be assessed and analyzed. The test and training selection array data were obtained on the basis of the geological survey on the territory of Transcarpathian province during the period from 2001 to 2011. The fragment of the main results of the above experiments, the comparative tests of the ACT (the classification tree structure) model construction methods at the data array for this applied task is presented in Table 1. We shall emphasize that constructed ACT models (structures) provided necessary accuracy and efficiency level defined by the applied task condition, desired speed and system operating memory consumption, but demonstrated different structural complexity of constructed classification trees (the LCT construction

complexity parameters) and a set of generalized attributes (in the comparative cases of the algorithmic classification tree models, i.e. the ACT structures [20]).

6 DISCUSSION

Note that the general assessment of the ACT model quality made in the present study (certainly, it may be adapted for the case of the LCT structures) fixes the most important characteristics/parameters of the constructed classification trees and can be used as the optimality criterion in the procedure of the ACT construction and final model selection (ranking) from the ACT model manifold. It should be noted that the ACT structure, like the limited algorithmic tree method, only handles the constructed sets of generalized attributes (classification algorithms) and may not be interested in the fact by what algorithm/method (scheme, rule) they have been obtained. Each of the schemes constructed according to the algorithmic tree method will be a general recognition scheme (the ACT model) to be used for practical purposes (i.e. processing large experimental data arrays in a form of discrete sets). It is important that the classification scheme obtained will, to some extent, be a new recognition algorithm (synthesized, obviously, from the known algorithms and methods). The ACT structure (new classification scheme) obtained is characterized by a high flexibility with respect to a certain application and by a relatively compact structure of the model itself, however, it requires relatively high hardware expenditures to preserve generalized attributes (or their sets) and the initial assessment of the classification algorithm quality according to the TS data. The ACT models, as compared to the LCT structures, have high classification rule speed, comparable hardware expenditures for the tree structure preservation and operation, as well as high classification quality.

CONCLUSIONS

In this work, a problem of constructing the limited method of synthesizing the algorithmic classification tree models on the basis of the TS approximation by a set of independent classification algorithms in conditions of limitations imposed on the paths of the ACT structure completion has been solved.

The **scientific novelty** of the obtained results is related to the fact that the limited method of constructing the ACT structures has been suggested for the first time on the basis of the autonomous recognition/classification algorithm assessment and ranking for generating the classification tree structure (the ACT model) with the limitation set imposed on the ACT (the classification tree model) construction completion directions. In this case at each step of the classification tree branching a certain part of the TS (or its submanifold) is being approximated. Note that the branching criterion for the ACT structures (in the limited ACT construction method) may be used not only to assess the quality of some classification algorithms, but also to calculate the efficiency of bound algorithm sets that will allow more optimal structure of the ACT synthesized in accordance with the initial TS data to be achieved. In this work, a set of general indices (parameters) has been suggested enabling the general characteristics of the ACT model to be presented effectively. It also could be used to select the most optimal ACT from the set of classification trees constructed in accordance with the random classification trees.

The **practical value** of the results obtained is that the suggested limited method of constructing the ACT models (the LCT/ACT structures) was realized in the algorithm library of the universal software system ORION III to solve various practical problems of classifying (recognizing) the different-type discrete object arrays.

Note that the practical testing has proven the efficiency and performance of the developed software and suggested ACT models allowing one to formulate recommendations on the use of the above approach (the limited LCT/ACT model method) and its software realization for a wide spectrum of applied discrete object classification/recognition tasks.

Looking ahead, the further studies may be directed towards the development of algorithmic classification tree (the ACT structure boosting) methods of optimizing the software realizations of the suggested limited ACT construction method as well as its practical approbation at the family of real classification/recognition tasks.

Table 1 – Comparative table of classification tree (LCT/ACT) models/methods

No.	Classification tree (LCT/ACT) method (scheme)	Integral classification tree model quality index, Q_{Main}	Total number of model errors at TS and ST, Er_{All}
1	Full LCT method on the basis of elementary attribute (attribute set) selection	0.004789	2
2	LCT model with a single assessment of attribute (attribute set) importance	0.002263	3
3	Limited LCT structure construction method ($Z=5$)	0.003168	4
4	Limited LCT structure construction method LCT ($Z=9$)	0.003029	3
5	Algorithmic tree (type I) method	0.005234	0
6	Algorithmic tree (type II) method	0.002941	0
7	ACT method (type I) on the basis of a hypersphere algorithm as the GA	0.005445	0
8	ACT method (type I) on the basis of a hypercube algorithm as the GA	0.005139	1
9	Limited ACT model construction method ($Z=6$)	0.003018	2
10	Limited ACT model construction method ($Z=10$)	0.003176	1

REFERENCES

1. Srikant R., Agrawal R. Mining generalized association rules, *Future Generation Computer Systems*, 1997, Vol. 13, No. 2, pp. 161–180.
2. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning. Stanford, 2008, 768 p.
3. Quinlan J.R. Induction of Decision Trees. Machine Learning, 1986, No. 1, pp. 81–106.
4. Vasilenko Y. A., Vasilenko E. Y., Kuhayivsky A. I., Papp I. O. Construction and optimization of recognizing systems, *Scientific and technical journal "Information technologies and systems"*, 1999, No. 1, pp. 122–125.
5. Povhan I. Designing of recognition system of discrete objects, *2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP), Lviv, 2016. Ukraine, Lviv, 2016*, pp. 226–231.
6. Mitchell T. Machine learning. New York, McGrawHill, 1997, 432 p.
7. Povhan I. General scheme for constructing the most complex logical tree of classification in pattern recognition discrete objects, *Collection of proceedings «Electronics and information technology»*, 2019, Vol. 11, pp. 73–80.
8. Breiman L. L., Friedman J. H., Olshen R. A. et al. Classification and regression trees. Boca Raton, Chapman and Hall/CRC, 1984, 368 p.
9. Vasilenko Y. A., Vashuk F. G., Povkhan I. F. Automating the construction of classification systems based on agent – schemes, *Mathematical modeling, optimization and information technologies : International Joint Conference MDIF-2012, Kishineu, Moldova, 2012*. Kishineu, 2012, pp. 444–446.
10. Vtoghoff P.E. Incremental Induction of Decision Trees, *Machine Learning*, 1989, No. 4, pp. 161–186.
11. Amit Y., Geman D., Wilder K. Joint induction of shape features and tree classifiers, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, Vol. 19, No. 11, pp. 1300–1305.
12. Dietterich T. G., Kong E. B. Machine learning bias, statistical bias and statistical variance of decision tree algorithms [Electronic resource]. Corvallis, Oregon State University, 1995, 14 p. Access mode : <http://www.cems.uwe.ac.uk/~irjohnso/coursenotes/uqc832/trbias.pdf>
13. Mingers J. An empirical comparison of pruning methods for decision tree induction, *Machine learning*, 1989, Vol. 4, No. 2, pp. 227–243.
14. Povhan I. Question of the optimality criterion of a regular logical tree based on the concept of similarity, *Collection of proceedings «Electronics and information technology»*, 2020, Vol. 13, pp. 12–16.
15. Subbotin S.A. Construction of decision trees for the case of low-information features, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 1, pp. 121–130.
16. Lupei M., Mitsa A., Repariuk V., Sharkan V. Identification of authorship of Ukrainian-language texts of journalistic style using neural networks, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2020, Vol. 1 (2 (103)), pp. 30–36. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.195041>
17. Bodyanskiy Y., Vynokurova O., Setlak G. and Pliss I. Hybrid neuro-neo-fuzzy system and its adaptive learning algorithm, *Computer Sciences and Information Technologies (CSIT) : Xth Scien. and Tech. Conf.*, Lviv, 2015. Lviv, 2015, pp. 111–114.
18. Karimi K., Hamilton H. J. Generation and Interpretation of Temporal Decision Rules, *International Journal of Computer Information Systems and Industrial Management Applications*, 2011, Vol. 3, pp. 314–323.
19. Kotsiantis S.B. Supervised Machine Learning: A Review of Classification Techniques, *Informatica*, 2007, No. 31, pp. 249–268.
20. Povkhan I.F. Features of synthesis of generalized features in the construction of recognition systems using the logical tree method, *Information technologies and computer modeling ITKM-2019 : materials of the international scientific and practical conference, Ivano-Frankivsk, May 20–25, 2019, Ivano-Frankivsk, 2019*, pp. 169–174.
21. Vasilenko Y. A., Vashuk F. G., Povkhan I. F. The importance of discrete signs, *XX International Conference Promising ways and directions of improving the educational system, Uzhgorod, November 16–19, 2010*. Uzhgorod, 2010, Vol. 21, No. 1, pp. 217–222.
22. Deng H., Runger G., Tuv E. Bias of importance measures for multi-valued attributes and solutions, *Proceedings of the 21st International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN), Espoo, Finland, Jun 14–Jun 17, 2011*. Espoo, 2011, pp. 293–300.
23. Kamiński B., Jakubczyk M., Szufel P. A framework for sensitivity analysis of decision trees, *Central European Journal of Operations Research*, 2017, Vol. 26 (1), pp. 135–159.
24. Dietterich T. G. An experimental comparison of three methods for constructing ensembles of decision trees: bagging, boosting, and randomization, *Machine learning*, 2000, Vol. 40, No. 2, pp. 139–157.
25. Povhan I. Generation of elementary signs in the general scheme of the recognition system based on the logical tree, *Collection of proceedings «Electronics and information technology»*, 2019. – Vol. 12. – P. 20–29.
26. Subbotin S., Oliinyk A. eds.: Szewczyk R., Kaliczyńska M. The dimensionality reduction methods based on computational intelligence in problems of object classification and diagnosis, *Recent Advances in Systems, Control and Information Technology*. Cham, Springer, 2017, pp. 11–19. (Advances in Intelligent Systems and Computing, vol. 543).
27. Subbotin S. A. Methods and characteristics of locality-preserving transformations in the problems of computational intelligence, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2014, No. 1, pp. 120–128.
28. Koskimaki H., Juutilainen I., Laurinen P., Roning J. Two-level clustering approach to training data instance selection: a case study for the steel industry, *Neural Networks : International Joint Conference (IJCNN-2008), Hong Kong, 1–8 June 2008 : proceedings*. Los Alamitos, IEEE, 2008, pp. 3044–3049. DOI: 10.1109/ijcnn.2008.4634228
29. Subbotin S. The neuro-fuzzy network synthesis and simplification on precedents in problems of diagnosis and pattern recognition, *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*, 2013, Vol. 22, No. 2, pp. 97–103. DOI: 10.3103/s1060992x13020082
30. Subbotin S. A. Methods of sampling based on exhaustive and evolutionary search, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2013, Vol. 47, No. 3, pp. 113–121. DOI: 10.3103/s0146411613030073
31. De Mántaras R. L. A distance-based attribute selection measure for decision tree induction, *Machine learning*, 1991, Vol. 6, No. 1, pp. 81–92.
32. Alpaydin E. Introduction to Machine Learning. London, The MIT Press, 2010, 400 p.

33. Painsky A., Rosset S. Cross-validated variable selection in tree-based methods improves predictive performance, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, Vol. 39, No. 11, pp. 2142–2153. DOI:10.1109/tpami.2016.2636831
34. Miyakawa M. Criteria for selecting a variable in the construction of efficient decision trees, *IEEE Transactions on Computers*, 1989, Vol. 38, № 1, pp. 130–141. Received 22.06.2020. Accepted 14.09.2020.

УДК 001.891:65.011.56

ОБМЕЖЕНИЙ МЕТОД ДЛЯ ВПАДКУ АЛГОРИТМИЧНОГО ДЕРЕВА КЛАСИФІКАЦІЇ

Повхан І. Ф. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри програмного забезпечення систем ДВНЗ Ужгородський національний університет, м. Ужгород, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Розглянута загальна задача побудови алгоритмічних дерев розпізнавання (класифікації) на основі обмеженого методу в теорії штучного інтелекту. Об'єктом даного дослідження є концепція дерева класифікації (алгоритмічного дерева класифікації на базі обмеженого методу). Предметом дослідження є актуальні методи, алгоритми та схеми (обмежений метод) побудови алгоритмічних дерев класифікації.

Мета. Метою даної роботи є створення простого та ефективного обмеженого методу побудови деревоподібних моделей розпізнавання та класифікації на основі алгоритмічних дерев класифікації для навчальних вибірок дискретної інформації великого об'єму – який характеризується структурою отриманих дерев класифікації з незалежних алгоритмів розпізнавання оцінених на основі функціоналу розрахунку їх загальної ефективності для широкого класу прикладних задач.

Метод. Пропонується обмежений метод побудови алгоритмічних дерев класифікації, який для заданої початкової навчальної вибірки довільного розміру будує деревоподібну структуру (модель АДК), яка складається з набору автономних алгоритмів класифікації та розпізнавання оцінених на кожному кроці (етапі) побудови АДК за даною початковою вибіркою. Тобто пропонується обмежений метод побудови алгоритмічного дерева класифікації основна ідея якого полягає в по кроковій апроксимації початкової вибірки довільного об'єму та структури набором незалежних алгоритмів класифікації та розпізнавання. Даний метод при формуванні поточної вершини алгоритмічного дерева (вузла, узагальненої ознаки АДК) забезпечує виділення найбільш ефективних (якісних) автономних алгоритмів класифікації з початкового набору та побудову лише тих шляхів в структурі АДК де відбувається найбільша кількість помилок класифікації. Такий підхід при побудові результуючого дерева класифікації (моделі АДК) дозволяє значно скоротити розмір та складність дерева (загальну кількість переходів, вершин та ярусів структури) підвищити якість його наступного аналізу (інтерпретабельність), можливість декомпозиції, та будувати структури АДК в умовах обмежених апаратних ресурсів. Запропонований обмежений метод побудови алгоритмічного дерева класифікації дозволяє будувати різноманітні деревоподібні моделі розпізнавання з наперед заданою точністю для широкого класу задач теорії штучного інтелекту.

Результати. Розроблений та представлений в даній роботі обмежений метод алгоритмічного дерева класифікації отримав програмну реалізацію та був досліджений і порівняний з методами логічних дерев класифікації (на основі селекції набору елементарних ознак), методами алгоритмічного дерева класифікації (першого та другого типу) при розв'язку задачі розпізнавання реальних даних геологічного типу.

Висновки. Проведені в даній роботі експерименти підтвердили працездатність запропонованого математичного забезпечення та показують можливість його перспективного використання для розв'язку широкого спектру практичних задач розпізнавання та класифікації. Перспективи подальших досліджень та апробацій можуть полягати в створенні методів алгоритмічного дерева класифікації інших типів, які полягають в веденні критерію зупинки процедури побудови моделі дерева за глибиною структури, оптимізації його програмних реалізацій, а також експериментальних дослідженнях даного методу на більш широке коло практичних задач.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: алгоритмічне дерево класифікації, розпізнавання образів, класифікація, алгоритм класифікації, критерій розгалуження, обмежений метод.

УДК 001.891:65.011.56

ОГРАНИЧЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ СЛУЧАЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ДЕРЕВА КЛАССИФИКАЦИИ

Повхан И. Ф. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры программного обеспечения систем ГВУЗ Ужгородский национальный университет, г. Ужгород, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Рассмотрена общая задача построения алгоритмических деревьев распознавания (классификации) на основе ограниченного метода в теории искусственного интеллекта. Объектом данного исследования является концепция дерева классификации (алгоритмического дерева классификации на базе ограниченного метода). Предметом исследования являются актуальные методы, алгоритмы и схемы (ограниченный метод) построения алгоритмических деревьев классификации.

Цель. Целью данной работы является создание простого и эффективного ограниченного метода построения древовидных моделей распознавания и классификации на основе алгоритма деревьев классификации для учебных выборок дискретной информации большого объема – характеризуется структурой полученных деревьев классификации из независимых алгоритмов распознавания оцененных на основе функционала расчета их общей эффективности для широкого класса прикладных задач.

Метод. Предлагается ограниченный метод построения алгоритмических деревьев классификации, который для заданной начальной обучающей выборки произвольного размера строит древовидную структуру (модель АДК), которая состоит из набора автономных алгоритмов классификации и распознавания, оцененных на каждом шаге (этапе) построения АДК по данной начальной выборке. То есть предлагается ограниченный метод построения алгоритмического дерева классификации основной идея которого заключается в по шаговой аппроксимации начальной выборки произвольного объема и структуры набором независимых алгоритмов классификации и распознавания. Данный метод при формировании текущей вершины алгоритмического дерева (узла, обобщенной признаки АДК) обеспечивает выделение наиболее эффективных (качественных) автономных алгоритмов классификации с начального набора и достройку только тех путей в структуре АДК где происходит наибольшее количество ошибок классификации. Такой подход при построении результирующего дерева классификации (модели АДК) позволяет значительно сократить размер и сложность дерева (общее количество переходов, вершин и ярусов структуры) во-визжит качество его последующего анализа (интерпретируемость), возможность декомпозиции, и строить структуры АДК в условиях ограниченных аппаратных ресурсов. Предложенный ограниченный метод построения алгоритмического дерева классификации позволяет строить разнотипные древовидные модели распознавания с наперед заданной точностью для широкого класса задач теории искусственного интеллекта.

Результаты. Разработан и представлен в данной работе ограничен метод алгоритмического дерева классификации получил программную реализацию и был исследован и сравнен с методами логических деревьев классификации (на основе селекции набора элементарных признаков), методами алгоритмического дерева классификации (первого и второго типа) при решении задачи распознавания реальных данных геологического типа.

Выводы. Проведенные в данной работе эксперименты подтвердили работоспособность предложенного математического обеспечения и показывают возможность его перспективного использования для решения широкого спектра практических задач распознавания и классификации. Перспективы дальнейших исследований и апробаций могут заключаться в создании методов алгоритмического дерева классификации других типов, которые заключаются в ведении критерия останки процедуры построения модели дерева по глубине структуры, оптимизации его программных реализаций, а также экспериментальных исследованиях данного метода на более широкий круг практических задач.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: алгоритмическое дерево классификации, распознавание образов, классификация, алгоритм классификации, критерий разветвления, ограниченный метод.

REFERENCES

1. Srikant R. Mining generalized association rules / R. Srikant, R. Agrawal // *Future Generation Computer Systems*. – 1997. – Vol. 13, №2. – P. 161–180.
2. Hastie T. *The Elements of Statistical Learning* / T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman. – Stanford, 2008. – 768 p.
3. Quinlan J. R. *Induction of Decision Trees* / J. R. Quinlan // *Machine Learning*. – 1986. – № 1. – P. 81–106.
4. Construction and optimization of recognizing systems / [Vasilenko Y. A., Vasilenko E. Y., Kuhayivsky A. I., Papp I. O.] // *Scientific and technical journal “Information technologies and systems”*. – 1999. – № 1. – P. 122–125.
5. Povhan I. Designing of recognition system of discrete objects / I. Povhan // 2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP), 2016, Lviv, Ukraine. – Lviv, 2016. – P. 226–231.
6. Mitchell T. *Machine learning* / T. Mitchell. – New York : McGraw-Hill, 1997. – 432 p.
7. Povhan I. General scheme for constructing the most complex logical tree of classification in pattern recognition discrete objects / I. Povhan // *Collection of proceedings «Electronics and information technology»*. – 2019. – Vol. 11. – P. 73–80.
8. *Classification and regression trees* / [L. L. Breiman, J. H. Friedman, R. A. Olshen, C. J. Stone]. – Boca Raton : Chapman and Hall/CRC, 1984. – 368 p.
9. Vasilenko Y. A. Automating the construction of classification systems based on agent – schemes / [Y. A. Vasilenko, F. G. Vashuk, I. F. Povkhan] // *Mathematical modeling, optimization and information technologies : International Joint Conference MDIF-2012, Kishineu, Moldova, 2012*. – Kishineu, 2012. – P. 444–446.
10. Vtoghoff P. E. Incremental Induction of Decision Trees / P. E. Vtoghoff // *Machine Learning*. – 1989. – № 4. – P. 161–186.
11. Amit Y. Joint induction of shape features and tree classifiers / Y. Amit, D. Geman, K. Wilder // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. – 1997. – Vol. 19, № 11. – P. 1300–1305.
12. Dietterich T. G. Machine learning bias, statistical bias, and statistical variance of decision tree algorithms [Electronic resource] / T. G. Dietterich, E. B. Kong. – Corvallis : Oregon State University, 1995. – 14 p. – Access mode : <http://www.cems.uwe.ac.uk/~irjohnso/coursenotes/uqc832/trbias.pdf>
13. Mingers J. An empirical comparison of pruning methods for decision tree induction / J. Mingers // *Machine learning*. – 1989. – Vol. 4, No. 2. – P. 227–243.
14. Povhan I. Question of the optimality criterion of a regular logical tree based on the concept of similarity / I. Povhan // *Collection of proceedings «Electronics and information technology»*. – 2020. – Vol. 13. – P. 12–16.
15. Subbotin S. A. Construction of decision trees for the case of low-information features / S. A. Subbotin // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2019. – № 1. – P. 121–130.
16. Identification of authorship of Ukrainian-language texts of journalistic style using neural networks / [M. Lupei, A. Mitsa, V. Repariuk, V. Sharkan] // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2020. – Vol. 1 (2 (103)). – P. 30–36. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.195041>
17. Hybrid neuro-neo-fuzzy system and its adaptive learning algorithm / [Y. Bodyanskiy, O. Vynokurova, G. Setlak and I. Pliss] // *Computer Sciences and Information Technologies (CSIT) : Xth Scien. and Tech. Conf., Lviv, 2015*. – Lviv, 2015. – P. 111–114.
18. Karimi K. Generation and Interpretation of Temporal Decision Rules / K. Karimi, H. J. Hamilton // *International Journal of Computer Information Systems and Industrial Management Applications*. – 2011. – Vol. 3. – P. 314–323.
19. Kotsiantis S. B. Supervised Machine Learning: A Review of Classification Techniques / S. B. Kotsiantis // *Informatica*. – 2007. – № 31. – P. 249–268.

20. Povkhan I.F. Features of synthesis of generalized features in the construction of recognition systems using the logical tree method / I. F. Povkhan // *Information technologies and computer modeling ITKM-2019 : materials of the international scientific and practical conference, Ivano-Frankivsk, May 20–25, 2019. – Ivano-Frankivsk, 2019. – P. 169–174.*
21. Vasilenko Y. A. The importance of discrete signs / Y. A. Vasilenko, F. G. Vashuk, I. F. Povkhan // *XX International Conference Promising ways and directions of improving the educational system, Uzhgorod, November 16–19, 2010. – Uzhgorod, 2010. – Vol. 21, № 1. – P. 217–222.*
22. Deng H. Bias of importance measures for multi-valued attributes and solutions / H. Deng, G. Runger, E. Tuv // *Proceedings of the 21st International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN), Espoo, Finland, Jun 14–Jun 17, 2011. – Espoo, 2011. – P. 293–300.*
23. Kamiński B. A framework for sensitivity analysis of decision trees / B. Kamiński, M. Jakubczyk, P. Szufel // *Central European Journal of Operations Research. – 2017. – Vol. 26 (1) – P. 135–159.*
24. Dietterich T. G. An experimental comparison of three methods for constructing ensembles of decision trees: bagging, boosting, and randomization / T. G. Dietterich // *Machine learning. – 2000. – Vol. 40, № 2. – P. 139–157.*
25. Povhan I. Generation of elementary signs in the general scheme of the recognition system based on the logical tree / I. Povhan // *Collection of proceedings «Electronics and information technology». – 2019. – Vol. 12. – P. 20–29.*
26. Subbotin S. The dimensionality reduction methods based on computational intelligence in problems of object classification and diagnosis / S. Subbotin, A. Oliinyk // *Recent Advances in Systems, Control and Information Technology / eds. : R. Szewczyk, M. Kaliczyńska. – Cham : Springer, 2017. – P. 11–19. – (Advances in Intelligent Systems and Computing, vol. 543).*
27. Subbotin S. A. Methods and characteristics of localitypreserving transformations in the problems of computational intelligence / S. A. Subbotin // *Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2014. – No. 1. – P. 120–128.*
28. Two-level clustering approach to training data instance selection: a case study for the steel industry / [H. Koskimaki, I. Juutilainen, P. Laurinen, J. Roning] // *Neural Networks : International Joint Conference (IJCNN-2008), Hong Kong, 1–8 June 2008 : proceedings. – Los Alamitos : IEEE, 2008. – P. 3044–3049. DOI: 10.1109/ijcnn.2008.4634228*
29. Subbotin S. The neuro-fuzzy network synthesis and simplification on precedents in problems of diagnosis and pattern recognition / S. Subbotin // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2013. – Vol. 22, № 2. – P. 97–103. DOI: 10.3103/s1060992x13020082*
30. Subbotin S. A. Methods of sampling based on exhaustive and evolutionary search / S. A. Subbotin // *Automatic Control and Computer Sciences. – 2013. – Vol. 47, № 3. – P. 113–121. DOI: 10.3103/s0146411613030073*
31. De Mántaras R. L. A distance-based attribute selection measure for decision tree induction / De Mántaras R. L. // *Machine learning. – 1991. – Vol. 6, № 1. – P. 81–92.*
32. Alpaydin E. *Introduction to Machine Learning* / E. Alpaydin. – London : The MIT Press. 2010. – 400 p.
33. Painsky A. Cross-validated variable selection in tree-based methods improves predictive performance / A. Painsky, S. Rosset // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2017. – Vol. 39, No. 11. – P. 2142–2153. DOI:10.1109/tpami.2016.2636831.*
34. Miyakawa M. Criteria for selecting a variable in the construction of efficient decision trees / M. Miyakawa // *IEEE Transactions on Computers. – 1989. – Vol. 38, No. 1. – P. 130–141.*

ХЭШИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТ ДЛЯ СОКРАЩЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ ДАННЫХ

Субботин С. А. – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой программных средств Национального университета «Запорожская политехника», Запорожье, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Для сокращения размерности данных в задачах распознавания и диагностирования на основе хэширования возникает необходимость сокращения временных затрат на формирование хэширующего преобразования.

Цель. Цель работы – уменьшение временных затрат на сокращение размерности данных путем создания метода хэширования, не требующего решения оптимизационной задачи поиска наилучшего случайного преобразования, а также уменьшение потерь локальных свойств признакового пространства.

Метод. Предложен метод формирования хэша, который переводит координаты экземпляров из исходной системы признаков в многомерную полярную систему координат, на основе которых, дискретизируя полярные координаты, с помощью эвристик различными способами кодирует и комбинирует значения дискретизированных полярных координат, формируя хэши экземпляров, из которых в качестве результирующего преобразования выбирает наилучшее в системе заданных критериев на основе минимизации числа коллизий, при которых экземпляры разных классов и разными значениями исходных признаков, получают одинаковые хэши. Это позволяет автоматизировать формирование хэширующих преобразований, исключить необходимость решения оптимизационных задач перебора случайных проекций, обеспечив сокращение затрат времени, а также делает хэширующее преобразование более свободным от навязывания данным разбиения признакового пространства, присущей им природы, что позволяет повысить обобщающие свойства и точность преобразований. Предложены критерии оценивания качества хэширующих преобразований, включающие определение числа позитивных и негативных коллизий, а также оценивания на их основе вероятностей соответствующих коллизий. Это позволяет автоматизировать анализ и выбор хэширующих преобразований для сокращения размерности данных в задачах распознавания и диагностирования.

Результаты. Проведено экспериментальное исследование, подтвердившее работоспособность предложенных методов при решении практических задач.

Выводы. Разработанное математическое обеспечение может быть рекомендовано для решения задач сокращения размерности данных.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: хэширование, хэш, сокращение размерности выборки, полярные координаты.

НОМЕНКЛАТУРА

δ – заданная пользователем константа, регулирующая допустимое расхождение значений критериев качества редуцированной и исходной выборок;

ρ^s – расстояние от s -го экземпляра до центра нормированных координат (радиальная координата);

ρ_b^s – значение b -го бита целочисленного расстояния (или номера интервала расстояния) от центра полярной координатной системы до s -го экземпляра;

P – число бит для представления максимального целочисленного расстояния;

φ_j^s – j -я угловая координата s -го экземпляра;

$\varphi^s = \{\varphi_j^s\}$ – набор угловых координат s -го экземпляра;

φ_{jb}^s – значение b -го бита j -го целочисленного угла в полярной координатной системе для s -го экземпляра;

Φ – число бит для представления максимального целочисленного угла;

a – кодируемое число;

a_{\min} – минимальное возможное значение переменной a ;

a_{\max} – максимальное возможное значение переменной a ;

a^* – значение кода иерархического бинарного разбиения;

\bar{a} – нижняя граница области;

\hat{a} – верхняя граница области;

F – критерий качества исходной выборки;

F^* – критерий качества полученной редуцированной выборки;

$f(x)$ – преобразование;

G – число групп битов;

j – номер экземпляра выборки;

k – номер класса;

K – число классов;

L – длина машинного слова;

N^* – число признаков, характеризующих экземпляры редуцированной выборки;

N – число признаков, характеризующих экземпляры выборки;

N_{col-} – число нежелательных коллизий;

N_{col+} – число положительных коллизий;

P_{col-} – вероятность нежелательной коллизии;

P_{col+} – вероятность положительной коллизии;

s – номер экземпляра;

S – число экземпляров в выборке;

S^* – число экземпляров в редуцированной выборке;

w_j – вес j -го признака;

w^p – вес полярной координаты;

w_j^q – вес j -й угловой координаты;

x – набор экземпляров исходной выборки;

x' – набор экземпляров редуцированной выборки;

x^s – s -й экземпляр выборки;

x_j^s – значение j -го входного признака, сопостав-

ленное s -му экземпляру выборки;

x_j^s – хэш s -го экземпляра выборки;

y – набор значений исходного признака;

y' – набор значений выходного признака, сопоставленных экземплярам редуцированной выборки;

y^s – значение выходного признака, сопоставленное s -му экземпляру выборки.

Z – число первых углов, включаемых хэш.

ВВЕДЕНИЕ

Сокращение размерности данных [1–4] представляет собой процесс замены исходного описания данных на сокращенное, полученное на основе исходного описания. Данный процесс имеет чрезвычайно важное значение для построения моделей зависимостей по прецедентам в условиях данных большой размерности, поскольку сокращение описания данных позволяет уменьшить сложность моделей, а также сократить временные затраты на их построение.

Объектом исследования является процесс сокращения размерности данных.

Одним из подходов к сокращению размерности данных является хэширование [5–10], которое представляет собой преобразование данных из исходного многомерного пространства описательных признаков в одномерное пространство хэша.

Предметом исследования являлись методы хэширующих преобразований для сокращения размерности данных.

Известные методы хэширования [5–10] основаны на итеративной процедуре перебора случайных преобразований, обеспечивающих приемлемое отображение выборки данных. Однако они являются чрезвычайно затратными по времени и могут приводить к потере локальных свойств признакового пространства.

Целью работы являлось уменьшение временных затрат на сокращение размерности данных путем создания метода хэширования, свободного от отмеченных выше недостатков.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть задана исходная выборка наблюдений $\langle x, y \rangle$, $x = \{x^s\}$, $x^s = \{x_j^s\}$, $y = \{y^s\}$, $s = 1, 2, \dots, S$, $j = 1, 2, \dots, N$.

Тогда задача сокращения размерности выборки $\langle x, y \rangle$ состоит в том, чтобы получить $\langle x', y' \rangle$: $x' \subseteq x$, $y' \subseteq y$, $S' \leq S$, $N' \leq N$. При этом критерий качества полученной редуцированной выборки F' должен прини-

мать приемлемое значение относительно значения критерия качества для исходной выборки F : $|F - F'| \leq \delta$.

Для заданной выборки наблюдений $\langle x, y \rangle$ задача формирования хэширующего преобразования [11] состоит в том, чтобы получить $\langle x', y' \rangle$: $x' = f(x)$, $y' = y$, $S' = S$, $N' = 1$.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Известные методы хэширования [5–10] определяют хэш экземпляра как взвешенную сумму значений его признаков, причем значения весов рассчитываются в итеративном режиме, что является весьма затратным по времени.

В [11] предложен эвристический метод хэширования, который для исключения перебора случайных проекций выборки из исходного пространства рассматривает иерархию разбиений пространства признаков на области, заменяя в общем случае вещественные значения признаков на дискретные номера интервалов по оси признака, стремясь для каждого признака найти такое разбиение на интервалы, при котором число интервалов будет наименьшим, но обеспечивающим требуемую точность. Здесь веса признаков определяются с учетом числа интервалов, сформированных для каждого признака. Чем меньше нужно интервалов для обеспечения приемлемой точности, тем более ценным является соответствующий признак. Недостатком данного подхода является навязывание данным неприсущей им природы прямоугольного разбиения, что ограничивает точность работы метода, либо может существенно снижать обобщающие свойства разбиения при необходимости обеспечения высокой точности.

Для обеспечения учета в преобразовании близости расположения экземпляров возможно использование многомерной полярной системы координат вместо исходной координатной системы.

Многомерная полярная система координат – система координат, в которой каждая точка определяется полярным радиусом и полярными углами. Полярная система координат задается лучом, который называют нулевым лучом, или полярной осью. Точка, из которой выходит этот луч, называется началом координат, или полюсом [12].

Радиальная координата соответствует расстоянию от точки до начала координат. Радиальная координата может принимать значения от нуля до бесконечности.

Угловая координата также называется полярным углом или азимутом и равна углу, на который нужно повернуть против часовой стрелки полярную ось для того, чтобы попасть в эту точку. Угловая координата изменяется в пределах от 0° до 360° .

Поскольку признаки в исходной системе координат могут иметь существенно различный масштаб шкалы, перед отображением в полярную систему их целесообразно нормировать.

Пронормируем значения признаков, отобразив их на интервал $[0, 1]$:

$$x_j^s = \frac{x_j^s - \min_{i=1,2,\dots,N} \{x_i^s\}}{\max_{i=1,2,\dots,N} \{x_i^s\} - \min_{i=1,2,\dots,N} \{x_i^s\}}.$$

Для s -го экземпляра определим расстояние от него до центра нормированных координат (радиальную координату):

$$\rho^s = \sqrt{\sum_{j=1}^N (x_j^s)^2}.$$

Далее определим углы экземпляра относительно координатных осей в исходной системе координат-признаков в радианах [12]:

$$\varphi_j^s = \arccos \frac{x_j^s}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i^s)^2}}, j = 1, 2, \dots, N-1.$$

Полученное отображение позволит оперировать экземплярами выборки в полярных координатах. Однако само по себе оно не сократит размерность данных. Поэтому актуальной задачей является разработка методов формирования хэшей на основе полярных координат экземпляров для сокращения размерности данных.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для упрощения процесса создания хэширующего преобразования на основе полярных координат экземпляров предлагается использовать эвристические методы, которые будут по-разному комбинировать полярные координаты, получая на их основе хэши. Из набора таких преобразований возможно будет отобрать наилучшее, задав соответствующие критерии.

Формально предложенный метод хэширования, реализующий описанные выше идеи, можно представить следующим образом.

Этап инициализации. Задать исходную выборку данных $\langle x, y \rangle$. Пронормировать значения признаков.

Этап преобразования координат в полярную систему. Определить на основе нормированных значений признаков полярные координаты экземпляров $\langle \langle \rho^s, \varphi^s \rangle, y \rangle$, где $\varphi^s = \{\varphi_j^s\}$. После чего сократить описание данных путем перехода к целочисленным значениям угловых координат:

$$\varphi_j^s = \left\lfloor \frac{\varphi_j^s 180}{\pi} \right\rfloor.$$

Этап формирования хэширующего преобразования. Хэш s -го экземпляра, отображенного в полярную систему координат, возможно получить одним из следующих способов.

Способ 1. Составим хэш следующим образом: первая часть хэша – целочисленное значение или номер интервала значений квантованного расстояния, вторая часть хэша – последовательно по признакам целочисленные значения или номера интервалов значений углов экземпляра.

Число бит для представления максимального целочисленного расстояния составит:

$$P = \left\lceil \log_2 \max_{s=1,2,\dots,S} \{\rho^s\} \right\rceil.$$

Для N признаков в полярной N -мерной системе координат получим:

$$P \leq \left\lceil \log_2 \sqrt{N} \right\rceil.$$

Число бит для представления максимального целочисленного угла составит:

$$\Phi = \left\lceil \log_2 \max_{p=1,2,\dots,S} \left\{ \max_{j=1,N-1} \{\varphi_j^p\} \right\} \right\rceil.$$

Для N признаков в полярной N -мерной системе координат получим: $\Phi \leq \log_2 90$.

При составлении хэша необходимо обеспечить, чтобы $L \geq P + (N-1)\Phi$ (для современных ЭВМ, как правило, $L = 64$ бит):

$$L \geq \left\lceil \log_2 \sqrt{N} \right\rceil + (N-1) \left\lceil \log_2 90 \right\rceil.$$

Поскольку при большом числе признаков N (уже при $N \geq 10$ для $L = 64$) данное условие не будет выполняться из-за малого значения L , то целесообразно квантовать расстояние и углы, например, путем разбиения их диапазонов значений на интервалы и замены значения номером интервала. Это, с одной стороны, приведет к потере информации, но, с другой стороны, повысит уровень обобщения данных.

Применительно к обучающей выборке эвристически определим, что расстояние следует квантовать не менее чем на K и не более чем на $\lceil \log_2 S \rceil$ уровней.

Таким образом, получим:

$$P = \left\lceil \log_2 \max(K, S) \right\rceil,$$

тогда

$$\Phi = \left\lfloor \frac{L-P}{N-1} \right\rfloor, N > 1.$$

Если $\Phi < 1$, то хэш не сможет представить все углы и необходим специальный механизм их объединения.

В простейшем случае можно ограничиться включением в хэш только первых Z углов ($Z > 0$):

$$\Phi = \left\lfloor \frac{L-P}{Z} \right\rfloor > 1.$$

Решая данное неравенство, получим:

$$Z = \left\lfloor \frac{L-P}{2} \right\rfloor.$$

С другой стороны, углы можно разбить на группы и заменить значения углов каждой группы на среднее или максимальное или минимальное значение угла в группе, после чего заменить это значение на номер интервала значений среднего угла в группе. Конструктивно возможно предложить широкий набор средств для объединения значений углов.

Если $\Phi \geq 1$, то каждый угол будет представлен не более чем 2^Φ интервалами значений.

Для перехода от реального значения расстояния к номеру интервала можно использовать формулу:

$$\rho^s = \left[\frac{\rho^s}{\sqrt{N}} \right] = \left[\frac{\sqrt{\sum_{j=1}^N (x_j^s)^2}}{\sqrt{N}} \right] = \left[\frac{2^P}{\sqrt{N}} \sqrt{\sum_{j=1}^N (x_j^s)^2} \right].$$

Для перехода от реального значения угла в градусах к номеру интервала угла можно использовать формулу.

$$\varphi_j^s = \left[\frac{\varphi_j^s}{90^\circ} \right] = \left[\frac{2^\Phi \varphi_j^s}{90^\circ} \right].$$

В итоге хэш s -го экземпляра определим по формуле:

$$x_*^s = w^p \rho^s + \sum_{j=1}^{N-1} w_j^q \varphi_j^s, \\ w^p = 2^{L-P+1}, \\ w_j^q = 2^{L-P-\Phi j+1}.$$

Способ 2. Представим хэш s -го экземпляра последовательностью групп битов, где в каждой группе первый бит – соответствующий группе бит целого значения или номера интервала квантованного расстояния, а последующие биты – соответствующие группе биты целочисленных значений или номеров интервалов углов экземпляра:

$$x_*^s = \sum_{g=1}^G 2^{(G-g)(Z+1)} \left(\rho_g^s + \sum_{j=1}^Z 2^{Z-j} \varphi_{jg}^s \right), \\ \rho_b^s = (\rho^s \bmod 2^{b+1} - \rho^s \bmod 2^b), \\ \varphi_{jb}^s = (\varphi_j^s \bmod 2^{b+1} - \varphi_j^s \bmod 2^b),$$

где число учитываемых углов $Z: N-1 \geq Z \geq 1$, число групп битов $G: 1 \leq \lceil G(Z+1) \rceil \leq L$ (следовательно, стоит задавать: $G = \lceil L/(Z+1) \rceil$), ρ_b^s – значение b -го бита целочисленного расстояния (или номера интервала расстояния) от центра полярной координатной системы до s -го экземпляра, φ_{jb}^s – значение b -го бита j -го целочисленного угла в полярной координатной системе для s -го экземпляра.

Способ 3. Переведем номер интервала или значение расстояния экземпляра в формат кода иерархического бинарного разбиения: старший разряд указывает номер одной из двух равных по длине областей, на которые разбит диапазон значений расстояния или диапазон значений номера интервала расстояния, в которую попал экземпляр по расстоянию, затем каждый последующий разряд аналогичным образом указывает в какую из подобластей области старшего разряда попал экземпляр. Подобным же образом переведем в формат кода иерархического бинарного разбиения значения углов или номеров интервалов углов экземпляра.

Обобщенно перевод числа a будет осуществляться следующим образом. Задать кодируемое число a , его минимальное a_{\min} и максимальное a_{\max} возможные значения, длину разрядной сетки ЭВМ L . Установить начальные значения кода иерархического бинарного разбиения: $a_* = 0$, а также переменных границ областей $\bar{a} = a_{\min}$, $\hat{a} = a_{\max}$. Для $i=1, 2, \dots, L$ в цикле повторять: установить: $\bar{a} = (\bar{a} + \hat{a})/2$; если $a > \bar{a}$, то принять $\bar{a} = \bar{a}$, $a_* = 2a_* + 1$, в противном случае – принять: $\hat{a} = \bar{a}$, $a_* = 2a_*$.

После перевода расстояния и углов представим по аналогии со вторым вариантом хэш экземпляра последовательностью групп битов, где в каждой группе первый бит – соответствующий группе бит иерархического кода целого значения или номера интервала квантованного расстояния, а последующие биты – соответствующие группе биты кодов целочисленных значений или номеров интервалов углов экземпляра. Формулы в данном случае будут аналогичными способу 2, но в качестве ρ_b^s будет использоваться значение b -го бита иерархического бинарного кода целочисленного расстояния (или номера интервала расстояния) от центра полярной координатной системы до s -го экземпляра, а в качестве φ_{jb}^s – значение b -го бита иерархического бинарного кода j -го целочисленного угла в полярной координатной системе для s -го экземпляра.

Способ 4. Данный способ будет аналогичен способу 1, но вместо значения расстояния или номера его интервала и вместо значений или номеров интервалов углов будем использовать их иерархические коды, получаемые подобно способу 3. В итоге составим хэш следующим образом: первая часть хэша – иерархический код значения или номера интервала значений квантованного расстояния, вторая часть хэша – последовательно по признакам коды целочисленных значений или номеров интервалов значений углов экземпляра.

Этап оценивания качества хэширующего преобразования. Для сформированных хэшей выборки оценим значение критериев качества хэширующих преобразований. Далее как результирующее преобразование выберем то, которое обеспечит наилучшее значение заданного критерия.

Критерии оценки качества хэша определим следующим образом.

Качество хэша возможно оценить числом коллизий для одной и той же выборки [13].

Коллизией называют ситуацию, когда несколько экземпляров с разными значениями признаков получают одинаковое значение хэша.

Очевидно, что не все коллизии являются плохими, поскольку, если несколько экземпляров, принадлежащих к одному и тому же классу, но имеющих разные значения признаков, получают одинаковое значение хэша, это не только не ухудшит точность синте-

зируемых на основе такого хэша моделей, но, наоборот, повысить их обобщающие свойства. Поэтому для оценки качества хэша будем учитывать отдельно число нежелательных коллизий, т.е. таких, когда экземпляры, принадлежащие к разным классам, получают одинаковые хэши:

$$N_{col-} = \sum_{s=1}^S \sum_{p=s+1}^S \{1 | x_*^s = x_*^p, y^s \neq y^p\},$$

а также число положительных коллизий, т.е. таких, когда экземпляры, принадлежащие к одному классу, получают одинаковые хэши:

$$N_{col+} = \sum_{s=1}^S \sum_{p=s+1}^S \{1 | x_*^s = x_*^p, y^s = y^p\}$$

Вероятности таких коллизий оценим, соответственно, как

$$P_{col-} = \frac{N_{col-}}{S(S-1)} \text{ и } P_{col+} = \frac{N_{col+}}{S(S-1)}.$$

Хэш будет тем лучше для одной и той же выборки, чем меньше будет вероятность негативных коллизий и выше вероятность позитивных коллизий. При этом заметим, что минимизация негативных коллизий предпочтительнее максимизации позитивных коллизий.

Также при сравнении хэшей возможно использовать такие меры, как показатели индивидуальной информативности хэшей экземпляров по отношению к выходному признаку и между собой [11].

Если один хэш будет теснее связан с выходным признаком по сравнению со связью другого хэша с выходным признаком, то первый хэш, очевидно, индивидуально более информативен.

Если несколько хэшей тесно связаны между собой, то, очевидно, что из них стоит выбрать то, который теснее всего связан с выходным признаком.

Заметим, что для хэшей, как и для первичных признаков индивидуальная и групповая информативности отличаются. Поэтому даже индивидуально малоинформативные хэши могут совместно оказывать высокоинформативными.

Аналогичным образом можно сравнивать хэши с исходными признаками. Использование хэша имеет смысл, если он лучше (информативнее) любого из оригинальных признаков и (или) информативнее любого из учитываемых в нем оригинальных признаков.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для изучения свойств предложенных преобразований они были программно реализованы и исследованы путем решения практических задач [14–16], характеристики которых приведены в табл. 1.

Для каждой практической задачи проводились эксперименты по расчету хэшей экземпляров и оцениванию вероятностей коллизий.

В случае, если исходный размер признаков не помещался в хэш, выбирался набор первых признаков, который позволял рассчитать хэш без переполнения.

Таблица 1 – Характеристики практических задач

Задача	Описание	<i>N</i>	<i>S</i>	<i>K</i>
Iris	Классификация ирисов Фишера [14]	4	150	2
Aritmia	Диагностика сердечной аритмии [15]	279	452	2
Acutediag	Урологическая диагностика [16]	6	120	4

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты проведенных экспериментов приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты экспериментов

Задача	Способ расчета хэша	<i>N_{col-}</i>	<i>N_{col+}</i>	<i>P_{col-}</i>	<i>P_{col+}</i>
Iris	1	0	1	0	$4,4743 \times 10^{-5}$
	2	130	54	0,0058	0,0024
	3	0	1	0	$4,4743 \times 10^{-5}$
	4	0	1	0	$4,4743 \times 10^{-5}$
Aritmia	1	0	0	0	0
	2	19	48	$9,4036 \times 10^{-5}$	$2,3756 \times 10^{-4}$
	3	8	20	$3,9594 \times 10^{-5}$	$9,8985 \times 10^{-5}$
	4	0	0	0	0
Acutediag	1	19	24	0,0013	0,0017
	2	175	128	0,0123	0,0090
	3	19	24	0,0013	0,0017
	4	21	26	0,0015	0,0018

На рис. 1–3 приведены результаты расчета хэшей.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Как видно из табл. 2 и рис 1–3, для всех рассмотренных задач удалось на основе предложенных преобразований получить хэши, обеспечивающие малые вероятности негативных коллизий хотя бы на основе одного из предложенных способов.

Вместе с тем, следует отметить, что ни одно из предложенных преобразований само по себе не гарантирует наилучшего результата для всех задач.

Поэтому на практике рекомендуется определять хэши всеми доступными способами, рассчитывать показатели качества для каждого вида хэшей и отбирать как результирующие искусственные признаки те хэши, которые будут обеспечивать наилучшее качество преобразования данных.

Важной особенностью предложенных хэширующих преобразований является их интерпретируемость относительно системы полярных координат, в то время, как преобразования [4–9] не обеспечивают сохранение связи с исходными признаками.

По сравнению с методами [4–9] предложенные преобразования не требуют итеративного перебора случайных значений весовых коэффициентов для выбора наилучшего преобразования, что позволяет за один проход определить параметры хэша.

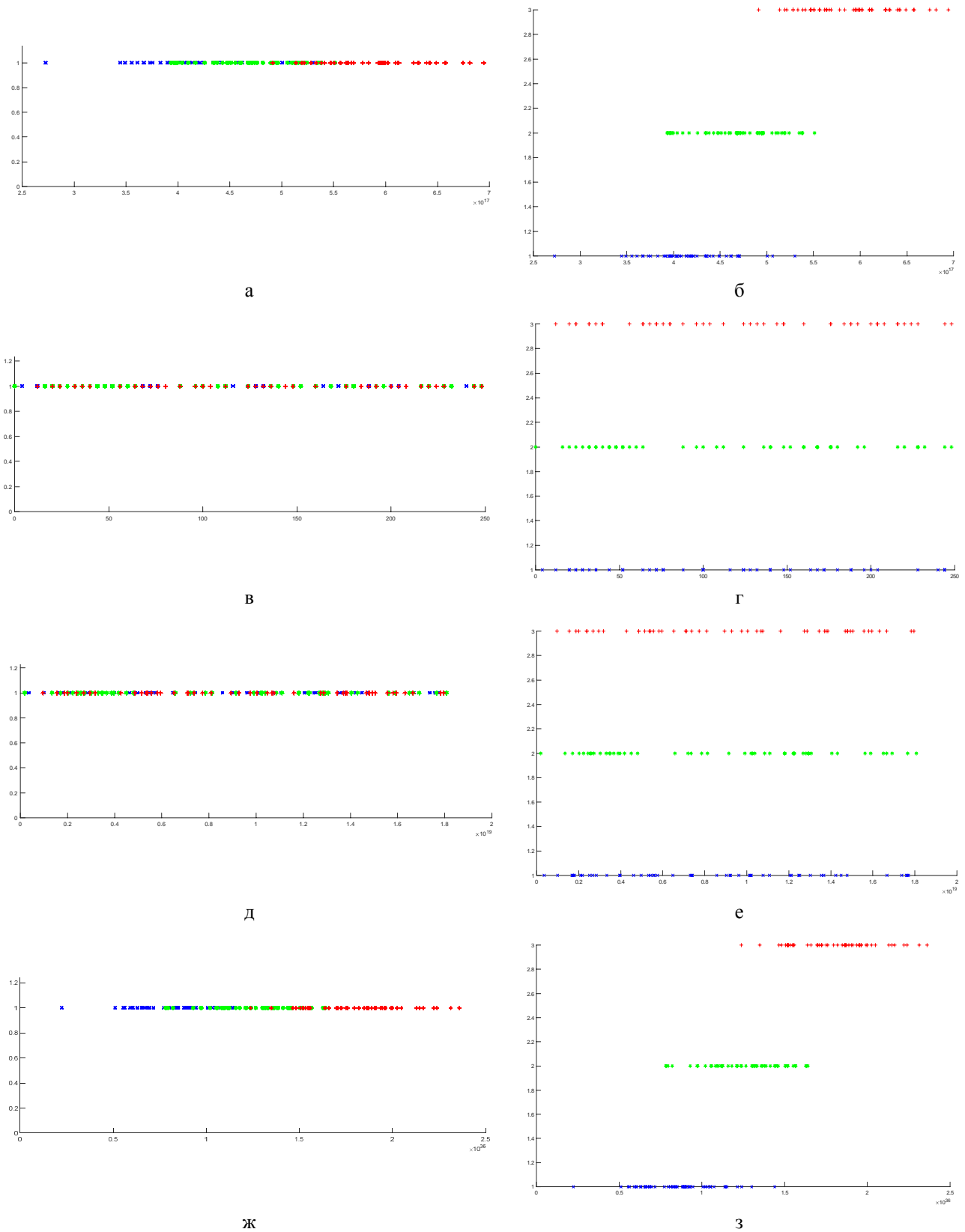


Рисунок 1 – Результаты расчета хэшей для задачи Igis:
 а, б – способ 1, в, г – способ 2, д, е – способ 3, ж, з – способ 4
 (а, в, д, ж – экземпляры всех классов отображены на одной оси,
 б, г, е, з – экземпляры разных классов разнесены по оси ординат)

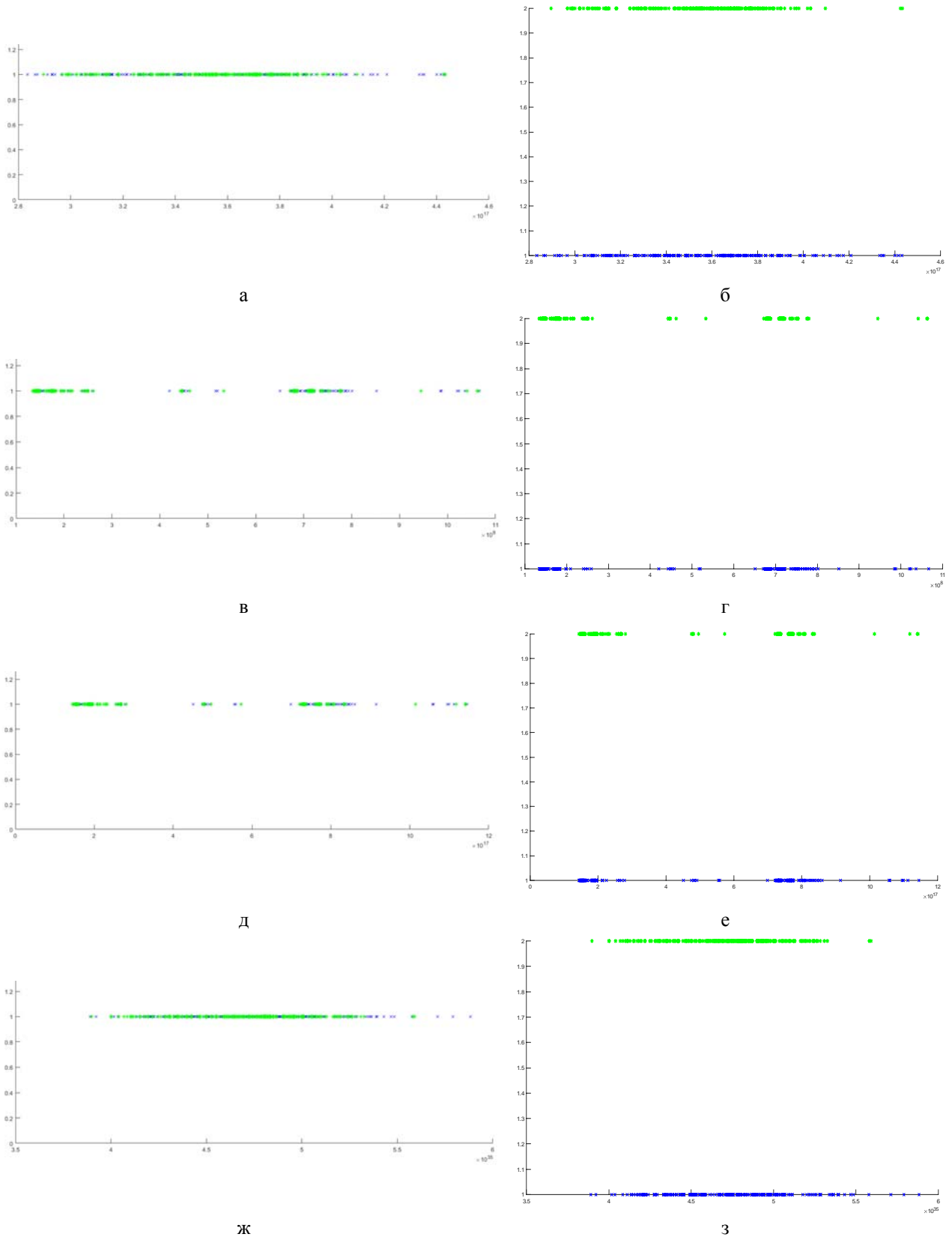


Рисунок 2 – Результаты расчета хэшей для задачи Agitmia:
а, б – способ 1, в, г – способ 2, д, е – способ 3, ж, з – способ 4
(а, в, д, ж – экземпляры всех классов отображены на одной оси,
б, г, е, з – экземпляры разных классов разнесены по оси ординат)

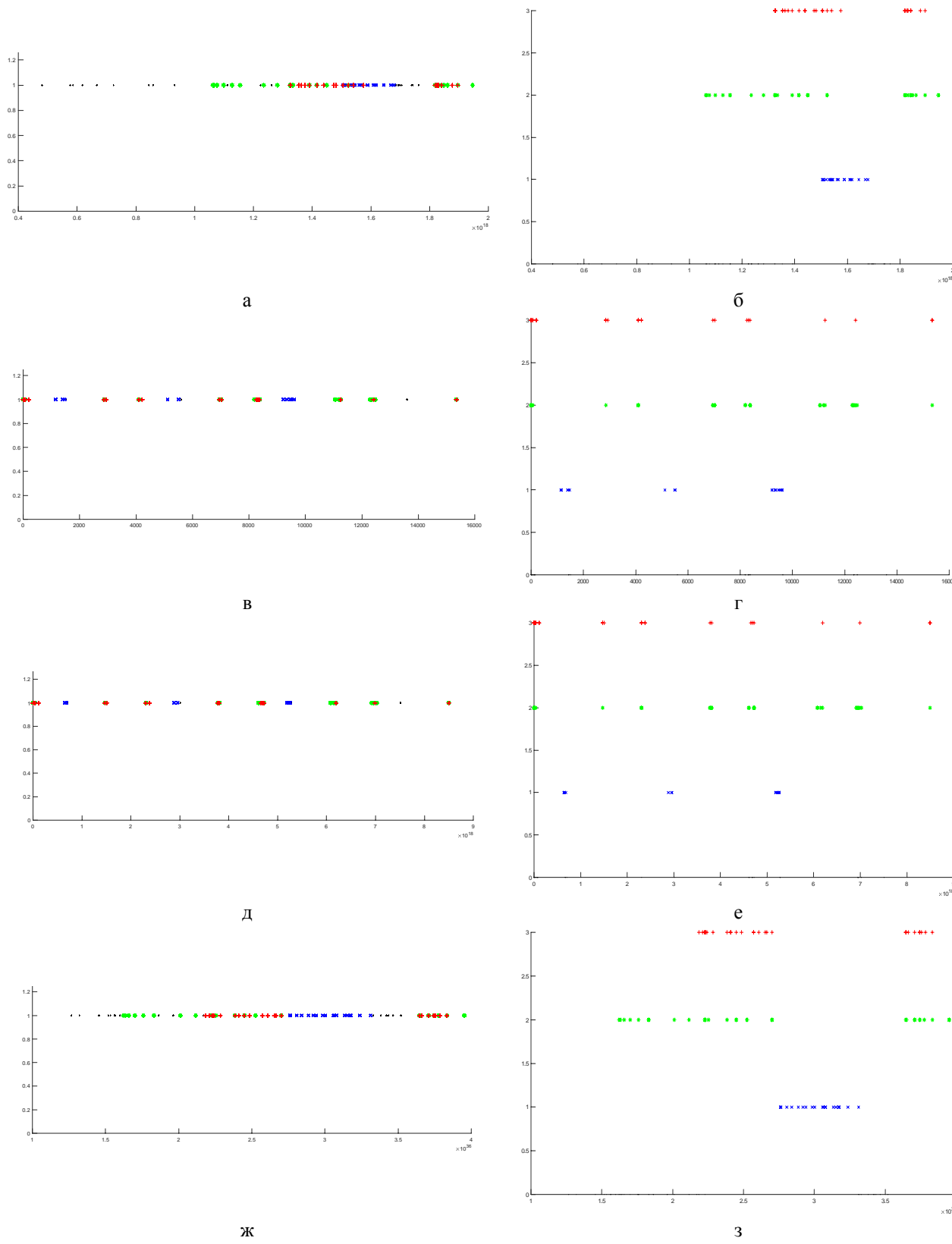


Рисунок 3 – Результаты расчета хэшей для задачи Acutediag:
 а, б – способ 1, в, г – способ 2, д, е – способ 3, ж, з – способ 4
 (а, в, д, ж – экземпляры всех классов отображены на одной оси,
 б, г, е, з – экземпляры разных классов разнесены по оси ординат)

ВЫВОДЫ

Решена актуальная задача создания метода формирования хэша для сокращения размерности данных.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что:

– предложен метод формирования хэша, который переводит координаты экземпляров из исходной системы признаков в многомерную полярную систему координат, на основе которых, дискретизируя полярные координаты, с помощью эвристик различными способами кодирует и комбинирует значения дискретизированных полярных координат, формируя хэши экземпляров, из которых в качестве результирующего преобразования выбирает наилучшее в системе заданных критериев на основе минимизации числа коллизий, при которых экземпляры разных классов и разными значениями исходных признаков, получают одинаковые хэши. Это позволяет автоматизировать формирование хэширующих преобразований, исключить необходимость решения оптимизационных задач перебора случайных проекций, обеспечив сокращение затрат времени, а также делает хэширующее преобразование более свободным от навязывания данным разбиения признакового пространства, присущей им природы, что позволяет повысить обобщающие свойства и точность преобразований;

– предложены критерии оценивания качества хэширующих преобразований, включающие определение числа позитивных и негативных коллизий, а также оценивания на их основе вероятностей соответствующих коллизий. Это позволяет автоматизировать анализ и выбор хэширующих преобразований для сокращения размерности данных в задачах распознавания и диагностирования.

Практическая ценность полученных результатов состоит в том, что проведено экспериментальное исследование, подтвердившее работоспособность предложенного метода при решении практических задач распознавания и диагностирования. Разработанное математическое обеспечение может быть рекомендовано для решения задач сокращения размерности данных.

Перспективы дальнейших исследований состоят в том, чтобы изучить работоспособность предложенного метода на более широком классе задач.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы «Интеллектуальные методы и программные средства диагностирования и неразрушающего контроля качества техники военного и гражданского назначения» (гос. рег. № 0119U100360) Национального университета «Запорожская политехника» при частичной поддержке международных проектов «Innovative Multidisciplinary Curriculum in Artificial Implants for Bio-Engineering BSc/MSc degrees» программы «Эразмус+» Европейского Союза

и «Virtual Master Cooperation Data Science» (VIMACS) Немецкой службы академических обменов DAAD.

ЛИТЕРАТУРА / ЛІТЕРАТУРА

1. Subbotin S. The Dimensionality Reduction Methods Based on Computational Intelligence in Problems of Object Classification and Diagnosis / S. Subbotin, A. Oliinyk // *Recent Advances in Systems, Control and Information Technology* / Eds.: R. Szewczyk, M. Kaliczyńska . – Cham: Springer, 2017. – P. 11–19. DOI: 10.1007/978-3-319-48923-0_2
2. Jensen R. Computational intelligence and feature selection: rough and fuzzy approaches / R. Jensen, Q. Shen. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2008. – 300 p.
3. Subbotin S. The instance and feature selection for neural network based diagnosis of chronic obstructive bronchitis // S. Subbotin // *Applications of Computational Intelligence in Biomedical Technology*. – Cham: Springer, 2016. – P. 215–228. DOI: 10.1007/978-3-319-19147-8_13
4. Łukasik S. An algorithm for sample and data dimensionality reduction using fast simulated annealing / S. Łukasik, P. Kulczycki // *Advanced Data Mining and Applications, Lecture Notes in Computer Science*. – Berlin : Springer, 2011. – Vol. 7120. – P. 152–161. DOI: 10.1007/978-3-642-25853-4_12
5. Feature Hashing for Large Scale Multitask Learning / [K. Weinberger, A. Dasgupta, J. Langford et al.] // *26th Annual International Conference on Machine Learning (ICML '09) Montreal, June 2009 : proceedings*. – New York : ACM, 2009. – P. 1113–1120. DOI: 10.1145/1553374.1553516
6. Wolfson H. J. Geometric Hashing: An Overview / H. J. Wolfson, I. Rigoutsos // *IEEE Computational Science and Engineering*. – 1997. – Vol. 4. – № 4. – P. 10–21.
7. Indyk P. Approximate nearest neighbors: towards removing the curse of dimensionality / P. Indyk; R. Motwani // *The 30th annual ACM symposium on Theory of computing (STOC'98), Dallas, 23-26 of May 1998 : proceedings*. – 1998. — P. 604-613. DOI:10.1145/276698.276876
8. Fast supervised discrete hashing / [J. Gui, T. Liu, Z. Sun et al.] // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. – 2017. – Vol. 40. – № 2. – P 490–496. DOI: 10.1109/TPAMI.2017.2678475
9. Zhao K. Locality Preserving Hashing / K. Zhao, H. Lu, J. Mei // *Twenty-Eighth AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI'14), Québec, 27–31 of July 2014 : proceedings*. – Palo Alto: AAAI Press, 2014. – P. 2874–2880.
10. Tsai Y.-H. Locality preserving hashing / Y.-H. Tsai, M.-H. Yang // *2014 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Paris, 27–30 of October 2014: proceedings*. – Los Alamitos: IEEE, 2014. – P. 2988–2992. DOI: 10.1109/ICIP.2014.7025604.
11. Субботин С. А. Оценка информативности и отбор экземпляров на основе хэширования / С. А. Субботин // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2020. – № 3. – P. 129–137. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-3-12
12. Blumenson L. E. A Derivation of n-Dimensional Spherical Coordinates / L. E. Blumenson // *The American Mathematical Monthly*. – 1960. – Vol. 67, № 1. – P. 63–66. DOI:10.2307/2308932. JSTOR 2308932.
13. Subbotin S. A. Methods and characteristics of locality-preserving transformations in the problems of computational intelligence / S. A. Subbotin // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2014. – № 1. – P. 120–128. DOI: 10.15588/1607-3274-2014-1-17

14. Fisher Iris dataset [Electronic resource]. – Access mode: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Iris>
15. Arrhythmia dataset [Electronic resource]. – Access mode: <http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Arrhythmia>
16. Acute inflammations data set [Electronic resource]. – Access mode: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Acute+Inflammations>

Received 25.09.2020.
Accepted 19.10.2020.

УДК 004.93

ГЕШУВАННЯ НА ОСНОВІ ПОЛЯРНИХ КООРДИНАТ ДЛЯ СКОРОЧЕННЯ РОЗМІРНОСТІ ДАНИХ

Субботін С. О. – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка», Запоріжжя, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Для скорочення розмірності даних в задачах розпізнавання та діагностування на основі гешування виникає необхідність скорочення витрат часу на формування гешувального перетворення.

Мета. Мета роботи – зменшення витрат часу на скорочення розмірності даних шляхом створення методу гешування, що не потребує вирішення оптимізаційної задачі пошуку найкращого випадкового перетворення, а також зменшення витрат локальних властивостей простору ознак.

Метод. Запропоновано метод формування гешу, який переводить координати екземплярів з вихідної системи ознак у багатовимірну полярну систему координат, на основі яких, дискретизуючи полярні координати, за допомогою евристик різними способами кодує і комбінує значення дискретизованих полярних координат, формуючи геші екземплярів, з яких в якості результуючого перетворення вибирає найкраще у системі заданих критеріїв на основі мінімізації кількості колізій, при яких екземпляри різних класів і різних значеннях вихідних ознак, отримують однакові геші. Це дозволяє автоматизувати формування гешувальних перетворень, виключити необхідність вирішення оптимізаційних задач перебору випадкових проєкцій, забезпечивши скорочення витрат часу, а також робить гешувальне перетворення більш вільним від нав'язування даним розбиття простору ознак, непритаманної їм природи, що дозволяє підвищити узагальнюючі властивості і точність перетворень. Запропоновано критерії оцінювання якості гешувальних перетворень, що містять визначення кількостей позитивних і негативних колізій, а також оцінювання на їхній основі ймовірностей відповідних колізій. Це дозволяє автоматизувати аналіз і вибір гешувальних перетворень для скорочення розмірності даних в задачах розпізнавання та діагностування.

Результати. Проведено експериментальне дослідження, яке підтвердило працездатність запропонованих методів при вирішенні практичних завдань.

Висновки. Розроблене математичне забезпечення може бути рекомендовано для вирішення завдань скорочення розмірності даних.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: хешування, хеш, скорочення розмірності вибірки, полярні координати.

UDC 004.93

THE POLAR COORDINATES BASED HASHING FOR DATA DIMENSIONALITY REDUCTION

Subbotin S. A. – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Software Tools at the National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine.

ABSTRACT

Context. To reduce the data dimensionality of in recognition and diagnostics problems based on hashing, it becomes necessary to reduce the time spent on generating a hashing transformation.

Objective. The purpose of the work is to reduce the time spent on reducing the dimension of data by creating a hashing method that does not require solving the optimization problem of finding the best random transformation, as well as reducing the loss of local properties of the feature space.

Method. A hash generation method is proposed. It converts the instance coordinates from the original feature system into a multidimensional polar coordinate system, on which basis discretize polar coordinates using heuristics, in various ways encodes and combines the values of the discretized polar coordinates, forming hashes of instances, from which as the resulting transformation selects the best one in the system of given criteria based on minimizing the number of collisions in which instances of different classes and different values of the original features receive the same hashes. This makes possible to automate the formation of hashing transformations, eliminate the need to solve optimization problems of enumerating random projections, ensuring a reduction in time consumption, and also makes the hashing transformation freer from imposing the data on the partitioning of the feature space, of a non-inherent nature, which allows increase the generalizing properties and accuracy of transformations. Criteria for evaluating the quality of hashing transformations are proposed, including determining the number of positive and negative collisions, as well as evaluating the probabilities of the corresponding collisions on their basis. This makes it possible to automate the analysis and selection of hashing transformations to reduce the dimension of the data in the problems of recognition and diagnosis.

Results. An experimental study has been carried out, which has confirmed the efficiency of the proposed methods in solving practical problems.

Conclusions. The developed mathematical support can be recommended for solving problems of data dimension reduction.

KEYWORDS: hashing, hash, sample size reduction, polar coordinates.

REFERENCES

1. Subbotin S., Oliinyk A. Eds.: R. Szcwczyk, M. Kaliczyńska The Dimensionality Reduction Methods Based on Computational Intelligence in Problems of Object Classification and Diagnosis, *Recent Advances in Systems, Control and Information Technology*. Cham, Springer, 2017, pp. 11–19. DOI: 10.1007/978-3-319-48923-0_2
2. Jensen R., Shen Q. Computational intelligence and feature selection: rough and fuzzy approaches. Hoboken, John Wiley & Sons, 2008, 300 p.
3. Subbotin S. The instance and feature selection for neural network based diagnosis of chronic obstructive bronchitis, *Applications of Computational Intelligence in Biomedical Technology*. Cham, Springer, 2016, pp. 215–228. DOI: 10.1007/978-3-319-19147-8_13
4. Łukasik S., Kulczycki P. An algorithm for sample and data dimensionality reduction using fast simulated annealing, *Advanced Data Mining and Applications, Lecture Notes in Computer Science*. Berlin, Springer, 2011, Vol. 7120, pp. 152–161. DOI: 10.1007/978-3-642-25853-4_12
5. Weinberger K., Dasgupta A., Langford J., Smola A., Attenberg J. Feature Hashing for Large Scale Multitask Learning, *26th Annual International Conference on Machine Learning (ICML '09) Montreal, June 2009 : proceedings*. New York, ACM, 2009, pp. 1113–1120. DOI: 10.1145/1553374.1553516
6. Wolfson H. J., Rigoutsos I. Geometric Hashing: An Overview, *IEEE Computational Science and Engineering*, 1997, Vol. 4, № 4, pp. 10–21.
7. Indyk P., Motwani R. Approximate nearest neighbors: towards removing the curse of dimensionality, *The 30th annual ACM symposium on Theory of computing (STOC'98), Dallas, 23–26 of May 1998 : proceedings*, 1998, pp. 604–613. DOI:10.1145/276698.276876
8. Gui J., Liu T., Sun Z., Tao D., Tan T. Fast supervised discrete hashing, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, Vol. 40, No. 2, pp. 490–496. DOI: 10.1109/TPAMI.2017.2678475
9. Zhao K., Lu H., Mei J. Locality Preserving Hashing, *Twenty-Eighth AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI'14), Québec, 27–31 of July 2014 : proceedings*, Palo Alto, AAAI Press, 2014, pp. 2874–2880.
10. Tsai Y.-H., Yang M.-H. Locality preserving hashing, *2014 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Paris, 27–30 of October 2014: proceedings*. Los Alamitos: IEEE, 2014, pp. 2988–2992. DOI: 10.1109/ICIP.2014.7025604.
11. Subbotin S. A. Otsenka informativnosti i otbor ekzempliarov na osnove kheshirovaniya, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020, No. 3. pp. 129–137. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-3-12
12. Blumenson L. E. A Derivation of n-Dimensional Spherical Coordinates, *The American Mathematical Monthly*, 1960, Vol. 67, No. 1, pp. 63–66. DOI:10.2307/2308932. JSTOR 2308932.
13. Methods and characteristics of locality-preserving transformations in the problems of computational intelligence, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2014, No. 1, pp. 120–128. DOI: 10.15588/1607-3274-2014-1-17
14. Fisher Iris dataset [Electronic resource]. Access mode: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Iris>
15. Arrhythmia dataset [Electronic resource]. Access mode: <http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Arrhythmia>
16. Acute inflammations data set [Electronic resource]. Access mode: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Acute+Inflammations>