

Запорізький національний технічний університет



# Радіоелектроніка Інформатика Управління

Науковий журнал

Виходить двічі на рік

**№ 1(30) 2014**

Заснований у січні 1999 року

*Засновник і видавець – Запорізький національний технічний університет*

Запоріжжя  
ЗНТУ  
2014

**ISSN 1607-3274**

Постановою президії ВАК України № 1-05/4 від 26.05.2010 р. журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління» (скорочена назва – РІУ), який видається з 1999 року, включений до переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук та фізико-математичних наук (радіофізика).

Інтернет-сторінка журналу: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Журнал реферується або індексується міжнародними базами INSPEC, Index Copernicus, INIS, EBSCO, Google Scholar, COMPENDEX, ULRICH'S, РИНЦ, UINC, Національною бібліотекою України імені В. І. Вернадського, ВІНТІ, Джерело. Підписано договір про індексацію журналу міжнародною базою DOI.

Журнал розповсюджується за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

## **РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ**

**Головний редактор** – д-р фіз.-мат. наук Погосов В. В. [Pogosov V. V.]

**Заст. головного редактора** – канд. техн. наук Дубровін В. І. [Dubrovin V. I.]

**Члени редколегії:**

д-р техн. наук Безрук В. М. [Bezruk Valery M.] Україна  
д-р техн. наук Бодянський Є. В. [Bodyanskiy Yevgeniy. V.] Україна, редактор управління  
д-р фіз.-мат. наук, академік РАН Васильєв С. Н. [Stanislav N. Vassilyev] Росія  
канд. техн. наук Виноградов Д. В. [Vinogradov D. V.] Росія  
д-р фіз.-мат. наук Горбань О. М. [Gorban A. N.] Україна  
д-р фіз.-мат. наук Горр Г. В. [Gorr G. V.] Україна  
д-р техн. наук Гімпілевич Ю. Б. [Gimpilevich Yu. B.] Україна  
д-р фіз.-мат. наук Дробахін О. О. [Drobakhin O. O.] Україна  
д-р техн. наук Карпуков Л. М. [Karpukov L. M.] Україна  
д-р фіз.-мат. наук Корніч Г. В. [Kornich G. V.] Україна, редактор радіофізики  
д-р техн. наук Кулік А. С. [Kulik A. S.] Україна  
д-р техн. наук Лебедев Д. В. [Lebedev D. V.] Україна, редактор управління  
д-р фіз.-мат. наук, проф. Марковська-Качмар У. [Markowska-Kaczmar U.] Польща  
канд. фіз.-мат. наук Олещук В. О. [Ph. D, Oleshchuk V. O.] Норвегія, редактор радіоелектроніки  
д-р фіз.-мат. наук Онуфрієнко В. М. [Onufrienko V. M.] Україна  
д-р техн. наук Піза Д. М. [Piza D. M.] Україна  
д-р техн. наук Потапенко Є. М. [Potapenko E. M.] Україна  
д-р техн. наук Хаханов В. І. [Hahanov V. I.] Україна, редактор інформатики  
д-р фіз.-мат. наук Чумаченко В. П. [Chumachenko V. P.] Україна, редактор радіоелектроніки  
Ph. D. Шарпанських О. А. [Sharpanykh A.] Голландія, редактор інформатики

Рекомендовано до видання вченою радою Запорізького національного технічного університету (ЗНТУ), протокол № 11 від 25.06.2014 р.

Рукописи проходять незалежне рецензування з залученням провідних фахівців України, Росії, Польщі, Норвегії та Голландії, за результатами якого редакційна колегія приймає рішення про опублікування.

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом ЗНТУ.

**Адреса редакції:** 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64, ЗНТУ,  
редакція журналу «РІУ».

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

Факс: (061) 764-46-62

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

© Запорізький національний технічний університет, 2014

## ЗМІСТ

|  |     |
|--|-----|
| РАДІОФІЗИКА.....   | 7   |
| <i>Онуфриенко Л. М., Чумаченко Я. В., Чумаченко В. П.</i>  |     |
| К ТЕОРИИ $E$ -ПЛОСКОСТНОГО ВОЛНОВОДНОГО<br>ТРАНСФОРМАТОРА С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ $N$ -ГО<br>ПОРЯДКА.....                              | 7   |
| РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....   | 14  |
| <i>Дорошенко В. А., Стрельницький А. Е., Стрельницький А. А.</i>   |     |
| МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ<br>ВОЗБУЖДЕНИЯ КОНИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ С<br>ПОЛУПРОЗРАЧНЫМИ СТЕНКАМИ И ПРОДОЛЬНОЙ<br>ЩЕЛЬЮ.....            | 14  |
| <i>Zinkovskiy Yu. F., Sydoruk Yu. K., Turovskiy A. O.</i>  |     |
| ELECTRIC FIELD HOMOGENEITY PROBLEM IN THE<br>MULTI-ELECTRODE PHASE-ADJUSTABLE<br>APPLICATOR.....                                   | 28  |
| <i>Карпуков Л. М., Корольков Р. Ю.</i>   |     |
| ПРЯМОЙ СИНТЕЗ ШЛЕЙФНЫХ ФИЛЬТРОВ НИЖНИХ<br>ЧАСТОТ С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ.....  | 35  |
| <i>Ігнаткін В. У., Литвиненко В. А., Олійник Л. В.,<br/>Томашевський О. В., Шпаковський О. Ю.</i>                                  |     |
| МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ МЕТРОЛОГІЧНОГО<br>ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ<br>ТЕХНІКИ.....   | 21  |
| <i>Костенко В. О., Сметанин И. Н., Щекотихин О. В.</i>   |     |
| ЭЛЕКТРОПИТАНИЕ ОХРАННОЙ СИГНАЛИЗАЦИИ ОТ<br>ВЫСОКОВОЛЬТНОЙ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ.....  | 40  |
| МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....  | 46  |
| <i>Висоцька В. А., Чирун Л. В.</i>   |     |
| КОНЦЕПТУАЛЬНА МОДЕЛЬ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОННОЇ<br>КОНТЕНТ-КОМЕРЦІЇ.....   | 46  |
| <i>Кудин А. В., Чопоров С. В.</i>  |     |
| КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБА<br>КРУГЛОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ С<br>ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКОГО И<br>ЧИСЛЕННОГО ПОДХОДОВ..... | 75  |
| <i>Ілляшенко М. Б.</i>   |     |
| РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПОИСКА ГРАФ-ПОДГРАФ<br>ИЗОМОРФИЗМА ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ<br>ОРГАНИЗАЦИИ.....                                   | 55  |
| <i>Лисняк А. А.</i>  |     |
| ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ГРАНИЦЫ ТРЕХМЕРНЫХ<br>МОДЕЛЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ,<br>ЗАДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ R-ФУНКЦИЙ.....                          | 82  |
| <i>Karayuz I. V., Bidiuk P. I.</i>   |     |
| SHORT-TERM FORECASTING OF COAL AND OIL<br>PRODUCTION IN UKRAINE.....   | 61  |
| <i>Фандеева Е. А., Харченко В. В.</i>  |     |
| ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ ДЛЯ<br>ВЫБОРА РЕКЛАМНОЙ СЕТИ В ИНТЕРНЕТЕ.....   | 89  |
| <i>Kucherenko Ye. I., Driuk O. D.</i>  |     |
| FUZZY MODELS IN PROBLEMS OF COMPLEX<br>SYSTEMS CONTROL.....  | 69  |
| <i>Шаховська Н. Б., Болюбащ Ю. Я.</i>  |     |
| ОПРАЦЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ У ВЕЛИКИХ<br>ДАНИХ.....   | 96  |
| НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....  | 106 |
| <i>Зайко Т. А., Олійник А. О., Субботін С. О.</i>  |     |
| СКОРОЧЕННЯ РОЗМІРНОСТІ НАВЧАЛЬНОЇ ВИБІРКИ<br>НА ОСНОВІ АСОЦІАТИВНИХ ПРАВИЛ.....  | 106 |
| <i>Subbotin S. A.</i>  |     |
| METHODS AND CHARACTERISTICS OF LOCALITY-PRE-<br>SERVING TRANSFORMATIONS IN THE PROBLEMS OF<br>COMPUTATIONAL INTELLIGENCE.....      | 120 |
| <i>Bodyanskiy Ye. V., Kulishova N. E.</i>  |     |
| EXTENDED NEO-FUZZY NEURON IN THE TASK OF<br>IMAGES FILTERING.....  | 112 |
| <i>Тищенко О. К., Плісс І. П., Копаліані Д. С.</i>   |     |
| ГІБРИДНА КАСКАДНА ОПТИМІЗОВАНА НЕЙРОННА<br>МЕРЕЖА.....   | 129 |

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....135

*Андрущенко Д. М.*

ЗАЩИТА АВТОРСКИХ ПРАВ НА ЦИФРОВЫЕ  
ИЗОБРАЖЕНИЯ.....135

*Дубровин В. И., Твердохлеб Ю. В., Харченко В. В.*

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА АНАЛИЗА  
И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭКГ.....150

*Баркалов А. А., Титаренко Л. А., Зеленева И. Я., Цололо С. А.*  
ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМЫ КОМПОЗИЦИОННОГО  
МИКРОПРОГРАММНОГО УСТРОЙСТВА  
УПРАВЛЕНИЯ С ОБЩЕЙ ПАМЯТЬЮ.....140

*Kozhukhivska O. A., Fefelov A. O., Bidiuk P. I., Kozhukhivskiy A. D.*  
DECISION SUPPORT SYSTEM ARCHITECTURE FOR  
FORECASTING OF NONSTATIONARY FINANCIAL  
PROCESSES AND CORRESPONDING RISKS.....158

*Демчук А. Б.*

ВИДЕОКОНТЕНТ ДЛЯ НЕЗРЯЧИХ: МЕТОД  
ТИФЛОКОМЕНТУВАННЯ.....146

*Мирошкин А. Н.*

РАСШИРЕНИЕ ФОРМАТА МИКРОКОМАНД ПРИ  
РЕАЛИЗАЦИИ УСТРОЙСТВА УПРАВЛЕНИЯ НА  
ГИБРИДНЫХ FPGA.....166

ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ.....172

*Чередникова О. Ю., Лапко В. В.*

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ  
УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ СО ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ  
ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИЕЙ.....172

УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....177

*Орловський І. А., Горобець Є. І.*

ВИКОРИСТАННЯ НЕЙРОКОНТРОЛЕРІВ В  
ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....177



**Шановні колеги!**

Запрошуємо Вас взяти участь у роботі VII міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій», яка буде проводитися у Запорізькому національному технічному університеті 17–19 вересня 2014 р.

Мета конференції: аналіз і узагальнення нових теоретичних і практичних результатів у відповідних галузях знань.

Адреса оргкомітету: вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, Україна, 69063,  
ЗНТУ, кафедра радіотехніки та телекомунікацій.

Секретар оргкомітету Колеснікова Євгенія Ісааківна  
тел.: (061) 764-32-81, 769-84-31; факс: (061) 764-46-62;  
e-mail: kolevis@zntu.edu.ua.

# CONTENTS

|  |            |
|--|------------|
| <b>RADIOPHYSICS.....</b>   | <b>7</b>   |
| <i>Onufriyenko L. M., Chumachenko Ya. V., Chumachenko V. P.</i><br>ON THE THEORY OF AN <i>E</i> -PLANE WAVEGUIDE<br>TRANSFORMER WITH THE <i>N</i> -FOLD ROTATIONAL<br>SYMMETRY.....        | 7          |
| <b>RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....</b>   | <b>14</b>  |
| <i>Doroshenko V. O., Strelnytskyi O. E., Strelnytskyi O. O.</i><br>MATHEMATICAL MODELING OF EXCITATION OF A<br>CONICAL ANTENNA WITH SEMI-TRANSPARENT<br>WALLS AND A LONGITUDINAL SLOT..... | 14         |
| <i>Ignatkin V., Litvinenko V., Olejnik L., Tomashevskiy A.,<br/>Shpakovskiy A.</i><br>MODELS OF METROLOGICAL SERVICES PROCESSES<br>OF MEASURING EQUIPMENT.....                             | 21         |
| <i>Zinkovskiy Yu. F., Sydoruk Yu. K., Turovskiy A. O.</i><br>ELECTRIC FIELD HOMOGENEITY PROBLEM IN THE   |            |
| <i>Karpukov L. M., Korolkov R. Y.</i><br>MULTI-ELECTRODE PHASE-ADJUSTABLE<br>APPLICATOR.....   | 28         |
| <i>Kostenko V. O., Smetanin I. N., Shcekotihin O. V.</i><br>DIRECT SYNTHESIS OF STUB LOW-PASS FILTERS WITH<br>CHEBYSHEV CHARACTERISTIC.....  | 35         |
| <i>Kostenko V. O., Smetanin I. N., Shcekotihin O. V.</i><br>ELECTRIC POWER SUPPLY OF GUARD SIGNALING<br>FROM HIGH-VOLTAGE LINE OF ELECTRICITY<br>TRANSMISSIONS.....                        | 40         |
| <b>MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING.....</b>  | <b>62</b>  |
| <i>Vysotska V., Chyrun L.</i><br>CONCEPTUAL MODEL OF ELECTRONIC CONTENT<br>COMMERCE SYSTEMS.....   | 46         |
| <i>Ilyashenko M.</i><br>GRAPH-SUBGRAPH ISOMORPHISM PROBLEM<br>SOLVING FOR ORGANIZATION RESOURCES<br>DISTRIBUTION.....  | 55         |
| <i>Karayuz I. V., Bidyuk P. I.</i><br>SHORT-TERM FORECASTING OF COAL AND OIL<br>PRODUCTION IN UKRAINE.....   | 61         |
| <i>Kucherenko Ye. I., Driuk O. d.</i><br>FUZZY MODELS IN PROBLEMS OF COMPLEX<br>SYSTEMS CONTROL.....   |            |
| <i>Kudin A. V., Choporov S. V.</i><br>COMPUTER SIMULATION OF BENDING CIRCULAR<br>SANDWICH PLATES USING ANALYTICAL AND<br>NUMERICAL APPROACHES.....   | 75         |
| <i>Lisnyak A. A.</i><br>SURFACE DISCRETIZATION OF R-FUNCTIONS<br>DEFINED GEOMETRICAL OBJECTS.....  | 82         |
| <i>Fandieieva K. O., Kharchenko V. V.</i><br>APPLYING AN ANALYTIC HIERARCHY PROCESS TO<br>SELECT AN INTERNET ADVERTISING NETWORK.....  | 89         |
| <i>Shakhovska N., Bolubash Yu.</i><br>INDECISION PROCESSING IN BIG DATA.....   | 96         |
| <b>NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....</b>   | <b>106</b> |
| <i>Zayko T., Oliinyk A., Subbotin S.</i><br>TRAINING SAMPLE DIMENSION REDUCTION BASED<br>ON ASSOCIATION RULES.....   | 106        |
| <i>Bodyanskiy Ye. V., Kulishova N. E.</i><br>EXTENDED NEO-FUZZY NEURON IN THE TASK OF<br>IMAGES FILTERING.....   | 112        |
| <i>Subbotin S. A.</i><br>METHODS AND CHARACTERISTICS OF LOCALITY-PRE-<br>SERVING TRANSFORMATIONS IN THE PROBLEMS OF<br>COMPUTATIONAL INTELLIGENCE.....                                     | 120        |
| <i>Tyshchenko O. K., Pliss I. P., Kopaliani D. S.</i><br>A HYBRID CASCADE OPTIMIZED NEURAL<br>NETWORK.....   | 129        |

---

PROGRESSIV INFORMATICS TECHNOLOGIES.....135

*Andrushchenko D. M.*  
METHOD FOR PROTECTION OF DIGITAL IMAGE  
COPYRIGHT.....135

*Dubrovin V. I., Tverdohleb J. V., Kharchenko V. V.*  
AUTOMATED SYSTEM FOR THE ANALYSIS AND  
INTERPRETATION OF ECG.....150

*Barkalov A. A., Titarenko L. A., Zelenyova I. Y., Tsololo S. A.*  
OPTIMIZATION OF COMPOSITIONAL  
MICROPROGRAMMING CONTROL UNIT WITH  
COMMON MEMORY.....140

*Kozhukhivska O. A., Fefelov A. O., Bidyuk P. I., Kozhukhivskiy A. D.*  
DECISION SUPPORT SYSTEM ARCHITECTURE FOR  
FORECASTING OF NONSTATIONARY FINANCIAL  
PROCESSES AND CORRESPONDING RISKS.....158

*Demchuk A. B.*  
VIDEO CONTENT FOR THE BLIND PEOPLE: METHOD  
AUDIODESCRIPTION.....146

*Miroshkin A. N.*  
EXTENSION OF MICROINSTRUCTION FORMAT FOR  
CONTROL UNIT IMPLEMENTATION  
ON HYBRID FPGA.....166

THEORY AND METHODS OF AUTOMATIC CONTROL.....172

*Cherednikova O. YU., Lapko V. V.*  
SYNTHESIS OF SPEED-OPTIMAL CONTROL FOR THE  
OBJECT WITH AN ALTERNATING-SIGN TRANSITION  
FUNCTION.....172

CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....177

*Orlovskiy I., Gorobec El.*  
USE OF NEURAL CONTROLLER IN  
ELECTROMECHANICAL SYSTEMS.....177



Dear Colleagues!

On behalf of Organizing and Technical Committees we invite you to take part in the VII-th International Conference on Modern Problems and Achievements of Radio Engineering, Telecommunications and Information Technologies that will be held in Zaporizhzhya (Ukraine), 17–19 September 2014.

The purpose of the conference is analysis and generalization of novel theoretical and practical results.

Conference Address: Ukraine, 69063, Zaporizhzhya, Zhukovsky Str., 64, Zaporizhzhya National Technical University, Radio Engineering and Telecommunication Department.

Secretary of the organizing committee – Kolesnikova Evgeniya.

phones: +38 (061) 764-32-81, 769-84-31; fax: +38 (061) 764-46-62;

e-mail: kolevis@zntu.edu.ua.

## РАДИОФИЗИКА

## РАДИОФИЗИКА

## RADIOPHYSICS

УДК 517.9 : 537.86

Онуфриенко Л. М.<sup>1</sup>, Чумаченко Я. В.<sup>2</sup>, Чумаченко В. П.<sup>3</sup><sup>1</sup>Канд. физ.-мат. наук, доцент, Запорожский национальный технический университет, Украина<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа, Украина<sup>3</sup>Д-р физ.-мат. наук, профессор, Запорожский национальный технический университет, Украина,  
E-mail: chumac@zntu.edu.uaК ТЕОРИИ  $E$ -ПЛОСКОСТНОГО ВОЛНОВОДНОГО  
ТРАНСФОРМАТОРА С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ  $N$ -ГО ПОРЯДКА

Рассмотрена задача рассеяния волн в осесимметричном  $E$ -плоскостном соединении  $N$  одинаковых прямоугольных волноводов. Дано строгое обоснование предложенной ранее математической модели узла, которая учитывает свойства его геометрии и использует тригонометрические разложения искомого поля, полученные с помощью метода произведения областей. Для  $3 \leq N \leq 6$  показано, что для почти всех значений частотного параметра каждая из  $N$  бесконечных систем линейных уравнений, к которым приводит развитый подход, разрешима единственным образом в пространстве последовательностей  $l_1$ . Доказано, что эти решения могут быть найдены методом редукции, сходящимся по норме названного пространства.

**Ключевые слова:** волноводные неоднородности, метод произведения областей, матрично-операторные уравнения.

## ВВЕДЕНИЕ

Аналізу  $E$ -плоскостних структур різними методами присвячені роботи більшого числа авторів (см., наприклад, [1]–[4] і їх бібліографію). Однією з цілей подібних досліджень є побудова адекватних і строго обґрунтованих математических моделей, які забезпечували б точний і достовірний розрахунок характеристик волноводних вузлів при вивченні їх властивостей або при використанні цих об'єктів в якості автономних блоків в системах автоматизованого проектування пристроїв СВЧ і КВЧ.

В роботі [4] була запропонована електродинамічна модель з'єднання  $N$  однакових волноводів (розміра  $a \times b$ ), яке має вісесиметрію  $N$ -го порядку відносно осі  $Oz$ , перпендикулярної площини з'єднання (см. рис. 1). Відмінною особливістю моделі є спосіб побудови шуканої компоненти магнітного поля  $H_z$  всередині з'єднаної порожнини  $\Omega$ , оснований на методі вироблення областей [5]. Використовуючи тригонометричні ряди, можна уникнути появи спеціальних функцій і отримати можливість виконати аналітично всі математическі операції, необхідні для розв'язання нескінченних систем лі-

нейних рівнянь (БСЛУ), яким задовольняють коефіцієнти розкладень. Чисельний алгоритм було перевірено на тестових завданнях і показало свою ефективність як при  $3 \leq N \leq 6$ , так і при більшому числі з'єднуваних волноводів. Однак формальне його обґрунтування не було надано. Наразі робота заповнює цей проміжок для  $3 \leq N \leq 6$ . Подібно [6] і [7] виникаючі БСЛУ розглядаються в якості операторних рівнянь в простран-

стві послідовностей  $l_1 = \left\{ \mathbf{s} = \{s_n\} : \sum_{n=0}^{\infty} |s_n| < +\infty \right\}$ .

Вибране множини значень  $N$  охоплює практично всі пристрої, які зустрічаються в прикладній лінійній теорії і мають зазначену геометрію.

Стаття організована наступним чином. В першому розділі конспективно (слідуючи [4]) викладено виведення БСЛУ, до якого зводиться гранична задача, а також розглядається питання єдиності їх розв'язків. В наступних розділах вивчаються властивості матричних систем, встановлюється розв'язність відповідних операторних рівнянь, аналізується можливість використання методу редукції. В заключенні сформульовано основні результати роботи.

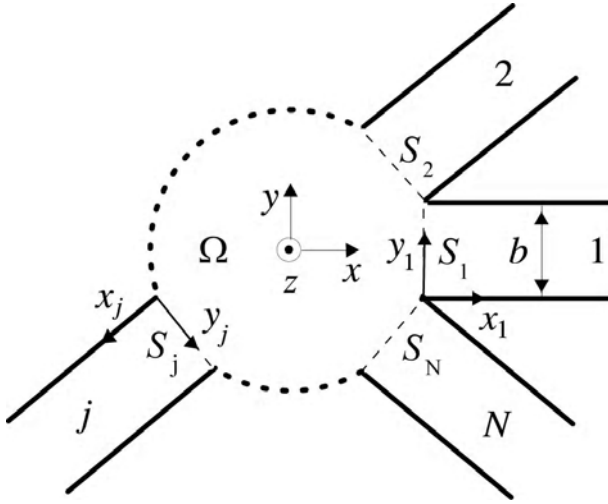


Рис. 1. Геометрия задачи

### СВЕДЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ К БСЛУ. ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ

Требуется найти поле рассеянное конфигурацией при ее возбуждении со стороны первого плеча волной  $TE_{10}$  единичной амплитуды. Известно (см., например [1]), что после исключения временного множителя  $e^{i\omega t}$  и зависимости от  $z$  задача такого типа сводится к нахождению некоторой функции  $u(x, y)$ , которая должна удовлетворять двумерному уравнению Гельмгольца, однородным граничным условиям Неймана на контуре узла, условиям сопряжения в апертурах  $S_j$  ( $j = \overline{1, N}$ ) соединительной полости, условиям излучения в волноводах и условию конечности энергии, запасенной в любой ограниченной подобласти. Аналогичная граничная задача возникает и при анализе структур, имеющих другой физический смысл (например, соединений полосковых линий передачи [8] или акустических волноводов [9]). Существует единственное ее решение для всех значений частоты  $\omega > 0$  за исключением некоторого счетного множества точек [10]. Ниже предполагается, что  $\omega$  не является элементом этого множества (в частности, не совпадает ни с одной из частот отсечки собственных волн волноводов).

Представим вектор  $I = (1, 0, \dots, 0)^T$  ( $T$ -транспонирование) амплитуд волн основного типа, падающих на соединение со всех возможных направлений, суммой  $N$  векторов, каждый из которых описывает возбуждающее поле, обладающее некоторым типом осевой симметрии:

$$I = \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{e^{jk}}{N} \right\}_{j=1}^{j=N}, \quad e_{jk} = e^{i(j-1)\beta_k},$$

$$\beta_k = (k-1) \frac{2\pi}{N}, \quad i^2 = -1. \quad (1)$$

В силу линейности уравнения Гельмгольца функцию  $u$  можно записать в виде суперпозиции

$$u = \sum_{k=1}^N u^{(k)} \quad (2)$$

его решений  $u^{(k)}$ , отвечающих отдельным слагаемым в (1). Основываясь на свойствах симметричных соединений [11] и используя косинус-разложение решения уравнения Гельмгольца в выпукло многоугольной области [5], величины  $u^{(k)}$  можно представить в виде

$$u_j^{(k)} = e_{jk} \left[ \frac{1}{N} e^{\gamma_0 x_j} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(k)} \varphi_n(y_j) e^{-\gamma_n x_j} \right], \quad j = \overline{1, N}, \quad (3)$$

$$u_C^{(k)} = \sum_{j=1}^N (j) u_C^{(k)}, \quad (j) u_C^{(k)} = e_{jk} \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(k)} \varphi_n(y_j) e^{\gamma_n x_j}. \quad (4)$$

Здесь  $u_j^{(k)} \equiv u^{(k)}$  при  $x_j > 0$  и  $0 < y_j < b$ ,  $u_C^{(k)} \equiv u^{(k)}$  при  $(x, y) \in \Omega$ ,  $\varphi_n(y_j) = \cos \frac{n\pi y_j}{b}$ ,  $\gamma_n = \sqrt{(n\pi/b)^2 - \chi^2}$ ,

$\chi = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - (\pi/a)^2}$ ,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные,  $A_n^{(k)}$  и  $B_n^{(k)}$  – искомые коэффициенты разложения. Представления (3) обеспечивают выполнение граничных условий на стенках волноводов и условий излучения. Можно показать, что система функций  $\left\{ \varphi_n(y_j) e^{\gamma_n x_j} \right\}_{j=1, n=0}^{j=N, n=\infty}$ , по которым разлагается  $u_C^{(k)}$ , линейно независима за исключением некоторого счетного множества точек значений  $\omega$ . Такие точки также исключаются из рассмотрения.

Из условия непрерывности тангенциальных составляющих полей в апертурах соединительной полости следует

$$u_1^{(k)} \Big|_{x_1=0+} = u_C^{(k)} \Big|_{x_1=0-}, \quad \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0+} = \frac{\partial u_C^{(k)}}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0-},$$

$$y_1 \in (0, b). \quad (5)$$

Так как углы при ребрах конфигурации меньше  $2\pi$ , то из требования конечности энергии, запасенной в ограниченной подобласти, вытекает (см., например, [12]), что нормальные производные, входящие в (5), могут иметь на интервале  $y_1 \in (0, b)$  лишь квадратично интегрируемые особенности. Использование условий (5) позволяет свести (см. [4]) задачи нахождения  $u^{(k)}$  ( $k = \overline{1, N}$ ) к решению  $N$  независимых парных БСЛУ

$$\frac{1}{N} \delta_{0m} + A_m^{(k)} = B_m^{(k)} + \sum_{n=0}^{\infty} c_{mn}^{(k)} B_n^{(k)}, \quad m = \overline{0, \infty}, \quad (6)$$



$$\frac{1}{N} \delta_{0m} - A_m^{(k)} = B_m^{(k)} + \sum_{n=0}^{\infty} d_{mn}^{(k)} B_n^{(k)}, \quad m = \overline{0, \infty}, \quad (7)$$

где

$$c_{mn}^{(k)} = \sum_{j=2}^N e_{jk} J_{mn}^{(j)}, \quad d_{mn}^{(k)} = \sum_{j=2}^N e_{jk} K_{mn}^{(j)}, \quad (8)$$

$$J_{mn}^{(j)} = \frac{2}{e_m b} \int_0^b \left[ \varphi_n(y_j) e^{\gamma_n x_j} \right]_{x_1=0} \varphi_m(y_1) dy_1, \quad (9)$$

$$K_{mn}^{(j)} = \frac{2}{e_m b \gamma_m} \int_0^b \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \varphi_n(y_j) e^{\gamma_n x_j} \right]_{x_1=0} \varphi_m(y_1) dy_1, \quad (10)$$

$e_m = 1 + \delta_{0m}$  и  $\delta_{0m}$  – символ Кронекера, причем

$$J_{mn}^{(N-l+2)} = (-1)^{m+n} J_{mn}^{(l)}, \quad K_{mn}^{(N-l+2)} = (-1)^{m+n} K_{mn}^{(l)} \quad (11)$$

при  $1 < l < N/2 + 1$ .

Вне соединительной полости условие конечности энергии в ограниченной области будет выполняться,

если вектор-столбец  $\mathbf{A}^{(k)} = \{A_n^{(k)}\}$  удовлетворяет условию  $\mathbf{A}^{(k)} \in \tilde{l}_2 = \left\{ \mathbf{s} = \{s_n\} : |s_0|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} |s_n|^2 < +\infty \right\}$  [13].

В соединительной полости мы усилим это требование, наложив его на каждую из функций  ${}^{(j)}u_C^{(k)}$  в отдельности, что приводит к  $\mathbf{B}^{(k)} = \{B_n^{(k)}\} \in \tilde{l}_2$ . Более того, мы предположим, что  $\mathbf{A}^{(k)}, \mathbf{B}^{(k)} \in l_1 \subset \tilde{l}_2$ . Существование соответствующих последовательностей  $\mathbf{A}^{(k)}, \mathbf{B}^{(k)}$  следует из устанавливаемой ниже разрешимости БСЛУ, порождаемых граничными условиями.

Матричное уравнение (6) образовано путем приравнивания коэффициентов разложения величин, входящих в левые и правые части первого из равенств (5), по функциям  $\{\varphi_n(y_1)\}_{n=0}^{\infty}$ . Если  $\mathbf{A}^{(k)}, \mathbf{B}^{(k)} \in l_1$  то разложения

$\sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(k)} \varphi_n(y_1)$  и  $\sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(k)} \varphi_n(y_1)$  равномерно сходятся к своим суммам, являясь их рядами Фурье. Аналогичный факт имеет место и для разложения по тем же функциям

величины  $\tilde{u}_C^{(k)} \equiv u_C^{(k)} - {}^{(1)}u_C^{(k)} = \sum_{j=2}^N {}^{(j)}u_C^{(k)}$  в силу ее абсолютной непрерывности на  $S_1$ . (При  $\mathbf{B}^{(k)} \in l_1$  условие

интегрируемости на  $S_1$  модуля производной  $\frac{\partial \tilde{u}_C^{(k)}}{\partial y_1}$  лег-

ко проверяется). Отсюда вытекает [14], что равенство Фурье-коэффициентов величин, входящих в первое граничное условие в (5), означает равенство самих этих величин всюду на  $S_1$ .

Таким образом, если БСЛУ (6),(7) имеет в  $l_1$  решение, то после его подстановки в (3), (4) условия на значения  $u^{(k)}$  будут выполняться в каждой точке апертуры  $S_1$ , а также  $S_2, \dots, S_N$ . Из (7) и полноты системы  $\{\varphi_n(y_1)\}_{n=0}^{\infty}$  в пространстве квадратично интегрируемых функций  $L_2(0, b)$  следует, что почти всюду на  $S_1$  и других апертурах будут выполняться также и условия, накладываемые на нормальную производную функции  $u^{(k)}$ . Тем самым формулами (3), (4) задается величина, удовлетворяющая как уравнению Гельмгольца, так и всем требуемым условиям на границе. Ясно, что такая БСЛУ может иметь в  $l_1$  не более одного решения, так как противоположное предположение противоречит теореме единственности решения исходной краевой задачи.

Далее вместо системы (6),(7) мы будем изучать эквивалентную систему, состоящую из матричного уравнения

$$B_m^{(k)} + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (c_{nm}^{(k)} + d_{nm}^{(k)}) B_n^{(k)} = \frac{1}{N} \delta_{0m}, \quad m = \overline{0, \infty}, \quad (12)$$

полученного из (6), (7) после исключения  $\{A_n^{(k)}\}$ , и пересчетной формулы для определения коэффициентов  $\{A_n^{(k)}\}$  по известным  $\{B_n^{(k)}\}$ , которую мы не выписываем.

### СВОЙСТВА МАТРИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ. РАЗРЕШИМОСТЬ БСЛУ

Будем рассматривать матрицы  $\mathbf{J}^{(j)} = (J_{mn}^{(j)})$ ,  $\mathbf{K}^{(j)} = (K_{mn}^{(j)})$  в качестве операторов в пространстве последовательностей  $l_1$ . Ниже  $\|\cdot\| = \|\cdot\|_{l_1}$ , а норма некоторого матричного оператора  $\mathbf{A} = (a_{mn}) : l_1 \rightarrow l_1$  определяется

формулой  $\|\mathbf{A}\| = \sup \sum_{0 \leq n < \infty} |a_{mn}|$  (см. [15], [16]). Известно [16], что для того, чтобы оператор  $\mathbf{A}$  был  $\omega$ -непрерывным (частный случай полной непрерывности), необходимо и достаточно, чтобы  $\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{k \leq n < \infty} \sum_{m=0}^{\infty} |a_{mn}| = 0$ .

При  $2 < j < N$  таковыми являются матрицы  $\mathbf{J}^{(j)}$  и  $\mathbf{K}^{(j)}$ , элементы которых содержат множители, которые убывают экспоненциально с ростом  $n$  и ведут себя как  $O\left(\frac{1}{m^2}\right)$  с ростом  $m$ .

Перепишем (12) в виде

$$\left( \mathbf{I} + \mathbf{T}^{(k)} + \mathbf{F}^{(k)} \right) \mathbf{B}^{(k)} = \mathbf{H}, \quad (13)$$

где (см. (8))

$$\mathbf{T}^{(k)} = \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{j=3}^{N-1} e_{jk} (\mathbf{J}^{(j)} + \mathbf{K}^{(j)}) & \text{при } N > 3, \\ \mathbf{0} & \text{при } N = 3, \end{cases} \quad (14)$$

$$\mathbf{F}^{(k)} = \frac{1}{2} \left[ e_{2k} (\mathbf{J}^{(2)} + \mathbf{K}^{(2)}) + e_{Nk} (\mathbf{J}^{(N)} + \mathbf{K}^{(N)}) \right], \quad (15)$$

$$\mathbf{H} = \left( \frac{1}{N} \delta_{0m} \right), \quad (16)$$

а  $\mathbf{I}$  – тождественный оператор (бесконечная единичная матрица). Оператор  $\mathbf{T}^{(k)}$ , как линейная комбинация вполне непрерывных операторов, также вполне непрерывен.

Рассмотрим более детально оператор  $\mathbf{F}^{(k)}$ . Введем обозначения

$$\Gamma_n = \gamma_n \sin \beta, \quad {}^0\Gamma_n = \frac{n\pi}{b} \sin \beta, \quad \Pi_n = \frac{n\pi}{b} \cos \beta, \quad (17)$$

$$\Lambda_n = \Pi_n b, \quad \Phi_{mn}^{\pm} = \Gamma_n^2 + \left( \frac{m\pi}{b} \pm \Pi_n \right)^2, \quad (18)$$

$${}^0\Phi_{mn}^{\pm} = \begin{cases} \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \pm \frac{2mn\pi^2}{b^2} \cos \beta & \text{при } mn > 0, \\ \infty & \text{при } mn = 0, \end{cases} \quad (19)$$

$$\Psi_{mn}^{\pm} = \frac{1}{\Phi_{mn}^+} \pm \frac{1}{\Phi_{mn}^-}, \quad {}^0\Psi_{mn}^{\pm} = \frac{1}{{}^0\Phi_{mn}^+} \pm \frac{1}{{}^0\Phi_{mn}^-}, \quad (20)$$

где  $\beta = \frac{N-2}{N} \pi$  – угол при вершине правильного  $N$ -угольника, образующего  $\partial\Omega$ . Учитывая, что

$$\begin{aligned} x_2 &= -x_1 \cos \beta + y_1 \sin \beta - b \sin \beta, \\ y_2 &= -x_1 \sin \beta - y_1 \cos \beta + b \cos \beta, \end{aligned} \quad (21)$$

а также известные [17] формулы интегрирования, для значений  $J_{mn}^{(2)}$  и  $K_{mn}^{(2)}$  получим

$$J_{mn}^{(2)} = \frac{1}{e_m b} \left\{ \left[ (-1)^m \Gamma_n - (\Gamma_n \cos \Lambda_n - \Pi_n \sin \Lambda_n) e^{-\Gamma_n b} \right] \Psi_{mn}^+ + \frac{m\pi}{b} \sin \Lambda_n e^{-\Gamma_n b} \Psi_{mn}^- \right\}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} K_{mn}^{(2)} &= \frac{1}{e_n \gamma_m b} \left\{ (-1)^m \left[ \chi^2 \sin \beta \cos \beta \Psi_{mn}^+ + {}^0\Gamma_n \frac{m\pi}{b} \Psi_{mn}^- \right] + \right. \\ &+ \left[ \gamma_n \cos \beta (\Gamma_n \cos \Lambda_n - \Pi_n \sin \Lambda_n) - {}^0\Gamma_n (\Gamma_n \sin \Lambda_n + \Pi_n \cos \Lambda_n) \right] e^{-\Gamma_n b} \Psi_{mn}^+ + \\ &+ \left. \frac{m\pi}{b} \left[ {}^0\Gamma_n \cos \Lambda_n - \gamma_n \cos \beta \sin \Lambda_n \right] e^{-\Gamma_n b} \Psi_{mn}^- \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Далее, так как

$$e_{2k} = \cos \beta_k + i \sin \beta_k, \quad e_{Nk} = \cos \beta_k - i \sin \beta_k, \quad (24)$$

то в силу (11) и (15) имеем

$$F_{mn}^{(k)} = M_{mn} U_{mn}^{(k)}, \quad (25)$$

где

$$M_{mn} = J_{mn}^{(2)} + K_{mn}^{(2)},$$

$$U_{mn}^{(k)} = \begin{cases} \cos \beta_k & \text{при } m+n \text{ четном,} \\ i \sin \beta_k & \text{при } m+n \text{ нечетном.} \end{cases} \quad (26)$$

Представим  $\mathbf{F}^{(k)}$  в виде

$$\mathbf{F}^{(k)} = {}^1\mathbf{F}^{(k)} + {}^*\mathbf{F}^{(k)} \equiv \left( M_{mn} - {}^0M_{mn} \right) U_{mn}^{(k)} + \left( {}^0M_{mn} U_{mn}^{(k)} \right), \quad (27)$$

где

$${}^0M_{mn} = \frac{2(-1)^m}{b} {}^0\Phi_{mn}^+. \quad (28)$$

Несложно установить, что оператор  $\mathbf{M} - {}^0\mathbf{M}$  является  $\omega$ -непрерывным. Тем более  $\omega$ -непрерывным будет оператор  ${}^1\mathbf{F}^{(k)}$ , порождаемый матрицей  $\left( M_{mn} - {}^0M_{mn} \right) U_{mn}^{(k)}$ .

Рассмотрим далее оператор  ${}^*\mathbf{F}^{(k)}$ . Найдем предел

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{m=0}^{\infty} |{}^0M_{mn} U_{mn}^{(k)}|$ . Предположим вначале, что  $n = 2n'$ .

Мы получим

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{m=0}^{\infty} |{}^0M_{mn} U_{mn}^{(k)}| &= |\cos \beta_k| \lim_{n' \rightarrow \infty} \sum_{m'=1}^{\infty} |{}^0M_{2m', 2n'}| + \\ &+ |\sin \beta_k| \lim_{n' \rightarrow \infty} \sum_{m'=1}^{\infty} |{}^0M_{2m'-1, 2n'}|. \end{aligned} \quad (29)$$

Далее

$$\lim_{n' \rightarrow \infty} \sum_{m'=1}^{\infty} |{}^0M_{2m', 2n'}| = \frac{\sin \beta}{\pi} \lim_{n' \rightarrow \infty} \frac{1}{n'} \sum_{m'=1}^{\infty} \frac{1}{\left( \frac{m'}{n'} \right)^2 + 2 \frac{m'}{n'} \cos \beta + 1}. \quad (30)$$

Предел (30) может быть заменен некоторым интегралом, значение которого известно [17], а именно,

$$\lim_{n' \rightarrow \infty} \sum_{m'=1}^{\infty} |{}^0M_{2m',2n'}| = \frac{\sin \beta}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dv}{v^2 + 2v \cos \beta + 1} = \frac{\beta}{\pi}. \quad (31)$$

Заметим, что монотонность подынтегральной функции, являющаяся одним из условий перехода от предела к интегралу, существенна лишь для больших значений переменной интегрирования (см. [18], решение задачи

30 из второго отдела). Предел  $\lim_{n' \rightarrow \infty} \sum_{m'=1}^{\infty} |{}^0M_{2m'-1,2n'}|$  так

же равен  $\frac{\beta}{\pi}$ . Значит, при  $n = 2n'$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{m=0}^{\infty} |{}^0M_{mn} B_{mn}^{(k)}| = \frac{\beta}{\pi} (|\cos \beta_k| + |\sin \beta_k|) \equiv \Delta^{(k)}. \quad (32)$$

Аналогичный результат получается и когда  $n \rightarrow \infty$ , пробегая нечетные значения. Прямая численная проверка показывает, что при  $3 \leq N \leq 6$  и любых возможных значениях  $k$  справедливо неравенство  $0 < \Delta^{(k)} < 1 - \delta$ , где  $\delta > 0$ .

Введем проекторы  $\mathbf{P}_n = \text{diag}(1, \dots, 1, 0, 0, \dots)$  и

$\mathbf{R}_n = \mathbf{I} - \mathbf{P}_n$ . Ясно, что  $\mathbf{P}_n^2 = \mathbf{P}_n$  и  $\|\mathbf{P}_n\| = 1$ . Исходя из определения предела и (32), можно утверждать, что для любого  $\varepsilon > 0$  существует конечное число  $N^{(k)}(\varepsilon)$  такое,

что  $\sum_{m=0}^{\infty} |{}^0M_{mn} B_{mn}^{(k)}| < \Delta^{(k)} + \varepsilon \forall n > N^{(k)}$ . Представим

${}^* \mathbf{F}^{(k)}$  в виде  ${}^* \mathbf{F}^{(k)} = {}^2 \mathbf{F}^{(k)} + {}^B \mathbf{F}^{(k)}$ , где  ${}^2 \mathbf{F}^{(k)} = {}^* \mathbf{F}^{(k)} \mathbf{P}_{N^{(k)}}$ , а

${}^B \mathbf{F}^{(k)} = {}^* \mathbf{F}^{(k)} \mathbf{R}_{N^{(k)}}$ . Пусть  $\varepsilon < \delta$ . Тогда  $\|{}^B \mathbf{F}^{(k)}\| < 1$ , а оператор  ${}^2 \mathbf{F}^{(k)}$  является  $\omega$ -непрерывным в силу конечнос-

ти  $N^{(k)}$ . Таким образом уравнение (13) можно переписать в виде

$$\mathbf{W}^{(k)} \mathbf{B}^{(k)} \equiv (\mathbf{G}^{(k)} + {}^C \mathbf{F}^{(k)}) \mathbf{B}^{(k)} = \mathbf{H}, \quad (33)$$

$$\mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{I} + {}^B \mathbf{F}^{(k)}, \quad {}^C \mathbf{F}^{(k)} = {}^1 \mathbf{F}^{(k)} + {}^2 \mathbf{F}^{(k)}, \quad (34)$$

где оператор  $\mathbf{G}^{(k)}$  непрерывно обратим, а  ${}^C \mathbf{F}^{(k)}$  вполне непрерывен. Это значит, что оператор  $\mathbf{W}^{(k)}$  фредгольмов и, так как  $\mathbf{H} \in l_1$ , то уравнение (33) в силу альтернативы Фредгольма [19] имеет в  $l_1$  единственное решение.

### РЕШЕНИЕ БСЛУ МЕТОДОМ РЕДУКЦИИ

Пусть  $n > N^{(k)}$ ,  $X_n = \mathbf{P}_n l_1$  – подпространства в  $l_1$ ,  $\mathbf{B}_n^{(k)} \in X_n$  и  ${}^B \mathbf{F}_n^{(k)} = \mathbf{P}_n {}^B \mathbf{F}^{(k)}$ . Ясно, что  $\mathbf{G}^{(k)} X_n \neq X_n$  и  $\mathbf{P}_n \mathbf{G}^{(k)} \mathbf{B}_n^{(k)} = (\mathbf{I} + {}^B \mathbf{F}_n^{(k)}) \mathbf{B}_n^{(k)} \equiv \mathbf{G}_n^{(k)} \mathbf{B}_n^{(k)}$ . Рассмотрим теперь наряду с точным уравнением (33) полученные из него усеченные уравнения

$$\mathbf{W}_n^{(k)} \mathbf{B}_n^{(k)} \equiv (\mathbf{G}_n^{(k)} + \mathbf{P}_n {}^C \mathbf{F}^{(k)}) \mathbf{B}_n^{(k)} = \mathbf{P}_n \mathbf{H}. \quad (35)$$

Поскольку  $\|{}^B \mathbf{F}_n^{(k)}\| \leq \|{}^B \mathbf{F}^{(k)}\| < 1$ , то операторы  $\mathbf{G}_n^{(k)} : X_n \rightarrow X_n$  непрерывно обратимы, а обратные операторы ограничены по норме в совокупности:

$$\|(\mathbf{G}_n^{(k)})^{-1}\| \leq \frac{1}{1 - \|{}^B \mathbf{F}_n^{(k)}\|} \leq \frac{1}{1 - \|{}^B \mathbf{F}^{(k)}\|}. \quad (36)$$

Полагая  $X = Y = l_1$  в условиях известной теоремы ([20], теорема 6.2) и принимая во внимание свойства операторов  $\mathbf{W}^{(k)}$ ,  $\mathbf{G}^{(k)}$ ,  ${}^C \mathbf{F}^{(k)}$ ,  $\mathbf{P}_n$  и  $\mathbf{G}_n^{(k)}$ , мы приходим к заключению, что для достаточно больших значений  $n$  системы (35) однозначно разрешимы и имеет место сходимость последовательности приближенных решений  ${}^* \mathbf{B}_n^{(k)} = (\mathbf{W}_n^{(k)})^{-1} \mathbf{P}_n \mathbf{H}$  к точному решению  ${}^* \mathbf{B}^{(k)} = (\mathbf{W}^{(k)})^{-1} \mathbf{H}$ :

$$\|{}^* \mathbf{B}^{(k)} - {}^* \mathbf{B}_n^{(k)}\| = O \left( \inf_{\mathbf{B}_n^{(k)} \in X_n} \|{}^* \mathbf{B}^{(k)} - \mathbf{B}_n^{(k)}\| \right) = O \left( \|\mathbf{R}_n {}^* \mathbf{B}^{(k)}\| \right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0. \quad (37)$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дано строгое математическое обоснование развитого ранее подхода к решению задачи рассеяния волн в осесимметричном соединении  $N$  волноводов в  $E$ -плоскости. Бесконечные системы линейных уравнений, к которым сводится исходная граничная задача, предложено рассматривать в качестве операторных уравнений в пространстве последовательностей  $l_1$ . Показано, что для почти всех значений частотного параметра  $\omega > 0$  эти

уравнения могут иметь не более одного решения. С целью анализа матричный оператор каждого из уравнений представлен в виде суммы тождественного оператора, оператора, описывающего взаимодействие апертур первого и прилегающих волноводов, а также вполне непрерывного оператора, описывающего взаимодействие апертур первого и остальных волноводов. Для  $3 \leq N \leq 6$  установлено, что второй из перечисленных операторов может быть разделен на две части, а имен-

но, оператор сжатия и вполне непрерывный оператор. Тем самым обоснованы фредгольмовость рассматриваемых уравнений и их разрешимость. Доказано, что решение каждой из БСЛУ может быть найдено методом редукции, сходящимся по норме пространства  $l_1$ .

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шестопапов, В. П. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности / В. П. Шестопапов, А. А. Кириленко, Л. А. Рудь. – К. : Наукова думка, 1986. – 216 с.
2. Cullen, A. L. Using the least-squares boundary residual method to model the symmetrical five-port waveguide junction / A. L. Cullen, S. P. Yeo // IEE Proceedings on Microwaves, Antennas & Propagation. – 1987. – Vol. 134-H, No. 2. – P. 116–124.
3. Bialkowski, M. E. Analysis of an N-port consisting of a radial cavity and E-plane coupled rectangular waveguides / M. E. Bialkowski // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1992. – Vol. 40, No. 9. – P. 1840–1843.
4. Chumachenko, V. P. Simple full-wave model of E-plane waveguide star junction / V. P. Chumachenko // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 2002. – Vol. 16, No. 9. – P. 1223–1232.
5. Chumachenko, V. P. Efficient field representation for polygonal region / V. P. Chumachenko // Electronics Letters. – 2001. – Vol. 37, No. 19. – P. 1164–1165.
6. Чумаченко, Я. В. О бесконечных системах линейных уравнений, связанных с задачами рассеяния волн в плоскостных волноводных узлах с областью взаимодействия прямоугольной формы / Я. В. Чумаченко, В. П. Чумаченко // Радиоелектроніка, інформатика, управління. – 2012. – № 2. – С. 20–25.
7. Chumachenko, V. P. Properties of some matrix operators appearing in the theory of planar waveguide junctions / V. P. Chumachenko // Telecommunications and Radio Engineering. – 2013. – Vol. 72, No. 6. – P. 469–484.
8. Kompa, G. Planar waveguide model for calculating microstrip components / G. Kompa, R. Mehran // Electronics Letters. – 1975. – Vol. 11, No. 19. – P. 459–460.
9. Грінченко, В. Т. Основы акустики / В. Т. Грінченко, І. В. Вовк, В. Т. Маципура. – К. : Наукова думка, 2007. – 640 с.
10. Шестопапов, В. П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур / В. П. Шестопапов. – К. : Наукова думка, 1987. – 288 с.
11. Montgomery, C. G. Principles of Microwave Circuits / C. G. Montgomery, R. H. Dicke, E. M. Purcell. – New York : McGraw-Hill, 1948. – 486 p.
12. Мумтра, Р. Аналитические методы теории волноводов / Р. Миттра, С. Ли. – М. : Мир, 1974. – 328 с.
13. Шестопапов, В. П. Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции / В. П. Шестопапов, А. А. Кириленко, С. А. Масалов. – К. : Наукова думка, 1984. – 296 с.
14. Бари, Н. К. Тригонометрические ряды / Н. К. Бари. – М. : Физматгиз, 1961. – 936 с.
15. Хатсон, В. Приложения функционального анализа и теории операторов / В. Хатсон, Дж. Пим. – М. : Мир, 1983. – 432 с.
16. Грибанов, Ю. И. Координатные пространства и бесконечные системы линейных уравнений. III / Ю. И. Грибанов // Изв. вузов. Математика. – 1963. – №3 (34). – С. 27–39.
17. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М. : Наука, 1971. – 1108 с.
18. Поля, Г. Задачи и теоремы из анализа. Ч.1 / Г. Поля, Г. Сеге. – М. : Наука, 1978. – 392 с.
19. Треногин, В. А. Функциональный анализ / В. А. Треногин. – М. : Наука, 1980. – 496 с.
20. Габдулхаев, Б. Г. Теория приближенных методов решения операторных уравнений / Б. Г. Габдулхаев. – Казань : Казанский государственный университет, 2006. – 112 с.

Стаття надійшла до редакції 29.01.2014.

Онуфрієнко Л. М.<sup>1</sup>, Чумаченко Я. В.<sup>2</sup>, Чумаченко В. П.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Канд. фіз.-мат. наук, доцент, Запорізький національний технічний університет, Україна

<sup>2</sup>Канд. технічних наук, доцент, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна

<sup>3</sup>Д-р фіз.-мат. наук, професор, Запорізький національний технічний університет, Україна

### ДО ТЕОРІЇ Е-ПЛОЩИННОГО ХВИЛЕВОДНОГО ТРАНСФОРМАТОРА З ОСЬОВОЮ СИМЕТРІЄЮ N-ГО ПОРЯДКУ

Розглянута задача розсіювання хвиль в Е-площинному з'єднанні N однакових прямокутних хвилеводів. Дано строге обґрунтування запропонованої раніше математичної моделі вузла, яка враховує властивості його геометрії і використовує тригонометричні розвинення шуканого поля, отримані за допомогою методу добутку областей. Для  $3 \leq N \leq 6$  показано, що для майже всіх значень частотного параметра кожна із N нескінченних систем лінійних рівнянь, до яких приводить розвинутий підхід, розв'язана єдиним чином в просторі послідовностей  $l_1$ . Доведено, що ці розв'язки можуть бути знайдені методом редукції, збіжним за нормою названого простору.

**Ключові слова:** хвилеводні неоднорідності, метод добутку областей, матрично-операторні рівняння.

Onufriyenko L. M.<sup>1</sup>, Chumachenko Ya. V.<sup>2</sup>, Chumachenko V. P.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph.D., Associate Professor, Zaporizhzhia National Technical University, Ukraine

<sup>2</sup>Ph.D., Associate Professor, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine

<sup>3</sup>Doctor of Science, Professor, Zaporizhzhia National Technical University, Ukraine

### ON THE THEORY OF AN E-PLANE WAVEGUIDE TRANSFORMER WITH THE N-FOLD ROTATIONAL SYMMETRY

The mathematical justification of an earlier full-wave model for a symmetrical junction of N rectangular waveguides coupled in E-plane is presented in the paper. The problem of scattering of waveguide modes is formulated in the form of a boundary value-problem for the Helmholtz equation with Neumann boundary conditions on the periphery of the unit, and with the edge and radiation conductions. The model is based on the symmetry properties of the geometry and on trigonometric-series expansions of the field in the connecting region, which are constructed using the domain-product technique.

It is suggested to consider  $N$ -infinite systems of linear equations (ISLE) with respect to expansion coefficients, which arise in the course of solving the problem, in the capacity of matrix-operator equations in the sequence space  $l_1$ . The analysis has shown that an ISLE of the sort can have no more than one solution for almost all values of the frequency parameter. For  $3 \leq N \leq 6$ , it has been found that operator of the ISLE can be presented as a sum of an identity operator, a contraction operator and a completely continuous operator. The obtained results allow considering the ISLE as a functional equation with the Fredholm operator. It has been proved that this equation is solvable in  $l_1$  by means of the truncation method convergent in the norm.

**Keywords:** waveguide discontinuities, domain-product technique, matrix-operator equations.

## REFERENCES

1. Shestopalov V. P., Kirilenko A. A., Rud' L. A. Rezonansnoe rasseyaniye voln. Vol. 2. Volnovodny'e neodnorodnosti. Kyiv, Naukova Dumka, 1986, 216 p.
2. Cullen A. L., Yeo S. P. Using the least-squares boundary residual method to model the symmetrical five-port waveguide junction, *IEE Proceedings on Microwaves, Antennas & Propagation*, 1987, Vol. 134-H, No. 2, pp. 116–124.
3. Bialkowski M. E. Analysis of an N-port consisting of a radial cavity and E-plane coupled rectangular waveguides, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1992, Vol. 40, No. 9, pp.1840–1843.
4. Chumachenko V. P. Simple full-wave model of E-plane waveguide star junction, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. 2002, Vol. 16, No. 9. pp. 1223–1232.
5. Chumachenko V. P. Efficient field representation for polygonal region, *Electronics Letters*. 2001, Vol. 37, No. 19, pp. 1164–1165.
6. Chumachenko Ya. V., Chumachenko V. P. O beskonechny'x sistemax linejny'x uravnenij, svyazanny'x s zadachami rasseyaniya voln v ploskostny'x volnovodny'x uzлах s oblast'yu vzaimodejstviya pryamougol'noj formy', *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2012, No. 2, pp. 20–25.
7. Chumachenko V. P. Properties of some matrix operators appearing in the theory of planar waveguide junctions, *Telecommunications and Radio Engineering*. 2013, Vol. 72, No. 6, pp. 469–484.
8. Komp G. Planar waveguide model for calculating microstrip components, *Electronics Letters*. 1975, Vol. 11, No. 19, pp. 459–460.
9. Grinchenko V. T., Vovk I. V., Macy'pura V. T. Osnovy' akusty'ky'. Kyiv, Naukova dumka, 2007, 640 p.
10. Shestopalov V. P. Spektral'naya teoriya i vzbuzhdenie otkry'ty'x struktur. Kyiv, Naukova dumka, 1987, 288 p.
11. Montgomery C. G., Dicke R. H., Purcell E. M. Principles of Microwave Circuits. New York, McGraw-Hill, 1948, 486 p.
12. Mitra R., Lee S. W. Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves. New York, Macmillan, 1971, 302 p.
13. Shestopalov V. P., Kirilenko A. A., Masalov S. A. Matrichny'e uravneniya tipa svertky' v teorii difrakcii. Kyiv, Naukova dumka, 1984, 296 p.
14. Bari N. K. Trigonometricheskie ryady'. Moscow, Fizmatgiz, 1961, 936 p.
15. Xatson V., Pim Dzh. Prilozheniya funkcional'nogo analiza i teorii operatorov. Moscow, Mir, 1983, 432 p.
16. Gribov Yu. I. Koordinatny'e prostranstva i beskonechny'e sistemy' linejny'x uravnenij. III, *Izv. vuzov. Matematika*. 1963, No. 3 (34), pp. 27–39.
17. Gradshtejn I. S., Ry'zhik I. M. Tablicy' integralov, sum, ryadov i proizvedenij. Moscow, Nauka, 1971, 1108 p.
18. Polia G., Sege G. Zadachi i teoremy' iz analiza. Vol.1. Moscow, Nauka, 1978, 392 p.
19. Trenogin V.A. Funkcional'ny'j analiz. Moscow, Nauka, 1980, 496 p.
20. Gabdulxayev B. G. Teoriya priblizhenny'x metodov resheniya operatorny'x uravnenij. Kazan', Kazansky'j gosudarstvenny'j universitet, 2006, 112 p.

# РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

## РАДІОЕЛЕКТРОНИКА ТА ТЕЛЕКОММУНІКАЦІИ

### RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 517.958:537.8

Дорошенко В. А.<sup>1</sup>, Стрельницький А. Е.<sup>2</sup>, Стрельницький А. А.<sup>3</sup><sup>1</sup>Д-р. физ.-мат. наук, профессор, декан, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина<sup>3</sup>Аспирант, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина, E-mail: o.stral@i.ua

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОНИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ С ПОЛУПРОЗРАЧНЫМИ СТЕНКАМИ И ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЬЮ

Рассмотрена краевая задача возбуждения гармоническим электрическим радиальным диполем полубесконечного полупрозрачного кругового тонкого конуса с продольной щелью. Метод решения задачи основан на использовании потенциала Дебая, интегральных преобразований Конторовича-Лебедева и метода рядов Фурье. Получено аналитическое решение задачи и исследовано влияние щели на спектр, структуру поля и его поведения у вершины конуса.

**Ключевые слова:** диполь, полупрозрачный конус, продольная щель, строгий метод, аналитическое решение.

### ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование процессов взаимодействия электромагнитных волн с объектами является одним из базовых этапов проектирования и создания современных радиоэлектронных приборов и устройств. Построение математической модели, адекватной рассматриваемому физическому процессу, является ключевым моментом и играет существенную роль в теоретическом изучении рассеивающих и фокусирующих свойств тел. Задача дифракции электромагнитных волн на канонических сплошных идеально проводящих регулярных и однородных структурах (цилиндр, шар) относятся к хорошо исследованным задачам теории дифракции, чего нельзя сказать об электродинамических краевых задачах для импедансных нерегулярных и незамкнутых структурах. Усложнение конструкций радиофизических, радиотехнических и электронных приборов и устройств значительно расширяют область их применения, но приводит к необходимости совершенствования соответствующих математических моделей. Так, наличие ребер (вершин, краев) приводит к возникновению краевых волн, которые

нередко вносят существенный вклад в рассеиваемое поле. Конические структуры занимают особое место среди канонических структур, поскольку имеют вершину и являются моделями широкополосных и сверх-широкополосных антенн [1]. Задачам дифракции электромагнитных волн на неограниченном круговом идеально проводящем конусе посвящено значительное число работ [2–6]. Для практических приложений интерес представляет решение электродинамических задач для неидеально проводящих конусов (полупрозрачных, резистивных, диэлектрических и т.д.) [7–9]. Наличие неоднородностей в виде щелей на поверхности рассеивающих экранов меняет структуру рассеянного поля и приводит к появлению щелевых и реберных волн, а также к расширению рабочей полосы радиотехнических устройств [10, 11]. Анализ литературных источников показал отсутствие строгого решения краевой электродинамической задачи для полупрозрачного конуса с прорезанной от вершины продольной щелью.

Целью данной работы является исследование модельной задачи возбуждения точечным источником полубесконечного неидеальнопроводящего конуса с продольной щелью.

### ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Электрический радиальный диполь с единичным моментом возбуждает полу-бесконечный круговой полупрозрачный тонкий конус  $\Sigma$  с углом раскрыва  $2\gamma$  и находится на оси конуса в точке  $B(\vec{r}_0)$  (рис. 1). Поле диполя изменяется по гармоническому закону  $e^{-i\omega t}$ . Свойство конической поверхности частично отражать и частично пропускать электромагнитное поле определяется параметром прозрачности  $W > 0$ . Вдоль образующей конуса от его вершины прорезана продольная щель с угловой шириной  $d$ , равной по величине двугранному углу, который образован плоскостями, проходящими через ось конуса и кромки щели.

Поскольку коническая поверхность является координатной поверхностью сферической системы координат  $r, \theta, \varphi$  введем ее с началом в вершине конуса ( $r = 0$ ), который определяется уравнением  $\theta = 2\gamma$ .

Задача заключается в нахождении в присутствии источника и конической поверхности полного поля  $\vec{E}, \vec{H}$ :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1, \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1, \quad (1)$$

где  $\vec{E}_0, \vec{H}_0$  поле источника, а  $\vec{E}_1, \vec{H}_1$  – рассеянное конусом поле. Искомое поле  $\vec{E}, \vec{H}$  удовлетворяет:

1) уравнениям Максвелла вне полупрозрачного конуса и источника;

2) краевым условиям на поверхности конуса:

$$\begin{aligned} \vec{n} \times \left\{ \vec{n} \times [\vec{E}^+ + \vec{E}^-] \right\} &= Z \vec{n} \times L [\vec{H}^+ - \vec{H}^-], \\ \vec{n} \times \vec{E}^+ &= \vec{n} \times \vec{E}^-; \end{aligned} \quad (2)$$

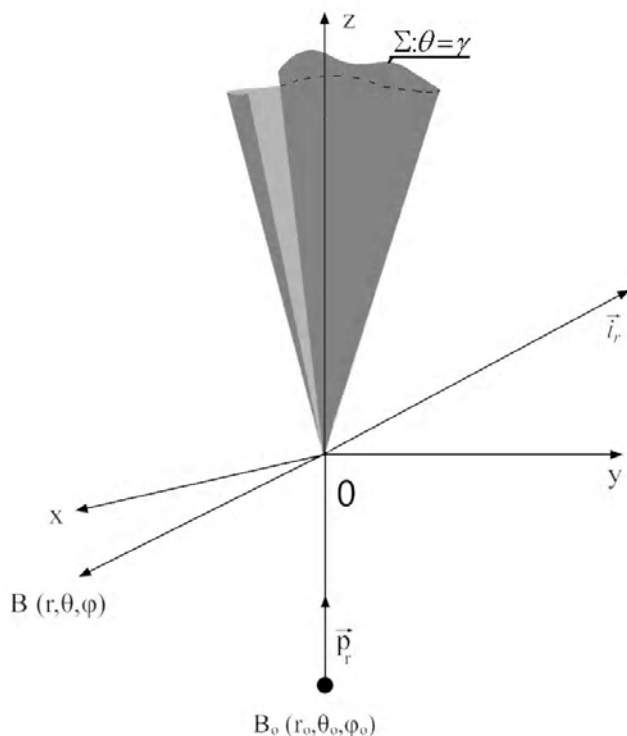


Рис. 1. Полубесконечный круговой полупрозрачный тонкий конус с продольной щелью

3) условию на бесконечности;

4) условию ограниченности энергии в любой ограниченной области пространства,

где  $\vec{E}^\pm = \vec{E}|_{\theta=\gamma\pm 0}$ ;  $Z = \frac{2w}{q} W \sin \gamma$ ,  $q = -ik$ ,  $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ ,

$w = \sqrt{\mu/\epsilon}$  – волновое сопротивление среды,  $\epsilon$  и  $\mu$  – проницаемости среды, в которую помещен незамкнутый полупрозрачный конус,  $\vec{n}$  – внешняя нормаль к поверхности конуса  $\Sigma$ ,  $L$  – дифференциальный оператор 2-го порядка по радиальной координате:

$$LU = \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (rU). \text{ Следует отметить, что наличие в}$$

краевых условиях (2) дифференциального оператора позволяет построить уточненную модель неидеально проводящей конической поверхности по сравнению с моделью краевых условий с линейной зависимостью между электрическим и магнитным полями [12]. Краевая электродинамическая задача в такой постановке имеет единственное решение [13]. Введем потенциал Дебая  $u$ , через который выражаются составляющие электромагнитного поля [14]. Полному полю  $\vec{E}, \vec{H}$  соответствует потенциал  $u$ , а полю источника и рассеянному полям, соответственно,  $u_0$  и  $u_1$ :

$$u = u_0 + u_1.$$

Таким образом, исходная электродинамическая задача 1)–4) свелась к смешанной краевой задаче математической физики относительно потенциала  $u$ , который удовлетворяет:

– уравнению Гельмгольца

$$\Delta u - q^2 u = 0,$$

всюду вне незамкнутой полупрозрачной конической поверхности и источника;

– принципу предельного поглощения;

– условию ограниченности энергии;

– краевым условиям на конусе, соответствующим (2):

$$\begin{aligned} u|_{\theta=\gamma} &= W \sin \gamma \left[ \frac{\partial u}{\partial \theta} \right]_{\theta=\gamma} = 0, \\ [Q]|_{\theta=\gamma} &= Q|_{\theta=\gamma+0} - Q|_{\theta=\gamma-0}. \end{aligned} \quad (3)$$

### МЕТОД РЕШЕНИЯ. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Для решения краевой задачи применим интегральные преобразования Канторовича-Лебедева [15] относительно радиальной координаты и представим неизве-

стний потенціал для розсіяного конусом поля  $u_1$  в такому вигляді

$$u_1 = \frac{1}{2\pi^2 \varepsilon r_0} \int_0^\infty \tau \operatorname{th} \pi \tau \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \times \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma) \hat{U}_{i\tau} d\tau \quad (4)$$

де  $K_{i\tau}(qr)$  функція Макдональда,  $P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma)$  функція Лежандра 1-го роду,

$$\hat{U}_{i\tau} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \frac{P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \gamma)} e^{in\varphi} \quad (5)$$

$x_n$  невідомі коефіцієнти, а знак «+» в (5) відповідає області  $0 < \theta < \gamma$ , і «-» – області  $\gamma < \theta < \pi$ . В результаті використання крайових умов (3), а також умови неперервності потенціала і його частинних похідних в щелі приходимо до таких функціональних рівнянь відносно шуканих коефіцієнтів  $x_n$ :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sigma_{i\tau}^{(n)} x_n e^{in\varphi} = 1, \quad d/2 < |\varphi| \leq \pi, \quad \sigma_{i\tau}^{(n)} = 1 + 2W \varpi_{i\tau}^{(n)}, \quad (6)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \varpi_{i\tau}^{(n)} x_n e^{in\varphi} = 0, \quad |\varphi| < d/2, \quad (7)$$

$$\varpi_{i\tau}^{(n)} = \frac{(-1)^n \operatorname{ch} \pi \tau \Gamma(1/2 + i\tau + n)}{\pi \Gamma(1/2 + i\tau - n)} \times \frac{1}{P_{-1/2+i\tau}^n(-\cos \gamma) P_{-1/2+i\tau}^n(\cos \gamma)}$$

Сведемо (6), (7) до системи лінійних алгебраїчних рівнянь фредгольмівського типу (СЛАУ-2), оскільки розв'язати (6), (7) представляється проблематичним через їх неустойчивість. Використовуючи метод рядів Фур'є, приходимо до СЛАУ-2 такого виду

$$\varpi_{i\tau}^{(p)} x_p = \frac{1}{2W} \left\{ B_{0,p}(\delta) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_{n,p}(\delta) x_n \right\}, \quad (8)$$

$$\delta = d/2, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$B_{n,p}(\delta) = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \frac{\sin(n-p)\delta}{n-p}, & n \neq p, \\ \frac{1}{\pi}(\pi - \delta), & n = p. \end{cases}$$

В результаті формального предельного переходу в (8) при исчезновіні щелі ( $d \rightarrow 0$ ) отримуємо значення коефіцієнтів для сплошного напівпрозорого конуса:

$$x_0 = \frac{1}{2W \varpi_{i\tau}^{(0)} + 1}, \quad x_p = 0 \quad \text{для } p \neq 0.$$

Тоді потенціал для розсіяного сплошним напівпрозорим конусом поля має вигляд

$$u_1 = \frac{1}{2\pi^2 \varepsilon r_0} \int_0^\infty \tau \operatorname{th} \pi \tau \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \times \frac{P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma)}{2W \varpi_{i\tau}^{(0)} + 1} \frac{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \gamma)} d\tau \quad (9)$$

Для вивчення структури розсіяного поля і спектра крайової задачі слід перейти до інтегрування по мнимій осі, використавши теорему Коші про вирахування [16] і записати інтеграл в (9) у вигляді ряду вирахувань підінтегральної функції. Підінтегральна функція після перетворення інтеграла є мероморфною функцією комплексної змінної, полюси якої є спектральними значеннями крайової задачі для сплошного напівпрозорого конуса і корнями рівняння

$$\pi P_{-1/2+\zeta}(\cos \gamma) P_{-1/2+\zeta}(-\cos \gamma) + 2W \cos \pi \zeta = 0. \quad (10)$$

При малих значеннях параметра  $W$  ( $W \ll 1$ ), поверхнісні властивості сплошного напівпрозорого конуса незначительно відрізняються від поверхнісних властивостей сплошного ідеально провідячого конуса, а корні рівняння (10)

$$\zeta_s^\pm = \alpha_s^\pm - \frac{2}{\pi} W G_{\alpha_s^\pm}^* + O(W^2),$$

$$G_{\alpha_s^\pm}^* = \frac{\cos \pi \alpha_s^\pm}{\frac{d}{d\zeta} \left[ P_{-1/2+\hat{\mu}}(\cos \gamma) P_{-1/2+\hat{\mu}}(-\cos \gamma) \right]_{\zeta=\alpha_s^\pm}},$$

$$P_{-1/2+\alpha_s^+}(\cos \gamma) = 0, \quad P_{-1/2+\alpha_s^-}(-\cos \gamma) = 0,$$

$$s = 0, 1, 2, 3, \dots$$

знаходяться поблизу корнів  $P_{-1/2+\zeta}(\pm \cos \gamma) = 0$ , які визначають спектр для сплошного ідеально провідячого конуса в разі осесиметричного збудження його електричним радіальним диполем [2]. Вблизи вершини складові електричного поля ведуть себе як  $(qr)^{-1+\alpha_{n,sp}}$ , а магнітного  $(qr)^{\alpha_{n,sp}}$ , де

$$\alpha_{n,sp} = \alpha_{ud,sp} - \frac{W}{\pi} G_{\alpha_{ud,sp}}^{**} + O(W^2), \quad \alpha_{ud,sp} = \alpha_0^-,$$

$$G_{\alpha_0^-}^{**} = \frac{\cos \pi \alpha_0^-}{P_{-1/2+\alpha_0^-}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\zeta} \left[ P_{-1/2+\zeta}(-\cos \gamma_2) \right]_{\zeta=\alpha_0^-}}.$$



Учитывая свойства функций Лежандра, заключаем, что при достаточно малом параметре  $W$  имеем  $\alpha_{n,np} < \alpha_{уд,np}$ . Из вышеизложенного следует, что особенность поля у вершины сплошного полупрозрачного конуса при  $W \ll 1$  больше, чем у сплошного идеально проводящего.

В случае большого значения параметра прозрачности  $W \gg 1$  (полупрозрачный конус с высоким уровнем прозрачности), корни (10) такие:

$$\zeta_j = 1/2 + j + \frac{1}{2W} [P_j(\cos \gamma_2)]^2 + O(W^{-2}),$$

$$j = 0, 1, 2, 3, \dots, \zeta_0 = 1/2 + \frac{1}{2W} + O(W^{-2}). \quad (11)$$

Электромагнитное поле вблизи вершины сплошного полупрозрачного конуса ведет себя так:

$$|\vec{E}| \sim |qr|^{-1+1/2W}, \quad |\vec{H}| \sim |qr|^{1/2W}. \quad (12)$$

Отсюда следует, что особенность поля вблизи острия конуса слабо зависит от угла раствора полупрозрачного конуса.

В случае близкого расположения источника к вершине конуса (наиболее интересном для практических приложений) одна из составляющих электрического поля определяется слагаемым

$$E_{10}^* = \frac{ikp_1}{4W_1} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{-3/2+\zeta_0} \frac{\sin kr_0}{r_0} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2},$$

которое описывает сферическую ТЕМ волну, соответствующую спектральному значению  $\zeta_0$  (11) и распространяющуюся от вершины конуса. Поле этой волны и определяет поведение электромагнитного поля вблизи вершины конуса ( $qr \ll 1$ ):

$$|\vec{E}| \sim |qr|^{-1+\alpha}, \quad |\vec{H}| \sim |qr|^\alpha, \quad \alpha = -1/2 + \zeta_0. \quad (13)$$

В структуре поля для сплошного идеально проводящего конуса такой волны нет [2], а ее существование обусловлено поверхностными свойствами полупрозрачного конуса. Вдоль оси конуса ( $\theta = 0$ ) поле этой волны отсутствует, а вблизи поверхности конуса ( $\theta = \gamma$ ) достигает своего наибольшего значения. Если источник располагается в точках  $kr_0 = n\pi, n \in \mathbb{N}$ , то поле этой волны пренебрежимо мало и ее вклад в общее поле незначителен. О возможности существования ТЕМ волн в структуре рассеянного подобной конической поверхностью поля упоминается в [8]. Для произвольных значений параметра прозрачности  $W$  анализ спектра краевой задачи может быть проведен на основе численного решения

уравнения (10). Изменению параметра  $W$  в пределах от нуля до больших значений соответствует изменение поверхностных свойств полупрозрачного конуса от свойств, близких к свойствам идеально проводящего конуса, до свойств поверхности, слабо отражающей падающее на нее поле. В соответствии с (13), поведение электромагнитного поля у вершины конуса определяется величиной параметра  $\alpha$ , зависимость которого от параметра прозрачности и угла раскрытия конуса приведена на рис. 2, 3. Отсюда видно, что особенность поля вблизи вершины конуса слабо зависит от угла раствора конуса при больших значениях. С уменьшением параметра, особенность поля у вершины полупрозрачного конуса приближается к особенности сплошного конуса.

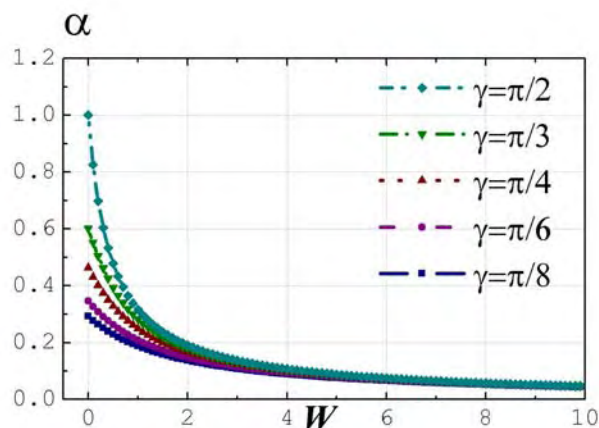


Рис. 2. Зависимость параметра  $\alpha$ , характеризующего поведение поля у вершины конуса от параметра прозрачности  $W$

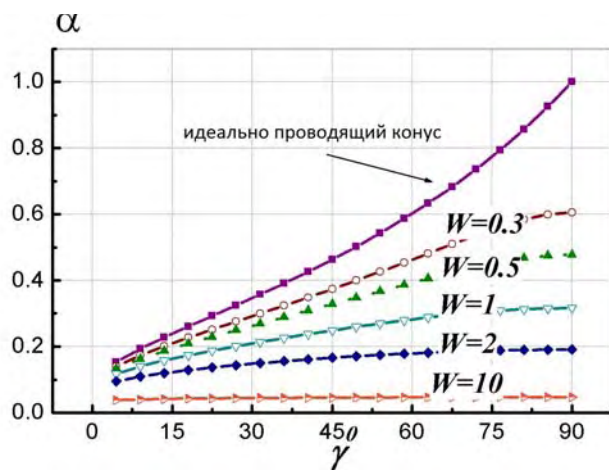


Рис. 3. Зависимость параметра  $\alpha$  от угла раскрытия полупрозрачного конуса

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПОЛУПРОЗРАЧНОГО КОНУСА С УЗКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЬЮ**

В предположении узкой щели ( $\delta \ll 1$ ) потенциал Дебая  $u_1$  имеет такое асимптотическое разложение по малому параметру  $\delta$  вдали от щели:

$$u_1 = -\frac{1}{\pi^2 r_0 W} \int_0^{+\infty} \frac{\tau \text{sh} \pi \tau a_{0\tau} b_{0\tau}}{G_{i\tau}^{(0)} - \delta / (2\pi W)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \times \frac{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}(\pm \cos \gamma)} d\tau + \frac{\delta}{\pi^3 r_0 W} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\varphi} \int_0^{+\infty} \frac{\tau \text{sh} \pi \tau a_{0\tau} b_{0\tau}}{G_{i\tau}^{(-p)} - \delta / (2\pi W)} \times \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-n}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^{-n}(\pm \cos \gamma)} d\tau + O\left(\frac{1}{W} \delta^2 \ln \frac{1}{\delta}\right), \quad (14)$$

$$G_{i\tau}^{(M)} = \omega_{i\tau}^{(M)} + 1/2W, \frac{\delta}{W} \ll 1, \\ a_{0\tau} = \frac{1}{4\epsilon \text{ch} \pi \tau} \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}, b_{0\tau} = -P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma).$$

В случае исчезновения щелей на поверхности полупрозрачного конуса ( $\delta \rightarrow 0$ ), в пределе представление для  $u_1$  (14) совпадает с выражением для сплошного полупрозрачного конуса (9). При неограниченном возрастании параметра прозрачности  $W$  ( $W \rightarrow +\infty$ ) полупрозрачная поверхность исчезает, а предел потенциала  $u_1$  (14) ( $W \rightarrow +\infty$ ) равен нулю. Появления в представлении (14) ряда Фурье по азимутальной координате  $\varphi$  обусловлено наличием щели на поверхности полупрозрачного конуса. В результате использования алгоритма сведения интегрального представления к представлению в виде ряда по полюсам подынтегральной функции, правую часть (14) можно записать в виде суперпозиции волн, которые возникают вследствие взаимодействия поля источника и рассеивающей конической поверхностью. Эти волны определяются собственными значениями краевой задачи, которые удовлетворяют такому спектральному уравнению:

$$G_{\zeta}^{(-p)}(\gamma, W) - \delta / (2\pi W) = 0, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

Уравнение

$$G_{\zeta}^{(0)} = 0, \\ G_{\zeta}^{(-p)}(\gamma, W) \Big|_{p=0} = 0$$

представляет собой спектральное уравнение (10) для сплошного полупрозрачного конуса. Появление щели на поверхности полупрозрачного конуса приводит к возникновению в структуре рассеянного поля высших мод ( $p = 1, 2, \dots$ ). При  $\delta/W \ll 1$  корни (15)  $\hat{\zeta}_s^{-p} = \hat{\zeta}_s^{-p}(\gamma, W, \delta)$ , находятся вблизи корней  $\hat{\zeta}_s^{-p} = \hat{\zeta}_s^{-p}(\gamma, W)$  уравнения ( $\text{Re} \zeta > 0$ )

$$G_{\zeta}^{(-p)}(\gamma, W) = 0,$$

а последние зависят как от угла раскрытия конуса  $\gamma$ , так и параметра прозрачности  $W$ :

$$\hat{\zeta}_s^{-p} = \hat{\zeta}_s^{-p} + \frac{\delta}{2\pi W} \frac{1}{\frac{d}{d\zeta} G_{\zeta}^{(-p)} \Big|_{\zeta=\hat{\zeta}_s^{-p}}} + O\left((\delta/W)^2\right), \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

Наименьшее собственное значение спектра находится среди корней (16) при  $p = 0$ . Рассмотрим значения  $\hat{\zeta}_s^{-p}$  при  $p = 0$ :

$$\hat{\zeta}_s^{-p} \Big|_{p=0} = \hat{\zeta}_s = \zeta_s + \frac{\delta}{2\pi W} \times \frac{1}{\frac{d}{d\zeta} G_{\zeta}^{(0)} \Big|_{\zeta=\hat{\zeta}_s}} + O\left((\delta/W)^2\right), \quad (17) \\ s = 0, 1, 2, \dots, \quad G_{\zeta}^{(0)} \Big|_{\zeta=\zeta_s} = 0.$$

Наименьшее собственное значение краевой задачи  $\hat{\zeta}_0$  является наименьшим из значений (17):

$$\hat{\zeta}_0 = \zeta_0 + \frac{\delta}{2W} \frac{1}{\frac{d}{d\zeta} G_{\zeta}^* \Big|_{\zeta=\hat{\zeta}_0}} + O\left((\delta/W)^2\right), \quad (18)$$

а  $\zeta_0$  – наименьший корень функции  $G_{\zeta}^{(0)}(\gamma, W)$ . При  $W \gg 1$  и  $\delta \ll 1$  значение (18) записывается в таком виде

$$\hat{\zeta}_0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2W} - \frac{\delta}{2\pi W} + O\left((\delta/W)^2\right). \quad (19)$$

Принимая во внимание представление (11), получаем из (19)

$$\hat{\zeta}_0 \approx \zeta_0 - \frac{\delta}{2\pi W}, \quad (20)$$

из чего следует, что  $\hat{\zeta}_0 < \zeta_0$ .

Поле вблизи вершины полупрозрачного конуса с узкими щелями ведет себя так

$$|\vec{E}| \sim |qr|^{-3/2+\hat{\epsilon}_0}, |\vec{H}| \sim |qr|^{-1/2+\hat{\epsilon}_0}.$$

На основании (20) заключаем, что наличие узкой щели усиливает имеющуюся особенность поля (12) у вершины полупрозрачного конуса.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование в строгой постановке электродинамической краевой задачи для полубесконечного полупрозрачного конуса с прорезанной вдоль образующей щелью в случае его возбуждения электрическим радиальным диполем, расположенным на оси структуры. Метод решения краевой задачи базируется на использовании интегрального преобразования Конторовича-Лебедева и рядов Фурье вследствие чего исходная электродинамическая задача сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения потенциалов Дебая в ряд Фурье по азимутальной координате сферической системы координат. В частном случае сплошного полупрозрачного конуса исследованы спектр рассеянного поля и его поведение вблизи вершины. Впервые получено строгое решение в случае возбуждения конуса с узкой щелью электрическим радиальным диполем. Вследствие сравнения решений для сплошного полупрозрачного конуса и полупрозрачного конуса с продольной щелью показано, что наличие щели усиливает имеющуюся вблизи вершины полупрозрачного конуса особенность поля. Полученные в работе результаты могут быть использованы при проектировании широкополосных и сверхширокополосных антенн, а также приборов диагностики и контроля.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астанин, Л. Ю. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений [Текст] / Л. Ю. Астанин, А. А. Костылев. – М. : Радио и связь, 1989. – 191 с.
2. Излучение и рассеяние волн : пер. с англ. [Текст] / Под ред. М. Л. Левина. – М. : Мир, 1978. – Т. 1, 2: Т 1 – 552 с., Т 2 – 558 с.
3. Фельд, Я. Н. Возбуждение заданными токами металлического конуса, расположенного над металлической плоскостью [Текст] / Фельд Я. Н. // Радиотехника и электроника. – 1995. – Т. 40, № 1. – С. 28–34.
4. Numerical Calculation of the diffraction coefficients for an arbitrary shaped perfectly conducting cone [Text] / [V. M. Babich, V. P. Smyshlyaev, D. B. Dement'ev, B. A. Samokhin] // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – May 1996. – Vol. 44, No. 5. – P. 740–747.
5. Горяинов, А. С. Дифракция плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси конуса [Текст] / Горяинов А. С. // Радиотехника и электроника. – 1961. – Т. 6, № 1. – С. 47–57.
6. Николаев, Б. Г. Дифракция поля точечного источника на круговом конусе [Текст] / Николаев Б. Г. // Записки науч. Семинаров. – 1974. – Т. 42, № 6. – С. 212–227.
7. Felsen, L. B. Electromagnetic properties of wedge and cone surfaces with a linearly varying surface impedance [Text] / Felsen L. B. // IRE Trans. on Antennas & Propagat. – 1959. – AP-7, No.12. – P. 231–243.
8. Гошин, Г. Г. Граничные задачи электродинамики в конических областях. [Текст] / Гошин Г. Г. – Томск : Изд-во Томск. ун-та, 1987. – 127 с.
9. Bernard, J. M. L. Analytical-numerical calculation of diffraction coefficients for an Impedance cone [Text] / J. M. L. Bernard, M. A. Lyalinov // Trans. on Antennas and Propagation. – 2008. – vol. 56, No. 6. – P. 1616–1623.
10. Шестопалов, В. П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции [Текст] / Шестопалов В. П. – К. : Наук. думка, 1983. – 251 с.
11. Дорошенко, В. А. О структуре поля радиального магнитного диполя, рассеянного конической поверхностью с прорезанными вдоль образующих щелями [Текст] / В. А. Дорошенко, В. Г. Сологуб // Радиотехника и электроника. – 1987. – Т. 32, № 5. – С. 1110–1112.
12. Senior, T. B. A. Approximate boundary conditions in electromagnetic [Text] / T. B. A. Senior, J. L. Volakis // The institution of Electrical Engineers. – London : United Kingdom, 1995. – 353 p.
13. Ваганов, Р. Б. Основы теории дифракции [Текст] / Р. Б. Ваганов, Б. З. Каценельбаум. – М. : Наука, 1982. – 272 с.
14. Вайнштейн, Л. А. Электромагнитные волны [Текст] / Вайнштейн Л. А. – М. : Радио и связь, 1988. – 440 с.
15. Уфлянд, Я. С. О некоторых новых интегральных преобразованиях и их приложениях к задачам математической физики. В кн. : Вопросы математической физики. [Текст] / Я. С. Уфлянд – Л. : Наука, 1976. – С. 93–106.
16. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного [Текст] / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – М. : Наука, 1973. – 736 с.

Стаття надійшла до редакції 16.12.2013.

Після доробки 22.04.2014.

Дорошенко В. О.<sup>1</sup>, Стрельницький О. Є.<sup>2</sup>, Стрельницький О. О.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р. фіз.-мат. наук, професор, декан, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна

<sup>3</sup>Аспірант, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗБУДЖЕННЯ КОНІЧНОЇ АНТЕНИ З НАПІВПРОЗОРИМИ СТІНКАМИ І ПОЗДОВЖНЬОЮ ЩІЛИНОЮ

Розглянута крайова задача збудження гармонійним електричним радіальним диполем напівнескінченного напівпрозорого кругового тонкого конуса з поздовжньою щілиною. Метод розв'язку задачі базується на використанні потенціалу Дебая, інтегральних перетворень Конторовича-Лебедева і методу рядів Фур'є. Отримано аналітичний розв'язок задачі і досліджено вплив щілини на спектр, структуру поля та його поведінку поблизу вершини конуса.

**Ключові слова:** диполь, напівпрозорий конус, поздовжня щілина, строгий метод, аналітичний розв'язок.

Doroshenko V. O.<sup>1</sup>, Strelnytskyi O. E.<sup>2</sup>, Strelnytskyi O. O.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Doctor of Science, professor, Dean, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine

<sup>2</sup>Ph. D., Associate professor, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine

<sup>3</sup>Postgraduate student, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine

#### MATHEMATICAL MODELING OF EXCITATION OF A CONICAL ANTENNA WITH SEMI-TRANSPARENT WALLS AND A LONGITUDINAL SLOT

A boundary problem of excitation of a semi-infinite semi-transparent circular thin cone with a longitudinal slot by a harmonic electrical radial dipole is considered. The solution method is based on using a Debye's potential, the Kontorovich-Lebedev transforms and the Fourier's series method. It is shown that solving an electromagnetic boundary problem is equivalent to solving a system of linear algebraic equations with respect to unknown coefficients. The analytical problem solution is obtained and a slot effect on the boundary problem spectrum, the electromagnetic field structure and its behavior at the cone tip is investigated. It is proved that slot presence intensifies the tip singularity as for comparing with the field singularity at the tip of the continuous (closed) semi-transparent cone.

**Keywords:** dipole, semi-transparent cone, longitudinal slot, rigorous method, analytical solution.

#### REFERENCES

1. Astanin L. Yu., Kostylev A. A. *Osnovy sverhshirokopolosnyh radiolokatsionnykh izmerenij*. Moscow, Radio i svyaz, 1989, 191 p.
2. Izluchenie i rasseyaniye voln: Per. s angl. [Tekst], Pod red. M. L. Levina. Moscow, Mir, 1978, Vol. 1,2: Vol. 1, 552 p., Vol. 2, 558 p.
3. Feld Ya. N. Vozbuzhdenie zadannymi tokami metallicheskogo konusa, raspolozhennogo nad metallicheskoy ploskostyu, *Radiotekhnika i elektronika*, 1995, vol. 40, No.1, pp. 28–34.
4. Babich V. M., Smyshlyaev V. P., Dement'ev D. B., Samokhin B. A. Numerical Calculation of the diffraction coefficients for an arbitrary shaped perfectly conducting cone, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, May 1996, vol. 44, No. 5, pp. 740–747.
5. Goryainov A. S. Difraktsiya ploskoy elektromagnitnoy volny, rasprostranyayusheysya vdol osi konusa, *Radiotekhnika i elektronika*, 1961. vol. 6, No. 1, pp. 47–57.
6. Nikolaev B. G. Difraktsiya polya tochechnogo istochnika na krugovom konuse. *Zapiski nauch. Seminarov*, 1974, vol. 42, No 6, pp. 212–227.
7. Felsen L. B. Electromagnetic properties of wedge and cone surfaces with a linearly varying surface impedance, *IRE Trans. on Antennas & Propagat*, 1959, AP-7, No. 12. pp. 231–243.
8. Goshin G. G. *Granichnyie zadachi elektrodinamiki v konicheskikh oblastiakh*. Tomsk, Izd-vo Tomsk Un-ta, 1987, 127 p.
9. Bernard J. M. L., Lyalinov M. A. Analytical-numerical calculation of diffraction coefficients for an Impedance cone, *Trans. on Antennas and Propagation*, 2008, vol. 56, No. 6, pp. 1616–1623.
10. Shestopalov V. P. *Summatornyie uravneniya v sovremennoy teorii difraktsii*. Kiev, Nauk. dumka, 1983, 251 p.
11. Doroshenko V. A., Sologub V. G. O strukture polya radialnogo magnitnogo dipolya, rasseyannogo konicheskoy poverhnostyu s prorezannymi vdol obrazuyuschih, *Radiotekhnika i elektronika*, 1987, vol. 32, No. 5. pp. 1110–1112.
12. Senior T. B. A., Volakis J. L. *Approximate boundary conditions in electromagnetic*. The institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 1995, 353 p.
13. Vaganov R. B., Katsenelbaum B. Z. *Osnovyi teorii difraktsii*. Moscow, Nauka, 1982, 272 p.
14. Vaynshteyn L. A. *Elektromagnitnyie volny*. Moscow, Radio i svyaz, 1988, 440 p.
15. Uflyand Ya. S. O nekotorykh novykh integralnykh preobrazovaniyakh i ih prilozheniyakh k zadacham matematicheskoy fiziki. V kn.: *Voprosyi matematicheskoy fiziki*. Leningrad, Nauka, 1976, pp. 93–106.
16. Lavrentev M. A., Shabat B. V. *Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo*. Moscow, Nauka, 1973, 736 p.

Ігнаткін В. У.<sup>1</sup>, Литвиненко В. А.<sup>2</sup>, Олійник Л. В.<sup>3</sup>, Томашевський О. В.<sup>4</sup>, Шпаковський О. Ю.<sup>5</sup><sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, Дніпродзержинський державний технічний університет, Україна<sup>2</sup>Канд. техн. наук, ст. викладач, Дніпродзержинський державний технічний університет, Україна<sup>3</sup>Пошукач, Дніпродзержинський державний технічний університет, Україна<sup>4</sup>Канд. техн., наук, доцент, Запорізький національний технічний університет, Україна, E-mail: tms@zstu.zaporizhzhie.ua<sup>5</sup>Главний метролог, Придніпровська залізнична дорога, Україна

## МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ МЕТРОЛОГІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Зроблена формалізація процесів експлуатації і метрологічного обслуговування засобів виміральної техніки на промислових підприємствах. Для оптимізації параметрів систем метрологічного обслуговування використано метод ненаправленого випадкового пошуку Монте-Карло. Проведено оптимізацію сумарних витрат на метрологічне обслуговування на основі дискретно-безперервної моделі експлуатації засобів виміральної техніки.

**Ключові слова:** моделювання методом Монте-Карло, багатопараметрична оптимізація, датчики псевдовипадкових чисел, метрологічне обслуговування.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Системи управління якістю продукції є основною частиною виробничого процесу і направлені не стільки на виявлення дефектів або браку в готовій продукції, скільки на перевірку якості виробу в процесі його виготовлення. Головними труднощами при аналізі виникнення дефектів та браку є мала вивченість властивостей і закономірностей виникнення явних і метрологічних відмов в засобах виміральної техніки (ЗВТ), відсутність необхідного математичного апарату, звідси хаотичність та недостатня достовірність інформаційних потоків про якість. Перераховані труднощі визначаються станом контролю-виміральної техніки і недостатнім рівнем метрологічного забезпечення.

Робота метрологічної служби (МС) промислових підприємств направлена на вирішення задач з метрологічного обслуговування ЗВТ (МО ЗВТ) на стадії їх експлуатації. Оптимізація і автоматизація розв'язку задач МО ЗВТ полягає в виборі значень параметрів системи МО ЗВТ, які б забезпечували компроміс між втратами від виробництва бракованої продукції і витратами на МО ЗВТ, тобто в досягненні мінімуму загальних втрат виробництва.

### АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЯГНЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Приведемо базові моделі процесу експлуатації і МО ЗВТ, які оперують ймовірністю знаходження ЗВТ в кожному з десяти можливих станів, при цьому розглядається тільки стаціонарний випадок. Згідно з [1], маємо початкове диференціальне рівняння процесу переходу ЗВТ із одного стану в інший:

$$\frac{d}{dt}P = L \cdot P, \quad (1)$$

де  $P = (P_1, P_2, P_3, \dots, P_{10})^T$  – вектор ймовірностей станів,  $L$  – матриця інтенсивностей переходів  $\lambda_{ij}$  ЗВТ з  $i$ -го в  $j$ -й стан ( $10 \times 10$ ).

Зміст станів наступний:  $P_1$  – ЗВТ застосовується за призначенням, знаходячись в працездатному стані;  $P_2$  – ЗВТ застосовується за призначенням з прихованою відмовою;  $P_3$  – ЗВТ готується до відновлення, знаходиться в непрацездатному стані;  $P_4$  – проводиться відновлення непрацездатного ЗВТ;  $P_5$  – перевірка працездатного ЗВТ;  $P_6$  – ЗВТ готується до відновлення, знаходячись в працездатному стані (підготовка до помилкового ремонту);  $P_7$  – проводиться перевірка непрацездатного ЗВТ;  $P_8$  – виконується самоперевірка непрацездатного ЗВТ;  $P_9$  – проводиться відновлення працездатного ЗВТ.

В стаціонарному випадку  $\frac{d}{dt}P = 0$ , тому (1) можна представити в вигляді матричного рівняння, яке з урахуванням умови нормування

$$\sum_{i=1}^{10} P_i = 1, \quad (2)$$

записують

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{1,1} & \dots & \lambda_{1,10} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \lambda_{1,10} & \dots & \lambda_{10,10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{10} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де змінні  $\lambda_{ij}$  у свою чергу залежать від компонент вектора параметрів математичної моделі (1) зміст яких наступний:  $\lambda_y$  – інтенсивність явних відмов;  $\lambda_m$  – інтенсивність метрологічних відмов;  $\lambda_p$  – інтенсивність надходження ЗВТ в ремонт;  $\lambda_{pl}$  – інтенсивність надходження в ремонт з помилковою відмовою;  $\lambda_{el}$  – інтенсивність надходження непрацездатних ЗВТ в ремонт;  $\tau$  – міжповірочний інтервал (годин);  $\tau_c$  – тривалість самоперевірки (годин);  $\tau_{cn}$  – періодичність самоперевірки (годин);  $T_{рем}$  – тривалість ремонту (годин);  $T_{нов}$  – тривалість перевірки

(годин);  $\alpha_c, \alpha_n$  – ймовірність помилок самоперірки і перевірки 1-го роду;  $\beta_c, \beta_n$  – ймовірність помилок самоперірки і перевірки 2-го роду;  $\beta_p$  – ймовірність помилки регулювання при відновленні (ремонті) 2-го роду.

Для компонент даного вектора виконуються наступні умови

$$(\forall i \in \{1, 2, \dots, 15\} [M_i > 0]) \text{ і}$$

$$\alpha_c < 1, \alpha_n < 1, \beta_c < 1, \beta_p < 1, \beta_n < 1.$$

Властивості рівняння (3) і методи визначення та аналізу вектора ймовірності станів  $\bar{P}$  детально висвітлені в роботах [1, 2]. При чисельному розв’язку матричного рівняння були застосовані алгоритм виключення Гаусса та розв’язок за допомогою процедур псевдообернення матриць, можуть бути також застосовані операції з розрідженими матрицями.

Альтернативою розглянутій марківській моделі експлуатації і МО ЗВТ є дискретно-безперервна модель. Формалізація процесу МО ЗВТ на основі цього підходу полягає в наступному:  $p_{1,k}$  і  $p_{2,k}$  – ймовірності виявити ЗВТ відразу після  $k$ -ої перевірки відповідно в станах 1 (робота ЗВТ без відмов) або 2 (робота ЗВТ з метрологічною відмовою). Ймовірність  $p_{-m,k}(t)$  того, що в інтервалі часу

$$\tau_n + kT_n \leq t < \tau_n + (k+1)T_n$$

ЗВТ буде працювати без відмов, і ймовірність  $p_{m,k}(t)$  того, що в тім же інтервалі часу в ЗВТ виникає прихована відмова:

$$p_{-m,k}(t) = p_{1,k} \frac{1 - p_m(t)}{1 - p_m(\tau_n + kT_n)} \times \frac{1 - p_{\text{я}}(t)}{1 - p_{\text{я}}(\tau_n + kT_n)}; \quad (4)$$

$$p_{m,k}(t) = \left\{ p_{2,k} + p_{1,k} \left( 1 - \frac{1 - p_m(t)}{1 - p_m(\tau_n + kT_n)} \right) \right\} \times \frac{1 - p_{\text{я}}(t)}{1 - p_{\text{я}}(\tau_n + kT_n)}; \quad (5)$$

де  $\tau_n, T_n$  – час і період проведення перевірки ЗВТ,  $p_m(\dots)$  і  $p_{\text{я}}(\dots)$  – ймовірності виникнення в ЗВТ метрологічних і явних відмов відповідно до моменту часу, наведеному в дужках. Функція  $p_{-m,k}(t)$  є не що інше, як ймовірність залишитися ЗВТ в стані 1 в момент часу  $t$ , а функція  $p_{m,k}(t)$  – ймовірність залишитися ЗВТ в стані 2 до моменту часу  $t$ . Обидві ймовірності падають із часом через наростання ймовірності виникнення явної відмови – множник

$$(1 - p_{\text{я}}(t)) / (1 - p_{\text{я}}(\tau_n + kT_n)).$$

Математичне очікування часу знаходження ЗВТ  $t_j$  в деякому стані  $j$  визначається [2]:

$$t_j = \int_0^{\infty} \xi \frac{\partial p_j(\xi)}{\partial \xi} d\xi = - \int_0^{\infty} \xi \frac{\partial p_i(\xi)}{\partial \xi} d\xi, \quad (6)$$

де  $p_j(\xi)$  – ймовірність залишитися ЗВТ в  $j$ -му стані до моменту часу  $\xi$ .

В задачах оптимізації параметрів МО ЗВТ частина параметрів (компонент вектора  $M$ ) є варіюваним. У загальному випадку вважають заданою деяку множину векторів  $SM = \{M\}$ , по яких і шукається оптимальне в деякому розумінні рішення.

В якості критерію оптимальності приймають найменше значення цільової функції:

$$F(M) = W \cdot P(M), \quad (7)$$

що є скалярним добутком векторів  $P(M)$  і  $W$ , де  $W = (w_1, \dots, w_{10})$ . Коефіцієнти  $w_i$  визначають вагу ймовірності кожного з десяти станів в цільовій функції.

Таким чином, необхідно знайти вектор параметрів моделі  $M_o \in SM$ , такий, що на відповідному йому векторі ймовірності  $P(M)$ , одержаним як рішення рівняння (3), цільова функція (7) приймає найменше значення і виконуються накладені обмеження на модель експлуатації ЗВТ.

#### ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛІ СТАТТІ

Покажемо деякі прийоми вибору оптимальних значень параметрів МО ЗВТ за допомогою методу Монте-Карло (ненаправлений випадковий пошук). Задача оптимізації параметрів МО ЗВТ в даному випадку запишеться

$$\left. \begin{aligned} CF(\alpha_n, \beta_n, \tau, T_{\text{нов}}, T_{\text{рем}}, \nu) &\Rightarrow \min \\ K_{\Gamma}(\alpha_n, \beta_n, \tau, T_{\text{нов}}, T_{\text{рем}}, \nu) &\geq K_{\Gamma}; \\ 0 \leq P_i < 1; \quad 0 < \alpha_n < 1; \quad 0 < \beta_n < 1; \\ 0 < \beta_p < 1; \quad \sum_{i=1}^{10} P_i &= 1; \quad i = 1, \dots, 10. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В залежності від прийнятої моделі експлуатації і поставлених задач (8) може мати різні модифікації.

#### ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Параметри, які підлягають процедурі оптимізації, позначимо  $\pi = |\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m|$ , а фіксовані  $\nu = |\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m|$ . Цільова функція  $CF(\pi, \nu)$  – функція сумарних відносних витрат на експлуатацію і ремонт ЗВТ. Відносні витрати приймались в умовних одиницях(у.о): витрати на застосування ЗВТ ( $C_{11}, C_{22}$ ), самоперірку ( $C_{88}, C_{10,10}$ ), витрати на перевірку ( $C_{55}, C_{77}$ ) і помилковий ремонт ( $C_{99}$ ) – 10 у.о; витрати на ремонт ( $C_{44}$ ) – 30 у.о. транспортування ( $C_{15}, C_{27}, C_{34}, C_{51}, C_{63}, C_{72}, C_{95}$ ) – рівні 1 у.о. вартості. Позначимо вектор параметрів  $\theta = [\pi, \nu]$ , тоді згідно з моделлю (2)

$$CF = \sum_{i=1}^{10} C_i P_i(\theta) + \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} C_{ij} P_i(\theta) \lambda_{ij}(\theta).$$

**Метод випадкового ненаправленого пошуку** полягає в дослідженні розв'язків для однієї з базових моделей експлуатації і МО ЗВТ вибіркою об'ємом  $N$  незалежно розподілених псевдовипадкових чисел  $a_l^k$ , де  $l$  – номер параметра, який підлягає оптимізації, а  $k = 1, 2, \dots, N$ . Вводяться мінімальні і максимальні значення оптимізуємих параметрів, на основі послідовності  $a_l^k$  будується сукупність незалежних випадкових векторів параметрів  $\pi_l^k$  для знаходження оптимуму цільової функції

$$\begin{aligned} \pi^{(1)} &= (\alpha_n^{(1)}, \beta_n^{(1)}, \tau^{(1)}, T_{нов}^{(1)}, T_{рем}^{(1)}); \\ \pi^{(2)} &= (\alpha_n^{(2)}, \beta_n^{(2)}, \tau^{(2)}, T_{нов}^{(2)}, T_{рем}^{(2)}); \\ &\dots \\ CF(\pi, v): \pi^{(k)} &= (\alpha_n^{(k)}, \beta_n^{(k)}, \tau^{(k)}, T_{нов}^{(k)}, T_{рем}^{(k)}); \\ &\dots \\ \pi^{(N)} &= (\alpha_n^{(N)}, \beta_n^{(N)}, \tau^{(N)}, T_{нов}^{(N)}, T_{рем}^{(N)}). \end{aligned}$$

Важливою задачею при застосуванні даного підходу є генерація вектору випадкових чисел заданого об'єму вибірки  $N$  рівномірно розподілених на інтервалі (0, 1).

Відомо декілька способів отримання цих чисел, причому ці способи можна розділити на три великі групи: отримання випадкових чисел за допомогою таблиць [4]; за допомогою апаратних генераторів випадкових чисел (фізичний спосіб); з використанням математичних алгоритмів (математичний спосіб).

Основним недоліком датчиків псевдовипадкових чисел, реалізованих програмно на ЕОМ, являється обмежений запас чисел, оскільки в достатньо великій послідовності псевдовипадкових чисел (від декількох тисяч до декількох сотень тисяч, залежно від способу отримання) можуть зустрічатися послідовності чисел, що повторюються.

Для проведення розрахунків авторами був використаний датчик псевдовипадкових чисел [3], який відноситься до класу лінійних конгруентних генераторів (період  $2^{19937-1}$ ).

В табл. 1 приведено порівняння результатів розв'язку задачі пошуку комбінації оптимальних параметрів МО ЗВТ за допомогою евристичного методу ціленаправленого перебору і випадкового пошуку. Розрахунки були проведені для випадку:

$$\begin{aligned} \lambda_{я} &= 0,001 \text{ год}^{-1}; \lambda_{м} = 0,002 \text{ год}^{-1} \lambda_{р} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ год}^{-1}, \\ \lambda_{рл} &= 10^{-3} \text{ год}^{-1} \lambda_{вл} = 2 \cdot 10^3 \text{ год}^{-1}, \tau_c = 0,1 \text{ год}, \\ \tau_{сн} &= 5 \text{ год}, \alpha_c = 0,01, \beta_c = 0,2, \beta_p = 0,25. \end{aligned}$$

Значення оптимізуємих параметрів варіювались в межах:  $\alpha_n = 0,001 \div 0,2$ ,  $\beta_n = 0,001 \div 0,3$ ,  $\tau = 8 \cdot 10^3 \div 50 \cdot 10^4$ ,  $T_{нов} = 1 \div 10 \text{ год}$ ,  $T_{рем} = 3 \div 30 \text{ год}$ .

Для дослідження даної моделі було проведено моделювання для об'ємів вибірки  $N \in [1000, 100000]$  псевдовипадкових чисел рівномірно розподілених в інтервалі  $U(0,1)$ .

**Таблиця 1.** Результати дослідження задачі вибору оптимальних параметрів МО ЗВТ

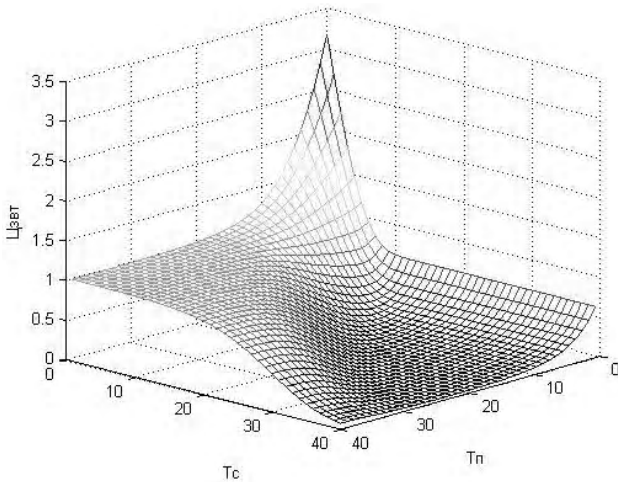
| Вектор вихідних даних розрахунків | Алгоритми оптимізації   |                     |                     |
|-----------------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|
|                                   | Ціленаправлений перебір | Випадковий пошук    |                     |
|                                   |                         | $N = 10000$         | $N = 100000$        |
| $\min(CF^{(k)})$                  | 1,1072                  | 0,7815              | 0,7806              |
| $K_{Г}$                           | $\geq 0,8$              | 0,9867              | 0,9870              |
| $\alpha_n$                        | 0,10                    | 0,0012              | 0,0015              |
| $\beta_n$                         | 0,05                    | 0,1551              | 0,1201              |
| $\tau$ (год.)                     | $3,94 \cdot 10^4$       | $1,2685 \cdot 10^3$ | $1,4032 \cdot 10^3$ |
| $T_{нов}$ (год.)                  | 1                       | 4,4620              | 2,9844              |
| $T_{рем}$ (год.)                  | 4                       | 3,9049              | 3,1112              |

Розглянемо інший приклад розв'язку задачі оптимізації параметрів МО ЗВТ на основі дискретно-безперервної моделі експлуатації ЗВТ. В якості критерію оптимізації приймають суму витрат на МО і втрати від застосування ЗВТ з метрологічною відмовою. В цьому випадку скористаємося цільовою функцією виду

$$C_{ЗВТ} = \frac{1}{K_{ТВ}} (C_{ЗВТ} + (C_n t_{34} + C_p \tau_p + C_{ш} t_2) / T_{ц}), \tag{9}$$

де  $K_{ТВ}$  – коефіцієнт технічного використання  $C_{ЗВТ}$  – вартість 1-ї години експлуатації ЗВТ в користувача без обліку витрат на МО ЗВТ (у.о./год.);  $C_n$  – вартість 1 години повірочних робіт (у.о./год.);  $C_p$  – вартість 1 години ремонтних робіт (у.о./год.);  $C_{ш}$  – штраф за експлуатацію ЗВТ з метрологічною відмовою (у.о./год.);  $t_{34}$  – математичне очікування часу перебування ЗВТ на повірці за час життєвого циклу  $T_{ц}$ ;  $t_2$  – математичне очікування часу роботи ЗВТ з метрологічною відмовою за час  $T_{ц}$ . На рис. 1 зображена поверхня цільової функції для 40 значень  $T_m$  і  $T_n$  (логарифмічний масштаб). Дослідження показують, що для такого класу функцій можна застосувати класичні градієнтні методи або модифікації симплекс-методу Нелдера-Міда. Метод Монте-Карло для функцій двох змінних дає невелику точність обчислень (5–10 %) [4]. Наприклад, функція Розенброка має мінімум в точці [1, 1], результати, отримані методом статистичних випробувань при  $N=20000$ , дають точку [ $x_1=0,9461$ ,  $x_2=0,8986$ ], а значення функції  $f_{rb.min}=0,0041$ . Але коли потрібно розв'язувати задачу умовної оптимізації для 5-ти і більше параметрів застосування методів випадкового ненаправленого пошуку виявляються єдиним шляхом отримання чисельного розв'язку.

**Приклад.** Проектується система МО ЗВТ для групи однотипних приладів з наступними характеристиками надійності і параметрами МО ЗВТ:  $T_m = 5000 \text{ год}$ ,  $v_m = 0,7$ ,  $T_{я} = 10000 \text{ год}$ ,  $\tau_e = 48 \text{ год}$  (час відновлення ЗВТ в ремонті),  $\beta_p = 0,25$ . Потрібно знайти вектор оптимальних параметрів  $optpar = \text{var}(\alpha_n, \beta_n, T_n, T_{рем}, \tau_n)$ , при якому  $C_{ЗВТ}(optpar) \Rightarrow \min$ .



**Рис. 1.** Поверхня цільової функції як функції від двох змінних  $C_{ЗВТ} = f(T_n, T_M)$  для випадку дифузійно-монотонної моделі метрологічних відмов при коефіцієнті варіації  $v_M=1$

В якості моделі експлуатації ЗВТ приймається дискретно-безперервна модель 5-ти основних станів і критерій оптимізації (9). Розрахунки проводились в припущенні дифузійно-монотонної моделі метрологічних відмов  $p_M(t) = DM(t, T_M, v_M)$  і експоненціальної моделі явної відмови  $p_Y(t) = \exp(-t/T_Y)$ , при обмеженні на коефіцієнт готовності  $K_G \geq 0,8$ . Границі варіювання, крім  $T_n = 4,5 \cdot 10^3 \div 1 \cdot 10^4$ , взяті з попереднього прикладу. Проведені статистичне випробування для  $N=30000$  з використанням в якості датчика псевдовипадкових чисел алгоритм показали, що при проектуванні системи МО обраної групи ЗВТ на підприємстві, необхідно встановити наступні значення параметрів системи МО ЗВТ:

$$\alpha_{n,opt.} = 0,0775;$$

$$\beta_{n,opt.} = 0,0093;$$

$$T_{n,opt.} = 4,5072 \cdot 10^3 \text{ год.};$$

$$\tau_{n,opt.} = 2,5101 \text{ год.};$$

$$T_{рем,opt.} = 3,1889 \text{ год.}$$

При цих параметрах буде забезпечений мінімум сумарних витрат на експлуатацію і МО ЗВТ ( $C_{ЗВТ \min} = 0,1706$  при  $C_{ЗВТ} = 0,025$ ,  $C_n = 1,4$ ,  $C_p = 3$ ,  $C_{ш} = 1$ ) з рівнем метрологічної надійності  $K_D = 0,8588$ .

З метою прикладного застосування, на основі проведених досліджень, розроблені інформаційно-мережна технологія програмних засобів і рекомендації щодо автоматизованого розв'язку задач оцінки і аналізу експлуатаційної надійності ЗВТ з наступним вибором оптимальних значень параметрів СМО ЗВТ.

Розроблений модуль орієнтований на розв'язок трьох основних задач: 1 – оцінка фактичного стану (на даний

момент часу) рівня надійності груп однотипних ЗВТ. Розрахунок значень показників надійності ЗВТ проводять для призначеного на підприємстві міжпівірочних інтервалів (МПП) при фіксованих інших параметрах МО ЗВТ (рис. 2); 2 – будуються залежності показників надійності і цільової функції від періоду проведення повірочних робіт; 3 – враховуючи значення цільової функції і обмеження виробництва на показники надійності ЗВТ, призначати оптимальні (у визначеному змісті) МПП, як індивідуальні, так і для груп однотипних приладів. Слід додати, що дану процедуру можна використовувати для дослідження впливу параметрів якості обслуговування і ремонту на показники надійності, а також доповнити функціями 3-D візуалізації, для побудови поверхні цільової функції двох аргументів ( $T_n$ ,  $T_M$ ) і процедурою вибору оптимальної комбінації параметрів СМО ЗВТ.

Локальний оптимум цільової функції не завжди може служити критерієм для вибору МПП, при наявності обмежень на коефіцієнти експлуатаційної надійності ЗВТ. В зв'язку з цим, для дослідження залежності рівня надійності груп однотипних ЗВТ від параметрів СМО ЗВТ запропоновано метод сканування графіків функцій показників надійності ЗВТ, який полягає в наступному: будуються графіки залежностей від періоду  $T_n$  наступних величин:  $t_1/T_Y$ ,  $K_G$ ,  $K_D$ ,  $K_{ТВ}$ ,  $T_{MP}$ ,  $T_{MP}/T_Y$  і  $C_{ЗВТ}$ . Після розрахунків залежностей і виводу графіків на екран, користувач в діалоговому режимі встановлює горизонтальний покажчик (динамічне середовище сканування графіків) в точку мінімуму цільової функції. Горизонтальний покажчик перетинає графіки залежностей і виводить на екран значення показників надійності в точках перетину (рис. 3). Переміщаючи покажчик, користувач з заданою частотою дискретизації діапазону зміни  $T_n$  коригує МПП в області оптимальних значень, при наявності обмежень на показники надійності, або при фіксованому МПП вирішує задачу оцінки фактичного рівня надійності ЗВТ. Поле «Номер закону розподілу метрологічних відмов» включає функцію «select», за допомогою якої користувач обирає потрібний вид закону розподілу для однотипних ЗВТ: 1 – експоненціальний розподіл; 2 – дифузійно-монотонний; 3 – дифузійно-немонотонний.

Розроблена процедура дозволяє ефективно проводити кількісний аналіз рівня експлуатаційної надійності парку ЗВТ сучасних промислових підприємств і визначати оптимальну періодичність (за критеріями експлуатаційної надійності і визначеного показника економічної ефективності МО ЗВТ) проведення повірочних і ремонтних робіт, а також попередній аналіз можливих комбінацій параметрів СМО ЗВТ в інтерактивному режимі АРМ метролога.

На основі вхідних даних розглянутої процедури (рис. 3) розв'язана задача вибору оптимальних значень параметрів СМО ЗВТ методом Монте-Карло.



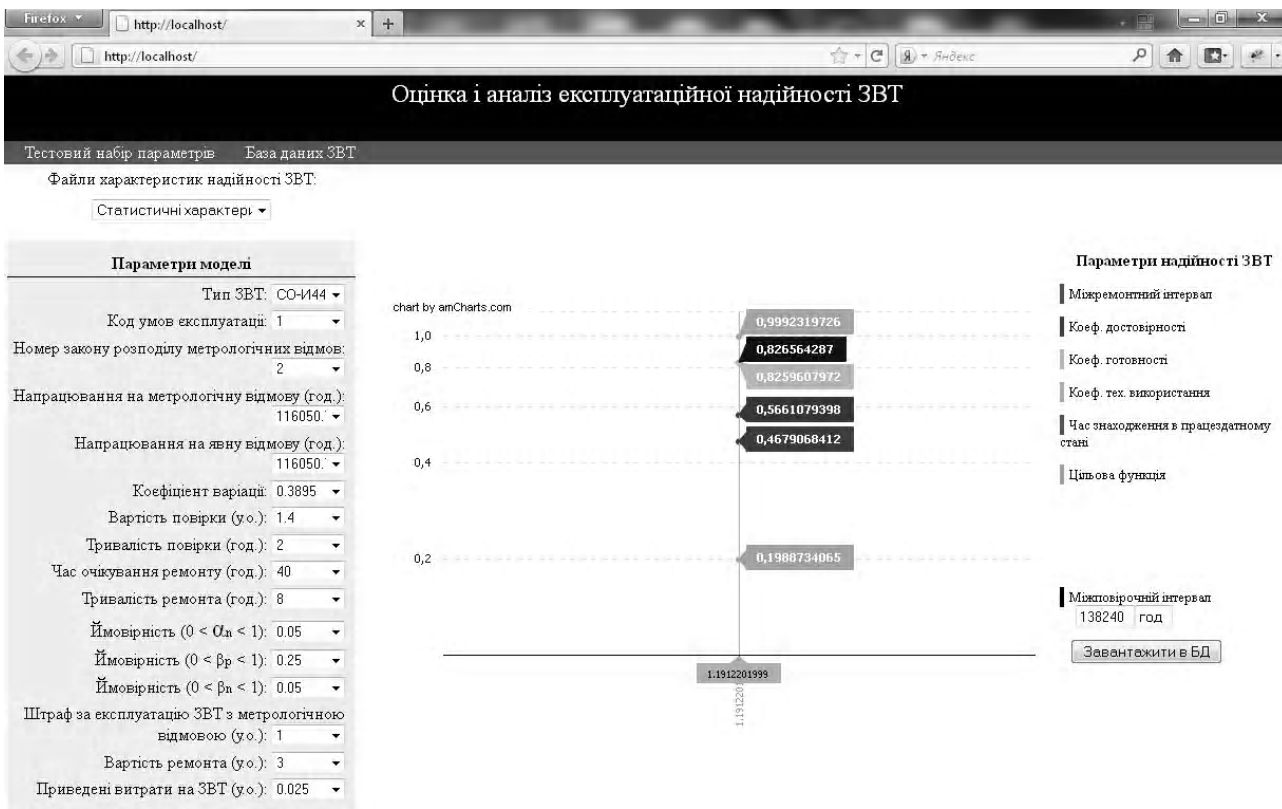


Рис. 2. Оцінка фактичного стану рівня надійності ЗВТ

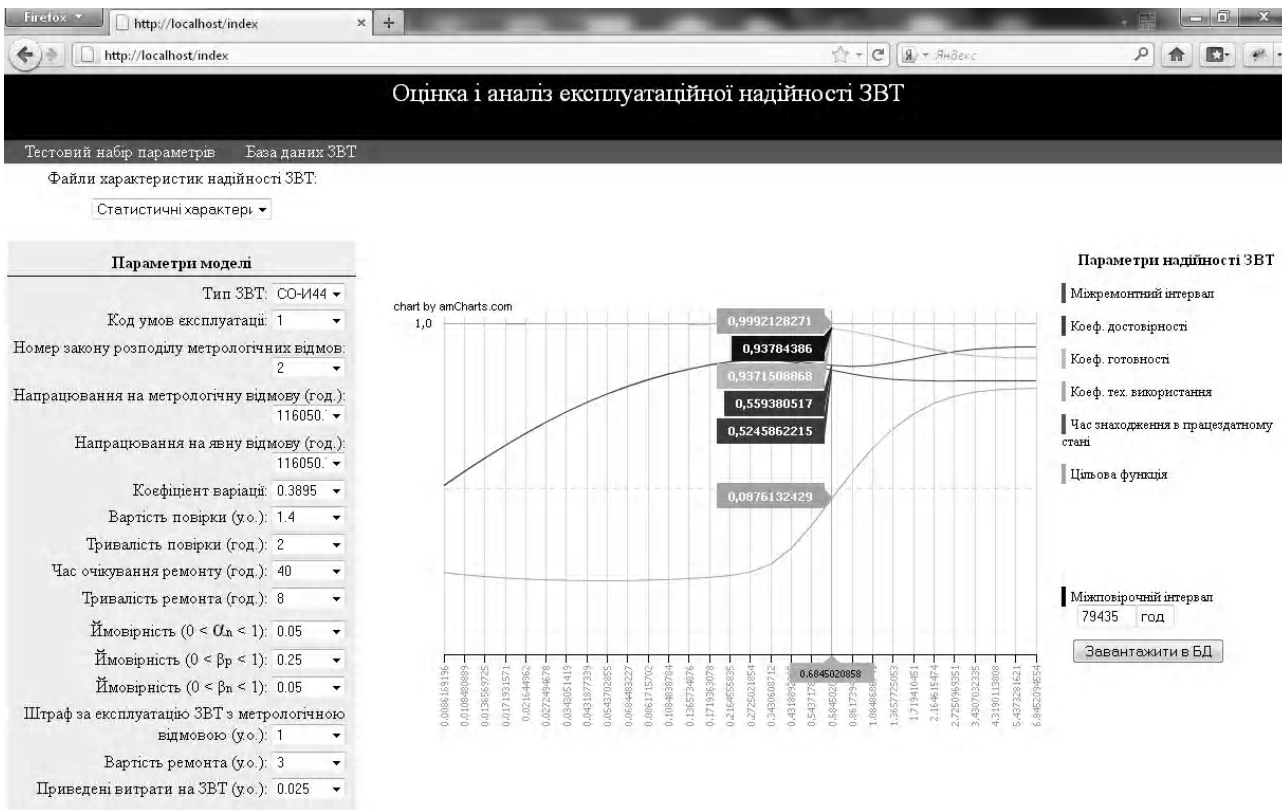


Рис. 3. Аналіз залежностей показників надійності і вибір оптимального МПП

Пошук оптимальної комбінації параметрів СМО ЗВТ виконувався за допомогою алгоритму випадкового не-направленого пошуку. В якості генератора випадкових чисел використаний математичний датчик псевдовипадкових чисел «Mersenne Twister», який відносяться до класу лінійних конгруентних генераторів (період гамми  $(2^{19937}-1)/2$ ) [3].

Наприклад, при об'ємі статистичних випробувань  $N=10^5$ , діапазон варіювання параметрів СМО ЗВТ:  $\alpha_{п}=\beta_{п}=0,05 \div 0,2$ ,  $\beta_{р}=0,25 \div 0,35$ ,  $\tau_{п}=1 \div 6$ ,  $\tau_{р}=3 \div 8$ ;  $T_{п} = 8 \times 10^4 \div 1,6 \times 10^5$ , вектор комбінації оптимальних параметрів СМО ЗВТ  $\pi = [0,0583, 0,0508, 0,2535, 8,0203e^{-04}, 2,5244, 6,4182]^T$  при цьому значення цільової функції  $CF^{(k)} = 0,0602$  при рівні технічної надійності  $K_{Г}=0,9645$ ,  $K_{ТВ}=0,9651$  (коефіцієнт технічного використання ЗВТ за час життєвого циклу  $T_{ц}$ ) і метрологічної  $K_{Д} = 0,9651$ , що підтверджує ефективність розроблених процедур і достовірність отриманих результатів.

Для оцінки економічної ефективності від підвищення якості сукупності вимірювань необхідно провести дослідження впливу метрологічної складової надійності ЗВТ на якість продукції. Для розрахунку використаємо дані статистичних досліджень груп однотипних ЗВТ, які приведені в роботі [5] для промислових підприємств.

Сумарні втрати від браку по причині метрологічних відмов в ЗВТ виражаються:

$$C^{бр} = \sum_{j=1}^{M_{Г}} (1 - K_{Д_j}) \sum_{k=1}^{P_{PM}} q_{jk} \cdot P_k \cdot C_{jk}^{бр}$$

де  $K_{Д_j}$  – коефіцієнт достовірності  $j$ -ї групи однотипних приладів,  $q_{jk}$  – величина, яка вказує тип і кількість ЗВТ кожного типу на робочому місці деякого типу,  $C_{jk}^{бр}$  – штрафні коефіцієнти застосування даного типу ЗВТ з метрологічною відмовою на визначеному типі робочого місця (втрати від браку, визначаються типом конкретного виробництва). Всі величини вартості для зручності обчислень будемо виражати в умовних одиницях (у. о.), що при необхідності дозволить перевести дані величини в необхідні грошові одиниці. В табл. 2 приведені загальні характеристики надійності 5-ти груп однотипних ЗВТ, де  $T_{М}, \sigma_{М}$  – середнє значення і середньоквадратичне напруження на метрологічну відмову,  $T_{Я}$  – середнє значення напруження на явну відмову.

Таблиця 2.

| $j$ | $T_{М}$ , год. | $\frac{\sigma_{М}}{T_{М}}$ | $T_{Я}$ , год. |
|-----|----------------|----------------------------|----------------|
| 1   | 112320         | 0,94                       | 112320         |
| 2   | 23414          | 0,72                       | 100000         |
| 3   | 31968          | 1,35                       | 100000         |
| 4   | 34905          | 1,08                       | 150000         |
| 5   | 37670          | 1,37                       | 150000         |

Діаграма на рис. 4 ілюструє однакову динаміку впливу метрологічної надійності на якість продукції для введених в розгляд критеріїв економічної ефективності при різних варіантах розрахунку і оптимізації метрологічної надійності ЗВТ: а)  $C^{бр} = [51543; 22401; 88227; 62118; 37646]$ ; б)  $CF_{DNsum} = [0,7049; 0,3801; 1,1111; 0,8206; 0,5504]$  (цільова функція сумарних втрат від застосування ЗВТ з метрологічною і витрат на метрологічне обслуговування).

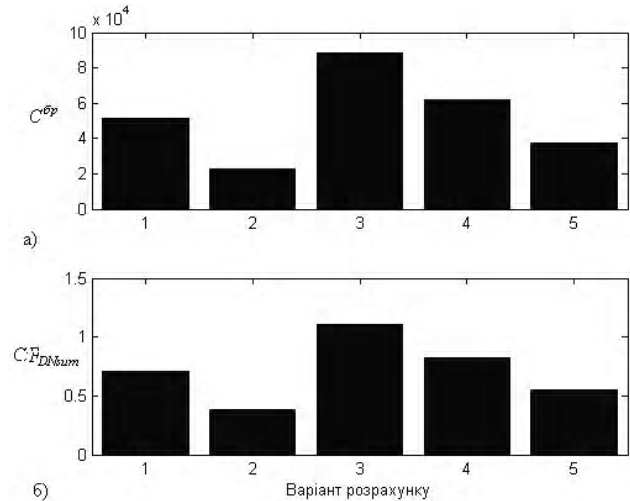


Рис. 4. Дослідження критеріїв економічної ефективності СМО ЗВТ

## ВИСНОВКИ

Проведені дослідження показали шляхи отримання чисельного розв'язку для задач багатопараметричної оптимізації МО на основі моделей експлуатації ЗВТ методом Монте-Карло. Модифікації марковської моделі рекомендується застосовувати при апіорному аналізі системи МО ЗВТ, а дискретно-безперервну для динамічного коригування параметрів МО ЗВТ. При достатній кількості випробувань і застосуванні сучасних методів генерації псевдовипадкових чисел оптимальне значення цільової функції сумарної вартості МО ЗВТ може бути знайдене за допомогою алгоритмів випадкового пошуку.

На основі технологій програмування інформаційних мереж запропонована методика сканування функцій показників надійності ЗВТ, що дозволило автоматизувати розв'язок задач оцінки і аналізу рівня експлуатаційної надійності ЗВТ, вибору оптимального МПІ.

Розроблені програмні засоби можуть бути адаптовані для роботи в складі функціонуючих на сьогоднішній день АСУ МО ЗВТ для вирішення задач діагностики і моніторингу надійності ЗВТ, оптимізації параметрів СМО ЗВТ на різних рівнях державних метрологічних служб і підрозділів підприємств.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Застосування моделей теорії масового обслуговування для розв'язку задачі прогнозування надійності ЗВТ / [Ігнаткін В. У., Віткін Л. М., Литвиненко В. А., Білий О. І.] // *Метрологія та прилади*. – 2011. – № 2 (28). – С. 45–50.
2. Деякі питання оптимізації параметрів системи метрологічного обслуговування засобів виміральної техніки / Ігнаткін В. У., Віткін Л. М., Литвиненко В. А., Білий О. І. // *Український метрологічний журнал*. – 2011. – № 1. – С. 11–15.
3. Matsumoto, M. and Nishimura, T. «Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudorandom Number Generator», *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, (1998), 8(1):3-30.
4. Ігнаткін, В. У. Розв'язок задачі вибору оптимальних параметрів метрологічного обслуговування засобів виміральної техніки методом Монте-Карло / Ігнаткін В. У., Литвиненко В. А., Білий О. І. // *Зб.наук. пр. ДДТУ*. – 2012. – Вип. 1(18). – С. 72–79.
5. Ігнаткін, В. У. Особливості автоматизації метрологічного обслуговування ЗВТ промислових підприємств / [Ігнаткін В. У., Віткін Л. М., Литвиненко В. А., Білий О. І.] // *Метрологія та прилади*. – 2010. – № 1. – С. 49–52.

Стаття надійшла до редакції 28.02.2014.

Ігнаткін В. У.<sup>1</sup>, Литвиненко В. А.<sup>2</sup>, Олейник Л. В.<sup>3</sup>, Томашевський А. В.<sup>4</sup>, Шпаковський А. Ю.<sup>5</sup><sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, Днепродзержинський державний технічний університет, Україна<sup>2</sup>Канд. техн. наук, ст. преподаватель, Днепродзержинський державний технічний університет, Україна<sup>3</sup>Соискатель, Днепродзержинський державний технічний університет, Україна<sup>4</sup>Канд. техн. наук, доцент, Запорозький національний технічний університет, Україна<sup>5</sup>Главный метролог, Приднепровская железная дорога, Україна

## МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ МЕТРОЛОГІЧЕСЬКОГО ОБСЛУЖИВАННЯ СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Сделана формализация процессов эксплуатации и метрологического обслуживания средств измерительной техники на промышленных предприятиях. Для оптимизации параметров систем метрологического обслуживания использован метод ненаправленного случайного поиска Монте-Карло. Проведена оптимизация суммарных затрат на метрологическое обслуживание на основе дискретно-непрерывной модели эксплуатации средств измерительной техники.

**Ключевые слова:** моделирование методом Монте-Карло, многопараметрическая оптимизация, датчики псевдослучайных чисел, метрологическое обслуживание.

Ignatkin V.<sup>1</sup>, Litvinenko V.<sup>2</sup>, Olejnik L.<sup>3</sup>, Tomashevskiy A.<sup>4</sup>, Shpakovskiy A.<sup>5</sup><sup>1</sup>Doctor of Sciences, Professor, Dniprodzerzhynsk state technical university, Ukraine<sup>2</sup>Doctor of Philosophy, Senior lecturer, Dniprodzerzhynsk state technical university, Ukraine<sup>3</sup>Candidate for degree, Dniprodzerzhynsk state technical university, Ukraine<sup>4</sup>Doctor of Philosophy, Senior lecturer, Zaporizhzhya national technical university, Ukraine<sup>5</sup>Chief-metrologist, Pridniprovsk railroad, Ukraine

## MODELS OF METROLOGICAL SERVICES PROCESSES OF MEASURING EQUIPMENT

Formalization of the processes of exploitation and metrological service of facilities of measuring technique is done on the industrial enterprises. Certain ways of receipt of numeral decision for tasks many self-reactance optimizations of metrology service on the basis of models of exploitation of facilities of measuring technique. For optimization of parameters of the systems of metrology service the method of nondirectional random search of Monte Carlo is used. Optimization of total expenses is conducted on metrology service on the basis of discretely-continuous model of exploitation of facilities of measuring technique.

**Keywords:** Monte Carlo simulation, a multiparametric optimization, sensors pseudorandom numbers, and metrological service.

## REFERENCES

1. Ignatkin V. U., Vitkin L. M., Litvinenko V. A., Bilyi O. I. Zastosuvannya modeley teoriiy masovogo obslugovuvannya dlya rozv'yazku zadachi prognozuvannya nadiynosti ZVT, *Metrologiya ta prylady*, 2011, No. 2 (28), pp. 45–50.
2. Ignatkin V. U., Vitkin L. M., Litvinenko V. A., Bilyi O. I. Deyaki pytannya optimizatsii parametriv systemy metrologichnogo obslugovuvannya zasobiv vimiryvalnoi tehniki, *Ukrainskyi metrologichnyi zhurnal*, 2011, No. 1, pp. 11–15.
3. Matsumoto M. and Nishimura T. «Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudorandom Number Generator», *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, (1998), 8(1):3-30.
4. Ignatkin V. U., Litvinenko V. A., Bilyi O. I. Rozv'yazok zadachi viboru optimalnyh parametriv metrologichnogo obslugovuvannya zasobiv vymiryvalnoi tehniki metodom Monte-Karlo, *zb.nauk. pr. DDTU*, 2012, No. 1(18), pp. 72–79.
5. Ignatkin V. U., Vitkin L. M., Litvinenko V. A., Bilyi O. I. Osoblivosti avtomatizatsii metrologichnogo obslugovuvannya ZVT promyslovyh pidpriemstv, *Metrologiya ta prylady*, 2010, No. 1, pp. 49–52.

Zinkovskiy Yu. F.<sup>1</sup>, Sydoruk Yu. K.<sup>2</sup>, Turovskiy A. O.<sup>3</sup><sup>1</sup>Doctor of science, Professor, National technical university of Ukraine «Kyiv polytechnic institute», Ukraine<sup>2</sup>Associate professor, National technical university of Ukraine «Kyiv polytechnic institute», Ukraine, E-mail: sydoruk\_@ukr.net<sup>3</sup>Assistant, National technical university of Ukraine «Kyiv polytechnic institute», Ukraine, E-mail: toljaty@i.ua

## ELECTRIC FIELD HOMOGENEITY PROBLEM IN THE MULTI-ELECTRODE PHASE-ADJUSTABLE APPLICATOR

In our study we have proposed a mathematical model of multiphase cylindrical apparatus for bulk materials treatment with radio frequency electric field. According to the model the analysis of the distribution of the electric field inside the zone restricted with multiple connected circular arc-shaped boundary on the basis of the field coupling problem of the theory of singular integral equations is performed. The expressions for determination of the electric field strength in the core are given. Also we propose a schematic diagram of the generator for the electrodes excitation and the principle of building of the apparatus for treatment of grain and other bulk materials with the electric field of radio frequency.

**Keywords:** electric field, high frequency, integral singular equations, homogeneity, applicator.

### INTRODUCTION

The electrical technologies have been implemented in the various areas of industry. The agricultural complex has also benefited from the said technologies. Scientific and technical achievements created the opportunity to improve the technologies for production and storage of crops. Such the innovations include the use of radio frequency (RF) electric field and microwave electromagnetic field for pre-sawing treatment of seeds, drying and disinfection of grain, berries as well as for many others instances.

During the pre-sawing treatment of seeds with electric and electromagnetic fields the growth activation is also accompanied with extermination of pathogenic organisms and pests. Seeds irradiated with the electromagnetic field grow faster, develop much better and acquire higher resistance to diseases and natural disasters [1, 2]. Grain drying with the help of electric and electromagnetic fields also offers a series of advantages. In particular, it is possible to reduce energy costs, perform drying under low air pressure which intensifies evaporation at relatively low temperatures to ensure high homogeneity of heating. All of the above provide significantly higher grain quality and reduce its losses during storage.

### MATERIAL AND METHODS

Equally distributed heating of the entire bulk of grain is one of the prominent technological features of the hardware, implemented for drying and disinfection of grain. Within the interaction zone where the energy is delivered via the electric field, the latter must be substantially homogeneous.

In RF apparatuses for drying and disinfection of grain the electric field strength in the interaction zone is of great importance and should not be less than 1,2–1,8 kV/cm. For

instance, if the distance between the electrodes  $d = 30$  cm, the voltage on the electrodes should be 36–54 kV. Thus, RF dryers require generators with high output voltage, and this creates difficulties for their designing and operation.

When creating and designing RF systems it is also necessary to take into account the fact that the load on the generator is predominantly of capacitive character, and significant increase of the capacity causes difficulty in matching of the electrodes with the generators thus affecting the efficiency.

### ENSURING OF UNIFORMITY OF THE ELECTRIC FIELD IN THE IRRADIATION AREA

A simple implementation of an electrode system, which can provide a homogeneous electric field has two parallel metal plates. To reduce the influence of edge effects and to ensure the uniformity of the field it is necessary to increase the size of the electrodes, but it will cause significant increase of their capacity.

The proposed electrode structure can be characterized by the high level of homogeneity of electric field in the interaction zone, high energy efficiency and significantly lower capacity compared to plain electrodes with the same productivity.

In order to obtain the high homogeneity of the electric field with a smaller capacity compared to the planar electrodes, ensuring high performance of the apparatus, the use of the electrode structure [5] is proposed. The structure consists of  $n$  arc-shaped electrodes placed on the side of a cylinder of radius  $r$  and length  $l$ , where  $l \gg r$ . It is assumed that the electrodes are perfectly conductive and are of negligibly small thickness, and the whole structure is surrounded with vacuum. The potential of each electrode is  $V_{01}, V_{02}, \dots, V_{0n}$ , respectively.

The objective of this research is to provide a mathematical model of the structure described in order of its implementation as a part of an apparatus for processing of dielectric bulk materials with RF electric field. Thus it is necessary to determine the distribution of the electric field in the region inside the electrodes structure, which then specify the optimal number and sizes of the electrodes to provide the required size of the interaction area. Herewith the area of interaction is to be located within the field homogeneity region.

**THEORETICAL ANALYSIS OF THE ELECTRIC FIELD IN MULTIPLE-ELECTRODE STRUCTURE**

Since  $l \gg r$  the problem of calculation of the potential and strength of the electric field within the cylinder is reduced to a plane problem in an infinite complex plane with a ring-shaped  $n$ -electrode boundary  $L$  of radius  $r$ . Ring-shaped boundary  $L$  is divided into separate segments of disconnected arcs  $L_1, L_2, \dots, L_n$   $OL$ , which have no common points (Fig. 1). Arcs  $L_1, L_2, \dots, L_n$ , located in the intervals  $a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, \dots, a_nb_n$ , are equipotential because of being perfectly conductive. The potential of each arc, respectively, equals  $V_{01}, V_{02}, \dots, V_{0n}$ . With respect to a circle of radius  $r$  full complex plane  $z$  is divided into two symmetrical sections: external  $S_+$ , for which  $|z| \geq r$ , and internal  $S_-$ , for which  $|z| \leq r$ , where  $z$  is an independent complex variable. The problem is to determine the complex potential  $\Phi(z) = U(z) + jV(z)$ , where  $V(z)$  is a potential of the field, and the electric field  $\bar{E}(z) = -j[\Phi'(z)]^*$  [3], where  $\Phi'(z)$  is the derivative of the potential with respect to  $z$ . Electric field strength  $\bar{E}(z)$  is a single-valued analytic function, and a sign  $[\dots]^*$  stands for a complex conjugation. These functions are specified at every point within the complex plane  $z$  [4]. All over the complex plane function  $\bar{E}(z)$  possess the following properties:

1.  $\bar{E}(z)$  is limited in value everywhere except the arcs' ends (points  $a_k$  and  $b_k$ ), at which  $\bar{E}(z) \rightarrow \infty$ .
2. Due to the symmetry of with respect to the boundary circle on arcs  $a_k b_k$  and on arcs  $b_k a_{k+1}$ , where is the electric field at the boundary arcs on the outside and is the electric

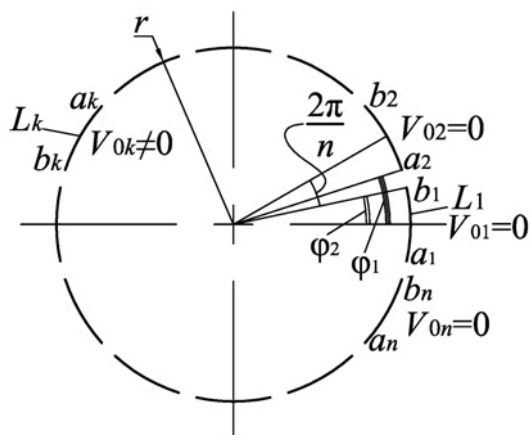


Fig. 1. Arrangement of electrodes of the structure

field on the inside of the circle, denotes the complex coordinate on the boundary.

3. On arcs  $a_k b_k$  tangential component of the electric field  $\bar{E}_\tau(\gamma)$  with respect to the boundary circle takes zero value, and on arcs  $b_k a_{k+1}$  the perpendicular component of the electric field is equal to zero both on the external and on the internal side of the arcs.

4. At infinity  $\bar{E}(z)$  has a zero of second order.

5. With respect to the boundary circle the electric field and the complex potential are related by the equations

$$\bar{E}(z)_{S_+} = \left( \bar{E} \left( \frac{1}{z^*} \right) / z^{*2} \right)_{S_-}^* \text{ and } \Phi(z) = - \left( \Phi \left( \frac{1}{z^*} \right) \right)^*$$

where  $S_+$  and  $S_-$  denote the external and internal sides of the boundary, respectively.

According to the properties referred to above,  $\bar{E}(z)$  is a piecewise holomorphic function and  $L$  denotes a set of finite number of simple (smooth) arcs ( $L_1, L_2, \dots, L_n \in L$ ), which have no common points, in addition the electric field  $\bar{E}^+(\gamma)$  at  $L$  obeys the expression:  $\bar{E}^+(\gamma) = G(\gamma)\bar{E}^-(\gamma)$ .

Due to the property 2 the function  $G(\gamma)$  is equal to  $-1$  at arcs  $a_k b_k$  and is equal to  $1$  at  $b_k a_{k+1}$ , i.e. is piecewise constant function with the discontinuity of the first kind when going through the points  $a_k$  and  $b_k$ . So points  $a_k$  and  $b_k$  are nodal and singular, and is constant all over on the  $L$  except nodes.

The above properties of  $\bar{E}(z)$  fit the field coupling problem of the theory of singular integral equations [5].

A general form of the expression of homogeneous problem of field coupling in the case when the function to be found (the electric field) is finite can be written at infinity as follows [5]:

$$F(\xi) = X(\xi)P(\xi), \tag{1}$$

where  $F(\xi)$  is the function to be found,  $X(\xi)$  is some canonical solution,  $P(\xi)$  is arbitrary polynomial of power  $k$ ,  $\xi$  is independent complex variable.

With respect to the problem, expression (1) takes the form:

$$E(z) = X(z^*)P(z^*). \tag{2}$$

Following the above theory the power of the polynomial  $P(z^*)$  and the so-called index of the problem of coupling  $\chi$  is determined by the behavior of  $E(z)$  at infinity.

Since  $E(z)$  has at infinity a zero of the second order,  $P(z)$  is of power  $m$ , so the power of  $X(z)$  is equal to  $\chi = (m + 2)$ . According to definition [3]:

$$\chi = [\arg G(\gamma)]_L / 2\pi,$$

where the sign  $[\dots]_L$  denotes the increment of expression enclosed in parentheses when passing the contour  $L$  once in a positive direction. Due to the fact that  $a_k$  and  $b_k$  are

singular nodes  $[\arg G(\gamma)]_L = 2\pi n$ ,  $\chi = n$ ,  $m = n - 2$ . With the known index of the problem of coupling the polynomial expression will take the form

$$P(z^*) = \sum_{k=2}^n C_{k-1} (z^*)^{n-k}. \quad (3)$$

The class of the problem is determined depending on the behavior of  $G(\gamma)$  and  $F(z)$  in nodes. Accordingly, the nodes are singular when  $F(z)$  at nodes is infinite, and non-singular, when the function in the nodes is limited. Conventionally, the class of the problem is denoted by  $h_i$ , where  $i$  is the number of non-singular nodes at the boundary line.

Thus, in general, the problem of class  $h_q$  has the canonical function:

$$X(\xi) = Q \frac{\sqrt{R_1(\xi)}}{\sqrt{R_2(\xi)}}, \quad (4)$$

where  $Q$  is an arbitrary constant and

$$R_1(\xi) = \prod_{k=1}^q (\xi - c_k), \quad (5 a)$$

$$R_2(\xi) = \prod_{k=q+1}^{2n} (\xi - c_k), \quad (5 b)$$

where  $c_1, c_2, \dots, c_q$  are non-singular nodes;  $c_{q+1}, c_{q+2}, \dots, c_{2n}$  are singular nodes. The discussed problem has no non-singular nodes, therefore  $q = 0$  and the problem is characterized as a problem of class  $h_0$ , and its canonical function is

$$X(z^*) = \frac{Q}{\sqrt{R(z^*)}}, \quad (6)$$

where  $R(z^*) = \prod_{k=1}^n (z^* - a_k)(z^* - b_k)$  and constant  $Q$  can be obtained according to the property 3 on the boundary

circle from the expression  $Q = 4 \sqrt{\prod_{k=1}^n a_k b_k}$  [4].

In what follows the expressions of the electric field and potential, it is advisable, to be represented in the form of normalized variable  $Z = z/r$ , which is achieved by conformal mapping of the complex plane  $z$  onto the plane of a single boundary circle  $Z$ . Using expressions (2, 3, 5, 6) and

performing the procedure of conformal mapping we obtain the expression of the electric field

$$E(Z^*) = \frac{4 \sqrt{\prod_{k=1}^n a_k b_k} \sum_{k=2}^n C_{k-1} (Z^*)^{n-k}}{r \sqrt{\prod_{k=1}^n (Z^* - a_k)(Z^* - b_k)}}, \quad (7)$$

and potential

$$V = -\operatorname{Re} \left[ \frac{4 \sqrt{\prod_{k=1}^n a_k b_k} \sum_{k=2}^n C_{k-1} (Z^*)^{n-k} dZ^*}{R \int_z \sqrt{\prod_{k=1}^n (Z^* - a_k)(Z^* - b_k)}} \right]. \quad (8)$$

The two expressions above can be used as initial for calculating the electric field and potential at each point in the region  $Z$  for arbitrary distribution of the points  $a_k$  and  $b_k$  within the boundary circle  $L$  as well as for random distribution of potential on the boundary arcs  $L_k$ . According to the statement of the problem it is necessary to create uniform distribution of electric field within the electrode structure, which is only possible when  $L_1 = L_2 = L_3 = \dots = L_n$  and  $b_1 a_2 = b_2 a_3 = \dots = b_n a_1$ . Let  $2\varphi_1$  denotes the angle by which all the arcs are bent down, respectively, the angular interval between the adjacent arcs is denoted by  $2\varphi_2$ , the angular distance between the midpoints of adjacent arcs is  $2\pi/n$  (Fig. 1). Assuming the linearity of dielectric properties of treated medium the total electric field and potential within the given structure with an arbitrary distribution of the voltages among the arcs can be found as the sum of strengths and potentials obtained from the partial solution of the problem where only one arc  $L_k$  possesses potential  $V_{0k}$  and the others arcs are of zero potential. With regard to these conditions, the expression of the electric field (7) can be written as follows:

$$E(Z^*) = \frac{1}{r} \frac{\sum_{k=2}^n C_{k-1} (Z^*)^{n-k}}{\sqrt{Z^{*2n} - 2Z^{*n} \cos n\varphi_1 + 1}}, \quad (9)$$

and the electric field lines pattern is depicted in Fig. 2. The electric field structure is symmetric with respect to line  $u$ , which passes through the center of arc  $L_k$ , which possesses potential  $V_{0k}$  (Fig. 2), therefore the symmetric coefficients must be equal to each other:  $C_1 = C_{n-1}$ ,  $C_2 = C_{n-2}$ ... Hence the number of unknown coefficients is reduced to  $N = n/2$  for even  $n$  and to  $N = (n + 1)/2$  for odd values of  $n$ .

After performing the boundary conditions symmetrization with respect to the  $u$ -axis, the equation (9) takes the form:

$$\dot{E}(Z)_k = \frac{(-1)^{k-1}}{r} Z^{\frac{n-1}{2}} \times \sum_{i=1}^N C_i \left\{ Z^{\frac{n-i}{2}} \exp \left[ j \left( \frac{n-i}{2} \right) \frac{2\pi}{n} (k-1) \right] + Z^{*\frac{i-n}{2}} \exp \left[ -j \left( \frac{n-i}{2} \right) \frac{2\pi}{n} (k-1) \right] \right\} \times \frac{1}{\sqrt{Z^{*2n} - 2Z^{*n} \cos n\varphi_1 + 1}} \quad (10)$$

Taking into account that the distance from all the points on the boundary circle to the origin equals  $r$ , in order to describe location of any point on the circle, it is sufficient to specify only the angular coordinate  $\varphi$ , which corresponds to a polar coordinate system.

Hence on boundary circle we have  $Z = \exp(j\varphi)$ . Substituting the value of  $Z$  in (10) and using Euler transformation, we obtain the expression for electric field strength on the boundary circle:

$$E(Z)_\varphi^k = \sqrt{2} \frac{(-1)^{k-1}}{r} \sum_{i=1}^N C_i \frac{\cos(n/2 - i) \left[ \varphi - \frac{2\pi}{n} (k-1) \right]}{\sqrt{\cos n\varphi - \cos n\varphi_1}} e^{-j2\varphi} \quad (11)$$

Expression (11) is used to determine the unknown coefficients  $C_i$  by integrating  $E_\varphi(Z)_k$  between the nodes  $b_k$  and  $a_{k+1}$ , whose difference of potential is known. As the number of the intervals is equal to  $N$ , the number of the linear independent equations, wherefrom the  $N$  unknown coefficients  $C_i$  are defined, is also equal to  $N$ . The  $N$ -order set when applying the potential  $V_{0k}$  to the  $k$ -th arc is written as

$$\sum_{i=1}^N C_i \sin \left( i \frac{\pi}{n} (2p-1) \right) P_{-i/n}(\cos n\varphi_2) = \frac{nV_{b_{k+p-1}a_{k+p}}}{2\pi} \quad (12)$$

where  $P_{-i/n}(\cos(n\varphi_2))$  is a Legendre function of order  $(-i/n)$ ,  $p$  denotes the number of equation ( $p \in [1, 2, \dots, N]$ ),  $V_{b_{k+p-1}a_{k+p}}$

is the difference of potential between the points  $b_{k+p-1}$  and  $a_{k+p}$ . In this set only the first equation, for which  $p=1$ , has a right-hand side ( $V_{0k} \neq 0$ ), in other equations for which  $p > 1$ , the right side is zero. A more detailed mathematical explanation of the given expressions has been provided in [6, 7].

The high degree of homogeneity of the electric field within the inside region  $z$  and rotation of field can be obtained if the potential distribution on the boundary arcs is provided according to the expression:

$$V_{0k} = V_{0m} \sin[\omega t + (k-1)2\pi/n], \quad (13)$$

where  $\omega$  and  $V_{0m}$  represent the cyclic frequency and amplitude of the electrodes supply signal, accordingly,  $t$  is time. Thus the total vector of the electric field will be oriented between the electrodes with the maximum instantaneous voltage, phase of signal at which is equal to  $\pi/2 + \pi M$ , where  $M$  is arbitrary integer.

Since  $C_i = V_{0k} F_i$ , and  $F_i = -(n/2\pi) \frac{A}{A_i} \frac{1}{P_{-i/n}(\cos n\varphi_2)}$ , where  $A$  is the determinant of the set (12) and  $A_i$  is the algebraic complement of its  $i$ -th element [7], so the expression (10), after (13) being substituted in it, and finding the total field generated by all the arcs by calculating the corresponding sum by  $k$ , takes the form:

$$E(Z)_n = \frac{n V_{0m}}{2 r} F_1 \left[ \frac{\sin \omega t (1 + Z^{*(n-2)}) + j \cos \omega t (1 - Z^{*(n-2)})}{\sqrt{Z^{*2n} - 2Z^{*n} \cos n\varphi_2 + 1}} \right] \quad (14)$$

## RESULTS AND DISCUSSIONS

Calculation of the electric field according to equation (14) shows that for small values of  $n$  the electric field in the inner region of complex plane  $z$  is considerably inhomogeneous, but there is a rise in homogeneity when  $n$  increases. To illustrate this statement in Fig. 3 and Fig. 4 the graphical results of calculations of  $|E(z)|$  for  $n=4$ ,  $n=8$  and  $\varphi_2 = \pi/2n$  are presented. Here in the figures it is assumed that  $z = x + jy$ , where  $x$  and  $y$  are the coordinates normalized to the radius  $r$  and all the values are normalized to the value in the center. It is apparent that for  $n=8$  the radius of homogeneity zone  $r_h$  is equal to 60 % of the boundary circle radius.

At the same time for  $n=4$  the size of uniformity zone is virtually absent. The size of the uniformity zone also depends on the angle  $2\varphi_2$ . For small values of  $n$  the effect of this parameter on the homogeneity of the field is

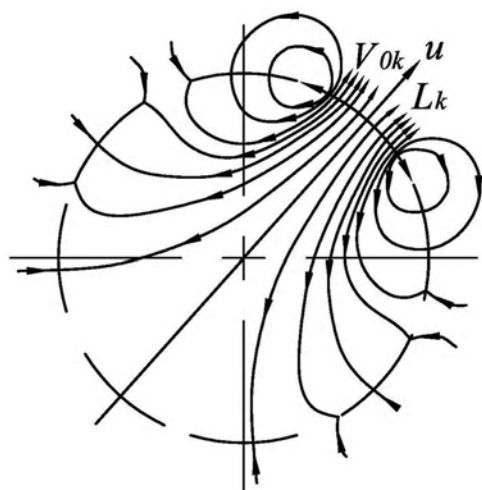
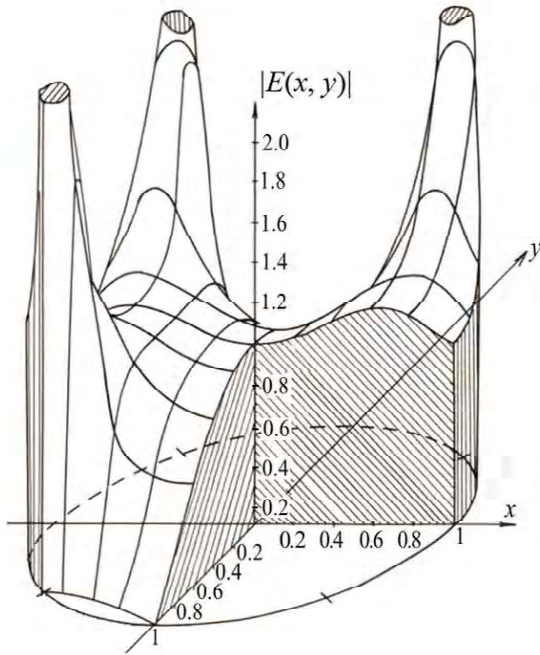
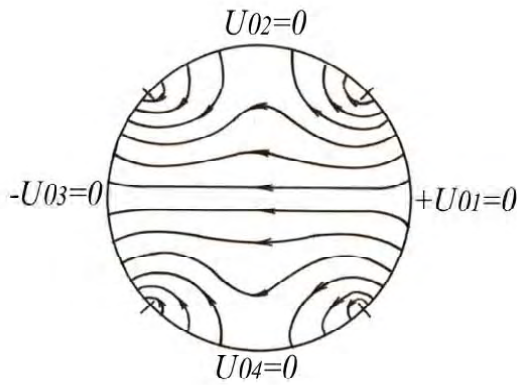


Fig. 2. Structure of the electric field lines

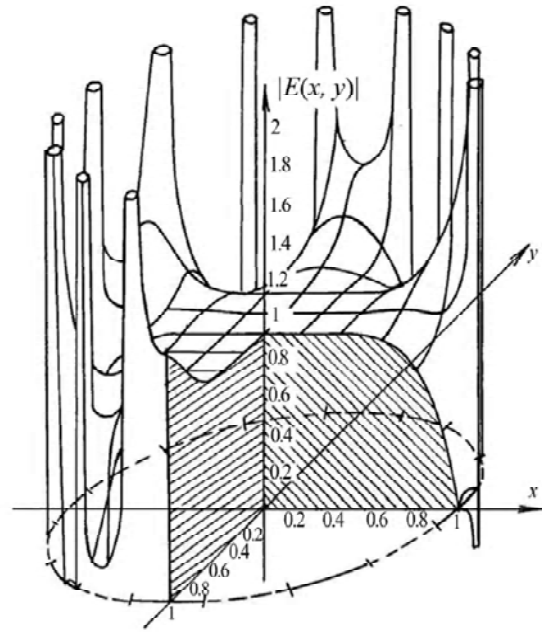


a)

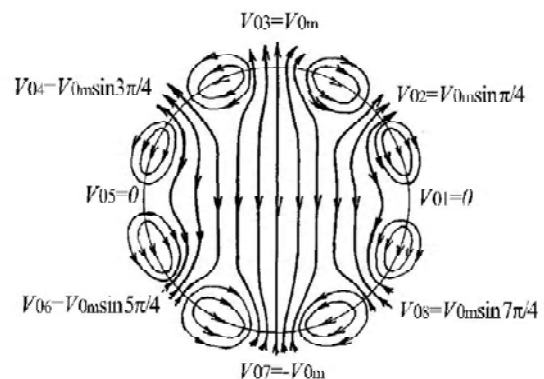


b)

**Fig. 3.** Dependence of  $|E(x, y)|$  (a) and the electric field lines pattern (b) for  $n = 4$



a)



b)

**Fig. 4.** Dependence of  $|E(x, y)|$  (a) and the electric field lines pattern (b) for  $n = 8$

significant, but with the increase of  $n$  the effect on the zone size decreases. A major advantage of this electrode structure is the fact that the electric field in the zone of homogeneity has rotational character. This feature also improves the uniformity of the irradiation facility, especially in the cases when the individual particles to be irradiated are of elongated shape.

**THE PRINCIPLES OF CONSTRUCTION OF THE APPARATUS FOR TREATMENT OF GRAIN WITH RADIO FREQUENCY ELECTRIC FIELD**

The base of the device is an electrode system formed on the side of a cylindrical chamber through which the treated bulk material passes. The electrodes are made in the form of thin metal strips of arc-shaped cross section and are embedded

in dielectrical shell 1 and 3 (Fig. 5) [9]. The dielectrical shell 1 inside of which the grain or other bulk material is processed is oriented vertically so that it moved by gravity. All the electrodes are of the same size and the angle between the midpoints of the adjacent electrodes is  $2\pi/n$ . From the outside the electrode system is shielded with metal screen 4.

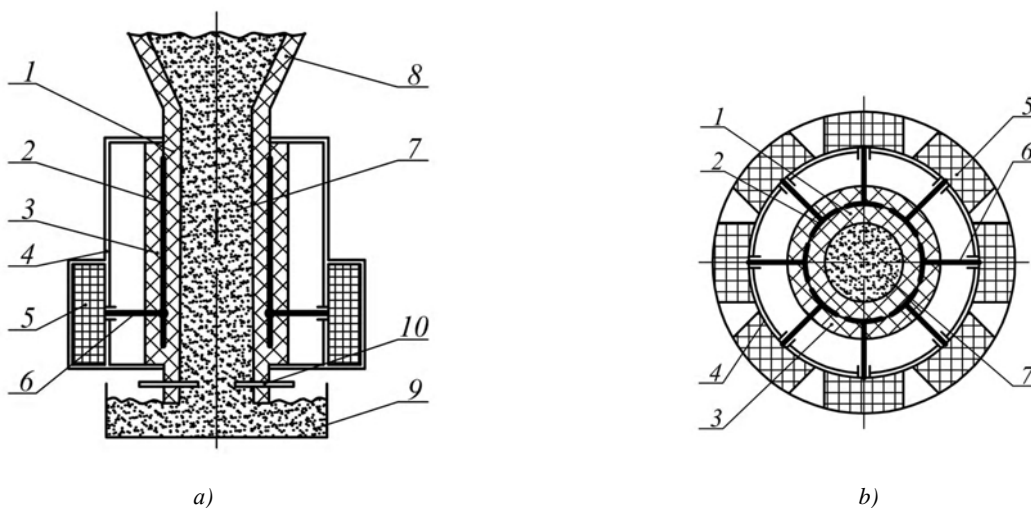
Multiphase ( $n$ -phase) generator that feeds the electrode system has  $n$  output units, which are located around the electrode system. Each unit is placed closely to the fed electrode in separate chamber 5. Electrodes are interconnected with the generator unit with a cable 6. Material to be processed 7, contained in the input container 8, is gravity fed through the interaction zone to the output tank 9. The velocity of the material and, accordingly, processing time is adjustable with sliding diaphragm 10.



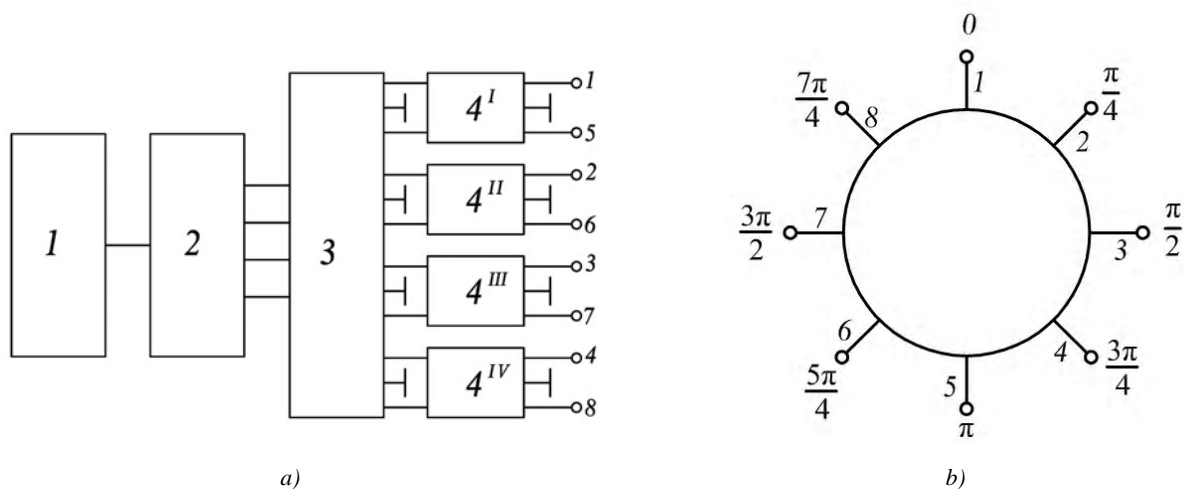
Generator, whose block diagram is shown in Fig. 6, *a*, forms a monochromatic signal in the frequency range from 10 to 100 MHz. It includes the tunable oscillator with an amplifier 1; signal replicator 2, which has four outputs of equal signals amplitudes and phases differed by  $90^\circ$ ; signal replicator 3, which has four inputs and 8 outputs with phase difference between adjacent outputs equal to  $\pi/4$ ; amplifiers and high-voltage transformers  $4^I-4^{IV}$ . In Fig. 6, *b* the layout of the electrodes connection is shown, whose numbers correspond to the numbers of the generator outputs. For each output the phase shift of the signal is also given. The generator also incorporates a system for monitoring and correcting the amplitudes and phases of the output signals that is not stated in the figure.

**CONCLUSIONS**

The problem of field coupling of the theory of singular integral equations is an effective tool for analyzing the distribution of the electric field inside the space bounded by multiply connected circular arc-shaped boundary, and allows us to obtain precise analytical expressions for the electric field distribution within the electrode structure. The calculations showed that the size of the zone of uniform field distribution inside the structure is determined by the phase and amplitude distribution on each electrode. When excited the regularly placed electrodes with a harmonic voltage with relative phase shift corresponded to the angular position of the electrode on the circle, with a number of elements of structure equal to 8 the size of uniformity zone is 60 % of the diameter of the structure. Thus excited the electrode structure provides the uniform rotation of the field.



**Fig. 5.** Embodiment of the device for treating of grain with radio frequency electric field given in the vertical (*a*) and horizontal section (*b*)



**Fig. 6.** Schematic diagram of the feeding generator (*a*) and of electrodes allocation scheme (*b*)

## REFERENCES

1. Rajagopal, V. Disinfestation of stored grain insects using microwave energy: a thesis... of doctor of philosophy / V. Rajagopal. – Manitoba, 2009. – 197 p.
2. Nelson, S. O. Review and assessment of radio-frequency and microwave energy for stored-grain insect control // Trans. of the ASAE. – 1996. – Vol. 39, No.4. – pp. 1475–1484.
3. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – С.Пб.: Лань, 2002. – 688 с.
4. Мусхелишвили, Н. И. Сингулярные интегральные уравнения: Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике. – М.: Наука, 1968. – 512 с.
5. Зиньковский, Ю. Ф. Задача сопряжения в расчётах напряженности и потенциала электрического поля кольцевой многосвязной структуры / Ю. Ф. Зиньковский, Ю. К. Сидорук, А. В. Голощапов // Изв. высш. уч. заведений. Радиоэлектроника. – 2007. – Т. 50, № 5. – С. 76–80.
6. Зиньковский, Ю. Ф. Напряженность электрического поля в области с кольцевой многосвязной границей и равными длинами граничных дуг / Ю. Ф. Зиньковский, Ю. К. Сидорук, А. В. Голощапов // Изв. высш. уч. заведений. Радиоэлектроника. – 2009. – Т. 52, №2. – С. 14–22.
7. Зиньковский, Ю. Ф. Управляемое электрическое поле в многосвязной кольцевой структуре / Ю. Ф. Зиньковский, Ю. К. Сидорук // Изв. высш. уч. заведений. Радиоэлектроника. – 2012. – Т. 55, № 6. – С. 45–56.
8. Патент України 69812 А01С 1/00. Установка для сушіння зерна та інших сипучих матеріалів електромагнітним полем високої частоти / Сидорук Ю. К.; заяв 21.11.2011, опубл. 10.05.2012, Бюл. № 9, 2012 р.

Стаття надійшла до редакції 02.04.2013.

Зиньковский Ю. Ф.<sup>1</sup>, Сидорук Ю. К.<sup>2</sup>, Туровский А. О.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, профессор, Национальный технический университет Украины «Київський політехнічний інститут», Україна

<sup>2</sup>Доцент, Национальный технический университет Украины «Київський політехнічний інститут», Україна

<sup>3</sup>Ассистент, Национальный технический университет Украины «Київський політехнічний інститут», Україна

#### ЗАДАЧА ОДНОРІДНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ У БАГАТОЕЛЕКТРОДНІЙ ФАЗОМАНІПУЛЬОВАНИЙ СТРУКТУРІ

Виконано аналіз розподілу напруженості електричного поля всередині простору, обмеженого багатозв'язною кільцевою границею на основі теорії інтегральних сингулярних рівнянь у вигляді задачі спряження. Наведено розрахункові формули для визначення напруженості електричного поля в активній зоні. Запропоновані структурна схема генератора для живлення електродів та принцип побудови установки для опромінення зерна та інших сипучих матеріалів електричним полем високої частоти.

**Ключові слова:** електричне поле, висока частота, інтегральні сингулярні рівняння, рівномірність.

Зиньковский Ю. Ф.<sup>1</sup>, Сидорук Ю. К.<sup>2</sup>, Туровский А. А.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, профессор, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина

<sup>2</sup>Доцент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина

<sup>3</sup>Ассистент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина

#### ЗАДАЧА ОДНОРОДНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В МНОГОЭЛЕКТРОДНОЙ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННОЙ СТРУКТУРЕ

Выполнен анализ распределения напряженности электрического поля внутри пространства, ограниченного многосвязной кольцевой границей на основе теории интегральных сингулярных уравнений в виде задачи сопряжения. Приведены расчетные формулы для определения напряженности электрического поля в активной зоне. Предложены структурная схема генератора для питания электродов и принцип построения установки для облучения зерна и других сыпучих материалов электрическим полем высокой частоты.

**Ключевые слова:** электрическое поле, высокая частота, интегральные сингулярные уравнения, равномерность.

## REFERENCES

1. Rajagopal V. Disinfestation of stored grain insects using microwave energy, Ph. D. Thesis, University of Manitoba, Winnipeg, Canada, 2009, 197 p.
2. Nelson S. O. Review and assessment of radio-frequency and microwave energy for stored-grain insect control, *Transactions of the ASAE*, 1996, Vol. 39, No. 4, pp. 1475–1484.
3. Lavrentev M. A., Shabat M. A. *Metody teorii funkciy kompleksnogo peremennogo*. St. Petersburg, Lan, 2002, 699 p.
4. Muskhelishvili N. I. *Singular integral equations. Boundary value problems of the theory of functions and some of their applications to mathematical physics*, 3rd ed. Moscow, Nauka, 1968, 512 p.
5. Zin'kovskii Yu. F., Sidoruk Yu. K. and Goloshchapov A. V. The problem of conjugation in calculations of electric field strength and potential of a ring-shaped multiply connected structure, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2007, Vol. 50, No. 5, pp. 284–287.
6. Zin'kovskii Yu. F. and Yu. K. Sidoruk, Electric field density in the region with circular multiply connected border and equal lengths of bounding arcs, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2009, Vol. 52, No. 2, pp. 63–69.
7. Zin'kovskii Yu. F. and Yu. K. Sidoruk, Controlled electric field in multiply connected circular structure, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2012, Vol. 55, No. 6, pp. 277–287.
8. Sydoruk Yu. K. Apparatus for drying grain and other bulk materials with high frequency electromagnetic field, Patent of Ukraine 65629, May 2011.

## ПРЯМОЙ СИНТЕЗ ШЛЕЙФНЫХ ФИЛЬТРОВ НИЖНИХ ЧАСТОТ С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Предложен метод синтеза шлейфных фильтров нижних частот с чебышевской характеристикой, не использующий фильтры-прототипы. Выполнено сравнение результатов синтеза фильтров предложенным методом и методами на основе фильтров-прототипов, показавшее преимущество предложенного метода.

**Ключевые слова:** разомкнутый шлейф, фильтр, функция фильтрации, четвертьволновой отрезок линии.

### ВВЕДЕНИЕ

Методы синтеза фильтров, используемые в настоящее время в микроволновой инженерии [1–3], основаны на применении фильтров-прототипов на  $LC$ -элементах с сосредоточенными постоянными. В статьях [4, 5] в качестве фильтра-прототипа предложен цифровой фильтр. Однако следует отметить, что переход от фильтров-прототипов к цепям с распределенными параметрами сопряжен с различными аппроксимациями и приближениями, что сказывается на качестве синтезируемых характеристик фильтров. Поэтому актуальной задачей является развитие существующих и разработка новых методов синтеза микроволновых фильтров.

В [6] предложен метод прямого синтеза шлейфных полосно-пропускающих фильтров с чебышевской характеристикой передачи, не требующий использования фильтров-прототипов. В настоящей работе данный метод применен для решения задачи синтеза фильтров ниж-

них частот с симметричной структурой, составляемой из четвертьволновых отрезков линий передачи и разомкнутых шлейфов. В процессе решения этой задачи определены модели элементов структуры фильтра. Составлены функции фильтрации, обеспечивающие равноволновые характеристики. Разработана процедура синтеза, начиная с выбора числа элементов фильтра и заканчивая определением их волновых сопротивлений. Проведено сравнение результатов синтеза по предлагаемому прямому методу и по методам, использующим фильтры-прототипы.

### МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ФИЛЬТРА И ФУНКЦИЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Структуры исследуемых фильтров представлены на рис. 1, где  $\rho_0$ ,  $\rho_L$ ,  $\rho_S$  – волновые сопротивления нагрузок, отрезков линий, разомкнутых шлейфов, соответственно.

Математические модели элементов фильтров определим следующим образом:

$$M_L(\theta) = \begin{bmatrix} A_L(\theta) & -A_{L11}(\theta) \\ A_{L11}(\theta) & -B_L(\theta) \end{bmatrix} = -\cos(\theta) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + j \cdot \frac{\sin(\theta)}{2R_L} \cdot \begin{bmatrix} R_L^2 + 1 & -1 \cdot (R_L^2 - 1) \\ R_L^2 - 1 & -1 \cdot (R_L^2 + 1) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$A_{L21} = 1,$$

– для отрезка линии;

$$M_S(\theta) = \begin{bmatrix} A_S(\theta) & -A_{S11}(\theta) \\ A_{S11}(\theta) & -B_S(\theta) \end{bmatrix} = -\cos(\theta) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + j \cdot \frac{\sin(\theta)}{2R_S} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$A_{S21}(\theta) = \cos(\theta),$$

– для разомкнутого шлейфа.

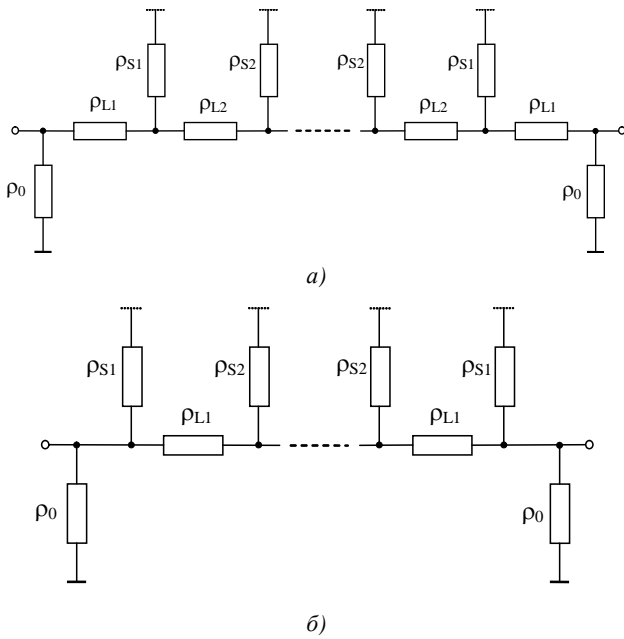


Рис. 1. Структуры фильтров

Здесь  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица,  $\theta$  – электрическая длина отрезков линий;  $A_{ik}$  – числитель,  $B$  – знаменатель соответствующего параметра рассеяния  $S_{ik} = A_{ik}/B$ ;  $A = (A_{11}^2 - A_{21}^2)/B$ ;  $R_L = \rho_L/\rho_0$ ,  $R_S = \rho_S/\rho_0$  – нормированные волновые сопротивления.

Математическая модель исследуемого фильтра вычисляется перемножением моделей его элементов [6]:

$$\left. \begin{aligned} \hat{M}(\theta) &= \prod_{k=1}^n M(\theta)_k, \\ \hat{A}_{21}(\theta) &= (-1)^{n-1} \prod_{k=1}^n A_{21k}(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Структура матрицы  $\hat{M}(\theta)$  аналогична структуре матриц  $M_S, M_L$ .

Коэффициент передачи по мощности фильтра без потерь:

$$|\hat{S}_{21}(\theta)|^2 = \frac{1}{1 + |F(\theta)|^2}.$$

Здесь  $F(\theta) = \hat{A}_{11}(\theta)/\hat{A}_{21}(\theta)$  – функция фильтрации. Для фильтров, обладающих симметрией, функция  $F(\theta)$  содержит только мнимую составляющую.

Анализ структур фильтров на рис. 1 с использованием соотношений (1)–(3) позволил получить следующее соотношение для функций фильтрации:

$$F(\theta) = \frac{j \sin(\theta) \sum_{k=0}^m \alpha_k \cos(\theta)^{2k}}{\cos(\theta)^{n_S}}. \quad (5)$$

Здесь  $n_S$  – количество шлейфов,  $m = n_S$  – для структуры на рис. 1, а,  $m = n_S - 1$  – для структуры на рис. 1, б.

Нетрудно показать, что полученное соотношение с точностью до постоянного коэффициента соответствует чебышевской функции вида:

$$T(\theta, n_S, n_S + \delta) = \cos \left\{ n_S \cdot \arccos \left[ \frac{\operatorname{tg}(\theta)}{\operatorname{tg}(\theta_c)} \right] + (n_S + \delta) \cdot \arccos \left[ \frac{\sin(\theta)}{\sin(\theta_c)} \right] \right\}, \quad (6)$$

где  $\theta_c$  – угол, соответствующий границе полосы пропускания по уровню пульсаций фильтра с равноволновой амплитудно-частотной характеристикой;  $\delta = 1$  – для структуры на рис. 1, а;  $\delta = -1$  – для структуры на рис. 1, б.

Например, для структуры на рис. 1, а при  $n_S = 3$ ,  $n_L = 4$  соотношение (6) преобразовывается к виду:

$$T(\theta, 3, 4) = \frac{\sin(\theta) \sum_{k=0}^3 \alpha_k \cos(\theta)^{2k}}{\cos(\theta)^3}. \quad (7)$$

Здесь коэффициенты вектора  $\alpha$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha &= [4 \cos(\theta_c)^3 + 16 \cos(\theta_c)^4 + 24 \cos(\theta_c)^5 + 16 \cos(\theta_c)^6 + 4 \cos(\theta_c)^7, \\ &- 3 \cos(\theta_c) - 20 \cos(\theta_c)^2 - 51 \cos(\theta_c)^3 - 64 \cos(\theta_c)^4 - \\ &- 41 \cos(\theta_c)^5 - 12 \cos(\theta_c)^6 - \cos(\theta_c)^7, \\ &4 + 24 \cos(\theta_c) + 56 \cos(\theta_c)^2 + 64 \cos(\theta_c)^3 + 36 \cos(\theta_c)^4 + 8 \cos(\theta_c)^5, \\ &- 8 - 24 \cos(\theta_c) - 24 \cos(\theta_c)^2 - 8 \cos(\theta_c)^3] / \sin(\theta_c)^7. \end{aligned}$$

В свою очередь для структуры на рис. 1, б при  $n_S = 4$ ,  $n_L = 3$  имеет место

$$T(\theta, 4, 3) = \frac{\sin(\theta) \sum_{k=0}^3 \alpha_k \cos(\theta)^{2k}}{\cos(\theta)^4}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= [8 \cos(\theta_c)^4 + 24 \cos(\theta_c)^5 + 24 \cos(\theta_c)^6 + 8 \cos(\theta_c)^7, \\ &- 8 \cos(\theta_c)^2 - 36 \cos(\theta_c)^3 - 64 \cos(\theta_c)^4 - \\ &- 56 \cos(\theta_c)^5 - 24 \cos(\theta_c)^6 - 4 \cos(\theta_c)^7, \\ &1 + 12 \cos(\theta_c) + 41 \cos(\theta_c)^2 + 64 \cos(\theta_c)^3 + \\ &+ 51 \cos(\theta_c)^4 + 20 \cos(\theta_c)^5 + 3 \cos(\theta_c)^6, \\ &- 4 - 16 \cos(\theta_c) - 24 \cos(\theta_c)^2 - 16 \cos(\theta_c)^3 - 4 \cos(\theta_c)^4] / \sin(\theta_c)^7. \end{aligned}$$

**МЕТОДИКА СИНТЕЗА**

Исходными данными для синтеза являются:  $f_0$  – центральная частота, соответствующая электрической длине  $\theta_0 = \pi/2$ ;  $\alpha_c$  – затухание по уровню пульсаций в полосе пропускания, дБ;  $f_c$  – граничная частота полосы пропускания;  $\alpha_z$  – затухание на частоте  $f_z$  в полосе заграждения, дБ.

Из (6) следует формула для выбора числа шлейфов в рассматриваемых структурах:

$$n_S = \frac{\arccos\left(\sqrt{\frac{\frac{\alpha_z}{10^{10}} - 1}{\frac{\alpha_c}{10^{10}} - 1}}\right) - \delta \arccos h\left(\frac{\sin(\theta_z)}{\sin(\theta_c)}\right)}{\arccos\left(\frac{tg(\theta_z)}{tg(\theta_c)}\right) + \arccos\left(\frac{\sin(\theta_z)}{\sin(\theta_c)}\right)}, \quad (9)$$

где  $\theta_{c,z} = \frac{\pi f_{c,z}}{2 f_0}$ .

Для выбранной структуры фильтра по (5), (6) составляется функция фильтрации:

$$F(\theta) = j\varepsilon T(\theta, n_S, n_S + \delta) = j \frac{\varepsilon \sin(\theta) \sum_{k=0}^m \alpha_k \cos(\theta)^{2k}}{\cos(\theta)^{n_S}}, \quad (10)$$

где  $\varepsilon = \sqrt{10^{10} - 1}$ .

По функции фильтрации составляется квадрат модуля знаменателя  $S$ -параметров фильтра:

$$|\hat{B}(\theta)|^2 = \left[ \varepsilon \sin(\theta) \sum_{k=0}^m \alpha_k \cos(\theta)^{2k} \right]^2 + \cos(\theta)^{2n_S}. \quad (11)$$

В  $|\hat{B}(\theta)|^2$  производится замена переменной  $\theta$  на  $z = \exp(-j2\theta)$ . В функции  $|B(z)|^2$  выделяются корни  $z_k$ , удовлетворяющие условию  $|z_k| \geq 1$ , и составляется знаменатель  $S$ -параметров:

$$\hat{B}(z) = \gamma_0 \prod_{k=0}^{m-1} [z - z_k]. \quad (12)$$

Оставшиеся корни, удовлетворяющие условию  $|z_k| \leq 1$ , будут принадлежать функции, комплексно сопряженной с  $\hat{B}(z)$ . Заключительной операцией первого этапа является формирования матрицы синтезируемого фильтра в виде совокупности полиномов:

$$\hat{M}(z) = \sum_{k=0}^m \begin{bmatrix} d_k & -a_k \\ a_k & -b_k \end{bmatrix} \cdot z^k. \quad (13)$$

Для реализации фильтра по соотношению (13) модели (1), (2) элементов фильтра представляются в виде зависимостей от переменной  $z$ :

$$M_L(z) = \frac{1}{4R_L} \cdot \begin{bmatrix} (1-R_L)^2 - (1+R_L)^2 z & (1-R_L^2) \cdot (1-z) \\ -(1-R_L^2) \cdot (1-z) & -(1+R_L^2) + (1-R_L)^2 z \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$A_{L21}(z) = \sqrt{z},$$

$$M_S(z) = \frac{1}{2R_S} \cdot \begin{bmatrix} -[2R_S(z+1) + (z-1)] & -(z-1) \\ (z-1) & -[2R_S(z+1) - (z-1)] \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$A_{S21}(z) = 1 + z.$$

Матрица (13), в соответствии со структурой фильтра, последовательно умножается на матрицы, обратные матрицам (14), (15). При этом волновые сопротивления отсоединяемых элементов подбираются таким образом, чтобы обеспечить понижение порядка полиномов матрицы, остающейся после редукции части фильтра.

При отсоединении отрезка линии условие понижения порядка полинома остающейся части имеет с учетом выражения для матрицы, обратной (14), следующий вид:

$$-(R_L + 1)^2 \cdot \hat{S}_{11}(0) + (R_L^2 - 1) = 0, \quad (16)$$

Отсюда

$$R_L = \frac{\hat{S}_{11}(0) + 1}{\hat{S}_{11}(0) - 1}. \quad (17)$$

Здесь  $\hat{S}_{11}(0) = a_0/b_0$  – коэффициент отражения при  $z = 0$ .

При отсоединении шлейфа условием понижения порядка полинома является его делимость на определитель матрицы (15), содержащий множитель  $(z+1)^2$ . Этому условию соответствует равенство:

$$\sum_{k=1}^m k(a_k + b_k)(-1)^{k-1} + R_S \sum_{k=0}^m a_k (-1)^k = 0. \quad (18)$$

Отсюда

$$R_S = -\frac{\hat{A}'_{11}(-1) + \hat{B}'(-1)}{\hat{A}_{11}(-1)}. \quad (19)$$

Здесь штрихом обозначены производные, вычисленные при  $z = -1$ .

По вычисленному  $R_S$  определяется волновое сопротивление присоединенной к шлейфу линии:

$$R_L = \frac{R_{ekv} R_S}{R_S - R_{ekv}}, \quad (20)$$

где  $R_{ekv} = \frac{\hat{S}_{11}(0) + 1}{\hat{S}_{11}(0) - 1}$ .

## ПРИМЕР СИНТЕЗА ФИЛЬТРА

Выполним синтез фильтра нижних частот по исходным данным из [5]:  $f_0 = 4 \cdot 10^9$  Гц,  $\alpha_z = 3$  Дб – затухание на частоте  $f_z = 2 \cdot 10^9$  Гц, характеристика равноволновая с затуханием  $\alpha_c = 0,1$  Дб по уровню пульсаций в полосе пропускания с граничной частотой  $f_c = 1,88 \cdot 10^9$  Гц.

Для этих исходных данных в [5] представлены результаты синтеза фильтра с использованием фильтра прототипа, составленного для  $z$ -области. Фильтр был реализован в виде пяти секций, каждая секция состояла из шлейфа и отрезка линии. Волновые сопротивления ( $R_S, R_L$ ) секций в омах: (150,0, 49,9); (35,7, 99,4); (23,3, 92,7); (34,0, 65,5); (150,0, 41,8). Входное и выходное сопротивление 50 Ом.

В соответствии с рассматриваемой методикой синтеза расчет по (9) при  $\theta_c = 0,7383$ ,  $\theta_z = 0,7854$  определил число шлейфов  $n_S = 3$  для структуры на рис. 1, а и  $n_S = 4$  для структуры на рис. 1, б.

Функция фильтрации фильтра на рис. 1, а будет описываться соотношением (7) со значениями  $\alpha = 237,013, -1025,088, 1452,276, -673,441$ . После выделения из (11) устойчивого полинома, коэффициенты полиномов в (13), соответствующие  $\hat{A}_{11}(z)$  и  $\hat{B}(z)$ , получили следующие значения:  $a = 6,424, -23,293, 48,028, -66,947, 66,947, -48,028, 23,293, -6,424$ ;  $b = 22,353, -44,454, 66,270, -67,312, 50,353, -27,080, -1,846$ . Для этих данных расчет по (16)–(20) дал следующие значения нормированных волновых сопротивлений:  $R_{L_1} = 1,8065, R_{S_1} = 0,7409, R_{L_2} = 2,7968, R_{S_2} = 0,6022$ .

Аналогичные результаты для фильтра на рис. 1, б с функцией фильтрации (8) имеют следующие значения:  $\alpha = 201,539, -877,908, 1253,285, -585,769$ ;  $a = -11,175, 39,763, -81,634, 113,5, -113,5, 81,634, -39,763, 11,175$ ;  $b = 38,765, -74,461, 112,809, -114,061, 85,760, -46,324, 16,737, -3,221$ ;  $R_{S_1} = 0,7774, R_{L_1} = 1,9095, R_{S_2} = 0,4482, R_{L_2} = 2,0487$ .

На рис. 2 указаны результаты расчета зависимости модуля коэффициента передачи  $S_{21}$  фильтра от частоты. Кривая 1 соответствует расчету для структуры фильтра на рис. 1, а, кривая 2 – для структуры на рис. 1, б, кривая 3 построена по данным из [5]. Кривая 4 соответствует расчету по традиционной методике с использованием LC-прототипа [1], полученные при этом длины отрезков, моделирующих индуктивности, составили:  $l_{L_1} = l_{L_3} = 0,016$  М,  $l_{L_2} = 0,023$  М при волновом сопротивлении  $\rho_L = 93$  Ом; для емкости –  $l_{C_1} = l_{C_2} = 0,018$  М при волновом сопротивлении  $\rho_L = 24$  Ом.

Как следует из рис. 2, синтез по предлагаемому методу обеспечил требуемую равноволновую характеристику, которая по сравнению с характеристиками из [1, 5] обладает меньшим уровнем пульсаций и более высокой крутизной скатов. При этом синтезированные по пред-

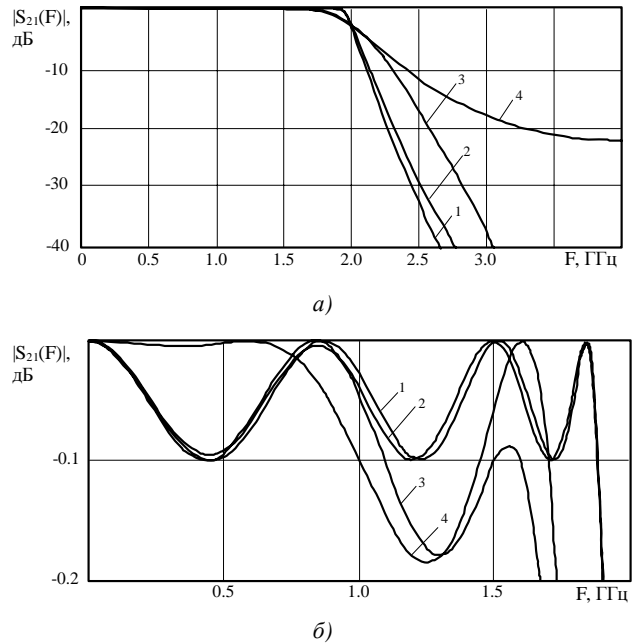


Рис. 2. Частотные характеристики фильтров:

1 – расчет для структуры фильтра на рис. 1, а;

2 – расчет для структуры фильтра на рис. 1, б;

3 – расчет по данным из [5];

4 – расчет по традиционной методике с использованием LC-прототипа

лагаемому методу фильтры содержат гораздо меньшее число элементов, чем фильтр из [5]. Волновые сопротивления элементов синтезированных фильтров при пятидесятиомной нагрузке лежат в пределах от 22,41 до 102,43 Ом, что позволяет реализовать их в микрополосковом исполнении, поскольку согласно [5] конструктивно выполнимы микрополосковые линии с волновым сопротивлением от 15 до 150 Ом.

Необходимо также отметить, что при выборе структуры фильтра следует отдать предпочтение структуре на рис. 1, б, как обладающей более высокой крутизной ската частотной характеристики.

## ВЫВОДЫ

Разработан метод прямого синтеза шлейфных фильтров нижних частот с равноволновой амплитудно-частотной характеристикой. Синтез осуществляется непосредственно по функции фильтрации, описываемой чебышевской функцией, вид которой определяется техническими требованиями на характеристики фильтра и его структурой.

Отсутствие в предлагаемом методе процедуры составления фильтра-прототипа с последующим переходом, основанном на различных аппроксимациях к параметрам элементов разрабатываемого микроволнового фильтра, позволяет синтезировать фильтры с оптимальными характеристиками.

Дальнейшее развитие полученных теоретических результатов предполагает разработку аналогичных методов прямого синтеза для фильтров с иной структурой элементов.

**СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. *Hong, J-S.* Microstrip filters for RF/microwave applications. – Hoboken / Jia-Sheng Hong. – New York : John Wiley & Sons, Inc., 2011. – 635 p.
2. *Cameron, R. J.* Microwave filters for communication systems: fundamentals, design, and applications. – Hoboken / R. J. Cameron, C. M. Kudsia, R. R. Mansour. – New York : Wiley & Sons, Inc., 2007. – 771 p.
3. *Levy, R.* Design of Microwave Filters / R. Levy, R. V. Snyder, G. Matthaei // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 2002. – Vol. 50, No. 3. – P. 783–793.
4. *Lin-Chuan, Tsai.* Dual-Band Band-Pass Filters Using Equal-length Coupled-Serial-Shunted Lines and Z-Transform Technique / Lin-Chuan Tsai, Ching-Wen Hsue // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 2004. – Vol. 52, No. 4. – P. 1111–1117.
5. *Da-Chiang, Chang* Design and Implementation of Filters Using Transfer Functions in the Z Domain / Da-Chiang Chang, Ching-Wen Hsue // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 2001. – Vol. 49, No. 5. – P. 979–985.
6. *Карпуков, Л. М.* Прямой метод синтеза полосно-пропускающих шлейфовых фильтров с чебышевской характеристикой / Л. М. Карпуков, Р. Ю. Корольков // *Радиотехника.* – 2012. – Вып. 171. – С. 300–305.

Стаття надійшла до редакції 27.12.2013.

Карпуков Л. М.<sup>1</sup>, Корольков Р. Ю.<sup>2</sup><sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, Запорізький національний технічний університет, Україна<sup>2</sup>Ст. викладач, Запорізький національний технічний університет, Україна**ПРЯМИЙ СИНТЕЗ ШЛЕЙФОВИХ ФІЛЬТРІВ НИЖНІХ ЧАСТОТ З ЧЕБИШЕВСЬКОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ**

Запропоновано метод синтезу шлейфових фільтрів нижніх частот з чебышевською характеристикою, що не використовує фільтри-прототи́пи. Виконано порівняння результатів синтезу фільтрів запропонованим методом і методами на основі фільтрів-прототипів, яке показало перевагу запропонованого методу.

**Ключові слова:** розімкнутий шлейф, фільтр, функція фільтрації, чвертьхвильовий відрізок лінії.

Karpukov L. M.<sup>1</sup>, Korolkov R. Y.<sup>2</sup><sup>1</sup>Doctor of Science, Professor, Zaporizhzhia National Technical University, Ukraine<sup>2</sup>Assistant professor, Zaporizhzhia National Technical University, Ukraine**DIRECT SYNTHESIS OF STUB LOW-PASS FILTERS WITH CHEBYSHEV CHARACTERISTIC**

The method of synthesis of stub lowpass filters with Chebyshev characteristic that does not use filters prototypes is proposed. This method is used to solve the problem of synthesizing a lowpass filter with a symmetrical structure, being composed of quarter wavelength transmission lines and open-circuit stubs. In the process of solving this task are defined model elements of the filter structure. Composed filtering function to ensure equal characteristics. A procedure for the synthesis, starting with the choice of filter elements and ending with the determination of their impedances. A comparison of the results of synthesis of the proposed direct method and a method that uses the prototype filter, show the advantages of the proposed method.

**Keywords:** open-circuit stub, filter, filtering function, open-circuit stub, quarter-wave segments of lines.

**REFERENCES**

1. *Hong J-S.* Microstrip filters for RF/microwave applications. Hoboken. New York, John Wiley & Sons, Inc., 2011, 635 p.
2. *Cameron R. J., Kudsia C. M., Mansour R. R.* Microwave filters for communication systems: fundamentals, design, and applications. Hoboken. New York, Wiley & Sons, Inc., 2007, 771 p.
3. *Levy R., Snyder R. V., Matthaei G.* Design of Microwave Filters, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2002, Vol. 50, No. 3, pp. 783–793.
4. *Lin-Chuan Tsai, Ching-Wen Hsue* Dual-Band Band-Pass Filters Using Equal-length Coupled-Serial-Shunted Lines and Z-Transform Technique, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2004, Vol. 52, No. 4, pp. 1111–1117.
5. *Da-Chiang Chang, Ching-Wen Hsue* Design and Implementation of Filters Using Transfer Functions in the Z Domain, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2001, Vol. 49, No. 5, pp. 979–985.
6. *Karpukov L. M., Korolkov R. Yu.* Pryamoy metod sinteza polosno-propuskayuschih shleyfovyih filtrov s chebyishevskoy harakteristikoy, *Radiotekhnika*, 2012, Vyip.171, pp. 300–305.

## ЭЛЕКТРОПИТАНИЕ ОХРАННОЙ СИГНАЛИЗАЦИИ ОТ ВЫСОКОВОЛЬТНОЙ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

Авторами предложен способ отбора мощности от ЛЭП на каждой опоре, обеспечивающий вывод энергии из высокопотенциальной зоны в низкопотенциальную на уровне единиц ватт. Конструктивная реализация не превышает 50 кг, малогабаритна и обладает невысокой стоимостью. Новизна заключается в решении задачи получения электропитания в единицы ватт на каждой опоре ЛЭП новым сочетанием известных элементов, изменением конструкции изоляторов и предложением промышленного выпуска нового вида продукции – солнечных батарей в виде вакуумных приборов – «аламп».

**Ключевые слова:** линия электропередач, сверхвысокое напряжение, экология, опора (мачта), трансформатор тока, оптический канал, изолятор, фотоэлектрический преобразователь, источник питания.

### ВВЕДЕНИЕ

По телевидению и в газетах периодически появляются сообщения о вандальных разрушениях металлических опор высоковольтных линий электропередач (ЛЭП). Падение опор ЛЭП 500, 750, 1500 кВ влечет за собой значительный экономический ущерб на государственном уровне [1].

Для борьбы с этим злом может быть реализована система мониторинга целостности опор ЛЭП, которая должна предусмотреть ряд известных строительных и организационно-технических мероприятий.

Во-первых, площадки вокруг опор можно оградить и повесить предупреждающие знаки.

Во-вторых, внутри каждой охраняемой площадки на расстоянии 0,5 м от забора по периметру можно установить оптическую охранную сигнализацию с помощью лазерной указки и трех скрытых зеркал [2]. Сигнал о прерывании луча будет поступать в блок управления охранной системы.

В-третьих, нижние три яруса опоры могут быть оплетены волоконно-оптическим кабелем с армирующими на растяжение металлическими тросами. Для этого к металлическим уголкам опоры привариваются гайки, через отверстия которых пропускается световод. Целостность световода контролирует тот же блок управления.

В-четвертых, на каждой опоре на высоте 15–20 м может быть установлен тепловой датчик с температурным порогом срабатывания, например, 500°C. При поджоге газовой горелки или использовании устройств абразивной резки металла (при резке металла появятся искры) датчик выдаст в блок управления соответствующий сигнал.

В-пятых, в корпусе блока управления рядом с тепловым датчиком можно установить видеокамеру недорогого охранного устройства.

Блок управления по сигналу любой из предложенных систем контроля (периметра и температуры) оповещает центральный пульт охраны на АЭС (или потребителя) и передает изображение площадки под опорой.

С помощью видеокамер может быть организован самостоятельный канал контроля целостности каждой опоры ЛЭП путем периодического мониторинга площадок, занесения их изображений в память (базу данных), сравнения этих изображений в автоматическом режиме с интервалом, к примеру, в 15 мин. Критерием для выработки сигнала тревоги может быть изменение светового потока и ряд других параметров.

Передачу сигнала тревоги и изображения можно осуществить посредством сотовой связи.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Однако узким местом в реализации подобной охранной системы является проблема организации электропитания электронной аппаратуры, которая, по современным техническим характеристикам, требует наличия на каждой опоре напряжения порядка 5 В при токе потребления в 750–850 мА, т. е. мощности  $\approx 5$  Вт.

Ранее вопрос об охране линий электропередач от повреждений, например, самолетами, решался достаточно просто: применялась маркировочная окраска опор (работала в дневное время) и сигнальное освещение (в ночное время) [3, 4]. При этом электроснабжение сигнального освещения производилось от местной электросети. Если же вблизи от ограждаемых опор не было источника низкого напряжения, то для питания световой сигнализации использовался емкостной отбор мощности: параллельно проводам действующей линии от опоры до опоры подвешивался провод-антенна или в качестве антенны использовался грозозащитный трос, который изолировался от опор и обеспечивался искровым промежутком в 3–5 мм.



Однако такой способ организации электропитания требовал применения трансформаторов напряжения типа НОМ-6, НОМ-10 или силовых автоблокировочных трансформаторов типа ОМ-1,2/6 мощностью 12 кВт. А это весьма габаритные и тяжелые конструкции, которые необходимо было поднимать краном и устанавливать на опоре линии электропередач. Таким способом можно было обеспечить электропитанием аппаратуру на одной или двух опорах, но не всей линии.

Другой способ получения низкого напряжения от ЛЭП, который применяется на удаленных электрических подстанциях, называется конденсаторным отбором мощности. Например, на подстанциях напряжением в 500 кВ вес конденсаторов на одной опоре достигает 3 тонн, а высота колонны, составленной из конденсаторов, превышает 4,5 м. Опора ставится на специальный фундамент [5]. Использовать такой способ питания для охранной системы затруднительно и экономически не выгодно.

Ряд фирм предлагает оборудование для автономного питания световой сигнализации на солнечных батареях, пригодное для установки на опорах ЛЭП. Так, ООО НПП «ПВТ-Сервис» (Украина) предлагает фотоэлектрическую систему питания заградительных огней светодиодных «СФЭ-24» [6]. Подобную продукцию предлагает фирма «Naps Systems» [7]. Кроме того, опубликованы патенты на автономные системы электропитания для освещения опор ЛЭП с помощью ветроэлектрогенераторов и/или надувных баллонов из пьезополимерной пленки [8]. Однако, подобные системы имеют два существенных недостатка. Во-первых, в их состав обязательно входит аккумулятор, который плохо переносит низкие температуры. Во-вторых, поверхности таких систем достаточно быстро загрязняются продуктами жизнедеятельности птиц [9] и пылью, что приводит к необходимости подниматься на опоры для наведения порядка. Эти недостатки снижают привлекательность подобных систем электропитания.

Более близкое решение к поставленной задаче можно увидеть в технологии измерения токов в ЛЭП с помощью оптоэлектронных трансформаторов тока [10]. Здесь информация о величине тока в линии передается из зоны высокого потенциала в зону низкого потенциала с помощью светового потока по оптоволокну. Но что мешает сформировать световой поток в тысячи раз более мощный и с его помощью сделать отбор мощности от высоковольтной линии так, как это показано на рис. 1?

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Сделаем примерный расчет предложенной схемы на основе имеющихся в настоящее время материалов и элементов, то есть проверим, насколько реальна такая возможность.

Пусть, для нормальной работы аппаратуры охранной системы необходимо обеспечить напряжение  $U = 5$  В, ток  $I = 1$  А, то есть мощность  $P = 5$  Вт.

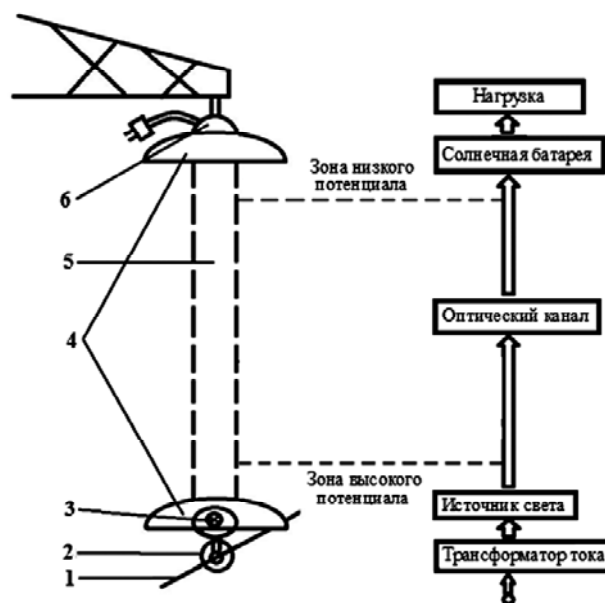


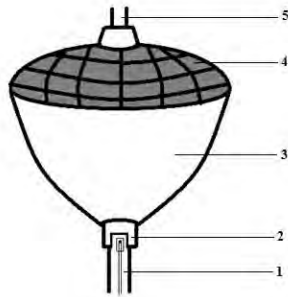
Рис. 1. Структурная схема маломощного источника питания от высоковольтной ЛЭП 750 кВ: 1 – линейный токоведущий провод ЛЭП; 2 – трансформатор тока; 3 – источник света; 4 – изолятор; 5 – оптический канал; 6 – преобразователь светового потока в электрический постоянный ток (солнечная батарея)

Если взять монокристаллический модуль EuroSolar IOW (№606) за основу [11], который при площади поверхности в  $39,6 \times 28,9 = 1144,4$  см<sup>2</sup> обеспечивает 10 Вт мощности, то на половинную мощность достаточно площади  $20 \times 30$  см<sup>2</sup>. Это при серийной технологии, обеспечивающей коэффициент полезного действия (КПД) преобразования светового потока в электрическую энергию в 14%. Калифорнийская компания Alta Devices предлагает солнечные элементы, обеспечивающие КПД в 30%, и даже в 38% [12]. Но даже при КПД в 30% площадь воспринимающей поверхности может сократиться до круга радиусом 10 см.

При таких относительно небольших габаритах может быть выпущен специальный элемент для преобразования светового потока в электрический ток в виде «алампы» – аламп.

Такая алампа представит собой вакуумный прибор, который защищен от внешней среды и не требует периодической очистки поверхности солнечных элементов от пыли, льда или продуктов жизнедеятельности птиц (рис. 2).

Чтобы алампа обеспечивала заданное напряжение и ток на выходе, на ее вход должен быть подан световой поток, соответствующий стандарту АМ 1,5, т. е. поток фотонов в спектральном диапазоне 0,28... 2,5 мкм при уровне освещенности 1000 Вт/м<sup>2</sup> и температуре 25°C [13]. Площадь фоточувствительного пятна в алампе составит 314 см<sup>2</sup> и потребует мощности светового потока в 31,4 Вт. Естественно, входное отверстие аламп не может быть радиусом 15 см, следовательно, луч света должен быть предварительно сфокусирован. Геометрические параметры луча будут определены геометрическими размерами изоляторов 4 и оптического канала 5 (рис. 1).



**Рис. 2.** Преобразователь светового потока в электрический ток (лампа): 1 – оптический канал; 2 – фокусирующая система; 3 – стеклянная колба с вакуумной средой внутри; 4 – фотоэлектрический преобразователь; 5 – электрический разъем для подключения нагрузки

Для прохождения светового луча от источника света до лампы может быть организован транспортный канал открытого оптического типа, длина которого определяется длиной гирлянды изоляторов (для ЛЭП 750 кВ это 6 метров). Интереснее всего пропустить такой оптический канал внутри гирлянды фарфоровых или стеклянных высоковольтных изоляторов (рис. 3). А так как гирлянда должна сохранить свои диэлектрические свойства и способность изгибаться под действием сильных ветров, то возможны три варианта. Для условий сильных морозов внутренние поверхности центрального отверстия могут быть просто белыми, покрытыми глазурью, как и весь изолятор. В условиях средних широт через центральные отверстия может быть пропущена полипропиленовая труба, запаянная с двух сторон и заполненная осушенной азотно-воздушной смесью при нормальном атмосферном давлении [14].

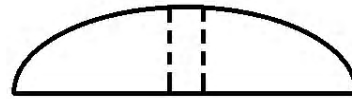
Третий вариант – через всю гирлянду можно пропустить пучок световодов, обладающих широкой полосой пропускания и низкими потерями. К сожалению, световоды с подходящими параметрами в настоящее время промышленность не выпускает, а световоды, предлагаемые для освещения бассейнов под водой, обладают недостаточным к.п.д. [15].

В качестве источника света можно подобрать лампу-фару. Выбор достаточно широк: по долговечности, по конструкции и т. д.

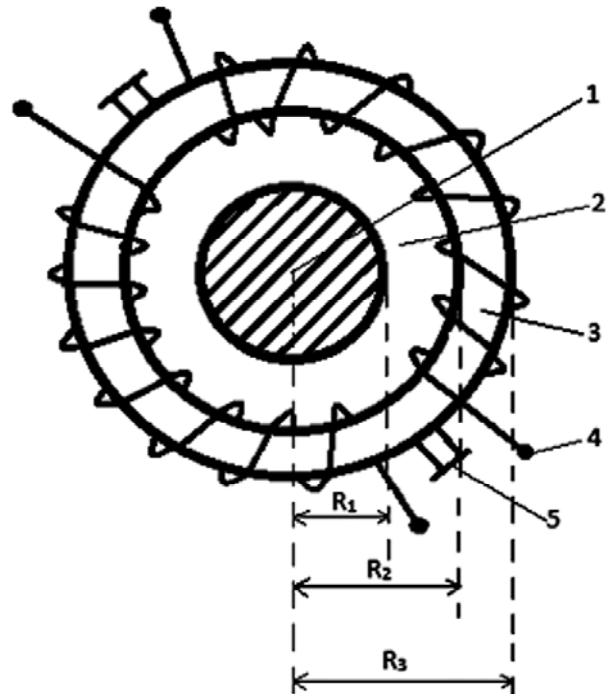
Может быть выпущена специальная лампа-фара для систем охраны опор ЛЭП. Возьмем, например, лампу-фару OSRAM 41830 SSP PAR36, 6V, 36W, для которой можно подобрать оправу с очень малым углом раскрытия луча (VNSP). Остается подать на такую лампу-фару электропитание:  $E=6$  В,  $I=6$  А.

Таким образом произошла развязка низкопотенциальной области от высокопотенциальной. Теперь, находясь внутри высокопотенциальной области, решим задачу подачи питания на электролампу с помощью трансформатора тока (ТТ) рис. 4 [10, 16].

Сделаем примерный расчет трансформатора тока с целью оценки реальности реализации. Линейный провод ЛЭП марки АС диаметром 50 мм ( $R_1 = 25$  мм) 1 (рис. 4) является первичной обмоткой ТТ ( $W_1 = 1$  виток).



**Рис. 3.** Высоковольтный изолятор с центральным отверстием для транспортного канала открытого оптического типа



**Рис. 4.** Разъемный трансформатор тока (ТТ): 1 – линейный токоведущий провод ЛЭП; 2 – проходной изолятор; 3 – магнитопровод из трансформаторной стали 3411; 4 – вторичная обмотка; 5 – элементы крепежа двух половинок магнитопровода

Пусть вторичная обмотка 4 (рис. 4) намотана на магнитопровод 3 (рис. 4) со следующими геометрическими параметрами: радиус внутренней поверхности  $R_2=45$  мм, радиус внешней поверхности  $R_3=95$  мм; толщины сердечника пока задаваться не будем. По статистике в ЛЭП 750 кВ линейный номинальный ток  $I_{\text{лн}} = 1300$  А, но  $I_{\text{max}} = 3500$  А, поэтому согласно рекомендациям [10] выбираем  $I_1 = 4000$  А. Ток во вторичной обмотке равен  $I_2 = 6$  А при напряжении  $E_2 = 6$  В, а так как ТТ не подключен к нейтральному проводу или «земле», т.е. весь находится в зоне высокого потенциала, то требования к изоляции между первичной и вторичной обмотками ТТ не высокие.

Коэффициент трансформации:

$$n = \frac{I_1}{I_2} = \frac{4000}{6} = 667.$$

Следовательно, вторичная обмотка содержит  $W_2 = 667$  витков.

Длина средней линии магнитопровода:

$$l_{\text{cp}} = 2\pi * \left( R_2 + \frac{R_3 - R_2}{2} \right) = 0,44 \text{ м.}$$

Напряженность магнитного поля внутри сердечника:

$$H = \frac{I_1 * W_1}{l_{cp}} = \frac{400 * 1}{0,44} = 9091 \frac{A}{m}.$$

Это соответствует намагниченности (для стали 3411 худшего сорта)  $B = 1,6$  Тл [16].

При определении средней линии магнитопровода 3 (рис. 4) мы использовали его ширину ( $R_3 - R_2$ ). А для определения площади сечения магнитопровода воспользуемся известной формулой:

$$E_2 = 4,44 * f * S * w_2 * B_{max},$$

откуда:

$$S = \frac{E_2}{4,44 * f * w_2 * B_{max}}.$$

Найдем площадь поперечного сечения магнитопровода при  $l_{cp} = 0,785$  м, материале сердечника – стали 3411 и описанных выше начальных условиях:

$$S = \frac{6}{4,44 * 50 * 667 * 1,6} = 0,253 \text{ см}^2.$$

Если сечение магнитопровода взять квадратным, то сторона квадрата для указанного сечения равна  $a = 0,5$  см. Такая малая величина говорит о том, что для магнитопровода можно применить материал с более низкой магнитной проницаемостью, тогда сечение магнитопровода будет побольше.

Зазор между линейным проводом 1 и магнитопроводом 3 (рис. 4) составит  $95 - 2,5 - 25 = 67,5 = 6,25$  см; что позволяет свободно разместить как изоляцию, так и провод вторичной обмотки.

Таким образом, ТТ, который состоит из 2-х половинок кольца стали 3411 квадратного сечения со стороной в 0,5 см радиусом в и вторичной обмоткой с 667 витками медного провода диаметром 2,2 мм [10], будет отбирать от ЛЭП мощность в  $1,25 * 36 = 45$  Вт и обеспечивать нормальную работу лампы-фары, мощностью в 36 Вт.

Определим массу ТТ. Масса трансформаторного железа составит

$$0,785 * 10^2 \text{ см} \times 0,253 \text{ см}^2 \times 7,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 156,9 \approx 200 \text{ гр.}$$

Определим массу меди провода. Если длина стороны квадратного сечения магнитопровода равна 0,5 см, то периметр равен 2 см. Тогда длина среднего витка многослойной вторичной обмотки ТТ составит примерно 5 см. Следовательно, масса меди вторичной обмотки ТТ составит:

$$3,14 \cdot 0,11^2 \text{ см}^2 \cdot (5 \text{ см} \times 667) \cdot 8,96 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1135 \text{ гр} = 1,2 \text{ кг.}$$

С учетом изоляции и крепления двух половинок магнитопровода масса ТТ не превысит 3 кг.

Полученные массогабаритные параметры ТТ можно сравнить с параметрами ближайшего аналога – стандартного измерительного ТТ марки Т-0,66 [17], который при первичном номинальном токе в 1000 А и вторичном номинальном токе в 5 А имеет массу не более 1,3 кг. Очевидно, что вторичная обмотка этого измерительного трансформатора выполнена более тонким медным проводом.

Суммарная масса всех элементов предлагаемой системы электропитания окажется 20÷30 кг.

## ВЫВОДЫ

Произведенный примерный расчет дал оценку реальности реализации предлагаемой системы электропитания, пригодной для установки на каждой опоре ЛЭП, и оставил возможность оптимизации каждого из элементов предлагаемой системы. Отбирая от ЛЭП мощность в 45 Вт, можно получить 5 Вт на нагрузке, т.е. обеспечить электропитание охранной сигнализации каждой опоры ЛЭП. При этом достигается существенное снижение веса системы питания относительно системы емкостного отбора мощности, а в сравнении с открытой солнечной системой питания данное предложение выгодно отличается отсутствием аккумуляторов, независимостью от погоды, от чистоты поверхности солнечных элементов и их ориентации относительно солнца.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Повреждение опоры ЛЭП спровоцировало снижение мощности Запорожской АЭС. Режим доступа: <http://economics.unian.net/rus/detail/118304/>. – Название с экрана.
2. *Бородай, В. Д.* Устройство оптической охранной сигнализации / Бородай В. Д. – Режим доступа: <http://radiostorage.net/?area=news/458>. – Название с экрана.
3. *Марфин, Н. И.* Охрана линий электропередачи / Марфин Н. И. – М. : «Энергия», 1968. – 72 с.
4. Охрана ЛЭП от повреждения самолетами. Режим доступа: <http://www.1100kv.ru/oxrana-lep/avia/>. – Название с экрана.
5. *Звенигородский, И. С.* Конденсаторы связи и отбора мощности / Звенигородский И. С. – М. : «Энергия», 1969. – 64 с.
6. Фотоэлектрическая система питания заградительных огней светодиодных – «СФЭ-24». – Режим доступа: <http://pvt-service.com.ua/info/67/htm>. – Название с экрана.
7. Сочи Краснодарский край: Электроснабжение световой сигнализации. Режим доступа: <http://multiwood.ru/fag/17174>. – Название с экрана.
8. Заявка на изобретение 93017908 Российской Федерации, МПК6 Н О5 В 37/00. Система наружного освещения / Абачараев Н. М. – № 93017908/07; заявл. 06.04.1993; опубл. 27.06.1996.
9. Защита ЛЭП от птиц. Режим доступа: <http://forum.ixbt.com/topic.cgi?id=77:10877-2>. – Название с экрана.
10. Трансформаторы тока / [Афанасьев В. В., Адоньев Н. М., Кибель В. М. и др.] – [2-е изд.] – Л. : «Энергоатомиздат» Ленингр. отд-ние, 1989. – 510 с.
11. Солнечные батареи Режим доступа: EuroSolar. <http://ecoist.com.ua/alternativnaja-energia/solnechnie-batarei/eurosolar.html>. – Название с экрана.

12. Sources: Alta Devices, GaAs Solar Startup, Acquired by China's Hanergy. Режим доступа: <http://www.greentechmedia.com/articles/read/Sources-Alta-Devices-GaAs-Solar-Startup-Purchased-by-Chinas-Hanergy>. – Название с экрана.
13. Госреестр № 45581-10 Российской Федерации. Комплекс метрологический для измерений характеристик солнечных элементов «МК-СЭ», 2010.
14. Фурье-спектроскопия водяных паров в 40-метровом оптическом транспортном канале Новосибирского ЛЭС / [Кубарев В. В., Винокуров Н. А., Колобанов Е. И. и др.]. // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2012. – № 4. – С. 72–75.
15. Борисов, К. Оптоволоконные системы освещения «Fiber Optic Lighting». Режим доступа: <http://www.trikita.by/service6.html>. – Название с экрана.
16. Соловьев, Д. Б. Моделирование трансформатора тока с магнитным сердечником / Соловьев Д.Б. – Режим доступа: <http://www.v-ite.ru/electrotech/2012/01/pdf/2012-01-09.pdf>. – Название с экрана.
17. Трансформатори струму Т-0,66. Режим доступа: [http://www.aviokon.lviv.ua/transformatori\\_strumu\\_t-066/products](http://www.aviokon.lviv.ua/transformatori_strumu_t-066/products). – Назва з екрану.

Стаття надійшла до редакції 11.03.2014.

Костенко В. О.<sup>1</sup>, Сметанін І. Н.<sup>2</sup>, Щекотихін О. В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, доцент, Запорізький національний технічний університет, Україна

<sup>2</sup>Старший викладач, Запорізький національний технічний університет, Україна

<sup>3</sup>Канд. техн. наук, доцент, Запорізький національний технічний університет, Україна

### ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ ОХОРОННОЇ СИГНАЛІЗАЦІЇ ВІД ВИСОКОВОЛЬТНОЇ ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

Авторами запропонований спосіб відбору потужності з ЛЕП на кожній опорі, який забезпечує виведення енергії з високопотенційної зони в низькопотенційну на рівні одиниць ват. Конструктивна реалізація не перевищує 30 кг, малогабаритна і має невисоку вартість.

Новизна полягає у вирішенні завдання отримання електроенергії в одиниці ват на кожній опорі ЛЕП новим поєднанням відомих елементів, зміною конструкцій ізоляторів та пропозицією промислового випуску нового виду продукції – сонячних батарей у вигляді вакуумних приладів – «аламп».

**Ключові слова:** лінії електропередач, надвисока напруга, екологія, опора (щогла), трансформатор струму, оптичний канал, ізолятор, фотоелектричний перетворювач, джерело живлення.

Kostenko V. O.<sup>1</sup>, Smetanin I. N.<sup>2</sup>, Shchekotihin O. V.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph.D., Associate Professor, Zaporizhzhya National Technical University, Ukraine

<sup>2</sup>Assistant professor, Zaporizhzhya National Technical University, Ukraine

<sup>3</sup>Ph.D., Associate Professor, Zaporizhzhya National Technical University, Ukraine

### ELECTRIC POWER SUPPLY OF GUARD SIGNALING FROM HIGH-VOLTAGE LINE OF ELECTRICITY TRANSMISSIONS

Vandal destruction supports existing power lines lead to the need for security systems supports. For this, there is must be the instrument power in units of watts on each mast. Literature review showed that it is a problematic issue.

For Electric power transmission line at the level of kilowatts, and at the level of microwatts they use bulky heavy (hundreds of pounds) design, and a range of units watts they propose solution to the problem with the help of autonomous power supply system (solar, wind), which have several drawbacks.

The authors propose a method PTO transmission line on each support, it ensures the withdrawal of energy from the high-grade zone in the low-grade-level units of watts, the constructive implementation of which does not exceed 50 kg, it's compact and has a low cost.

The novelty lies in the task of producing power in units of watts on each support of electric-power transmission new combination of known elements, changes in the design of insulators and supply of industrial release of a new product – solar panels in the form of vacuum tubes – «Alamp».

**Keywords:** power line, ultrahigh voltage, ecology, support(mast), current transformer, optical channel, insulator, power source.

### REFERENCES

1. Povrezhdenie opory' LE'P sprovcirovalo snizhenie moshnosti Zaporozhkoj AE'S. Rezhim dostupa: /<http://economics.unian.net/rus/detail/118304/>, Nazvanie s e'krana.
2. Borodaj V. D. Ustroystvo opticheskoy oxrannoj signalizacii. Rezhim dostupa: <http://radiostorage.net/?area=news/458/>, Nazvanie s e'krana.
3. Marfin N. I. Oхрана линий e'lektroperedachi. Moscow, E'nergiya, 1968, 72 p.
4. Oхрана LE'P ot povrezhdeniya samolyotami. Rezhim dostupa: <http://www.1100kv.ru/oxrana-lep/avia/>. – Nazvanie s e'krana.
5. Zvenigorodskij I. S. Kondensatory' svyazi i otbora moshnosti. Moscow, E'nergiya, 1969, 64 p.
6. Fotoe'lektricheskaya sistema pitaniya zagraditel'ny'x ognej svetodiodny'x, «SFE'-24», Rezhim dostupa: <http://www.pvt-service.com.ua/info/67/htm>, Nazvanie s e'krana.
7. Sochi. Krasnodarckij kraj. E'lektrosnabzhenie svetovoj signalizacii, Rezhim dostupa: <http://multiwood.ru/fag/17174>, Nazvanie s e'krana.
8. Abacharaev N. M. Sistema naruzhnogo osveshheniya Zayavka na izobretenie 93017908/07 Rossijskoj federacii, MPK6 H O5 B 37/00.;zayavleno 06.04.1993; opublikovano 27.06.1996.
9. Zashhita 'LE'P ot pticz. Rezhim dostupa: <http://forum.ixbt.com/topic.cgi?id=77:10877-2>. – Nazvanie s e'krana.
10. Afanas'ev V. V., Adon'ev N. M., Kibel' V.M. i dr. Transformatory' toka. Leningrad, E'nergoatomizdat, 1989, 510 p.

11. Solnechny'e batarei. Rezhim dostupa: EuroSolar. <http://ecoist.com.ua/alternativnaja-energia/solnechnie-batarei/eurosolar.html/>, Nazvanie s e'krana.
12. Sources: Alta Devices, GaAs Solar Startup, Acquired by China's Hanergy Rezhim dostupa: <http://www.greentechmedia.com/articles/read/Sources-Alta-Devices-GaAs-Solar-Startup-Purchased-by-Chinas-Hanergy>, Nazvanie s e'krana.
13. Kompleks metrologicheskij dlya izmerenij xarakteristik solnechny'x e'lementov «MK-SE'». Gosreestr № 45581-10 Rossijskoj federacii, 2010.
14. Kubarev V. V., Vinokurov N. A., Kolobanov E. I. Fur'e – spektroskopija vodyany'x parov v 40-metrovom opticheskom transportnom kanale Novosibirskogo LSE', Nauchny'j vestnik Novosibirckogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta, 2012, No. 4, pp. 72–75.
15. Borisov K. Optovolokonny'e sistemy' osveshheniya «Fiber Optic Lighting». Rezhim dostupa: <http://www.trikita.by/service6.html>, Nazvanie s e'krana.
16. Solov'yov D. B. Modelirovanie transformatora toka s magnitny'm serdechnikom. Rezhim dostupa: <http://www.v-itec.ru/electrotech/2012/01/pdf/2012-01-09.pdf>, Nazvanie s e'krana.
17. Transformatory strumu T-0,66. Rezhim dostupa: [http://www.aviokon.lviv.ua/transformatori\\_strumu\\_t-066/products](http://www.aviokon.lviv.ua/transformatori_strumu_t-066/products), Nazvanie s e'krana.

# МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

УДК 004.738.5

Висоцька В. А.<sup>1</sup>, Чирун Л. В.<sup>2</sup><sup>1</sup>Асистент, Національний університет «Львівська політехніка», Україна, E-mail: victana@bk.ru<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, Національний університет «Львівська політехніка», Україна

## КОНЦЕПТУАЛЬНА МОДЕЛЬ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОННОЇ КОНТЕНТ-КОМЕРЦІЇ

У статті запропоновано формальну модель системи електронної контент-комерції та формальні моделі опрацювання інформаційних ресурсів. Описана розроблена загальна архітектура систем електронної контент-комерції для полегшення етапів реалізації життєвого циклу комерційного контенту. Запропоновані загальні принципи проектування архітектури систем електронної контент-комерції дають можливість реалізувати процес опрацювання інформаційних ресурсів для скорочення циклу виробництва, економії часу та розширення можливостей ведення електронної комерції.

**Ключові слова:** інформаційний ресурс, комерційний контент, контент-аналіз, контент-моніторинг, контентний пошук, система електронної контент-комерції.

### ВСТУП

Процес проектування та моделювання систем електронної контент-комерції (СЕКК) є інтерактивним і протікає від аналізу до створення прототипу і пробних випробувань [1–3], починаючи з формування специфікацій, верстки, формування контенту та його подальше розміщення згідно структури інформаційного ресурсу [1–2]. Необхідно сконцентрувати рішення на бізнес-цілях і потребах кінцевих користувачів [3–4]. До визначення функціональних вимог і початку процесу розроблення аналізуються потреби кінцевих користувачів за допомогою листів опитування, альтернатив проектування і прототипів різного ступеня готовності, збирається цінна інформація, одночасно викликаючи у користувачів відчуття участі в процесі проектування та завойовується їх довіра [2]. Оскільки інформаційний ресурс – це нейтральне місце взаємодії самих різних користувачів, яскраво виражений візуальний зв'язок із якою-небудь компанією або оточенням викликає небажану реакцію [2, 4]. Є декілька вимог до середовища розроблення – це можливість вносити зміни до коду і тестувати внесені зміни автономно [1–4]. Створивши централізоване середовище розроблен-

ня і тестування, оптимізують роботу із кодом та іншими членами групи – час повинен витратитися на написання і тестування коду, а не на управління файлами та іншим ресурсами системи [1–4]. Вибір моделі CMS впливає на необхідність використання інших інструментальних засобів, наприклад, у випадку з Joomla! це означає використання PHP, HTML і Cascading Style Sheets (CSS) для розроблення сторінок, а також MYSQL для бази даних [2].

### АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Інформаційний ресурс систем електронної контент-комерції – це множина даних з набором властивостей (табл. 1), які є об'єктом дій технології перетворення їх в комерційний контент [1–2]. Результат застосування однієї технології може бути інформаційним ресурсом іншої [2, 4]. Контент в галузі інформаційних технологій є формалізованими відомостями і знаннями, розміщеними у середовищі системи і, на відміну від даних, без детальної специфікації їх властивостей, способів формалізації і впорядкування [2, 5]. Перетворення різнорідних за природою, змістом та походженням даних в узгоджений централізований інформаційний ресурс є однією з важливих

проблем побудови та функціонування систем електронної контент-комерції [2]. При цьому важливими завданнями є забезпечення інформаційних потреб проблемно-орієнтованих елементів системи, підтримання доступу до даних різних категорій користувачів, дотримання правил цілісності та несуперечності даних, мінімізація та контроль надлишку даних, здатність до розвитку та зміни внутрішньої організації інформаційного ресурсу, дотримання вимог якості та ефективності даних [1–2, 4].

Важливим є забезпечення інваріантності середовища СЕКК до модифікації інформаційних ресурсів у таких змінах: способів подання, форматів, та внутрішньої організації контенту; середовища зберігання контенту, фізичних одиниць зберігання, технічних засобів; вимог користувачів, появи нових вимог та категорій користувачів; порядку розподілу контенту та способів доступу користувачів [2, 5–11].

Виникає проблема створення єдиного концептуального опису всього інформаційного ресурсу для стабільного підтримання зовнішніх/внутрішніх позначень контенту відповідно до їх завдань, вимог та змін [2, 5–6, 10]. Необхідно класифікувати інформаційні ресурси для дослідження їх природних, технологічних та споживчих якостей з метою виявлення характерних та специфічних властивостей, а також закономірностей та особливостей їх

формування та застосування [4]. За основу взято основні властивості контенту в СЕКК як синтаксис, структура та семантика та обрано основні фактори класифікації як способи подання контенту, структурування та призначення ресурсу, доступу до ресурсу [2, 5, 10]. Загальні принципи формування інформаційних ресурсів СЕКК (рис. 1) визначають порядок і способи відбору інформації із первинних джерел, її фіксації, фільтрування, перетворення до визначеного формату для формування контенту і розміщення в базі даних [2, 5].

Нехай існує деяка попередньо визначена множина  $N$  первинних джерел контенту з фіксованим або змінним складом. Кожне джерело інформації  $x_i$ , де  $i = \overline{1, N}$ , формує деяку множину значень, що містять відомості/знання/факти з предметної області СЕКК [2]. Результатом звернення певних технологічних засобів СЕКК до джерела  $x_i$  є генерування множини значень  $X(x_i)$ , яка сприймається і подається у визначеній формі. В процесі відбору і фіксації генерованих значень, згідно технологічних особливостей системи, згенеровану кожним джерелом інформації множину значень перетворюють на вхідний набір контенту, визначеного формату –  $X_i$ , де  $i = \overline{1, N}$ . Кожен набір контенту подається у вигляді структурованих, слабкоструктурованих даних або даних без визначеного опису структури.

Таблиця 1. Основні властивості інформаційних ресурсів в системах електронної контент-комерції

| Назва               | Властивість  |
|---------------------|--|
| Неоднорідність      | Наявність складових різного походження, змісту і формату подання                             |
| Узгодженість        | Відсутність суперечливих або протилежних значень контенту                                    |
| Доступність формату | Доступність для всіх користувачів на основі стандартизованих методів, засобів та інтерфейсів |
| Відкритість         | Здатність до взаємодії, обміну значеннями та спільного використання з зовнішніми ресурсами   |
| Динамічність        | Швидка актуалізація, відповідно до умов системи чи зовнішнього середовища                    |
| Масштабованість     | Можливість зміни логічного/фізичного обсягу контенту (величин/понять та їх позначень)        |
| Контрольованість    | Ідентифікація зміни/використання контенту та його впливу на процеси системи                  |

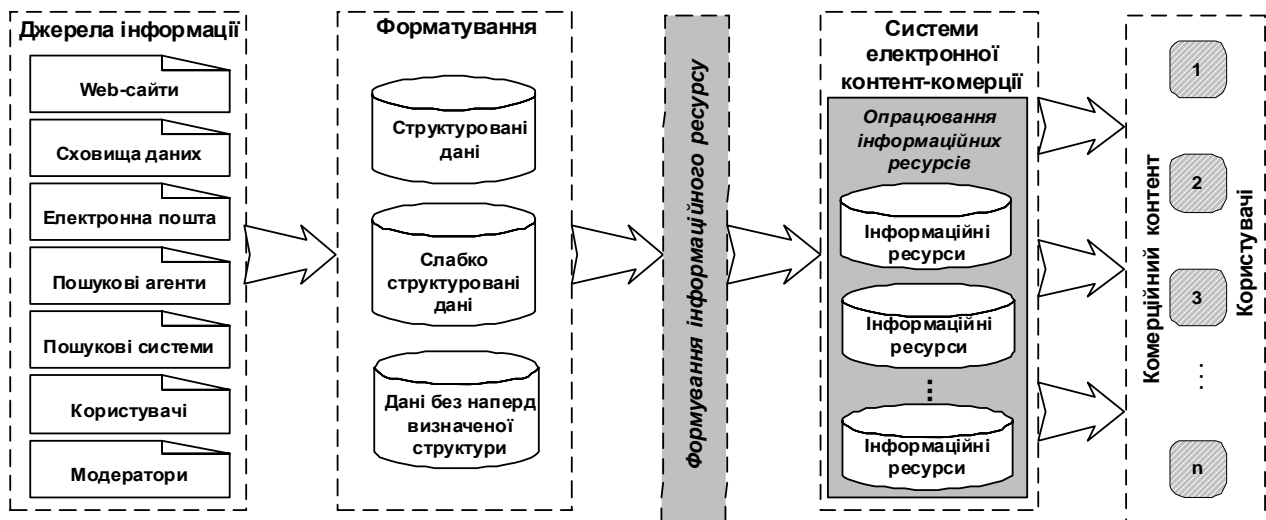


Рис. 1. Порядок формування і використання інформаційних ресурсів в системах електронної контент-комерції

Структурування контенту передбачає формування для кожного набору опису його складу, способів поєднання елементів та їх впорядкування – множини умов  $U_i$ , де  $i = \overline{1, N}$ . Кожен набір контенту є поєднанням множини значень у заданому форматі і множини умов  $\langle X_i, U_i \rangle$ , у випадку формування вхідного набору контенту без опису структури  $U_i = \emptyset$ . Отриманий контент перед збереженням в базі даних проходить процедуру верифікації та валідації для підтвердження його формальної і змістовної коректності/релевантності щодо вимог системи [2]. При невідповідності зазначеним критеріям частина контенту вилучається з подальшого застосування. Відфільтрований контент форматується та зберігають, після чого відповідні відомості і знання стають доступними для застосування користувачами СЕКК. Формально таку послідовність технологічних процесів подано як ланцюжок

$$x_i \rightarrow X(x_i) \rightarrow X_i \rightarrow \langle X_i, U_i \rangle \rightarrow \text{Verification}(\langle X_i, U_i \rangle) \rightarrow \text{Qualification}(\langle X_i, U_i \rangle) \rightarrow \text{Conversion}(\langle X_i, U_i \rangle) \rightarrow \text{Downloading}(\langle X_i, U_i \rangle) \rightarrow \langle X, U \rangle,$$

де  $i = \overline{1, N}$ , де  $N$  – кількість джерел контенту,  $x_i$  –  $i$ -те джерело,  $X(x_i)$  – множина контенту  $x$   $i$ -того джерела,  $X_i$  – набір контенту як результат відбору з  $i$ -го джерела,  $\langle X_i, U_i \rangle$  – набір контенту із множиною умов,  $\text{Verification}(\langle X_i, U_i \rangle)$  – оператор верифікації контенту,  $\text{Qualification}(\langle X_i, U_i \rangle)$  – оператор кваліфікації контенту,  $\text{Conversion}(\langle X_i, U_i \rangle)$  – оператор перетворення контенту,  $\text{Downloading}(\langle X_i, U_i \rangle)$  – оператор завантаження контенту,  $\langle X, U \rangle$  – загальний інформаційний ресурс в СЕКК.

**ОСНОВНИЙ ВИКЛАД**

Основними підсистемами опрацювання інформаційних ресурсів в СЕКК є формування, управління та суп-

ровід контенту, які мають наступні відношення:

$$\text{контент} \rightarrow \text{формування контенту} \rightarrow \text{база даних} \rightarrow \text{управління контентом} \rightarrow \text{інформаційний ресурс, запит користувача} \rightarrow \text{управління контентом} \rightarrow \text{інформаційний ресурс} \rightarrow \text{супровід контенту} \rightarrow \text{база даних}.$$

Відповідно, підсистеми мають наступний зв'язок:  $\text{формування контенту} \rightarrow \text{управління контентом} \rightarrow \text{супровід контенту}$ .

Формальна модель системи електронної контент комерції подано як

$$S = \langle X, Q, \text{Formation}, H, C, V, \text{Management}, \text{Support}, Z, T, Y \rangle, \quad (1)$$

де величини моделі описують процес функціонування системи [3] і утворюють підмножини, подані в табл. 2.

Процес формування контенту описано функцією вигляду

$$c_r = \text{Formation}(u_f, x_i, t_p), \quad (2)$$

де  $u_f$  – множина умов формування контенту, тобто  $u_f = \{u_1(x_i), \dots, u_{n_U}(x_i)\}$ .

Контент подано наступним чином:

$$c_r = \left\{ \bigcup_f u_f \mid (x_i \in X) \wedge (\exists u_f \in U), U = U_{x_i} \vee U_{x_i}^-, i = \overline{1, m}, f = \overline{1, n} \right\}. \quad (3)$$

Етап управління контентом описано функцією вигляду

$$z_w = \text{Management}(q_d, c_r, h_k, t_p), \quad (4)$$

де  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_{n_Q}\}$  – множина запитів користувачів,

$h_k$  – множина умов управління контентом, тобто

**Таблиця 2.** Величини моделі системи електронної контент-комерції

| Назва                                     | Позначення        | Діапазон                | Множина                            |
|---|-------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Множина вхідних даних з різних джерел     | $x_i \in X$       | $i = \overline{1, n_X}$ | $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{n_X}\}$ |
| Множина запитів користувачів              | $q_d \in Q$       | $d = \overline{1, n_Q}$ | $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_{n_Q}\}$ |
| Оператор формування контенту              | <i>Formation</i>  | –                       | –                                  |
| Множина внутрішніх параметрів системи     | $h_k \in H$       | $k = \overline{1, n_H}$ | $H = \{h_1, h_2, \dots, h_{n_H}\}$ |
| Множина комерційного контенту             | $c_r \in C$       | $r = \overline{1, n_C}$ | $C = \{c_1, c_2, \dots, c_{n_C}\}$ |
| Множина параметрів впливу середовища      | $v_l \in V$       | $l = \overline{1, n_V}$ | $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{n_V}\}$ |
| Оператор управління контентом             | <i>Management</i> | –                       | –                                  |
| Оператор супроводу контенту               | <i>Support</i>    | –                       | –                                  |
| Множина сторінок інформаційного ресурсу   | $z_w \in Z$       | $z = \overline{1, n_Z}$ | $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_{n_Z}\}$ |
| Час транзакції опрацювання ресурсів       | $t_p \in T$       | $p = \overline{1, n_T}$ | $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{n_T}\}$ |
| Множина статистичних даних роботи системи | $y_j \in Y$       | $j = \overline{1, n_Y}$ | $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_{n_Y}\}$ |



$h_k = \{h_1(x_i, q_d), \dots, h_{n_H}(x_i, q_d)\}$ . Управління контентом подано як

$$c_j = \left\{ \bigcup_{m_k} (q_i \in Q) \wedge (\exists u_{m_k} \in U_{m_k}), U_{m_k} = U_{m_q} \vee U_{i\bar{q}}, i = \overline{1, m}, k = \overline{1, n} \right\}. \quad (5)$$

**1 МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ КОМЕРЦІЙНОГО КОНТЕНТУ**

Підсистема формування контенту забезпечує збирання інформації з різних інформаційних ресурсів та її форматування, виявлення ключових слів, понять та дублювання, формування дайджесту, рубрикацію та вибіркоче поширення контенту.

Основними етапами процесу формування комерційного контенту в СЕКК є форматування, рубрикація та поширення контенту, які мають наступні відношення:

*джерело контенту* → *збирання/створення контенту* → *база даних* → *форматування контенту* → *база даних* → *виявлення ключових слів та понять* → *база даних* → *рубрикація контенту* → *база даних* → *виявлення дублювання контенту* → *база даних* → *формування дайджесту контенту* → *база даних* → *вибіркоче поширення контенту* → *модератор*.

Формальна модель процесу формування контенту в СЕКК подано як

$$Formation = \left\langle X, Gathering, Formatting, KeyWords, Backup, Categorization, BuDigest, Dissemination, T, C \right\rangle, \quad (6)$$

де величини моделі утворюють підмножини та оператори, подані в табл. 3.

Процес формування комерційного контенту описано функцією вигляду

$$c_r = Formation(u_f, x_i, t_p), \quad (7)$$

де  $u_f$  – множина умов формування контенту, тобто  $u_f = \{u_1(x_i), \dots, u_{n_U}(x_i)\}$ .

Комерційний контент подано наступним чином:

$$c_r = \left\{ \bigcup_f u_f \mid (x_i \in X) \wedge (\exists u_f \in U), U = U_{x_i} \vee U_{\bar{x}_i}, i = \overline{1, m}, f = \overline{1, n} \right\}, \quad (8)$$

проходячи наступні етапи перетворення з множини даних у множину релеватного форматowanego, класифікованого та валідованого контенту:  $x_i \in X \rightarrow Gathering(u_f, x_i, t_p) \rightarrow Backup(c_r, u_b, t_p) \rightarrow Formatting(c_r, t_p) \rightarrow KeyWords(c_r, t_p) \rightarrow Categorization(c_r, t_p) \rightarrow BuDigest(c_r, t_p) \rightarrow Dissemination(c_r, t_p) \rightarrow c_r \in C$ .

Оптимальне рішення, здатне допомогти орієнтуватися в динамічній вхідній інформації з різних джерел, надають процеси синдикації даних (збирання інформації з джерел і наступне поширення її фрагментів відповідно до потреб користувачів):

$$C = Gathering(X, U_G, T), \quad (9)$$

де  $X$  – множина контенту з різних джерел даних,  $U_G$  – множина умов збирання даних з різноманітних джерел, *Gathering* – оператор збирання/створення контенту,  $T$  – час збирання/створення контенту.

Функція виявлення дублювання змісту контенту описано функцією вигляду

$$C = Backup(Gathering(X, U_G, T), U_B), \quad (10)$$

де  $X$  – множина контенту з різних джерел даних,  $U_B$  – множина умов виявлення дублювання змісту контенту, *Backup* – оператор виявлення дублювання змісту контенту,  $C$  – множина контенту. Виявлення дубльованих за змістом контенту у СЕКК виконується на основі лінгвостатистичних методів виявлення загальних термів, ланцюжки яких утворюють словесні сигнатури контенту.

**Таблиця 3.** Величини моделі формування комерційного контенту

| Назва   | Позначення            | Діапазон                | Множина                            |
|---|-----------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Множина вхідних даних з різних інформаційних ресурсів або від модераторів | $x_i \in X$           | $i = \overline{1, n_X}$ | $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{n_X}\}$ |
| Оператор збирання/створення контенту з джерел                             | <i>Gathering</i>      | –                       | –                                  |
| Оператор форматування контенту  | <i>Formatting</i>     | –                       | –                                  |
| Оператор виявлення ключових слів контенту                                 | <i>KeyWords</i>       | –                       | –                                  |
| Оператор автоматичної рубрикації контенту                                 | <i>Categorization</i> | –                       | –                                  |
| Оператор виявлення дублювання змісту контенту                             | <i>Backup</i>         | –                       | –                                  |
| Оператор формування дайджестів контенту                                   | <i>BuDigest</i>       | –                       | –                                  |
| Оператор вибіркового поширення контенту                                   | <i>Dissemination</i>  | –                       | –                                  |
| Час транзакції формування контенту  | $t_p \in T$           | $p = \overline{1, n_T}$ | $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{n_T}\}$ |
| Множина комерційного контенту   | $c_r \in C$           | $r = \overline{1, n_C}$ | $C = \{c_1, c_2, \dots, c_{n_C}\}$ |

Технологія синдикації контенту містить процес навчання програм збирання даних структурним особливостям окремих джерел (з інформаційних ресурсів, від модераторів, користувачів, відвідувачів, журналістів, редакторів), безпосереднє сканування контенту та приведення до загального формату в XML:

$$C = \text{Formatting}(\text{Backup}(\text{Gathering}(X, U_G, T), U_B), U_{FR}), (11)$$

де  $\text{Formatting}$  – оператор форматування контенту;  $U_G$  – множина умов збирання даних з різноманітних джерел;  $\text{Gathering}$  – оператор збирання/створення контенту;  $U_{FR}$  – множина умов форматування інформації;  $T$  – час збирання контенту.

Опрацювання множини контенту  $C$  для виявлення значущих ключових слів побудоване на принципі знаходження ключових слів за змістом (термами), базується на законі Зіпфа і зводиться до вибору слів із середньою частотою появи (найбільш вживанні слова ігноруються за допомогою стоп-словника, а рідкісні слова з текстів повідомлень не враховуються). Виявлення ключових слів та понять визначається оператором  $\text{KeyWords}(C)$  та описано оператором вигляду:

$$C = \text{KeyWords}(\text{Formatting}(\text{Backup}(\text{Gathering}(X, U_G, T), U_B), U_{FR}), U_K), (12)$$

де  $\text{Formatting}$  – оператор форматування контенту,  $U_G$  – множина умов збирання даних з різноманітних джерел,  $\text{Gathering}$  – оператор збирання/створення контенту,  $U_{FR}$  – множина умов форматування інформації,  $T$  – час збирання контенту,  $U_K$  – множина умов виявлення ключових слів та понять.

Засоби класифікації та розподілу контенту являють собою інформаційно-пошукову систему вибіркового поширення контенту (контентний роутер). Контент аналізується на відповідність тематичним запитам оператором рубрикації

$$C_{Ct} = \text{Categorization}(\text{KeyWords}(C, U_K), U_{Ct}), (13)$$

де  $\text{KeyWords}(C, U_K)$  – оператор виявлення ключових слів і понять,  $\text{Categorization}$  – оператор рубрикації контенту згідно виявлених ключових слів та понять,  $U_K$  – множина умов виявлення ключових слів і понять,  $U_{Ct}$  – множина умов автоматичної рубрикації,  $C_{Ct}$  – множина рубрикованого релевантного контенту.

Множина дайджестів  $C_D$  формується за допомогою наступної залежності:

$$C_D = \text{BuDigest}(C_{Ct}, U_D), (14)$$

де  $\text{BuDigest}$  – оператор формування дайджестів,  $U_D$  – множина умов формування дайджестів,  $C_{Ct}$  – множина рубрикованого релевантного контенту, тобто

$$C_D = \text{BuDigest}(\text{Categorization}(\text{KeyWords}(C, U_K), U_{Ct}), U_D). (15)$$

Релевантний контент розсилається користувачам, а також завантажується в тематичні бази даних. Вибіркове поширення контенту описується так

$$C_{Ds} = \text{Dissemination}(C_D, U_{Ds}), (16)$$

де  $C_{Ds}$  – множина вибірково поширеного контенту,  $U_{Ds}$  – множина умов вибіркового поширення контенту,  $\text{Dissemination}$  – оператор вибіркового поширення контенту.

Вибіркове поширення списку контенту  $C_{Dm} = \text{sup}(C_{Ds})$  залежить від рівня попиту на цей контент. Асоціативне правило формування списку контенту складається зі первісного списку контенту  $C_{Ds}$  і списку контенту, обраного із первісного – похідний список  $C_{Dm}$ , тобто  $C_{Ds} \rightarrow C_{Dm}$ . Формування асоціативного правила – це формування контенту, утвореного внаслідок об'єднання первісного і похідного списків. Асоціативне правило появи контенту із первісного списку  $C_{Ds}$  разом із контентом із списку  $C_{Dm}$  в базі даних є наступним

$$P_{Dm} = \text{Demand}(C_{Ds}, C_{Dm}) = \frac{\text{sup}(C_{Dm} \cup C_{Ds})}{\text{sup}(C_{Ds})}. (17)$$

Показники прибутковості та зростання розраховують відповідно як

$$I_p = \text{Profitability}(C_{Dm}, P_{Dm}) = P_{Dm} \frac{\text{sup}(\emptyset)}{\text{sup}(C_{Dm})}, (18)$$

$$I_g = \text{Growth}(C_{Dm}, P_{Dm}) = \frac{\text{sup}(\emptyset) - \text{sup}(C_{Dm})}{\text{sup}(\emptyset)[1 - P_{Dm}]}. (19)$$

Похідний список обраних правил визначає модератор. Часто вживаним списком контенту є список, формування якого перевищує мінімальний рівень. Навіть при встановленні цієї умови списків часто вживаного контенту в запитах буде багато. Результат обмежується при вибірці

$$I_r = \text{Restriction}(C_{Ds}, C_{Dm}, P_{Dm}) = \min(\forall C'_{Ds} \subset C_{Ds}, P_{Dm} - P'_{Dm}), (20)$$

або

$$I_r = \min(\forall C'_{Ds} \subset C_{Ds}, \text{Demand}(C_{Ds}, C_{Dm}) - \text{Demand}(C'_{Ds}, C_{Dm})). (21)$$

Модель формування комерційного контенту реалізується у вигляді комплексів контент-моніторингу зі збирання контенту з різних джерел даних, і забезпечують створення бази даних контенту відповідно до інформаційних потреб користувачів. В результаті збирання і первинного опрацювання контент приводиться до єдиного формату, класифікується відповідно до визначеного рубризатора та йому приписують дескриптори з ключови-