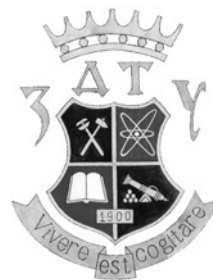


Науковий журнал
Радіоелектроніка
Інформатика
Управління



2002
2(8)

Видається двічі на рік

Зареєстрований **27 травня 1998 року**
Міністерством інформації України,
свідоцтво - серія **КВ № 3264**.

Засновник і видавник -
Запорізький національний технічний університет

Передплатний індекс - 22914

З М І С Т

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА	3
УСКОРЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ АДДИТИВНОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ <i>М.В.Андреев, О.О.Дробахин</i>	3
СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С ИМПЕДАНСНЫМИ УЗКИМИ СТЕНКАМИ <i>Л.М.Логачева, В.П.Бондарев</i>	25
МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПУЧКА МАТРИЦ <i>М.В.Андреев, О.О.Дробахин, А.Г.Новомлинов, В.Г.Короткая, А.В.Сазонов</i>	9
О ЛОГОПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВИБРАТОРНОЙ ТРЕХДИАПАЗОННОЙ АНТЕННЕ С ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ВОЛН <i>В.В.Овсяников, В.В.Овсяников</i>	29
МЕТОД РАСЧЕТА ИМПЕДАНСА ИНТЕГРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛОСОК ДЛЯ ВОЛН ВЫСШИХ ТИПОВ <i>Т.И.Бугрова, В.М.Морозов, В.С.Кабак, Е.И.Бугров</i> ..	13
ДИФЕРЕНТЕГРАЛЬНІ АЛЬФА-ФОРМИ У ХАУСДОРФОВІЙ МЕТРИЦІ НА ФРАКТАЛЬНИХ МНОЖИНАХ <i>В.М.Онуфрієнко</i>	31
ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ В ДИНАМИКЕ ПО МНОГИМ ВАРЬИРУЕМЫМ ПАРАМЕТРАМ <i>А.И.Вершина, В.С.Кабак, А.Г.Маркин</i>	17
МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ФРАКТАЛЬНОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ <i>В.М.Онуфриенко, В.Н.Левыкин</i>	36
МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ МИКРОПОЛОСКОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ <i>Л.М.Карпуков, Д.М.Пица</i>	20
ЦИФРОВАЯ СИСТЕМА КОМПЕНСАЦИИ НЕСИНХРОННЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ <i>В.А.Часовский, Н.П.Чернобородова, М.П.Чернобородов, Д.М.Пица</i>	41

ИНФОРМАТИКА	45
THE ASSOCIATIVE 2D-MEMORIES BASED ON MATRIX-TENSOR EQUIVALENTAL MODELS <i>Vladimir Krasilenko, Alexander Nikolsky, Sergei Pavlov</i> 45	ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ГИБРИДНОЙ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ УГЛЕБОГАЩЕНИЯ <i>Д.А.Зубов</i> 87
ОПТИМИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЫ КОМПОЗИЦИОННОГО МИКРОПРОГРАММНОГО УСТРОЙСТВА УПРАВЛЕНИЯ <i>А.А.Баркалов, Аль-Рабие Аднан, А.А.Красичков</i> 54	ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕШЕНИЙ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ НА ГРАФАХ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ <i>Г.Л.Козина, Р.К.Кудерметов</i> 93
ОБ АДАПТИВНОМ ОБЪЕДИНЕНИИ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ <i>Е.В.Бодянский, С.В.Попов</i> 57	ЗАДАЧА ПРОСАЧИВАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ ОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР <i>Н.В.Лаходьнова</i> 96
МЕТОД ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАПРОСОВ SQL К РЕЛЯЦИОННЫМ БАЗАМ ДАННЫХ <i>Ю.А.Григорьев, А.Д.Плутенко</i> 62	АВТОМАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ПРИМЕРЕ ВОЙН <i>В.И.Левин</i> 101
НЕЙРОСЕТЕВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ БЫСТРЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ <i>А.Ю.Дорогов</i> 69	СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАКЛЮЧЕНИЙ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ОСОБЫХ СЛУЧАЯХ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТАМИ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ П-КВАНТОВ ЗНАНИЙ <i>И.Б.Сироджа, А.Б.Куренко</i> 112
МЕТОДИКА СИНТЕЗА И ОБУЧЕНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ КЛАССИФИКАЦИИ ОБРАЗОВ <i>В.И.Дубровин, С.А.Субботин</i> 80	
УПРАВЛЕНИЯ	118
АКТИВНО-АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ <i>О.В.Адоини, Е.В.Бодянский, С.В.Котляревский, И.П.Плисс</i> 118	И РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ И СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ <i>М.Н.Горбачев, А.Д.Милка</i> 134
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ НАЗЕМНОГО ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА ПРИ ПОМОЩИ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ <i>Е.Е.Александров, Ю.А.Кузнецов, Али Аль Дхахери</i> 125	ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРОЙ ГАЗА В ГТД НА БАЗОВЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ПРИ КОМПЕНСАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДАТЧИКА ТЕМПЕРАТУРЫ <i>В.И.Гостев, С.А.Маглой, А.А.Успенский</i> 139
ДВУМЕРНАЯ СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЧАСТОТАМИ ВРАЩЕНИЯ РОТОРОВ ДВУХВАЛЬНОГО ДВУХКОНТУРНОГО ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ НА БАЗОВЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ <i>В.И.Гостев, А.Ю.Кардаков</i> 127	ГИБРИДНАЯ НЕЛИНЕЙНО ПРЕОБРАЗОВАННАЯ СИСТЕМА ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ <i>Е.Л.Еремин, Д.Г.Шевко</i> 142
НОВАЯ КОНЦЕПЦИЯ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УПРАВЛЯЕМЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ	ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ И ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ ТОЧНОГО КАНАЛА НА КАЧЕСТВО ИТЕРАЦИОННОЙ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ЭТАЛОННОЙ НАСТРОЙКОЙ <i>А.А.Худяев</i> 148
	АВТОРЫ НОМЕРА 157

І. РАДІОЕЛЕКТРОНІКА

УДК 621.391

УСКОРЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ АДДИТИВНОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

М.В.Андреев, О.О.Дробахин

Рассмотрено применение метода наименьших квадратов для решения задачи оценивания параметров аддитивной экспоненциальной модели, предложены ускоренные алгоритмы реализации данного метода, указан вид первой и второй производных целевой функции метода наименьших квадратов и проведено сравнение их точностных характеристик с другими методами.

Розглянуто застосування методу найменших квадратів для розв'язку задачі оцінювання параметрів адитивної експоненціальної моделі, запропоновані прискорені алгоритми реалізації даного методу, зазначений вигляд першої і другої похідних цільової функції методу найменших квадратів і проведено порівняння їх характеристик з іншими методами.

The application of least squares method for a solution of a problem of parameter estimation of additive exponential model was considered. The accelerated algorithms of this method were proposed. The analytical expressions for components of gradient vector and Hessian matrix of the objective function of least squares method were obtained. The comparison of the novel method and traditional methods was held.

ВВЕДЕНИЕ

Во многих задачах радиоэлектроники возникает проблема определения параметров аддитивной экспоненциальной модели. Эту проблему приходится решать, например, в различных задачах радиотехнических измерений: при многочастотной рефлектометрии передающих линий, в антенных измерениях, в неразрушающем контроле, при определении параметров слоистых структур по частотной зависимости коэффициента отражения и в некоторых других [1-5]. Для этих задач аддитивная экспоненциальная модель позволяет моделировать их различные свойства, например, характеристику отражения в передающей линии или от слоистой диэлектрической структуры и давать приемлемую физическую интерпретацию полученным значениям параметров данной модели.

Современная многочастотная рефлектометрия часто использует обратное преобразование Фурье от измеренных в частотной области данных для определения значений параметров аддитивной экспоненциальной модели. Однако способность такого подхода выполнить временное (пространственное) разделение близко расположенных друг к другу компонент ограничена по

критерию Релея инструментальным диапазоном качания частоты измерительной установки. Разрешение также отсутствует для неортогональных компонент вследствие наличия высоких боковых лепестков, ограниченности интервала наблюдения диапазоном постоянства (квазипостоянства) искомым параметром (времен запаздывания и амплитуд откликов), диапазоном когерентности сигнала и т.д. Эти ограничения, проявляющиеся при использовании преобразования Фурье, в некоторой степени можно ослабить, если для указанных целей использовать подгонку под измеренные данные модели в виде суммы неортогональных экспонент при помощи метода наименьших квадратов.

Однако использование метода наименьших квадратов для оценивания параметров аддитивной экспоненциальной модели предполагает решение сложной проблемы нахождения глобального максимума неунимодальной функции многих переменных, что требует значительных вычислительных ресурсов. В данной работе рассмотрены возможности ускорения данной процедуры, проанализированы точностные характеристики предложенных алгоритмов и проведено сравнение с другими известными методами.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть модель для анализируемого в частотной области сигнала представима в виде суммы экспонент:

$$x_M(\vec{r}, \vec{t}, \omega) = \sum_{m=1}^M r_m \cdot \exp + (-j\omega t_m), \quad (1)$$

где параметрами модели являются вектора амплитуд $\vec{r} = \{r_1, r_2, \dots, r_M\}$ и времен $\vec{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$. В случае задания сигнала в диапазоне $[\omega_1, \omega_N]$ на дискретной сетке частот $\omega_n = \omega_1 + (n-1)\Delta\omega$, $n=1, 2, \dots, N$ его можно записать:

$$\vec{x}_M(\vec{r}, \vec{t}) = \mathbf{E}\vec{r}, \quad (2)$$

где $\vec{x}_M = \{x_M(\omega_1), x_M(\omega_2), \dots, x_M(\omega_N)\}$, а элементы матрицы \mathbf{E} принимают вид:

$$E_{nm} = \exp(-j\omega_n t_m); n=1, 2, \dots, N; m=1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

Матрица \mathbf{E} является функцией вектора времен $\vec{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$.

Проблема определения параметров модели (2) по некоторым измеренным в частотной области данным $\vec{x} = \{x(\omega_1), x(\omega_2), \dots, x(\omega_N)\}$ является обратной задачей, которая может быть неустойчивой в силу того, что выбранная модель не вполне адекватна обрабатываемым данным при наличии измерительного шума и из-за ряда других причин. Поэтому, для получения устойчивого решения, позволяющего определить искомые параметры модели (2), необходимо использовать метод поиска квазирешения [5], основанный на подгонке выбранной модели (2) под измеренные данные методом наименьших квадратов. Суть метода квазирешения состоит в нахождении минимума целевой функции

$$\begin{aligned} \rho(\vec{r}, \vec{t}) &= \|\vec{x} - \vec{x}_M\|^2 = \|\vec{x} - \mathbf{E}\vec{r}\|^2 = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left| x_n - \sum_{m=1}^M r_m \exp(-j\omega_n t_m) \right|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

путем перебора по возможным значениям векторов параметров модели \vec{r} и \vec{t} .

Вектор амплитуд \vec{r} входит в модель (2) линейно и может быть исключен из рассмотрения за счет решения линейной задачи по поиску оптимальных амплитуд $\vec{r}_{\text{опт}} = \arg \min_{\vec{r} \in R^M} \|\vec{x} - \mathbf{E}\vec{r}\|^2$ и подстановки получаемого решения в исходную целевую функцию. Указанная линейная задача для данного случая имеет вид $\mathbf{E}^H \mathbf{E} \vec{r} = \mathbf{E}^H \vec{x}$ и может быть записана в новых обозначениях как

$$\mathbf{H} \vec{r} = \vec{G}, \quad (5)$$

где $\mathbf{H} = \mathbf{E}^H \mathbf{E}$ - матрица Грамма для экспонент, а вектор $G = \mathbf{E}^H \vec{x} = \{G(t_1), \dots, G(t_M)\}$ состоит из значений временного сигнала, соответствующего значениям $\{t_1, t_2, \dots, t_M\}$. Элементы матрицы \mathbf{H} определяются следующими выражениями ($k, m = 1, 2, \dots, M$):

$$\begin{aligned} H_{km} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp[j\omega_n (t_k - t_m)] = \\ &= \sin N \left[N, \frac{\Delta\omega}{2} (t_k - t_m) \right] \cdot \exp[j\omega_{\text{mid}} (t_k - t_m)], \end{aligned} \quad (6)$$

где $\omega_{\text{mid}} = \omega_1 + (N-1)\Delta\omega/2$ - средняя частота диапазона, на котором задан анализируемый сигнал, а функция $\text{sinc}(N, x) = \frac{\sin(N \cdot x)}{N \cdot \sin(x)}$ является дискретным

аналогом функции $\text{sinc}(x)$. Элементы вектора \vec{G} определяются в соответствии с выражением:

$$G_k = G(t_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \exp(j\omega_n t_k), k = 1, 2, \dots, M. \quad (7)$$

Подставляя значение оптимальных амплитуд

$$\vec{r}_{\text{опт}} = \mathbf{H}^{-1} \vec{G} \quad (8)$$

в целевую функцию (4), получаем новую целевую функцию меньшей размерности, которая зависит только от вектора времен:

$$\rho(\vec{t}) = \|\vec{x}\|^2 - \vec{G}^H \mathbf{H}^{-1} \vec{G}. \quad (9)$$

Учитывая вид вектора временного сигнала $\vec{G} = \mathbf{E}^H \vec{x}$, целевая функция (9) может быть переписана в виде:

$$\rho(\vec{t}) = \|\vec{x}\|^2 - \vec{x}^H \mathbf{P} \vec{x}, \quad (10)$$

где матрица $\mathbf{P} = \mathbf{E}(\mathbf{E}^H \mathbf{E})^{-1} \mathbf{E}^H$ является проектором на пространство сигнала, образованного базисом из столбцов матрицы \mathbf{E} , каждый из которых представляет собой отдельную экспоненту, заданную в дискретных точках ω_n для фиксированного времени t_m .

Глобальная минимизация целевой функции (9) с целью поиска квазирешения требует значительных вычислительных ресурсов и времени обработки, что делает затруднительным практическое применение данного подхода. Для преодоления указанной проблемы в [6] было предложено использовать алгоритм последовательного наращивания порядка модели, что позволяет перейти к использованию методов локальной оптимизации и значительно ускорить процесс поиска квазирешения. В [6] был использован метод поиска локального минимума нулевого порядка, а именно, симплексный метод деформируемого многогранника Нелдера-Мида. Еще более ускорить поиск квазирешения можно, если перейти к использованию методов локальной оптимизации первого и второго порядка, которые предполагают использование при поиске, кроме значений целевой функции, еще и значения первой и второй производных целевой функции. При этом желательно, чтобы эти значения определялись не численно, а при помощи аналитических выражений. Поэтому, для ускорения поиска квазирешения, были получены аналитические выражения для компонент вектора-градиента и матрицы Гессе, определяемых для целевой функции (9).

2 ПЕРВАЯ И ВТОРАЯ ПРОИЗВОДНЫЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Поскольку при заданном сигнале его норма является константой, минимизация целевой функции (10) полностью эквивалентна максимизации целевой функции вида:

$$\delta(\vec{t}) = \vec{x}^H \mathbf{P} \vec{x} = \vec{x}^H \mathbf{E} (\mathbf{E}^H \mathbf{E})^{-1} \mathbf{E}^H \vec{x} = \vec{G}^H \mathbf{H}^{-1} \vec{G}. \quad (11)$$

Производная этой целевой функции по местоположению t_m определяется как

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t_m} &= 2Re \left\{ \vec{G}^H \mathbf{H}^{-1} \frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} \right\} + \vec{G}^H \frac{\partial \mathbf{H}^{-1}}{\partial t_m} \vec{G} = \\ &= 2Re \left\{ \vec{G}^H \mathbf{H}^{-1} \frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} \right\} - \vec{G}^H \mathbf{H}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_m} \mathbf{H}^{-1} \vec{G}. \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая тот факт, что при вычислении целевой функции

$\delta = \vec{G}^H \mathbf{H}^{-1} \vec{G} = \vec{G}^H \vec{r}$ подразумевается принятие вектором амплитуд значений $\vec{r} = \vec{r}_{\text{опт}} = \mathbf{H}^{-1} \vec{G}$, производную целевой функции (12) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t_m} &= 2Re \left\{ \vec{r}^H \frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} \right\} + \vec{r}^H \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_m} \vec{r} = \\ &= 2Re \left\{ r_m^* G_m' - r_m^* \sum_{k=1}^M r_k \frac{\partial S(t_m - t_k)}{\partial t_m} \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} G_m' &= \frac{\partial G(t_m)}{\partial t_m} = \frac{j}{N} \sum_{n=1}^N x_n \omega_n \exp(j\omega_n t_m), \quad S(t_k - t_m) = \\ &= H_{km} = \sin N \left[N, \frac{\Delta\omega}{2} (t_k - t_m) \right] \cdot \exp[j\omega_{\text{mid}} (t_k - t_m)]. \end{aligned}$$

Производная функции $S(t)$ определяется как

$$\frac{\partial S(t)}{\partial t} = S(t) \left\{ j\omega_{\text{mid}} + \frac{\Delta\omega}{2} \left[N \text{ctg} \left(N \frac{\Delta\omega}{2} t \right) - \text{ctg} \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

В соответствии с (13) градиент целевой функции (11) может быть определен как

$$\nabla \delta(t_1, t_2, \dots, t_M) = \frac{\partial \delta}{\partial \vec{t}} = 2Re \left\{ \vec{r}^H \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{t}} \right\} - \vec{r}^H \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \vec{t}} \vec{r}, \quad (15)$$

где оператор взятия производной по вектору $\vec{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$, обозначаемый $\frac{\partial}{\partial \vec{t}}$, подразумевает

производную по каждой компоненте.

Выполняя дифференцирование (13) по t_k , вторую производную от целевой функции можно определить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t_k \partial t_m} &= 2Re \left\{ \frac{\partial \vec{r}^H}{\partial t_k} \frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} + \vec{r}^H \frac{\partial^2 \vec{G}}{\partial t_k \partial t_m} - \frac{\partial \vec{r}^H}{\partial t_k} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_m} \vec{r} \right\} - \\ &- \vec{r}^H \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t_k \partial t_m} \vec{r} = 2Re \left\{ \frac{\partial \vec{r}^H}{\partial t_k} \left(\frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_m} \vec{r} \right) + \vec{r}^H \frac{\partial^2 \vec{G}}{\partial t_k \partial t_m} \right\} - \\ &- \vec{r}^H \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t_k \partial t_m} \vec{r}. \end{aligned} \quad (16)$$

В это выражение входит производная от вектора оптимальных амплитуд по t_k , которая в свою очередь определяется следующим образом

$$\frac{\partial \vec{r}^H}{\partial t_k} = \frac{\partial}{\partial t_k} (\vec{G}^H \mathbf{H}^{-1}) = \left(\frac{\partial \vec{G}^H}{\partial t_k} - \vec{r}^H \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_k} \right) \mathbf{H}^{-1}. \quad (17)$$

Таким образом, подставляя (17) в (16), окончательно получаем вторую производную целевой функции в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t_k \partial t_m} &= 2Re \left\{ \left(\frac{\partial \vec{G}^H}{\partial t_k} - \vec{r}^H \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_k} \right) \mathbf{H}^{-1} \left(\frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_m} \vec{r} \right) + \right. \\ &+ \left. \vec{r}^H \frac{\partial^2 \vec{G}}{\partial t_k \partial t_m} \right\} - \vec{r}^H \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t_k \partial t_m} \vec{r}. \end{aligned} \quad (18)$$

Матрица вторых производных (матрица Гессе) целевой функции (11) может быть записана в виде:

$$\mathbf{Q} = 2Re \{ \mathbf{V}^H \mathbf{H}^{-1} \mathbf{V} + \mathbf{U} \}, \quad (19)$$

где \mathbf{U} - матрица размера $M \times M$, (km) -ый элемент которой определяется как

$$\begin{aligned} U_{km} &= \vec{r}^H \frac{\partial^2 \vec{G}}{\partial t_k \partial t_m} - \frac{1}{2} \vec{r}^H \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t_k \partial t_m} \vec{r} = \\ &= \begin{cases} r_k r_m^* \frac{\partial^2 S(t_m - t_k)}{\partial t_k \partial t_m}, & k \neq m, \\ r_m^* \frac{\partial^2 G(t_m)}{\partial t_m^2} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^M r_i r_m^* \frac{\partial^2 S(t_m - t_i)}{\partial t_m^2}, & k = m; \end{cases} \\ \frac{\partial^2 G(t_m)}{\partial t_m^2} &= -\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \omega_n^2 \exp(j\omega_n t_m); \end{aligned}$$

$\mathbf{V} = [\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_M]$ - матрица размера $M \times M$, образованная вектором-столбцом \vec{v}_m , который определяется как

$$\vec{v}_m = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_m} \vec{r} = \mathbf{H} \frac{\partial \vec{r}}{\partial t_m} = \frac{\partial (\vec{G} - \vec{G}_M)}{\partial t_m} =$$

$$= \begin{pmatrix} r_m \frac{\partial S(t_1 - t_m)}{\partial t_m} \\ r_m \frac{\partial S(t_2 - t_m)}{\partial t_m} \\ \dots \\ \frac{\partial G(t_m)}{\partial t_m} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^M r_k \frac{\partial S(t_m - t_k)}{\partial t_m^2} \\ \dots \\ r_m \frac{\partial S(t_M - t_m)}{\partial t_m} \end{pmatrix}, m = 1, 2, \dots, M;$$

$$\vec{G}_M = \{G_M(t_1), G_M(t_2), \dots, G_M(t_M)\}^T;$$

$$G_M(t_m) = \sum_{k=1}^M r_k S(t_2 - t_m), m = 1, 2, \dots, M.$$

Используя (14), вторую производную функции $S(t)$ можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 S(t)}{\partial t^2} = S(t) \left\{ j\omega_{\text{mid}} + \frac{\Delta\omega}{2} \left[N \text{ctg} \left(N \frac{\Delta\omega}{2} t \right) - \text{ctg} \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \right] \right\}^2 - \left(\frac{\Delta\omega}{2} \right)^2 \left[\frac{N^2}{\sin^2 \left(N \frac{\Delta\omega}{2} t \right)} - \frac{1}{\sin^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right)} \right].$$

Если предположить, что при вычислениях второй производной функции $S(t)$ будет известна ее первая производная, то для ускорения вычислений предпочтительней будет использовать следующее выражение для второй производной

$$\frac{\partial^2 S(t)}{\partial t^2} = \frac{\left[\frac{\partial S(t)}{\partial t} \right]^2}{S(t)} - \left[\frac{\Delta\omega}{2 \sin \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right)} \right]^2 \frac{1 - |S(t)|^2}{S(t)}. \quad (20)$$

Используя вспомогательные величины, введенные при определении матрицы Гессе, для упрощения и для ускорения вычислений преобразуем форму записи первой производной целевой функции:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t_m} = \text{Re} \left\{ \dot{r}^H \left[2 \frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t_m} \dot{r} \right] \right\} = \text{Re} \left\{ \dot{r}^H \left[\frac{\partial \vec{G}}{\partial t_m} + \dot{v}_m \right] \right\}. \quad (21)$$

Отсюда получаем выражение для градиента целевой функции в виде вектора-строки

$$\nabla \delta(t_1, t_2, \dots, t_M) = \text{Re} \left\{ \dot{r}^H \left[\frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \mathbf{V} \right] \right\}. \quad (22)$$

3 СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСКОРЕННОГО АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ АДДИТИВНОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

В работе было проведено сравнение различных реализаций ускоренного алгоритма оценивания параметров аддитивной экспоненциальной модели, использующих дополнительно информацию о значениях первой и второй производных целевой функции, с алгоритмом, использующим метод минимизации нулевого порядка, который не нуждается в информации относительно производных.

Все варианты алгоритмов строились на последовательном наращивании порядка модели [6], что позволяет использовать для поиска квазирешения стандартные методы локальной оптимизации. Алгоритмы отличались выбранным методом минимизации целевой функции и, соответственно, объемом использованной информации. В алгоритме, использующем только значения целевой функции (алгоритм 0), применялся симплексный метод деформируемого многогранника Нелдера-Мида (метод нулевого порядка). В алгоритме, использующем дополнительную информацию относительно значений первой производной целевой функции (алгоритм 1), применялся метод сопряженных градиентов. В алгоритме, использующем дополнительную информацию относительно значений первых и вторых производных целевой функции (алгоритм 2), применялся модифицированный метод Ньютона.

Сравнительный анализ алгоритмов проводился по их точностным характеристикам. Точностные характеристики анализируемых алгоритмов определялись по результатам оценивания параметров аддитивной экспоненциальной модели для 2500 испытаний тестового примера, в котором обрабатываемые данные вычислялись по формуле

$$x_n = \exp(-j2\pi \cdot n \cdot t_1) + \exp(-j2\pi \cdot n \cdot t_2) + \xi_n, \quad n = -50, -49, \dots, 49, 50, \quad (23)$$

где использовались параметры модели $t_1 = 0.3$, $t_2 = 0.8$, а

ξ_n - это независимые случайные гауссовские величины с

дисперсией вещественной и мнимой частей σ^2 и нулевым средним. По результатам оценивания для 2500 различных шумовых реализаций вычислялись средние значения

$\{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2\}$ и дисперсии $\{\sigma_{\tilde{t}_1}^2, \sigma_{\tilde{t}_2}^2\}$ оценок временных место-

положений $\vec{t} = \{t_1, t_2\}$. Для сравнительного анализа

алгоритмов вычислялся средний квадрат ошибки оценок временных местоположений

$$e_t^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 (\sigma_{\tilde{t}_m}^2 + |t_m - \tilde{t}_m|^2). \quad (24)$$

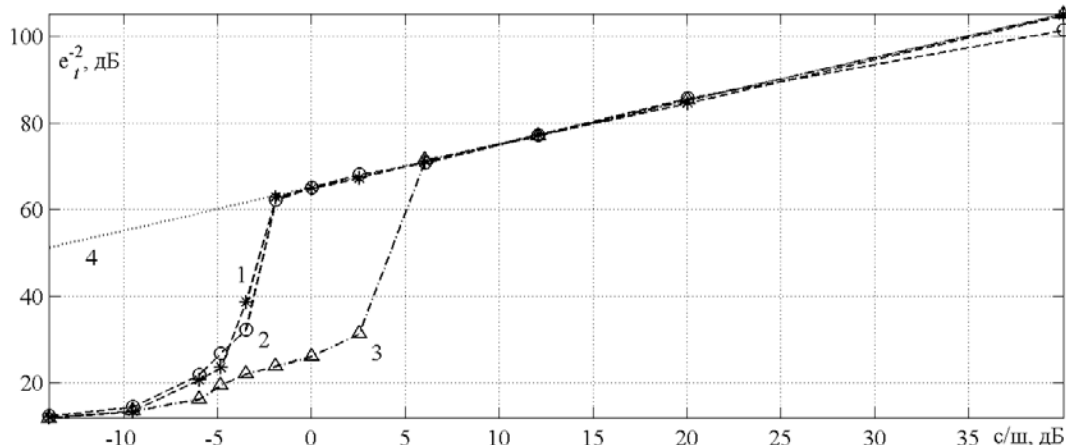


Рисунок 1 - Зависимость среднего квадрата ошибки оценок временных местоположений от отношения сигнал/шум для различных реализаций алгоритма (1 - алгоритм 0; 2 - алгоритм 1; 3 - алгоритм 2; 4 - границы дисперсии Крамера-Рао)

Полученные значения среднего квадрата ошибки оценок временных местоположений в зависимости от отношения сигнал/шум для различных реализаций алгоритма представлены на рисунке 1 (приведены зависимости значений $10\log(1/e_t^2)$ от отношения сигнал/шум). Для сопоставления полученных результатов с потенциальными возможностями оценивания параметров экспоненциальной модели для рассматриваемых уровней шума на рисунке 1 дополнительно приведены минимальные границы дисперсии Крамера-Рао σ_{CR}^2 (приведен график зависимости значения $10\log(1/e_{CR}^2)$ от отношения сигнал/шум), которые вычислялись для полного набора сигнальных параметров, используемых в целевой функции (9), по формулам, приведенным в [7]. Видно, что качество работы алгоритмов характеризуется

величиной отношения сигнал/шум $Q_{пор}$, при котором происходит резкое отклонение кривой от границы Крамера-Рао. Алгоритмы, использующие методы минимизации нулевого и первого порядка, позволяют достичь примерно равных величин $Q_{пор} = -3$ дБ, в то время, как алгоритм, использующий метод второго порядка, позволяет достичь $Q_{пор} = 3$ дБ.

Степень получаемого ускорения процесса получения оценок параметров модели (2) можно оценить по временному интервалу, затраченному на получения оценок параметров модельного сигнала (23) для всех используемых реализаций сигнала. Зависимость указанных значений для различных реализаций алгоритма от размерности анализируемого сигнала N представлена на рисунке 2. Как видно, использование алгоритмов 1 и 2 позволяет добиться ускорение более, чем в 3 раза.

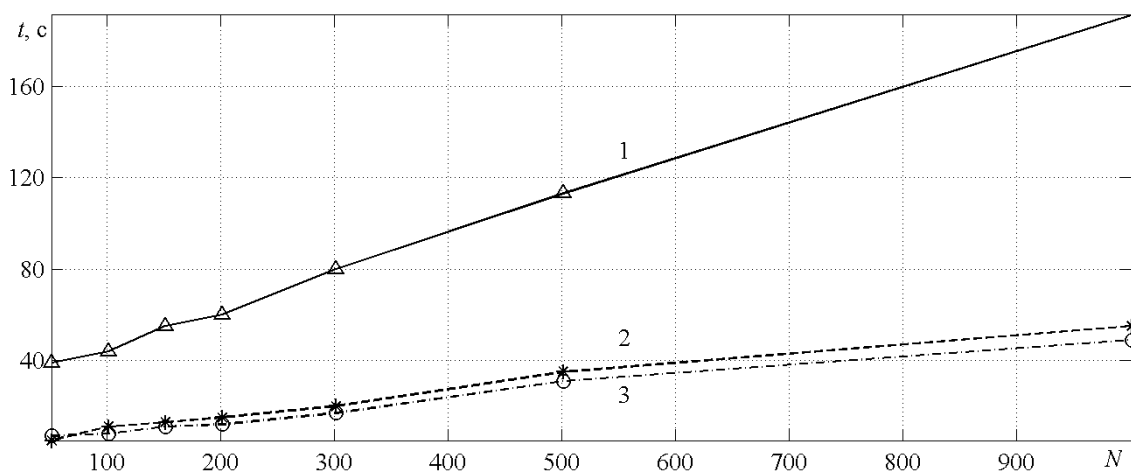


Рисунок 2 - Затраченное время на получение оценок параметров модели для всех используемых реализаций сигнала (2500) для различных реализаций алгоритма (1 - алгоритм 0; 2 - алгоритм 1; 3 - алгоритм 2) в зависимости от размерности анализируемого сигнала

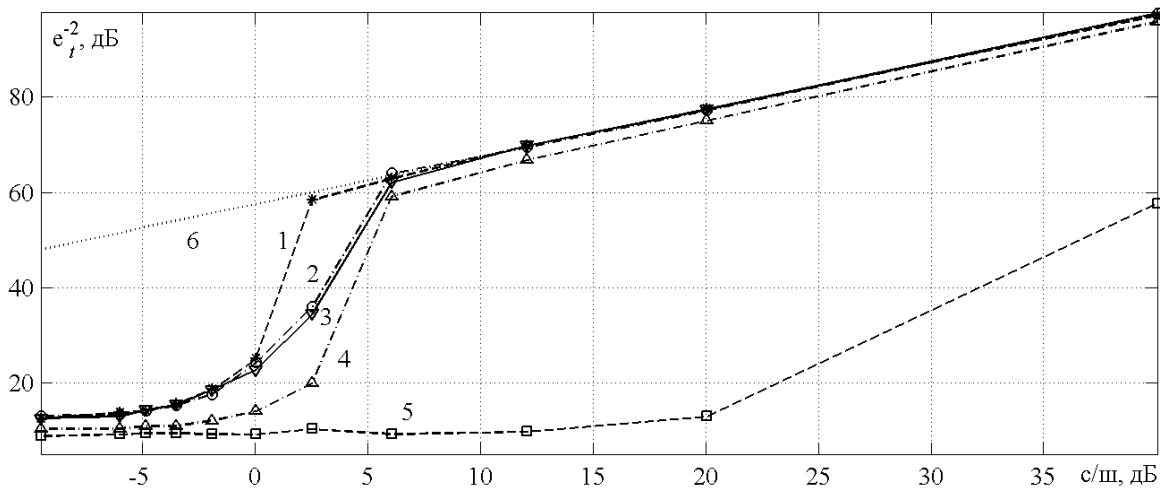


Рисунок 3 - Зависимость среднего квадрата ошибки оценок временных местоположений от отношения сигнал/шум для различных алгоритмов (1 - алгоритм 0; 2 - алгоритм 1; 3 - алгоритм 2; 4 - метод пучка матриц; 5 - метод Прони; 6 - границы дисперсии Крамера-Рао)

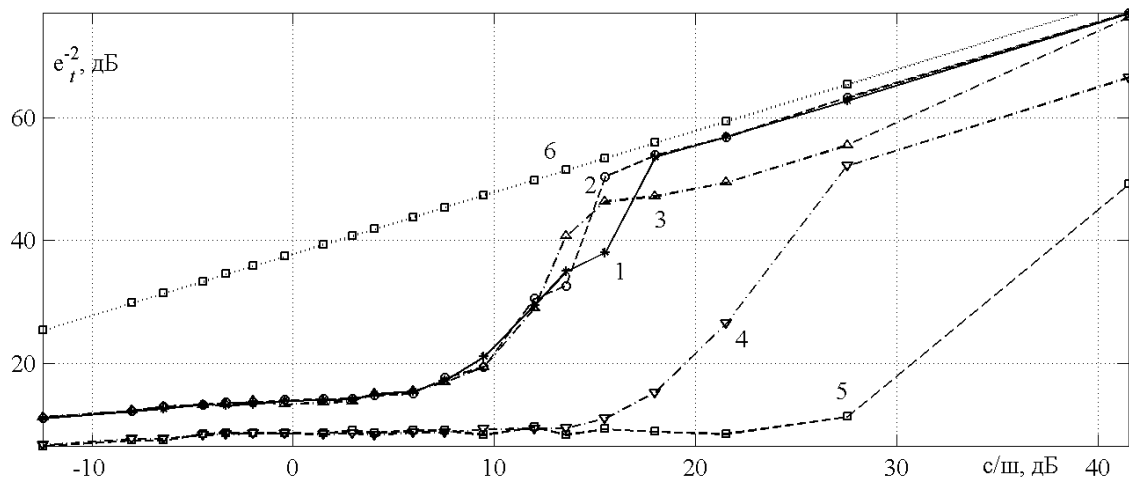


Рисунок 4 - Зависимость среднего квадрата ошибки оценок временных местоположений от отношения сигнал/шум для тестового примера из [8] (1 - алгоритм 0; 2 - алгоритм 1; 3 - алгоритм 2; 4 - метод пучка матриц; 5 - метод Прони; 6 - границы дисперсии Крамера-Рао)

Для данных, вычисляемых по формуле (23), разделение спектральных компонент можно выполнять и при помощи преобразования Фурье, поскольку $\|t_2 - t_1\| > 1/N$. Поэтому аналогичный сравнительный анализ алгоритмов был проведен и для случая $\|t_2 - t_1\| \approx (1/N)$. При этом обрабатываемые данные вычислялись по той же формуле (23), но с другим значением параметра t_2 , равным 0.31. Дополнительно по этим данным было проведено сравнение рассмотренных алгоритмов с известными методами (с методом пучка матриц и методом Прони). Результаты сравнения представлены на рисунке 3, которые демонстрируют преимущество рассмотренных алгоритмов над известными.

Чтобы обеспечить возможность проведения сравнений с

точностными характеристиками других методов, описанных в [1,8-10] и в некоторых других источниках, были определены точностные характеристики рассмотренных алгоритмов для классического тестового примера из [8]:

$$x_n = \exp(-j2\pi \cdot n \cdot 0,5) + \exp(-j2\pi \cdot n \cdot 0,52 + j\pi/4) + \xi_n, \\ n = 1, 2, \dots, 25.$$

Полученные результаты представлены на рисунке 4.

Таким образом, проведенный анализ показал, что рассмотренные ускоренные алгоритмы оценивания параметров аддитивной экспоненциальной модели имеют не худшие точностные характеристики, чем другие методы, но при этом имеют в несколько раз более высокую скорость работы.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Vanhamme H. High resolution frequency-domain reflectometry// IEEE Trans. Instrument. Measur. - 1990. - Vol. IM-39. - No. 2. - pp. 369-375.
2. Maricevic Z. A., Sarkar T. K., Hua Y., Djordjevic A. R. Time-domain measurements with Hewlett-Packard network analyzer HP8510 using the matrix pencil method//IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1991, Vol. MTT-39. - No. 3. - pp. 538-547.
3. Апресян Л. А., Караваев В. В., Молодцов В. С. Сравнение алгоритмов параметрического спектрального анализа применительно к пеленгации источников антенной решеткой// Радиотехника и электроника, 1997. - Том 42. - № 1. - С. 82-85.
4. Hua Y., Sarkar T. K. Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response// IEEE Trans. Antennas and Propagation. - 1989. - Vol. AP-37. - No. 2. - pp. 229-234.
5. Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О. Применение концепции квазиразрешения для оценки параметров многослойных диэлектрических структур по характеристике отражения, измеренной на сетке дискретных частот// Дефектоскопия. - 1996. - № 9. - С. 47-60.
6. Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О. О реализации метода квазиразрешения при определении параметров слоев диэлектрических слоистых структур//Дефектоскопия. - 1996, № 9. - С. 61-72.
7. Андреев М.В. Предельная разрешающая способность многочастотного радиоволнового метода определения параметров слоистых диэлектрических структур//Вісник Дніпропетровського університету. Фізика. Радіоелектроніка. - Вип. 6. - 2000. - С. 121-128.
8. Тафтс Д. У., Кумаресан Р. Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнимая по эффективности с методом максимального правдоподобия//ТІИЭР. - 1982. - Т. 70. - № 9. - С. 77-94.
9. Скляр В. М. Оценивание частот суммы синусоид// Радиотехника и электроника. - 1991. - № 4. - С. 746-755.
10. Bresler Y., Macovski A. Exact maximum likelihood parameter estimation of superimposed exponential signals in noise. - IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Proc. - 1986. - Vol. ASSP-34. - No. 5. - pp. 1081-1089.

УДК 538.3

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПУЧКА МАТРИЦ

М.В.Андреев, О.О.Дробахин, А.Г.Новомлинов, В.Г.Короткая, А.В.Сазонов

Для решения одномерной обратной задачи в радиофизике используется метод Гельфанда-Левитана, основным преимуществом которого является то, что он работает в случае многих переотражений. Недостаток этого метода заключается в том, что когда пики отражения не имеют форму d-импульсов, то использование этого метода не дает хороших результатов. Существует возможность улучшения этого метода за счет использования для перехода из частотной области во временную методов спектрального параметрического анализа.

Для рішення одновимірної оберненої задачі у радіофізиці використовується метод Гельфанда-Левітана, основною перевагою якого є те, що він працює у випадку багатьох відбиттів. Недоліком цього методу є те, що коли піки відбиття не мають форму d-імпульсів, то використання цього методу не дає гарних результатів. Існує можливість покращити цей метод за рахунок використання методів спектрального параметричного аналізу замість ретворення Фур'є для переходу із частотної області у часову.

The Gelfand-Levitan method is used for solving 1-d inverse problem in radiophysics. Its basic advantage consists of that it works in case of multiple reflections. Its lack is that the using of this method gives bad results when pinks of reflection are not d-pulses. There is an opportunity of improving this method by using of the spectral parametric analysis methods instead of Fourier transform.

ВВЕДЕНИЕ

Одномерная обратная задача для слоистой диэлектрической структуры при наличии информации об отраженной волне является одной из основных задач радиофизики. Ее решение позволяет восстановить профиль диэлектрической проницаемости слоистой

структуры. Для случая, когда переотражениями в структуре можно пренебречь, положительный результат может быть достигнут на основе проведения цифрового спектрального анализа данных измерений характеристики отражения в полосе частот [1,2]. Одним из наиболее мощных средств решения этой задачи является метод Гельфанда-Левитана [3]. Входными данными для метода являются отсчеты временной рефлектограммы, полученной в результате зондирования структуры коротким импульсом. Метод позволяет восстанавливать как непрерывный, так и ступенчатый профиль диэлектрической проницаемости. Таким образом, метод применим для дискретных слоистых структур, т.е. многослойных диэлектрических структур, состоящих из n слоев (рис. 1), имеющих значения относительной диэлектрической проницаемости сред $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ и толщины d_1, d_2, \dots, d_n соответственно; ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость воздуха.

В отличие от метода [2], метод Гельфанда-Левитана сохраняет свою работоспособность для случая больших значений диэлектрической проницаемости, когда невозможно пренебречь наличием переотражений между границами слоев. Особо следует отметить возможность восстановления профиля для случая равных электрических толщин слоев, когда пики временного сигнала, соответствующие переотражениям в верхнем слое, налагаются на пики, соответствующие отражениям в нижнем слое. С точки зрения технической реализации метода в СВЧ диапазоне целесообразно проводить измерения в частотной области с последующим синтезированием временного отклика.

МЕТОД ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА

Суть метода Гельфанда-Левитана заключается в последовательном исключении вклада в общий отраженный сигнал отражений и переотражений в слоях, верхних по отношению к направлению падающей волны. Для этой цели необходимо для структуры, состоящей из k верхних слоев, решить относительно неизвестной функции $K(k, 2j-k)$ систему линейных алгебраических уравнений с коэффициентами, использующими значения отсчетов отраженного временного сигнала R_i [1]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & R_0 \\ 0 & R_0 & \dots & R_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_0 & R_1 & \dots & R_{k-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} K(k, 2-k) \\ K(k, 4-k) \\ \dots \\ K(k, k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_0 \\ -R_1 \\ \dots \\ -R_{k-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

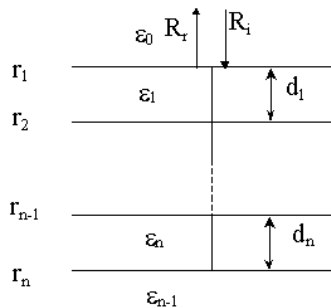


Рисунок 1 - Геометрическая модель слоистой структуры

Значение коэффициента отражения Френеля r_{k-1} на верхней границе $(k-1)$ слоя получают в результате подстановки найденного из (1) значения $K(k, k)$ в формулу

$$r_{k-1} = \frac{1}{\prod_{i=0}^{k-2} (1 - r_i^2)(1 + K(k, k))} - 1 \quad (2)$$

Восстановление диэлектрической проницаемости осуществляется по формуле

$$\epsilon_i = \epsilon_{i-1} \left(\frac{1 - r_{i-1}}{1 + r_{i-1}} \right)^2 \quad (3)$$

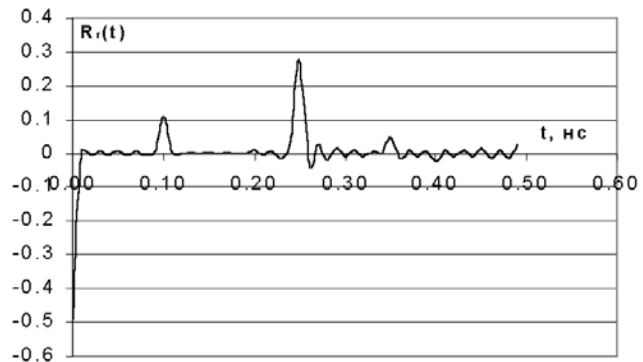
Проиллюстрируем работу алгоритма для двухслойной структуры с параметрами слоев: диэлектрическая проницаемость сред $\epsilon_1 = 9$ и $\epsilon_2 = 5$, значения толщины $d_1 = 1$ и $d_2 = 2$ см, соответственно. Временной отклик слоистой структуры был рассчитан путем применения алгоритма быстрого дискретного преобразования Фурье к данным расчета частотной зависимости коэффициента отражения, расчет последней был произведен в плосковолновом приближении в соответствии с известным выражением [4]

$$R(\omega) = \frac{r_1 + r_2 \exp\left(-j2\frac{\omega}{c}d\sqrt{\epsilon}\right)}{1 + r_1 r_2 \exp\left(-j2\frac{\omega}{c}d\sqrt{\epsilon}\right)} = \frac{r_1 + r_2 \exp(-j2\omega\tau)}{1 + r_1 r_2 \exp(-j2\omega\tau)}, \quad (4)$$

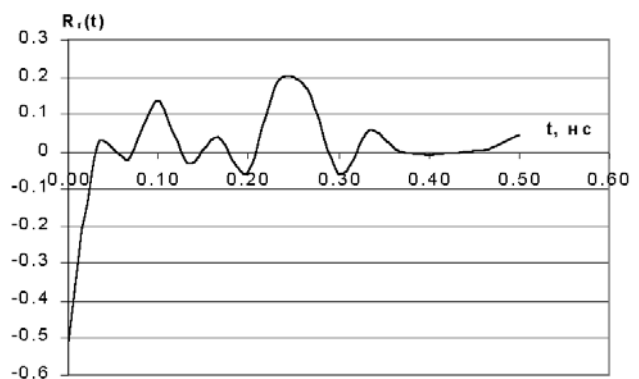
где τ - значение времени появления отражения, c - скорость света в вакууме.

Было рассмотрено два случая, отличающиеся шириной полосы частот исследования: с шагом дискретизации по частоте был выбран $\Delta f_1 = 0.499$ ГГц и $\Delta f_2 = 0.15$ ГГц, соответственно. Число отсчетов в частотной области в обоих случаях составило $N = 50$. Ширина полосы частот, соответственно, для первого случая составляла 24.45 ГГц и для второго - 7.25 ГГц.

На рис. 2 приведены временные сигналы, полученные с помощью преобразования Фурье. На рис. 2а пики, соответствующие отражениям от границ раздела слоев и переотражениям, имеют вид, близкий к форме δ -импульсов. Во втором случае ширина полосы частот недостаточна для формирования импульсов указанной формы.

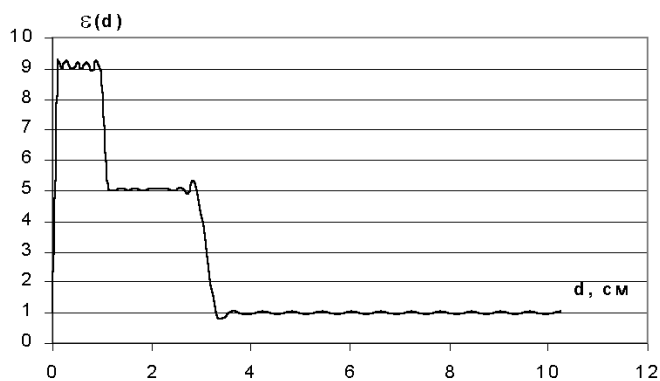


а)

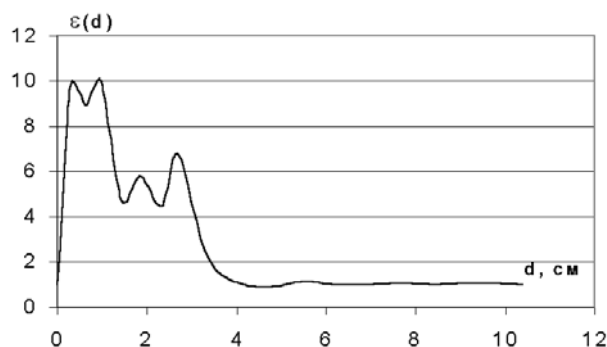


б)

Рисунок 2 - График временной зависимости сигнала, отраженного от двухслойной структуры, имеющей параметры: $d_1 = 1, d_2 = 2$ см, $\epsilon_1 = 9, \epsilon_2 = 5$, полученного с помощью дискретного преобразования Фурье при $N = 50$ и а - $f_1 = 0.499$ ГГц, б - $f_2 = 0.15$ ГГц



а)



б)

Рисунок 3 - Профиль диэлектрической проницаемости, восстановленный с помощью метода Гельфанда-Левитана из временного сигнала, синтезированного с помощью преобразования Фурье

Результаты восстановления профиля диэлектрической проницаемости методом Гельфанда-Левитана приведены на рис.3. Шаг дискретизации по оси абсцисс связан с шагом дискретизации по времени и частоте следующим соотношением

$$\Delta x = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon}} \Delta t = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon} \cdot \Delta F} = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon}(\Delta f \cdot N)}, \quad (5)$$

что позволяет получить профиль диэлектрической проницаемости как функцию от геометрической толщины.

Благодаря тому, что форма пиков отражения почти δ -образная, профиль диэлектрической проницаемости, восстановленный методом Гельфанда-Левитана, имеет хорошую точность (рис.3,а). Погрешность восстановления значения диэлектрической проницаемости для материала первого слоя не превосходила 0,239 (2,65 %), для второго слоя - 0,117 (2,34 %). На рис. 3б показан тот же профиль, но восстановленный по временному сигналу, приведенному на рис.2,б. В последнем случае максимальная погрешность восстановления значения диэлектрической проницаемости составила для первого слоя - 1,002 (11,13

%), для второго - 1,739 (34,78 %), соответственно. Хотя уже и для первых данных наблюдались незначительные осцилляции в восстановленных значениях диэлектрической проницаемости, для вторых данных это явление приобретает катастрофический характер. Причиной появления осцилляций являются боковые лепестки

функции $\frac{\sin x}{x}$. Перемена знака в боковых лепестках

функции интерпретируется программой как попеременное возрастание и убывание значения диэлектрической проницаемости. Традиционный путь устранения осцилляций во временном сигнале, состоящий в применении весовых функций в частотной области, в данном случае приводит к еще более катастрофическим результатам. Весовая обработка влечет расширение основного пика, и отсчеты временного сигнала, соседние с максимальным значением, интерпретируются как дальнейшее наращивание значения диэлектрической проницаемости вместо поддержания значения постоянным.

Параметрические методы спектрального анализа обеспечивают получение d -подобных пиков временного сигнала при спектральном анализе частотной зависимости, заданной в полосе частот конечной ширины. Таким образом, применение для перехода из частотной во временную область вместо дискретного преобразования Фурье методов параметрического спектрального анализа позволяет избежать недостатков традиционной реализации метода Гельфанда-Левитана.

МЕТОД ПУЧКА МАТРИЦ

Одним из наиболее перспективных методов параметрического спектрального анализа является метод пучка матриц [5]. Этот метод менее требователен к выбору шага дискретизации во временной области Δt и более устойчив к наличию шума, чем метод Прони, который является более традиционным методом параметрического спектрального анализа. Применимость методов параметрического спектрального анализа базируется на возможности представления частотной зависимости коэффициента отражения (4) в виде взвешенной суммы экспоненциальных компонент

$$R(\omega) = \sum_{k=1}^{M} a_k \exp(-j\omega t_k), \quad (6)$$

где a_k и t_k амплитуды и местоположения пиков временного сигнала.

При изложении алгоритма метода пучка матриц будем следовать работе [5]. Выберем "информационные" векторы Y_0, Y_1, \dots, Y_L , где

$$Y_i = [R_i, R_{i+1}, \dots, R_{i+N-L-1}]^T. \quad (7)$$

Индекс T означает транспонирование матрицы. Основываясь на этих векторах, определим матрицы Y_1 и Y_2 следующим образом:

$$Y_1 = [y_0, y_1, \dots, y_{L-1}], \quad (8)$$

$$Y_2 = [y_1, y_2, \dots, y_L]. \quad (9)$$

Если $M \leq L \leq N - M$, то показатели экспонент $\{t_k: k = 1, \dots, M\}$ - являются собственными значениями пучка матрицы $Y_2 - tY_1$. Существуют векторы $\{p_i: i = 1, \dots, M\}$, такие, что

$$Y_1^+ Y_1 p_i = p_i \quad (10)$$

и

$$Y_1^+ Y_2 p_i = z_i p_i. \quad (11)$$

p_i называются собственными векторами $Y_1 - tY_2$. Для вычисления псевдоинверсии Y_1^+ , можно использовать разложение по сингулярным значениям Y_1 :

$$Y_1 = \sum_{i=1, M} \sigma_i u_i v_i^H = U D V^H, \quad (12)$$

$$Y_1^+ = V D^{-1} U^H, \quad (13)$$

где $U = [u_1, \dots, u_M]$; $V = [v_1, \dots, v_M]$ и $D = \text{diag}[s_1, \dots, s_M]$. Индекс H означает эрмитово сопряжение, U и V - матрицы левых и правых сингулярных векторов, соответственно. Окончательно можно получить

$$(Z - t_k I) z_k = 0, \quad (14)$$

где $k = 1, \dots, M$ и

$$Z = D^{-1} U^H Y_2 V_1, \quad (15)$$

$$\text{а } z_k = V^H p_k. \quad (16)$$

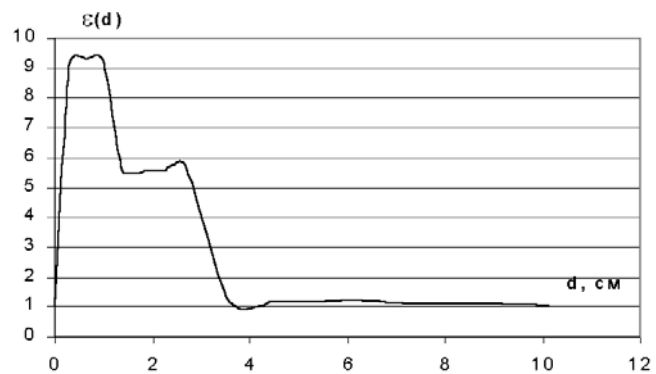
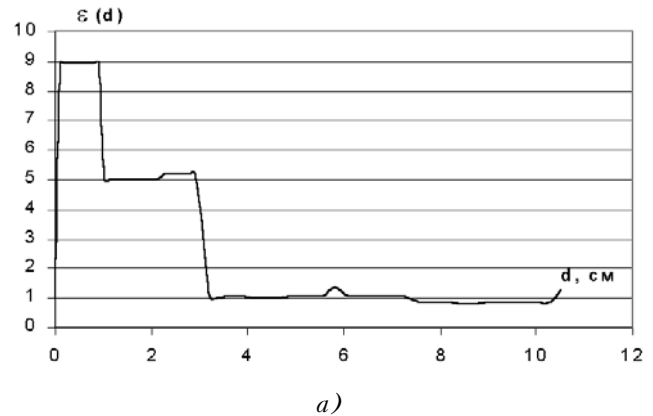
Необходимо отметить, что Z является матрицей размера $M \times M$, а t_k и z_k являются соответственно собственными значениями и собственными векторами матрицы Z .

Если $L=M$, разложение по сингулярным значениям для Y_1 не нужно, и $\{t_i: i = 1, \dots, M\}$ являются собственными значениями матрицы $(Y_1^H Y_1)^{-1} Y_1^H Y_2$ размера $M \times M$, которая получена подстановкой $Y_1^+ = (Y_1^H Y_1)^{-1} Y_1^H$ в (11) для $L = M$.

Амплитуды a_k при известных значениях t_k рассчитываются традиционным методом наименьших квадратов.

На рис. 4 показан восстановленный профиль диэлектрической проницаемости, полученный с использованием обобщенного метода пучка матриц для перехода из частотной области во временную. Для случая большой ширины полосы частот (рис.4а) точность результатов, полученных с применением этого подхода, практически совпадает с точностью результатов, полученных методом Гельфанда-Левитана при анализе временного сигнала, рассчитанного с помощью дискретного преобразования Фурье. Погрешность восстановления не превосходила 0,081

(0,9 %) - для первого слоя и 0,024 (0,48 %) - для второго.



б)

Рисунок 4 - Профиль диэлектрической проницаемости, восстановленный с помощью метода Гельфанда-Левитана из временного сигнала, синтезированного с помощью метода пучка матриц

Для узкополосных данных преимущества преобразования из частотной во временную область с помощью обобщенного метода пучка матриц с последующим применением метода Гельфанда-Левитана очевидны (рис. 4,б). В этом случае погрешность восстановления значения диэлектрической проницаемости не превосходила 0,291 (3,23 %) - для первого слоя и 0,76 (15,2 %) - для второго.

ВЫВОДЫ

Результаты численного моделирования позволяют сделать вывод, что метод Гельфанда-Левитана наиболее прост в реализации, если временная характеристика получена с помощью преобразования Фурье экспериментальных или численных данных, полученных в частотной области. Этот способ является более экономичным в отношении вычислительных затрат, но он работает адекватно, если полоса частот выбрана таким образом, чтобы пики отражения имели δ -образный вид и не перекрывались. На практике эти условия трудно удовлетворить, если слои имеют разную толщину. Методы

спектрального параметрического анализа позволяют решить эту проблему.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. H.Vanhamme, "High resolution frequency-domain reflectometry", IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, Vol.39, No. 2, pp.369-375, Apr.1990.
2. M.V.Andreev, V.F.Borulko, O.O.Drobakhin, "One-dimensional

Inverse Problem Solution for Multilayered Dielectric Structures Using Least-Square Spectral Estimation Method", Proc. of the 1995 URSI Int. Symp. on Electromagnetic Theory, St.Petersburg, Russia, May 23-26, 1995, pp. 148-151.

3. K. Aki, P. G. Richards, "Quantitative seismology. Theory and methods", W. H. Freeman and Company, 1980.
4. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973. - 343 с.
5. Y.Hua, T.K.Sarkar, "Generalized Pencil-of-Function Method for Extracting Poles of an EM System from Its Transient Response", IEEE Trans. Antennas and Propag, Vol. AP-37, No. 2, pp. 229-233., Feb. 1989.

УДК 537.86

МЕТОД РАСЧЕТА ИМПЕДАНСА ИНТЕГРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛОСОК ДЛЯ ВОЛН ВЫСШИХ ТИПОВ

Т.И.Бугрова, В.М.Морозов, В.С.Кабак, Е.И.Бугров

Рассматривается электродинамическая модель системы металлических лент, симметрично нанесенных на обе стороны экранированной тонкой диэлектрической пластины. Граничные условия устанавливаются с помощью классической матрицы сопротивлений. Исследуется зависимость реактивной составляющей полного импеданса полосок и коэффициента преобразования волн пластины в волны структуры от геометрических и электрофизических параметров. Выполнена аппроксимация импеданса мероморфной и трансцендентной функциями.

Розглядається електродинамічна імпедансна модель системи металічних смужок, що нанесені симетрично на обидва боки тонкої діелектричної пластини. Граничні умови встановлені за допомогою класичної матриці опорів. Досліджується залежність реактивного імпедансу смужок та коефіцієнта перетворення хвиль від геометричних та електрофізичних параметрів структури. Знайдено параметри наближення при апроксимації імпедансу смужок мероморфною та трансцендентною функціями.

The electrodynamic impedance model for the set of infinite conductive metallic strips placed symmetrically on the both sides of the dielectric slab is considered. Boundary conditions have been formulated by classic resistance matrix. The behaviour of image part of the strips whole impedance and converting factor variance via dimensions and dielectric permittivity are investigated. The approximation of impedance by analytical and transcendent functions were proposed.

ВВЕДЕНИЕ

В СВЧ интегральной технике часто используются структуры, в состав которых входят металлические полоски, нанесенные по обеим сторонам экранированной диэлектрической пластины (рис.1).

Такие структуры могут входить в состав направленных ответвителей, систем распределения (суммирования) мощности в приемо-излучающих антенных решетках или использоваться как элементы антенн вытекающих волн или интегральных линзовых антенн. В связи с этим определенный интерес вызывает их моделирование путем решения краевой задачи для дальних полей (H и E волн). Кроме H_1 и E_2 волн, в структуре на рис. 1 в окрестности

полосок возбуждаются реактивные волны, а также T -волны между полосками и экранами. Все они (кроме T -волн) экспоненциально затухают при удалении от полосок и формируют ближнее поле. Пренебрежение им может привести к существенным ошибкам при определении суммарной мощности, переносимой вдоль полосок, а значит, и при определении волнового сопротивления основных волн, направленности многоплечих устройств, потерь в них и т.п. Один из способов анализа структур с подобной геометрией - метод эффективной диэлектрической проницаемости, широко используемый для объемных диэлектрических структур [1]. В настоящем случае он не позволяет учесть продольные компоненты поля. Этого недостатка лишен метод бианизотропной среды [2]. Но анализ структуры из узких металлических полосок и полубесконечных металлизаций этим методом является непростой задачей. Наиболее подходящим для решения рассматриваемой задачи представляется метод, в котором связь продольных компонент поля осуществляется через граничные условия, когда сечение, в котором они формулируются, совпадает с реальной границей, разделяющей разные по свойствам интегральные структуры.

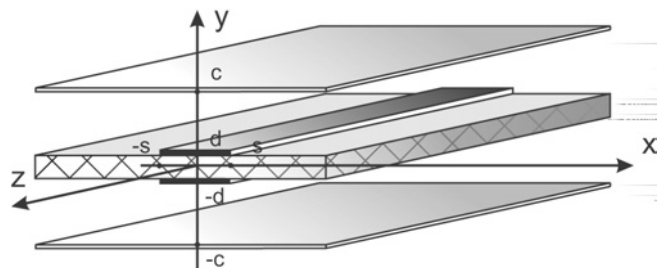


Рисунок 1 - Геометрия задачи

1 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Запишем нелокальное граничное условие для векторов

напряжений и токов на полосках для областей 1,2 (соответственно $|y| < d$ и $c > |y| > d$) $\overline{V_{1,2}}$ и $\overline{I_{1,2}}$ [3]:

$$V_{\tau}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} Z(z-z')\tilde{I}_{\tau}(z')dz', \quad (1)$$

$$\text{где } Z(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z(\beta)e^{-j\beta z}d\beta. \quad (2)$$

Основным неоднородным плоским H_1 и E_2 - волнам экранированной диэлектрической пластины поставим в соответствие плоские однородные H и E - волны, распространяющиеся в анизотропной среде. При этом эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды в продольных направлениях равны соответственно V_h^2 и V_e^2 . Таким образом, волны одного типа в реальной и смоделированной структуре будут иметь одинаковые постоянные распространения.

Граничные условия (1) примут вид:

$$\begin{cases} E_{z1} = jX_{11}(H_{y2} - H_{y1}) + r_{12}(H_{z1} - H_{z2}); E_{z2} = E_{z1}, \\ E_{y1} = jX_{22}(H_{z1} - H_{z2}) + r_{12}(H_{y2} - H_{y1}); E_{y2} = E_{y1}. \end{cases} \quad (3)$$

Из второго уравнения системы (3) выразим разность Z - компонент магнитного поля и подставим в первое уравнение этой системы:

$$\begin{cases} H_{z1} - H_{z2} = \frac{E_{y1}}{jX_{22}} - j\eta(H_{y2} - H_{y1}); E_{y2} = E_{y1}, \\ jX_c(H_{y2} - H_{y1}) = E_{z1} + j\eta E_{y1}; E_{z2} = E_{z1}, \end{cases} \quad (4)$$

где $X_c = X_{11} - \frac{r_{12}^2}{X_{22}}$; $\eta = \frac{r_{12}}{X_{22}}$.

Матрица импедансов Z может быть получена из матрицы рассеяния S с помощью известных соотношений [4], однако аналитическое обращение матрицы S трудоемко. Поэтому для отыскания связи между коэффициентами отражения R_{ij} , прохождения T_{ij} и импедансами волн Z_{ij} воспользуемся результатами решения следующей модельной задачи.

Рассмотрим дифракцию однородной плоской H_1 - волны, удовлетворяющей уравнениям (3), на полупрозрачной импедансной границе, на которой выполняется условие (4). Потребуем, чтобы полученные при этом коэффициенты отражения, прохождения и преобразования во всем диапазоне частот и углов падения были равны таким же коэффициентам, найденным при исследовании дифракции H_1 - волны пластины на узких идеально проводящих полосках. Этим самым мы обеспечим эквивалентность модели и реальной структуры не только с точки зрения коэффициентов замедления волн, но и распределения энергии в дальней зоне.

Пара независимых уравнений Гельмгольца для H и E - волн, соответственно, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon_{xx} H_y &= 0, \\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 \mu_{xx} E_y &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решения этих уравнений имеют следующие зависимости от продольных координат:

$$H_y \approx e^{j\beta z - j\chi_h x}, \quad E_y \approx e^{j\beta z - j\chi_e x}. \quad (6)$$

Заметим, что волновые числа вдоль оси z у обеих волн одинаковы, так что легко показать, что лишь в этом случае будет происходить их взаимодействие.

Компоненты полей в областях 1 и 2 выражаются через комплексную амплитуду падающей волны следующим образом:

$$\begin{aligned} H_{y1} &= (1 + R_{hh})H_{yn}, \quad H_{y2} = T_{hh}H_{yn}, \\ E_{z1} &= -\frac{\chi_h}{\omega\epsilon_0}(1 - R_{hh})H_{yn}, \quad E_{z2} = -\frac{\chi_h}{\omega\epsilon_0}T_{hh}H_{yn}, \\ E_{y1} &= R_{he}H_{yn}, \quad E_{y2} = T_{he}H_{yn}, \quad H_{z1} = -\frac{\beta}{\omega\mu_0}R_{he}H_{yn}, \\ H_{z2} &= -\frac{\beta}{\omega\mu_0}T_{he}H_{yn}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставив (7) в (4), получаем:

$$X_c = \frac{W_0}{2} \left(\frac{\sqrt{V_h^2 - V^2} (1 - R_{hh})}{V_h^2 R_{hh}} - \frac{\eta^2 V_e^2}{\sqrt{V_e^2 - V^2}} \right), \quad (8)$$

$$\eta = V\eta_s, \quad (9)$$

$$\eta_s^2 = \frac{\sqrt{V_h^2 - V_e^2}}{V_h^2 V_e^2} \lim_{V \rightarrow V_e - 0} \frac{\sqrt{V_e^2 - V^2}}{R_{hh}}, \quad (10)$$

или, раскрывая предел,

$$\eta_s^2 = \frac{1}{V_e^4} \frac{\Psi(\chi_e)H_1'(\chi_h)J_0^2(\chi_e S)}{V_e^4 \Psi(\chi_h)E_2'(\chi_h)J_0^2(\chi_h S)}, \quad (11)$$

где Ψ , H_1 , E_2 - функции Грина экранированной диэлектрической пластины [1];

$$H_1' = \frac{\partial H_1}{\partial \chi^2}, \quad E_2' = \frac{\partial E_2}{\partial \chi^2}, \quad \chi_{h,e} = \sqrt{\beta_{h,e}^2 - \beta^2},$$

J_0 - функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

2 ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ИМПЕДАНСА ПОЛОСОК

Вычисления показали, что в широком диапазоне изменения параметров падающей волны условие

$$\left| \frac{R_{he}}{X_{22}} \right| \ll |\eta_s R_{hh}| \quad (12)$$

выполняется правильно, поэтому при выводе (8)-(11) величиной, стоящей в левой части условия (12), пренебрегаем.

Рассмотрим физический смысл полученных соотношений. Первое слагаемое в правой части (8) представляет собой элемент jX_{11} матрицы Z . Как и следовало ожидать, оно ничем не отличается от выражения для импеданса узкой полоски, характеризующего только отражение H_1 - волны пластины. Преобразование H_1 в E_2 - волну пластины учтено во втором слагаемом (8), которое играет заметную роль лишь вблизи точки $\beta = \beta_e$. Легко видеть, что в этой точке

$$jX_{11} \rightarrow \infty, R_{hh} \rightarrow 0.$$

Но в это же время неограниченно возрастает второе слагаемое (8). При этом их разность, определяющая полную величину импеданса полосок X_s , в окрестности этой точки меняется слабо. На рисунках 2 и 3 представлены зависимости нормированного импеданса

$$\tilde{X}_s = \frac{X_s}{W_0}$$

полосок от продольного коэффициента замедления V . В первом случае параметром служит относительная толщина подложки d' , во втором - относительная ширина полоски s/d . Действительно, наличие компенсирующего слагаемого приводит к тому, что зависимость \tilde{X}_s не испытывает резких колебаний по всей оси V .

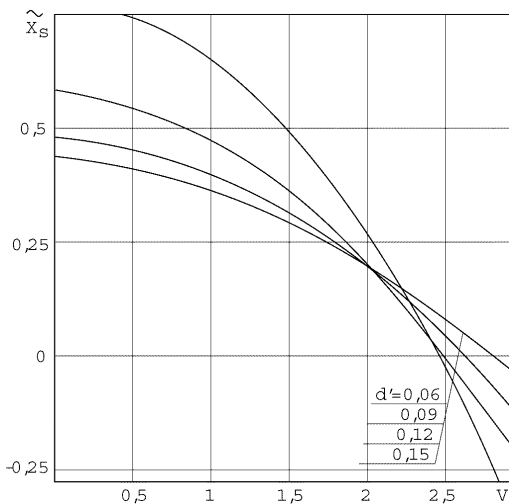


Рисунок 2 - Зависимость нормированного импеданса металлических полосок от продольного коэффициента замедления и толщины подложки

Отличительной чертой $\tilde{X}_s(V)$ является отсутствие на действительной оси $I_m V=0$ точек ветвления. Функция, обладающая этим свойством, на любом конечном отрезке действительной оси может быть с любой степенью

точности приближена мероморфной (в данном случае - дробно-рациональной) функцией от V , имеющей только нули и полюса [5]:

$$\tilde{X}_s(V) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} V^{2n}}{\sum_{m=0}^{\infty} b_{2m} V^{2m}}. \quad (13)$$

В (13) входят только четные степени V , так как $\tilde{X}_s(V)$ - четная функция.

Аппроксимация (13) хорошо описывает функцию $\tilde{X}_s(V)$ при небольших V . Однако, из [5] следует, что

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \tilde{X}_s = \xi \beta, \quad (14)$$

где ξ - постоянная отрицательная величина. Очевидно, что выражение (13) при $V \rightarrow \infty$ имеет асимптотику, отличную от (14), и поэтому не может быть использовано при больших V .

Указанного недостатка лишена другая аппроксимация:

$$\tilde{X}_s(V) = K_0 \xi V \operatorname{ctg} V \frac{\prod_{n=0}^{\infty} (V^2 + V_n^2)}{\prod_{m=0}^{\infty} (V^2 + V_m^2)}. \quad (15)$$

При $V \rightarrow \infty$ асимптотика (15) совпадает с (14), и следовательно, данная аппроксимация дает равномерное приближение по V к исходной функции.

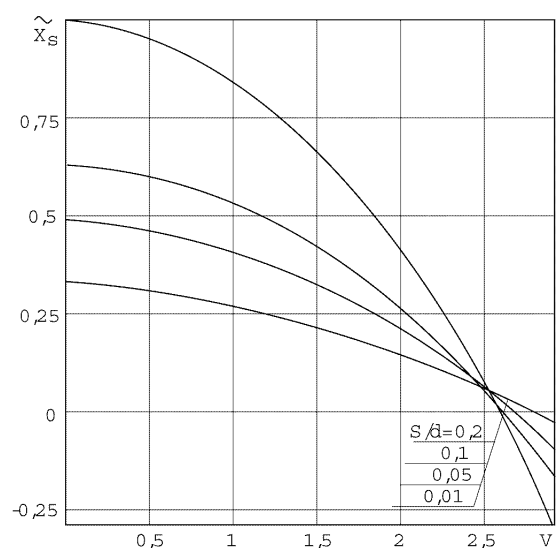


Рисунок 3 - Зависимость нормированного импеданса металлических полосок от продольного коэффициента замедления и ширины полоски

Для оценки точности приближения сопоставлялись результаты расчетов реактивного импеданса полосок по импедансной модели и по формулам аппроксимации.

Рахождение для модели (13) при $N=2$, $M=1$ не превышает в 10^{-4} в интервале $0 < V < 4$, а для модели (15) при $N=2$ меньше $5 \cdot 10^{-4}$ на всей действительной оси переменной V . Коэффициенты аппроксимации вычислялись из условия минимизации среднеквадратичного отклонения приближенного и точного значений реактивного импеданса. Физически \tilde{X}_s характеризует величину реактивной энергии, запасенной вблизи острых кромок полосок. Обращаясь к рисунку 2 и 3, отметим, что запас энергии увеличивается при сужении полоски и уменьшении длины падающей волны.

Интересная особенность полученных результатов заключается в том, что величина η_s , входящая в группу условий (4), является линейной функцией продольного волнового числа (см.(9)). Коэффициент пропорциональности η_s , характеризующий преобразование H_1 в E_2 -волны и определяемый соотношением (11), зависит только от частоты при заданных параметрах пластины. Зависимость $\eta_s(d')$ приведена на рисунке 4. С увеличением частоты размеры области углов падения, в которой происходит взаимодействие H_1 и E_2 -волн, уменьшаются, а само взаимодействие ослабевает. Поэтому вполне очевидно наблюдаемое на рисунке 4 монотонное спадание η_s с ростом d' .

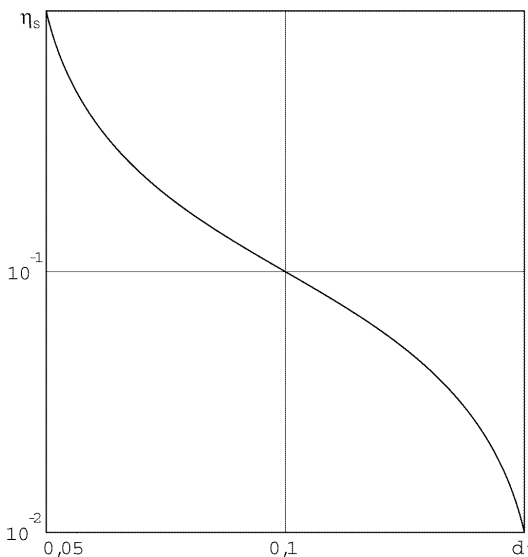


Рисунок 4 - Зависимость коэффициента преобразования волн пластины в волну структуры от толщины пластины

Что же касается зависимости от ширины полоски, то при практическом использовании выражений (8)-(11) ею можно пренебречь: при изменении ширины полоски в 20 раз ($s/d = 0,01-0,2$) в используемом диапазоне частот изменение η_s составляет не более 0,2 %.

Возможна другая форма записи граничных условий (с учетом неравенства (12)):

$$\begin{cases} H_{z1} - H_{z2} = \frac{\eta_s}{k_0} \frac{\partial}{\partial z} (H_{y2} - H_{y1}), & E_{z1} = E_{z2}; \\ jX_s (H_{y2} - H_{y1}) = E_z - \frac{\eta_s}{k_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}, & E_{y1} = E_{y2}. \end{cases} \quad (16)$$

Импедансные граничные условия (4) и (16) для структур, рассматриваемых в статье, полностью эквивалентны. Однако, выражения (16) имеют более широкую область применения и могут быть использованы при других зависимостях поля от продольной координаты.

ВЫВОДЫ

Граничные условия, связывающие дальние поля в анализируемой структуре, установлены с помощью классической матрицы сопротивлений.

Проведенные теоретические и вычислительные исследования показали, что реактивная составляющая импеданса узких металлических полосок является гладкой функцией продольного коэффициента замедления волны и на любом конечном отрезке действительной оси с любой степенью точности может быть аппроксимирована мероморфной функцией. Обнаружено также, что реактивная энергия, запасенная вблизи острых кромок полоски, возрастает с увеличением частоты и с уменьшением ширины полоски. Коэффициент преобразования волны H_1 в E_2 -волну монотонно убывает с ростом частоты. Зависимости его от ширины полоски и наличия потерь в ней не обнаружено.

Таким образом, в данной работе построена адекватная анализируемой структуре модель реактивного импеданса идеально проводящих полосок волнам H_1 и E_2 типа и его простая функциональная аппроксимация.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Взятых В.Ф. Диэлектрические волноводы. - М.: Сов. Радио, 1968. - 234 с.
2. Нефедов Е.И., Сивов А.Н. Электродинамика периодических структур. - М.: Наука, 1974. - 208 с.
3. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. - М.: Сов. Радио, 1966. - 432 с.
4. Сазонов Д.М., Гридин А.Н., Мишустин Б.А. Устройства СВЧ. - М.: Высш. школа, 1981. - 295 с.
5. Эрдейи Э. Асимптотические разложения. - М.: Физматгиз, 1962. - 286 с.

ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ В ДИНАМИКЕ ПО МНОГИМ ВАРЬИРУЕМЫМ ПАРАМЕТРАМ

А.И.Вершина, В.С.Кабак, А.Г.Маркин

Рассматривается общий случай определения функций чувствительности в динамике, основанный на предельном уменьшении шага.

Розглядається загальний випадок визначення функції чутливості у динаміці, в основі якого лежить граничне зменшення кроку.

The common case of definition of functions of sensitivity in dynamics based on limiting reduction of a step is considered.

ВВЕДЕНИЕ

Определение функций чувствительности в динамике по многим варьируемым параметрам с использованием метода присоединенных схем требует проведения интегрирования в обратном порядке времени в каждой временной точке, что фактически делает этот метод неприемлемым для моделирования сложных электронных схем [1-3]. Поиск алгоритмов, позволяющих определять производные по всем варьируемым параметрам без использования интегрирования в обратном порядке времени, представляет особый интерес. Этому были посвящены работы [4-6], в которых получены для частных случаев алгоритмы, основанные на предельном уменьшении шага интегрирования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим систему нелинейных алгебро-дифференциальных уравнений, описывающих радиоэлектронную схему:

$$F(\dot{u}, u, p) = 0, \quad (1)$$

где u и \dot{u} - вектор-столбец неизвестных переменных и их производных по времени;

p - параметры элементов радиоэлектронной схемы.

Дифференцирование данной системы по варьируемым параметрам и переход к конечному шагу по времени h приводит к следующему выражению [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial p} = & \left(\frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial F_i}{\partial u} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} \frac{\partial u_i}{\partial p} - \\ & - \left(\frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial F_i}{\partial u} \right)^{-1} \frac{\partial F_i}{\partial p}, \end{aligned} \quad (2)$$

где индекс i - номер шага интегрирования.

Первая составляющая правой части этого выражения может быть представлена клеточными матрицами, элементы которых будут соответствовать реактивным и

нерактивным составляющим. Путем перестановки строк и столбцов реактивные составляющие можно скомпоновать в левом верхнем углу матриц. При этом будет справедливым следующее равенство:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial F_i}{\partial u} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} \frac{\partial u_i}{\partial p} = & \begin{bmatrix} \frac{1}{h} X + G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{h} X & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \\ = & \begin{bmatrix} X + hG_{11} & hG_{12} \\ hG_{21} & hG_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

где X соответствует подматрице $\frac{\partial F}{\partial \dot{u}}$, а $\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$ соответствует $\frac{\partial F}{\partial u}$.

Использование формулы Фробениуса [6,7], приводит к выражению

$$\begin{bmatrix} X + hG_{11} & hG_{12} \\ hG_{21} & hG_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & 0 \\ W_{12} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где

$$W_{11} = \{ (X + hG_{11})^{-1} + (X + hG_{11})^{-1} \cdot hG_{12} \cdot [hG_{22} - hG_{21} \cdot (X + hG_{11})^{-1}] \} \cdot X,$$

$$W_{21} = -[hG_{22} - hG_{21} \cdot (X + hG_{11})^{-1} \cdot hG_{12}]^{-1} \times hG_{21} \cdot (X + hG_{11})^{-1} \cdot X.$$

Предел этого выражения при $h \rightarrow 0$, имеет вид

$$\lim_{h \rightarrow 0} W_{11} = \lim_{h \rightarrow 0} ((X + hG_{11})^{-1} \cdot X) \quad ; \quad (5)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W_{21} = -G_{22}^{-1} \cdot G_{21} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} ((X + hG_{11})^{-1} \cdot X). \quad (6)$$

Все вышесказанное будет справедливым только в том случае, если существуют соответствующие обратные матрицы.

Если подматрица X исследуемой схемы имеет обратную матрицу, выражения (5) и (6) соответственно приобретают вид

$$\lim_{h \rightarrow 0} W_{11} = E; \quad (7)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W_{21} = -G_{22}^{-1} \cdot G_{21}. \quad (8)$$

Отсюда выражение (4) будет иметь вид

$$\begin{bmatrix} X + hG_{11} & hG_{12} \\ hG_{21} & hG_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ -G_{22}^{-1} \cdot G_{21} & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

В общем случае подматрица X не имеет обратной несмотря на то, что пределы выражений (5) и (6) могут существовать. Таким образом, стоит задача поиска этих пределов, а в случае, когда предельные значения исключают повышение эффективности расчетов, проведения оценки влияния мешающих факторов на приближенное нахождение функций чувствительности.

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим произведение $(X + hG_{11})^{-1} \cdot X$, в котором матрица X будет особенной.

Представим обратную матрицу через определитель и алгебраические дополнения:

$$(X + hG_{11})^{-1} \cdot X =$$

$$= \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{k1} & \dots & A_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1j} & \dots & A_{kj} & \dots & A_{nj} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & \dots & A_{kn} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1i} & \dots & A_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{l1} & \dots & x_{li} & \dots & x_{ln} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{ni} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Отсюда выражение для элементов матрицы будет иметь вид

$$w_{ji} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n A_{kj} \cdot x_{ki} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n x_{ki} \cdot A_{kj}. \quad (11)$$

Преобразуем выражение (11) суммированием и вычитанием элементов при x_{ki} :

$$w_{ji} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n (hb_{ki} + x_{ki}) \cdot A_{kj} - \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n hb_{ki} \cdot A_{kj}. \quad (12)$$

Определитель Δ разложим по элементам столбца j :

$$\Delta = \sum_{k=1}^n (hb_{ki} + x_{ki}) \cdot A_{kj}, \quad (13)$$

отсюда

$$w_{ji} = \frac{\sum_{k=1}^n (hb_{ki} + x_{ki}) \cdot A_{kj} - \sum_{k=1}^n hb_{ki} \cdot A_{kj}}{\sum_{k=1}^n (hb_{ki} + x_{ki}) \cdot A_{kj}}. \quad (14)$$

При $i=j$, имеем

$$w_{ji} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n hb_{ki} \cdot A_{kj}}{\sum_{k=1}^n (hb_{ki} + x_{ki}) \cdot A_{kj}}, \quad (15)$$

а при $i \neq j$, получим

$$w_{ji} = -\frac{\sum_{k=1}^n hb_{ki} \cdot A_{kj}}{\sum_{k=1}^n (hb_{ki} + x_{ki}) \cdot A_{kj}}. \quad (16)$$

Предельные значения выражений (15) и (16) зависят от пределов дроби. Для случая, когда матрица X неособенная предельное значение определителя при $h \rightarrow 0$ не равно нулю и выражения (15) и (16) соответственно равны единице и нулю. Для особенной матрицы X определитель при $h \rightarrow 0$ принимает бесконечно малое значение, так как свободный член полинома от h равен нулю. Значение дроби в выражениях (15) и (16) зависит от степени полиномов числителя и знаменателя. При этом возможны следующие случаи:

- степень полинома числителя больше, чем степень полинома знаменателя;
- степень полинома числителя равна степени полинома знаменателя;
- степень полинома числителя меньше степени полинома знаменателя.

Для первого случая выражениям (15) и (16) соответствуют значения 1 и 0, для второго - принимают некоторые конечные значения и для третьего случая значения дроби бесконечны по абсолютной величине.

Следует, однако, отметить, что для описывающих радиоэлектронные цепи системы уравнений при моделировании основного режима выполняются условия сходимости и третий случай невозможен.

Таким образом, поиск предельного случая при особенной матрице X приводит к вычислению значений выражений (15) и (16) и, следовательно, вычисление производной переменной u_p зависит не только от производной данной переменной предыдущего шага, но и от других переменных, которые в свою очередь могут зависеть от предыдущих шагов своего набора переменных. Это говорит о том, что предельный случай может не

привести к ожидаемому выигрышу при определении производных по многим параметрам.

Приближенная оценка значений функций чувствительности возможна и при отказе от предельного случая, путем определения степени влияний производных предыдущего шага на искомую производную переменной текущего шага. Это влияние определяется строкой p выражения (10). Нахождение строки осуществляется в два этапа:

- решением системы уравнений

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{h}X + G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}^t \cdot Z^t = I; \quad (17)$$

- умножением $S_p = Z \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{h}X & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, (18)

где t - знак транспонирования;

Z - матрица-строка, значения которой соответствуют

искомой строке матрицы $\begin{bmatrix} \frac{1}{h}X + G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}^{-1}$;

I - матрица-столбец с единицей на месте, соответствующем искомой переменной, и нулевыми остальными элементами;

S_p - матрица-строка коэффициентов.

Выражение (2) для функций чувствительности искомой выходной переменной u_p приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{i+1}^p}{\partial p} &= S_p \cdot \frac{\partial u_i}{\partial p} - \left(\frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial F_i}{\partial u} \right)^{-1} \frac{\partial F_i}{\partial p} = \\ &= \sum_k^n \left(s_k^p \cdot \frac{\partial u_i^k}{\partial p} \right) - \left(\frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial F_i}{\partial u} \right)^{-1} \frac{\partial F_i}{\partial p}, \end{aligned} \quad (19)$$

где u_{i+1}^p - переменная u_p на шаге $i+1$;

s_k^p - k -ый элемент матрицы коэффициентов S_p .

В общем случае функции чувствительности конкретной выходной переменной зависит не только от своих значений на предыдущем шаге, но и от функций чувствительности других переменных на предыдущем шаге. Эта зависимость заключена в выражении (3). Вычисление по всем варьируемым параметрам в процессе интегрирования в прямом порядке времени требует оценки этого влияния в процессе получения значений выходных переменных в очередной временной точке. Влияние на данную выходную переменную переменных предыдущего шага можно оценить, вычисляя выражение (3). Для этого можно воспользоваться LU -разложением, получаемым при решении на каждой итерации временного шага систем нелинейных дифференциальных уравнений. Алгебраизованная и линеаризованная система уравнений $A \cdot X = B$

решается следующим образом:

$$\begin{aligned} A &= L \cdot U; \quad L \cdot U \cdot X = B; \quad Y = U \cdot X = L^{-1} \cdot B; \\ X &= U^{-1} \cdot Y. \end{aligned} \quad (20)$$

Для нахождения столбца обратной матрицы A нужно в правой части уравнения задать единице элемент, соответствующий номеру искомого столбца при нулевых остальных элементах матрицы-столбца B .

Нахождение строки p с использованием уже выполненного LU -разложения можно осуществить решением системы уравнений $A^t \cdot S_p^t = C$, где C - матрица-столбец, у которого равен единице элемент, соответствующий номеру p искомой строки при нулевых остальных элементах матрицы-столбца C . В результате имеем

$$\begin{aligned} A^t &= (L \cdot U)^t = U^t \cdot L^t; \quad U^t \cdot L^t \cdot S_p^t = C; \\ Z &= L^t \cdot S_p^t = (U^t)^{-1} \cdot C; \quad S_p^t = (L^t)^{-1} \cdot Z. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, при нахождении строки обратной матрицы используется то же LU -разложение. Зная строку

обратной матрицы $\left(\frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial F_i}{\partial u} \right)^{-1}$ находим произведение

ее на реактивную часть $\frac{1}{h} \frac{\partial F_i}{\partial \dot{u}}$, в результате чего получаем

строку коэффициентов S_p при значениях функций чувствительности переменных предыдущего шага.

Рассмотрим на простейшем примере, что дает подобный подход. Пусть имеем последовательное соединение двух проводимостей g_1, g_2 и емкости C с заземленными проводимостями. Произведение обратной матрицы схемы на некотором временном шаге на ее реактивную часть имеет вид

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} g_1 + \frac{1}{h}C & -\frac{1}{h}C \\ \frac{1}{h}C & g_2 + \frac{1}{h}C \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{h}C & -\frac{1}{h}C \\ -\frac{1}{h}C & \frac{1}{h}C \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{g_1 g_2 + (g_1 + g_2) \cdot \frac{1}{h}C} \cdot \begin{bmatrix} g_1 + \frac{1}{h}C & -\frac{1}{h}C \\ \frac{1}{h}C & g_2 + \frac{1}{h}C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{h}C & -\frac{1}{h}C \\ -\frac{1}{h}C & \frac{1}{h}C \end{bmatrix} \quad (22) \end{aligned}$$

Если будет интересоваться функции чувствительности первой переменной, то искомая строка коэффициентов S_1 имеет вид

$$S_1 = \frac{1}{g_1 g_2 + (g_1 + g_2) \cdot \frac{1}{h}C} \cdot \left[g_2 \cdot \frac{1}{h}C - g_2 \cdot \frac{1}{h}C \right]. \quad (23)$$

Умножая числитель и знаменатель на h , получим

$$S_1 = \left[\frac{g_2 \cdot C}{g_1 \cdot g_2 \cdot h + (g_1 + g_2) \cdot C} - \frac{g_2 \cdot C}{g_1 \cdot g_2 \cdot h + (g_1 + g_2) \cdot C} \right]. \quad (24)$$

Предел элементов матрицы S_1 при $h \rightarrow 0$ равен

$$\lim_{h \rightarrow 0} S_1 = \left[\frac{g_2}{g_1 + g_2} - \frac{g_2}{g_1 + g_2} \right]. \quad (25)$$

При достаточно большом шаге или $g_1 \gg g_2$ будем иметь

$$S_1 \approx [0 - 0]. \quad (26)$$

Приведенный пример показывает, что если реактивная часть схемной матрицы представляет собой особенную матрицу, то предельный случай не приводит к единичной матрице, однако при определенных условиях использование интегрирования в прямом порядке времени для определения функций чувствительности по многим параметрам может иметь место.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Показано, что определение функций чувствительности по многим варьируемым параметрам в динамике без интегрирования в обратном масштабе времени, присущем методу присоединенных схем, в общем случае наталкивается на зависимость конкретных выходных переменных не только от их значений на предыдущих шагах времени, но и от значений других переменных на предыдущих шагах. Несмотря на это, представляется возможность оценки влияния переменных на результаты определения функций чувствительности. При оценке этого

влияния определяется матрица-строка коэффициентов с использованием LU -разложения, которое было получено при моделировании основного режима.

ВЫВОДЫ

Поиску путей определения функций чувствительности по многим параметрам в динамических режимах посвящены работы [5,6]. При этом рассмотрены частные предельные случаи, которые дают возможность избежать интегрирования в обратном порядке времени. В общем случае необходима оценка влияния функций чувствительности всех переменных на предыдущих шагах. При определении этой оценки целесообразно использовать LU -разложение, которое было получено при моделировании основного режима.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Петренко А.И. Основы автоматизации проектирования. - К.: Техніка, 1982. - 295 с.
2. Петренко А.И., Семенов О.И. Основы построения систем автоматизированного проектирования. - К.: Вища школа. Головное изд-во, 1984. - 296 с.
3. Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ. Петренко А.И., Власов А.И., Тимченко А.П. - К.: Вища школа, 1977. - 192 с.
4. Вершина А.И., Кузьмина Л.В. Определение функций чувствительности в статике // "Радіоелектроніка, інформатика, управління". - Запоріжжя: ЗДТУ. - 2000. - №1. - С. 9-12.
5. Вершина А.И., Маркин А.Г. Определений функций чувствительности в динамике // "Радіоелектроніка, інформатика, управління". - Запоріжжя: ЗДТУ. - 2001. - №1. - С. 4-8.
6. Вершина А.И., Кабак В.С., Маркин А.Г. Алгоритм определения функций чувствительности в динамике по многим варьируемым параметрам // "Радіоелектроніка, інформатика, управління". - Запоріжжя: ЗДТУ. - 2001. - №2. - С.7-11.
7. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. - К.: Техніка, 1977. - 768 с.

УДК 621.372.8.01

МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ МИКРОПОЛОСКОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Л.М.Карпуков, Д.М.Пиза

Получены в замкнутой форме соотношения для компонентов тензора Грина микрополосковой структуры. Замкнутая форма составлена путем разложения спектральных зависимостей по малому параметру в экспоненциальные ряды и использования соотношения идентичности Зоммерфельда. Приведены результаты апробации предложенных соотношений.

Одержано у замкнутій формі співвідношення для компонентів тензора Гріна мікросмужкової структури. Замкнуту форму складено шляхом розкладання спектральних залежностей за малим параметром у експоненціальні ряди та використання співвідношення ідентичності Зоммерфельда. Наведено

результати апробації запропонованих співвідношень.

The relationships in closed form for the Green's tensor components are considered. Closed form is composed by using the expanding of spectral dependences in exponential series on small parameter and Sommerfeld identity. The results obtained by using of the proposed relationships are presented.

ВВЕДЕНИЕ

Для электродинамического моделирования микрополосковых устройств и антенн широко используются

интегральные уравнения импедансного типа, определяющие связь касательной составляющей напряженности электрического поля с распределением поверхностного электрического тока на проводниках исследуемых конструкций. Ядра уравнений составляются с помощью функции Грина краевой задачи, формулируемой для векторного электрического потенциала. Эффективность вычислительных процедур, реализующих решение интегральных уравнений, существенно зависит от используемого способа вычисления функции Грина. В настоящее время сформировалось два подхода к решению задачи по составлению функции Грина при моделировании микрополосковых структур. Основой этих подходов является спектральное представление функции Грина. Переход в пространственную область осуществляется или путем численного интегрирования несобственных интегралов в процессе обратного преобразования Фурье [1,2], или путем аппроксимации Фурье-изображений суммой экспоненциальных функций, оригиналы которых определяются по соотношению идентичности Зоммерфельда [3,4]. По сравнению с процедурами численного обратного преобразования Фурье, подход, использующий аппроксимацию, обеспечивает получение результатов в удобной для расчетов аналитической форме и требует гораздо меньших вычислительных затрат при моделировании. Однако решение аппроксимационной задачи оказывается неоднозначным из-за неоднозначности в выборе узловых точек и интервала аппроксимации [2].

Целью настоящей работы является разработка метода составления аналитических зависимостей для компонент тензора Грина векторного электрического потенциала

микрополосковой структуры. Метод основан на выделении малого параметра, по которому производится разложение спектральных зависимостей на сумму функций с известными оригиналами.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1,а изображена микрополосковая структура, состоящая из слоя диэлектрика с толщиной h и относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_1 , лежащего на металлической поверхности. Размеры слоя вдоль осей $\tau = x, y$ не ограничены. Слой помещен в диэлектрик с относительной проницаемостью ϵ_2 .

Составим Фурье-изображения компонент тензора Грина микрополосковой структуры. Для преобразования спектрального представления компонент в пространственное воспользуемся соотношением идентичности Зоммерфельда, которое запишем в следующем виде [3, 4, 7]:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-k_z(z-z_0)}}{k_z} \cdot J_0(\gamma r) \gamma d\gamma = \frac{e^{-jkr}}{R}, \quad (1)$$

где $\gamma^2 = k_x^2 + k_y^2$; $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$; $k_z^2 = \gamma^2 - k^2$; $R = \sqrt{r^2 + (z-z_0)^2}$; k_x, k_y - переменные преобразования Фурье по координатам x, y ; J_0 - функция Бесселя нулевого порядка; индексом 0 отмечены координаты источника.

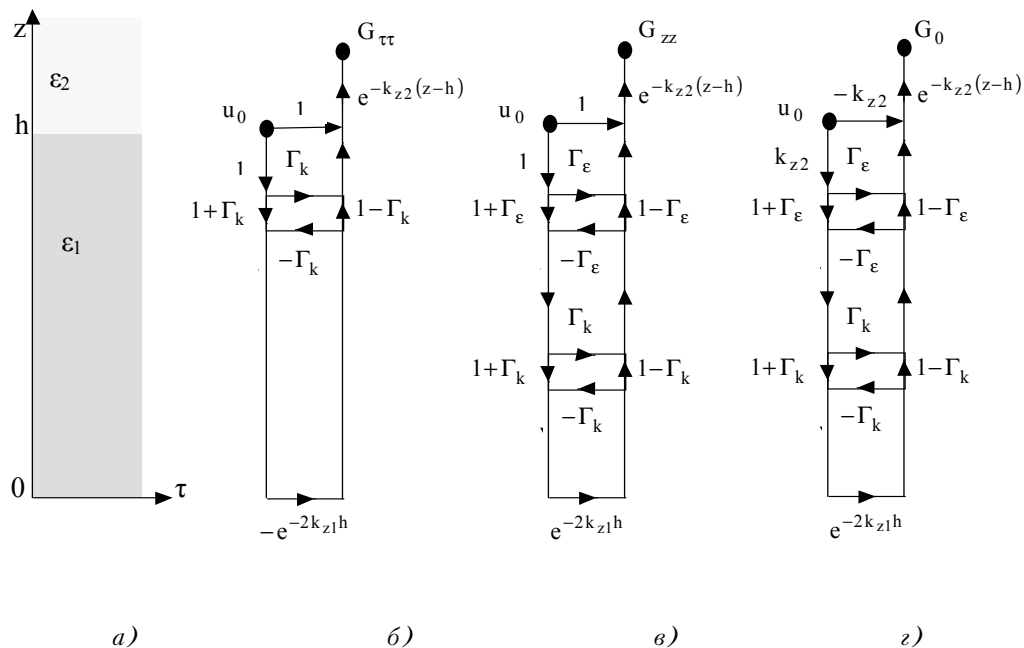


Рисунок 1 - Микрополосковая структура (а) и ориентированные графы ее декомпозиционной модели: б) - для горизонтальной компоненты $G_{\tau\tau}$, в) - для вертикальной компоненты G_{zz} , г) - для вспомогательной функции

G_0

Анализ микрополосковой структуры в спектральной области выполним с помощью ее декомпозиционной модели [5]. Отобразим модели структуры ориентированными графами на рис. 1, составленными для компонент $G_{\tau\tau}$, G_{zz} тензора и вспомогательной функции G_0 . Функция G_0 удовлетворяет уравнению Гельмгольца и граничным условиям

$$\left. \begin{aligned} [G_0/\mu] &= -\delta(z-z_0), \\ [G_0/(\epsilon\mu)] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

обеспечивающим представление Фурье-изображение компоненты $G_{z\tau}$ тензора в виде [6]:

$$G_{z\tau} = \frac{-jk_\tau}{\gamma^2} \cdot \left(G_0 - \frac{\partial G_{\tau\tau}}{\partial z} \right). \quad (3)$$

В (2) $\delta(z-z_0)$ - дельта-функция; квадратными скобками обозначен разрыв функции. На графах использовано обозначение $u_0 = \frac{\mu_0}{k_{z2}} \cdot \frac{J_0(\gamma r)\gamma}{4\pi}$.

По графам составим спектральные зависимости анализируемых функций, по которым с помощью преобразования Фурье-Бесселя определим их представление в пространственной области:

$$G_{\tau\tau} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty (1 + \Gamma_\tau) \frac{e^{-k_{z2}(z-h)}}{k_{z2}} J_0(\gamma r) \gamma d\gamma, \quad (4)$$

$$G_{zz} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty (1 + \Gamma_z) \frac{e^{-k_{z2}(z-h)}}{k_{z2}} J_0(\gamma r) \gamma d\gamma, \quad (5)$$

$$G_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d}{dz} \int_0^\infty (1 - \Gamma_z) \frac{e^{-k_{z2}(z-h)}}{k_{z2}} J_0(\gamma r) \gamma d\gamma, \quad (6)$$

где $k_{z2}^2 = \gamma^2 - k_2^2$, $k_2 = \sqrt{\epsilon_2} k_0$, $k_0 = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ - волновое число свободного пространства.

Коэффициенты отражения определяются следующим образом:

$$\Gamma_\tau = \frac{\Gamma_k - e^{-2k_{z1}h}}{1 - \Gamma_k e^{-2k_{z1}h}}, \quad (7)$$

$$\Gamma_z = \frac{\Gamma_\epsilon + \Gamma_n}{1 + \Gamma_\epsilon \Gamma_n}, \quad (8)$$

$$\text{где } \Gamma_n = \frac{\Gamma_k + e^{-2k_{z1}h}}{1 + \Gamma_k e^{-2k_{z1}h}}, \quad (9)$$

$$\Gamma_\epsilon = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1}, \quad \Gamma_k = \frac{k_{z2} - k_{z1}}{k_{z2} + k_{z1}}, \quad k_{z1}^2 = \gamma^2 - k_0^2 \epsilon_1.$$

По (3), (6) составим соотношение

$$G_{z\tau} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\tau - \tau_0}{r} \frac{d}{dz} (G_{z1} + G_{z2}) \quad (10)$$

для функции, связывающей z -ую составляющую векторного потенциала с касательной составляющей тока. Здесь

$$G_{z1} = \int_0^\infty \Gamma_\tau \frac{e^{-k_{z2}(z-h)}}{k_{z2}} J_1(\gamma r) d\gamma, \quad (11)$$

$$G_{z2} = \int_0^\infty \Gamma_z \frac{e^{-k_{z2}(z-h)}}{k_{z2}} J_1(\gamma r) d\gamma, \quad (12)$$

J_1 - функция Бесселя первого порядка.

Для представления интегралов в замкнутой форме разложим коэффициенты отражения в (4), (5) в экспоненциальные ряды по степеням функции $e^{-k_{z2}h}$ и применим соотношение (1). Преобразование интегралов (10), (11) осуществим с помощью соотношения

$$\int_0^\infty \frac{e^{-k_z(z-z_0)}}{k_z} \cdot J_1(\gamma r) d\gamma = \frac{j}{kr} (e^{-jkR} - e^{-jk(z-z_0)}), \quad (13)$$

вытекающего из (1) в результате умножения этого равенства на r и последующего интегрирования по этому параметру [7].

При анализе ограничимся случаем

$$k_0 h \sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_2} < \pi/2, \quad (14)$$

обеспечивающим отсутствие полюсов у Γ_τ и наличие одного полюса у Γ_z .

Для оценки вклада поверхностной волны исследуемой структуры в G_{zz} воспользуемся соотношением [3, 9]:

$$\int_0^\infty \frac{1}{y^2 - k_s^2} J_0(\gamma r) \gamma d\gamma = -\frac{\pi j}{2} H_0^{(2)}(k_s r), \quad (15)$$

где $H_0^{(2)}$ - функция Ханкеля второго рода нулевого порядка, k_s - полюс функции Γ_z .

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Условие (14) позволяет с высокой точностью аппроксимировать числитель и знаменатель коэффициента отражения (7) первыми двумя членами экспонен-

циального ряда и получить следующую зависимость [8]:

$$\Gamma_\tau = \frac{\Gamma_\delta - e^{-k_{z2}h}}{1 - \Gamma_\delta e^{-k_{z2}h}} \cdot e^{-k_{z2}h}, \quad (16)$$

по которой на основании (1) оставляется оригинал (4):

$$G_{\tau\tau}(r, h) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{e^{-jk_2\sqrt{r^2+(z-h)^2}}}{\sqrt{r^2+(z-h)^2}} + \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_\delta^{n+1} F_0(r, z+nh) - \Gamma_\delta^n F_0(r, z+nh+h) \right], \quad (17)$$

где $\Gamma_\delta = 1 - \delta h \operatorname{ctg}(\delta h)$, $\delta = k_0 \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$,

$$F_0(r, z+H) = \frac{e^{-jk_2\sqrt{r^2+(z+H)^2}}}{\sqrt{r^2+(z+H)^2}}.$$

Использование соотношения (16) совместно с (13) обеспечивает получение замкнутой формы интеграла (11):

$$G_{z1}(r, h) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_\delta^{n+1} F_1(r, z+nh) - \Gamma_\delta^n F_1(r, z+nh+h), \quad (18)$$

где $F_1(r, z+H) = \frac{j}{k_2 r} (e^{-jk_2\sqrt{r^2+(z+H)^2}} - e^{-jk_2(z+H)})$.

Запишем коэффициент отражения (8) в виде

$$\Gamma_z = \frac{\varepsilon_1 k_{z2} \operatorname{ch}(k_{z1}h) - \varepsilon_2 k_{z1} \operatorname{sh}(k_{z1}h)}{\varepsilon_1 k_{z2} \operatorname{ch}(k_{z1}h) + \varepsilon_2 k_{z1} \operatorname{sh}(k_{z1}h)}. \quad (19)$$

Приблизив гиперболические функции первыми членами ряда Тейлора, представим это выражение следующим образом:

$$\Gamma_z = \frac{\varepsilon_1 a_0 k_{z2} h - \varepsilon_2 (-b_0 + b_1 k_{z2}^2 h^2)}{\varepsilon_1 a_0 k_{z2} h + \varepsilon_2 (-b_0 + b_1 k_{z2}^2 h^2)}, \quad (20)$$

где $a_0 = \cos(\delta h)$, $b_0 = \delta h \sin(\delta h)$, $b_1 = [\sin(\delta h) + \delta h \cos(\delta h)] / (2\delta h)$.

Разложим (20) на простые дроби:

$$\Gamma_z = -1 + q(1 + \Gamma_0 + \Gamma_p), \quad (21)$$

где $\Gamma_0 = \frac{p_1 \varepsilon_1 / \varepsilon_2 - k_{z2} h}{p_1 \varepsilon_1 / \varepsilon_2 + k_{z2} h}$, (22)

$$\Gamma_p = \frac{2p_2 \varepsilon_1 / \varepsilon_2}{k_{z2} h - p_2 \varepsilon_1 / \varepsilon_2}, \quad (23)$$

$$q = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}, \quad p_1 = \frac{a_0 + d}{2b_2}, \quad p_2 = \frac{a_0 - d}{2b_2},$$

$$d = \sqrt{a_0^2 + 4(\varepsilon_1 / \varepsilon_2)^2 b_0 b_2}.$$

Параметр q близок к 1, поэтому в дальнейшем положим $q = 1$. В (22) аппроксимируем параметр $k_{z2}h$ экспоненциальной функцией и представим это соотношение в виде, аналогичном (8), (16):

$$\Gamma_0 = \frac{\Gamma_\varepsilon + \Gamma_n}{1 + \Gamma_\varepsilon \Gamma_n}, \quad (24)$$

где $\Gamma_n = \frac{\Gamma_1 + e^{-k_{z0}h}}{1 + \Gamma_1 e^{-k_{z0}h}} \cdot e^{-k_{z0}h}$, (25)

$$\Gamma_1 = 1 - p_1.$$

Соотношения (24), (25) обеспечивают асимптотическое поведение функции Γ_z , характерное для квазистатического приближения. Оригиналу (24) может быть найден по рекуррентной формуле

$$\Gamma_0[r, (n-i)h] = U[r, (n-i)h] + \Gamma_1(1 + \Gamma_\varepsilon)\Gamma_0[r, (n-i+1)h] - \Gamma_\varepsilon\Gamma_0[r, (n-i+2)h] \quad (26)$$

Здесь $i = 0, 1, 2, \dots, n$; начальное условие $\Gamma_0[r, (n+1)h] = \Gamma_0[r, h + (n+2)h] = 0$, $n \rightarrow \infty$. Для (5) берется

$$U(r, z) = \Gamma_\varepsilon - \Gamma_1(1 + \Gamma_\varepsilon)F_0(r, h+z) + F_0(r, 2h+z). \quad (27)$$

Для вычисления (12) функция F_0 в $U_{r,z}$ заменяется на F_1 .

По (23) вычислим координаты полюса, определяющего поверхностную волну в исследуемой структуре:

$$k_s = \sqrt{k_2^2 + (p_2 \varepsilon_2)^2 / (h \varepsilon_1)^2}. \quad (28)$$

Выделим из (23) член, аналогичный подинтегральному выражению в (15). Остаток преобразуем путем аппроксимации параметра $k_{z2}h$ экспоненциальной функцией. В результате получим:

$$\frac{\Gamma_p}{k_{z2}} = \frac{4p_2 \varepsilon_1}{h \varepsilon_2} \frac{1}{\gamma^2 - k_s^2} - 2p_2 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{e^{-k_{z2}h}}{(1 - \Gamma_2 e^{-k_{z2}h}) k_{z2}}, \quad (29)$$

где $\Gamma_2 = 1 - p_2$.

В формуле (5) оригинал этого выражения приобретает при $z = h$ следующий вид:

$$\Gamma_p(r, h) = \frac{2\pi p_2 \varepsilon_1}{j h \varepsilon_2} H_0^{(2)}(k_s r) - 2p_2 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_2^n F_0(r, h+nh)$$

(30)

Для нахождения оригинала от первого члена в (29) при взятии интеграла (12) воспользуемся табличным интегралом [10]:

$$\int_0^{\infty} e^{-\beta\sqrt{x^2+\alpha^2}} \cos(bx) dx = -\frac{\alpha\beta}{\sqrt{\beta^2+b^2}} K_1(\alpha\sqrt{\beta^2+b^2}), \quad (31)$$

где K_1 - функция Макдональда первого порядка.

Выполнив преобразования с формулами (13), (31), аналогичные преобразования, проведенным в [9] при нахождении (15), получим

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{y^2-k_s^2} J_1(\gamma r) d\gamma = \frac{-1}{k_s} \left[\frac{\pi}{2} e^{j\pi/2} H_1^{(2)}(k_s r) + \frac{1}{k_s r} \right], \quad (32)$$

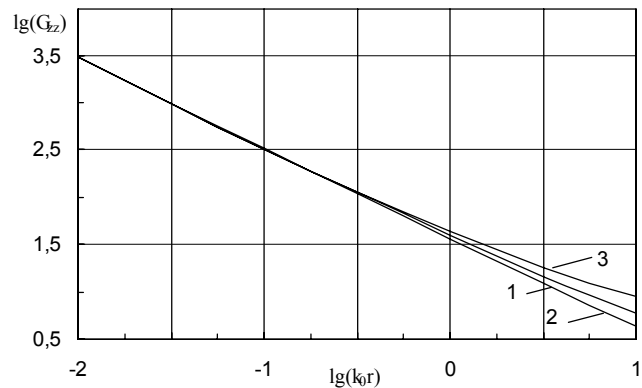
где $H_1^{(2)}$ - функция Ханкеля второго рода первого порядка.

На основании (32) оригинал выражения (29) в формуле (12) приобретает вид:

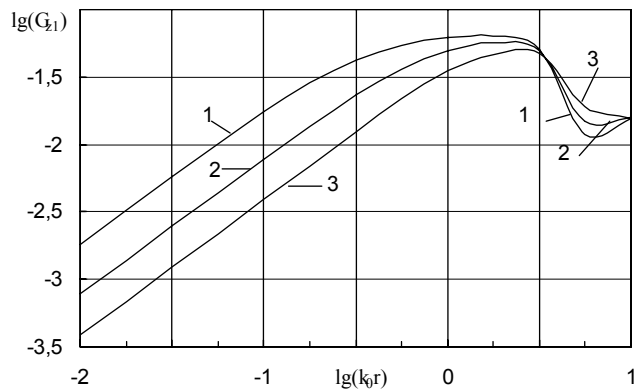
$$\Gamma_p(r, h) = \frac{-4p_2\varepsilon_1}{k_s h \varepsilon_2} \left[\frac{\pi}{2} e^{j\pi/2} H_1^{(2)}(k_s r) + \frac{1}{k_s r} \right] - 2p_2 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_2^n F_1(r, h + nh). \quad (33)$$

На рис. 2, а, б приведены результаты расчетов по формулам (17), (18) функций $G_{\tau\tau}$, G_{z1} , а на рис. 2, в, г - результаты расчетов по формулам (26), (30), (33) функций G_{zz} , G_{z2} . Функции вычислялись в сечении $z = h$ микрополосковой структуры с $\varepsilon_1 = 9, 8$, $\varepsilon_2 = 1$ на частоте $F = 10$ ГГц. При построении графиков множитель $\mu_0\varepsilon_0$ был опущен. Кривая 1 на графиках соответствует толщине подложки $h = 0,5$ мм, кривая 2 - 1.0 мм и кривая 3 - 1.5 мм.

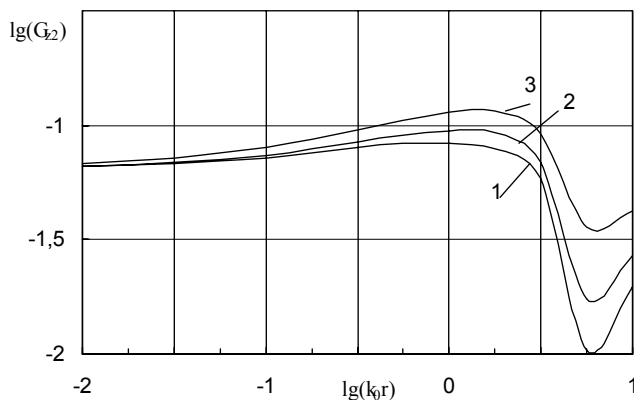
а)



б)



в)



г)

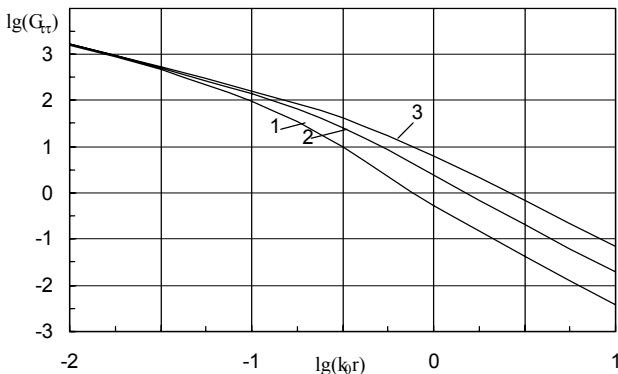


Рисунок 2 - Зависимости от нормированного расстояния логарифма модуля компонент тензора Грина микрополосковой структуры на частоте $F = 10$ ГГц при относительной проницаемости

подложки $\epsilon_1 = 9, 8$, кривые 1 соответствуют толщине подложки $h = 0,5, 2 - 1,0, 3 - 1,5$ мм

Представленные зависимости с графической точностью совпали с результатами численного интегрирования несобственных интегралов (4), (11) и (5), (12). В расчетах значения k_s , найденные по (28), составили 210.424, 214.253, 225.669, соответственно для $h = 0,5, 1.0$ и 1.5 мм. Эти значения близки к точным координатам полюса функции Γ_z : 210.424, 214.242, 225.33.

ВЫВОДЫ

Предложенный метод составления замкнутой формы функции Грина позволил получить соотношения, описывающие в явном виде связь пространственных координат векторного потенциала с параметрами микрополосковой структуры. Полученные соотношения просты, расчеты по ним требуют минимальных вычислительных затрат, обеспечивая достаточно высокую точность в широком диапазоне расстояний. При необходимости, точность расчетов может быть увеличена за счет повышения точности аппроксимации гиперболических функций в коэффициентах отражения Γ_τ и Γ_z .

Рассмотренный метод без существенных затруднений может быть обобщен и использован для составления функций Грина многослойных структур. Ограничение (14) не является принципиальным, при наличии спектра

поверхностных волн в исследуемой структуре потребуются только дополнительные операции по нахождению полюсов функций Γ_τ и Γ_z .

Результаты работы могут быть использованы в системах автоматизированного проектирования микрополосковых устройств и антенн, а также при решении задач зондирования многослойных сред.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Katehi P., Alexopoulos N.G. Frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities in millimeter-wave integrated circuits // IEEE Trans. MTT. - 1985. - V. 33. - № 10. - P. 1029-1035.
2. Tsai M.J., De Flaviis F., Fordham O., Alexopoulos N.G. Modeling planar arbitrarily shaped microstrip elements in multilayered media // IEEE Trans. MTT. - 1997. V. 45. № 3. - P. 330-336.
3. Fang D.G., Yang J.J., Deliste G.Y., Discrete image theory for horizontal electric dipoles in multilayered medium // IEE Proc. Pt. H. - 1988. V.135 (5). № 10. - P. 297-303.
4. Kinyaman N., Aksum M.I. Efficient use of closed-form Green's functions for the analysis of planar geometries with vertical connections // IEEE Trans. MTT. - 1997. V. 45. № 5. - P. 593-602.
5. Карпуков Л.М. Алгоритм расчета тензоров Грина для полосково-щелевых структур в слоистой среде // Радиотехника. Информатика. Управління. - 1999. - №1. - С. 11-15.
6. Дмитриев В.И. Общий метод расчета электромагнитного поля в слоистой среде // Вычислительные методы и программирование. -М.: Изд-во МГУ, 1968. -С. 55-65.
7. Потехин А.И. Излучение и распространение волн в анизотропной среде. - М.: Наука, 1971. -75 с.
8. Карпуков Л.М. Модель для расчета тензора Грина микрополосковой структуры в пространственной области // Радиотехника. Информатика. Управління. - 2001. - № 2. - С. 28-33.
9. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. -М.-Л.: изд-во АН СССР, 1948.-728 с.
10. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Наука, 1971. -1100 с.

УДК 621.372.8

СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С ИМПЕДАНСНЫМИ УЗКИМИ СТЕНКАМИ

Л.М.Логачева, В.П.Бондарев

Представлены результаты исследования собственных волн прямоугольного волновода с периодическими импедансными стенками. Анализ проводится с применением импедансных граничных условий. Получены дисперсионные характеристики рассматриваемого волновода.

Do уваги пропонуються результати дослідження власних хвиль прямокутного хвильоводу з періодичними імпедансними стінками. Аналіз проводиться з застосуванням імпедансних граничних умов. Отримані дисперсійні характеристики хвильоводу, що розглядається.

The results of research of own waves at the rectangular waveguide with periodic impedance walls have been presented to your attention. The analysis is being carried out with application of impedance boundary conditions. The dispersion charac-

teristics of considered waveguide have been received.

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное развитие техники СВЧ привело к появлению разнообразных электродинамических задач. Одной из этих задач является исследование фильтров с уткой волны, рассчитанных на высокий уровень мощности. С технической точки зрения такие фильтры представляют основной волновод, связанный с боковыми волноводами через систему отверстий круглой или эллиптической формы. В качестве связи в таких устройствах может использоваться и система щелей разнообразной формы и

размеров. Несмотря на многообразие элементов связи, общим для всех является их периодичность.

Как известно, с математической точки зрения расчет электромагнитных полей в таких структурах сводится к решению краевой задачи. При этом удовлетворение граничным условиям составляющих электрического и магнитного полей на элементах связи чрезвычайно сложно. Одним из подходов при решении таких задач является использование приближенных граничных условий [1]. Если E_τ и H_τ являются касательными составляющими электромагнитного поля на некоторой поверхности раздела двух областей, то вводят понятие импеданса поверхности Z_s (в общем случае комплексного и анизотропного), связывающего эти компоненты соотношением

$$E_\tau = \widehat{Z}_s H_\tau.$$

Обзор большого количества задач, эффективное решение которых стало возможным благодаря введению импедансных граничных условий, приведен в работах [2-4].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим прямоугольный волновод, у которого на узкой стенке вдоль линии, параллельной оси z расположен ряд отверстий круглой формы, как показано на рис. 1.

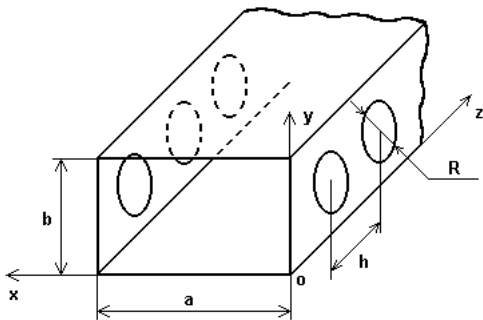


Рисунок 1 - Прямоугольный волновод с отверстиями в узких стенках

В прямоугольной системе координат, начало которой совпадает с одной из вершин прямоугольника введем следующие обозначения: a - размер широкой стенки основного волновода, b - размер узкой стенки основного волновода, R - радиус отверстия, h - расстояние между центрами отверстий.

Рассмотрим распространение магнитных волн в таком волноводе при условии, что поверхностный импеданс узкой стенки известен и может быть вычислен из соотношений, приведенных в [5].

РЕШЕНИЕ

Электромагнитное поле в таком волноводе определяется через продольную H_z -составляющую, которая удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial z^2} + k^2 \dot{H}_z = 0, \quad (1)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число,

и неоднородным импедансным граничным условиям на узкой стенке при $x = a$

$$\dot{E}_y = -Z_s(y, z) \dot{H}_z. \quad (2)$$

Остальные стенки считаем идеально проводящими.

Периодический поверхностный импеданс можно представить в виде двойного ряда Фурье

$$Z_s(y, z) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \left(A_{pr} \cos \frac{p\pi}{b} y \cdot \cos \frac{r\pi}{h} z + C_{pr} \cos \frac{p\pi}{b} y \cdot \sin \frac{r\pi}{h} z \right), \quad (3)$$

где коэффициенты A_{pr} и C_{pr} вычисляются из соотношений, приведенных в [5].

Так как поверхностный импеданс является периодической функцией координаты z , то решение уравнения (1) будем искать в виде ряда Флоке

$$\dot{H}_z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_n^{(s)} \cos \gamma_{xn}^{(s)} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z}, \quad (4)$$

где $\beta_s = \beta_0 + p \frac{2\pi}{n}$, $\gamma_{xn}^{(s)2} = k^2 - \beta_s^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$, β_0 - комплексная постоянная распространения, подлежащая определению.

Исходя из уравнений Максвелла для магнитных волн, можно получить следующее выражение, связывающее электрическую \dot{E}_y и магнитную \dot{H}_z составляющие

$$\dot{E}_y = -j\omega\mu_0 \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp n}^{(s)2}} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}, \quad (5)$$

где $\gamma_{\perp n}^{(s)2} = \gamma_{xn}^{(s)2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$ - поперечное волновое число.

Учитывая соотношения (4) и (5), для \dot{E}_y компоненты получим

$$\dot{E}_y = -j\omega\mu_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\gamma_{xn}^{(s)}}{\gamma_{\perp n}^{(s)2}} A_n^{(s)} \sin \gamma_{xn}^{(s)} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z}. \quad (6)$$

Используя граничное условие (2) и выражение (6), путем несложных преобразований получим следующее соотношение

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} V_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{p\pi}{b} y e^{-j\beta_s z} = \\ & = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \left(\tilde{A}_{pr} \cos \frac{p\pi}{b} y \cdot \cos \frac{r\pi}{n} z + \tilde{C}_{pr} \cos \frac{p\pi}{b} y \cdot \sin \frac{r\pi}{n} z \right) \times \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{xn}^{(s)}}{\gamma_{\perp n}^{(s)}} U_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z}, \end{aligned} \quad (7)$$

где коэффициенты $V_n^{(s)}$ и $U_n^{(s)}$ определяются выражениями

$$U_n^{(s)} = \cos \gamma_{xn}^{(s)} d, \quad V_n^{(s)} = \frac{jk\gamma_{xn}^{(s)}}{\gamma_{\perp n}^{(s)}} \sin \gamma_{xn}^{(s)} d. \quad (8)$$

Коэффициенты \tilde{A}_{pr} и \tilde{C}_{pr} нормированы к волновому сопротивлению свободного пространства $z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$.

Заменив тригонометрические функции $\cos \frac{r\pi}{n} z$, $\sin \frac{r\pi}{n} z$ экспоненциальными, получим

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} V_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{p\pi}{b} y e^{-j\beta_s z} = \\ & = \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \left(\tilde{z}_{pr}^+ e^{-j\frac{r\pi}{n} z} + \tilde{z}_{pr}^- e^{-j\frac{r\pi}{n} z} \right) \cos \frac{n\pi}{b} y \times \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{xn}^{(s)}}{\gamma_{\perp n}^{(s)}} U_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\tilde{z}_{pr}^+ = \tilde{A}_{pr} + j\tilde{C}_{pr}$, $\tilde{z}_{pr}^- = \tilde{A}_{pr} - j\tilde{C}_{pr}$.

Учитывая ортогональность поперечных собственных функций волновода и экспоненциальных функций $e^{-j\beta_s z}$ на периоде структуры, получим систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд волн $A_k^{(s)}$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ [(\tilde{z}_{p0}^+ + \tilde{z}_{p0}^-) U_k^{(s)} - (1 + \delta_{nk}) \delta_{nk} \cdot V_k^{(s)}] A_k^{(s)} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (\tilde{z}_{pr}^+ U_k^{(s-r)} A_k^{(s-r)} + \tilde{z}_{pr}^- U_k^{(s+r)} A_k^{(s+r)}) \right\} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $n = 0, 1, 2 \dots$; $s = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$; $p = |n - k|$; δ_{nk} - символ Кронекера.

Система (10) имеет нетривиальное решение, если ее определитель, образованный из коэффициентов при $A_k^{(s)}$ равен нулю. Раскрывая определитель системы (10), получаем дисперсионное уравнение в матричной форме, из которого определяются постоянные распространения β_0 .

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассматриваемый прямоугольный волновод с импедансными узкими стенками является электродинамической моделью поглощающего фильтра гармоник. В нем ячейкой фильтра является соединение вторичного круглого волновода с основным прямоугольным волноводом. Сечение основного волновода $a \times b = 48 \times 24$ мм; радиусы вспомогательных волноводов равны $R = 9$ мм; расстояние между соседними ячейками фильтра равно $h = 19$ мм. Анализ дисперсионного уравнения (10) показывает, что при выбранных параметрах влияние высших пространственных гармоник на значения постоянных распространения незначительны. Основной вклад вносят центральные элементы определителя системы (10), стоящие на главной диагонали

$$\tilde{z}_{00} \gamma_{\perp}^2 \cos \gamma_x a + jk\gamma_x \sin \gamma_x a = 0, \quad (11)$$

где $\gamma_{\perp}^2 = \gamma_x^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$, $n = 0, 1, 2 \dots$

Дисперсионное уравнение (11) описывает объемные (быстрые) волны в направляющей структуре. Для поверхностных волн, распространяющихся в импедансном волноводе, в (11) необходимо сделать замену $\gamma_x \rightarrow j\gamma_x$, тогда получим

$$\tilde{z}_{00} \gamma_{\perp}^2 \operatorname{ch} \gamma_x a - jk\gamma_x \operatorname{sh} \gamma_x a = 0, \quad (12)$$

где $\gamma_{\perp}^2 = -\gamma_x^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$.

Дисперсионные уравнения (11), (12) позволяют получить спектр как объемных, так и поверхностных волн, распространяющихся в такой структуре. В результате анализа были получены частотные характеристики постоянных распространения объемных и поверхностных волн в зависимости от различных значений поверхностного импеданса и длин волн. Результаты численных расчетов представлены на рис. 2, 3, 4.

На рис. 2 приведена зависимость модуля мнимой части эффективного импеданса от длины волны для отверстий с указанным выше радиусом. Расчеты показывают, что реактивная часть эффективного импеданса имеет емкостной характер. Вычисления проводились для эффективного значения поверхностного импеданса, полученного на основании формул статьи [5]:

$$Z_{s\text{эфф}} = \sqrt{\frac{bh}{b \cdot h}} \cdot \iint_{00} Z_s(y, z) \cdot Z_s^*(y, z) dy dz, \quad (13)$$

где $Z_s(y, z)$ - поверхностный импеданс, определяемый по формуле (3);

$Z_s^*(y, z)$ - комплексно-сопряженный импеданс.

На рис. 3 приведены частотные зависимости нормированных к волновому числу свободного пространства постоянных распространения объемных волн (квази H_{10} ,

квази H_{20} , квази H_{30}) и поверхностной волны, которая отсутствует в регулярном волноводе.

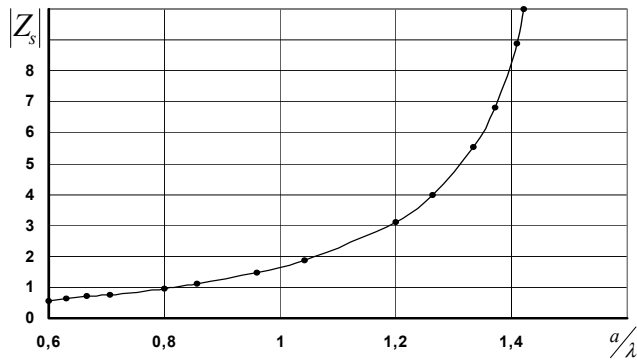


Рисунок 2 - Зависимость модуля эффективного импеданса $|Z_{s\text{эфф}}|$ от длины волны a/λ

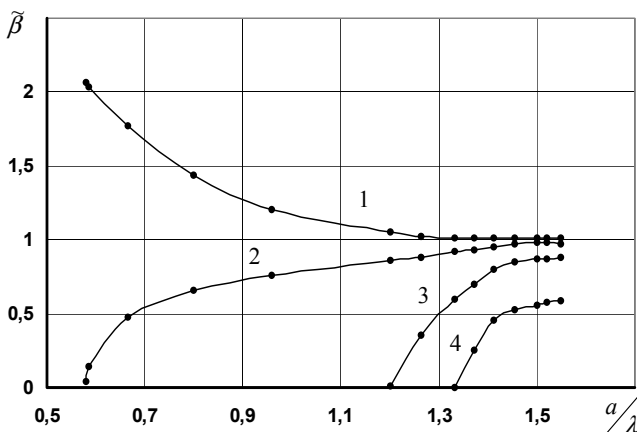


Рисунок 3 - Зависимость нормированной постоянной распространения $\tilde{\beta}(a/\lambda)$ для объемных и поверхностной волн в случае одной импедансной стенки; 1 - поверхностная волна; 2 - первая объемная (квази H_{10}) волна; 3 - вторая объемная (квази H_{20}) волна; 4 - третья объемная (квази H_{30}) волна

Как следует из рис. 3, емкостной характер поверхностного импеданса одной стенки волновода смещает $\lambda_{\text{кр}}$ в сторону больших значений длины волны. К тому же, с уменьшением длины волны происходит возбуждение высших типов волн. Расчеты показывают, что с увеличением $|Z_{s\text{эфф}}|$ постоянная распространения увеличивается.

Численный анализ проводился также и для волновода с двумя импедансными стенками. В такой структуре, как показывают расчеты, возможно распространение двух поверхностных волн. На рис.4 рассмотрен такой случай при $a/\lambda=0,8$ и различных значениях поверхностного

импеданса.

При $Z_{s\text{эфф}} \rightarrow 0$ волна квази H_{10} переходит в волну H_{10} регулярного волновода, а поверхностные волны вырождаются. Из рисунка также видно, что при некоторых значениях $Z_{s\text{эфф}}$ объемная волна (кривая 1) претерпевает отсечку. С увеличением $Z_{s\text{эфф}}$ значения постоянных распространения $\tilde{\beta}$ уменьшаются, причем у одной из поверхностных волн (кривая 3) $\tilde{\beta}$ стремится к единице, но волна остается поверхностной, а другая волна (кривая 2) переходит из поверхностной в объемную.

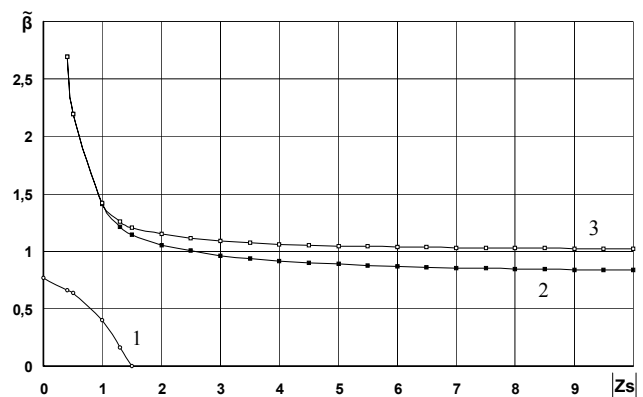


Рисунок 4 - Зависимость $\tilde{\beta}(|Z_{s\text{эфф}}|)$ при $a/\lambda=0,8$ в случае двух импедансных стенок 1 - объемная (квази H_{10}) волна; 2 - первая поверхностная волна; 3 - вторая поверхностная волна

ВЫВОДЫ

Получено дисперсионное уравнение в матричной форме для волновода с бесконечным числом отверстий вдоль узкой стенки. Для такой структуры вычислены значения эффективного поверхностного импеданса и получены дисперсионные характеристики в зависимости от его величины и длины волны. Показано, что в такой структуре возможно распространение как объемных, так и поверхностных волн. Установлено, что в волновод с двумя импедансными стенками возможно существование двух поверхностных волн которые при определенных параметрах структуры вырождаются.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Использование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных электромагнитных волн./ Миллер М.А., Таланов В.И./Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1961, 4, №5. - С.795-830.
2. Нефедов Е.И., Сивов А.Н. Электродинамика периодических структур. М.: Наука, 1977. - 425 с.
3. Курушин Е.П., Нефедов Е.И., Филалковский А.Т. Дифракция электромагнитных волн на анизотропных структурах. М.: Наука, 1975. - 375 с.
4. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М.: МГУ,

О ЛОГОПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВИБРАТОРНОЙ ТРЕХДИАПАЗОННОЙ АНТЕННЕ С ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ВОЛН

В.В.Овсяников, В.В.Овсяников

Приведены результаты разработки логопериодической вибраторной антенны с ортогональной поляризацией волн, оснащенной дополнительными Z-образными антеннами, обеспечивающими направленную работу всей антенной системы на третьем дополнительном низкочастотном диапазоне с любой поляризацией волн. Параметрическая оптимизация дополнительной антенны в начальном приближении производится методом эквивалентной длинной линии с последующим анализом и оптимизацией методом интегрального уравнения совместно с методом математического программирования

Приведено результати розробки логопериодичної вібраторної антени з ортогональною поляризацією хвиль, до складу якої входять оснащеної додаткової Z-подібні антени, що забезпечують спрямовану роботу всією антенною системою на третьому додатковому низькочастотному діапазоні з будь-якою поляризацією хвиль. Параметрична оптимізація додаткової антени в початковому наближенні забезпечується методом еквівалентної довгої лінії з наступним аналізом і оптимізацією методом інтегрального рівняння разом з методом математичного програмування

The results of development of a log-periodic dipole aerial with orthogonal polarization of waves equipped additional Z-with figurative antennas, providing directional job by all antenna of a system on the third additional low-frequency range with any polarization of waves are adduced. The parametric optimization of the additional antenna in initial approach is made by a method of an equivalent long line with the subsequent analysis and optimization by a method of an integral equation together with a method of mathematical programming.

Логопериодические вибраторные антенны СВЧ-диапазона [1-2], благодаря своей широкополосности и простоте согласования с питающим кабелем, широко применяются в эфирном телевидении, мобильной радиосвязи и других областях радиотехники. В ряде случаев, при дефиците посадочных мест, требуется обеспечить одновременную работу логопериодической антенны (ЛПА) с ортогональной поляризацией волн на дополнительных, например, более низкочастотных волнах любой поляризации. В этих случаях нами предложено применять принцип совмещения работы высокочастотных источников на антенную систему [3,4], представленную на рис.1.

На рис.1 вибраторы L_1 являются одним из фрагментов ЛПА, обеспечивающих ее работу на верхних частотах диапазона, а вибраторы L_2 являются дополнительными - для обеспечения работы данной системы на дополнительных нижних частотах. Вибраторы L_1 могут быть прогнуты Z-образно в сечениях а-б на любой одинаковый угол, например, в плоскости перпендикулярной плоскости

чертежа рис.1. Если, например, угол прогиба равен 90° , то внешние части $L_2 - L_1$ будут обеспечивать работу данной системы на низкочастотных волнах горизонтальной поляризации. Одновременно, вертикальные части этой системы будут обеспечивать вертикальную поляризацию на волнах высокочастотного диапазона. Следовательно, такая двухчастотная антенная система (АС) обеспечивает ортогональную поляризацию волн разной частоты. Индуктивные элементы L служат для обеспечения одновременной работы системы при любом соотношении верхней и нижней частот [3,4].

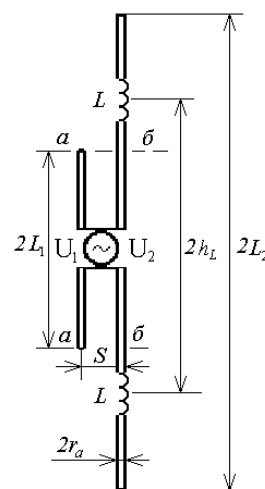


Рисунок 1 - Двухчастотная АС с индуктивными элементами

Определение значений индуктивных элементов L и координат их включения h_L , то есть, предварительная параметрическая оптимизация, выполняется с помощью соотношений теории эквивалентной длинной линии с применением следующего трансцендентного уравнения [3,4]:

$$L = \frac{W_1}{4\pi f_1} \left\{ \operatorname{ctg} \left[\eta_1 \frac{2\pi}{\lambda_1} (L_2 - h_L) \right] - \operatorname{tg} \left[\eta_1 \frac{2\pi}{\lambda_1} (L_2 - h_L) \right] \right\} = \frac{W_2}{4\pi f_2} \left\{ \operatorname{ctg} \left[\eta_2 \frac{2\pi}{\lambda_2} (L_2 - h_L) \right] - \operatorname{tg} \left[\eta_2 \frac{2\pi}{\lambda_2} (L_2 - h_L) \right] \right\}, \quad (1)$$

где W_1 - волновое сопротивление выступающей части ($L_2 - L_1$); η_1 - коэффициент укорочения выступающей

части; W_2 - волновое сопротивление излучателя с длиной плеча L_2 ; η_2 - коэффициент укорочения излучателя длиной L_2 .

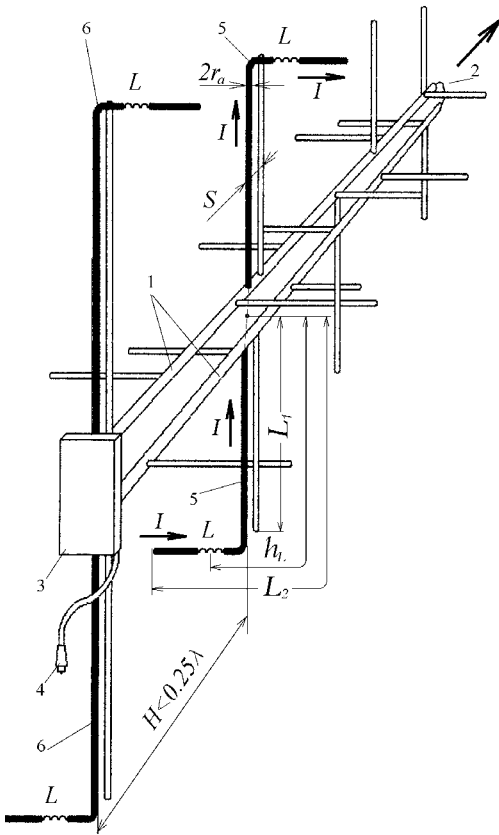


Рисунок 2

На рис.2 представлена логопериодическая антенна, включающая горизонтальные и вертикальные вибраторы, закрепленные на двухпроводной разводящей линии 1, узел возбуждения антенны 2 и ее основание 3, в котором все вибраторы закорочены. Высокочастотная энергия подводится или снимается с разъема 4.

Размещение дополнительных вибраторов фрагмента (рис.1) на ЛПА представлено на рис.2 в виде позиций 5 и 6, выделенных жирной линией. Вибраторы 5 работают в активном режиме, так как они возбуждаются разностью потенциалов двухпроводной распределительной линии 1, а вибраторы 6 - в режиме пассивных рефлекторов. Стрелками на рис. 2 показано направление максимального излучения (приема) электромагнитной энергии при работе ЛПА на всех диапазонах.

Из результатов предварительной параметрической оптимизации индуктивности L_{rez} и координаты ее включения h_L АС (рис.2) в соответствии с уравнением (1) следует, что каждому значению длины вибратора L_2 при $L_1 = \text{const}$ и $(L_2 - L_1) < 0,5\lambda_1$ соответствует одна и только одна пара значений L_{rez} и h_L . Это видно из графиков рис.3, на которых приведены результаты

расчетов L_{rez} и h_L для двухчастотного излучателя, работающего на частотах $f_1 = 900$ МГц и $f_2 = 300$ МГц.

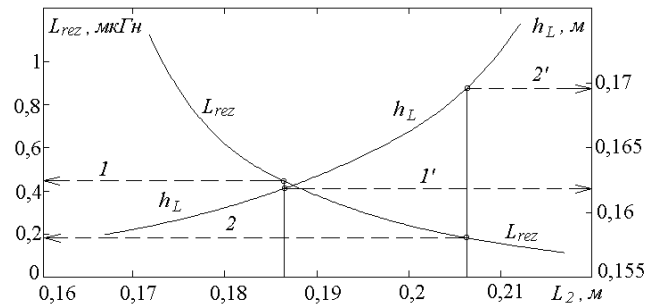


Рисунок 3

Полученные данные используются при дальнейшем анализе и параметрической оптимизации АС, когда анализируя методом интегрального уравнения (ИУ) (при $h_L = \text{const}$) входные импедансы ($Z_{вх}$) и коэффициенты стоячей волны (K_c) и сравнивая последние с требуемым значением (K_c^{Tp}), определяем оптимальное значение L^* в соответствии с выражениями:

$$F_1(L) = \min\{[K_{c,1}(L_m) - K_c^{Tp}] / K_c^{Tp}\}^2, \quad m = 1, 2, \dots, M, L_m \in (L_1, L_m); \quad (2)$$

$$F_2(L) = \min\{[K_{c,2}(L_n) - K_c^{Tp}] / K_c^{Tp}\}^2, \quad n = 1, 2, \dots, N, L_n \in (L_1, L_n); \quad (3)$$

где: $F_1(L)$, $F_2(L)$ - парциальные функционалы целевой функции $F(L)$ для частот f_1 и f_2 , соответственно; L - исходное значение индуктивности в начальном приближении, подлежащее оптимизации. При этом, целевая функция задачи имеет вид:

$$F(L) = \sum_{j=1}^2 p_j F_j(L), \quad (4)$$

где: p_j - весовые коэффициенты, учитывающие степень важности значений K_c для частот f_1 и f_2 .

Результаты анализа $Z_{вх}$ и K_c и оптимизации значений индуктивностей и мест их включения представлены в таблице 1, где значения $Z_{вх}$ и K_c приведены для несимметричного варианта (излучатель над идеально проводящим бесконечным экраном). Отметим, что определение начального приближения L_{rez} и h_L по выражению (1), как видно из таблицы 1, выполняется с погрешностями не более 14% по индуктивности и не более 9% по координате ее включения, относительно результатов последующего анализа и оптимизации методами ИУ и математического программирования. Это позволяет сделать вывод о довольно высокой точности начального приближения. Учитывая это, расчет начального приближения без последующих анализа и

оптимизации в некоторых случаях может быть систем. достаточным при разработке многочастотных излучающих

Таблиця 1

$L_2, \text{ м}$	Метод ЭДЛ		Метод ИУи МП		$Z_{\text{вх}}, \text{ Ом}$		K_c
	$L_{\text{rez}}, \text{ мкГн}$	$h_L, \text{ м}$	$L^*, \text{ мкГн}$	$h_L, \text{ м}$			
0,187	0,4313	0,162	0,381	0,173	f_1	$57+i2,50$	1,14
					f_2	$30,6-i3,17$	1,63
0,207	0,1733	0,1701	0,197	0,1863	f_1	$57,65+i1,16$	1,15
					f_2	$33,50-i0,28$	1,50

Проведенная экспериментальная проверка трехдиапазонной ЛПА, представленной на рис. 2 показала ее эффективную работу совместно с дополнительными вибраторами 5 и 6, обеспечивающими ее работу на дополнительной низкой частоте.

Таким образом, предложенная методика анализа и оптимизации может успешно применяться при исследованиях и разработке сложных многочастотных антенных систем.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Dubrovka F.F., Kupriy O.M., Zaskalniy V.V. A VHF-UHF Logperiodic V-Dipole TV Antenna // Proc. of the Intern. Conf. on Antennas Theory and Techniq., Sevastopil, Ukraine. - 8-11 Sept. 1999. - P. 385-386.
2. Логопериодическая антенна: А. с. 1169050 СССР (Пат. SU 1817868 АЗ), МКИ H01Q 11/10. / А.А.Лобов (СССР).- №4950881/ 09; Заявл. 08.04.91; Опубл. 23.05.93, Бюл. №19, 3 с.
3. Ovsyanikov V.V. Research of New Antennas for Mobile Radio Communications // Proc. of 8th Int. Conf. on Math. Methods in Electromagnetic Theory. - Sept. 12 -15. 2000 - Kharkiv, Ukraine. - P. 277-279.
4. Овсяников В.В., Крюков А.В. Анализ и оптимизация многочастотных излучателей для мобильной радиосвязи // Журн. Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. - Киев-2001. - Т.44, №5. - С. 69-76.

УДК 537.86:517.5.53

ДИФЕРЕНТЕГРАЛЬНІ АЛЬФА-ФОРМИ У ХАУСДОРФОВІЙ МЕТРИЦІ НА ФРАКТАЛЬНИХ МНОЖИНАХ

В.М.Онуфрієнко

Для описания фрактальных множеств в метрике Хаусдорфа вводятся в рассмотрение интегро-дифференциалы дробного порядка. Определено и доказано существование интегро-дифференциальных форм дробного порядка для анализа локальных свойств фрактального контура. Интегралы от форм применены для формулирования уравнений, которые описывают поля в искусственных метаматериалах.

Для опису фрактальних множин у метриці Хаусдорфа вводяться у розгляд інтегро-диференціали дробового порядку. Визначено і доведено існування інтегро-диференціальних форм дробового порядку для аналізу локальних властивостей фрактального контуру. Інтегралі від форм застосовано для формулювання рівнянь, що описують поля у штучних метаматеріалах.

The differintegrals for the description of fractal sets in the Hausdorff metrics are considered. The existence of the differintegrals forms for the analysis of local properties of a fractal boundary is defined and is proved. The integrals forms are applied for a formulation of the equations, which describe fields

in artificial metamaterials.

ВСТУП

Основним трактатом про фрактали, що оцінюються з різних точок зору, виступає філософське ілюстроване есе Б.Мандельброта [1] (розроблене на оригінальній версії 1975 р.), де аналізується велика кількість прикладів з природничих та математичних застосувань. Інші присвячені фракталам книги включають розгляд геометричних аспектів трактування фрактальної природи ліній та поверхонь [2]; гарно ілюстрований огляд комплексної динаміки подається в [3]; фізичні застосування розглядаються в [4,5], а в [6] - аспекти комп'ютерної графіки; [7] присвячена функціональним схемам, що виконуються за допомогою ітерацій; особливості впровадження фрактальних контурів та

поверхонь в граничні умови задач теорії поля та електродинаміки вперше розглядаються в [8-10]. Актуальним на даний момент залишається питання про математичне обґрунтування застосування інтегро-диференціалів для опису фрактальних структур [11].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У подальшому розгляді можливостей опису фрактальних множин за допомогою інтегро-диференціального числення будемо використовувати означення фракталу F , що базується на переліку його геометричних властивостей [2], а саме: F має тонку структуру (тобто з деталями будь яких малих розмірів); F є занадто нерегулярним, щоб бути описаним у традиційній геометричній термінології у місцевому масштабі і глобально; F має деяку форму самоподібності, можливо, наближено чи статистично; визначена деяким чином фрактальна розмірність F більша його топологічної розмірності; у більшості застосовних у теорії поля випадків F визначається достатньо простим, можливо рекурсивним, способом.

Відому методику наближення некоординатних меж областей визначення поля за допомогою покриття простими компактами (прямокутниками, кругами, еліпсами і т.інш.) [12] використаємо далі для дослідження одного з основних математичних аспектів теорії фракталів, яким є питання про збіжність до фракталу утвореної послідовності множин. Для цього треба уміти вимірювати відстані між компактними множинами, тобто необхідно визначити відповідну метрику. Наприклад, для побудови фрактального розподілу фізичної величини (маси, заряду, струму і т.інш.) на контурі Кох на середній третині початкового відрізка K_0 (нульового покоління) утворюють дволанцюгову ламану (множина K_1 першого покоління). Ітеративна побудова другого покоління (дволанцюгових ламаних на кожному з чотирьох відрізків множини K_1), третього, і так далі, n -го покоління дає фігуру K_n . Для доведення інтуїтивного уявлення про те, що послідовність кривих $\{K_n\}_{n=1}^{\infty}$ збігається до деякої граничної кривої K , що є фракталом, визначимо придатну для цього метрику Хаусдорфа.

Метрика Хаусдорфа визначається на множині K усіх непорожніх компактних підмножин простору R^n ; таким чином, "точками" K вважаються компакти. "Точками" можуть бути фігури покриття (квадрати, прямокутники, круги, еліпси і т.інш.) або навіть сама гранична множина (серветка Серпінського, наприклад). Вимога компактності не обмежує застосовності подальших результатів, бо у побудовах ми завжди будемо використовувати тільки компактні множини (більше того, виявляється, що і граничні множини (фрактали) завжди компактні). Подальші побудови будемо виконувати виходячи з наступного визначення відстані Хаусдорфа $H(E, F)$ між

непорожніми компактними підмножинами з R^n

$$H(E, F) = \min \{ \varepsilon > 0 : E \subset F + \varepsilon, F \subset E + \varepsilon \},$$

де $E + \varepsilon = \bigcup \{ \bar{B}_\varepsilon(x) : x \in E \}$, $F + \varepsilon = \bigcup \{ \bar{B}_\varepsilon(x) : x \in F \}$ - дилатації радіусу ε (векторна сума множин E і F з $\bar{B}_\varepsilon(x)$ - замкнутою кулею радіуса ε з центром в x). У зв'язку з цим відомо [2], що для виконання $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = E$ у метриці Хаусдорфа необхідно і достатньо, щоб для кожного ε з деякого номера $n > N$ виконувалось $E_n \subset E + \varepsilon$, $E \subset E_n + \varepsilon$. Отже, перетин $E = \bigcap_{n=1}^{\infty} E_n$ послідовності вкладених одна в одну компактних множин $E_1 \supset E_2 \supset \dots$ виявляється непорожнім компактом, а послідовність множин E_n збігається до E : $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = E$.

Далі покажемо, що розгляд фрактальних множин у метриці Хаусдорфа дозволяє порівнювати величину хаусдорфівської розмірності $d_H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)}$ (r - сторона куба покриття, $N(r)$ - кількість кубів, до яких потрапляє хоча б одна точка фрактальної множини) з показником порядку α дробового інтегро-диференціала

$$({}_a I_x^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, \quad \text{конструкція якого}$$

виникає у задачі про визначення протяжності фрактальної кривої.

Виявлені таким чином зв'язки дають можливість означити поняття інтегро-диференціальної α -форми та виявити спектр її застосування для розв'язування задач фрактальної теорії поля та електродинаміки.

МІРА ХАУСДОРФА ТА ДИФЕРЕНТЕГРАЛ НА ФРАКТАЛЬНІЙ МНОЖИНІ

Для побудови елемента дуги та довжини фрактальної частини контуру ми використаємо далі "геометричний" підхід, що базується на ідеї Ф.Хаусдорфа про визначення неперервності відображення у точці не за допомогою відстані між точками, а через покриття та вимірювання околу точки фрактальної множини.

У практиці для вимірювання довжини кривої, площі поверхні або об'єму розглядають покриття геометричних об'єктів кубами з ребрами ε_i , сферами з діаметром ε_i ($\max \varepsilon_i \leq \varepsilon$) тощо. Міра величини множини одержується як кількість достатньо малих сфер з центрами в точках множини, коли точки, що знаходяться в околах на відстані $r < \varepsilon/2$, покриваються цими сферами. Як результат, таким чином відбувається узагальнення міри величини множини (див., наприклад, [13]), пов'язане з вибором деякої пробної степеневі функції $H_\varepsilon^\alpha = \gamma(\alpha) \times \varepsilon^\alpha$ з ваговим коефіцієнтом $\gamma(\alpha)$ (геометрично відповідним мірі відрізка прямої, квадрата,

круга, кулі, куба) і покриттям зазначеними компактами розглядуваної множини точок з утворенням α -міри Хаусдорфа $H^\alpha = \sum H_\varepsilon^\alpha$.

У загальному випадку покриття множини точок E компактами B_i з діаметром r_i дає можливість конструювання α -міри Хаусдорфа

$$H^\alpha(E) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_\varepsilon^\alpha(E) = \inf \left\{ \gamma(\alpha) \sum_i r_i^\alpha : E \subset \bigcup B_i, r_i < \varepsilon \right\},$$

що виступає мірою фрактальних властивостей множини.

Вказана схема супроводжується побудовою однієї з найбільш відомих метричних розмірностей - хаусдорфової розмірності d_H . Для цього розглядається нижня грань суми $L_d(\varepsilon) = \inf \sum_i \varepsilon_i^d$ для усіх можливих покриттів

множини кубами з ребром ε_i . Для достатньо великих d

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} L_d(\varepsilon) = 0 \text{ та } \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} L_d(\varepsilon) = \infty \text{ - для малих } d.$$

Хаусдорфовою розмірністю називається значення показника

$$d_H = \inf \left\{ d : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} L_d(\varepsilon) = 0 \right\} = \sup \left\{ d : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} L_d(\varepsilon) = \infty \right\}.$$

Обчислення хаусдорфової розмірності для конкретного типу геометричних множин за вказаною схемою виявляється складною операцією навіть для комп'ютера, оскільки виникає необхідність мінімізувати суму $\sum_i \varepsilon_i^d$ за усіма можливими розбиттями.

Для відомих алгоритмів побудови фрактальних множин виникає можливість безпосереднього обчислення хаусдорфової розмірності. Так, наприклад, для кривої Кох у n -му поколінні довжина відрізка ламаної дорівнює $r_n = 1/3^n$, кількість таких відрізків $N(r_n) = 4^n$, а

$$\text{хаусдорфова розмірність } d_H = \lim_{r_n \rightarrow 0} \frac{\ln N(r_n)}{\ln(1/r_n)} = \ln 4 / \ln 3 \approx$$

$\approx 1,26$. У даному випадку топологічна розмірність $d_T = 1$, $d_H > d_T$.

Розглядаючи узагальнення вимірювання протяжності фрактальної частини контуру, що проектується на вісь Ox у відрізок $[a, x]$, покриємо контур ламаною лінією з ланками $\Delta x_{i(k)}$ сталої довжини (діаметрами компактів покриття (квадратів, кругів, еліпсів)) і з кінцями, що знаходяться на фрактальних точках контуру (k -номер покоління покриття). Для покриття більшої кількості фрактальних точок контуру будемо у наступному ($k+1$)-му поколінні покриття зменшувати довжину ланки $\Delta x_{i(k+1)} < \Delta x_{i(k)}$. Число $N_{\Delta x_{i(k+1)} \Delta x_{i(k)}}$ вершин ламаної

лінії з ланками довжини $\Delta x_{i(k+1)}$, що знаходяться в границях ланки довжиною $\Delta x_{i(k)}$ ламаної лінії k -го покоління, функціонально залежить від відношення $\Delta x_{i(k)}$ до $\Delta x_{i(k+1)}$:

$$N_{\Delta x_{i(k+1)} \Delta x_{i(k)}} = f(\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+1)}). \quad (1)$$

Для $(k+2)$ -го покоління покриття з $\Delta x_{i(k+2)} < \Delta x_{i(k+1)}$ одержуємо число вершин ламаної лінії

$$N_{\Delta x_{i(k+2)} \Delta x_{i(k+1)}} = f(\Delta x_{i(k+1)} / \Delta x_{i(k+2)}).$$

З іншого боку, добуток кількості вершин ламаних наступного $(k+2)$ -го покоління на кількість вершин попереднього $(k+1)$ -го покоління виражається через покриття k -го покоління:

$$N_{\Delta x_{i(k+1)} \Delta x_{i(k)}} \times N_{\Delta x_{i(k+2)} \Delta x_{i(k+1)}} = N_{\Delta x_{i(k+2)} \Delta x_{i(k)}}.$$

Помічаємо, що зв'язок між кількістю елементів покриття та їх розміром описується функціональним рівнянням виду

$$f(u)f(v/u) = f(v), \quad (2)$$

де позначено $u = \Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+1)}$, $v = \Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+2)}$. Гладкий розв'язок рівняння (2) є єдиним і неперервним у формі степеневій функції

$$f(u) = u^\alpha, \quad (3)$$

що може розглядатись як характеристика Коші [14]. Дійсно, для довільної неперервної для $x > 0$ функції $f(u)$, що задовольняє рівняння (2), введемо нову змінну ξ , $(-\infty < \xi < \infty)$ за формулою $u = e^\xi$, $\varphi(\xi) = f(e^\xi)$. Використовуючи властивості експоненти, маємо функціональну залежність $\varphi(\eta - \xi) = f(e^{\eta - \xi}) = f(e^\eta / e^\xi)$, а з урахуванням (1), залежність $f(e^\eta / e^\xi) = f(e^\eta) / f(e^\xi) = \varphi(\eta) / \varphi(\xi)$, що властива для показникової функції $\varphi(\xi) = a^\xi$, $a > 0$. Отже, $f(u) = a^{\ln u} = u^\alpha$, де $\alpha = \ln a$.

Порівнюючи вирази (1) та (2), одержуємо

$$N_{\Delta x_{i(k+1)} \Delta x_{i(k)}} = \left(\frac{\Delta x_{i(k)}}{\Delta x_{i(k+1)}} \right)^\alpha.$$

Отже, довжина ланки ламаної лінії $(k+1)$ -го покоління покриття визначається формулою (з урахуванням незмінності початкового $\Delta x_{i(k)}$)

$$\begin{aligned} \Delta^{(\alpha)}L(k+1) &= N_{\Delta x_{i(k+1)}\Delta x_{i(k)}} \cdot \Delta x_{i(k+1)} + o(\Delta x_{i(k+1)}) = \\ &= \frac{\Delta^\alpha x_{i(k)}}{\Delta^\alpha x_{i(k+1)}} \Delta x_{i(k+1)} + o(\Delta x_{i(k+1)}) = \\ &= \gamma(\alpha) \frac{1}{\Delta^\alpha x_{i(k+1)}} \Delta x_{i(k+1)} + o(\Delta x_{i(k+1)}). \end{aligned} \quad (4)$$

Довжина ламаної лінії $(k+1)$ -го покоління

$$\begin{aligned} L^{(\alpha)}(k+1) &= \lim_{\Delta x_{i(k+1)} \rightarrow 0} \sum_i \Delta^{(\alpha)}L(k+1) = \\ &= \lim_{\Delta x_{i(k+1)} \rightarrow 0} \sum_i \gamma(\alpha) \frac{1}{\Delta^\alpha x_{i(k+1)}} \Delta x_{i(k+1)}. \end{aligned} \quad (5)$$

ДИФЕРЕНТЕГРАЛЬНІ α -ФОРМИ

Порівняння (4) з формулами дробового інтеграла

$$({}_a I_x^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \quad \text{та} \quad \text{похідної}$$

$$({}_a D_x^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt = \frac{d}{dx} ({}_a I_x^{1-\alpha} f)(x)$$

(див., наприклад, [15]) дає можливість записати диференціал дуги [16]

$$\begin{aligned} d^\beta(l-a) &= D^\beta(l-a)dl = \frac{1}{\Gamma(2-\beta)(l-a)^{\beta-1}} dl = \\ &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)(l-a)^{1-\alpha}} dl, \quad \alpha = 2-\beta, \quad 0 < \beta < 1. \end{aligned} \quad (6)$$

З урахуванням властивостей диференціалів

$$({}_a D_x^\alpha f)(x) = \frac{d}{dx} ({}_a I_x^{1-\alpha} f)(x);$$

$$\frac{d}{dx} ({}_a D_x^\alpha f)(x) = ({}_a D_x^{1+\alpha} f)(x);$$

$$({}_a D_x^\alpha f)(x) = ({}_a I_x^{-\alpha} f)(x),$$

для опису локальних фрактальних властивостей контуру введемо диференціальні α -форми дробового порядку $\mathfrak{w}^\alpha = ({}_a D_x^\alpha f)(x) dx^\alpha$, що за цілих значень α відповідають відомому означенню диференціальних форм (див., наприклад, [17]). У зв'язку з цим означимо зовнішній диференціал α -форми як диференціальну $\alpha+1$ -форму:

$$\begin{aligned} d\mathfrak{w}^\alpha &= \mathfrak{w}^{\alpha+1} = \sum_i ({}_a D_{x_i}^{1+\alpha} f)(x_i) dx_i^{1+\alpha} = \\ &= \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} ({}_a D_{x_i}^\alpha f)(x_i) dx_i^\alpha \wedge dx_i. \end{aligned}$$

Для доведення існування α -форми розглянемо покриття фрактальної множини контуром L (на контур L проектується розглядувана множина фрактальних точок), що визначається рівнянням $P(x_1, x_2) = P(x) = 0$, де функція $P(x)$ є нескінченно диференційовною. Визначимо інваріантно пов'язану з контуром L диференціальну форму дробового порядку $\alpha+1$ у вигляді $dP \cdot \mathfrak{w}^{\alpha+1} = d^\alpha+1 l$, де dP - диференціал функції $P(x)$, $d^\alpha+1 l = ({}_a D_l^{1+\alpha} l)(x_i) dx_i^{1+\alpha}$. Введемо в околі будь якої точки контуру локальну систему координат (t_1, t_2) так, щоб однією з цих координат, наприклад t_1 , була б величина $P(x)$, а формули переходу від координат (x_1, x_2) до координат (t_1, t_2) задавались би нескінченно

$$\text{диференційовним якобіаном } D^\alpha \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} D_{t_1}^\alpha x_1 & D_{t_1}^\alpha x_2 \\ \frac{dx_1}{dt_2} & \frac{dx_2}{dt_2} \end{vmatrix}.$$

У нових координатах маємо $d^\alpha l = D^\alpha \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} dP dt_2$, отже є

можливість визначити форму виду $\mathfrak{w}^\alpha = D^\alpha \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} dt_2$, чим

і доводиться існування α -форм. Якщо, зокрема, в околі даної точки $D_{x_1}^\alpha \neq 0$ вибрати $t_1 = P$, $t_2 = x_2$ то

$$D^\alpha \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} = 1/D^\alpha \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} = 1/D_{x_1}^\alpha P, \quad \alpha\text{-форма існує у вигляді}$$

$$\mathfrak{w}^\alpha = dx_2 / D_{x_1}^\alpha P.$$

Зовнішній диференціал $(\alpha+1)$ -форми

$$\sum_i a_1(x) dx_i \wedge dx_i^\alpha \in \text{формою } (\alpha+2)\text{-го порядку}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{i < j} ((D_{x_i}^{1+\alpha} a_j)(x) - (D_{x_j}^{1+\alpha} a_i)(x)) dx_i \wedge dx_j^\alpha \wedge dx_j = \\ &= \sum_{i < j} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} (D_{x_i}^\alpha a_j)(x) - \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{x_j}^\alpha a_i)(x) \right) dx_i \wedge dx_j^\alpha \wedge dx_j. \end{aligned}$$

Помічаємо, якщо коефіцієнтам форми

$$\mathfrak{w}^{\alpha+1} = \sum_i a_1(x) dx_i \wedge dx_i^\alpha$$

поставити у відповідність вектор $\vec{a} = \{a_i\}$, то коефіцієнтам зовнішнього

диференціала $d\mathfrak{w}^\alpha$ буде відповідати ротор вектора \vec{a} на фрактальній множині.

Порівняння (5) з формулами інтегродиференціального

числення дозволяє ввести у розгляд для опису розподілів на фрактальних множинах інтеграл від α -форми \mathfrak{W}^α виду $\int_L \mathfrak{W}^\alpha$. Зрозуміло, що такі інтеграли не залежать від розбиття області на ланки, що відповідають фіксованій орієнтації околу (тобто перехід від координат (t_1, t_2) до (x_1, x_2) визначається функціями з додатнім якобіаном (див., наприклад, [18])).

Зовнішній диференціал $(n + \alpha - 1)$ -форми у деякій $n + \alpha$ -вимірній області G з кусково-гладкою межею Γ підвищує на одиницю порядок форми: $d\mathfrak{W}^{n+\alpha-1} = \mathfrak{W}^{n+\alpha}$. Для орієнтації області G , що відповідає додатньому напрямку нормалі до Γ , справедлива формула Гаусса-Остроградського

$$\int_G d\mathfrak{W}^{n+\alpha-1} = \int_\Gamma \mathfrak{W}^{n+\alpha-1}, \quad (7)$$

Узагальненням (7) виступає формула Стокса

$$\int_G d\mathfrak{W}^{k+\alpha-1} = \int_\Gamma \mathfrak{W}^{k+\alpha-1}, \quad (8)$$

де G - є $k + \alpha$ -вимірною областю ($k < n$), а $\mathfrak{W}^{k+\alpha-1}$ - форма $k + \alpha - 1$ порядку.

За поданою схемою (1) - (5) будемо узагальнені вирази для елементів поверхонь та об'ємів (компактів покриття), що визначаються на фрактальних множинах через відповідні інтегро-диференціальні форми порядку

$k + \alpha$, а саме $dV_M = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_M \mathfrak{W}^{\alpha-1}$, що для цілого

$\alpha = p + 1$, $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$ перетворюються у відому

форму $dV_M = \frac{1}{p!} \int_M \mathfrak{W}^p$ (див., наприклад, [18]).

Розглядаючи підінтегральні вирази добутків складових векторів електромагнітного поля на елементи контурів, поверхонь та об'ємів як інтегро-диференціальні форми відповідного порядку, з урахуванням формул Гаусса-Остроградського (7) та Стокса (8) одержуємо застосовні для опису поля на фрактальних множинах рівняння Максвелла у термінах α -форм

$$\begin{aligned} d\vec{E}^\alpha &= -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}^\alpha - \vec{J}_m^\alpha, \quad d\vec{H}^\alpha = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}^\alpha + \vec{J}_e^\alpha, \quad d\vec{D}^\alpha = \rho_e^\alpha, \\ d\vec{B}^\alpha &= \rho_m^\alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Розкриття в (9) α -форм з урахуванням їх властивостей у відповідних координатних системах утворює можливість розв'язування нового класу задач про визначення електромагнітного поля поблизу фрактальних контурів та у штучних метасередовищах, загальною моделлю яких є фрактальна множина точок.

ВИСНОВКИ

Для математичного обґрунтування застосування інтегро-диференціалів для опису фрактальних структур розглянуто фрактальні множини у метриці Хаусдорфа. Вимірювання протяжності фрактальної частини контуру, що проектується на вісь у відрізок, показало, що зв'язок між кількістю елементів покриття та їх розміром описується функціональним рівнянням у характеристиках Коші, а довжина ланки ламаної лінії визначається за допомогою засобів інтегро-диференціального дробового числення.

Для опису локальних фрактальних властивостей контуру введено і доведено існування диференціальних α -форм дробового порядку, що за цілих значень α відповідають відомому означенню диференціальних форм. Введено у розгляд інтеграл від α -форми для аналізу розподілів на фрактальних множинах, формулу Гаусса-Остроградського, формулу Стокса.

Розгляд підінтегральних виразів добутків складових векторів електромагнітного поля на елементи контурів, поверхонь та об'ємів як інтегро-диференціальних форм відповідного порядку показав, що з урахуванням формул Гаусса-Остроградського та Стокса можна записати рівняння Максвелла у термінах α -форм, застосовні для опису поля на фрактальних множинах, що є основою для розв'язування нового класу задач про визначення електромагнітного поля поблизу імпедансних контурів та у штучних метасередовищах.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. Freeman. San Francisco, 1982.
2. Falconer K.J. The Geometry of Fractal Sets. Cambr. Univ. Press, Cambridge, 1985.
3. Peitgen H.-O. and Richter P.H. The Beauty of Fractals. Springer. Berlin, 1986.
4. Feder J. Fractals. Plenum Press. New York, 1988.
5. Фракталы в физике // Труды 6-го международного симпозиума по фракталам в физике. Пер. с англ./Под ред. Л.Пьетронеро, Э.Тозотти. - М.:Мир.-1988.-672 с.
6. Peitgen H.-O. and Saupe D.(Eds). Fractal Images, Springer, New York, 1988.
7. Barnsley M.F. Fractals Everywhere. Ac.Press, Orlando, FL, 1988.
8. Onufrienko V. On " α -features" of electrical waves above impedance plane // Proceedings 12 International. Conference on Microwaves & Radar.-Vol.1.- Krakov (Poland).- 1998.- P.212-215.
9. V.M.Onufrienko. Physical and Geometric Interpretation of Electromagnetic Field's α -Characteristics // Telecommunication and Radio Engineering, Vol.53.-N 4-5, 1999.-PP. 136-139.
10. V.M.Onufrienko. The Differintegral Model for Describing Fractal Coupling Between Waveguide Surfaces //Telecommunication and Radio Engineering, 2002.-Vol.57.-N 1. -PP. 30-36.
11. V.M.Onufrienko. Integro-Differential Charges and Currents Distribution on the Fractal Medium Topology // Conf. Proc. International Conference of Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2002),V.2.- Kiev ,Ukraine, 2002.-P. 382-384.
12. В.М.Онупфрієнко, И.Г. Прохода, В.П. Чумаченко. Численное решение задачи о волноводном трансформаторе с соединительной полостью сложной формы // Изв. вузов. Радиофизика.-1975.- 18.-№ 4. - С. 584-587.
13. Р.М.Кроневер. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. Пер. с англ. М.:Постмаркет.-2000.-352 с.
14. Г.М.Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления.-М.:Физматгиз, Т.1.-1963.-656с.

15. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск:Наука и техника.-1987.
16. Онуфриенко В.М. Ближнее поле фрактального распределения токов однопроводной линии // Изв.высш.учеб.заведений.Радиоэлектроника.-2002.- Т.45, № 9. - С.47-53.
17. Ж. де Рам. Дифференциальные многообразия. М.:ИЛ.-1956.
18. И.М.Гельфанд, Г.Е.Шиллов. Обобщенные функции и действия над ними. М.:Физматгиз.- 1958.

УДК 621.37:537.87

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ФРАКТАЛЬНОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

В.М.Онуфриенко, В.Н.Левыкин

Применением методов интегралодифференциального сглаживания фрактальных контуров учтены их локальные свойства. Получены решения базовых задач магнитостатики (определение стационарного магнитного поля вблизи бесконечно тонкого проводника с током, поверхность которого обладает фрактальными свойствами; нахождение магнитного поля, создаваемого током в окрестности и на оси фрактального контура). В графическом виде представлены структуры магнитных полей вблизи фрактальных объектов.

Застосуванням методів диференціального згладжування фрактальних контурів ураховано їхні локальні властивості. Отримано розв'язки базових задач магнітостатики (визначення стаціонарного магнітного поля поблизу нескінченно тонкого провідника зі струмом, поверхня якого має фрактальні властивості; знаходження магнітного поля, створеного струмом поблизу та на осі фрактального контуру). У графічному виді представлено структури магнітних полів поблизу фрактальних об'єктів.

An application of differintegral methods in fractal contours smoothing takes into account their local properties. Decisions of basic magnetostatics tasks (definition of a stationary magnetic field nearby indefinitely thin conductor with a current, which surface has fractal properties; determination of a magnetic fields created by a current in a vicinity and on an axes of a fractal contour) are obtained. Structures of magnetic fields near to fractal objects are graphically represented.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность изучения фрактальных свойств вещества связана с возросшим в последнее время интересом к исследованиям областей радиофизики (теории киральных сред, анизотропных управляемых покрытий и т.п.), где необходимо учитывать влияние микроскопических неоднородностей среды на структуру ближнего электромагнитного поля.

Использование моделей масштабно-инвариантных фракталов [1] для приближений в описаниях реальных объектов (аналогично тому, как это обычно осуществляется с помощью понятий точки, прямой, плоскости, гладких контуров и поверхностей) обуславливает применение интегралодифференциального аппарата для анализа явлений радиофизики. Ввод α -характеристик компонент электромагнитного поля в уравнения Максвелла представляет возможность учета неровностей реальных поверхностей и структуры среды [2].

Применение аппроксимационной техники к спрямлению контуров и поверхностей с использованием конструктивных (а не традиционных аксиоматических) определений длины по Минковскому или Хаусдорфу позволяет обобщить постановку и решение краевой задачи для фрактальных контуров и поверхностей и получить верные предельные переходы к классическим результатам, соответствующим идеальным гладким моделям [3].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве примера использования интегралодифференциального сглаживания фрактальных контуров с учетом их локальных свойств получим решения базовых задач магнитостатики для фрактальных проводников и контуров.

Задача 1. Магнитное поле бесконечно тонкого фрактального проводника

Рассматривается проводящий стержень D , поперечное сечение, которого представляет собой фрактальное множество Жюлия J , т.е. в плоскости перпендикулярной оси OZ имеются геометрические сингулярности, вдоль OZ объект однородный (рис. 1). Пусть вдоль стержня течет линейный постоянный ток. Стержень обладает шероховатой поверхностью, которую необходимо учитывать в расчетах. Ставится задача о выводе выражения для определения магнитной напряженности стационарного магнитного поля, создаваемого током в окрестности тела D , и построении графической картины поля в сечении фрактального проводника.

Задача 2. Магнитное поле фрактального контура с током

Рассматривается замкнутый фрактальный контур L с линейным током. Поперечное сечение контура представляет собой комплексное фрактальное множество M (рис. 2). Ставится задача нахождения стационарного магнитного поля, создаваемого током вблизи фрактального контура L (рис 4,а-в) и на его оси (рис. 2), разрабатывается алгоритм графического построения силовых линий поля.

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ

Для учета шероховатости поверхности проводника введем в алгоритм решения геометрическую информацию о форме фрактальной области или ее участков.

В качестве способа измерения "величины" фрактального множества точек J в пространстве используется идея Ф. Хаусдорфа о разбиении множества на конечное или счетное число подмножеств J_i , диаметр каждого из которых не превышает $\varepsilon > 0$. Если $\{J_i\}$ - разбиение J , то предел числа $m_h^\varepsilon(\{J_i\}) = \sum_i h[d(J_i)]$ по всевозможным разбиениям при фиксированном ε является внешней h -мерой Хаусдорфа.

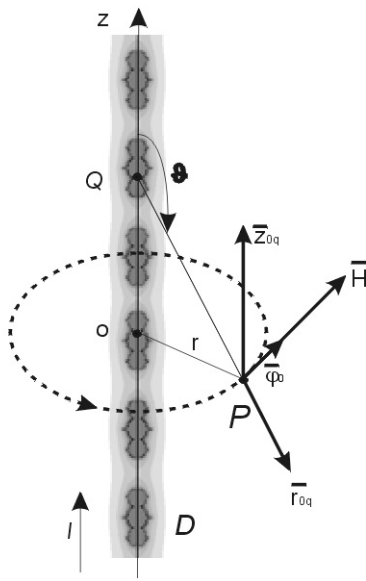


Рисунок 1 - Магнитное поле бесконечно тонкого фрактального проводника

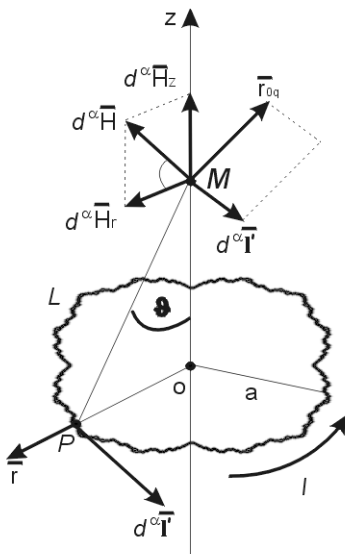


Рисунок 2 - Магнитное поле на оси фрактального контура с током

Покроем гладкий контур, имеющий фрактально распределенные геометрические точки, на регулярном участке ломаной L_{Δ_n} со звеньями Δ_n , а на фрактальном введем меру Хаусдорфа с покрытием ломаной L_{Δ_m} . Протяженность контура будет определяться формулой

$$L = \lim_{\Delta_n \rightarrow 0} \sum_n \Delta_n + \lim_{\Delta_l \rightarrow 0} \sum_m \frac{\Delta_l}{\Delta_l^{\beta-1}} \quad (1)$$

Граничный переход в первом слагаемом интерпретируется как обычный дифференциал дуги, интегрирование которого дает длину регулярной части контура, во втором слагаемом - как дробный дифференциал [4]. Использование дифференциала порядка α длины l

$$d^\beta(l) = D^\beta(l)dl = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(l)^{1-\alpha}} dl, \quad \alpha = 2 - \beta, \quad 0 < \beta < 1 \quad (2)$$

позволяет формулировать уравнения электродинамики в терминах α -характеристик [2].

Найдем стационарное магнитное поле, создаваемое током в окрестности фрактального тела D , характеризующееся индукцией \vec{B}^α , напряженностью \vec{H}^α и плотностью тока \vec{j}^α , связанными системой дифференциальных уравнений Максвелла, при условии отсутствия самопроизвольной намагниченности токов

$$\text{rot} \vec{H}^\alpha = \vec{j}^\alpha, \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{B}^\alpha = 0, \quad (4)$$

$$\vec{B}^\alpha = \mu_0 \mu \vec{H}^\alpha. \quad (5)$$

Решение полученного из (3)-(5) векторного уравнения Пуассона

$$\nabla^2 \vec{H}^\alpha = -\text{rot} \vec{j}^\alpha$$

записывается в виде:

$$\vec{H}^\alpha(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\text{rot} \vec{j}^\alpha(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'. \quad (6)$$

С учетом

$$\frac{\text{rot} \vec{j}^\alpha(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \text{rot} \frac{\vec{j}^\alpha(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \left[\vec{j}^\alpha(\vec{r}'), \text{grad}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right],$$

запишем (6) в виде

$$\vec{H}^{\alpha}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \iint_V \text{rot}' \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' - \iint_V \left[\vec{j}(\vec{r}'), \text{grad}' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right] dV' \right\}. \quad (7)$$

Согласно теореме Остроградского-Гаусса

$$\iint_V \text{rot}' \frac{\vec{j}^{\alpha}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' = - \oint_S \left[\vec{j}^{\alpha}(\vec{r}'), \frac{\vec{ds}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right] = 0$$

и учитывая, что $\text{grad}' |\vec{r}-\vec{r}'|^{-1} = \vec{r}_0 |\vec{r}-\vec{r}'|^{-2}$, выражение (7) преобразуется к виду

$$\vec{H}^{\alpha}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iint_V \frac{[\vec{j}^{\alpha}(\vec{r}'), \vec{r}_0]}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} dV', \quad (8)$$

где $\vec{r}_0 = (\vec{r}-\vec{r}')/|\vec{r}-\vec{r}'|$.

Представление (8) свободно от дифференцирования плотности тока и применимо, когда компоненты вектора \vec{j}^{α} недифференцируемы [5].

Магнитное поле бесконечно тонкого фрактального проводника

Для идеального линейного тока на фрактальном L контуре α -характеристику плотности можно определить в виде $\vec{j}^{\alpha}(\vec{r}) = \vec{\tau}_0 I \delta^{\alpha}(V-\vec{r}')$, где \vec{r} , \vec{r}' описывают точки на поверхности S , к которой линия тока ортогональна, $I = \text{const}$, $\vec{\tau}_0$ - касательный вектор к контуру L в точке \vec{r}' , $\delta^{\alpha}(V-\vec{r}')$ - двумерная α -характеристика дельта-функции Дирака $\delta^{\alpha}(\vec{r}-\vec{r}') = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{|V-\vec{r}'|^{1-\alpha}}$. При этом (8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \vec{H}^{\alpha}(\vec{r}) &= \frac{I}{4\pi} \iint_V \frac{[\vec{\tau}_0 \delta^{\alpha}(\vec{r}''-\vec{r}'), \vec{r}_0]}{|\vec{r}-\vec{r}''|^2} dV'' = \\ &= \frac{I}{4\pi} \oint_{LS} \frac{[\vec{\tau}_0 \delta^{\alpha}(\vec{r}''-\vec{r}'), \vec{r}_0]}{|\vec{r}-\vec{r}''|^2} ds'' dl' = \frac{I}{4\pi} \oint_L \frac{[d^{\alpha}\vec{l}', \vec{r}_0]}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}. \end{aligned}$$

Для прямолинейного тока, текущего вдоль оси z , дифференциальный элемент равен $d^{\alpha}\vec{l}' = \vec{z}_0 d^{\alpha}z'$. В

цилиндрических координатах вектор (рис. 1) магнитного поля получаем в виде

$$\begin{aligned} \vec{H}^{\alpha}(\vec{r}) &= \frac{I}{4\pi} \int \frac{[\vec{z}_0 d^{\alpha}z, \vec{r}_0]}{r^2+z^2} = \vec{\Phi}_0 \frac{I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \vartheta d^{\alpha}z}{r^2+z^2} = \\ &= \vec{\Phi}_0 \frac{I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r d^{\alpha}z}{(r^2+z^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

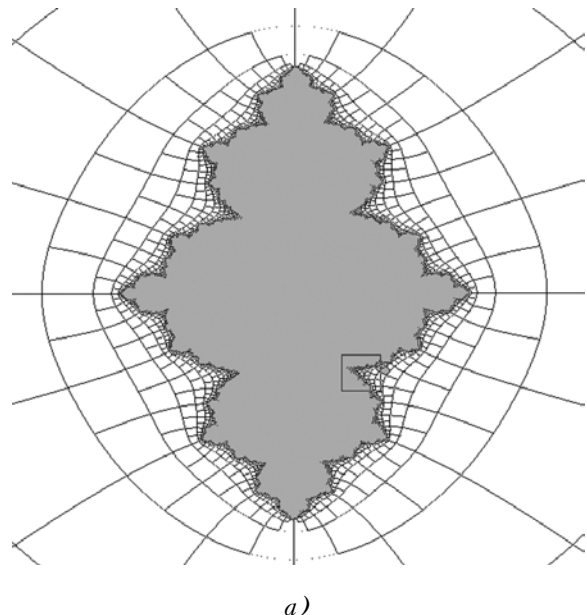
Подставив в (9) значение $d^{\alpha}z = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{1}{z^{1-\alpha}} dz$,

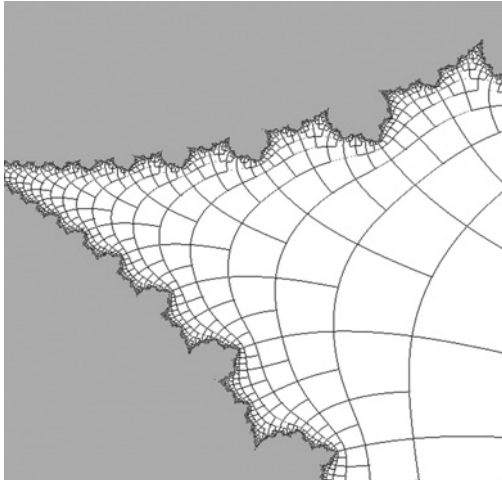
получим

$$\begin{aligned} \vec{H}^{\alpha}(\vec{r}) &= \vec{\Phi}_0 \frac{I}{4\pi \Gamma(2-\alpha)} \int_{-\infty}^{\infty} r \frac{z^{1-\alpha}}{(r^2+z^2)^{3/2}} dz = \\ &= \vec{\Phi}_0 \frac{I}{2\pi^{3/2}} \frac{\Gamma(1-\frac{\alpha}{2}) \Gamma(\frac{1+\alpha}{2})}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{1}{r^{\alpha}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Выражение (10) является искомым решением Задачи 1, которое при $\alpha = 1$ принимает вид классического выражения для магнитного поля, создаваемого текущим вдоль бесконечно тонкого проводника линейным током [6]

$$\vec{H}^1(\vec{r}) = \vec{\Phi}_0 \frac{I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r}{(r^2+z^2)^{3/2}} dz = \vec{\Phi}_0 \frac{I}{2\pi r}.$$





б)

Рисунок 3 - Картина магнитного поля уединенного фрактального проводника (для области вне проводника)

На рисунке 3, а, б приведены результаты вычислительно-графического построения поля вблизи фрактального проводника D в сечении, перпендикулярном оси OZ . Фрактальность моделируется комплексным множеством Жюлия (рис 3,а). Конфигурация эквипотенциальных и силовых линий магнитного поля существенно усложняется по мере приближения к краям фрактального множества Жюлия J (рис. 3,б).

Магнитное поле фрактального контура с током

Рассмотрим круглый контур (виток) тока I (рис. 2; 4,а). Найдем α -характеристику магнитного поля путем непосредственного применения закона Био-Савара.

$$\vec{H}^\alpha(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_L \frac{[d^\alpha \vec{\Gamma}, \vec{r}_{0q}]}{|\vec{r} - \vec{r}'|^\alpha}. \quad (11)$$

В используемой сферической системе точка интегрирования $P(r')$ и точка наблюдения $M(r)$ имеют координаты $r' = a$, $\vartheta = 90^\circ$, φ' и r , ϑ , $\varphi = 90^\circ$ соответственно. Из рисунка 4,а видно, что расстояние $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{MQ^2 + PQ^2} = \sqrt{r^2 + a^2 + 2rasin\vartheta\cos\varphi'}$.

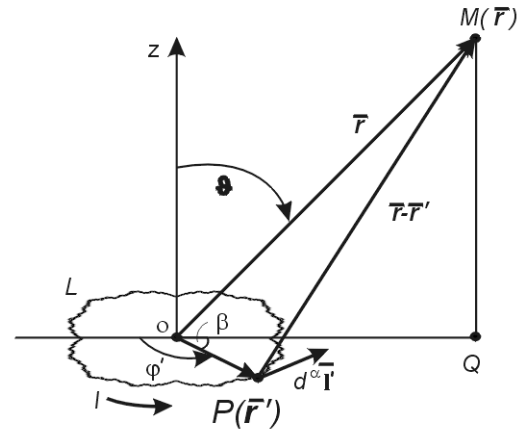
Векторный дифференциал длины $d^\alpha \vec{\Gamma}$ разложим на две компоненты (рис. 4,б): $d^\alpha \vec{\Gamma} = \vec{\varphi}_0 d^\alpha r_\varphi + \vec{R}_0 d^\alpha r_R = (-\vec{\varphi}_0 \cos\varphi' + \vec{R}_0 \sin\varphi') a d^\alpha \varphi'$, причем $\vec{\varphi}_0$ указывает азимутальное направление в точке M , а \vec{R}_0 - радиальное направление в плоскости витка для каждой точки), $\vec{R}_0 = \vec{r}_0 \sin\vartheta + \vec{\vartheta}_0 \cos\vartheta$.

Вычислим векторное произведение $[d^\alpha \vec{\Gamma}, \vec{r}_{0q}]$ в (11), учитывая, что $\vec{r} = \vec{r}_0 r$, $\vec{r}_{0q} = (\vec{r} - \vec{r}') |\vec{r} - \vec{r}'|^{-1}$ и $[d^\alpha \vec{\Gamma}, -\vec{r}'] = a^2 \vec{\vartheta}_0 d^\alpha \varphi' = a^2 (\vec{r}_0 \cos\vartheta - \vec{\vartheta}_0 \sin\vartheta) d^\alpha \varphi'$ (рис.4,а,в). Тогда $[d^\alpha \vec{\Gamma}, \vec{r}_{0q}] = |\vec{r} - \vec{r}'|^{-1} [ar(-\vec{\vartheta}_0 \cos\varphi' - \vec{\varphi}_0 \sin\varphi' \cos\vartheta) + a^2 (\vec{r}_0 \cos\vartheta - \vec{\vartheta}_0 \sin\vartheta) d^\alpha \varphi']$ и в итоге

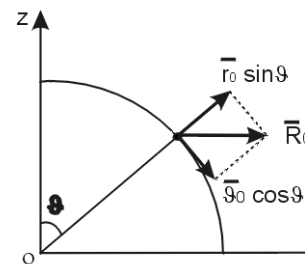
$$\vec{H}^\alpha(\vec{r}) = \frac{Ia}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-\vec{\vartheta}_0 r \cos\varphi' + a(\vec{r}_0 \cos\vartheta - \vec{\vartheta}_0 \sin\vartheta)}{(r^2 + a^2 + 2arsin\vartheta\cos\varphi')^{3/2}} d^\alpha \varphi'. \quad (12)$$

Согласно (2), подставляя в (12) значение $d^\alpha \varphi' = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{1}{\varphi'^{\alpha-1}} d\varphi'$, получаем выражение для определения магнитного поля фрактального витка с током

$$\vec{H}^\alpha(\vec{r}) = \frac{Ia}{4\pi\Gamma(2-\alpha)} \times \int \frac{-\vec{\vartheta}_0 r \cos\varphi' + a(\vec{r}_0 \cos\vartheta - \vec{\vartheta}_0 \sin\vartheta)}{a^{\alpha-1} (r^2 + a^2 + 2arsin\vartheta\cos\varphi')^{3/2}} d^\alpha \varphi'. \quad (13)$$



а)



б)

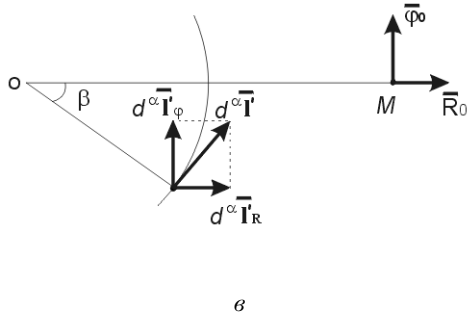


Рисунок 4 - Компоненты магнитного поля фрактального контура с током

Рассмотрим поле на большом расстоянии от контура ($r \gg a$). Знаменатель подынтегрального выражения разложим в биномиальный ряд и вычислим предельное значение интеграла (13)

$$\vec{H}^\alpha(\vec{r}) = \lim_{\substack{a/r \rightarrow 0 \\ a^2 I = \text{const}}} \frac{Ia}{4\pi r^3 \Gamma(2-\alpha)} \int_0^{2\pi} \left(1 - 3\frac{a}{r} \sin\vartheta \cos\varphi' - \frac{3a^2}{2r^2} + \dots \right) \left[\frac{\vec{r}_0 \cos\vartheta}{\varphi'^{\alpha-1}} - \frac{\vartheta_0}{\varphi'^{\alpha-1}} \left(\sin\vartheta + \frac{r}{a} \cos\varphi' \right) \right] d\varphi' = \frac{Ia}{4\pi r^3 \Gamma(2-\alpha)} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\vec{r}_0 \cos\vartheta - \vartheta_0 \sin\vartheta}{\varphi'^{\alpha-1}} - \frac{\vartheta_0 \cos\varphi'}{a\varphi'^{\alpha-1}} \right) d\varphi'. \quad (14)$$

При $\alpha = 1$ выражение (14) преобразуется в классическую формулу для нахождения магнитного поля витка с током [6]

$$\vec{H}^1(\vec{r}) = \frac{Ia^2}{4r^3} (\vec{r}_0 2\cos\vartheta + \vartheta_0 \sin\vartheta) = \frac{\vec{m}}{4\pi\mu_0\mu r^3} (\vec{r}_0 2\cos\vartheta + \vartheta_0 \sin\vartheta).$$

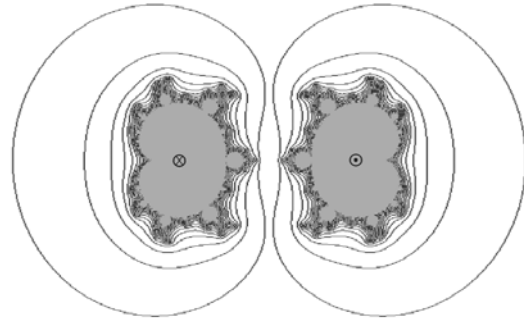
При $a/r \rightarrow 0$ виток с током ведет себя как магнитный диполь с моментом $\vec{m} = \vec{z}_0 \mu_0 \mu \pi a^2 I$.

Выражение для определения магнитного поля на оси фрактального контура с током (рис. 2), находится аналогично

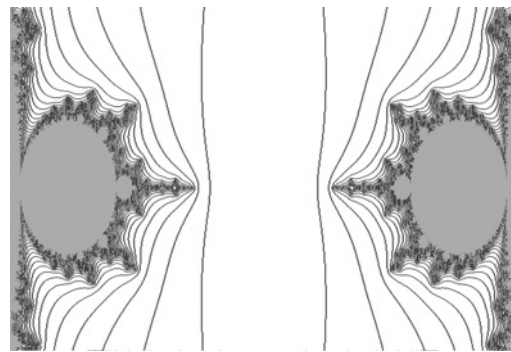
$$\vec{H}^\alpha(\vec{r}) = \vec{z}_0 \frac{Ia^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin\vartheta d^\alpha\varphi}{a^2 + z^2} = \vec{z}_0 \frac{Ia^2}{4\pi(a^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d^\alpha\varphi = \vec{z}_0 \frac{Ia^2}{4\pi(a^2 + z^2)^{3/2} \Gamma(2-\alpha)} \int_0^{2\pi} \varphi^{1-\alpha} d\varphi = \vec{z}_0 \frac{Ia^2}{2^\alpha(a^2 + z^2)^{3/2} \Gamma(2-\alpha)(2-\alpha)} \pi^{1-\alpha}.$$

На рис. 5,а,б представлено сечение магнитного поля

фрактального контура L плоскостью параллельной оси OZ . Поперечное сечение витка с током образует в нашем случае два комплексных фрактальных множества типа Мандельброта M^+ и M^- (рис. 5,а). Ток сквозь сечения направлен в противоположные стороны и образует вблизи шероховатого контура стационарное магнитное поля с фрактальной структурой (рис. 5,б).



а



б

Рисунок 5 - Силовые линии магнитного поля фрактального контура с током

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В конечном итоге, на примере элементарных задач, нами показана возможность интегродифференциального сглаживания фрактальных объектов с учетом их локальных свойств. Предложены интегродифференциальные модели базовых элементов магнитостатики, позволяющие учитывать в расчетах особенности неоднородной структуры реальных металлических проводников.

Применение дифферинтегрального математического аппарата позволяет оценивать картину магнитного поля вблизи фрактальной поверхности с помощью классических уравнений Максвелла без введения в них каких-либо дополнительных уточняющих слагаемых, что неизбежно возникает при попытках построения адекватной физической модели.

Приведенные в работе результаты могут служить построению и дальнейшему анализу подобных математических моделей, осуществить адекватное описание воздействия фрактальных границ среды на ход реальных

магнитных процессов, позволить уточнить существующие (классические) модели, объяснить расхождения между существующими теоретическими и практическими результатами.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1982. 461 pp.
2. Onufrienko V. Physical and Geometric Interpretation of Electromagnetic Field's α - Characteristics // Telecommunications and Radio Engineering, V. 53, N 4-5, 1999, pp.136-

- 139.
3. Онуфриенко В.М., Левыкин В.Н. Поле излучающей системы элементарных фрактальных множеств // Всеукр. межвед. научно-техн. сб. Радиотехника. - Вып. 122.-2001. - С. 208-211.
4. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника.-1987. - 688 с.
5. Онуфриенко В. М. Стационарное магнитное поле фрактального распределения токов проводимости// Радиофизика и электроника: Сб. науч. тр./ НАН Украины, Ин-т радиофизики и электроники им. А.Я.Усикова. - Харьков.-2001. - Т. 6, № 1. - С.7-11.
6. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука. - 1973. - 608 с.

УДК 621.391.828

ЦИФРОВАЯ СИСТЕМА КОМПЕНСАЦИИ НЕСИНХРОННЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

В.А.Часовский, Н.П.Чернобородова, М.П.Чернобородов, Д.М.Пиза

Розглянуто алгоритм обробки радіолокаційної інформації, яка надходить на вхід когерентноімпульсної РЛС, що дозволяє провести виявлення й компенсацію несинхронної імпульсної завади (НІЗ) за результатами обробки одного елемента розрізнення за дальною. Алгоритм оснований на використанні доплерівських фазових фільтрів, сформованих із коефіцієнтів дискретного перетворення Фур'є. Наведено результати математичного моделювання алгоритму обробки вхідного сигналу цифровою системою компенсації НІЗ, реалізованої на основі спектрального аналізу характеристик НІЗ. Запропоновано декілька варіантів побудови системи компенсації НІЗ.

Рассмотрен алгоритм обработки радиолокационной информации, поступающей на вход когерентно-импульсной РЛС, позволяющий произвести обнаружение и компенсацию несинхронной импульсной помехи (НИП) по результатам обработки одного элемента разрешения по дальности. Алгоритм основан на использовании доплеровских фазовых фильтров, сформированных из коэффициентов дискретного преобразования Фурье. Приведены результаты математического моделирования алгоритма обработки входного сигнала цифровой системой компенсации НИП, реализованной на основе спектрального анализа характеристик НИП. Предложено несколько вариантов построения системы компенсации НИП.

The algorithm of processing the radar-tracking information passing at an input of the coherent-pulse radar is considered, allowing to make detection and cancellation of asynchronous pulse noise (APN) by results of processing one range bin. The algorithm is based on use of the Doppler phase filters formed upon factors of discrete Fourier transform. The article gives the results of mathematical modeling of the algorithm of the input signal processing by a digital system of the APN cancellation realized on the basis of the spectral analysis of characteristics APN. Some variants of the APN cancellation system structure are offered.

Современные радиолокационные станции (РЛС), оборудованные системами помехозащиты, предназначены для решения задач обнаружения сигналов от целей при воздействии естественных и искусственных помех. Оптимальная процедура обнаружения существенно зависит как

от структуры сигнала, так и от структуры помех.

В данной работе рассматриваются алгоритмы обработки радиолокационной информации, использование которых позволит синтезировать компенсатор несинхронных импульсных помех (НИП) на основе анализа временных, энергетических и спектральных характеристик НИП, воздействующих на когерентно-импульсную РЛС, по результатам обработки радиолокационной информации только одного (основного) канала обработки РЛС и только одного элемента разрешения по дальности (дискрета). Последние два требования обусловлены тем, что существующие на сегодняшний день системы подавления активных помех требуют построения дополнительного канала обработки (что ведет к существенному удорожанию РЛС) или требуют информации большого количества дискретов, не пораженных НИП (что в сложной помеховой обстановке приводит к пропуску НИП на вход системы обнаружения станции). Кроме того, использование алгоритмов с нелинейной обработкой принимаемых сигналов для подавления НИП (например, известного алгоритма "широкая полоса - ограничение - узкая полоса" [1, с. 285]) приводит к существенному снижению эффективности выделения полезных сигналов на фоне пассивных помех.

Пусть на вход цифровой системы обработки (ЦСО) РЛС поступают последовательности откликов N зондирующих импульсов (структура излученного сигнала представлена на рис. 1, а). В общем случае, на входе ЦСО действует аддитивная смесь сигналов от целей, активных и пассивных помех, принятых антенной радиолокатора:

$$\dot{S}(t) = \dot{S}_H(t) + \dot{S}_{ш.п.}(t) + \dot{S}_Ц(t) + \dot{S}_{п.п.}(t), \quad (1)$$

где $\dot{S}_H(t)$ - несинхронная импульсная помеха; $\dot{S}_{ш.п.}(t)$ - активная шумовая помеха; $\dot{S}_Ц(t)$ - отраженный от цели

сигнал; $\dot{S}_{н.п.}(t)$ - пассивная помеха.

НИП, воздействующая на РЛС, представлена на рис.1, б.

Наложим на параметры НИП такие условия, чтобы НИП присутствовала среди откликов только одного из N зондирующих импульсов (ЗИ) частотной пачки. При этом в смеси $\dot{S}(t)$ присутствует НИП, длительность $\tau_{нип}$ которой удовлетворяет условию (см. рис. 1, б):

$$\tau_{нип} < T_1, \quad (2)$$

где T_1 - период повторения зондирующих импульсов.

Таким образом, дальнейшее изложение проводится в предположении, что в обрабатываемом дискрете дальности из N эхо-импульсов присутствует не более одной НИП.

Спектр $\dot{G}(n)$ сигнала $\dot{S}(t)$ определяется с помощью алгоритма дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [2] как

$$\dot{G}(n) = \sum_{l=0}^{N-1} K_l \dot{S}(l) e^{-j\frac{2\pi}{N}nl}, \quad (3)$$

где l - номер временной выборки пачки импульсов, состоящей из N отсчетов; n - номер спектральной составляющей (номер фазового фильтра $n = 0, \dots, N-1$); K_l - коэффициенты весового окна, обеспечивающего снижение боковых лепестков фильтра.



Рисунок 1 - Структура входных сигналов m - номер зондирующего импульса ($m=0, \dots, N-1$) текущей частотной пачки, среди откликов которого присутствует НИП

Рассмотрим случай, когда $\dot{S}(t) = \dot{S}_н(t)$.

НИП, принятая среди откликов от одного из N ЗИ текущего элемента разрешения по дальности (дискрета дальности), после расфилтровки по алгоритму ДПФ дает одинаковый отклик по амплитуде на выходах всех фазовых фильтров для одного дискрета дальности (в пределе, НИП - дельта-функция, а спектр дельта-функции - бесконечен). Рассматривая (3) для случая воздействия НИП на отклики от ЗИ с номером ($m=0, \dots, N-1$), формула (3) преобразуется в выражение

$$\dot{G}_н(n) = K_m \dot{S}_н(m) e^{-j\frac{2\pi}{N}n \cdot m}, \quad (4)$$

где $\dot{S}_н(m)$ - комплексное значение амплитуды НИП.

С учетом начальной фазы НИП Φ_0 выражение (4) может быть преобразовано следующим образом:

$$\dot{G}_н(n) = K_m |\dot{S}_н(m)| e^{j(\Phi_0 - \frac{2\pi}{N}n \cdot m)}. \quad (5)$$

Легко показать, что разность фаз между соседними составляющими спектра НИП является функцией времени, то есть, зависит только от номера временной выборки m . Для этого определим разность фаз между откликами k -го и $(k+1)$ -го фазовых фильтров:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{G}_н(k+1)}{\dot{G}_н(k)} &= \frac{K_m |\dot{S}_н(m)| e^{j(\Phi_0 - \frac{2\pi}{N}k \cdot m)} e^{-j\frac{2\pi}{N}m}}{K_m |\dot{S}_н(m)| e^{j(\Phi_0 - \frac{2\pi}{N}k \cdot m)}} = \\ &= 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}m}. \end{aligned} \quad (6)$$

В условиях априорной неопределенности относительно времени воздействия НИП на РЛС разность фаз между соседними спектральными составляющими фазовых фильтров ДПФ $\Delta\phi = \frac{2\pi}{N}m$ может принимать произвольные значения от 0° до 360° .

Задача определения номера ЗИ m , среди откликов от которого присутствует НИП, сводится к определению разности фаз $\Delta\phi$. Таким образом, повторная обработка спектральных составляющих $\dot{G}(n)$, вычисленных согласно выражению (3), по алгоритму ДПФ позволяет определить момент поступления в ЦСО несинхронной импульсной помехи

$$\dot{X}(i) = \sum_{l=0}^{N-1} K_l \cdot \left[K_m \cdot |\dot{S}_н(m)| e^{j(\Phi_0 - \frac{2\pi}{N}n \cdot m)} \right] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}i \cdot l}, \quad (7)$$

где $\dot{X}(i)$ - спектр функции

$$K_l \cdot \left[K_m \cdot |\dot{S}_н(m)| e^{j(\Phi_0 - \frac{2\pi}{N}n \cdot m)} \right],$$

аргументом которой является время поступления НИП; $i = 0, \dots, N-1$.

С учетом формул (3) и (7) функция $\dot{X}(i)$ при наличии НИП будет иметь максимальное значение при условии $\frac{2\pi}{N} \cdot m = \frac{2\pi}{N} \cdot i$, то есть, когда $i = m$.

Таким образом, определив номер фазового фильтра, в котором произошло когерентное накопление дискретизи-

рованной функции времени $K_l \cdot \left[K_m \cdot |\dot{S}_H(m)| e^{j\left(\phi_0 - \frac{2\pi n}{N} \cdot m\right)} \right]$,

можно вычислить номер ЗИ m , на отклики от которого воздействовала НИП.

Эта задача решается, например, следующим образом: среди всех $|\dot{X}(i)|$, вычисленных по (7), находится наибольшее значение $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$ и номер фазового фильтра i , соответствующий ему. Далее величина $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$ сравнивается с величиной порога обнаружения НИП P_H и, если выполняется условие

$$|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}} \geq P_H, \quad (8)$$

то происходит вычисление кода НИП $|\dot{S}_H(m)| \cdot e^{j\phi_0}$.

Кроме того, для определения амплитуды НИП необходимо провести:

- пересчет $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$, связанный с когерентным накоплением;
- пересчет $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$, связанный с умножением на коэффициенты весового окна K_l ;
- пересчет $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$, связанный с умножением на коэффициент весового окна K_m .

Поскольку эти пересчеты связаны с использованием постоянных коэффициентов, то $|\dot{S}_H(m)| \cdot e^{j\phi_0}$ может быть представлено как:

$$|\dot{S}_H(m)| \cdot e^{j\phi_0} = |\dot{X}(i)|_{\text{MAX}} \cdot Q1 \cdot Q2 \cdot Q3, \quad (9)$$

в котором $Q1$ - коэффициент, учитывающий когерентное накопление:

$$Q1 = \frac{1}{N-1}, \quad (10)$$

$Q2$ и $Q3$, соответственно, - коэффициенты, учитывающие умножение последовательности $\dot{G}_H(n)$ на коэффициенты весового окна K_l и умножение амплитуды $\dot{S}_H(m)$ на m -ый коэффициент весового окна - коэффициент K_m :

$$Q2 = 1 + \frac{\sum_{l=0}^{N-1} K_l}{N-1}, \quad (11)$$

$$Q3 = 1 + \frac{N - K_m}{K_m}. \quad (12)$$

Поскольку коэффициенты весовых окон - действительные числа и не меняются в процессе обработки (так же, как и величина N), то вычисление выражения (9) технических трудностей не вызывает.

Код номера ЗИ m , на отклики от которого действует НИП, определяется из условия:

$$m = \begin{cases} 0, & \text{если } |\dot{X}(i)|_{\text{MAX}} \in i = 0; \\ N - i_{\text{MAX}}, & \text{если } |\dot{X}(i)|_{\text{MAX}} \in i \neq 0, \end{cases} \quad (13)$$

где i_{MAX} - номер фазового фильтра, соответствующий $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$.

Таким образом, для определения начальной фазы ϕ_0 , амплитуды, номера ЗИ m НИП достаточно дважды применить алгоритм ДПФ и провести сравнение максимальной спектральной составляющей $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$ с порогом в пороговом устройстве ПУ [3]. Устройство, реализующее данный алгоритм, представлено на рис. 2.

С учетом того, что выражения (4) и (7) идентичны, как и коэффициенты весовых окон, то устройство, реализующее предложенный алгоритм, может быть выполнено как циклическое (см. рис. 3).

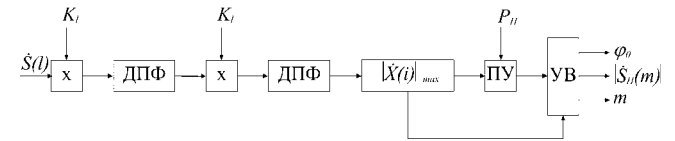


Рисунок 2 - Алгоритм определения параметров НИП; x - умножитель; ДПФ - устройство вычисления ДПФ;

$|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$ - устройство вычисления максимальной спектральной составляющей $|\dot{X}(i)|_{\text{MAX}}$; ПУ - пороговое устройство; УВ - устройство вычисления начальной фазы ϕ_0 , амплитуды и номера ЗИ m НИП

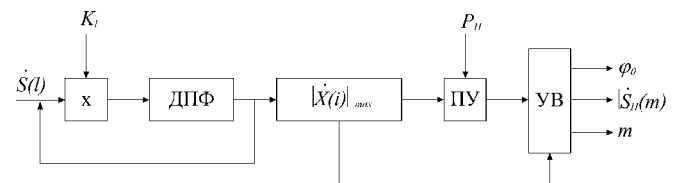


Рисунок 3 - Циклический алгоритм определения параметров НИП

Зная параметры НИП (начальную фазу ϕ_0 , амплитуду и номера ЗИ m), можно провести ее компенсацию: из входного сигнала $\dot{S}(t)$ необходимо вычесть $\dot{S}_H(t)$.

Компенсация проводится в 3 этапа:

1. Определяется номер ЗИ $i_{\text{НИП}}$ (согласно выражению (13)), отклики от которого поражены НИП:

$$i_{\text{НИП}} = \begin{cases} 0, & \text{если } m = 0, \\ N-M, & \text{если } m \neq 0. \end{cases} \quad (14)$$

2. Определяется значение комплексной амплитуды НИП: величина $|\dot{X}(i)|_{\text{МАХ}}$, когерентно накопленная согласно (7) и определенная по (8), составляет значение комплексной амплитуды НИП с точностью до коэффициента когерентного накопления N :

$$\dot{X}_{\text{НИП}} = \frac{\dot{X}(i)_{\text{МАХ}}}{N}. \quad (15)$$

3. Из комплексной амплитуды входного сигнала с номером ЗИ $l = i_{\text{НИП}}$ $\dot{S}(i_{\text{НИП}})$ вычитают значение комплексной амплитуды НИП $\dot{X}_{\text{НИП}}$.

Структурная схема компенсатора НИП может быть реализована как во временной области (см. рис. 4), так и в частотной (см. рис. 5):

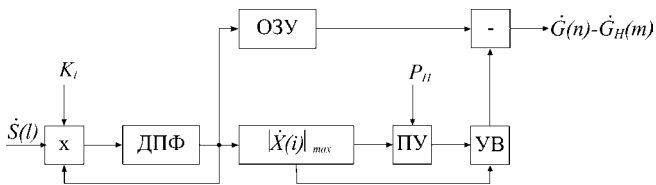


Рисунок 4 - Структурная схема компенсатора НИП во временной области

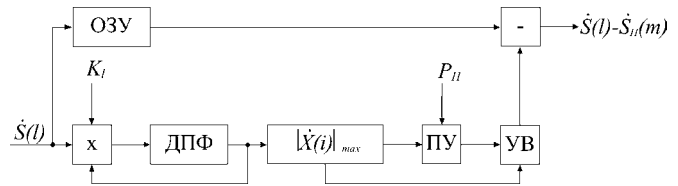


Рисунок 5 - Структурная схема компенсатора НИП в частотной области

ВЫВОДЫ

Предложен алгоритм компенсации несинхронной импульсной помехи, который выгодно отличается от существующих тем, что:

- а) обнаружение НИП, определение ее параметров и ее компенсация производится по данным только одного элемента разрешения по дальности и только одного (основного) канала первичной обработки РЛС;
- б) алгоритм обнаружения - линейный, что позволяет эффективно проводить обнаружение полезных сигналов при воздействии комбинированных помех;
- в) обнаружение НИП и определение ее параметров не зависят ни от длительности, ни от количества НИП, воздействующих на отклики от пачки ЗИ когерентно-импульсной РЛС (с учетом ограничения (2)).

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы, часть II, М., Сов. радио, 1967. - 328 с.
2. Рабинер Л., Гоулд. Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. Пер. с англ. - М.: Мир, 1978. - 848 с.
3. Патент України № 46625 А, кл. G01S 7/36, 2002 р., "Цифрова система компенсації несинхронних імпульсних завад", Часовський В. О., Чорнобородов М. П.

И. ИНФОРМАТИКА

UDK 004.93:007.52

THE ASSOCIATIVE 2D-MEMORIES BASED ON MATRIX-TENSOR EQUIVALENTAL MODELS

Vladimir Krasilenko, Alexander Nikolsky, Sergei Pavlov

Рассматриваются принципы построения ассоциативной памяти и нейронных сетей для двумерных изображений на основе матрично-тензорных эквивалентностных моделей. Предложены модели с адаптивно-эквивалентностным взвешиванием, позволяющие увеличить объем памяти при хранении и распознавании высококоррелированных двумерных образов, включая двухградационное и многоградационное изображения. Обсуждаются архитектуры и возможные реализации нейронных сетей и ассоциативной памяти, даются оценки их показателей.

The new principles of development of associative memory (AM) and neural networks (NN) for 2D-image based on matrix-tensor equivalent models (MTEMs) are considered. The given models use 2-D image adaptive-equivalent weighting in order to increase memory capacity while storing highly correlated 2D-images.

The architectures of NN and AM are also suggested. Basic devices for implementations on the base of matrix-tensor equivalent model are matrix-tensor equivalentors (MTE). The MTEMs for two level and multilevel 2D-images are shown. The results of recognition processes modeling in such AM are given on the example of 2D-image recognition with the number of neuron from 10-20 thousand. A successful recognition of correlated image is achieved.

Key words: optical neural networks, associative memory, matrix-tensor equivalentor, equivalental model, matrix multi-level logic.

1. INTRODUCTION

The main perspective tendency of development of information-calculating systems and computer technologies is making them intellectual and similar to human thinking and perception [1]. Demonstration of the intelligence - an associative call from the memory by fragments (features), classification of patterns, their recognition, training, adaptation to the situation, (processed data, necessary precision, etc.), auto-regulation and auto-control - appears in highly developed systems (biological and technical) spontaneously. As the models of intellectual systems in the field of neurophysiology, cognitive psychology, artificial intelligence (AI), the next models of auto-processing nets are mainly used: connection models, neural nets models, models with parallel distributed processing, models with activity distribution [2]. Though there are differences and approaches peculiar to different fields of knowledge, where such models are used, basic researches reveal a number of important general princi-

ples besides spontaneous intellectual qualities. The principle of parallel information process on all the levels of working up in intellectual systems and the concept of active (not passive) memory (the functions of storage and associative processing are distributed among elements, which form a system) are related to such features. The model of neural net or the neural model is a connectional model, which imitates biophysical processes of working up of information in nervous system like in auto-processing system. The last one shows global system behavior (considered being "intelligent") caused by simultaneous local interactions of its numerous elements [2]. The great interest to neural model forces to revalue the fundamental theses in many fields of knowledge, including computer techniques. The neural models, concepts and paradigms with their new principles and wide parallel processing are almost the only way of development in creation of new nontraditional computer technique and active dynamic systems [3]. In science neural models, as the models of brain activity and cognitive processes, most probably will cause prospective results in neurophysiology, pathophysiology, neurology, psychiatry, the appearance of the systems with increased computing resources and intelligent qualities for solving problems of medical informatics and diagnostics.

Many failures on the way of improving of artificial intelligence appeared in recent years because firstly, the chosen computing techniques were not adequate to solve the important and complicated problems, and secondly, simple and not perfect neural models and nets were applied. Today, an active development of mathematical logic, especially matrix (multiciphered, fuzzy, neural) [4-8], accumulation of data about continual (analog) and obviously nonlinear functions of neurons [9-11], elaboration of the neural net theory, neurobiology and neurocybernetic, and adequate algebrologic instruments for mathematical description and modeling [12-15], development of optical technologies create conditions for building technical systems, adequate in resources and architecture almost to any problem of artificial intelligence. The integration of data of neurophysiology, neuroanatomy, neurogenetic, neurochemistry, neurolinguistics i.e. neuroscience will become a basis of further development of neural intelligence and neural computers. Generalization of data of neural science makes possible to mark out a number of basic neurointellectual structures, among which associative memory of 2D-images takes an important place. It makes possible

to form a hypothesis about the object by a set of features, fragments of image and to extract an integrated pattern from the memory. Nervous system has a faculty to self-organization. Talking about active character of recognition processes in associative memory, processes of training and synthesis of internal images, the possibility to choose, to throw off (decrease) or on the contrary to add (increase) separated features, fragments, to change their weights while forming adequate internal images are meant here.

In many neural models (with the exception [15]) used for optical realization of different associative devices and neural nets, only carrier sets ${}^2C_b = \{-1;1\}^N$ and ${}^2C_u = \{0;1\}^N$ are used in bipolar (b) and unipolar (u) coding respectively [1,3]. Questions connected with increase of neural nets and associative memory (AM) capacity, especially storing large and greatly correlated images, were solving for a long time by many authors [16-18]. The methods and realization of effective recognition of greatly correlated vectors of memory, based on weighing input images [17-18] and weight of interconnections [15, 16], were proposed in [16-18]. But these propositions concerned only coding of binary images and one-dimensional images.

Models, proposed in [13-15] and called equivalental, are more general and good for representation of bipolar and unipolar signals, including multilevel signals. The connections, especially braking, are described more natural there. In such models the basic operation is a standard equivalency of vectors. The models are suitable for different methods of weighing. Considering their prospects, in this work we will show how to build associative (auto-associative and hetero-associative) memory of correlated 2-D images, including multi-level (gray scale) images, on the basis of matrix-tensor models.

2. CONCEPTUAL BACKGROUND AND THEORY

2.1. Basic neurological operations of normilixed equivalence

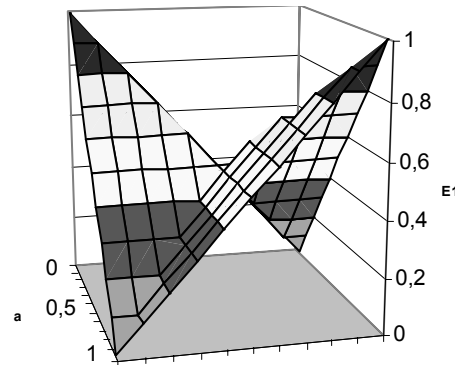
For mathematical description of neural net associative memory (NNAM) algebro-logical operations will be considered (equivalental algebra [13-15]), combining linear algebra and neural bio-logic (NBL) [4,6]. Neural bio-logic is an integration (gnoseologically developed and specified) of known logic: multivalued, hybrid, continuous, controlled continuous [12], fuzzy etc. At the same time, the integrated operations in fuzzy logic are: operation of fuzzy negation, t -norms and s -norms, and they have the relation of dualism according to general form of De Morgan principle. The examples of t -norms are: logical multiplication (min), algebraic multiplication ($a \cdot b$), limited multiplication etc. The examples of s -norms are logical sum (max), algebraic sum ($a + b - a \cdot b$), limited sum ($1 \wedge (a + b)$), contrast sum etc. [20]

The basic operations of NBL, used in equivalental models NNAM [13-15], are binary operations of equivalence and nonequivalence, which have a few variants. The variants of

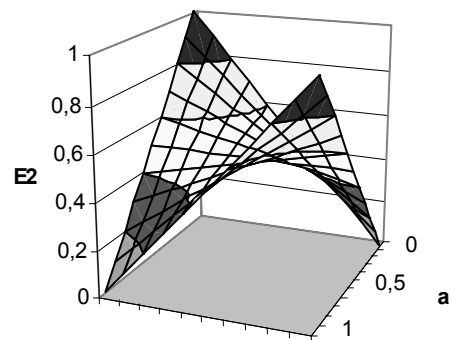
these equivalence operations on a carrier set ${}^A C_u = [0;1]^N$ are shown on fig. 1 (a, b, c) respectively for:

$$eq^1 = a \overset{\vee}{\sim} b = \max\{\min(a, b), \min(\bar{a}, \bar{b})\};$$

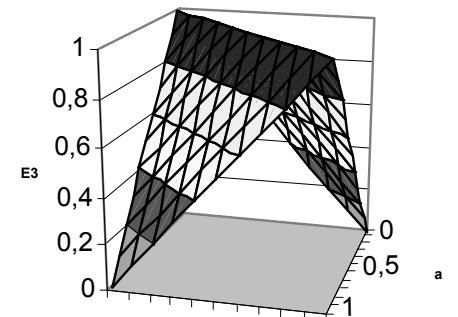
$$eq^2 = a \overset{\dot{\sim}}{\sim} b = a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b}; eq^3 = a \overset{\pm}{\sim} b = 1 + |a - b|. (1)$$



$$eq^1 = a \overset{\vee}{\sim} b$$



$$eq^2 = a \overset{\dot{\sim}}{\sim} b$$



$$eq^3 = a \overset{\pm}{\sim} b$$

Figure 1 - Operations of equivalence

Their negations are first, second and third nonequivalence respectively. In general case for scalar variables $a, b \in \hat{C} = [A, B]$ - continuous line segment, signals themselves and their functions and segment \hat{C} can be brought to segments $[-D, D]$ (or $[-1, 1]$) in bipolar coding and $[0, D]$ (or $[0, 1]$) in unipolar coding. Further a carrier set $\hat{C} = [0, 1]$ and its variables will be considered. Besides, for easier transformations we can limit ourselves at first to operation of equivalence (nonequivalence) of the second type, namely (\sim) and ($\not\sim$) respectively.

Extending this basic operation (\sim) for vector, matrix case of variables and making a corresponding normalization for quality registration of the components in vector or matrix, we will get normalized equivalence ($\tilde{\sim}$) of two sets of variables

$$A = \lfloor a_{ij} \rfloor_{m \times n} \quad \text{and} \quad B = \lfloor b_{ij} \rfloor_{m \times n}$$

$$A \tilde{\sim} B = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} \sim b_{ij}) \quad \text{and normalized non-}$$

equivalence: $A \not\sim B = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} \not\sim b_{ij})$ as integrated negation of normalized equivalence.

If excitation matrix (input 2D image) is \mathbf{S}_{inp} , weight matrix of connections of k , l -th neuron-equivalent with input image is $\mathbf{T}_{k,l}$, then namely this neuron-equivalent will complete operation ($\not\sim_n$), because the signal on its output β_{kl} will be:

$$\beta_{kl} = \mathbf{S}_{inp} \not\sim_n \mathbf{T}_{kl}, \quad \text{and } \beta_{kl} \in \hat{C} = [0, 1] \quad (2)$$

The operation ($\not\sim_n$) will be completed by dual neuron-non-equivalent with the signal $\beta_{kl} \in \hat{C}$ on its output:

$$\bar{\beta}_{kl} = 1 - \beta_{kl} = \mathbf{S}_{inp} \tilde{\sim}_n \mathbf{T}_{kl} \quad (3)$$

Let us mark out, that with the help of properties of equivalence operations [15] the signals (direct and dual) can be also represented on the output of integrated (dual) neuron-equivalent (nonequivalent) in such a way:

$$\beta_{kl} = \bar{\mathbf{S}}_{inp} \tilde{\sim}_n \bar{\mathbf{T}}_{k,l}, \quad \beta_{kl} = \mathbf{S}_{inp} \not\sim_n \bar{\mathbf{T}}_{k,l}, \quad \beta_{kl} = \bar{\mathbf{S}}_{inp} \not\sim_n \mathbf{T}_{kl},$$

$$\bar{\beta}_{kl} = \bar{\mathbf{S}}_{inp} \not\sim_n \bar{\mathbf{T}}_{k,l}, \quad \bar{\beta}_{kl} = \mathbf{S}_{inp} \tilde{\sim}_n \bar{\mathbf{T}}_{k,l}, \quad \bar{\beta}_{kl} = \bar{\mathbf{S}}_{inp} \tilde{\sim}_n \mathbf{T}_{kl} \quad (4)$$

Therefore, if such integrated neurons have dual inputs and dual outputs, then the last ones can be defined (each one) in four ways considering (1)÷(4).

And that, maybe, provides correspondent vitality of neural nets at the expense of such a repeated backup.

Normalized equivalence ($\tilde{\sim}_n$) and nonequivalence ($\not\sim_n$) are

more general new complementary metrics in matrix space R . In particular, ($\not\sim_n^+$) is a normalized metric distance $d_1(\mathbf{A}, \mathbf{B})/m \times n$, and for \mathbf{A} and $\mathbf{B} \in \{0, 1\}^N$ it turns into normalized distance of Hamming $d_n(\mathbf{A}, \mathbf{B})/N$. The variants of operations of equivalence and nonequivalence depend on different types of operations of t -norms and s -norms used in them and integrated operations of crossing and joining up in fuzzy logic. Depending on type, variants of equivalent algebra (EA) [15], as a new algebro-logical instrument for creation of equivalental theory of NNAM on the basis of matrix NBL.

2.2. Nonlinear transformation

The basic operation of NBL with variable $a_{i,j}$ from $A = \lfloor a_{i,j} \rfloor_{m \times n}$ range of $\hat{C} = [0, 1]^{m \times n}$ continuous normalized set can be an operation of integrated nonlinear transformation $\pi(a, \alpha)$ with coefficient α :

$$\rho'(a, \alpha) = a^\alpha, \quad \rho''(a, \alpha) = (\bar{a})^\alpha = (1-a)^\alpha,$$

$$\rho'''(a, \alpha) = \overline{\rho'(a, \alpha)} = (1-a)^\alpha,$$

$$\rho''''(a, \alpha) = \overline{\rho''(a, \alpha)} = (1-a)^\alpha = 1 - (1-a)^\alpha,$$

$$a \in [0, 1], \quad \alpha = 0, 1, 2, \dots, \infty.$$

One should mark out that for $\alpha=1$ operation ρ''' is in kernel a negation operation in continuous and fuzzy logic, ρ''' is also a negation operation, and $\rho'''' = \rho'$. Let us introduce two more iteration equivalental operations of nonlinear transformation, defined in the next way:

$$\gamma(a, \alpha) = \underbrace{1 \sim \max(a, \bar{\alpha}) \sim \max(a, \bar{\alpha}) \sim \dots \sim \max(a, \bar{\alpha})}_{\alpha \text{ - time}},$$

$$\bar{\gamma}(a, \alpha) = \underbrace{1 \not\sim \min(a, \bar{\alpha}) \not\sim \min(a, \bar{\alpha}) \not\sim \dots \not\sim \min(a, \bar{\alpha})}_{\alpha \text{ - time}}. \quad (5)$$

From (5) can be seen that the second operation is a negation of the first one and vice versa. Besides, for $a > 0,5$ first $\gamma_{>}$ and second $\bar{\gamma}_{>}$ functions will be:

$$\gamma_{>}(a, \alpha) = \underbrace{1 \sim a \sim a \sim \dots \sim a}_{\alpha \text{ - time}} = \underbrace{1 + \bar{a} + \dots + \bar{a}}_{\alpha \text{ - time}}, \quad (6)$$

$$\bar{\gamma}_{>}(a, \alpha) = \underbrace{0 + \bar{a} + \bar{a} + \dots + \bar{a}}_{\alpha \text{ - time}} = \underbrace{0 \sim \bar{a} \sim \dots \sim \bar{a}}_{\alpha \text{ - time}}, \quad \text{and for } a < 0,5 \text{ these functions } \gamma_{<} \text{ and } \bar{\gamma}_{<} \text{ will be:}$$

$$\gamma_{<}(a, \alpha) = \underbrace{1 \sim \bar{a} \sim \dots \sim \bar{a}}_{\alpha \text{ - time}},$$

$$\bar{\gamma}_{<}(a, \alpha) = \underbrace{0 + \bar{a} + \dots + \bar{a}}_{\alpha \text{ - time}}. \quad (7)$$

Hence it is obvious that for all $a \in [0, 1]$, $\gamma(a, \alpha) \geq 0,5$ and $\bar{\gamma}(a, \alpha) \leq 0,5$. By analogy let us determine these functions of variable \bar{a} :

$$\gamma(\bar{a}, \alpha) = \gamma(a, \alpha), \bar{\gamma}(\bar{a}, \alpha) = \bar{\gamma}(a, \alpha). \quad (8)$$

From (8) it follows that these functions are symmetric concerning variable $a(\bar{a})$.

Weighing (equivalently) these functions of variable a , we will get nonlinear iterative transformation, reducing ratio between signals a and \bar{a} . We call it competitive nonlinear transformation and let us define it taking into account properties of the operations:

$$\begin{aligned} a_{kn}^\alpha &= a \sim \gamma(a, \alpha) = a \neq \bar{\gamma}(a, \alpha) = a \sim \gamma(\bar{a}, \alpha) = \\ &= \bar{a} \neq \gamma(\bar{a}, \alpha), \\ \bar{a}_{kn}^\alpha &= \bar{a} \sim \gamma(a, \alpha) = \bar{a} \sim \gamma(\bar{a}, \alpha) = \bar{a} \neq \bar{\gamma}(\bar{a}, \alpha) = \\ &= a \sim \bar{\gamma}(a, \alpha). \end{aligned} \quad (9)$$

Expression (9) can be written in more convenient way taking into consideration (6) and (7):

$$\begin{aligned} a_{kn}^\alpha &= \begin{cases} \gamma(a, \alpha + 1), & \text{for } a > 0,5, \\ \bar{\gamma}(a, \alpha + 1), & \text{for } a < 0,5, \end{cases} \\ \bar{a}_{kn}^\alpha &= \begin{cases} \bar{\gamma}(\bar{a}, \alpha + 1), & \text{for } a > 0,5, \\ \gamma(\bar{a}, \alpha + 1), & \text{for } a < 0,5. \end{cases} \end{aligned}$$

Or in another way:

$$\begin{aligned} a_{kn}^\alpha &= \begin{cases} \overbrace{1 \sim a \sim \dots \sim a}^{(\alpha + 1) \text{ - time}}, & \text{for } a > 0,5, \\ \overbrace{0 \neq a \neq \dots \neq a}^{(\alpha + 1) \text{ - time}}, & \text{for } a < 0,5, \end{cases} \\ \bar{a}_{kn}^\alpha &= \begin{cases} \overbrace{0 \neq \bar{a} \neq \dots \neq \bar{a}}^{(\alpha + 1) \text{ - time}}, & \text{for } a > 0,5, \\ \overbrace{1 \sim \bar{a} \sim \dots \sim \bar{a}}^{(\alpha + 1) \text{ - time}}, & \text{for } a < 0,5. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

It can be seen from (10) that any variable a or \bar{a} of the range $>0,5$ sums equivalently with itself α times at competitive nonlinear transformation, and a variable of the range $<0,5$ - sums nonequivalently α times with itself. At the same time the indicators for $(\alpha + 1)$ equivalence (nonequivalence) in corresponding ranges for variable a_{kn}^α and its negation \bar{a}_{kn}^α respectively are "1" and "0" for ranges $(>0,5)$ and $(<0,5)$ in a case and "0" and "1" for the same ranges respectively in \bar{a} case.

Hence, we can see that different nonlinear transformations can be also expressed by operations of equivalence (nonequivalence) or by t -norms in case of $\rho^i(a, \alpha)$ transformation.

2.3 Matrix-tensor equivalental models (MTEM) of NNAM

For simplification at first let us consider NNAM for associative recognition and reading of two-level (binary) 2-D images. Input, output, and q^{th} trained images are respectively

$$\mathbf{S}_{inp} = [S_{ij}^{inp}] \in \{0, 1\}^{m \times n}, \mathbf{S}_{out} = [S_{ij}^{out}] \in \{0, 1\}^N, \mathbf{S}_q = [S_{ij}^q] \in \{0, 1\}^N, \text{ where } q \in \{1 \div Q\}.$$

Then tensor of weights of interconnections from input neurons to output will be ${}^q\mathbf{T} \in [0, 1]^{N \times N}$,

$$\text{where } \mathbf{T}_{i,j,i',j'} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{S}_{i,j}^q \sim \mathbf{S}_{i',j'}^q) \text{ for simple NNAM,}$$

where $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n, 1 \leq i' \leq m, 1 \leq j' \leq n$. Considering determination of normalized equivalency (\sim_n) the component of interconnection tensor can be assign as:

$$\begin{aligned} {}^q\mathbf{T}_{i,j,i',j'} &= \vec{\mathbf{S}}_{i,j} \sim_n \vec{\mathbf{S}}_{i',j'}, \\ \text{where } \vec{\mathbf{S}}_{i,j} &= (S_{i,j}^1 \dots S_{i,j}^q \dots S_{i,j}^Q)^t, \\ \vec{\mathbf{S}}_{i',j'} &= (S_{i',j'}^1 \dots S_{i',j'}^q \dots S_{i',j'}^Q)^t, \\ \text{where } \mathbf{T}_{i,j,i',j'} &\in \{0, 1/Q \dots (Q-1)/Q, 1\}. \end{aligned} \quad (11)$$

To determine a new state of k, l -th neuron \mathbf{S}_{out} in $(t+1)$ moment it is necessary to consider contributions of all weights, and it means to calculate normalized equivalence between $\mathbf{S}_{inp}(t)$ and matrix $(k, l$ -th tensor plane)

$$\mathbf{T}_{k,l} = [T_{ij}]_{k,l}^N \text{ and to take its threshold function}$$

$$\varphi[x] = \begin{cases} 1, & \text{if } x \geq \bar{x} \\ 0, & \text{if } x < \bar{x} \end{cases} \text{ (function of activation) [15].}$$

The expression for net recalculation is:

$$S_{out}^{k,l}(t+1) = \varphi[\mathbf{S}_{inp}(t) \sim \mathbf{T}_{k,l}] \quad (12)$$

or considering duality:

$$\begin{aligned} S_{out}^{k,l}(t+1) &= \bar{\varphi}[\mathbf{S}_{inp}(t) \neq \mathbf{T}_{k,l}] \text{ and} \\ \bar{S}_{out}^{k,l}(t+1) &= \bar{\varphi}[\mathbf{S}_{inp}(t) \sim \mathbf{T}_{k,l}] = \varphi[\mathbf{S}_{inp}(t) \neq \mathbf{T}_{k,l}]. \end{aligned} \quad (13)$$

Considering (11) expression (12) (let it be basic) can be transformed:

$$S_{out}^{k,l}(t+1) = \varphi \left[\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{S}_{k,l}^q \sim \beta^q) \right] = \varphi \left[\vec{\mathbf{S}}_{k,l} \sim \vec{\beta} \right],$$

$$\text{where } \beta^q = \mathbf{S}_{inp}(t) \sim_n \mathbf{S}^q; \vec{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta^q, \dots, \beta^Q)^t.$$

Combining all k, l -th outputs into $S_{out}(t+1)$ matrix, one can write an expression for recalculation of equivalental model of simple NNAM, increasing threshold scalar operator

$\varphi(x)$ to matrix pel-by-pel $\varphi(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned} S_{out}(t+1) &= \varphi[\text{net}_{k,l}] = \varphi\left[\left[\begin{array}{c} \overset{Q}{\tilde{S}}_{k,l} \\ \tilde{\beta} \end{array}\right]\right] = \\ &= [\varphi_{kl}\left[\begin{array}{c} \overset{Q}{\tilde{S}}_{k,l} \\ \tilde{\beta} \end{array}\right]]_{m \times n} = N. \end{aligned} \quad (14)$$

2.4. MTEM of adaptive-equivalent NNAM

To improve the properties of the models, namely MTEM of NNAM during recognition of greatly correlated patterns, we will introduce two weighing coefficients $\alpha_{k,l}^p$ and $\gamma(\beta^q, p)$ (in essence α matrix and $\tilde{\beta}_{kn}^p$ vector) and modify training so as weights of interconnections could be calculated in the next way:

$${}^q T_{i,j,k,l}^{\alpha,\gamma} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (T_{i,j,k,l}^q \sim {}^p F_{k,l}^q(\alpha_{k,l}^p \gamma(\beta^q, p))), \quad (15)$$

where ${}^p F_{k,l}^q$ - equivalent operation with variables α^p and $\gamma(p)$ of p -th degree from coefficients

$$\alpha_{k,l} = \left(\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q S_{k,l}^q \right) \sim 0,5; \quad \beta^q = S_{inp}(t) \tilde{\beta}^q. \quad \text{The}$$

first coefficient takes into consideration the "equivalence" (similarity) of the input images with one of the stored pattern images. The second one accounts the "equivalence" of the k -th and l -th pixel of the pattern images.

The process of recalculation of MTEM of NNAM with such dual adaptive-equivalent weighing comes to matrix-tensor procedures with operation of "equivalence":

$$S_{out(t+1)} = \varphi \left[\frac{1}{Q} \left\{ \begin{array}{l} {}^p F^q \left(\frac{1}{N} (S_{inp}(t) \times {}^q \mathbf{T}), \frac{1}{N} (S_{inp}^{\alpha} \tilde{\times} {}^q \mathbf{T}) \right) \tilde{\times} \\ \tilde{\times} {}^q \mathbf{T}^{tR} \end{array} \right\} \right],$$

here $S_{inp}^{\alpha} = S_{inp} \sim \alpha^p$, ${}^p F^q = {}^q \beta_{\alpha kn}^p \sim {}^q \beta_{kn}^p$ (the other types of equivalence operations are possible). The expression for recalculation of the state of one k, l -th neuron (not the whole matrix) in MTEM of NNAM with adaptive-equivalent weighing has more evident form:

$$S_{out(t+1)}^{k,l} = \varphi \left[\tilde{S}_{k,l}^q \sim \underbrace{(\alpha_{k,l}^p \sim S_{inp} \sim S^q)}_{n_q} \right]. \quad (16)$$

2.5. MTEM of NNAM with weighing for multilevel images

There are basically two types of still images: two-level and multilevel. A two-level image is often called a "black-and-white" image, where as a multilevel image is usually called a gray level image. If we represent each pixel of a multilevel image by means of as k -bit binary code word,

then we can decompose this image into k -images, each having only two levels. Each two-level or 1-bit image is referred to as a bit plane. Using different codes for transformation of multilevel image in digit-bit plane, we can complete thus analog-digital transformation of images in any needed code: unit position code, unit normal code at morphological threshold decomposition, binary code at irredundant coding, alternating code, codes of Fibonacci and others. The devices, which implement such transformation parallel for all pixels, called analog-digit image converters are considered in [21, 22].

For our MTEM of NNAM we used mainly two types of coding in AD-transformations of multilevel images. In the first case we used morphological threshold decomposition with programmed number of levels or bit planes and low (high) threshold levels. At that the whole set of digit levels 0÷255 for every gray level image (or for every of three main colors R, G, B) was transformed in programmed (as a rule 8 in our experiments) number of bit ordered planes. That led to actual compression of information, and multilevel image, having 256 levels, was transformed in multilevel image with less number of levels. But levels of the last one remained the same and that is why total dynamic range did not change. Applying the operation of pel-by-pel logic sum of corresponding ordered bit planes we form (of 8 planes) a result prepared (converted) bit plane (two-level image) (RCBP). Thus any input image and all trained multilevel images are represented by their RPBPs. The last ones are used as input image and trained images correspondingly in NNAM for two-level images.

In the second case we used 8-digit ADC of picture type (virtual) for transformation of multilevel images. For that purpose, a corresponding subprogram was written. In hardware realization and in this program we use a new algorithm of ADC and a new mathematical model on the basis on neural logic, but we will not describe then here in detail (we will do that in another work). One should note that all 8 bit planes (input, standard, output, gray level image) are processed parallel (or consecutively, virtually) and used during recognition with the help of 8 independent (possibly dependent) NNAM for two-level, two-gradation images.

Hence, MTEM of NNAM with AE weighing for multilevel images in the first case of ADC does not differ from the one described in section 2.4., as since RBPB, similar by shape, but prepared one was used instead of ordinary 2D two-level images. For the second case the model consists of several two-level images, i.e. it is a superposition, combination of digit-by-digit bit planed models.

3. SYSTEM DESIGN AND PROPOSED IMPLEMENTATIONS

3.1. Systems of NNAM

Fig. 2 shows the structure scheme of neural net associative memory for multilevel 2D images with the first variant of transformation of input and trained multi-gradation (colour) 2D images into a result bit plane. Analog-digit converter (ADC) of picture type (PT) and digit-analog converters (DAC) of picture type perform necessary trans-

formations of multilevel images in a set of bit planes and visa versa. Schemes of coding and decoding of picture type (C of PT and DC of PT) complete transformation of the set of bit planes $S_{out}^0 \div S_{out}^7$ into one result two-level image RCBP_{in} and inversion of output RCBP_{out} into a set of bit planes $S_{out}^0 \div S_{out}^7$ respectively. Trained multilevel images

S^q , being input into memory with the help of ADC of PT and C of PT, are transformed into RCBP_q. That is why in ordinary addressed memory of page type only two-level (binary) images are stored.

For the second variant of coding, according to section 2.5., the structure scheme will differ from the one on fig.2 only because it does not have coder and decoder, and the number of blocs of NNAM and blocs of memory of trained images MTI will be equal to the number of bit planes. Every i -th bit plane S_{inp}^i of input and $S_1^i \dots S_q^i \dots S_Q^i$ of trained images is processed on i -th NNAM _{i} , which forms i -th bit plane S_{out}^i of output image on its output. All NNAM₀ ÷ NNAM₇ can work independently and jointly. In the last case the internal result measure of equivalence can be a certain complicated function (of vector normalized equivalence type) of particular i -th measures of equivalence of i -th bit planes.

Taking into consideration limitation connected with the size of the article, let's concentrate on realization of basic associative memory with two-level 2-D images.

3.2. Implementations

As can be seen from section 2 for simultaneous parallel calculation of all components of $\vec{\beta}^Q$ vector or $\vec{\beta}^\alpha$ vector,

→ net vector vector-matrix and matrix-tensor procedures with operation of equivalence are necessary to form result sets of values, data proportional to equivalence. Besides, for simultaneous calculation of all coefficients α_{ij} , all functions ${}^p F^q$, ${}^q \beta_{kn}^p$, α^p , matrixes of (2D-array) elements are required for component-by-component calculation of equivalence operations, nonlinear transformations, threshold processing, sum and so on. That is why proposed MTEMs of NNAM are easier represented on modern and progressive matrix architecture, multifunctional elements of matrix logic [4,7,13,21] and processors of picture type [23, 24, 25]. One should mention that normalization may not be done, it is necessary to change threshold, taking function of activation.

The device, which performs \times operation over \mathbf{S} matrix and \mathbf{T} tensor, namely $\tilde{S} \times T$, will be called matrix-tensor equivalentor (MTE). According to elaborated in paragraph 2 models (MTEMs of NNAM) the basic structure element for them will be just these MTEs. If (\sim) equivalency is used, then MTE can be built on ordinary digit matrix-tensor multipliers, including optical, as:

$$S \times T = S \times T + \bar{S} \times \bar{T} \tag{17}$$

Fig. 3 shows architecture of NNAM on the basis of two matrix-tensor equivalentors MTE_1 and MTE_2 . The first nonlinear converter NC_1 of matrix type is used for competitive nonlinear transformation (expression (9) section 2.2.), and the second one NC_2 of PT is used for threshold procession according to activation function. Input commutator-multiplier M and output commutator-demultiplier D are intended to input, output and form back propagation of iteration recalculations.

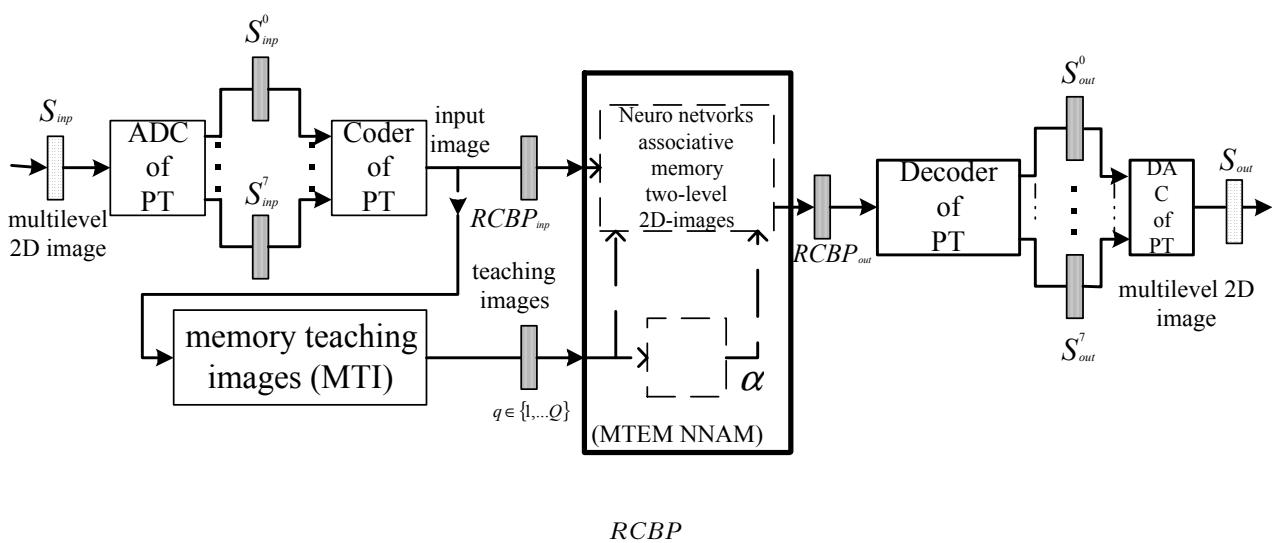


Figure 2 - Schematic block diagram of associative memory for multilevel 2D-images

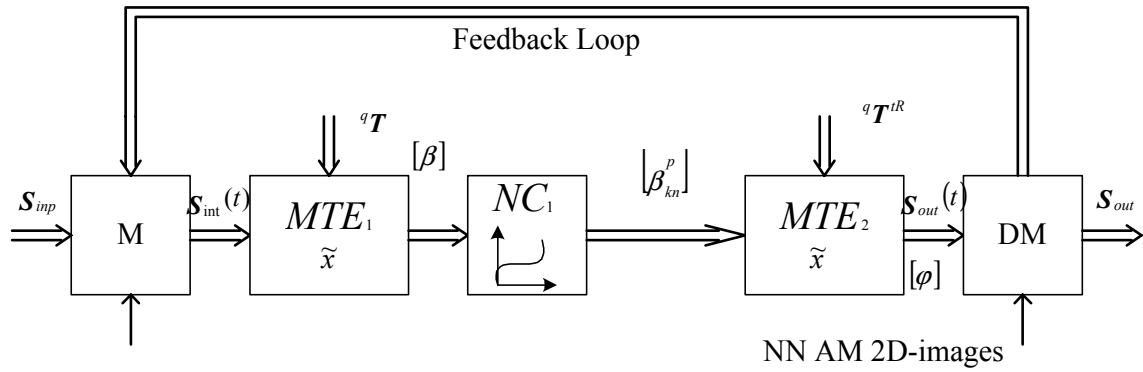


Figure 3 - Block diagram of NNAM

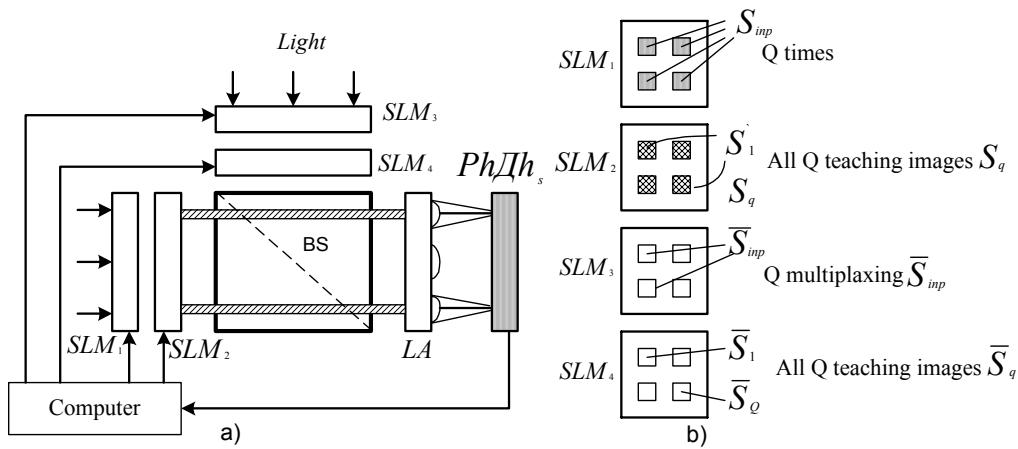


Figure 4 - Optical system for MTE a) and inputting in SLM images b)

In a fig.4. one of possible variants of optical realization MTE is shown. Input images S_{inp} are recorded from the managing computer in first spatial light modulators (SLM_1) Q times, i.e. multiplicated. This multiplication is carried out at recording in SLM_1 in the computer.

Contrastly inverted input image S_{inp} is also recorded in SLM_3 Q times. On the second SLM_2 all Q trained images (S_1, \dots, S_q) are recorded and on the fourth SLM_4 - all Q trained contrastly inverted images ($\bar{S}_1, \dots, \bar{S}_q$). The lens array LA serves for spatial integration within each q -zone thus, on an input of every q -photodetector of array PDA_a signal will be proportional to normalized equivalence of an input image with the trained S_q . Non-linear transformation instead of blocks NC_1 and NC_2 are shown in the circuit on fig.3. They are carried out over the PDA output signals in the computer. Instead of PDA it is possible to use commercial liquid crystal television (LCTV) with 500×500 pixels and 30 ms refresh rates [26]. In this case it is possible to work with 2D-images dimension 32×32 pixels and $10 \times 10 = 100$ teaching 2D-images, since on every LCTV it is necessary to

record all Q images by dimension $m \times n$. And it puts forward restriction on $m \times n < 500 \times 500 / Q$ at given Q or restriction on $Q < (500 \times 500) / (m \times n)$ with the given format of the images $m \times n$ 2D.

Let's estimate productivity of such NNAM on the basis of optical realization of MTE. The recording in all SLM (LCTV) (fig.4.) and updating given in each iteration is made simultaneously. Nonlinear processing simulating the work of NC_1 and NC_2 (fig.3) and recordings of the processed data in SLM can be combined. Let's consider therefore, that one iterative recalculation of a network the system has executed in 50 ms. At dimension of matrix of the input image 32×32 pixels or 10^3 elements of a vector (image) the matrix of weight coefficients will have 10^6 components or connections. It means that the system in 50 ms calculated as a matter of fact 10^6 connections. Thus, the rating show that productivity of NNAM realized on the simplest traditional circuits (fig.4) and on a basis slowly working LCTV archives $2 \cdot 10^7$ of connections/s. There is a quite real opportunity to increase capacity of SLM up to 5000×5000 (90 line pairs/mm) pixel resolution and 50ms response time [27]. In this

case at dimension of 2D - image equal 100x100 pixels (and $Q=1000$) in 50ms already 10^8 connections are calculated. Therefore ratings will show productivity of NNAM at a level $=2 \cdot 10^{12}$ of connections/s. The common time of reading from associative memory does not exceed $(2-3)\tau_{ter} \approx 100\mu c$. The usage of other more high-speed optoelectronic matrixes [13-15], calculating necessary operation of equivalence and matrix-tensor procedures will allow to reduce significantly the time of reference to NNAM. In this work we wont concentrate on realizations in details, as our purpose is to show new most general principles of their realization.

4. RESULTS OF MODELING

For modeling we developed a program realization of MTEMs models. Algorithm is realized in a program product on a low class PC. Technical characteristics this product:

- any quantity of segments (elements, neurons) of a processed image with the dimensions in $X \times Y$ up to 30000 neurons;
- time of recognition of a image - part of a second to second;
- a number of iterations (steps) necessary for recognition of a image - 1 to 5;
- training period depends only on time of data base insert and is significantly shorter than that of other well-known neuro - net paradigms;
- correlation between the quantity of sample vectors and number of neurons in the network (network capacity) is 2 - 2,5 times more (30%) than that in Hopfield networks (14-15%);
- the level of distortion of image which permits its authentic recognition is up to 30%;
- the number of gradation of images under process is 256 in each color, as well as black - and -white image;
- quantity of digit layers at the process of image coding- 8 beat layers;
- a possibility of space-invariant recognition of images;

Mathematical models used are equivalental models. Metric system for comparison of images is non - Euclidean.

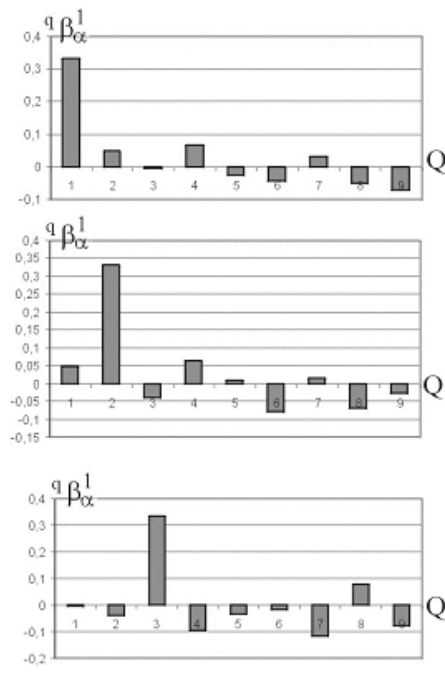
A possibility can be fore seen of an adaptive regulation of the network for renewing and extending data base and for the optimization criterion and metric parameters.

We shall gave it's characteristics below. The results of modeling are shown on fig. 5-8.

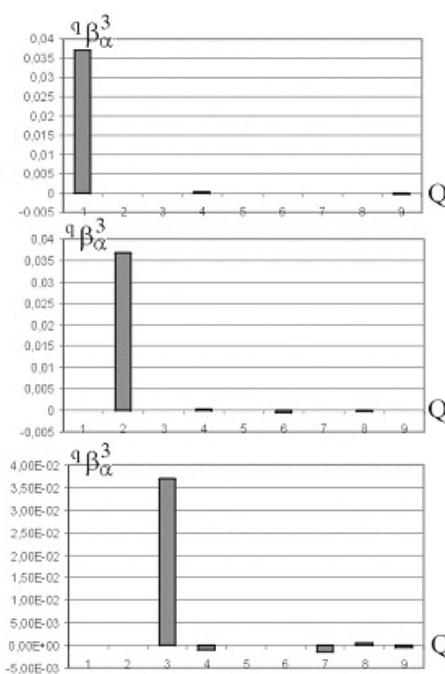
5. CONCLUSION

The suggested matrix-tensor equivalental models $MTEM_s$ for construction on their basis of neuro-net associative memory of two-level and multilevel 2D-images, comprising models with doubled weighting, are of great importance, since they provide the opportunity to implement the whole number of competitive $NNAP$ systems with increased capacity, productivity and fast acting. The result of modeling and experiment prove the validity of the theoretical work. Since suggested $MTEM_s$ are realized on the base of matrix tensor (vector-

matrix) procedures and multipliers and equivalentors it is possible to make a conclusion about necessity and, possibility of construction of complete digital optical NN associative memory and optical pattern of recognition systems.



a)



b)

Figure 5 - Output of neurons open layer ${}^q\beta_\alpha^p$ for different p : a) $p=1$; b) $p=3$.

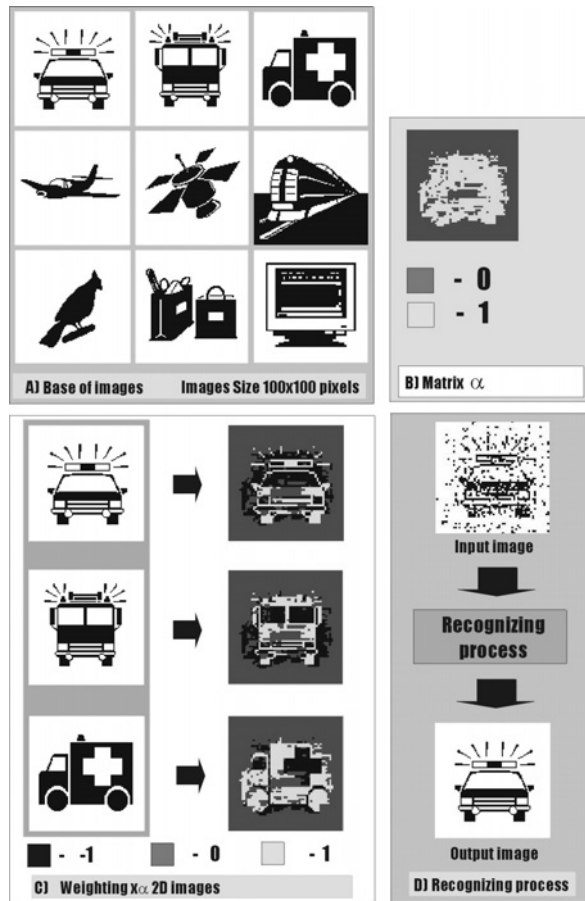


Figure 6 - Two-level 2D-images recognition results

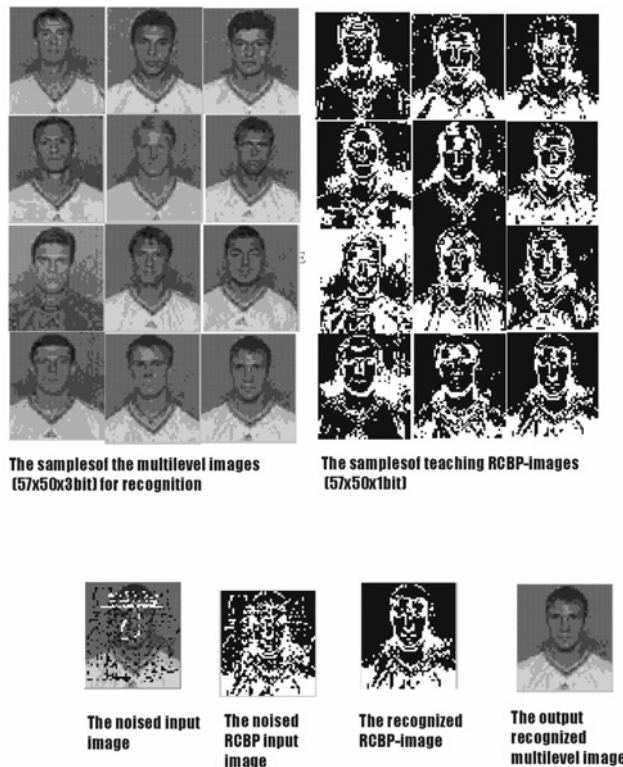
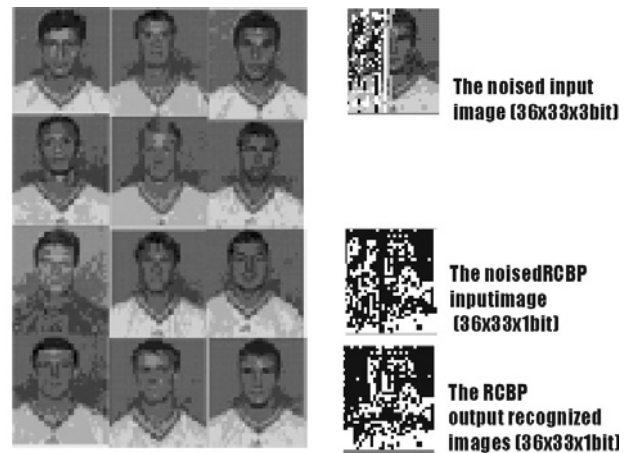


Figure 7 - Multilevel 2-D images recognition on base of RCBP result



The samples of the multilevel teaching images (149x100x3bit)

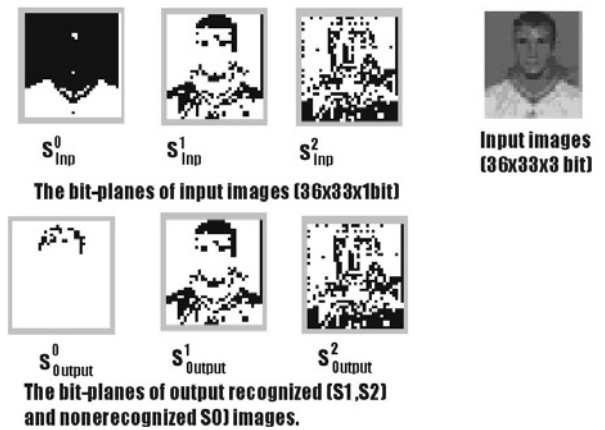


Figure 8 - Multilevel 2D-images invariant recognition results

6. REFERENCES

1. N.M. et al. Amosov Neurostructures and Intelligent Robots. Naukova Dumka, Kiev, 1991.
2. D. A. Redgia, G. G. Sattou Autoprocessing Nets and Their Significance for Biomedical Researches. THER, vol. 76, №6, pp. 46-59, 1988.
3. Freeman James a., D.M. Skapura Neural Networks: Algorithms, Applications and Programming Techniques, Addison-Wesley Publishing Company, 1992.
4. V.G. Krasilenko, O.K. Kolesnitsky, A.K. Boguhvalsky "Creation Opportunities of Optoelectronic Continuous Logic Neural Elements, Which are Universal Circuitry Macrobasis of Optical Neural Networks". Proc. SPIE, Vol. 2647, pp. 208-217, 1995.
5. V.I. Levin. "Continuous Logic, Its Generalization and Application". Automatica and Telemekhanika, №8, pp. 3-22, 1990.
6. V.G. Krasilenko et. al. "Lines of Optoelectronic Neural Elements with Optical Inputs/Outputs Based on BISPIN-devices for Optical Neural Networks". Proc. SPIE, Vol. 2647, pp. 264-272, 1995.
7. V.G. Krasilenko, A.T. Magas "Fundamentals of Design of Multifunctional Devices of Matrix Multiciphered Logic with Fast Programmed Adjusting". Measuring and Computer Technique in Technological Processes. №4, pp. 113-121, 1999.
8. A.S. Abdul Awwal, "Khan M. Iftekaruddin. Computer Arithmetic for Optical Computing. Special Section". Optical Eng. Vol. 38, №3, 1999.
9. E.N. Sokolov, G. G. Vaytkyavichus. Neurointelligence: from Neuron to Neurocomputer. M.: Nauka, -238 p, 1989.
10. N.V. Pozin Modeling of Neural Structures. M.: Nauka, -264 p. 1970.
11. Yu.G. Antomonov Principles of Neurodynamics. Naukova

12. Dumka, Kiev, 1974.
13. L.N. Volgin. "Complementary Algebra and Relative Models of Neural Structures with Coding of Channel Numbers". *Electrical Modeling*, Vol. 16, №3, pp. 15-25, 1994.
14. V.G. Krasilenko, A.K. Bogakhval'skiy, A.T. Magas. "Equivalent Models of Neural Networks and Their Effective Optoelectronic Implementations Based on Matrix Multivalued Elements". *Proc. SPIE*, Vol. 3055, pp. 127-136, 1996.
15. V.G. Krasilenko et. al. "Applications of Nonlinear Correlation Functions and Equivalence Models in Advanced Neurons". *Proc. SPIE*, Vol. 3317, pp. 211-222, 1997.
16. V.G. Krasilenko et. al. "Continuous Logic Equivalent Models of Hamming Network Architectures with Adaptive-Correlated Weighting". *Proc. SPIE*, Vol. 3402, pp. 398-408, 1997.
17. Guo Doughui, Chen Zhenxiang, Lui Ruitaugh, Wu Boxi. "A Weighted Bipolar Neural Networks with High Capacity of Stable Storage". *Proc. SPIE*, Vol. 2321, pp. 680-682.
18. B. Kiselyov, N. Kulakov, A. Mikaelian, V. Shkitin. "Optical Associative Memory for High-order Correlation Patterns". *Opt. Eng.*, Vol. 31, №4, pp. 764-767.
19. A.L. Mikaelian. "Holographic Memory: Problems and Prospective Applications". *Proc. SPIE*, Vol. 3402, pp. 2-11, 1997.
20. A.L. Mikaelian (Editor). *Optical Memory and Neural Networks*. *Proc. SPIE*, Vol. 3402, 1997.
21. V.G. Krasilenko et. al. "Gnoseological Approach to Search of Most General Functional Model of Neuron". *Collected research works, №7 (2000) according to the results of 7-th STC "Measuring and Computer Technique in Technological processes"*, Khmel'nitskiy, MCTP, pp. 23-27, 2000.
22. O.K. Kolesnitskiy, V.G. Krasilenko, "Analog-Digit Transformers of Picture Type for Digit Optoelectronic Processors (Review)". *Autometry*, №2, pp. 16-29, 1992.
23. O.K. Kolesnitskiy, V.G. Krasilenko, "Analog-to-Digital Image Converters for Parallel Digital Optoelectronic Processors". *Pattern Recognition and Image Analysis*, Vol. 2, №1, pp. 227-233, 1992.
24. V.G. Krasilenko et. al., "Digital Optoelectronic Processor of Multilevel Images", *Ellectronoe Modelirovanie*, Vol. 15, №3, pp. 13-18, 1993.
25. Patent №1781679 (SU). *Device for Multiplication of Square Matrix of Picture-Image*, V. G. Krasilenko et. al., Publ. At BI №46, 1992.
26. A. Huang, "About Architecture of Optical Digit Computing Machine" // *TIHER*, Vol. 72, №7, pp. 34-41, 1984.

УДК 621.74

ОПТИМИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЫ КОМПОЗИЦИОННОГО МИКРОПРОГРАММНОГО УСТРОЙСТВА УПРАВЛЕНИЯ

А.А.Баркалов, Аль-Рабие Аднан, А.А.Красичков

Предлагается методика оптимизации схем адресации композиционного микропрограммного устройства управления. Она основана на кодировании номеров переходов конечного автомата. Данная методика позволяет уменьшать аппаратные затраты, необходимые на реализацию схем адресации. Приведен пример ее использования.

Пропонується методика оптимізації схем адресації композиційного мікропрограмного пристрою керування. Вона заснована на кодуванні номерів переходів кінцевого автомата. Дана методика дозволяє зменшувати апаратні витрати, необхідні на реалізацію схем адресації. Приведено приклад її використання.

The optimization method of microcommand's addressing circuits for compositional control unit is proposed. Method based on the encoding of transition's numbers of hard-logic automata. Given method allows to reduce the number of LSI-outputs in the addressing circuits. The method is illustrated by example.

Управляющее устройство (УУ) цифровой системы может быть реализовано в виде композиционного микропрограммного устройства управления (КМУУ) [1]. В настоящее время для реализации логических схем УУ широко применяются программируемые логические устройства (ПЛУ) [2]. Значительная стоимость ПЛУ вызывает необходимость уменьшения числа микросхем в схеме УУ, либо замены микросхем программируемой логической матрицы (ПЛМ) и программируемой матричной логики (ПМЛ) более дешевыми ПЗУ. В настоящей работе предлагается метод оптимизации стоимости КМУУ, который применим при синтезе любого УУ на счетчике [3].

Пусть для граф схемы алгоритма (ГСА) Г получено множество операторных линейных цепей (ОЛЦ) $C = \{\lambda_1, \dots, \lambda_g\}$, где $\lambda_g \in C$ - последовательность

операторных вершин ГСА между которыми нет условных вершин [1]. Каждая ОЛЦ $\lambda_g \in C$ имеет входы I_g^k ($K=1, \dots, K_g$) и один выход O_g . В операторных вершинах ГСА Г записываются микрокоманды (МК) $Y_i \subseteq Y$, где $Y = \{y_1, \dots, y_N\}$ - множество микроопераций. В условных вершинах ГСА Г записываются элементы множества логических условий $X = \{x_1, \dots, x_L\}$. Пусть в пределах каждой ОЛЦ микрокоманды имеют соседние адреса, то есть если МК Y_i записана в вершине b_i , а МК Y_g в следующей за ней вершине b_j , то

$$A(Y_g) = A(Y_i) + 1, \tag{1}$$

где $A(Y_k)$ - адрес микрокоманды Y_k ($k \in \{t, g\}$).

В этом случае для интерпретации ГСА Г применимо КМУУ (Рис.1), представляющее собой композицию автомата с "жесткой" логикой S_1 (КС, RG) и автомата с "программируемой логикой" S_2 (СТ, МП).

КМУУ функционирует следующим образом. По сигналу "Пуск" в регистр памяти автомата S_1 RG и в счетчике СТ заносятся нулевые коды. Пусть в момент времени t в RG находятся код $K(a_m)$ текущего состояния $a_m \in A$ автомата S_1 , где $A = \{a_1, \dots, a_{M1}\}$. Пусть в момент времени t в СТ находится адрес $A(Y_i)$ микрокоманды, входящей в ОЛЦ $\lambda_g \in C$. Если МК Y_i не является выходом ОЛЦ λ_g , то из управляющей памяти УП вместе

с микрокомандами $y_n \in y_i$ выбирается сигнал y_0 . По $y_0=0$ к содержимому СТ прибавляется единица, адресуя очередную микрокоманду ОЛЦ λ_g . При этом состояние автомата S_1 не меняется. Если выход ОЛЦ λ_g достигнут, то сигнал y_0 не формируется. В этом случае комбинационная схема КС формирует функции $\Phi = \Phi(X, T)$, по которым в СТ заносится адрес входа очередной ОЛЦ $\lambda_g \in C$, и $\Phi = \Phi(X, T)$, изменяющие состояние автомата S_1 . Здесь $T = \{T_1, \dots, T_{R_1}\}$ - множество внутренних переменных, кодирующих состояния $a_m \in A$, $R_1 = \lceil \log_2 M \rceil$. Функционирование завершается при достижении конечного состояния автомата S_1 после формирования всех микрокоманд соответствующей этому состоянию ОЛЦ.

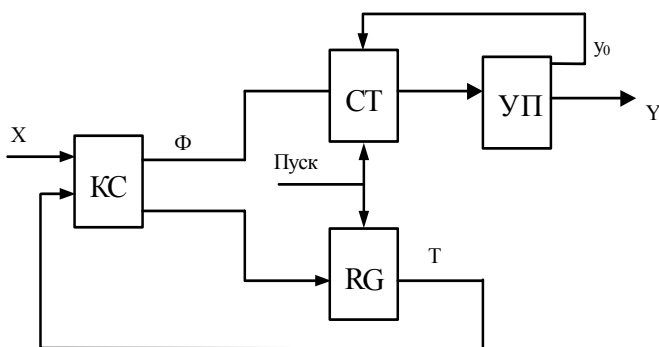


Рисунок 1 - Структурная схема композиционного микропрограммного устройства управления

Разрядность адреса микрокоманды R_2 определяется как функция от числа M_2 операторных вершин ГСА: $R_2 = \lceil \log_2 M_2 \rceil$. Таким образом, схема КС имеет

$$R_0 = R_1 + R_2 \quad (2)$$

выходов. Пусть $t_{\text{ПЛУ}}$ - число выходов ПЛУ схемы КС, тогда при выполнении условия

$$R_0 > t_{\text{ПЛУ}} \quad (3)$$

необходимо выполнить расширение ПЛУ по выходам [3]. Это приводит к увеличению числа ПЛУ в схеме.

Пусть автомат S_1 производит H переходов, что определяет длину его прямой структурной таблицы (ПСТ), и $R_3 = \lceil \log_2 H \rceil$. При выполнении условия

$$R_3 \leq t_{\text{ПЛУ}} \quad (4)$$

стоимость схемы КМУУ можно уменьшить. Для этого в данной работе предлагается ввести преобразователь

номера перехода в функции Φ и ψ .

Такой подход порождает КМУУ с преобразованием номера перехода (рис. 2), функционирующие следующим образом. Если сигнал y_0 формируется, то происходит наращивание счетчика. В противном случае схема КС нормирует переменные Z , кодирующие номера переходов автомата S_1 . Преобразователь кодов ПК формирует переменные $\Phi = \Phi(Z)$ и $\psi = \psi(Z)$, управляющие СТ и RG соответственно, что приводит к очередному переходу КМУУ.

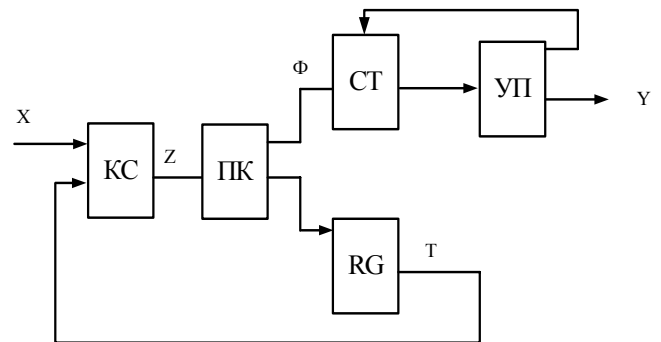


Рисунок 2 - Структурная схема КМУУ с преобразованием номера перехода

В настоящей работе предлагается методика синтеза КМУУ с преобразованием номера перехода, включая следующие этапы:

1. Формирование множества ОЛЦ C , адресация микрокоманд согласно (1), формирование содержимого УП и ПСТ автомата S_1 . Этот этап выполняется согласно методике из работы [1].

2. Кодирование номеров h переходов F_h двоичными кодами $K(F_h)$ разрядности R_3 . Формирование множества кодирующих переменных Z . Переходам F_h , соответствующим одинаковым парам $\langle \Phi, \psi \rangle$ ставится в соответствие один номер.

3. Формирование преобразованной ПСТ автомата S_1 удалением столбцов Φ_h и ψ_h , содержащих функции управления RG и СТ, и вводом столбца Z_h , содержащих функции управления ПК. Формирование системы функций $Z = Z(X, T)$.

4. Формирование таблицы ПК с входами Z и выходами Φ и ψ . Формирование систем функций $\Phi = \Phi(Z)$ и $\psi = \psi(Z)$.

5. Синтез логической схемы КМУУ в заданном элементном базисе. Схема КС реализуется на ПЛИМ или ПМЛ, схемы ПК и УП - на ПЗУ.

Рассмотрим применение этой методики на примере синтеза КМУУ, автомат S_1 которого задан ПСТ (Табл.1).

Таблица 1 - Прямая структурная таблица автомата S_1 КМУУ S

a_m	$K(a_m)$	a_s	$K(a_s)$	Xh	Ψ_h	Φh	h
a_1	00	a_2	01	x_1	D_2	D_3D_4	1
		a_3	10	x_1x_2	D_1	$D_3D_5D_6$	2
		a_2	01	x_1x_2	D_2	D_4D_6	3
a_2	01	a_2	01	x_3	D_2	D_3D_4	4
		a_3	10	x_3	D_1	D_3D_6	5
a_3	10	a_2	01	x_1	D_2	D_3D_5	6
		a_3	10	x_1x_4	D_1	$D_3D_5D_6$	7
		a_1	00	x_1x_4	-	D_4D_5	8

Здесь регистр RG и счетчик СТ имеет входы D -типа, $\Psi = \{D_1, D_2\}$, $\Phi = \{D_3, \dots, D_6\}$, $R_1=2$, $R_2=4$, $R_0=6$. И так, согласно (2) ПЛУ схемы КС должны иметь 6 выходов.

Исходная ПСТ имеет $H = 8$ строк, однако переходы F_1 и F_4 , F_2 и F_7 совпадают. Присвоим переходам следующие номера: F_1 и $F_4 \rightarrow 1$, F_2 и $F_7 \rightarrow 2$, $F_3 \rightarrow 3$, $F_5 \rightarrow 4$, $F_6 \rightarrow 5$, $F_8 \rightarrow 6$. Таким образом, имеется $H_0=6$ различных номеров, для кодирования которых достаточно

$$R_3 = \lceil \log_2 H_0 \rceil \quad (5)$$

переменных $Z_q \in Z$, то есть $Z = \{Z_1, Z_2, Z_3\}$. Пусть $K(F_1) = K(F_4) = 000$, $K(F_2) = K(F_7) = 001$, $K(F_3) = 010$, $K(F_5) = 011$, $K(F_6) = 100$, $K(F_8) = 101$.

Реализация построенной ПСТ (Табл.2) производится элементарно. Система функций Z в общем случае имеет следующий вид:

$$Z_r = \bigvee_{h=1}^H Crh Am Xh \quad (r = 1, \dots, R_3), \quad (6)$$

где Crh - булева переменная, равная единице, если и только если в h -й строке ПСТ $Z_r = 1$.

Am - конъюнкция переменных $T_r \in T$, соответствующая коду состояния $a_m \in A$ из h -й строки ПСТ; Xh - конъюнкция логических условий, определяющая h -й переход автомата S_1 . Например, из табл.2 имеем $Z_1 = A_3x_1 \vee A_3\bar{x}_1\bar{x}_4 = T_1\bar{T}_2T_3x_1 \vee T_1\bar{T}_2\bar{x}_1\bar{x}_4$.

Таблица ПК КМУУ S (Табл.3) содержит столбцы Z_h (двоичный код строки), Φ_h и Ψ_h (функции управления RG и СТ), h - номер строки ПСТ. Таблица ПК является таблицей истинности функций Φ и Ψ . Если ПК реализуется на ПЗУ, то системы функций Φ и Ψ однозначно задаются таблицей ПК.

Таблица 2 - Преобразованная прямая структурная таблица автомата S_1 КМУУ S

a_m	$K(a_m)$	Xh	$K(Y_h)$	Zh	h
a_1	00	x_1	000	-	1
		x_1x_2	001	Z_3	2
		x_1x_2	010	Z_2	3
a_2	01	x_3	000	-	4
		x_3	011	Z_2Z_3	5
a_3	10	x_1	100	Z_1	6
		x_1x_4	001	Z_3	7
		x_1x_4	101	Z_1Z_3	8

Таблица 3 - Таблица преобразователя кодов автомата S_1 КМУУ S

Zh	Φ_h	Ψ_h	h
000	D_3D_4	D_2	1, 4
001	$D_3D_5D_6$	D_1	2, 7
010	D_4D_6	D_2	3
011	D_3D_6	D_1	5
100	D_3D_5	D_2	6
101	D_4D_5	-	8

Вопросы реализации комбинационных схем по таблицам в базисе ПЛУ, достаточно отражены в печати [2]. Здесь эти вопросы не рассматриваются. Логическая схема автомата S_1 приведена на рис.3, здесь КС синтезирована по системе (6).

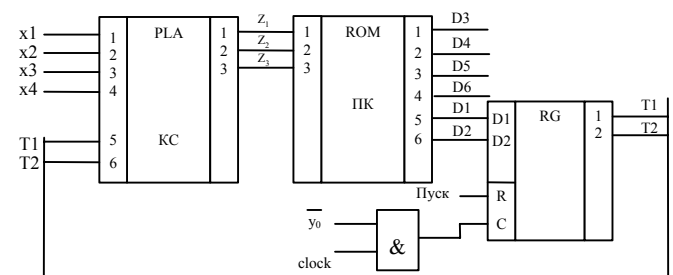


Рисунок 3 - Логическая схема автомата S_1 КМУУ S

Отметим, что синхронизация RG $C = y_0 * \text{Clock}$, где Clock - сигнал синхронизации КМУУ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования авторов показали, что при выполнении условий (3) и (4) метод кодирования номеров переходов позволяет уменьшить стоимость реализации автомата S_1 . При этом экономия повышается по мере роста разности $R_0 - t_{\text{ЦПУ}}$ и может достигать 35-42% по сравнению с традиционной реализацией автомата S_1 . Предложенный метод приводит к более медленным схемам КМУУ из-за введения ПК, увеличивающего время формирования микроопераций. Таким образом, метод кодирования

номеров переходов применим, если критерием эффективности схемы УУ является минимум стоимости.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Баркалов А.А. Палатина А.В. Синтез микропрограммных устройств управления. - Киев: ИК НАН Украины, 1997 - 156 с.
2. Соловьев В. В. Проектирование цифровых систем на основе программных логических интегральных схем. - М.: Горячая линия - Телеком, 2001 - 636 с.
3. Баркалов А.А. Синтез устройств управления на программируемых логических устройствах. - Донецк: ДонНТУ, 2002 - 262 с.

УДК 681.513.6

ОБ АДАПТИВНОМ ОБЪЕДИНЕНИИ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

Е.В.Бодянский, С.В.Попов

Рассмотрена задача объединения ансамбля искусственных нейронных сетей, осуществляющих обработку многомерных сигналов, заданных в виде дискретных временных рядов. Предложен алгоритм объединения сетей на конечной выборке, и доказана его оптимальность. Разработаны рекуррентные процедуры, предназначенные для работы в реальном времени. Предложен алгоритм для оценки "вклада" каждой из сетей, входящих в ансамбль, в объединенную оценку. Синтезирована архитектура нейронной метасети, решающей рассматриваемую проблему. Развиваемый подход позволяет повысить точность решения задач прогнозирования, фильтрации, сглаживания, эмуляции, обратного моделирования и им подобных, для решения которых используют искусственные нейронные сети, основанные на парадигме обучения с учителем.

Розглянуто задачу об'єднання ансамблю штучних нейронних мереж, що здійснюють обробку багатовимірних сигналів, які задано у вигляді дискретних часових рядів. Запропоновано алгоритм об'єднання мереж на кінцевій вибірці, і доведено його оптимальність. Розроблено рекурентні процедури для роботи в реальному часі. Запропоновано алгоритм для оцінки "внеску" кожної з мереж, що входять до ансамблю, в об'єднану оцінку. Синтезовано архітектуру нейронної метанережі, що розв'язує розглянуту проблему. Підхід, що розвивається, дозволяє підвищити точність розв'язання задач прогнозування, фільтрації, згладжування, емуляції, зворотного моделювання та подібних їм, для розв'язання яких використовують штучні нейронні мережі, що засновані на парадигмі навчання з учителем.

The problem of combining of an ensemble of artificial neural networks that process multivariate signals presented as discrete time series is considered. An algorithm for combining of the networks on a finite sample is proposed and its optimality is proven. Recurrent procedures for real-time processing are developed. An algorithm for assessing the "contribution" of each member network into the combined estimate is proposed. Architecture of a neural meta-network for the considered problem's solution is synthesized. The presented approach provides improvement of the solution's precision in extrapolation, filtering, smoothing, emulation, reverse modeling and other similar problems that can be solved using artificial neural networks based on supervised learning paradigm.

1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В настоящее время искусственные нейронные сети (ИНС) нашли широкое применение в задачах обработки информации таких, как прогнозирование, фильтрация, сглаживание, эмуляция, обратное моделирование, адаптивное управление, т.е. в задачах, которые могут быть решены в рамках нейросетевой парадигмы обучения с учителем. Успех использования ИНС связан, прежде всего, с универсальными аппроксимирующими возможностями, позволяющими решать достаточно сложные нелинейные стохастические задачи в условиях априорной и текущей неопределенности о характеристиках обрабатываемых сигналов.

Вместе с тем следует отметить, что одна и та же задача может быть решена с помощью различных сетей, отличающихся архитектурой, количеством нейронов, алгоритмами обучения, начальными условиями, способами организации обучающей выборки так, что выбор конкретной сети для конкретной задачи является достаточно сложной проблемой.

Качество решения задачи может быть существенно повышено с помощью так называемого ансамбля (комитета) нейросетей [1-9], когда одни и те же данные обрабатываются параллельно несколькими ИНС, выходные сигналы которых далее некоторым образом комбинируются в объединенную оценку, превосходящую по качеству оценки, полученные с помощью локальных сетей, входящих в ансамбль так, как это показано на рис.1. На практике наибольшее распространение получили два подхода к объединению сетей ансамбля: модульный и основанный на взвешенном усреднении [3]. И хотя содержательно они достаточно отличаются друг от друга, их объединяет то, что оба они используют линейную комбинацию своих компонент в той или иной форме [9]. Модульный подход имеет достаточно эвристический характер в отличие от математически более

строого взвешенного усреднения, хотя и здесь остается элемент субъективизма, связанный с выбором членов ансамбля. Эта задача обычно решается с помощью тех или иных эвристик, хотя можно сослаться и на более строгие результаты, основанные на генетическом программировании [5] или постепенном наращивании сложности сетей-членов ансамбля [10, 11].

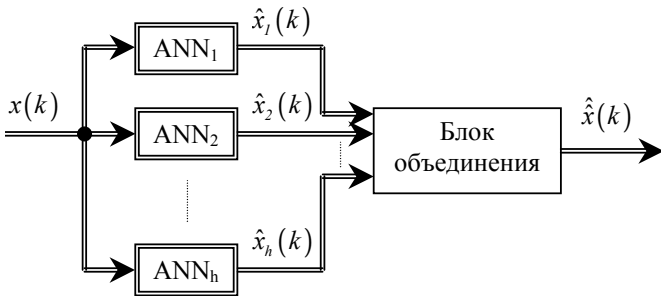


Рисунок 1 - Ансамбль нейросетей

В настоящей работе предлагается оптимальный метод взвешенного объединения многомерных выходных сигналов локальных ИНС-членов ансамбля, предназначенный для работы в реальном времени в темпе поступления новых данных и позволяющий автоматически выявлять "наилучшие" локальные сети, наиболее приспособленные для решения конкретной задачи.

Пусть сигнал, подлежащий обработке, задан в форме n -мерной временной последовательности $x(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, а оценка этого сигнала на выходе j -ой локальной сети-члена ансамбля - $\hat{x}_j(k)$, $j = 1, 2, \dots, h$. Введем в рассмотрение объединенную оценку

$$\hat{x}(k) = \sum_{j=1}^h w_j \hat{x}_j(k) = \hat{x}(k)w, \quad (1)$$

где $w = (w_1, w_2, \dots, w_h)^T$ - вектор неизвестных весовых коэффициентов, определяющих близость обработанных членами ансамбля сигналов $\hat{x}_j(k)$ к реальному процессу $x(k)$ и отвечающих условию несмещенности [2]

$$I_h^T w = I, \quad (2)$$

$I_h - (h \times 1)$ - вектор, состоящий из единиц, $\hat{x}_j(k) = (\hat{x}_1(k), \hat{x}_2(k), \dots, \hat{x}_h(k))$ - $n \times h$ -матрица, $k=0,1,2,\dots$ - текущее дискретное время, T - символ транспонирования.

Необходимо определить вектор коэффициентов w , позволяющий получить наилучшую по точности оценку вида (1).

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Неизвестный вектор весовых коэффициентов w определим с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа, для чего введем $(k+1) \times n$ матрицу наблюдений $X(k)$, $(k+1) \times nh$ -матрицу обработанных сигналов $\hat{X}(k)$:

$$X(k) = \begin{bmatrix} x^T(0) \\ x^T(1) \\ \dots \\ x^T(k) \end{bmatrix}, \quad \hat{X}(k) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^T(0) & \hat{x}_2^T(0) & \dots & \hat{x}_h^T(0) \\ \hat{x}_1^T(1) & \hat{x}_2^T(1) & \dots & \hat{x}_h^T(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{x}_1^T(k) & \hat{x}_2^T(k) & \dots & \hat{x}_h^T(k) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$(k+1) \times n$ -матрицу ошибок на обучающей выборке

$$e^k = X(k) - \hat{X}(k)I_{nn} \otimes w \quad (4)$$

и лагранжиан

$$\begin{aligned} L(w, \lambda) &= \frac{1}{2} Tr((e^k)^T e^k) + \lambda(w^T I_h - 1) = \\ &= \frac{1}{2} Tr((X(K) - \hat{X}(k)I_{nn} \otimes w)^T (X(K) - \hat{X}(k)I_{nn} \otimes w)) + \\ &+ \lambda(w^T I_h - 1) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k \|x(i) - \hat{x}(i)w\|^2 + \lambda(w^T I_h - 1). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $I_{nn} - (n \times n)$ -единичная матрица, \otimes - символ тензорного произведения, $Tr(\cdot)$ - символ следа матрицы, λ - неопределенный множитель Лагранжа.

Решение системы уравнений Куна-Таккера

$$\begin{cases} \nabla_w L(w, \lambda) = \sum_{i=0}^k (-\hat{x}^T(i)x(i) + \hat{x}^T(i)\hat{x}(i)w) + \lambda I_h = 0, \\ \partial L(w, \lambda) / \partial \lambda = w^T I_h - 1 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

позволяет получить искомый вектор оценок в виде

$$w = w^* + P(k) \frac{1 - I_h^T w^*}{I_h^T P(k) I_h} I_h, \quad (7)$$

где

$$\begin{cases} P(k) = \left(\sum_{i=0}^k -\hat{x}^T(i)\hat{x}(i) \right)^{-1}, \\ w^* = P(k) \sum_{i=0}^k -\hat{x}^T(i)\hat{x}(i) = P(k)r(k) - \end{cases} \quad (8)$$

стандартная оценка наименьших квадратов.

С тем, чтобы исследовать свойства оценки (7), перепишем ее в несколько иной форме. Рассматривая последовательность ошибок в виде

$$\begin{aligned} e(k) &= x(k) - \hat{x}(k)w = x(k)I_h^T w - \hat{x}(k)w = \\ &= (x(k)I_h^T - \hat{x}(k))w = v(k)w, \end{aligned} \quad (9)$$

лагранжиан (5) можно переписать в форме

$$\begin{aligned} L(w, \lambda) &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k w^T v^T(i) v(i) w + \lambda (w^T I_h - 1) = \\ &= \frac{1}{2} w^T V(k) w + \lambda (w^T I_h - 1), \end{aligned} \quad (10)$$

после чего, решая систему уравнений

$$\begin{cases} \nabla_w L(w, \lambda) = V(k)w + \lambda I_h = 0, \\ \partial L(w, \lambda) / \partial \lambda = w^T I_h - 1 = 0, \end{cases} \quad (11)$$

получаем

$$\begin{cases} w = V^{-1}(k) I_h (I_h^T V^{-1}(k) I_h)^{-1}, \\ \lambda = -I_h^T V^{-1}(k) I_h, \end{cases} \quad (12)$$

при этом функция Лагранжа (10) в седловой точке имеет значение

$$L^*(w, \lambda) = (I_h^T V^{-1}(k) I_h)^{-1}. \quad (13)$$

Заметим также, что (12) является обобщением на многомерный случай оценки, приведенной в [2].

Рассмотрим далее произвольную пару векторов u и z и запишем неравенство Коши-Шварца в форме

$$\begin{aligned} (y^T z)^2 &= (y^T V^{1/2}(k) V^{-1/2}(k) z)^2 = \\ &= ((V^{1/2}(k) y)^T (V^{-1/2}(k) z))^2 \leq \\ &\leq \|V^{1/2}(k) y\|^2 \|V^{-1/2}(k) z\|^2 = (y^T V(k) y) (z^T V^{-1}(k) z). \end{aligned} \quad (14)$$

Введем также $(h \times 1)$ -вектор $I_{h,j}$, образованный нулями, кроме j -го элемента, который равен 1, и перепишем (14) в виде

$$(I_{h,j}^T I_{h,j}) \leq (I_{h,j}^T V(k) I_{h,j}) (I_{h,j}^T V^{-1}(k) I_{h,j}), \quad (15)$$

откуда следует

$$I \leq v_{jj}(k) (I_h^T V^{-1}(k) I_h), \quad (16)$$

или

$$\begin{aligned} v_{jj}(k) &= \sum_{i=0}^k \|x(i) - \hat{x}_j(i)\|^2 = \sum_{i=0}^k \|v_j(i)\|^2 \geq \\ &\geq (I_h^T V^{-1}(k) I_h)^{-1} = L^*(w, \lambda), \end{aligned} \quad (17)$$

где $v_{jj}(k)$ - диагональный элемент матрицы $V(k)$.

Из (17) следует, что объединенная оценка $\hat{x}(k)$ не уступает по точности наилучшей из локальных оценок $\hat{x}_j(k)$, сформированной j -й сетью, входящей в ансамбль.

С тем, чтобы обеспечить обработку информации в реальном времени, выражение (7) следует представить в рекуррентной форме, которая с помощью формулы Шермана-Моррисона-Вудбери приобретает вид

$$\begin{cases} P(k+1) = P(k) - P(k) \hat{x}^T(k+1) \cdot \\ \cdot (I_{nn} + \hat{x}(k+1) P(k) \hat{x}^T(k+1))^{-1} \hat{x}(k+1) P(k) = \\ = (I_{nn} - P(k) \hat{x}^T(k+1) \hat{x}(k+1))^{-1} P(k), \\ r(k+1) = r(k) + \hat{x}^T(k+1) \hat{x}(k+1), \\ w^*(k+1) = P(k+1) r(k+1), \\ w(k+1) = w^*(k+1) + \\ + P(k+1) (I_h^T P(k+1) I_h)^{-1} (1 - I_h^T w^*(k+1) I_h). \end{cases} \quad (18)$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИЛУЧШИХ ЧЛЕНОВ АНСАМБЛЯ

Элементом весового вектора можно придать смысл вероятностей или оценок вклада каждого из членов ансамбля в объединенную оценку, если в лагранжиан ввести дополнительные ограничения на неотрицательность получаемых весов [9], т.е.

$$I_h^T p = \sum_{j=1}^h p_j, \quad 0 \leq p_j \leq 1, \quad (19)$$

где $p = (p_1, p_2, \dots, p_h)^T$ - вектор неотрицательных весовых коэффициентов в объединенной оценке

$$\hat{x}_p(k) = \sum_{j=1}^h p_j \hat{x}_j(k) = \hat{x}(k) p. \quad (20)$$

Вводя в рассмотрение лагранжиан

$$\begin{aligned} L(p, \lambda, \mu) &= \frac{1}{2} \text{Tr}((e^k)^T e^k) + \lambda (p^T I_h - 1) - \mu^T p = \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr}((X(k) - \hat{X}(k) I_{nn} \otimes p)^T (X(k) - \hat{X}(k) I_{nn} \otimes p)) + \\ &+ \lambda (p^T I_h - 1) - \mu^T p = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k \|x(i) - \hat{x}(i) p\|^2 + \end{aligned} \quad (21)$$

(здесь μ - $(h \times 1)$ -вектор неотрицательных неопределенных множителей Лагранжа) и систему уравнений Куна-Таккера

$$\begin{cases} \nabla_p L(p, \lambda, \mu) = 0, \\ \partial L(p, \lambda, \mu) / \partial \lambda = 0, \\ \mu_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, h, \end{cases} \quad (22)$$

решение которой имеет вид

$$\begin{cases} p = P(k)(r(k) - \lambda I_h + \mu), \\ \lambda = \frac{I_h^T P(k) r(k) - 1 + I_h^T P(k) \mu}{I_h^T P(k) I_h}, \end{cases} \quad (23)$$

и применив далее процедуру Эрроу-Гурвица-Удзавы, получаем алгоритм определения весовых коэффициентов p_j в виде

$$\begin{cases} p(k+1) = w^*(k+1) - \\ - P(k+1) \frac{I_h^T w^*(k+1) - 1 + I_h^T P(k+1) \mu(k)}{I_h^T P(k+1) I_h} I_h + \\ + P(k+1) \mu(k), \\ \mu(k+1) = Pr_+ (\mu(k) - \eta_\mu(k) p(k)). \end{cases} \quad (24)$$

Здесь $Pr_+(\cdot)$ - проектор на положительный ортант, $\eta_\mu(k) > 0$ - параметр шага поиска.

Первое соотношение (24) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} p(k+1) &= w(k+1) - P(k+1) \frac{I_h^T P(k+1) \mu(k)}{I_h^T P(k+1) I_h} I_h + \\ &+ P(k+1) \mu(k) = w(k+1) + \left(I_{hh} - \frac{P(k+1) I_h I_h^T}{I_h^T P(k+1) I_h} \right) + \\ &+ P(k+1) \mu(k), \end{aligned} \quad (25)$$

где $w(k+1)$ определяется соотношением (7), I_{hh} - $h \times h$ - единичная матрица, $I_{hh} - P(k+1) I_h I_h^T (I_h^T P(k+1) I_h)^{-1} I_h$ - проектор на гиперплоскость $p^T I_h = 1$.

Несложно видеть также, что вектор $I_{hh} - P(k+1) I_h I_h^T (I_h^T P(k+1) I_h)^{-1} I_h$ ортогонален вектору I_h , что позволяет переписать (24) в простой форме

$$\begin{cases} p(k+1) = w(k+1) + Pr_{p^T I_h = 1} (P(k+1) \mu(k)), \\ \mu(k+1) = Pr_+ (\mu(k) - \eta_\mu(k) p(k)). \end{cases} \quad (26)$$

Тогда окончательно рекуррентный алгоритм определения векторов весов w^* , w и p имеет вид

$$\begin{cases} P(k+1) = P(k) - P(k) \hat{x}^T(k+1) \cdot \\ \cdot (I_{nn} + \hat{x}(k+1) P(k) \hat{x}^T(k+1))^{-1} \hat{x}(k+1) P(k) = \\ = (I_{nn} - P(k) \hat{x}^T(k+1) \hat{x}(k+1))^{-1} P(k), \\ r(k+1) = r(k) + \hat{x}^T(k+1) \hat{x}(k+1), \\ w^*(k+1) = P(k+1) r(k+1), \\ w(k+1) = w^*(k+1) + \\ + P(k+1) (I_h^T P(k+1) I_h)^{-1} (1 - I_h^T w^*(k+1)) I_h, \\ p(k+1) = w(k+1) - P(k+1) \frac{I_h^T P(k+1) \mu(k)}{I_h^T P(k+1) I_h} I_h + \\ + P(k+1) \mu(k), \\ \mu(k+1) = Pr_+ (\mu(k) - \eta_\mu(k) p(k)). \end{cases} \quad (27)$$

4. НЕЙРОННАЯ МЕТАСЕТЬ ДЛЯ ОБЪЕДИНЕНИЯ АНСАМБЛЯ ЛОКАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

На рис. 2 приведена архитектура искусственной нейронной метасети, решающей задачу объединения ансамбля локальных сетей. На вход метасети поступает обрабатываемый многомерный сигнал $x(k)$, подающийся далее на первый слой, образованный h параллельно функционирующими ИНС, решающими одну и ту же задачу (фильтрации, прогнозирования и т.п.) и формирующими набор векторных оценок $\hat{x}_j(k)$, $j = 1, 2, \dots, h$. Эти локальные оценки поступают на выходной слой, образованный двумя нейронами, представляющими собой по сути многомерные аналоги стандартных адаптивных линейных ассоциаторов (адалин) и вычисляющими объединенные оценки

$$\begin{cases} \hat{x}(k) = \hat{x}(k) w(k), - (ALA_w) \\ \hat{x}_p(k) = \hat{x}(k) p(k), - (ALA_p) \end{cases} \quad (28)$$

Обучение нейронов ALA_w и ALA_p осуществляется с помощью алгоритма (27).

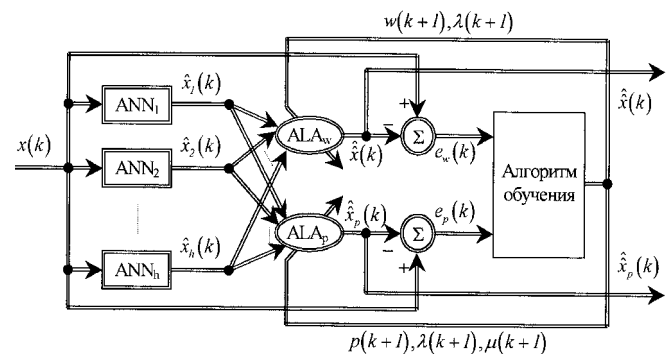


Рисунок 2 - Нейронная метасеть для объединения

Использование нейронной метасети позволяет повысить качество обработки информации на основе ансамбля ИНС и определить сети-"победители", наилучшим образом приспособленные к решению конкретной задачи и вносящие наибольший вклад в ее решение.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проверки работоспособности предложенного подхода был проведен численный эксперимент по объединению многомерных прогнозов, полученных на ансамбле нейросетей. В ансамбль входят 4 нейросети, прогнозирую-

щих один и тот же трехмерный сигнал, т.е. $h = 4, n = 3$. Все четыре сети относятся к классу сетей с прямой передачей информации и отличаются количеством слоев и нейронов. В качестве прогнозируемого ряда использованы данные, характеризующие потребление электроэнергии, горячей и холодной воды в пределах жилого дома [12].

Для получения объединенной оценки использована модель (1), параметры которой настраиваются при помощи процедуры (7), (8). После обработки всех элементов прогнозируемой последовательности ($k = 1150$) получено значение вектора весов $w=(0.747519, 0.0255052, 0.0164822, 0.2104936)^T$.

Рассмотрим графики ошибок прогнозирования ансамбля и входящих сетей в отдельности (рис. 3). Здесь $e1(k)$, $e2(k)$, $e3(k)$ представляют собой соответствующие компоненты трехмерного сигнала.

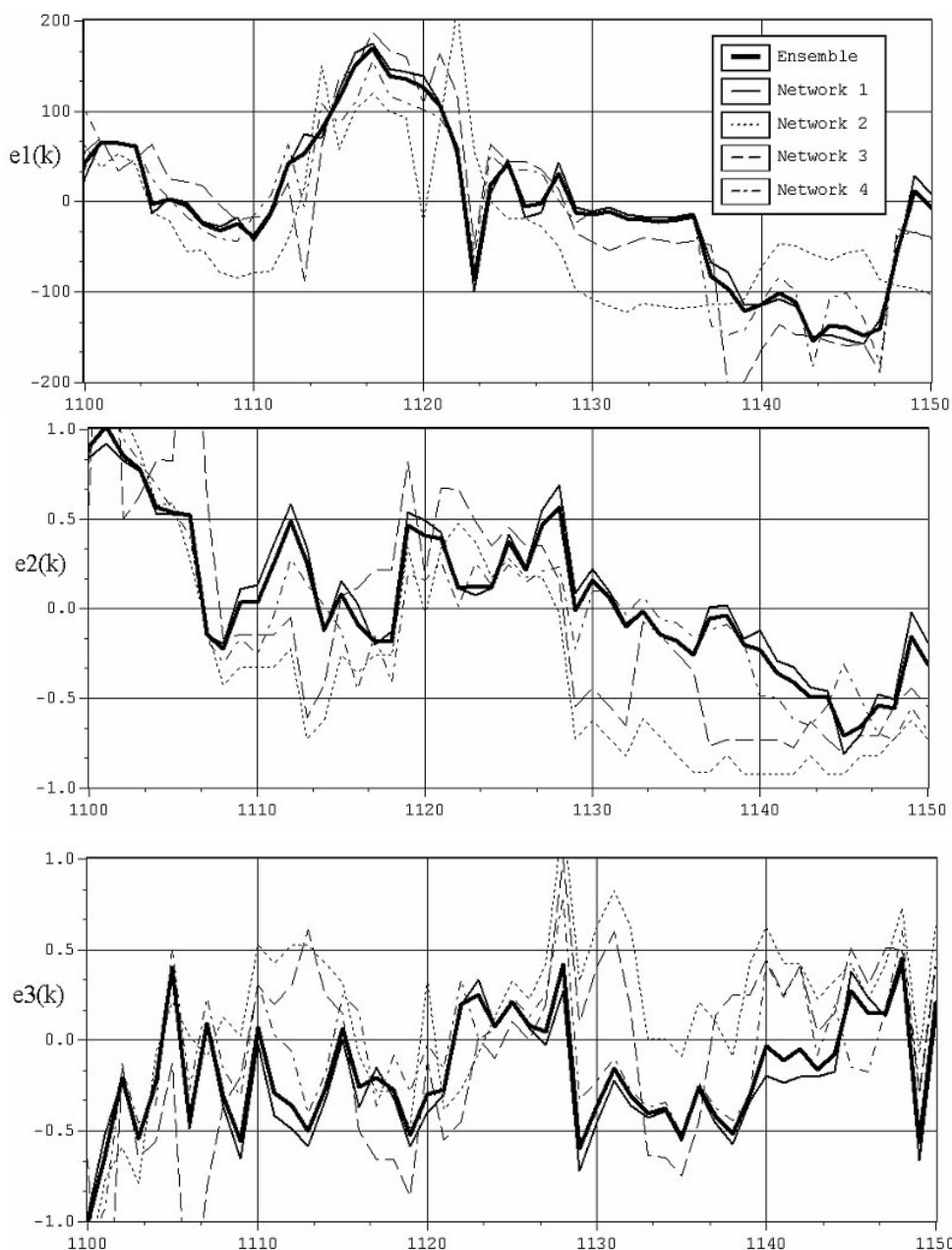


Рисунок 3 - Ошибки прогнозирования

Анализ показывает, что в среднем объединенный прогноз имеет меньшие ошибки, чем любой из прогнозов отдельных сетей. Это подтверждается и сравнением относительных ошибок прогнозирования: для входящих сетей $e_{ANN1} = 11.89\%$, $e_{ANN2} = 24.66\%$, $e_{ANN3} = 15.37\%$, $e_{ANN4} = 12.98\%$; для объединенного прогноза $e_{ensemble} = 11.74\%$.

Таким образом, численный эксперимент подтвердил работоспособность предложенного метода объединения нейронных сетей и превосходство объединенной оценки над оценками, полученными с помощью отдельных сетей.

6. ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Hansen L.K., Salamon P. Neural network ensembles // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. - 1990. - 12. - P. 993-1000.
2. Bishop C.M. Neural Networks for Pattern Recognition. - Oxford: Clarendon Press, 1995. - 482 p.
3. Sharkey A.J.C. On combining artificial neural nets // Connect. Sci. - 1996. - 8. - N. 3, 4. - P. 299-313.
4. Hashem S. Effects of collinearity on combining neural networks // Connect. Sci. - 1995. - 7. - N. 3, 4. - P. 211-245.
5. Opitz D.W., Shavlik J.W. Actively searching for an effective neural network ensemble // Connect. Sci. - 1996. - 8. - N. 3, 4. - P. 337-353.
6. Rojas R. Neural Networks. A Systematic Introduction. - Berlin: Springer Verlag, 1996. - 502 p.
7. Hashem S. Optimal linear combination of neural networks // Neural Networks. - 1997. - 10. - N. 4. - P. 599-614.
8. Naftaly U., Intrator N., Horn D. Optimal ensemble averaging of neural networks // Network: Comput. Neural Syst. - 1997. - 8. - P. 283-296.
9. Haykin S. Neural Networks. A Comprehensive Foundation. - Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, Inc., 1999. - 842 p.
10. Бодянский Е.В. Автоматическое обнаружение разладок с помощью искусственной нейронной метасети // Проблемы бионики. - 1998. - Вып. 49. - С. 34-38.
11. Bodyanskiy Ye., Vorobyov S., Stephan A. Detection of NARMA sequence order using recurrent artificial neural networks // Proc. of European Control Conference ECC'99. - Karlsruhe, Germany, 1999. - CD-ROM.
12. ftp://ftp.cs.colorado.edu/pub/cs/energy-shootout/

УДК 681.32

МЕТОД ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАПРОСОВ SQL К РЕЛЯЦИОННЫМ БАЗАМ ДАННЫХ

Ю.А.Григорьев, А.Д.Плутенко

The article presents a new mathematic apparatus that estimates the time necessary for the execution of queries SQL to the distributed databases. The new apparatus takes into account the decomposition procedures of queries into sub-queries and the join of the results of their execution. The parameters of logical scheme and the random character of the databases features are also considered.

Представлен новый математический аппарат анализа времени выполнения запросов SQL к распределенным базам данных, учитывающий механизмы декомпозиции сложных запросов на подзапросы и соединения результатов их выполнения, параметры логической схемы и случайную природу характеристик наполнения баз данных.

ВВЕДЕНИЕ

Для оценки времени выполнения запросов к базам данных в некоторых работах [1-3], с целью нахождения коэффициентов аналитических выражений, предлагается применять калибровочную модель, представляющую собой определенную базу данных, набор запросов, а также аппаратно-программный комплекс, на котором выполняются калибрующие эксперименты. Подобные аналитические выражения необходимо строить для каждой конфигурации аппаратно-программных средств. Более того, эти выражения не отражают особенностей выполнения сложных запросов SQL. Для проведения расчетов вводятся некоторые сложные интегрированные

параметры, причем природа их не совсем понятна и не указывается, как можно оценить такие параметры.

В работах [4-6] предлагаются методы оценки стоимостных характеристик различных способов соединения таблиц (NLJ, SMJ, HJ), используемых при выполнении запросов к базе данных. К сожалению, здесь не учитывается случайный характер параметров соединяемых таблиц, т. е. расчеты ведутся на уровне средних значений. К тому же не показано, как можно получить исходные данные для расчетов характеристик соединения промежуточных таблиц, получаемых при реализации оптимального плана выполнения исходного запроса к базе данных.

Данная статья посвящена разработке нового математического аппарата анализа времени выполнения запросов SELECT к распределенной базе данных, учитывающего механизмы декомпозиции сложных запросов на подзапросы и соединения результатов их выполнения, параметры логической схемы и случайную природу характеристик наполнения базы данных. Предлагаемый подход можно использовать на ранних этапах проектирования баз данных для оценки временных характеристик выполнения запросов разной степени сложности на различных аппаратно-программных платформах. При этом оценки получаются в виде преобразований Лапласа-Стилтьеса, что позволяет оценивать не только средние величины, но и дисперсии, а также моменты более высоких порядков.

1. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ЗАПРОСОВ SQL

С точки зрения программистов, распределенная база данных - это большая виртуальная БД. Оптимизатор запросов (планировщик запросов) СУБД автоматически осуществляет декомпозицию запроса на подзапросы и организует их выполнение. При этом оптимизатор выполняет следующие шаги:

1. Исходный запрос преобразуется в формулу реляционной алгебры (явно или нет). Известно, что оператор SELECT языка SQL может быть представлен в виде следующей формулы реляционной алгебры [7]:

$$\pi_A(\sigma_F(R_1 \times R_2 \times \dots \times R_n)), \quad (1)$$

где $(R_1 \times R_2 \times \dots \times R_n)$ - декартово произведение отношений (таблиц), указанных за ключевым словом FROM оператора SELECT;

σ_F - операция селекции кортежей декартова произведения в соответствии с условием F , указанным за ключевым словом WHERE;

π_A - проекции селекции на множество атрибутов A , которые перечисляются за ключевым словом SELECT.

2. Эта формулу оптимизатор улучшает. Смысл улучшения заключается в перемещении операций селекции и проекции внутрь декартова произведения на основе законов реляционной алгебры и некоторых правил, сформулированных в [7]. В результате формула (1) преобразуется к виду:

$$\pi_A(\sigma_{F^{\wedge}}(\pi_{A_1}(\sigma_{F_1}(R_1)) \times \pi_{A_2}(\sigma_{F_2}(R_2)) \times \dots)). \quad (2)$$

Здесь $F = F^{\wedge}$ and F_1 and ... and F_n , F - исходное условие поиска в формуле (1);

F^{\wedge} - условие соединения результатов выполнения подзапросов $Q_i = \pi_{A_i}(\sigma_{F_i}(R_i))$;

F_i - условие поиска в i -м подзапросе.

Подчеркнутые в (2) элементы (подзапросы) имеют меньшую размерность, чем исходные отношения R_1 и R_2 .

3. В зависимости от настроек, сделанных проектировщиком, оптимизатор использует один из следующих методов построения оптимального плана выполнения запроса на основе формулы, полученной на шаге 2: продукционная или стоимостная оптимизация.

4. При формировании оптимального плана на шаге 3 оптимизатор выбирает метод соединения таблиц. В основном используются следующие:

- соединение таблиц с помощью вложенных циклов (Nested Loop Join - NLJ);
- соединение таблиц посредством сортировки-слияния (Sort-Merge Join - SMJ);
- хешированное соединение таблиц (Hash Join - HJ);
- кластерное соединение.

Из выражений (1) и (2) понятно, что описание запроса

к базе данных и, следовательно, время его выполнения зависят от схемы базы данных. Из анализа работы оптимизаторов следует [8], что построение оптимального плана сводится в основном к определению последовательности выполнения соединений промежуточных таблиц, полученных при выполнении подзапросов:

$$Q = Q_{i_1} \times Q_{i_2} \times \dots \times Q_{i_n}, \quad (3)$$

здесь Q_{i_k} - промежуточная таблица, полученная при выполнении соответствующего подзапроса (эти таблицы будем обозначать так же, как и подзапросы - (см. (2)));

Q - результирующая таблица, соответствующая исходному запросу к базе данных.

Из (3) следует, что оценка времени выполнения запроса сводится к получению оценок времени обработки подзапросов Q_k и построению рекуррентной математической процедуры оценки времени выполнения соединений. Введем некоторые обозначения.

1. Пусть A_i - множество атрибутов таблицы (отношения) R_i , которые входят в условие (предикат) F_i i -го подзапроса в (2), $i = \overline{1, n}$. В общем случае на атрибуты A_i в условии поиска накладываются ограничения, способные изменяться при разных обращениях к запросу. a_{ij} - атрибут из множества A_i , т. е. $A_i = \{a_{ij}\}_j$. По определению $\{a_{ij}\}_j = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots\}$.

2. $\{b_{ijk}\}_k$ - те значения атрибута a_{ij} , которые удовлетворяют соответствующему элементарному условию по a_{ij} в предикате F_i . Ясно, что $\{b_{ijk}\}_k \subseteq D_{ij} = \{d_{ijm}\}_m$, где D_{ij} - домен (множество значений) атрибута a_{ij} в таблице R_i ; $|D_{ij}| = I_{ij}$ - мощность домена. Далее будем использовать следующее множество:

$$M_{ij} = \{m | d_{ijm} \subseteq \{b_{ijk}\}_k\}. \quad (4)$$

4. η_{ijm} - вероятность, что атрибут a_{ij} какого-нибудь кортежа (записи) таблицы R_i принимает значение d_{ijm} ,

$|D_{ij}| \sum_{m=1} \eta_{ijm} = 1$. Вероятности η_{ijm} можно задать априори или получить из гистограмм, которые могут быть построены утилитой СУБД сбора статистик. Для записей из таблиц $\{R_i\}$ будем считать независимыми в совокупности события

$$\{a_{ij} = d_{ijm}\}_{ijm}. \quad (5)$$

5. Далее будем использовать преобразование Лапласа-Стилтьеса (ПЛС) функции распределения случайного

времени: $\Psi(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dF(t)$ (или просто ПЛС времени).

Для ПЛС справедливо равенство:

$$\Psi^{(n)}(0) = (-1)^n M(\xi^n),$$

где $\Psi^{(n)}(0)$ - n -ая производная $\Psi(s)$ при $s=0$; $M(\xi^n)$ - n -ый начальный момент случайной величины ξ . Например, $M(\xi)$ - это среднее значение, $M(\xi^2) - M^2(\xi)$ - дисперсия и т. д.

6. $G_i(z)$ - производящая функция числа записей в таблице R_i . Производящая функция дискретной случайной величины ξ с целыми неотрицательными значениями определяется следующим выражением:

$$\Gamma(z) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i z^i, \quad \sum_{i=0}^{\infty} p_i = 1,$$

где p_i - вероятность, что случайная величина ξ равна i . Имеют место равенства:

$$\Gamma^{(1)}(1) = M(\xi), \quad \Gamma^{(2)}(1) = M(\xi^2) - M(\xi)^2, \\ \Gamma^{(n)}(0) = n! p_n,$$

где $\Gamma^{(n)}(z)$ - n -ая производная $\Gamma(z)$ в точке z .

2. ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ОБРАБОТКИ ПОДЗАПРОСОВ

Найдем ПЛС времени чтения блоков индексов по тем атрибутам из A_i , для которых при выполнении подзапроса Q_i из (2) используются индексы.

Лемма 1

ПЛС времени чтения блоков нижнего уровня по всем используемым в подзапросе Q_i индексам таблицы R_i равно:

$$\tau_i(s) = \prod_{j \in N_i} \vartheta_{ij}(\delta_{ij}(s)), \quad (6)$$

здесь N_i - множество тех атрибутов из A_i , для которых при выполнении подзапроса Q_i используются индексы; $\delta_{ij}(s)$ - ПЛС времени чтения одного блока нижнего уровня индекса по атрибуту a_{ij} ; $\vartheta_{ij}(z)$ - производящая функция читаемых блоков индекса по атрибуту a_{ij} .

Если множество элементов $\{d_{ijm}\}_{m \in M_{ij}}$ домена D_{ij}

после упорядочивания образуют последовательность смежных значений, то

$$\vartheta_{ij}(z) = \sum_k p_{ijk} z^k, \quad (7)$$

где $p_{ij0} = W_{ij}(0)$, $p_{ijk} = \sum_{l=(k-1)q_{ij}+1}^{kq_{ij}} \frac{W_{ij}^{(l)}(0)}{l!}$, $k \geq 1$,

$$W_{ij}(z) = G_i \left(1 - \sum_{m \in M_{ij}} \eta_{ijm} (1-z) \right),$$

q_{ij} - максимальное число записей в блоке нижнего уровня индекса по атрибуту a_{ij} .

В противном случае необходимо определить произведение выражений (7), соответствующих участкам смежных значений атрибутов в множестве $\{d_{ijm}\}_{m \in M_{ij}}$.

Теперь найдем ПЛС времени чтения блоков таблицы R_i с записями, удовлетворяющими условию поиска F_i . Но прежде всего определим рекуррентную процедуру расчета вероятности χ_i (произвольная запись таблицы удовлетворяет условию поиска F_i). Вероятность, что запись таблицы R_i удовлетворяет элементарному условию поиска по атрибуту a_{ij} в предикате F_i , можно определить с помощью выражения:

$$\chi_{ij} = \sum_{m \in M_{ij}} \eta_{ijm}. \quad (8)$$

В частности из (8) следует, что если вероятности η_{ijm} одинаковы, то

$$\chi_{ij} = \frac{|M_{ij}|}{|D_{ij}|}, \quad (9)$$

где $|M_{ij}|$ - мощность множества M_{ij} (см. (4)), а $|D_{ij}|$ - мощность домена D_{ij} . Элементарные условия по атрибутам $\{a_{ij}\}_j$ в F_i могут быть связаны различными логическими условиями: AND, OR и, может быть, NOT. Для расчета вероятности χ_i можно воспользоваться рекуррентной процедурой, описанной в виде табл. 1.

Здесь $P_{\text{Усл.1}}$, $P_{\text{Усл.2}}$, $P_{\text{Усл.3}}$ - вероятности, что запись таблицы R_i удовлетворяет соответствующему условию. Первоначально "Усл.1" и "Усл.2" в правой части равенств первого столбца табл. 1 - это элементарные условия в F_i , а $P_{\text{Усл.1}}$ и $P_{\text{Усл.2}}$ - вероятности, вычисляемые с помощью выражения (8).

Таблица 1

Условие	Вероятность
Усл.3 = усл.1 AND усл.2	$P_{\text{усл.3}} = P_{\text{усл.1}} \cdot P_{\text{усл.2}}$
Усл.3 = усл.1 OR усл.2	$P_{\text{усл.3}} = P_{\text{усл.1}} + P_{\text{усл.2}} - P_{\text{усл.1}} \cdot P_{\text{усл.2}}$
Усл.2 = NOT(усл.1)	$P_{\text{усл.2}} = 1 - P_{\text{усл.1}}$

Следует отметить, что χ_i не зависит от числа записей N в таблице R_i , т. к. от N не зависят вероятности χ_{ij} (см. (8)). Применяя схему Бернулли с параметром χ_i и используя формулу полной вероятности, найдем производящую функцию числа записей таблицы R_i , удовлетворяющих условию поиска F_i :

$$V_i(z) = \sum_N p_{iN} (1 - \chi_i (1 - z))^N = G_i(1 - \chi_i (1 - z)), \quad (10)$$

здесь χ_i - вероятность, определяемая с помощью описанной выше рекуррентной процедуры (см. табл. 1); $G_i(z)$ - производящая функция числа записей в таблице R_i .

Лемма 2

ПЛС времени чтения блоков таблицы R_i с записями, удовлетворяющими условию поиска F_i , имеет вид:

$$t_i(s) = \gamma_i(\beta_i(s)), \quad (11)$$

где $\beta_i(s)$ - ПЛС времени чтения одного блока таблицы R_i ; $\gamma_i(z)$ - производящая функция читаемых блоков таблицы R_i .

Если записи, удовлетворяющие условию поиска F_i , располагаются в блоках таблицы R_i последовательно (в соседних строках), то

$$\gamma_i(z) = V_i(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sum_{l=(k-1)r_i+1}^{kr_i} \frac{V_i^{(l)}(0)}{l!} \right) z^k, \quad (12)$$

здесь $V_i(z)$ определяется выражением (10); r_i - максимальное число записей в блоке таблицы R_i .

В общем случае, если записи, удовлетворяющие условию поиска F_i , не располагаются в блоках таблицы R_i последовательно (в соседних строках), то производящую функцию читаемых блоков таблицы R_i можно найти с

помощью произведения выражений вида (12), которые соответствуют участкам с последовательным размещением записей в блоках.

Теорема 1

Для ПЛС времени выполнения подзапроса Q_i справедливо следующее выражение:

$$T_i(s) = \gamma_i(\beta_i(s)) \prod_{j \in N_i} \vartheta_{ij}(\delta_{ij}(s)), \quad (13)$$

где N_i - множество тех атрибутов из A_i , для которых при выполнении подзапроса Q_i используются индексы; $\delta_{ij}(s)$ - преобразование ПЛС времени чтения одного блока нижнего уровня индекса по атрибуту; $\vartheta_{ij}(z)$ - производящая функция читаемых блоков индекса по атрибуту a_{ij} , которая определяется выражением (7); $\beta_i(s)$ - ПЛС времени чтения одного блока таблицы; $\gamma_i(z)$ - производящая функция читаемых блоков таблицы R_i , определяемая выражением (12).

Утверждение теоремы 1 следует из формул (6) и (11), являющихся утверждениями лемм 1 и 2, а также свойств ПЛС.

3. РЕКУРРЕНТНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДЯЩЕЙ ФУНКЦИИ ЧИСЛА КОРТЕЖЕЙ СОЕДИНЯЕМЫХ ТАБЛИЦ

Соединение промежуточных таблиц $\{Q_i\}$ выполняется попарно в последовательности, определенной при построении оптимального плана (см. (3)).

Соединение является рекуррентной математической процедурой: $Q := Q \triangleright \triangleleft Q_{i_k}$, $k = \overline{2, n}$. Первоначально $Q = Q_{i_1}$. Далее без потери общности будем считать, что $i_k = k$. Будем также полагать, что $A_i = \{a_{ij}\}_j$ - это множество всех атрибутов какой-нибудь соединяемой таблицы. Для оценки времени соединения таблиц (раздел 4) на каждом шаге рекуррентной процедуры необходимо выполнить следующие действия:

1. Найти производящую функцию числа записей и множество атрибутов для каждой из двух соединяемых таблиц.
2. Для каждого атрибута a_{ij} соединяемых таблиц определить его домен $D_{ij} = \{d_{ijm}\}_m$ и вероятности $\{\eta_{ijm}\}_m$.

Сначала покажем, как указанные выше задачи 1 и 2 решаются для соединяемых таблиц $\{Q_i\}$, соответствующих подзапросам.

1. Производящая функция для числа записей определяется выражением (10), а множество атрибутов

совпадает с A_i (см. (2)).

2. Представим условие F_i в виде дизъюнктивной формы. Домен D_{ij} атрибута a_{ij} в таблице Q_i определим следующим образом:

а) если атрибут входит во все конъюнкты дизъюнктивной формы, то в этом случае полагаем

$$D_{ij} = \{d_{ijm}\}_m := \left\{ d_{ijm} \mid d_{ijm} \in \bigcup_e \{b_{ijk}^e\}_k \right\}, \quad (14)$$

$\{b_{ijk}^e\}_k$ - те значения атрибута a_{ij} , которые удовлетворяют элементарному условию по a_{ij} в конъюнкте с номером e ;

б) в противном случае домен атрибута оставляем без изменения (как в таблице R_i).

Если домен атрибута изменился (см. (14)), то необходимо выполнить "нормирование" вероятностей элементов нового домена D_{ij} :

$$\eta_{ijm} := \frac{\eta_{ijm}}{|D_{ij}|}, \quad m = \overline{1, |D_{ij}|}. \quad (15)$$

$$\sum_{k=1} \eta_{ijk}$$

Покажем теперь, как:

1) найти производящую функцию числа записей в промежуточной таблице $Q := Q \triangleright \triangleleft Q_k$, которая, в свою очередь, может соединяться с таблицей Q_{k+1} , а также множество атрибутов в таблице Q ;

2) определить домены $D_{ij} = \{d_{ijm}\}_m$ атрибутов a_{ij} , добавленных в таблицу Q в результате соединения, и вероятности $\{\eta_{ijm}\}_m$.

Без потери общности будем считать, что соединяются таблицы Q_1 и Q_2 , т. е. $Q := Q_1 \triangleright \triangleleft Q_2$, поскольку далее рекуррентно можно положить $Q_1 := Q$ и $Q_2 := Q_k$, $k = \overline{3, n}$. Рассмотрим общий случай соединения таблиц по нескольким атрибутам. Без потери общности будем считать, что таблицы Q_1 и Q_2 соединяются соответственно по атрибутам $\{a_{11}, \dots, a_{1r}\}$ и $\{a_{21}, \dots, a_{2s}\}$. Пусть Φ - условие связи между этими группами атрибутов.

В дальнейшем под соединяемыми записями таблиц Q_1 и Q_2 будем понимать записи этих таблиц, в которых значения атрибутов связи $\{a_{11} = d_{11m_1} \in D_{11}, \dots, a_{1r} = d_{1rm_r} \in D_{1r}\}$ и $\{a_{21} = d_{21l_1} \in D_{21}, \dots, a_{2s} =$

$= d_{2sl_s} \in D_{2s}\}$ выражаются отношением Φ , т.е. $\{d_{11m_1}, \dots, d_{1rm_r}\} \Phi \{d_{21l_1}, \dots, d_{2sl_s}\}$, где Φ - условие связи таблиц Q_1 и Q_2 по атрибутам связи и ($=, <, \leq, >, \geq, \neq$ или более сложное условие). Под группой соединяемых записей будем понимать совокупность соединяемых записей таблицы Q_1 (или Q_2), в которых атрибуты связи $\{a_{11}, \dots, a_{1r}\}$ (или $\{a_{21}, \dots, a_{2s}\}$) принимают одинаковые значения, т. е. имеют одинаковые подстроки в соответствующей таблице.

Лемма 3

Пусть количества кортежей в разных группах соединяемых записей таблиц Q_1 и Q_2 независимы в совокупности. Тогда справедливы следующие утверждения:

1. Производящая функция числа записей в таблице $Q := Q_1 \triangleright \triangleleft Q_2$ имеет вид:

$$V_Q(z) = \sum_N p_{2N} V_1 \left(\prod_{m_1=1}^{|D_{11}|} \dots \prod_{m_r=1}^{|D_{1r}|} \left(1 - \prod_{j=1}^r \eta_{1jm_j} \left(1 - \sum_{(l_1, \dots, l_s) \in L_{m_1 \dots m_r}} \prod_{j=1}^s \eta_{2jl_j} (1-z) \right)^M \right) \right), \quad (16)$$

где $p_{2N} = \frac{V_2^{(N)}(0)}{N!}$ - вероятность, что число записей в таблице Q_2 равно N (см. свойства производящей функции в разделе 1);

$V_2(z)$ - производящая функция числа записей таблицы;
 $V_{1(z)}$ - производящая функция числа записей таблицы ;
 $L_{m_1 \dots m_r} = (l_1, \dots, l_s) \mid \{d_{11m_1}, \dots, d_{1rm_r}\} \Phi \{d_{21l_1}, \dots, d_{2sl_s}\}$,
 Φ - это отношение связи таблиц $\{a_{11}, \dots, a_{1r}\}$ и $\{a_{21}, \dots, a_{2s}\}$ по атрибутам связи и ($=, <, \leq, >, \geq, \neq$ или более сложное условие).

Множество атрибутов таблицы Q равно $A_Q = A_1 \cup A_2$, где A_1 и A_2 - множества атрибутов таблиц Q_1 и Q_2 .

2. Для доменов атрибутов связи $\{a_{11}, \dots, a_{1r}\}$ и $\{a_{21}, \dots, a_{2s}\}$, вошедших в Q , справедливы выражения:

$$D_{1j} = (d_{1jm_j} \mid \exists m_1, \dots, m_{j-1}, m_{j+1}, \dots, m_r, l_1, \dots, l_s (\{d_{11m_1}, \dots, d_{1jm_j}, \dots, d_{1rm_r}\} \Phi \{d_{21l_1}, \dots, d_{2sl_s}\})),$$

$$j = \overline{1, r},$$

$$D_{2j} = (d_{2jl_j} | \exists m_1, \dots, m_r, l_1, \dots, l_{j-1}, l_{j+1}, \dots, l_s(\{d_{11m_1}, \dots, d_{1rm_r}\} \Phi \{d_{21l_1}, \dots, d_{2jl_j}, \dots, d_{2sl_s}\})),$$

$$j = \overline{1, s}. \quad (17)$$

Вероятности появления элементов доменов D_{1j} и D_{2j} в кортежах таблицы Q равны

$$\eta_{1jm} := \frac{\eta_{1jm}}{|D_{1j}|}, \quad m = \overline{1, |D_{1j}|}, \quad j = \overline{1, r},$$

$$\sum_{k=1} \eta_{1jk}$$

$$\eta_{2jl} := \frac{\eta_{2jl}}{|D_{2j}|}, \quad l = \overline{1, |D_{2j}|}, \quad j = \overline{1, s}. \quad (18)$$

$$\sum_{k=1} \eta_{2jk}$$

Домены остальных атрибутов таблицы Q и вероятности появления элементов этих доменов в кортежах Q не изменяются.

4. ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ СОЕДИНЕНИЯ ТАБЛИЦ

В этом разделе выводятся ПЛС времени соединения $Q := Q_1 \triangleright \triangleleft Q_2$, которое может быть выполнено оптимизатором с помощью одного из методов, указанных в разделе 1. Производящие функции $V_1(z)$ и $V_2(z)$ числа записей в соединяемых таблицах Q_1 и Q_2 были получены в разделах 2 и 3 (см. формулы (10) и (16)). Производящая функция числа записей $V_Q(z)$ в таблице $Q := Q_1 \triangleright \triangleleft Q_2$ получена в разделе 3 (см. рекуррентную формулу (16)).

4.1. Метод соединения с помощью вложенных циклов NLJ

Теорема 2. ПЛС времени ξ_U выполнения соединения таблиц Q_1 и Q_2 методом NLJ имеет вид:

$$\Psi_{\xi_U}(s) = V_1(V_2(\Psi_C(s))) \cdot V_Q(\Psi_J(s)), \quad (19)$$

где $V_1(z)$, $V_2(z)$, $V_Q(z)$ - производящие функции числа записей в таблицах Q_1 , Q_2 и $Q = Q_1 \triangleright \triangleleft Q_2$; $\Psi_C(s)$ - ПЛС времени сравнения атрибутов связи двух кортежей из Q_1 и Q_2 ; $\Psi_J(s)$ - ПЛС времени соединения двух кортежей из Q_1 и Q_2 .

4.2. Метод соединения посредством сортировки-слияния SMJ

Сначала таблицы Q_1 и Q_2 при необходимости сортируются по атрибутам связи, а затем выполняется их соединение. Предположим, что сортировка осуществляется в порядке возрастания атрибута связи и элементы домена этого атрибута также упорядочены в порядке возрастания: $d_{i11} < d_{i12} < \dots < d_{i1I_{i1}}$, здесь I_{i1} - мощность домена D_{i1} , $i = 1, 2$. Предположим также, что сортировка выполняется обычным способом - путем перемещения влево k -й записи внутри уже упорядоченных $k-1$ записей (пузырьковый способ).

Лемма 4

Пусть число перемещений записей на k -м шаге не зависит от числа перемещений на предыдущих шагах. Тогда производящая функция числа перемещений при сортировке записей таблицы Q_i по атрибуту связи a_{i1} имеет вид

$$H_{i1}(z) = \sum_N p_{iN} \prod_{k=1}^N \left(\sum_{m=1}^{I_{i1}} \left(\eta_{i1m} \left(1 - \sum_{l=m+1}^{I_{i1}} \eta_{i1l} (1-z) \right)^{k-1} \right) \right), \quad (20)$$

здесь p_{iN} - вероятность того, что количество записей в таблице Q_i равно N .

Теперь найдем производящую функцию числа сравнений атрибутов связи соединяемых таблиц Q_1 и Q_2 .

Лемма 5

Производящая функция количества сравнений атрибутов связи при соединении таблиц Q_1 и Q_2 имеет следующий вид:

$$E(z) = V_1 \left(1 - \sum_{m=1}^{\hat{I}_{11}} \eta_{11m} (1-z) \right) \cdot V_2 \left(1 - \sum_{m=1}^{\hat{I}_{21}} \eta_{21m} (1-z) \right), \quad (21)$$

здесь

$$\hat{I}_{i1} = \max_{m \in M_i} m; \quad M_i = \{m | d_{i1m} \leq d\}, \quad i = 1, 2,$$

$$d = \min_{i=1,2} \max_m d_{i1m};$$

$V_i(z)$ - производящая функция числа записей в таблице Q_i , $i = 1, 2$ (см. формулы (10) и (16)).

Теорема 3

ПЛС времени ξ_U выполнения соединения таблиц Q_1 и Q_2 методом SMJ имеет вид:

$$\Psi_{\xi_U}(s) = [H_{11}(\Psi_T(s))] \cdot [H_{21}(\Psi_T(s))] \cdot E(\Psi_C(s)) \times V_Q(\Psi_J(s)), \quad (22)$$

$H_{i1}(z)$ - производящая функция числа перемещений при сортировке записей таблицы Q_i по атрибуту связи a_{i1} , определяемая выражением (20), $i = 1, 2$; $E(z)$ - производящая функция количества сравнений атрибутов связи при соединении таблиц Q_1 и Q_2 , определяемая выражением (21); $V_Q(z)$ - производящая функция числа записей в таблице $Q = Q_1 \triangleright \triangleleft Q_2$ (см. формулу (16)); $\Psi_T(s)$ - ПЛС времени перемещения двух кортежей при сортировке таблиц Q_1 и Q_2 ; $\Psi_C(s)$ - ПЛС времени сравнения атрибутов связи двух кортежей из Q_1 и Q_2 ; $\Psi_J(s)$ - ПЛС времени соединения двух кортежей из Q_1 и Q_2 .

4.3. Метод хешированного соединения NJ

В процессе хешированного соединения выполняются следующие шаги:

1. Выбирается хеш-функция.
2. Записи соединяемых таблиц Q_1 и Q_2 хешируются по атрибутам связи, т. е. создаются две группы таблиц $\{Q_{1j}\}$, $\{Q_{2j}\}$, число таблиц в группе равно количеству разделов.
3. Для каждого раздела с помощью метода SMJ или NLJ выполняется соединение соответствующих таблиц:

$$\Omega_j = Q_{1j} \triangleright \triangleleft Q_{2j}, \quad j = \overline{1, r}, \quad r - \text{число разделов.}$$

4. Объединяются результаты соединений, выполненных на шаге 3: $Q = \bigcup_{i=1} \Omega_j$.

В качестве хеш-функции можно выбрать, например, деление по модулю 10 значений атрибутов связи. В этом случае число разделов $r = 10$ (число различных остатков от деления на 10), и в таблицу Q_{ij} попадут записи таблицы Q_i , для которых остаток от деления на 10 значения атрибута связи равен j ($j = \overline{0,9}$).

Лемма 6

Справедливы следующие утверждения:

1. Производящая функция числа записей в таблице Q_{ij} ($j = \overline{1, r}, i = 1, 2$) имеет вид

$$V_{ij}(z) = V_i \left(1 - \sum_{m \in K_i} \eta_{i1m} (1-z) \right), \quad (23)$$

здесь $V_i(z)$ - производящая функция числа записей в таблице Q_i , $K_i = \{m | h(d_{i1m}) = j\}$; h - хеш-функция, возвращающая номер раздела; d_{i1m} - элемент домена D_{i1} атрибута связи a_{i1} таблицы Q_i .

2. Домен атрибута связи a_{ij1} таблицы Q_{ij} включает следующие элементы:

$$D_{ij1} = \{d_{i1m} | h(d_{i1m}) = j\} = \{d_{ij1m}\}_m. \quad (24)$$

Вероятности появления элементов доменов D_{ij1} в кортежах таблицы Q_{ij} равны

$$\eta_{ij1m} := \frac{\eta_{ij1m}}{|D_{ij1}|}, \quad m = \overline{1, |D_{ij1}|}, \quad j = \overline{1, r}, \quad i = \overline{1, 2}, \quad (25)$$

$$\sum_{k=1} \eta_{ij1k}$$

здесь в правой части $\eta_{ij1m} = \eta_{i1k} / h(d_{i1k}) = j$.

Домены остальных атрибутов таблицы Q_{ij} , вошедших в Q_{ij} из Q_i , и вероятности появления элементов этих доменов в кортежах Q_{ij} не изменяются.

Теорема 4

ПЛС времени ξ_U выполнения соединения таблиц Q_1 и Q_2 методом NJ имеет вид:

$$\Psi_{\xi_U}(s) = \prod_{i=1}^r \Psi_{\xi_U^i}(s), \quad (26)$$

где r - число разделов; $\Psi_{\xi_U^i}(s)$ - ПЛС времени соединения таблиц Q_{1j} и Q_{2j} , выполненного методом NLJ или SMJ. Формулы для $\Psi_{\xi_U^i}(s)$ определяются выражениями (19) или (22). Производящие функции числа записей соединяемых таблиц $Q_1 := Q_{1j}$ и $Q_2 := Q_{2j}$, а также домены атрибутов связи определяются выражениями (23) и (24), $j = \overline{1, r}$.

Доказательство теоремы 4 следует из описания алгоритма хешированного соединения, леммы 6 и свойств ПЛС.

5. ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ

ИСХОДНОГО ЗАПРОСА SQL

На основании результатов, сформулированных в предыдущих разделах, можно получить ПЛС времени выполнения исходного запроса (3).

Теорема 5

ПЛС времени выполнения исходного запроса (3) имеет вид:

$$\Psi(s) = \prod_{i=1}^n T_i(s) \prod_{j=1}^{n-1} \Psi_{j\xi_U}(s), \quad (27)$$

где $T_i(s)$ - ПЛС времени выполнения подзапроса Q_i , которое определяется выражением (13); $\Psi_{j\xi_U}(s)$ - ПЛС времени j -го соединения промежуточных таблиц, которое определяется одним из выражений (19), (22) и (26) (тип соединения назначается оптимизатором для каждого j -го соединения); n - число подзапросов в (3).

Доказательство теоремы 5 следует из свойств преобразования Л.-С. и теорем 1, 2, 3, 4, приведенных в предыдущих разделах. Используя выражение (27), можно оценивать различные моменты (среднее, дисперсию и др.) времени выполнения запросов SQL.

Важно подчеркнуть, что полученные выражения для ПЛС времени выполнения подзапросов (13) и соединений (19), (22), (26), а также для производящих функций числа кортежей в исходных и результирующих таблицах (см. формулы (10) и (16)) могут быть использованы не только для расчета характеристик времени выполнения

запросов SQL (27), но и для оценки параметров функций распределений при подготовке исходных данных моделей массового обслуживания, к которым часто прибегают при анализе показателей качества распределенных систем обработки данных на макроуровне.

Предложенный математический аппарат был применен при разработке комплекса инструментальных средств анализа моделей доступа к базам данных распределенных систем обработки данных. Этот комплекс относится к классу экспертных систем и предназначен для вычислительных экспериментов с целью анализа временных показателей систем, основу которых составляют распределенные базы данных и приложения.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Du W., Krishnamurthy R., Shan M.-C.. Query Optimization in a Heterogeneous DBMS // Proc. of 18th Intern. Conf. on Very Large Data Bases, August 23-27, 1992. Vancouver, Canada. - P. 277-291.
2. Gardarin G., Gruser J.-R., Tang Z.-H. Cost-based Selection of Path Expression Processing Algorithms in Object-Oriented Databases // Proc of 22th Intern. Conf. on Very Large Data Bases (VLDB'96), September 3-6, 1996, Mumbai (Bombay), India. - P. 390-401.
3. Gardarin G., Sha F., Tang Z.-H. Calibrating the query optimizer cost model of IRO-DB, an objectoriented federated database system // Proc. of 22th Intern. Conf. on Very Large Data Bases (VLDB'96), September 3-6, 1996, Mumbai (Bombay), India. - P. 378-389.
4. Graefe G. Query Evaluation Techniques for Large Databases // ACM Computing Surveys. - 1993. - Vol. 25, № 2. - P. 73-170.
5. Mishra P., Eich M.H. Join Processing in relational databases. // ACM Computing Surveys. - 1992. - Vol. 24, № 1.
6. Harris E. P., Ramamohanarao K. Join algorithm costs revisited // The VLDB Journal. - 1996. - Vol. 5, № 1. - P. 64-84.
7. Ульман Дж. Основы систем баз данных. - М.: Финансы и статистика, 1983. - 334 с.
8. Чаудхари С. Методы оптимизации запросов в реляционных системах // Системы управления базами данных. - М. 1998. - № 3. - С. 22-36.

УДК 004.97:007.53:681.32

НЕЙРОСЕТЕВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ БЫСТРЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ¹

А.Ю.Дорогов

В статье рассматривается использование нейронных сетей для реализации быстрых алгоритмов спектральных преобразований. Показано, что быстрые алгоритмы являются частным вариантом быстрых нейронных сетей (БНС). Предложены методы параметрической настройки БНС к аналитически заданной системе базисных функций. Построены нейросетевые реализации быстрых преобразований Уолша, Виленкина-Кристенсона, Фурье, Хаара, быстрого Вейвлет-преобразования. Приведены примеры.

In the article the application of neural network for realisation of fast algorithms of spectral transformations is considered. It is shown, that the fast algorithms are special variant of fast neural networks (FNN). The methods of parametric learning of

the FNN to an analytically specified systems of basis functions are offered. Neural network realisations so fast transformations as Walsh, Vilenkin-Chrestenson, Fourier, Haar, Wavelet-transformation are constructed. Examples are indicated.

1. ВВЕДЕНИЕ

Нейросетевая технология в настоящее время широко применяется в различных областях цифровой обработки данных [1,2]. Прогнозирование временных рядов,

1. Работа поддержана грантом Минобразования РФ.

аппроксимация функциональных зависимостей, классификация и распознавание состояний объектов, цифровая обработка сигналов - вот неполный перечень приложений, которые определяют сферу распространения и успешного использования новой технологии. Существует множество парадигм нейронных сетей, различающихся между собой по архитектуре и способам функционирования. В прикладных областях в настоящее время доминируют нейронные сети прямого распространения. Это объясняется исключительной простотой алгоритмов из реализаций и наличием развитых методов обучения. Сети прямого распространения обычно обучаются по известному набору входных и выходных данных. Например, в задаче классификации входными данными является набор информативных признаков, а выходными - верифицированные образы. Информативными признаками могут быть прямые выборки из таблиц экспериментальных наблюдений, но чаще всего множество признаков получают путем промежуточной (предварительной) обработки первичных данных. На этапе предварительной обработки, кроме стандартных средств, связанных с преобразованием шкал и масштабированием, часто используются методы устранения избыточности исходных данных. Эти методы обычно называют алгоритмами выделения информативных признаков. К этому классу принадлежат и алгоритмы спектральной обработки данных. Неоспоримым достоинством спектральных методов является наличие быстрых алгоритмов известных для большого числа различных спектральных преобразований. Прямое спектральное преобразование - определяемое умножением вектора данных на матрицу - является неэффективным по вычислительным затратам и используется только при малых размерностях данных.

В настоящее время известно большое число нейросетевых программных пакетов для универсальных и специализированных вычислительных машин [3]. Как правило, все программные пакеты поддерживают класс нейронных сетей прямого распространения. Нейронные сети данного класса представляют собой последовательные комбинации линейных матричных преобразований и нелинейной обработки промежуточных векторов. Класс нелинейных функций варьируется в широких пределах и обычно содержит также линейные функции. Поэтому в рамках нейросетевого пакета в принципе, возможно, выполнить любое линейное преобразование, в том числе и спектральное (в простейшем варианте в виде прямого умножения вектора на матрицу) для этого достаточно использовать однослойную сеть. Многослойность, присущая данному классу сетей, формально позволяет реализовать факторизацию спектрального преобразования в произведение слабо заполненных матриц (матриц с большим количеством нулевых значений), соответствующих быстрому алгоритму. Однако этот вариант нейросетевой реализации "быстрого алгоритма" будет в вычислительном отношении существенно хуже, чем прямое преобразование, поскольку в классе полносвязанных многослойных сетей все нулевые значения матриц будут обрабатываться как обычные вещественные числа, и поэтому с увеличением числа слоев, число вычислительных операций будет только возрастать.

Для многослойных сетей прямого распространения основным фактором, ограничивающим их использование, является "проклятие размерности". В сетях большого масштаба процедура обучения и последующая обработка данных сопряжены со значительными вычислительными затратами. На этом фоне выигрыш от использования быстрых преобразований на этапе предварительной обработки не существует. В работах [4,5] автором был рассмотрен класс быстрых нейронных сетей (БНС) обладающих высоким быстродействием при больших размерностях обрабатываемых данных. Парадигма БНС реализует принцип структурного подобия с алгоритмом быстрого преобразования Фурье. Поэтому в этом классе нейронных сетей реализация быстрых спектральных преобразований является вполне естественным. Совместное использование быстрых спектральных преобразований на этапе предварительной обработки и БНС на этапе классификации в данном случае обосновано, поскольку оба этапа имеют один порядок оценки по быстродействию.

В данной работе рассматриваются методы параметрической настройки быстрых нейронных сетей к различным видам спектральных преобразований с аналитической формой представления базиса. Показано, что в рамках БНС с одной и той же структурой возможна реализация таких видов спектральных преобразований как Уолш, Хаар, Вейвлет, преобразование Виленкина-Кристенсона, Фурье и множества промежуточных видов. Таким образом, показывается, что БНС является адекватным средством построения быстродействующего обобщенного спектрального анализатора. Следует отметить, что первый шаг в этом направлении был сделан достаточно давно. Еще в исторической работе Гуда [6] было приведено аналитическое описание быстрых алгоритмов для обобщенных спектральных преобразований. В последующие годы тема обобщенных спектральных преобразований развивалась в работах Г.Эндрюса, А.И.Солодовникова, В.Г.Лабунца и других авторов [7,8,9,10,11].

2. БЫСТРЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Идеология БНС основана на представлении структуры алгоритма нейрообработки в виде слабосвязанного многослойного графа. Каждая вершина графа называется нейронным ядром, и определяют базовую операцию над векторной компонентой. На рис. 1 показана структурная модель БНС для размерности 8×8 с размером нейронных ядер 2×2 . Базовая операция нейронного ядра для данной сети задается матричным линейным преобразованием:

$$(s_1 s_2) = (x_1 x_2) \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

(здесь и далее вектор записывается слева от матрицы) и парой нелинейных функций активации нейронов: $y_1 = f(s_1)$, $y_2 = f(s_2)$. Поскольку спектральные преобразования являются линейными, то в дальнейшем будем

считать все функции активации линейными функциями с единичной передачей и нулевым смещением аргумента. В общем случае базовая операция нейронного ядра задается матрицей размерности $p_i \times g_i$ (синаптической картой нейронного ядра).

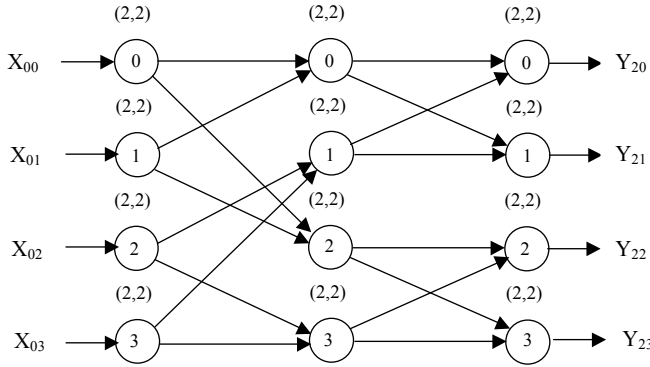


Рисунок 1 - Пример структурной модели быстрой нейронной сети

Характерной особенностью структурной модели БНС является отсутствие параллельных путей между вершинами графа [12,13]. Это свойство позволяет представить преобразование данных в БНС как совокупность преобразований векторных компонент вдоль путей связывающих вершины терминальных слоев сети. Обозначим через i номер вершины входного слоя и через j номер вершины в выходном слое и представим эти числа в позиционной многоосновной системе счисления:

$$i = \langle i_{k-1}i_{k-2}\dots i_1 \rangle, j = \langle j_0j_1\dots j_{k-2} \rangle.$$

где $i_\lambda, j_\lambda \in 0, 1, \dots, (p_\lambda - 1)$. В работе [4] было показано, что для структурной модели БНС существует порождающая схема, связывающая номер ядра i^λ в скрытом слое λ с разрядными переменными чисел i, j . Эта схема имеет следующий вид:

$$i^\lambda = \langle j_0j_1\dots j_{\lambda-1}i_{k-1}i_{k-2}\dots i_{\lambda+1} \rangle. \quad (2)$$

Изменяя в (2) значения λ от 0 до $k-1$, можно последовательно построить структурную модель БНС следуя правилу: вершины смежных слоев соединяются дугой, если в поразрядном представлении номеров вершин общие одноименные разрядные числа имеют совпадающие значения. На рис. 2 показан принцип построения структурной модели БНС по данной порождающей схеме. Обозначим элементы синаптической карты ядра i^λ через $w_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda, v_\lambda)$, где $u_\lambda, v_\lambda \in 0, 1, \dots, (p_\lambda - 1)$ - индексы элементов в матрице нейронного ядра. Матричному выражению (1) соответствует система уравнений

$$y_{i^\lambda}^\lambda(v_\lambda) = \sum_{u_\lambda} x_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda)w_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda, v_\lambda). \quad (3)$$

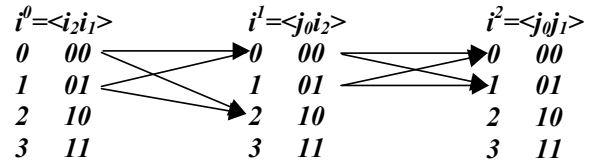


Рисунок 2 - Графическая иллюстрация правила построения структурной модели БНС

Пусть i^0i^1, \dots, i^{k-1} последовательность вершин, определяющая путь между терминальными слоями. Будем полагать, что ядро i^λ принадлежит выбранному пути и выражение (3) будем рассматривать как последовательность уравнений описывающих преобразование сигнала вдоль пути. Следуя терминологии нейронных сетей, входы нейронных ядер назовем рецепторными полями, а выходы аксоновыми полями. Каждому рецептору соответствует координата $x_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda)$, а аксону координата $y_{i^\lambda}^\lambda(v_\lambda)$. Для БНС характерно, что все операторы межъядерных связей являются одноранговыми точными и однозначными. Межъядерные операторы такого типа отождествляют координаты $y_{i^\lambda}^\lambda(v_\lambda)$ и $x_{i^\lambda+1}^{\lambda+1}(u_{\lambda+1})$ смежных слоев.

Топологии БНС

Обозначим через U^λ, V^λ номера рецепторов и аксонов в пределах слоя и назовем их глобальными номерами. Любые точные, однозначные соответствия $(i^\lambda, u_\lambda) \rightarrow U^\lambda$ и $(i^\lambda, v_\lambda) \rightarrow V^\lambda$ определяют топологию нейронного слоя. Для одной и той же структурной модели можно построить множество различных топологий, среди них существует подмножество регулярных топологий (т.е. обладающих некоторой внутренней симметрией). Регулярные топологии являются наиболее экономным вариантом, как при программной, так и аппаратной реализации нейронной сети. Следующее выражение может служить примером регулярной топологии для аксонового поля.

$$V^\lambda = \langle i^\lambda, v_\lambda \rangle = \langle j_0j_1\dots j_{\lambda-1}v_\lambda i_{k-1}i_{k-2}\dots j_{\lambda+1} \rangle. \quad (4)$$

(Другие варианты приведены в работе [4].) Межслойные связи устанавливают взаимно однозначное соответствие между глобальными номерами V^λ и $U^{\lambda+1}$ смежных слоев. Выберем наиболее простой вариант, положив $U^{\lambda+1} = V^\lambda$. При условии $v_\lambda = j_\lambda$ и $u_\lambda = i_\lambda$, выражение (2) приводится к виду:

$$i^\lambda = \langle v_0v_1\dots v_{\lambda-1}u_{k-1}u_{k-2}\dots u_{\lambda+1} \rangle, \quad (5)$$

а из (4) получим:

$$V^\lambda = \langle v_0 v_1 \dots v_{\lambda-1} v_\lambda u_{k-1} u_{k-2} \dots u_{\lambda+1} \rangle, \quad (6)$$

$$U^\lambda = V^{\lambda-1} = \langle v_0 v_1 \dots v_{\lambda-2} v_{\lambda-1} u_{k-1} u_{k-2} \dots u_\lambda \rangle. \quad (7)$$

Выражение (7) определяет порождающую схему для топологий БНС. Последовательность межслойных топологий формируемых выражением (7) при последовательном изменении λ назовем траекторией топологий. Существует множество различных порождающих схем, показательными примерами могут служить схемы Кули-Тьюки [14] "с прореживанием по частоте" и "с прореживанием по времени", а также схема Гуда [6,15]. Строго говоря, выбор той или иной порождающей схемы является предметом синтеза и должен быть подчинен условиям задачи. Мы не будем дальше погружаться в этот вопрос, и ограничимся в данной работе только двумя вариантами порождающих схем, считая их априорно заданными.

Топологии терминальных полей сети не обязаны подчиняться выражению (7), но это целесообразно сделать для сохранения регулярности алгоритма. Полагая $\lambda = 0$, и $\lambda = k-1$ из (7) и (6) получим:

$$U_0 = \langle u_{k-1} u_{k-2} \dots u_0 \rangle, \quad V^{k-1} = \langle v_0 v_1 \dots v_{k-1} \rangle. \quad (8)$$

Подчеркивая особый статус терминальных полей, будем использовать для обозначения переменных U_0 и V^{k-1} символы и (без верхних индексов). Выражения (7) и (8) описывают топологию сети через внутренние локальные переменные u_i, v_i , но реализация сети всегда связана с внешним представлением, где переменными являются позиции координат обрабатываемых векторов. Прежде всего, это относится к терминальным полям. Любое взаимно однозначное отображение поразрядных форм (8) на множество позиционных номеров терминальных полей является допустимым вариантом перехода к внешнему представлению. Однако, следуя требованиям регулярности, будем представлять индексы координат входного и выходного векторов сети также в поразрядной форме, тогда с учетом (8) получим:

$$\begin{aligned} U &= \langle U_{k-1} U_{k-2} \dots U_0 \rangle = \langle u_{k-1} u_{k-2} \dots u_0 \rangle, \\ V &= \langle V_0 V_1 \dots V_{k-1} \rangle = \langle v_0 v_1 \dots v_{k-1} \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

Откуда имеем следующие поразрядные соответствия:

$$u_\lambda = U_\lambda, \quad v_\lambda = V_\lambda. \quad (10)$$

Выражения (9) можно рассматривать как граничные условия для траектории топологий, а (10) как результат их выполнения. Для сравнения приведем еще один вариант граничных условий:

$$\begin{aligned} U &= \langle U_{k-1} U_{k-2} \dots U_0 \rangle = \langle u_{k-1} u_{k-2} \dots u_0 \rangle, \\ V &= \langle V_{k-1} V_{k-2} \dots V_0 \rangle = \langle v_0 v_1 \dots v_{k-1} \rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

Результатом их выполнения, очевидно, являются

поразрядные соответствия

$$u_\lambda = U_\lambda, \quad v_\lambda = V_{k-\lambda-1}.$$

Матрица преобразования

Сигнальную передачу рецептор-аксон между терминальными слоями можно определить частной производной:

$$h(U, V) = \frac{\partial y_{i^{k-1}}^{k-1}(v_{k-1})}{\partial x_{i^0}^0(u_0)}.$$

Множество элементов $h(U, V)$ образуют матрицу передач H . Последовательно дифференцируя вдоль выбранного пути цепочку уравнений (3), получим:

$$h(U, V) = w_{i^0}^0(u_0, v_0) w_{i^1}^1(u_1, v_1) \dots w_{i^{k-1}}^{k-1}(u_{k-1}, v_{k-1}). \quad (12)$$

При выполнении граничных условий (9) данное выражение во внешнем представлении примет вид

$$h(U, V) = w_{i^0}^0(U_0, V_0) w_{i^1}^1(U_1, V_1) \dots w_{i^{k-1}}^{k-1}(U_{k-1}, V_{k-1}),$$

где $i^\lambda = \langle V_0 V_1 \dots V_{\lambda-1} U_{k-1} U_{k-2} \dots U_{\lambda+1} \rangle$. (Последнее следует из (5)). При выполнении граничных условий (11) выражение (12) трансформируется к виду:

$$h(U, V) = w_{i^0}^0(U_0, V_{k-1}) w_{i^1}^1(U_1, V_{k-2}) \dots w_{i^{k-1}}^{k-1}(U_{k-1}, V_0),$$

где $i^\lambda = \langle V_{k-1} V_{k-2} \dots V_{k-\lambda} U_{k-1} U_{k-2} \dots U_{\lambda+1} \rangle$. Полученные выражения устанавливает связь элементов матрицы H оператора нейронной сети с элементами ядер. Поскольку сеть линейна, то матричное уравнение $Y = XH$ полностью определяет преобразование данных в нейронной сети.

Алгоритм быстрого преобразования и внешняя топология сети

БНС представляет собой многослойную структуру, в которой обработка данных выполняется последовательно по слоям от начального слоя к конечному. Обозначим через X^λ, Y^λ входной и выходной векторы слоя λ . Тогда алгоритм преобразования запишется следующим образом:

$$Y^\lambda = X^\lambda H_\lambda, \quad X^{\lambda+1} = Y^\lambda, \quad \lambda = 0, 1, \dots, k-1,$$

где H_λ матрица преобразования в слое λ . Эта матрица является слабо заполненной и состоит из непересекающихся блоков, каждый из которых содержит синаптическую карту нейронного ядра. Преобразование в ядре локально описывается выражением (3). Для построения алгоритма достаточно сделать "привязку" ядер к глобальным переменным U^λ, V^λ слоя λ . С этой целью представим глобальные переменные слоя в поразрядной форме:

$$U^\lambda = \langle U_{k-1}^\lambda U_{k-2}^\lambda \dots U_0^\lambda \rangle, \quad V^\lambda = \langle V_0^\lambda V_1^\lambda \dots V_{k-1}^\lambda \rangle.$$

Таблица 1

$U^\lambda =$	v_0	v_1	\dots	$v_{\lambda-1}$	u_{k-1}	u_{k-2}	\dots	$u_{\lambda+2}$	$u_{\lambda+1}$	u_λ
$U^\lambda =$	U_{k-1}^λ	U_{k-2}^λ	\dots	$U_{k-\lambda}^\lambda$	$U_{k-\lambda-1}^\lambda$	$U_{k-\lambda-2}^\lambda$	\dots	U_2^λ	U_1^λ	U_0^λ
$V^\lambda =$	v_0	v_1	\dots	$v_{\lambda-1}$	v_λ	u_{k-1}	\dots	$u_{\lambda+3}$	$u_{\lambda+2}$	$u_{\lambda+1}$
$V^\lambda =$	V_0^λ	V_1^λ	\dots	$V_{\lambda-1}^\lambda$	V_λ^λ	$V_{\lambda+1}^\lambda$	\dots	V_{k-3}^λ	V_{k-2}^λ	V_{k-1}^λ

(Возможны и другие варианты.) Используя выражения (6) и (7), можно получить взаимнооднозначные соответствия между локальными и глобальными разрядными числами, как показано в таблице 1. Подставляя в (3) глобальные переменные получим:

$$Y^\lambda = (i^\lambda, V^\lambda) = \sum_{U_0^\lambda} X^\lambda(i^\lambda, U_0^\lambda) w_{i^\lambda}^\lambda(U_0^\lambda, V^\lambda), \quad (13)$$

где $i^\lambda = \langle U_{k-1}^\lambda U_{k-2}^\lambda \dots U_1^\lambda \rangle$.

Соответствия $(i^\lambda, U_0^\lambda) \rightarrow U^\lambda$ и $(i^\lambda, V^\lambda) \rightarrow V^\lambda$ определяются топологией слабо заполненной матрицы H^λ . Анализируя таблицу 1, нетрудно получить аналитическую форму для поэлементного представления данной матрицы. Поскольку в ненулевых позициях матрицы H^λ одноименные локальные разрядные числа первой и третьей строки таблицы совпадают по значениям, то через них устанавливается равенство между разрядными глобальными переменными второй и четвертой строк. В ненулевых позициях матрицы размещаются элементы нейронных ядер. Таким образом, из таблицы непосредственно следует, что в поэлементном виде матрица H^λ описывается выражением:

$$\begin{aligned} h_\lambda(U^\lambda, V^\lambda) &= w_{i^\lambda}^\lambda(U_0^\lambda, V_\lambda^\lambda) \delta(U_{k-1}^\lambda, V_0^\lambda) \dots \\ &\dots \delta(U_{k-\lambda}^\lambda, V_{\lambda-1}^\lambda) \delta(U_{k-\lambda-1}^\lambda, V_{\lambda+1}^\lambda) \cdot \\ &\cdot \delta(U_{k-\lambda-2}^\lambda, V_{\lambda+2}^\lambda) \dots \delta(U_1^\lambda, V_{k-1}^\lambda), \end{aligned} \quad (14)$$

где $\delta(\cdot)$ - обозначает символ Кронекера.

3. НАСТРОЙКА БНС НА БАЗИС УОЛША

Функции базиса Уолша в упорядочении Пэли задаются на интервале длиной $N = 2^k$ следующим выражением [16]:

$$\text{pal}(U, V) = \prod_{\lambda=0}^{k-1} (-1)^{U_\lambda V_\lambda}, \quad (15)$$

где $U = \langle U_{k-1} U_{k-2} \dots U_0 \rangle$ и $V = \langle V_0 V_1 \dots V_{k-1} \rangle$. Все разрядные числа принимают только два значения: $\{0, 1\}$. Переменная U соответствует дискретному

времени, а переменная V - порядковому номеру функции. Построим нейросетевую реализацию быстрого спектрального преобразования Уолша так, чтобы функции базиса располагались вдоль столбцов результирующей матрицы. В процессе настройки необходимо определить параметры нейронных ядер. Будем полагать, что траектория топологий задана выражением (7) при выполнении граничных условий (9).

Элементы результирующей матрицы спектрального преобразования будут определяться выражением (12) а элементы слабо заполненных матриц выражением (14). Сравнивая (12) с определением базиса Уолша, получим

$$w_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda, v_\lambda) = (-1)^{u_\lambda v_\lambda}, \quad u_\lambda = U_\lambda, \quad v_\lambda = V_\lambda. \quad (16)$$

Выражению (16) соответствует следующая матрица нейронного ядра:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Очевидно, что все слои сети имеют одинаковые ядра. На рис. 3 показано матричное представление алгоритма спектрального преобразования Уолша-Пэли для размерности $N = 2^3$. В поле рисунка показаны также поразрядные представления номеров строк и столбцов матриц. Все пустые элементы матриц считаются равными нулю. Матрица преобразования факторизуется в произведение трех матриц: $H = H_0 H_1 H_2$. Поразрядное представление строк и столбцов матрицы H записываются в виде $U = \langle U_0 U_1 U_2 \rangle$, $V = \langle V_0 V_1 V_2 \rangle$. На основании (14) имеем, что слабо заполненные матрицы по слоям определяются выражениями:

$$\text{Слой 0. } h_0(U^0, V^0) = w_{i_0^0}^0(U_0^0, V_0^0) \delta(U_2^0, V_1^0) \delta(U_1^0, V_2^0).$$

$$\text{Слой 1. } h_1(U^1, V^1) = w_{i_1^1}^1(U_0^1, V_1^1) \delta(U_2^1, V_0^1) \delta(U_1^1, V_2^1).$$

$$\text{Слой 2. } h_2(U^2, V^2) = w_{i_2^2}^2(U_0^2, V_2^2) \delta(U_2^2, V_0^2) \delta(U_1^2, V_1^2),$$

где номер ядер определен выражением (13), которое в данном случае примет вид:

$$i^\lambda = \langle U_2^\lambda, U_1^\lambda \rangle.$$

	V_0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	V_1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
	V_2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
U_2	U_1	U_0																							
0	0	0	1			1				1		1						1	1						
0	0	1	1			-1				1		-1						1	-1						
0	1	0		1				1			1								1	1					
0	1	1		1				-1			1								1	-1					
1	0	0			1					1		1								1	1				
1	0	1			1					1		-1								1	-1				
1	1	0			1						1		1								1	1			
1	1	1			1						1		-1								1	-1			

Рисунок 3 - Факторизованное представление быстрого преобразования Уолша-Пэли

Перемножив матрицы факторизованного представления, получим матрицу базисных функций:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Эта же матрица может быть получена также из определения (15).

4. НАСТРОЙКА БНС НА БАЗИС ВИЛЕНКИНА-КРЕСТЕНСОНА

Обобщенная система ненормированных функций Виленкина-Кристенсона в упорядочении Пэли [16] определяется выражениями:

$$\text{vsn}(U, V) = \prod_{\lambda=0}^{k-1} (\omega_\lambda)^{U_\lambda V_\lambda}, \quad \omega_\lambda = e^{j \frac{2\pi}{p^\lambda}}$$

где $U = U_{k-1}U_{k-2} \dots U_0$, $V = \langle V_0V_1 \dots V_{k-1} \rangle$, $U_\lambda, V_\lambda \in 0, 1, \dots, p_{\lambda-1}$. Система функций задана на интервале длиной $N = p_0p_1 \dots p_{k-1}$. Поворачивающий множитель ω_λ является комплексным числом, выраженным в экспоненциальной форме. Переменная U соответствует дискретному времени, а переменная V - порядковому номеру функции. Построим нейросетевую реализацию быстрого спектрального преобразования так,

чтобы функции базиса располагались вдоль столбцов результирующей матрицы. Будем полагать, что траектория топологий задана выражением (7) при выполнении граничных условий (9). Сравнивая (12) с определением функций базиса, получим

$$w_{i\lambda}^\lambda(u_\lambda, v_\lambda) = (\omega_\lambda)^{u_\lambda v_\lambda}, \quad u_\lambda = U_\lambda, \quad v_\lambda = V_\lambda. \quad (17)$$

Очевидно, что в пределах слоя все ядра одинаковы.

Пример

Пусть $N = 3^2$. Матрица преобразования факторизуется в произведение двух матриц: $H = H_0H_1$. Поразрядное представление строк и столбцов матрицы v^λ можно записать в виде $U = \langle U_1U_0 \rangle$, $V = \langle V_1V_0 \rangle$. На основании (14) имеем, что слабо заполненные матрицы по слоям определяются выражениями:

$$\text{Слой 0. } h_0(U^0, V^0) = w_{i^0}^0(U_0^0, V_0^0)\delta(U_1^0, V_1^0),$$

$$\text{Слой 1. } h_1(U^1, V^1) = w_{i^1}^1(U_0^1, V_1^1)\delta(U_1^1, V_0^1).$$

Для рассматриваемого примера поворачивающие множители совпадают для обоих слоев, поэтому все нейронные ядра сети одинаковы и имеют вид:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix}, \quad \text{где } \omega = e^{j \frac{2\pi}{3}}.$$

На рис. 4 показано факторизованное представление построенного спектрального преобразования.

	V_0	0	0	0	1	1	1	2	2	2		0	0	0	1	1	1	2	2	2
	V_1	0	1	2	0	1	2	0	1	2		0	1	2	0	1	2	0	1	2
U_1	U_0																			
0	0	1			1			1				1	1	1						
0	1	1			ω			ω^2				1	ω	ω^2						
0	2	1			ω^2			ω				1	ω^2	ω						
1	0		1			1				1				1	1	1				
1	1		1			ω				ω^2				1	ω	ω^2				
1	2		1			ω^2				ω				1	ω^2	ω				
2	0			1			1										1	1	1	
2	1			1			ω										1	ω	ω^2	
2	2			1			ω^2										1	ω^2	ω	

Рисунок 4 - Факторизованная форма преобразования Виленкина-Кристенсона

Перемножив матрицы факторизованного представления, получим следующую матрицу базисных функций:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \omega & \omega & \omega & \omega^2 & \omega^2 & \omega^2 \\ 1 & 1 & 1 & \omega^2 & \omega^2 & \omega^2 & \omega & \omega & \omega \\ 1 & \omega & \omega^2 & 1 & \omega & \omega^2 & 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega & \omega^2 & \omega & \omega^2 & 1 & \omega^2 & 1 & \omega \\ 1 & \omega & \omega^2 & \omega^2 & 1 & \omega & \omega^2 & 1 & \omega \\ 1 & \omega^2 & \omega & 1 & \omega^2 & \omega & 1 & \omega^2 & \omega \\ 1 & \omega^2 & \omega & \omega & 1 & \omega^2 & \omega^2 & \omega & 1 \\ 1 & \omega^2 & \omega & \omega^2 & \omega & 1 & \omega & 1 & \omega^2 \end{bmatrix}.$$

Преобразование Виленкина-Кристенсона является комплекснозначным. Нейронные сети, как правило, реализуют обработку данных только в поле вещественных чисел. Поэтому при использовании нейросетевой технологии необходимо заменить все комплексные операции сложения и умножения комбинациями вещественных операций. Рассмотрим принцип подобной замены. Пусть $x = x_R + jx_J$ и $\omega = \omega_R + j\omega_J$ комплексные числа. Тогда их произведение будет равно:

$$z = z_R + jz_J = x\omega = (x_R\omega_R - x_J\omega_J) + j(x_R\omega_J + x_J\omega_R).$$

Операцию комплексного умножения можно записать также в матричном виде:

$$(z_R z_J) = (x_R x_J) \cdot \begin{bmatrix} \omega_R & \omega_J \\ -\omega_J & \omega_R \end{bmatrix} = (x_R \omega_R - x_J \omega_J - x_R \omega_J + x_J \omega_R).$$

Данное выражение позволяет сформулировать следующие правила перехода от комплексной формы к вещественному эквиваленту:

1) вещественные и комплексные составляющие координат

векторов компактно упорядочиваются в один вектор, так что в последовательности координат за вещественной компонентой числа непосредственно следует его мнимая компонента;

2) каждый элемент $\omega = \omega_R + j\omega_J$ слабо заполненной матрицы заменяется матрицей вида:

$$\begin{bmatrix} \omega_R & \omega_J \\ -\omega_J & \omega_R \end{bmatrix}.$$

5. РЕАЛИЗАЦИЯ БЫСТРОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Дискретный вейвлет-базис на интервале длиной $N = p_0 p_1 \dots p_{k-1}$ может быть задан выражением:

$$h(U, V) = \Phi_m(U_{k-m}, V_{k-m}) \delta(\tau_m, \langle U_{k-1} U_{k-2} \dots U_{k-m+1} \rangle), \quad (18)$$

где $U = \langle U_{k-1} U_{k-2} \dots U_0 \rangle$ номер временного отсчета, $V = \langle V_0 V_1 \dots V_{k-1} \rangle$ - номер вейвлет-функции (предполагается, что вейвлет-функции расположены вдоль столбцов матрицы базиса), $\Phi_m(U_{k-m}, V_{k-m})$ набор образующих импульсов в частотной локализации номера m , $\delta(\cdot)$ - символ Кронекера, τ_m - порядковый номер вейвлет-функции в частотной локализации m .

Множество функций вейвлет-базиса принадлежащих одной частотной локализации в дальнейшем будем называть поликадой. Функции в пределах одной поликады обладают одними и теми же частотными свойствами, но отличаются позициями образующих импульсов. Число функций в каждой поликаде (при $m > 0$) равно $(p_{k-m} - 1)p_{k-m+1}p_{k-m+2} \dots p_{k-1}$. Нулевая поликада ($m=0$) состоит из единственной функции, которая имеет единичное значение на всем временном интервале. При упорядочении базисных функций по частотным локализациям каждая поликада в базисной матрице занимает

подмножество столбцов:

$$V = \langle 0_0 0_1 \dots 0_{k-m-1} V_{k-m} V_{k-m+1} \dots V_{k-1} \rangle, \text{ где } V_{k-m} > 0. \quad (19)$$

Единственная функция нулевой поликады ($m = 0$) размещается в нулевом столбце. По свойствам вейвлет-функций, образующий импульс имеет нулевое среднее на интервале определения:

$$\sum_{U_{k-m}} \Phi_m(U_{k-m}, V_{k-m}) = 0 \text{ для всех } V_{k-m} > 0.$$

Если энергия импульса нормирована к единице:

$$\sum_{U_{k-m}} (\Phi_m(U_{k-m}, V_{k-m}))^2 = 1,$$

то можно показать, что все базисные функции поликады m обладают энергией (весом) $G_m = p_{k-m} p_{k-m-1} \dots p_0$. Для нулевой поликады при единичном значении постоянной функции ее вес будет равен $G_0 = p_{k-1} p_{k-2} \dots p_0$. Для ортогонального вейвлет-базиса образующие импульсы в поликаде также ортогональны:

$$\sum_{U_{k-m}} \Phi_m(U_{k-m}, V_{k-m}) \Phi_m(U_{k-m}, Z_{k-m}) = 0, \text{ когда } V_{k-m} \neq Z_{k-m}.$$

Упорядочим функции в каждой поликаде правилом $\tau_m = \langle V_{k-1} V_{k-2} \dots V_{k-m+1} \rangle$. При таком упорядочении функцию Кронекера в выражении (18) можно разложить в произведение одноименных функций, в результате получим:

$$h(U, V) = \Phi_m(U_{k-m}, V_{k-m}) \delta(U_{k-m+1}, V_{k-m+1}) \dots \delta(U_{k-2}, V_{k-2}) \delta(U_{k-1}, V_{k-1}).$$

Сравнивая данное выражение с выражением (12) для матрицы передач БНС и учитывая (19), можно получить следующие правила настройки нейронных ядер:

1) Для $\lambda = k - m$ при $V_{k-m} > 0$, элементы матриц ядер с номерами $i^\lambda = \langle 0_0 0_1 \dots 0_{k-m-1} U_{k-1} U_{k-2} \dots \dots U_{\lambda+1} \rangle$ определяются из условия $w_{i^\lambda}^\lambda(U_\lambda, V_\lambda) = \Phi_m(U_{k-m}, V_{k-m})$, т.е. в матрицах этих ядер все столбцы, начиная с первого, будут заполнены образующими импульсами поликады m .

2) Для всех $\lambda < k - m$, из выражения (19) имеем $V_\lambda = 0$ элементы матриц для ядер с номерами $i^\lambda = \langle 0_0 0_1 \dots 0_{\lambda-1} U_{k-1} U_{k-2} \dots U_{\lambda+1} \rangle$, определяются выражением $w_{i^\lambda}^\lambda(U_\lambda, 0) = 1$, но с учетом условия 1) это означает, что для всех поликад $\Phi_m(U_{k-m}, 0) = 1$. Т.е. для каждой поликады весь нулевой столбец матрицы образующих импульсов заполнен единицами.

3) Для $\lambda > k - m$ элементы матриц для ядер с номерами $i^\lambda = \langle 0_0 0_1 \dots 0_{k-m-1} V_{k-m} V_{k-m+1} \dots$

$\dots V_{\lambda-1} U_{k-1} U_{k-2} \dots U_{\lambda+1} \rangle$ определяются из условия $w_{i^\lambda}^\lambda(U_\lambda, V_\lambda) = \delta(U_\lambda, V_\lambda)$, т.е. эти ядра представляют собой единичные матрицы размерности $p_\lambda \times p_\lambda$.

Резюмируя данные правила можно прийти к следующим выводам: для слоя λ все ядра с номерами

$$i^\lambda \leq \langle U_{k-1} U_{k-2} \dots U_{\lambda+1} \rangle \quad (20)$$

представляют собой матрицы образующих импульсов поликады $m = k - \lambda$, все остальные ядра слоя λ представляют собой единичные матрицы размером $p_\lambda \times p_\lambda$. Из (20) следует, что для последнего слоя ($\lambda = k - 1$) только нулевое ядро будет содержать матрицу образующих импульсов поликады $m = 1$, все остальные ядра будут единичными матрицами. Для начального слоя ($\lambda = 0$) все ядра содержат матрицу образующих элементов поликады $m = k$.

6. БАЗИС ХААРА

Преобразование Хаара [17] является простейшим вейвлет-базисом, который определен на интервале длиной 2^k . Базис порождается одиночным двуполярным импульсом с временной базой равной двум. По частотным локализациям функции базиса разбиваются на октавы. Матрица образующих импульсов для каждой октавы и имеет вид:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим в качестве примера построение базиса Хаара для размерности $N = 2^3$. Базисные функции разбиваются на три октавы, а матрица преобразования факторизуется в произведение трех матриц: $H = H_0 H_1 H_2$. Поразрядное представление строк и столбцов матрицы H имеет вид: $U = \langle U_2 U_1 U_0 \rangle$, $V = \langle V_0 V_1 V_2 \rangle$.

Слой 0. В этом слое все матрицы нейронных ядер равны матрице образующих импульсов. Матрица синаптической карты слоя определяется выражением:

$$h_0(U^0 V^0) = w_{i^0}^0(U_0^0, V_0^0) \delta(U_2^0, V_1^0) \delta(U_1^0, V_2^0),$$

где $i^0 = \langle U_2^0, U_1^0 \rangle$, $w_{i^0}^0(U^0 V^0) = \Phi(U^0 V^0)$.

Слой 1. Матрица слоя в поэлементном представлении записывается в виде:

$$h_1(U^1 V^1) = w_{i^1}^1(U_0^1, V_1^1) \delta(U_2^1, V_0^1) \delta(U_1^1, V_2^1).$$

Ядра с матрицей образующих импульсов будут занимать позиции $i^1 = \langle 0 U_1^1 \rangle$, остальные ядра представляют собой единичные матрицы.

Слой 2. Матрица преобразования в аналитической форме записывается в виде:

$$h_1(U^2 V^2) = w_{i^2}^2(U_0^2, V_2^2) \delta(U_2^2, V_0^2) \delta(U_1^2, V_1^2).$$

Таблица 2

$U^\lambda =$	u_λ	$u_{\lambda+1}$	\dots	u_{k-2}	u_{k-1}	$v_{\lambda-1}$	\dots	v_2	v_1	v_0
$U^\lambda =$	U_{k-1}^λ	U_{k-2}^λ	\dots	$U_{\lambda+1}^\lambda$	U_λ^λ	$U_{\lambda-1}^\lambda$	\dots	U_2^λ	U_1^λ	U_0^λ
$V^\lambda =$	$u_{\lambda+1}$	$u_{\lambda+2}$	\dots	u_{k-1}	v_λ	$v_{\lambda-1}$	\dots	v_2	v_1	v_0
$V^\lambda =$	V_0^λ	V_1^λ	\dots	$V_{k-\lambda-2}^\lambda$	$V_{k-\lambda-1}^\lambda$	$V_{k-\lambda}^\lambda$	\dots	V_{k-3}^λ	V_{k-2}^λ	V_{k-1}^λ

Сопоставляя эти представления с порождающей схемой, получим таблицу соответствий (см. таблицу 2). Откуда непосредственно имеем аналитическую форму матриц факторизованного представления:

$$h_\lambda(U^\lambda V^\lambda) = w_{i^\lambda}^\lambda(U_{k-1}^\lambda, V_{k-\lambda-1}^\lambda) \delta(U_{k-2}^\lambda, V_0^\lambda) \cdot \delta(U_{k-3}^\lambda, V_1^\lambda) \dots \delta(U_\lambda^\lambda, V_{k-\lambda-2}^\lambda) \delta(U_{\lambda-1}^\lambda, V_{k-\lambda}^\lambda) \dots \delta(U_0^\lambda, V_{k-1}^\lambda). \quad (26)$$

В данном произведении цепочка δ функций Кронекера обрывается, если индексы разрядных переменных выйдут за пределы допустимого диапазона. Номер ядра, выраженный через глобальные разрядные числа, будет иметь вид:

$$i^\lambda = \langle U_{k-2}^\lambda U_{k-3}^\lambda \dots U_0^\lambda \rangle.$$

Параметры нейронных ядер

Подставив (23) в (21), получим

$$F_N(U, V) = \prod_{\alpha=0}^{k-1} \frac{1}{\sqrt{p_\alpha}} \exp\left(-j \frac{2\pi V}{p_{k-1} p_{k-2} \dots p_\alpha} U_\alpha\right). \quad (27)$$

Ввиду периодичности комплексной экспоненты в последнем выражении достаточно учитывать только дробную часть периода 2π в аргументах экспоненциальных множителей. Обозначим дробную часть числа фигурными скобками, тогда, поставив в аргумент экспоненты выражение (24), получим:

$$\left\{ \frac{V}{p_{k-1} p_{k-2} \dots p_\alpha} U_\alpha \right\} = \left\{ \frac{U_\alpha \sum_{\beta=0}^{k-1} V_\beta p_{\beta+1} p_{\beta+2} \dots p_{k-1}}{p_{k-1} p_{k-2} \dots p_\alpha} \right\} =$$

(27) соответствует ядру в некотором слое λ . Таким образом, используя (28), можно записать:

$$w_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda, v_\lambda) = \frac{1}{\sqrt{p_\alpha}} \exp\left(-j 2\pi \left(\frac{U_\alpha V_\alpha}{p_\alpha} + U_\alpha \frac{\langle V_{\alpha+1} V_{\alpha+2} \dots V_{k-1} \rangle}{p_{k-1} p_{k-2} \dots p_\alpha} \right)\right).$$

Аргумент экспоненты следует рассматривать как априорно заданные ограничения на параметры ядер и топологическую траекторию быстрого алгоритма. В частности, порождающая схема выбрана так, чтобы удовлетворять данным ограничениям. Используя поразрядные соответствия (25), последнее выражение можно переписать в следующем виде:

$$w_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda, v_\lambda) = \frac{1}{\sqrt{p_{k-\lambda-1}}} \exp\left(-j \frac{2\pi}{p_{k-\lambda-1}} u_\lambda v_\lambda\right) \cdot \exp\left(-j 2\pi \frac{\langle V_{\alpha+1} V_{\alpha+2} \dots V_{k-1} \rangle}{p_{k-1} p_{k-2} \dots p_\alpha}\right). \quad (29)$$

Полученная формула определяет правила определения элементов нейронных ядер. В данном выражении первый множитель представляет собой элемент матрицы преобразования Фурье для размерности $p_{k-\lambda-1}$, которое обозначим $F_{p_{k-\lambda-1}}(u_\lambda, v_\lambda)$. Введем также обозначения для поворачивающего множителя $\omega = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N}\right)$ и компоненты номера ядра $J_\lambda = \langle v_{\lambda-1} v_{\lambda-2} \dots v_0 \rangle$. Тогда выражение (29) приводится к виду:

$$w_{i^\lambda}^\lambda(u_\lambda, v_\lambda) = F_{p_{k-\lambda-1}}(u_\lambda, v_\lambda) \omega^{z(u_\lambda, J_\lambda)},$$

где показатель степени поворачивающего множителя равен

$$z(u_\lambda, J_\lambda) = u_\lambda J_\lambda p_{k-\lambda-2} p_{k-\lambda-3} \dots p_0.$$

Пример

(28) Пусть $N = 2^3$ и $p_0 = p_1 = p_2 = 2$, тогда

$$\omega = \exp\left(-j \frac{2\pi}{8}\right).$$

Определим элементы ядер.

Каждый экспоненциальный множитель в произведении

	V_0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	V_1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	V_2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
U_2	U_1	U_0																	
0	0	0	1	1															
0	0	1		1	1														
0	1	0				1	1												
0	1	1						1	1										
1	0	0	1	-1															
1	0	1			1	-1													
1	1	0					1	-1											
1	1	1								1	-1								
									ω^2		$-\omega^2$								
												1	-1						
														ω^2	$-\omega^2$				
																ω^3			$-\omega^3$

Рисунок 6 - Матричная форма алгоритма быстрого преобразования Фурье

Слой 0. $J_0=0$, $i^0=\langle u_1 u_2 \rangle$, $w_{i^0}^0(u_0, v_0)=F_2(u_0, v_0)$.

Матрица базиса Фурье для размерности, равной двум, имеет вид:

$$W_{i^0}^0 = F_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Слой содержит четыре одинаковых ядра.

Слой 1. $J_1=0$, $i^1=\langle u_2 v_0 \rangle$, $w_{i^1}^1(u_1, v_1)=F_2(u_1, v_1)\omega^{2u_1 v_0}$.

Для $i^1 = \langle u_2 0 \rangle = \{0, 2\}$ ядра будут иметь вид

$$W_0^1 = W_2^1 = F_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Для $i^1 = \langle u_2 1 \rangle = \{1, 3\}$ ядра будут иметь вид:

$$W_1^1 = W_3^1 = F_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \omega^2 & -\omega^2 \end{bmatrix}.$$

Слой 2. $J_1 = \langle v_1 v_0 \rangle$, $i^2 = \langle v_1 v_0 \rangle$,

$$w_{i^2}^2(u_2, v_2)=F_2(u_2, v_2)\omega^{u_2 \langle v_1 v_0 \rangle}.$$

Подставляя значения переменных, получим, что ядра матриц будут иметь вид:

$$W_0^2 = F_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, W_1^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \omega & -\omega \end{bmatrix},$$

$$W_2^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \omega^2 & -\omega^2 \end{bmatrix}, W_3^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \omega^3 & -\omega^3 \end{bmatrix}.$$

Из выражения (26) получим следующие аналитические представления для слабо заполненных матриц

Слой 0. $h_0(U^0 V^0) = w_{i^0}^0(U_2^0, V_2^0)\delta(U_1^0, V_0^0)\delta(U_0^0, V_1^0)$.

Слой 1. $h_1(U^1 V^1) = w_{i^1}^1(U_2^1, U_1^1)\delta(U_1^1, V_0^1)\delta(U_1^1, V_1^1)$.

Слой 2. $h_1(U^2 V^2) = w_{i^2}^2(U_2^2, V_0^2)\delta(U_1^2, V_1^2)\delta(U_0^2, V_2^2)$,

где $i^\lambda = \langle U_1^\lambda U_0^\lambda \rangle$.

На рис. 6 показано факторизованное представление

быстрого преобразования Фурье для данного примера (множители $1/\sqrt{2}$ с целью упрощения графики не показаны).

Факторизованному представлению соответствует сигналный граф, представленный на рис. 7. Стрелками на графе отмечены отрицательные значения весов.

Перемножив матрицы факторизованного представления, получим следующую матрицу базисных функций:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 & \omega^3 & -1 & -\omega & -\omega^2 & -\omega^3 \\ 1 & \omega^2 & -1 & -\omega^2 & 1 & \omega^2 & -1 & -\omega^2 \\ 1 & \omega^3 & -\omega^2 & \omega & -1 & -\omega^3 & \omega^2 & -\omega \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -\omega & \omega^2 & -\omega^3 & -1 & \omega & -\omega^2 & \omega^3 \\ 1 & -\omega^2 & -1 & \omega^2 & 1 & -\omega^2 & -1 & \omega^2 \\ 1 & -\omega^3 & -\omega^2 & -\omega & -1 & \omega^3 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix}.$$

Эта же матрица может быть получена из определения (21). При нейросетевой реализации быстрого Фурье преобразования, переход от комплексных операций к операциями над вещественными числами выполняется по тем же правилам, что и для преобразования Виленкина-Кристенсона.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение быстрых нейронных сетей позволяет одновременно решить две практически важные задачи: первое - расширить область использования многослойных нейронных сетей для систем высокой размерности и систем реального времени, и второе - объединить эффективные методы спектральной обработки данных с нейросетевой технологией на основе однородных программных средств. Быстрые спектральные преобразования являются частным, но важным для практических приложений, вариантом использования быстрых нейронных сетей. В данной работе показано, что идеология БНС обобщает быстрые алгоритмы линейных и нелинейных преобразований. Погружение быстрых спектральных преобразований в класс БНС позволяет, кроме всего прочего, глубже понять их природу, внутренние строение и построить на этой основе новую методологию их синтеза. Примеры использования новой методологии показаны в настоящей работе.

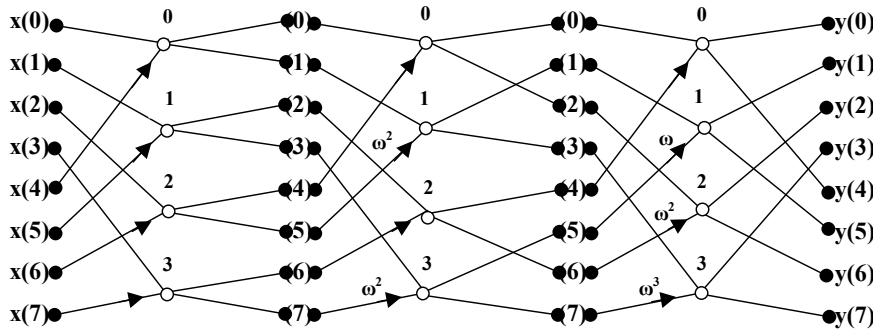


Рисунок 7 - Полный граф восьмиточечного БПФ с упорядочением по частотам следования

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Галушкин А.И. Современные направления развития нейрокомпьютерных технологий в России. // Открытые системы №4.- 1997.- С.25-28.
2. Хехт-Нильсен Р. Нейрокомпьютинг: история, состояние, перспективы. // Открытые системы № 4-5 (30-31). - 1998. - С.23-28.
3. Галушкин А.И. Нейрокомпьютеры. Кн.3.: Учеб. пособие для вузов/ Общ. ред. А.И. Галушкина. - М.: ИПРЖР. - 2000. - 528с.
4. Дорогов А.Ю. Структурный синтез быстрых нейронных сетей. // Нейрокомпьютер. №1, 1999. - С. 11-24.
5. Dorogov A.Yu. Structure Synthesis of Fast Neural Networks // Neurocomputers Design and Application. (New York) Vol.1, Issue 1. 2000, p 1-18.
6. Good I.J. The Interaction Algorithm and Practical Fourier Analysis // Journal of Royal Statistical Soseity. Ser.B.- 1958.- Vol.20, No.2.- P.361-372.
7. Andrews H.C., Caspari K.L. A General Techniques for Spectral Analysis // IEEE. Tr. Computer.- 1970.-Vol C-19, Jan, No 1.- P.16-25.
8. Эндриус Г. Применение вычислительных машин для обработки изображений: Перевод с англ. / Под ред. Б.Ф.Курьянова. М. 1977. - 160с.
9. Солодовников А.И., Канатов И.И., Спиваковский А.М. Синтез ортогональных базисов на основе обобщенного спектрального ядра. // Вопросы теории систем автоматического управления: Межвуз. Сб. Ленингр. Гос. Ун-т.- Л., 1976. - Вып.2.-С. 99-112.
10. Лабунец В.Г. Единый подход к алгоритмам быстрых преобразований // Применение ортогональных методов при обработке сигналов и анализа систем: Межвуз. Сб. Уральск. Политехн. Ин-т.- Свердловск, 1980. - С.4-14.
11. Дорогов А.Ю., Солодовников А.И. Перестраиваемые ортогональные базисы для адаптивных спектральных преобразований // "Методы и средства обработки пространственно-временных сигналов": Межвуз. Сб. Уральск. Политехн. Ин-т.-Свердловск, 1988. - С. 18-26.
12. Дорогов А.Ю. Структурный синтез модульных слабосвязанных нейронных сетей. 1. Методология структурного синтеза модульных нейронных сетей. // Кибернетика и системный анализ. 2001.-№2.-С.34-42.
13. Dorogov A.Yu. Structural Synthesis of Modular Weakly Connected Neural Networks. I. Methodology of Structural Synthesis of Modular Neural Networks. /Cybernetics and Systems Analysis 37 (2): 175-181, March - April, 2001.
14. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. - М.: Мир, 1978. - 848с.
15. Гуди.Дж. О взаимоотношении между двумя быстрыми преобразованиями Фурье.// В кн. Маккеллан Дж.Х., РедерЧ.М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов.-М.: Радио и связь. - 1983. - 264с.
16. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах.- М.: Сов.Радио, 1975. - 207с.
17. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. - М.: Сов. Радио. 1979. - 312с.

УДК 004.93:007.52

МЕТОДИКА СИНТЕЗА И ОБУЧЕНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ КЛАССИФИКАЦИИ ОБРАЗОВ

В.И.Дубровин, С.А.Субботин

Проанализированы основные показатели качества методов построения нейросетевых моделей многомерных зависимостей. Разработана методика синтеза и настройки весовых коэффициентов многослойной нейронной сети для построения нейросетевых моделей по точечным данным.

Проаналізовано основні показники якості методів побудови нейромережкових моделей багатовимірних залежностей. Розроблено методіку синтезу та налагоджування вагових коефіцієнтів багатослоєвої нейронної мережі для побудови нейромережкових моделей за точковими даними.

The main parameters of quality of methods of construction of neural network models of many-dimensional relations are analysed. The technique of synthesis and evaluation of weight coefficients of a multilayer neural network for a construction of neural network models on the dot data is developed.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время при построении распознающих и диагностических систем широкое распространение получили искусственные нейронные сети (НС), которые являются удобным инструментом для построения численных моделей типа "черный ящик".

Однако при построении нейросетевых моделей на основе большинства известных методов возникает ряд проблем, таких, как необходимость задания пользователем топологии и параметров НС, инициализация весов НС [1], медлительность и итерационность процесса построения нейросетевых моделей, а также избыточность и сложность интерпретации полученных моделей.

В настоящей работе анализируются основные показатели качества методов построения нейросетевых моделей и предлагается методика синтеза и обучения многослойных НС для распознавания образов, являющаяся компромиссным вариантом, учитывающим требования рассмотренных показателей качества.

1. НЕЙРОПОДОБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ

Искусственный нейрон (нейроподобный элемент) представляет собой примитивное вычислительное устройство, обладающее небольшой памятью, реализуемой с помощью весовых коэффициентов, и функционирующее в соответствии со схемой:

$$y = \Psi(\Phi(x, w)),$$

где $x = \{x_i\}$ - множество входов нейрона, x_i - значение сигнала на i -ом входе нейрона ($i=1,2,\dots,N$), N - количество входов нейрона, $w = \{w_0, w_1, w_2, \dots, w_N\}$ - набор весовых коэффициентов (память) нейрона, $\Phi(x, w)$ - дискриминантная функция нейрона, $\Psi(\alpha)$ - функция активации нейрона, y - значение сигнала на выходе нейрона [1,2].

В качестве дискриминантной функции нейрона можно использовать, в частности:

- взвешенную сумму:

$$\Phi(x, w) = \sum_{i=1}^N w_i x_i + w_0;$$

- взвешенное произведение:

$$\Phi(x, w) = \prod_{i=1}^N w_i x_i;$$

- Евклидову метрику:

$$\Phi(x, w) = \|x - w\| = \sum_{i=1}^N (x_i - w_i)^2.$$

В зависимости от типа используемой дискриминантной функции нейроны делят на сумматоры, умножители и конкурирующие.

В качестве функции активации наиболее часто применяют [2]:

- пороговую: $\Psi(\alpha) = \begin{cases} 0, & \alpha \leq 0, \\ 1, & \alpha > 0; \end{cases}$

- линейную: $\Psi(\alpha) = \alpha$;

- сигмоидную: $\Psi(\alpha) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha}}$.

В зависимости от используемой функции активации нейроны делят на вещественные (аналоговые) и дискретные.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА МЕТОДОВ СИНТЕЗА И ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

На основе нейроподобных элементов строятся сложные структуры - искусственные НС, представляющие собой совокупность нейронов, связанных определенным образом между собой. Важнейшим свойством НС с точки зрения их инженерно-технических приложений является способность обучаться аппроксимации многомерных нелинейных зависимостей по точечным данным.

Известно довольно много способов построения и обучения НС разной топологии [1, 3-5]. Однако в настоящее время не существует универсального и одновременно эффективного метода построения нейросетевых моделей для решения прикладных задач распознавания образов.

Кроме того, большинство методов синтеза и обучения НС не обеспечивают одновременное удовлетворение таких критериев, как: логическая прозрачность сети, минимум избыточности сети, точность (ошибка) обучения по обучающей выборке, минимум времени и итераций обучения, адекватность топологии и структуре моделируемой задачи.

Логическая прозрачность определяет возможность восприятия построенной и обученной сети человеком как относительно простой и понятной схемы решения определенной задачи. На логическую прозрачность большое влияние оказывают такие критерии, как: количество связей между нейронами, максимальное используемое количество входов нейрона, контрастность весов сети (под контрастированием весов НС понимают процедуру обнуления близких к нулю весов либо округления весов, близких к целому числу, что приводит к удалению малозначимых и усилению более важных связей).

Минимум избыточности сети - критерий, требующий, чтобы нейросетевая модель содержала как можно меньше слоев нейронов, нейронов в слое и связей между нейронами, т.е. критерий, минимизирующий количество параметров нейросетевой модели - ее весовых коэффициентов.

Точность (ошибка) обучения сети по обучающей выборке определяет, насколько сильно расчетные значения на выходе сети отличаются от фактических значений номеров классов, сопоставленных экземплярам обучающей выборки.

Минимум времени и итераций обучения предполагает, что построение нейросетевой модели должно осуществляться как можно быстрее и, желательно, в неитеративном режиме, т.е. без подгонки весов.

Адекватность топологии и структуре решаемой задачи требует, чтобы топология и структура нейросетевой модели соответствовали бы топологии и структуре решаемой задачи.

Большинство известных методов построения нейросетевых моделей [1,4] не позволяют одновременно удовлетворить всем рассмотренным критериям.

Целью данной работы является создание методики синтеза и обучения НС, которая позволила бы в достаточно хорошей степени удовлетворить рассмотренным критериям.

Рассмотренные критерии, очевидно, взаимосвязаны

друг с другом:

- чем меньше тратится времени на обучение НС, тем меньше выполняется итераций;
- чем больше итераций тратится на подгонку весов для удовлетворения заданному критерию точности (минимуму ошибки обучения сети), тем больше достигаемая точность (меньше ошибка сети), и наоборот;
- чем более тесно структура НС будет отображать структуру моделируемой задачи, тем более высокими будут уровень адекватности и логической прозрачности сети, а также меньше будет избыточность сети, и наоборот.

Поэтому компромиссом между точностью, адекватностью топологии и структуре решаемой задачи, логической прозрачностью, а также затратами времени и итераций была бы НС, часть весов которой настраивалась бы в итеративном режиме, используя информацию о структуре и топологии решаемой задачи, а другая часть весов настраивалась бы в неитеративном режиме.

Обобщая вышеизложенное, заключим, что синтез НС должен предполагать:

- наличие в сети блоков, учитывающих топологию размещения экземпляров обучающей выборки в пространстве признаков, т.е. блоков кластеризации;
- наличие в сети блоков объединения кластеров в классы и селекции кластера, центр которого ближе к распознаваемому экземпляру;
- наличие в сети блока селекции класса, кластер которого ближе к распознаваемому экземпляру.

Рассмотрим нейросетевые реализации данных блоков.

3. БЛОК КЛАСТЕРИЗАЦИИ

При построении блока кластеризации возникает проблема определения минимально необходимого для построения нейросетевой модели количества кластеров.

В большинстве известных методов синтеза НС [1] это количество либо задается пользователем (что приводит к построению неточных или избыточных моделей из-за чрезмерно малого или большого заданного количества кластеров), либо количество кластеров задается как некоторая функция от количества экземпляров в обучающей выборке (в результате этого нейросетевые модели имеют избыточность и не соответствуют топологии предметной области).

Для выделения кластеров также могут быть использованы методы метрической классификации [6], которые можно разделить на три типа:

- методы с наращиванием числа кластеров: в начале определяют координаты центров для двух кластеров, относящихся к разным классам, после чего осуществляют классификацию для экземпляров обучающей выборки; если точность классификации недостаточна, то добавляют новые кластеры для ошибочно классифицированных экземпляров до тех пор, пока требуемая точность классификации не будет достигнута;
- методы с сокращением числа кластеров: количество кластеров задается равным количеству экземпляров в обучающей выборке, а координаты центров кластеров совпадают с координатами экземпляров, после чего на

основе определенных правил несколько близко расположенных кластеров, относящихся к одному и тому же классу, заменяют на один новый кластер; этот процесс повторяется до тех пор, пока число кластеров не уменьшится до двух, либо пока не ухудшится точность классификации;

- комбинированные методы, сочетающие элементы методов с наращиванием и сокращением числа кластеров.

В настоящей работе для автоматизации формирования кластеров предлагается использовать следующий комбинированный алгоритм.

Инициализация:

Шаг 1. Задать обучающую выборку экземпляров $x = \{x_i^s\}$, $i=1,2,\dots,N$, а также сопоставленные экземплярам обучающей выборки бинарные номера классов $\{y^s\}$, $s = 1, 2, \dots, S$; где x_i^s - значение i -го признака s -го экземпляра обучающей выборки, S - количество экземпляров в обучающей выборке, N - количество признаков, характеризующих экземпляры.

Шаг 2. Установить: $K^0 = 1$, $K^1 = 1$, где K^0 и K^1 - количество кластеров в классах 0 и 1, соответственно. Установить: $p = 1$, $q = 1$, где p и q - счетчики числа кластеров, принадлежащих к классам 0 и 1, соответственно.

Шаг 3. Установить новые кластеры для классов 0 и 1:

$$C_i^{0(p)} = \frac{1}{S^0} \sum_{s=1}^S x_i^s, y^s = 0,$$

$$C_i^{1(q)} = \frac{1}{S^1} \sum_{s=1}^S x_i^s, y^s = 1,$$

где $C_i^{0(p)}$ и $C_i^{1(q)}$ - i -ые координаты p -го и q -го кластеров классов 0 и 1, соответственно; S^0 и S^1 - количество экземпляров, принадлежащих к классам 0 и 1, соответственно.

Наращивание кластеров:

Шаг 4. Найти расстояния от каждого s -го экземпляра обучающей выборки x^s , $s=1,2,\dots,S$, до центров кластеров $R(x^s, C^{0(p)})$ и $R(x^s, C^{1(q)})$, $p = 1,2,\dots,K^0$; $q = 1,2,\dots,K^1$.

Расстояние между двумя точками в N -мерном пространстве определяется по формуле:

$$R(a, b) = \sum_{i=1}^N (a_i - b_i)^2,$$

где a_i и b_i - значения i -ых координат точек a и b , соответственно.

Шаг 5. Найти минимальные расстояния среди расстояний от экземпляра до центров кластеров классов 0

и 1: $\text{Min}_p R(x^s, C^{0(p)})$ и $\text{Min}_q R(x^s, C^{1(q)})$ для всех экземпляров обучающей выборки, $s=1,2,\dots,S$; $p = 1,2,\dots,K^0$; $q = 1,2,\dots,K^1$.

Шаг 6. Произвести классификацию для всех экземпляров обучающей выборки по правилу:

если $\text{Min}_p R(x^s, C^{0(p)}) \leq \text{Min}_q R(x^s, C^{1(q)})$, тогда

установить: $y^{s*} = 0$, в противном случае - установить: $y^{s*}=1$, где $s=1,2,\dots,S$; $p=1,2,\dots,K^0$; $q=1,2,\dots,K^1$, y^{s*} - расчетный номер класса для s-го экземпляра обучающей выборки.

Шаг 7. Найти число несовпадений y^s и y^{s*} (ошибку классификации):

$$\text{Err} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S |y^s - y^{s*}|.$$

Шаг 8. Если $\text{Err} < \varepsilon$, где ε - заданное максимально допустимое значение ошибки классификации, тогда перейти на шаг 13, в противном случае - перейти на шаг 9.

Шаг 9. Найти количество несовпадений y^s и y^{s*} (ошибку классификации) для каждого класса по отдельности:

$$\text{Err}^0 = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S |y^s - y^{s*}|, y^s = 0,$$

$$\text{Err}^1 = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S |y^s - y^{s*}|, y^s = 1.$$

Шаг 10. Если $\text{Err}^0 > 0$, тогда установить: $K^0=K^0+1$, $p=p+1$; добавить новый кластер:

$$C_i^{0(p)} = \frac{1}{\text{Err}^0} \sum_{s=1}^S x_i^s, y^s = 0, y^s \neq y^{s*}.$$

Шаг 11. Если $\text{Err}^1 > 0$, тогда установить: $K^1=K^1+1$, $q=q+1$; добавить новый кластер:

$$C_i^{1(q)} = \frac{1}{\text{Err}^1} \sum_{s=1}^S x_i^s, y^s = 1, y^s \neq y^{s*}.$$

Шаг 12. Перейти на шаг 4.

Удаление кластеров:

Шаг 13. Найти расстояния между центрами кластеров для класса 0:

$$R_0(p_1, p_2) = R(C^{0(p_1)}, C^{0(p_2)}),$$

$p_1, p_2 = 1,2,\dots,K^0$. Заметим, что в данном случае:

$$R^0(a, b) = R^0(b, a).$$

Заменить все $R^0(a, a) = 0$ на $R^0(a, a) = \text{RealMax}$, где RealMax - максимально представимое в ЭВМ положительное число.

Шаг 14. Найти $\text{Min} R^0(p_1, p_2)$, такое, что $p_1 > p_2$.

Шаг 15. Объединить кластеры $C^{0(p_1)}$ и $C^{0(p_2)}$:

$$C^{0(p_i)} = \frac{1}{2}(C_i^{0(p_1)} + C_i^{0(p_2)}), i = 1,2,\dots,N.$$

Удалить кластер $C^{0(p_2)}$, установить:

$$K^0 = K^0 - 1.$$

Шаг 16. Найти расстояния от каждого s-го экземпляра обучающей выборки x^s , $s=1,2,\dots,S$, до центров кластеров $R(x^s, C^{0(p)})$ и $R(x^s, C^{1(q)})$, $p = 1,2,\dots,K^0$; $q = 1,2,\dots,K^1$.

Шаг 17. Найти минимальные расстояния среди расстояний от экземпляра до центров кластеров классов 0 и 1: $\text{Min}_p R(x^s, C^{0(p)})$ и $\text{Min}_q R(x^s, C^{1(q)})$ для всех экземпляров обучающей выборки, $s=1,2,\dots,S$; $p=1,2,\dots,K^0$; $q = 1,2,\dots,K^1$.

Шаг 18. Произвести классификацию для всех экземпляров обучающей выборки по правилу:

если $\text{Min}_p R(x^s, C^{0(p)}) \leq \text{Min}_q R(x^s, C^{1(q)})$, тогда

установить: $y^{s*} = 0$, в противном случае - установить: $y^{s*}=1$, где $s=1,2,\dots,S$; $p=1,2,\dots,K^0$; $q=1,2,\dots,K^1$, y^{s*} - расчетный номер класса для s-го экземпляра обучающей выборки.

Шаг 19. Найти число несовпадений y^s и y^{s*} (ошибку классификации):

$$\text{Err}^* = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S |y^s - y^{s*}|.$$

Шаг 20. Если $\text{Err}^* > \text{Err}$, тогда отменить объединение и удаление кластеров и восстановить прежние значения центров кластеров $C^{0(p_1)}$ и $C^{0(p_2)}$, установить: $K^0=K^0+1$ и перейти на шаг 21; в противном случае - перейти на шаг 13.

Шаг 21. Найти расстояния между центрами кластеров для класса 1:

$$R^1(q_1, q_2) = R(C^{1(q_1)}, C^{1(q_2)}), q_1, q_2 = 1,2,\dots,K^1.$$

Заметим, что в данном случае:

$$R^1(a, b) = R^1(b, a).$$

Заменить все $R^0(a, a) = 0$ на $R^1(a, a) = \text{RealMax}$, где RealMax - максимально представимое в ЭВМ положительное число.

Шаг 22. Найти $\text{Min } R^1(q_1, q_2)$, такое, что $q_1 > q_2$.

Шаг 23. Объединить кластеры $C^1(q_1)$ и $C^1(q_2)$:

$$C^1(q_1) = \frac{1}{2}(C_i^1(q_1) + C_i^1(q_2)), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Удалить кластер $C^1(q_2)$, установить:

$$K^1 = K^1 - 1.$$

Шаг 24. Найти расстояния от каждого s -го экземпляра обучающей выборки $x^s, s=1, 2, \dots, S$, до центров кластеров $R(x^s, C^0(p))$ и $R(x^s, C^1(q)), p = 1, 2, \dots, K^0; q = 1, 2, \dots, K^1$.

Шаг 25. Найти минимальные расстояния среди расстояний от экземпляра до центров кластеров классов 0 и 1: $\text{Min}_p R(x^s, C^0(p))$ и $\text{Min}_q R(x^s, C^1(q))$ для всех экземпляров обучающей выборки, $s=1, 2, \dots, S; p=1, 2, \dots, K^0; q = 1, 2, \dots, K^1$.

Шаг 26. Произвести классификацию для всех экземпляров обучающей выборки по правилу:

$$\text{если } \text{Min}_p R(x^s, C^0(p)) \leq \text{Min}_q R(x^s, C^1(q)), \text{ тогда}$$

установить: $y^{s*} = 0$, в противном случае - установить: $y^{s*} = 1$, где $s=1, 2, \dots, S; p=1, 2, \dots, K^0; q=1, 2, \dots, K^1, y^{s*}$ - расчетный номер класса для s -го экземпляра обучающей выборки.

Шаг 27. Найти число несовпадений y^s и y^{s*} (ошибку классификации):

$$E_{\Gamma}^* = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S |y^s - y^{s*}|.$$

Шаг 28. Если $E_{\Gamma}^* > E_{\Gamma g}$, тогда отменить объединение и удаление кластеров и восстановить прежние значения центров кластеров $C^1(q_1)$ и $C^1(q_2)$, установить: $K^1 = K^1 + 1$ и перейти на шаг 29; в противном случае - перейти на шаг 21.

Шаг 29. Останов.

Данный алгоритм можно дополнить критерием останова для шагов 4-12: если $(K^0 + K^1) > (S^0 + S^1)$, тогда перейти на шаг 13.

После формирования кластеров можно реализовать нейросетевые блоки вычисления расстояния от распознаваемого экземпляра до кластеров на основе нейронов, дискриминантная функция и функция активации которых задаются формулами, соответственно:

$$\varphi(x, w) = \sum_{i=1}^N (x_i - w_i)^2 \text{ и } \psi(\alpha) = \alpha.$$

Весовые коэффициенты k -го нейрона соответствуют координатам центра k -го кластера: $w_i = C_i, i=1, 2, \dots, N$.

4. БЛОК СЕЛЕКЦИИ КЛАСТЕРА

Блок объединения кластеров в класс представляет собой блок селекции кластера, к которому относится распознаваемый экземпляр, и выдает на выходе расстояние от распознаваемого экземпляра до центра этого кластера.

Пусть некоторый класс состоит из K кластеров $x_i, i=1, 2, \dots, K$, тогда блок селекции кластера может быть реализован как иерархическая структура выбора вида:

$$\text{Min}(x_j) = \text{Min}(\dots \text{Min}(x_j, x_{j+1}) \dots).$$

Схема структуры выбора кластера представлена на рис.1.

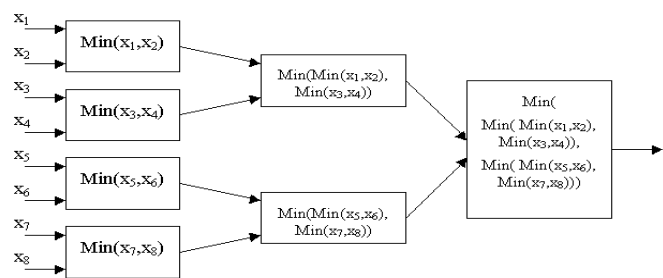


Рисунок 1 - Схема структуры выбора кластера

Для нейросетевой реализации данной структуры выбора создадим блок выбора минимума из двух значений. Этот блок имеет два входа x_1 и x_2 , на которые подаются сравниваемые значения, и выход y .

Блок работает в соответствии со схемой, изображенной на рис. 2.

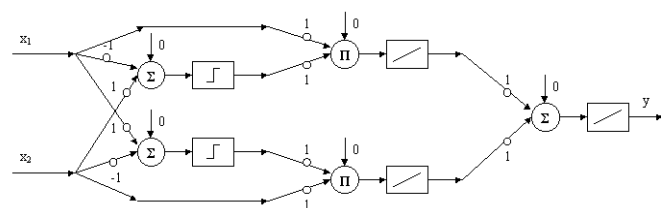


Рисунок 2 - Схема нейросетевой реализации блока выбора минимума из двух значений

Дискриминантные функции нейронов нейросетевого блока выбора минимума из двух значений задаются формулами:

$$\varphi(1, k)(x^{(1, k)}, w^{(1, k)}) = \sum_{i=1}^L w_i^{(1, k)} x_i^{(1, k)} + w_0^{(1, k)};$$

$$\varphi(2, k)(x^{(2, k)}, w^{(2, k)}) = \prod_{i=1}^L w_i^{(2, k)} x_i^{(2, k)};$$

$$\varphi^{(3,k)}(x^{(3,k)}, w^{(3,k)}) = \sum_{i=1}^2 w_i^{(3,k)} x_i^{(3,k)} + w_0^{(3,k)}.$$

Функции активации нейронов задаются формулами:

$$\psi^{(1,k)}(\alpha) = \begin{cases} 0, & \alpha \leq 0, \\ 1, & \alpha > 0; \end{cases}$$

$$\psi^{(2,k)}(\alpha) = \alpha;$$

$$\psi^{(3,1)}(\alpha) = \alpha.$$

Весовые коэффициенты нейронов блока вычисляются по формуле:

$$w_j^{(\mu,j)} = \begin{cases} 0, & \forall \mu, \forall i, j = 0; \\ 1, & \mu = 3, \forall i, \forall j; \\ 1, & \mu = 2, \forall i, \forall j; \\ 1, & \mu = 1, i = 2, j = 1; \\ -1, & \mu = 1, i = 2, j = 2; \\ 1, & \mu = 1, i = 1, j = 2; \\ -1, & \mu = 1, i = 1, j = 1; \end{cases}$$

где $w_j^{(\mu,j)}$ - весовой коэффициент j -го входа i -го нейрона μ -го слоя нейросетевого блока выбора минимума из двух элементов.

Для нахождения $\text{Min}_{i=1,2,\dots,K}(x_i)$ в соответствии с предложенной схемой (рис. 1) для класса, содержащего K кластеров, потребуется $K-1$ блоков выбора минимума из двух значений.

Как видно из рис. 1 и рис. 2, блок выбора кластера и его компоненты - блоки выбора минимума из двух значений - синтезируются и обучаются в неитеративном режиме, обладают логической прозрачностью, веса нейронов - контрастные, избыточные связи отсутствуют.

5. БЛОК СЕЛЕКЦИИ КЛАССА

Блок селекции (выбора) класса должен выдавать на выход сети бинарный номер одного из двух классов для распознаваемого экземпляра в зависимости от того, к какому классу (к одному из кластеров какого класса) данный экземпляр ближе в смысле используемой меры.

Данный блок может быть реализован на основе одного нейрона, имеющего два входа: x_1 и x_2 , на которые поступают сравниваемые минимальные расстояния до кластеров классов 0 и 1, соответственно, и один выход y . Нейрон, реализующий данный блок, функционирует в

соответствии с формулами:

$$y = \Psi \left(\sum_{i=1}^2 w_i x_i + w_0 \right),$$

где $\Psi(\alpha) = \begin{cases} 0, & \alpha \leq 0, \\ 1, & \alpha > 0; \end{cases}$

$$w_i = \begin{cases} 0, & i = 0; \\ 1, & i = 1; \\ -1, & i = 2; \end{cases}$$

Структура блока выбора класса изображена на рис. 3.

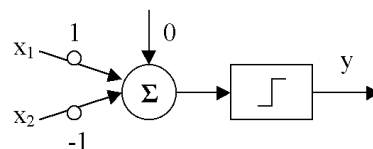


Рисунок 3 - Структура блока селекции класса

Как видно из рис. 3, веса данного блока настраиваются в неитеративном режиме, блок имеет минимальную избыточность весов и связей, максимальную логическую прозрачность и контрастность весов.

6. МНОГОСЛОЙНАЯ ЛОГИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ ПРЯМОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ С КОНТРАСТНЫМИ ВЕСАМИ

На основе разработанных блоков можно построить и обучить многослойную логически прозрачную НС прямого распространения с контрастными весами.

Схема НС представлена на рис. 4.

Здесь веса нейронов первого слоя настраиваются в итеративном режиме в процессе синтеза сети. Веса нейронов всех остальных слоев настраиваются в неитеративном режиме.

Первый слой нейронов реализует блоки кластеризации, последний слой - блок селекции класса, а внутренние слои - блок селекции кластера.

Если сформировано K^0 кластеров класса 0 и K^1 кластеров класса 1, тогда функционирование НС, синтезированной и обученной на основе предлагаемого метода, будет описываться следующими формулами.

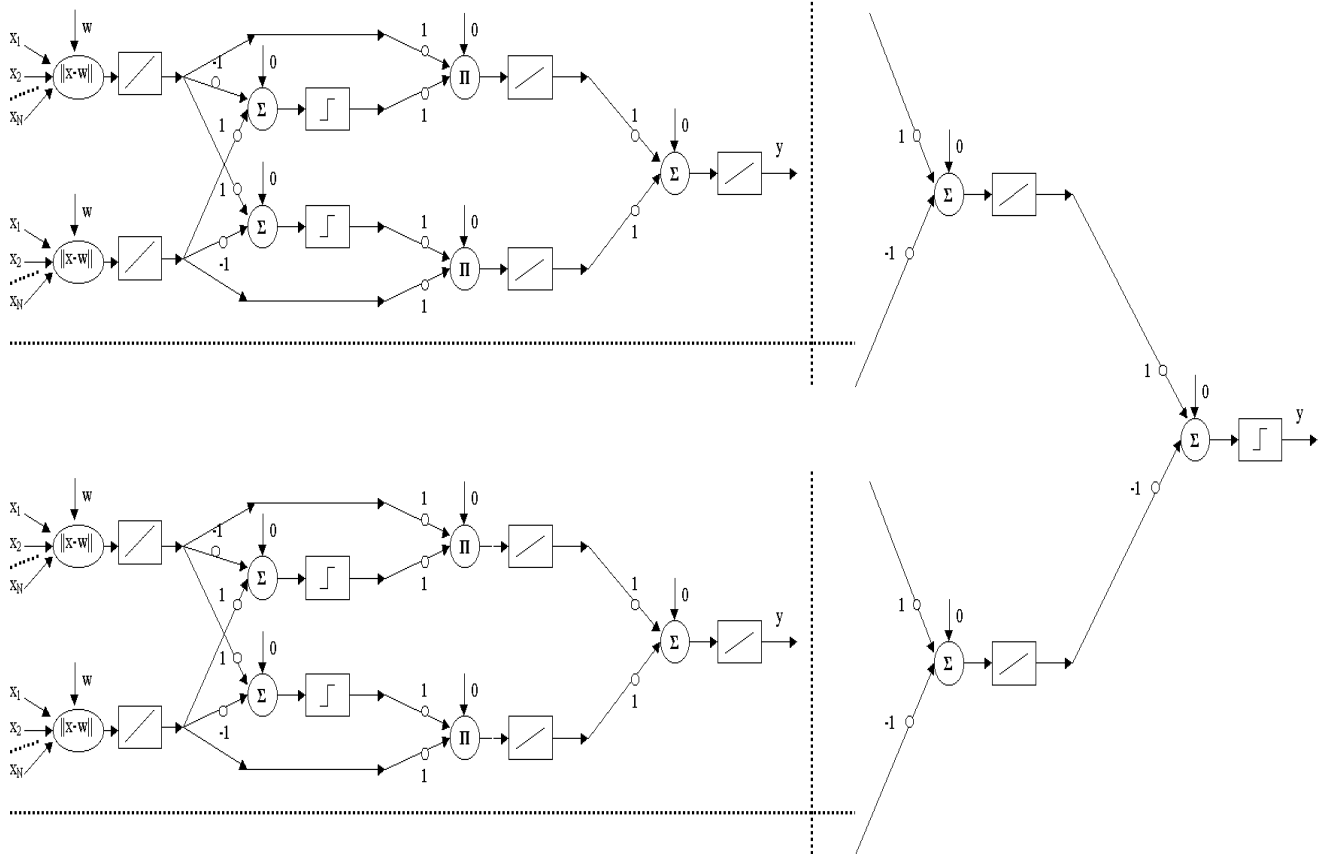


Рисунок 4 - Схема структуры синтезированной многослойной НС

Дискриминантные функции нейронов первого слоя:

$$\varphi(x, w) = \|x - w\| = \sum_{i=1}^N (x_i - w_i)^2.$$

$$\psi(\alpha) = \begin{cases} 0, & \alpha \leq 0, \\ 1, & \alpha > 0; \end{cases}$$

$\mu = 1, 4, 7, 10, \dots, M+1, M+2:$

Дискриминантные функции нейронов μ -го слоя:

$$\psi(\alpha) = \alpha;$$

$\mu = 3, 6, 9, \dots, M:$

$$\varphi(x, w) = \prod_{i=1}^N w_i x_i,$$

где $M = \text{Max}(3(K^0-1), 3(K^1-1))$.

Дискриминантные функции всех остальных нейронов:

$$\varphi(x, w) = \sum_{i=1}^N w_i x_i + w_0.$$

Функции активации нейронов μ -го слоя:

$\mu = 2, 3, 5, 6, 8, 9, \dots, M-1, M:$

Весовой коэффициент j -го входа i -го нейрона μ -го слоя сети будет рассчитываться по формуле:

$$w_j^{(\mu, i)} = \begin{cases} 0, & \forall \mu, \forall i, j = 0; \\ C_j^{0(i)}, & \mu = 1, i = 1, 2, \dots, K^0 + K^1, j = 0; \\ C_j^{1(i)}, & \mu = 1, q = 1 - K^0, i = K^0 + 1, \dots, K^0 + K^1, j = 0; \\ 1, & \mu = 2 + M, i = 1, j = 1; \\ -1, & \mu = 2 + M, i = 1, j = 2; \\ 1, & \mu = 4, 7, 10, \dots, 1 + M, \forall i, j > 0; \\ 1, & \mu = 3, 6, 9, \dots, M, \forall i, j > 0; \\ 1, & \mu = 2, 5, 8, \dots, M-1, \forall i: i \bmod 2 = 0, j = 1; \\ -1, & \mu = 2, 5, 8, \dots, M-1, \forall i: i \bmod 2 = 0, j = 1; \\ 1, & \mu = 2, 5, 8, \dots, M-1, \forall i: i \bmod 2 \neq 0, j = 2; \\ -1, & \mu = 2, 5, 8, \dots, M-1, \forall i: i \bmod 2 \neq 0, j = 1; \end{cases}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Достоинством предложенной методики синтеза НС является то, что такие параметры сети, как количество слоев нейронов в сети, количество нейронов в слое, количество и топология связей между нейронами в сети формируются автоматически, что делает процесс построения нейросетевой модели не зависящим от пользователя и свидетельствует об определенном уровне универсальности предлагаемой методики.

НС, получаемые в результате синтеза и обучения на основе разработанной методики, являются логически прозрачными, легко преобразуются в дерево решающих правил "Если - то", что позволяет использовать их для извлечения знаний из данных.

Благодаря тому, что вычислительная схема работы сети, обученной по разработанному методу, является очень простой, нейроны всех слоев НС, кроме первого, имеют только два входа, один из операндов при умножении в большинстве случаев равен 1 или -1, а функции активации нейронов - линейные либо пороговые, НС, синтезированная и обученная на основе рассмотренного метода, может быть реализована аппаратно либо использоваться на ЭВМ с параллельной архитектурой.

Точность классификации и скорость обучения НС, сформированных на основе рассмотренной методики, являются достаточно высокими для большинства прикладных задач диагностики и распознавания образов. При этом следует отметить, что ускорить обучение и работу НС, а также повысить точность их работы и уровень адекватности

моделируемой задаче можно путем предварительного сокращения количества входных переменных сети, что может быть достигнуто путем использования методов оценки информативности и отбора признаков [7].

В целом разработанная методика синтеза и обучения НС является эффективным средством решения практических задач диагностики и распознавания образов и может быть рекомендована для широкого использования в автоматизированных системах распознавания, диагностики и прогнозирования.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Neural Network Toolbox User Guide / Beale M., Demuth H. - Natick: Mathworks, 1997. - 700 p.
2. Dubrovin V., Subbotin S. Choice of neuron transfer functions and research of their influence for learning quality of neural networks // Proceedings of International Conference on Modern Problem of Telecommunications, Computer Science and Engineers Training TCSET'2000, February 14-19, 2000, Lviv-Slavsko, pp. 114-115.
3. Dubrovin V., Subbotin S. The Quick Method of Neural Network Training // Proceedings of International Conference on Modern Problems of Telecommunications, Computer Science and Engineers Training TCSET'2002. - Lviv-Slavsko: NU"Lvivska Politechnica", pp. 266-267.
4. Аведьян Э.Д. Алгоритмы настройки многослойных нейронных сетей // Автоматика и телемеханика. - 1995. - № 4. - С. 106-118
5. Дубровин В.И., Субботин С.А. Алгоритм многомерной классификации и его нейросетевая интерпретация//Радіоелектроніка.Інформатика.Управління, 2000, № 2, С. 49 -54.
6. Фор А. Восприятие и распознавание образов. - М.: Машиностроение, 1989. - 271 с.
7. Дубровин В.И., Субботин С.А. Оценка значимости признаков на основе многослойных нейронных сетей в задачах диагностики и распознавания // Информатика и системы управления, 2002, № 1.- С.66-72.

УДК 662.741.3.022

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ГИБРИДНОЙ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ УГЛЕБОГАЩЕНИЯ

Д.А.Зубов

Рассматривается синтез гибридной экспертной системы управления технологическими процессами углеобогащения на базе DDE-технологии взаимодействия ее элементов и автоматического управления структурно и параметрически нестационарным, нелинейным, двухканальным объектом с большим запаздыванием путем полного перебора возможных входных воздействий при прогнозировании его состояния.

Розглядається синтез гібридної експертної системи керування технологічними процесами вуглебагачення на базі DDE-технології взаємодії її елементів й автоматичного управління структурно та параметрично нестационарним, нелінійним, двохканальним об'єктом з великим затриманням шляхом повного перебору можливих входних впливів при прогнозуванні його стану.

The coal-cleaning technological processes hybrid expert control system synthesis with the DDE-technology and the original sequential search prognosis control algorithm of the nonstationary, nonlinear, two-channel object with big delay are shown.

Производственная структура углеобогащительной фабрики (УОФ) адекватно отображается иерархической системой, на трех основных уровнях которой осуществляется управление локальными режимными параметрами (расход и плотность пульпы, уровень породной постели отсадочной машины, др.), показателями качества (влажность, зольность, др.), комплексом технологических процессов (ТП) (отсадка, флотация, тяжелые среды) по общему критерию [1]. Каждый уровень имеет модульную структуру, которую предлагается представлять на базе гибридных экспертных систем (ГЭС), использующих технологию SCADA управления аппаратной частью и экспертную систему (ЭС) поддержки решений операторов ТП [2,3].

Структура отдельного модуля АСУ ТП УОФ на базе ГЭС представлена на рис.1. В ГЭС отдельными

приложениями выделяются ЭС поддержки решений оператора ТП (реализуется в среде языка программирования среднего уровня, например, Delphi) и SCADA (на основе стандартных программ, например, AdAstra Trace Mode, Iconics Genesis, WonderWare InTouch, др.), реализация которых соответствующим программным обеспечением (ПО) используется для синтеза дружественного пользовательского интерфейса (в вышеприведенных SCADA-системах не представляется возможным синтез многоуровневого опционального меню). ЭС и SCADA обмениваются данными на базе протокола DDE (Dynamic Data Exchange), который поддерживается большинством SCADA-систем. Пользовательский интерфейс ЭС строится на базе теоретико-множественной концепции для автоматического формирования дерева решений на базе признаков производственных ситуаций, а SCADA - при помощи мнемосхем для эргономичного графического представления функционирования ТП [3,4]. SCADA управляет аппаратной частью (контроллеры, датчики, исполнительные механизмы) на основе наборов драйверов, специальной документации доступа к ядру системы или спецификации OPC (Object linking and embedding for Process Control) доступа к текущим данным устройств на базе единого универсального протокола [3]. Человек-оператор формирует на базе рекомендаций ЭС управленческие решения с высшим приоритетом, что позволяет ему контролировать все информационные и материальные потоки АСУ.

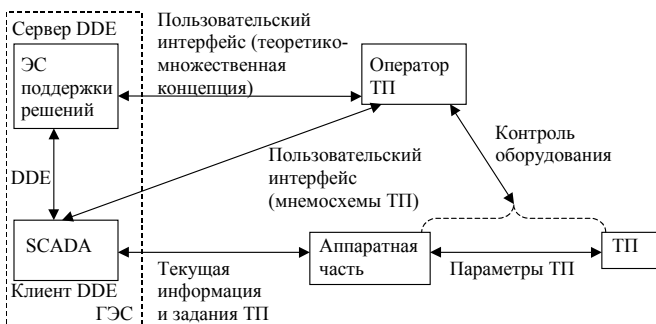


Рисунок 1 - Структура модуля АСУ ТП УОФ на базе ГЭС

Основные ТП УОФ с достаточной для практики точностью аппроксимируются динамическими моделями в виде аperiодических звеньев второго порядка с чистым запаздыванием, статическими - квадратичными полиномами [1,5]. При этом рассматриваемые ОУ характеризуются пересекающимися каналами управления, имеющими различные значения чистого запаздывания, нестационарные параметры, неизвестные вероятностные характеристики возмущающих воздействий. Однако практика управления такими процессами показывает, что существенное влияние на выходную координату оказывают два входных воздействия (остальные переменные рассматриваются как возмущения): удельный расход реагентов пенообразователя и собирателя

(флотация), высота постели в отсадочной машине и степень ее разрыхленности (отсадка), плотность и вязкость магнетитовой суспензии (тяжелые среды). Поэтому на основе анализа [1,5] двухканальная дискретная модель приведенной непрерывной части ОУ с экстраполятором нулевого порядка представляется в виде:

$$\begin{aligned}
 y_{1,k} &= b_{1,1,k}u_{1,k-d_{1,k}-1} + b_{1,2,k}u_{1,k-d_{1,k}-2} - \\
 &- a_{1,1,k}y_{1,k-1} - a_{1,2,k}y_{1,k-2} + h_{1,o,k}; \\
 y_{2,k} &= b_{2,1,k}u_{2,k-d_{2,k}-1} + b_{2,2,k}u_{2,k-d_{2,k}-2} - \\
 &- a_{2,1,k}y_{2,k-1} - a_{2,2,k}y_{2,k-2} + h_{2,o,k}; \\
 y_k &= c_{0,k} + c_{1,k}y_{1,k} + c_{2,k}y_{2,k} + c_{3,k}y_{1,k}^2 + c_{4,k}y_{2,k}^2 + \\
 &+ c_{5,k}y_{1,k}y_{2,k} + h_{H,k},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где $k \in Z$ - номер текущего такта управления (Z - множество целых чисел);

$y_{1,k}, y_{2,k}, u_{1,k}, u_{2,k} \in R$ - выходная координата и управляющее воздействие соответственно по первому и второму каналам управления в дискретный момент времени k (R - множество вещественных чисел);

$h_{1,o,k}, h_{2,o,k} \in R$ - случайный нормальнораспределенный шум объекта соответственно по первому и второму каналам управления с нулевым математическим ожиданием и ограниченными среднеквадратическими отклонениями $\sigma_{1,o,k}, \sigma_{2,o,k} \in R$ в дискретный момент времени k ;

$h_{H,k} \in R$ - случайный нормальнораспределенный шум наблюдения с нулевым математическим ожиданием и ограниченным среднеквадратическим отклонением $\sigma_{H,k} \in R$ в дискретный момент времени k ;

$d_{1,k}, d_{2,k} \in Z$ - нестационарные дискретные запаздывания соответственно по первому и второму каналам управления в дискретный момент времени k , $d_{1,k}, d_{2,k} > 0$;

$a_{1,1,k}, a_{1,2,k}, b_{1,1,k}, b_{1,2,k}, a_{2,1,k}, a_{2,2,k}, b_{2,1,k}, b_{2,2,k} \in R$ - коэффициенты дискретных передаточных функций линейной части ОУ соответственно по первому и второму каналам управления в дискретный момент времени k , вычисляемые на основе коэффициентов усиления, постоянных времени, периода квантования;

$c_{0,k}, c_{1,k}, c_{2,k}, c_{3,k}, c_{4,k}, c_{5,k} \in R$ - коэффициенты квадратичного полинома, аппроксимирующего нелинейную часть ОУ.

Начальные условия:

$$y_0 = y_0^0; y_{-1} = y_{-1}^0; u_{1;s} = u_{1;s}^0; u_{2;s} = u_{2;s}^0;$$

где $y_0^0; y_{-1}^0; u_{1;s}^0; u_{2;s}^0 \in R$ - положительные константы, $s = (-d_{\max}-1), \dots, (-1)$, $s \in Z$;

$d_{\max} \in Z$ - максимальное запаздывание.

Ограничения на выходную координату, управляющие и возмущающие воздействия, запаздывания ОУ (1):

$$y_{\min} \leq y_k \leq y_{\max}; \quad (2) \quad y_k^{(1)} = y_{k-1}^{(1)} + k_a(y_k - y_{k-1}^{(1)}), \quad (10)$$

$$u_{1,k} - u_{1,k-1} = v_1 \cdot u_{1,\min}^*; \quad (3) \quad \text{где } y_k^{(1)} - \text{ аппроксимируемое значение выходной координаты;}$$

$$u_{2,k} - u_{2,k-1} = v_2 \cdot u_{2,\min}^*; \quad (4) \quad k_a \in R - \text{ в общем случае переменный во времени коэффициент (при исследовании имел постоянное значение), удовлетворяющий условиям теоремы Дворецкого.}$$

$$u_{1,\min} \leq u_{1,k} \leq u_{1,\max}; \quad (5) \quad \text{3. В каждый дискретный момент времени вычисление элемента трехмерного массива } y^{(2)} \text{ по формуле (при запуске программы все элементы обнуляются)}$$

$$u_{2,\min} \leq u_{2,k} \leq u_{2,\max}; \quad (6)$$

$$k_\sigma(\sigma_{H,k} + \sigma_{1,o,k} + \sigma_{2,o,k}) < \sigma_{\max}; \quad (7)$$

$$d_{\min} \leq d_{1,k} \leq d_{\max}; \quad (8) \quad y^{(2)} \left[\text{Trunc} \left(\frac{N_e^*(y_k^{(1)} - y_{\min} - \sigma_{\max})}{y_{\max} - y_{\min} - 2\sigma_{\max}} \right); \right.$$

$$d_{\min} \leq d_{2,k} \leq d_{\max}; \quad (9) \quad \left. \text{Trunc} \left(\frac{N_e^*(y_{k-1}^{(1)} - y_{\min} - \sigma_{\max})}{y_{\max} - y_{\min} - 2\sigma_{\max}} \right); \right.$$

$$\left. \text{Trunc} \left(\frac{N_e^*(y_{k-2}^{(1)} - y_{\min} - \sigma_{\max})}{y_{\max} - y_{\min} - 2\sigma_{\max}} \right) \right] = k, \quad (11)$$

где $u_{1,\min}^*, u_{2,\min}^* \in R$ - минимальные дискретные шаги изменения управляющего воздействия соответственно по первому и второму каналу;

$v_1, v_2 \in Z$ - множители дискретных шагов изменения управляющего воздействия соответственно по первому и второму каналу;

$d_{\min} \in Z, y_{\min}, u_{1,\min}, u_{2,\min} \in R$ - неотрицательные константы;

$y_{\max}, u_{1,\max}, u_{2,\max}, \sigma_{\max} \in R$ - положительные константы;

$k_\sigma \in R$ - эмпирический коэффициент, отражающий влияние $\sigma_{1,o,k}, \sigma_{2,o,k}, \sigma_{H,k}$ на максимальное средне-квадратическое отклонение выходной координаты σ_{\max} .

Для управления ОУ (1) при ограничениях (5)-(9) предлагается использовать универсальный алгоритм полного перебора возможных входных воздействий при наличии обусловленной физическими характеристиками исполнительных механизмов дискретности (3)-(4) и свойства самовыравнивания (2). В качестве примера рассматривается регулирование производительности по породе отсадочной машины путем изменения высоты породной постели и степени ее разрыхленности, что позволяет строить формальные критерии эффективности функционирования породного отделения, осуществлять контроль заполнения породного элеватора, управлять качеством концентрата (выпуск породы в больших количествах улучшает качество обогащенного угля, но может привести к перегрузке контрольной отсадочной машины, а в малых - к повышению зольности концентрата и недогрузу контрольной машины).

Для фильтрации зашумленной выходной координаты, повышения информативности и обработки аварийных ситуаций используется эвристическая пятиуровневая модель представления данных:

1. В каждый дискретный момент времени непосредственно снимаемая с датчиков информация о выходной координате - y_k .

2. В каждый дискретный момент времени фильтрация y_k методом стохастической аппроксимации:

где N_e^* - количество интервалов длиной $(y_{\max} - y_{\min} - 2\sigma_{\max})/N_e^*$ в возможном диапазоне $(y_{\max} + \sigma_{\max}; y_{\min} - \sigma_{\max})$ изменения выходной координаты; $\text{Trunc}(Ч)$ - выделение целой части вещественного аргумента.

Причем с учетом ограничения (2) и максимального среднеквадратического отклонения шумов объекта и наблюдения σ_{\max} (7) элементы трехмерного массива $y^{(2)}$ формируются данными, удовлетворяющими условию:

$$(y_{\min} + \sigma_{\max}) < y_k^{(1)} < (y_{\max} - \sigma_{\max}). \quad (12)$$

4. При окончании цикла длиной N_e формирование новой обучающей выборки данных $y_m^{(3)}$ длиной N_e из ненулевых элементов трехмерного массива $y^{(2)}$ (N_e соответственно равно количеству ненулевых элементов трехмерного массива $y^{(2)}$; $m=1, \dots, N_e$).

5. Для отработки ситуации "зависания" выходной координаты (при исследованиях - среднеквадратическое отклонение на интервале длиной N_e меньше $0,01y_3$, где $y_3 \in R$ - задание выходной координаты) вне допустимого диапазона (при исследованиях - $y_3 \pm 0,05y_3$) из-за "плохой" обусловленности обучающей выборки данных в $y_m^{(3)}$ копируются данные из массива $y^{(4)}$, который формируется на базе обработанной "хорошо" обусловленной информации (при исследованиях в $y^{(4)}$ заносились данные из начальной обучающей выборки) [6].

Аппроксимирующая модель ОУ (1) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 y_k^{(1)} = & c_{0,k}^* + c_{1,k}^* y_{k-1}^{(1)} + c_{2,k}^* y_{k-2}^{(1)} + \\
 & + c_{3,k}^* u_{1,k-1-d_k^*} + c_{4,k}^* u_{2,k-1-d_k^*} + \\
 & + c_{5,k}^* u_{1,k-2-d_k^*} + c_{6,k}^* u_{2,k-2-d_k^*} + \\
 & + c_{7,k}^* (u_{1,k-1-d_k^*})^2 + c_{8,k}^* (u_{2,k-1-d_k^*})^2 + \\
 & + c_{9,k}^* (u_{1,k-2-d_k^*})^2 + c_{10,k}^* (u_{2,k-2-d_k^*})^2 + \\
 & + c_{11,k}^* u_{1,k-1-d_k^*} u_{2,k-1-d_k^*} + \\
 & + c_{12,k}^* u_{1,k-1-d_k^*} u_{2,k-2-d_k^*} + \\
 & + c_{13,k}^* u_{1,k-2-d_k^*} u_{2,k-1-d_k^*} + \\
 & + c_{13,k}^* u_{1,k-2-d_k^*} u_{2,k-2-d_k^*}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

где $c_{0,k}^* - c_{14,k}^* \in R$, $d_k^* \in Z$ - константы, аппроксимированные методом наименьших квадратов на обучающей выборке данных длиной N_e для дискретного момента времени k .

Переборный алгоритм управления двухканальным нелинейным объектом (1) с нестационарными параметрами и большим запаздыванием имеет вид:

1. Инициализация констант $y_0^0, y_{-1}^0, u_{1,s}^0, u_{2,s}^0, d_{\min}, d_{\max}, y_{\min}, y_{\max}, u_{1,\min}, u_{2,\min}, u_{1,\max}, u_{2,\max}, u_{1,\max}^*, u_{2,\max}^*, \sigma_{\max}, k_a, f, q, r_1, r_2, g, y_3, N_e^*, T_o$ ($T_o \in R$ - период квантования по времени, с).

2. Подача равномерно распределенных на интервалах $(u_{1,\min}, u_{1,\max})$ и $(u_{2,\min}, u_{2,\max})$ случайных управляющих воздействий на два соответствующих входа ОУ (при исследовании проводилось в течение $4000T_o$) для формирования начальной обучающей выборки.

3. Формирование обучающей выборки на основе пробных управляющих воздействий (п.2).

4. Расчет коэффициентов $c_{0,0}^* - c_{14,0}^*, d_0^*$ аппроксимирующей модели (13) на обучающей выборке.

5. Текущий дискретный момент времени $k=1$. Сервисной переменной k_{N_e} (счетчик цикла построения обучающей выборки) присвоить 1.

6. Присвоение значений $c_{0,k-1}^* - c_{14,k-1}^*, d_{k-1}^*$ соответствующим константам $c_{0,k}^* - c_{14,k}^*, d_k^*$.

7. Определение значения выходной координаты y_k по формуле (1).

8. Обновление массивов $y_k^{(1)}, y_k^{(2)}$ на основе y_k .

9. Экстраполирование аппроксимированного значения выходной координаты ($j=1, \dots, d_k^*$):

$$\begin{aligned}
 y_{k+j}^{(1)} = & c_{0,k}^* + c_{1,k}^* y_{k-1+j}^{(1)} + c_{2,k}^* y_{k-2+j}^{(1)} + \\
 & + c_{3,k}^* u_{1,k-1-d_k^*+j} + c_{4,k}^* u_{2,k-1-d_k^*+j} + \\
 & + c_{5,k}^* u_{1,k-2-d_k^*+j} + c_{6,k}^* u_{2,k-2-d_k^*+j} + \\
 & + c_{7,k}^* (u_{1,k-1-d_k^*+j})^2 + c_{8,k}^* (u_{2,k-1-d_k^*+j})^2 + \\
 & + c_{9,k}^* (u_{1,k-2-d_k^*+j})^2 + c_{10,k}^* (u_{2,k-2-d_k^*+j})^2 + \\
 & + c_{11,k}^* u_{1,k-1-d_k^*+j} u_{2,k-1-d_k^*+j} + \\
 & + c_{12,k}^* u_{1,k-1-d_k^*+j} u_{2,k-2-d_k^*+j} + \\
 & + c_{13,k}^* u_{1,k-2-d_k^*+j} u_{2,k-1-d_k^*+j} + \\
 & + c_{13,k}^* u_{1,k-2-d_k^*+j} u_{2,k-2-d_k^*+j}.
 \end{aligned}$$

10. Вычисление оптимального управления $(u_{1,k}; u_{2,k})$ (с соответствующим экстраполированием выходных координат):

$$\begin{aligned}
 (u_{1,k}; u_{2,k}) = & \arg_{u_{1,k}, u_{2,k}} \min_{\substack{u_1, \min \leq u_{1,i-d_k^*} \leq u_{2,\max} \\ u_2, \min \leq u_{2,i-d_k^*} \leq u_{2,\max}}} \left(f(y_3 - \right. \\
 & \left. k + d_k^* + \gamma - 1 \right. \\
 & \left. - y_{k+d_k^*+\gamma}^{(1)} \right)^2 + \sum_{i=k+d_k^*} [q(y_3 - y_{i+1}^{(1)})^2 + \\
 & \left. + r_1 u_{1,i-d_k^*}^2 + r_2 u_{2,i-d_k^*}^2 \right],
 \end{aligned}$$

где $f, q, r_1, r_2 \in R$ - неотрицательные весовые коэффициенты; $i \in Z$ - сервисная переменная, $i = (k + d_k^*), \dots, (k + d_k^* + \gamma - 1)$;

$\gamma \in Z$ - длина скользящего интервала оптимизации.

11. Если $k_{N_e} = N_e$, то k_{N_e} присвоить 1, сформировать новую выборку $y_m^{(3)}$ (при этом анализируется ситуация "зависания" выходной координаты и при необходимости $y^{(4)}$ копируется в $y_m^{(3)}$) и аппроксимировать запаздывание d_k^* по формуле:

$$d_k^* = \arg \left(\min_{d_{\min} \leq d_k^* \leq d_{\max}} \left(\sum_{m=1}^{N_e} \left| y_m^{(3)} - c_{0,k}^* - c_{1,k}^* y_m^{(1)} - c_{2,k}^* y_m^{(2)} - c_{3,k}^* u_{1,y_m^{(3)}-1} - d_k^* - c_{4,k}^* u_{2,y_m^{(3)}-1} - d_k^* - c_{5,k}^* u_{1,y_m^{(3)}-2} - d_k^* - c_{6,k}^* u_{2,y_m^{(3)}-2} - d_k^* - c_{7,k}^* (u_{1,y_m^{(3)}-1} - d_k^*)^2 - c_{8,k}^* (u_{2,y_m^{(3)}-1} - d_k^*)^2 - c_{9,k}^* (u_{1,y_m^{(3)}-2} - d_k^*)^2 - c_{10,k}^* (u_{2,y_m^{(3)}-2} - d_k^*)^2 - c_{11,k}^* u_{1,y_m^{(3)}-1} - d_k^* \times u_{2,y_m^{(3)}-1} - d_k^* - c_{12,k}^* u_{1,y_m^{(3)}-1} - d_k^* u_{2,y_m^{(3)}-2} - d_k^* - c_{13,k}^* u_{1,y_m^{(3)}-2} - d_k^* u_{2,y_m^{(3)}-1} - d_k^* - c_{13,k}^* u_{1,y_m^{(3)}-2} - d_k^* \times u_{2,y_m^{(3)}-2} - d_k^* \right) \right),$$

где новые коэффициенты $c_{0,k}^* - c_{14,k}^*$ вычисляются на обучающей выборке методом наименьших квадратов для соответствующего значения d_k^* .

12. Увеличение дискретного времени k и сервисной переменной k_{N_e} на 1. Переход к п.6.

При моделировании клиентской части ГЭС переменные имели следующие значения (высота породной постели отсадочной машины $u_{1,k}$ и степень ее разрыхленности $u_{2,k}$ - производительность по породе y_k [1]): $d_{\min}=90$ с, $d_{\max}=190$ с, $y_{\min}=0$ кг/с, $y_{\max}=10$ кг/с, $u_{1,\min}=0,2$ м, $u_{1,\max}=0,24$ м, $u_{2,\min}=0,03$ м, $u_{2,\max}=0,04$ м, $u_{1,\min}^* = u_{2,\min}^* = 0,00004$ м, $\sigma_{\max}=0,5$ кг/с, $k_a=0,5$, $f=0$, $q=1$, $r_1=r_2=0$, $\gamma=1$, $y_3=7$ кг/с, $y_{-1}^0 = y_0^0 = y_{\min}^0 = 0$ кг/с, $u_{1,s}^0 = u_{1,\min}^0 = 0,2$ м, $u_{2,s}^0 = u_{2,\min}^0 = 0,03$ м, $N_e^*=150$, $a_{1,1,k} = -0,9867551618$, $b_{1,1,k} = 0,0132448382$, $a_{2,1,k} = -0,9858158424$, $b_{2,1,k} = 0,0141841576$ ($a_{1,2,k} = b_{1,2,k} = a_{2,2,k} = b_{2,2,k} = 0$, т.е. линейная часть моделируется аperiodическими звеньями первого порядка с единичными коэффициентами усиления, постоянными времени по первому каналу - $T_{1,k}=75$ с, по второму - $T_{2,k}=70$ с), $d_{1,k}=170$ с, $d_{2,k}=100$ с, $\sigma_{0,k}=0,0001$, $\sigma_{H,k}=0,0001$ кг/с, $k=1, \dots, 28000$, период квантования $T_0=1$ с, $c_{0,k}=75,281$, $c_{1,k}=-765,86364$, $c_{2,k}=2371,428571$, $c_{3,k}=212,645$, $c_{4,k}=-40517,551$, $c_{5,k}=7491,55844$.

При моделировании на ЭВМ в качестве базового использовался императивный язык программирования Delphi v 6. Пример функционирования системы автоматического управления для вышеприведенных параметров представлен на рис.2, где изображен фрагмент выборки данных производительности по породе отсадочной машины (выходная координата). Для исследования влияния нестационарности структуры ОУ на качество

управления в дискретный момент времени $k=1001$ с высота постели отсадочной машины фиксируется на уровне 0,22м (при этом для достижения заданного значения выходной координаты варьируется степень разрыхленности постели), а при $k=2501$ с степень разрыхленности постели отсадочной машины - 0,035м (варьируется высота породной постели). Анализ полученных данных моделирования изменения выходной координаты показывает ее асимптотическую сходимость к заданному значению ($y_3=7$ кг/с) при переключении каналов управления ОУ.

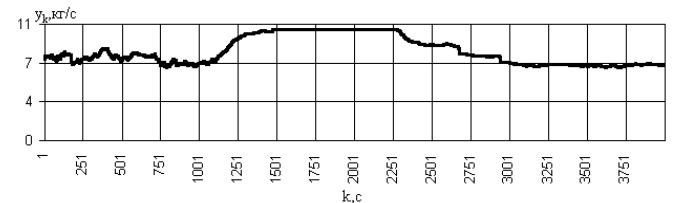


Рисунок 2 - Фрагмент выборки данных производительности по породе отсадочной машины

Клиентское приложение SCADA-системы устанавливает связь с сервером на основе стандартного Delphi-компонента DdeClientConv, получает данные при помощи DdeClientItem [7]. Серверное приложение использует компонент DdeServerItem для отправки данных DDE-клиенту. Для оперативной передачи информации о каналах управления в основной цикл по переменной k кроме стандартной обработки события поступления новой информации OnChange объекта DdeClientItem используется также метод запроса данных от сервера RequestData объекта DdeClientConv, возвращающий указатель типа PChar на строку, завершаемую нулевым байтом.

ЭС реализована на основе фреймовой базы знаний. Иерархия меню представлена на рис.3, опции которого (кроме пункта "Каналы управления", содержащего информацию об активных каналах управления SCADA-системы) имеют стандартный контекст [8].



Рисунок 3 - Иерархия меню ПО ЭС

Фрагмент работы клиентского и серверного приложений представлен на рис.4.

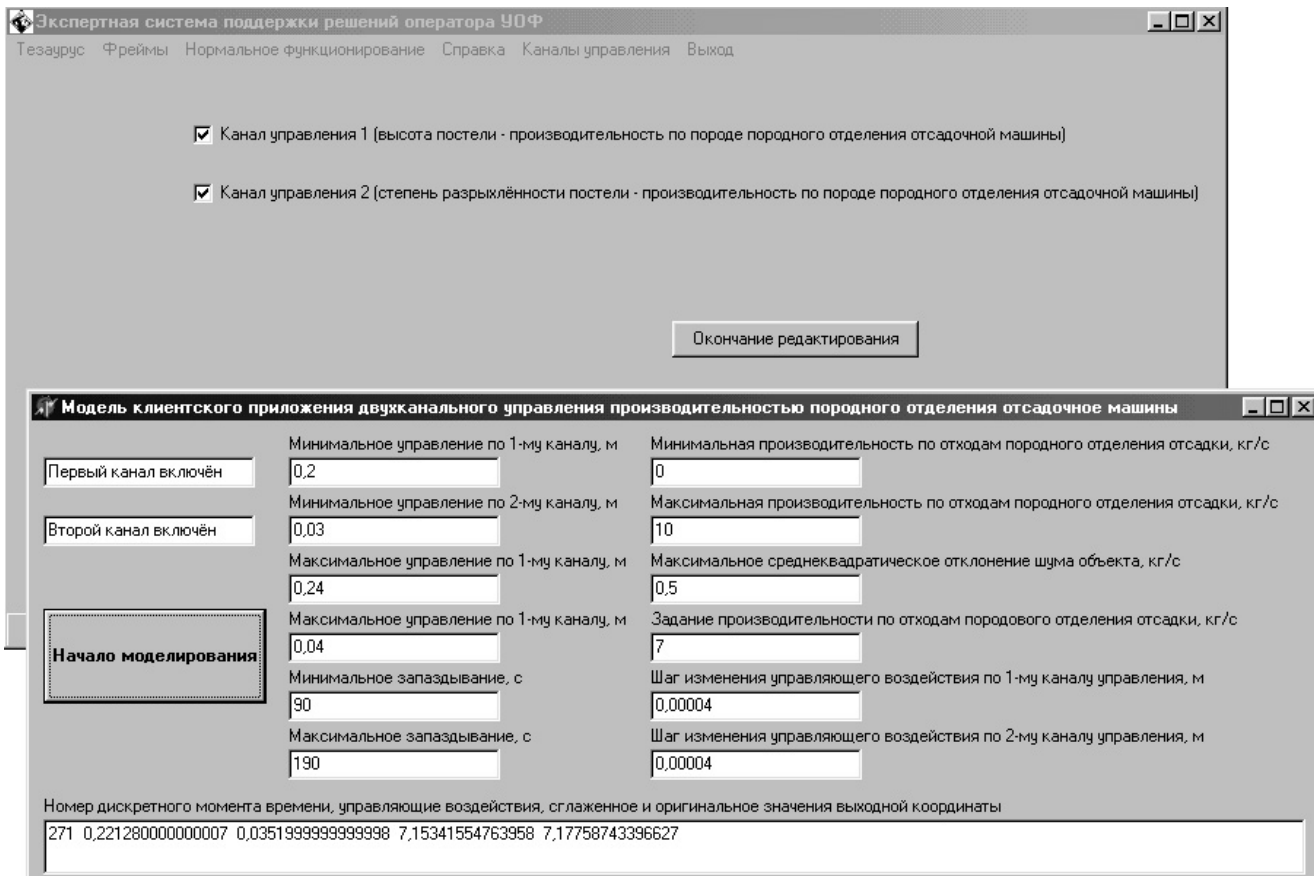


Рисунок 4 - Фрагмент работы ПО клиентского и серверного приложений ГЭС

ВЫВОДЫ

1. Взаимодействие серверного ГЭС ТП УОФ (формирование рекомендаций и задание активных каналов управления) и клиентского SCADA приложений (управление оборудованием, формирование регулирующего воздействия) эффективно реализуется на основе технологии DDE, где для оперативной передачи информации в основной цикл по дискретному времени кроме стандартной обработки события OnChange объекта DdeClientItem используется также метод запроса данных от сервера RequestData объекта DdeClientConv.

2. Показано, что управление структурно и параметрически нестационарным, нелинейным, двухканальным объектом (1) с большим запаздыванием можно осуществить с использованием полного перебора возможных входных воздействий и прогнозирования его состояния на основе аппроксимирующей модели (13), коэффициенты которой вычисляются на обучающей выборке данных методом наименьших квадратов.

3. Предложенный подход формирования структуры каналов управления для случая одного клиентского и серверного приложений может быть использован для большего количества программ (например, на основе

метода SetLink компонента DdeClientConv возможно установление связи с несколькими серверами).

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Власов К.П. Основы автоматического управления технологическими процессами обогащения угля. - М.: Недра, 1985. - 188с.
2. Поспелов Г.С. Искусственный интеллект - основа новой информационной технологии. - М.: Наука, 1988. - 280с.
3. Зубов Д.А., Дичко О.М. Анализ Trace Mode, Genesis32 и InTouch как альтернативных SCADA-систем комплексной автоматизации углеобогатительной фабрики// Вісник Технологічного університету Поділля. - Т.1. - 2002. - №3 (41). - С.216-219.
4. Зубинский А. Метафоры пользовательского интерфейса. - 1999. - № 4. - С.8-11.
5. Зубов Д.А., Ульшин В.А. Исследование оптимальной дискретной системы управления объектами углеобогатительного производства с нестационарными возмущающими воздействиями// Материалы 6-ой международной конференции по машиностроительной технике и технологии, г.Созополь, Болгария, 3-5 октября 2001. - София: Технический университет, 2001. - С.9-13.
6. Путятин Е.П., Смагин Д.М., Степанов В.П. Турбо Паскаль в курсе высшей математики: Учеб. пособие. - Харьков: Каравелла, 1997. - 352с.
7. Сван, Том. Delphi 4. Библия разработчика: Пер. с англ. - К.; М.; СПб.: Дилектика, 1998. - 672с.
8. Статические и динамические экспертные системы: Учеб. пособие/ Э.В.Попов, И.Б.Фоминых, Е.Б.Кисель, М.Д.Шапот. - М.: Финансы и статистика, 1996. - 320 с.

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕШЕНИЙ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ НА ГРАФАХ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Г.Л.Козина, Р.К.Кудерметов

Описываются множества решений оптимизационной задачи об остовных деревьях с интервальными параметрами. Предложен подход к оценке оптимальности решений этих множеств.

Досліджуються множини розв'язків оптимізаційної задачі про остовні дерева з інтервальними параметрами. Запропоновано підхід до оцінки оптимальності розв'язків цих множин.

The solution sets of optimization spanning tree problem with interval parameters are described. The approach to an estimation of solution optimality is offered.

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование ряда практических задач может сводиться к построению остовных деревьев в неориентированном графе. К такой задаче можно отнести, например, задачу прокладки кабеля между рабочими станциями компьютерной сети. Очевидно, что здесь рабочие станции можно представить вершинами графа, а участки кабеля ребрами. Естественно, при этом рождается цель найти самое короткое кабельное соединение. Решением этой задачи будет минимальное остовное дерево. Однако, в реальности при решении этой задачи возникает ряд трудностей, связанных с неопределенностью размещения рабочих станций, невозможностью прокладки кабеля по некоторым маршрутам, т.е. длина участков кабеля может колебаться в некоторых пределах и возникает множество вариантов прокладки. Задача состоит в поиске минимального соединения в условиях неопределенности [1], которая заключается в интервальной природе участков этого соединения. В статье предложен подход к оценке оптимальности решений (вариантов), получаемых для подобного рода задач.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим оптимизационную задачу на остовных деревьях (кратчайшей связующей сети) на графе с интервальными параметрами [2-4].

В произвольном графе G веса ребер оценены с помощью интервалов, т.к. заранее неизвестны их точные значения. Другими словами, каждому ребру графа сопоставлен интервальный вес - интервальная оценка реально существующего веса (например, время в пути, стоимость и т.п.). В задаче о минимальном остовном дереве допустимыми решениями задачи являются все остовные деревья графа G .

Связный граф без циклов, содержащий все вершины графа G , называется остовным деревом графа G .

Каждому остовному дереву $x = (V, E_x)$ графа G сопоставим его интервальный вес $C(x)$ как сумму интервальных весов ребер [5], входящих в данное дерево:

$$C(x) = \sum_{e \in E_x} C(e) = \sum_{e \in E_x} [\underline{C}(e), \bar{C}(e)] = \left[\sum_{e \in E_x} \underline{C}(e), \sum_{e \in E_x} \bar{C}(e) \right] = [c_1(x), c_2(x)]; \quad (1)$$

$$c_1(x) = \sum_{e \in E_x} \underline{C}(e); \quad c_2(x) = \sum_{e \in E_x} \bar{C}(e). \quad (2)$$

Таким образом, каждому допустимому решению соответствует определенный интервал, который является оценкой значения целевой функции для данного решения.

Классическая (вещественная) постановка задачи о поиске минимального остовного дерева состоит в том, чтобы найти среди всех остовных деревьев такое, которое имеет минимальный вес, т.е. минимальную сумму весов ребер дерева. В процессе поиска сравниваются веса всех допустимых решений, и среди них находится минимальное (по весу) дерево.

В интервальной постановке этой задачи сравнивать непосредственно интервальные оценки значений целевой функции нельзя, однако, можно ввести порядок на множестве интервалов этих значений. Для этого введем понятие паретовского оптимума [2].

Определение 1

Решение y с целевой функцией $C(y) = [c_1(y), c_2(y)]$ "лучше" решения x с целевой функцией $C(x) = [c_1(x), c_2(x)]$, если выполняются неравенства $c_1(y) \leq c_1(x)$ и $c_2(y) \leq c_2(x)$, причем, хотя бы одно из этих неравенств строгое.

Определение 2

Решение x называется паретовским оптимумом, если для него не существует "лучшего" решения.

Множество паретовских оптимумов называется паретовским множеством решений P . Поскольку существуют несравнимые решения, то невозможно изначально какое-то одно решение назвать оптимальным.

Интервальная постановка задачи, вообще говоря, подразумевает множественную природу ее решения. Тем не менее, в реальности чаще всего необходимо из этого множества выбрать только одно решение.

Итак, примем как один из вариантов определения решения интервальной задачи паретовское множество

решений. Паретовские оптимумы являются результатом оценки решения в целом - сразу по всем возможным значениям весов ребер графа.

Но существует и другой подход к определению решения оптимизационной задачи на графах с интервальными параметрами [4]. А именно, вводится понятие реализации весов ребер графа, т.е. выбор вещественных значений весов внутри заданных интервалов.

Для каждой реализации описываемая задача становится вещественной, и для нее возможен выбор минимального значения целевой функции.

Определение 3

Решение называется слабым, если оно оптимально при некоторой реализации ребер графа G .

Множество всех слабых решений обозначим через W . Вторым вариантом определения решения интервальной оптимизационной задачи является множество слабых решений $W = \{x_1, x_2, \dots, x_l\}$, где l - число слабых решений.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Теорема 1 [3]

Паретовское множество решений является подмножеством множества слабых решений: $P \subseteq W$.

Доказательство

Пусть x - паретовский оптимум, т.е. $x \in P$. Докажем, что $x \in W$.

Возьмем следующую реализацию S весов ребер графа G : ребрам, принадлежащим дереву x , припишем веса, соответствующие их нижним границам, а всем остальным ребрам графа - веса, соответствующие их верхним границам:

$$c^S(e) = \begin{cases} \underline{C}(e), & e \in E_x \\ \bar{C}(e), & e \notin E_x \end{cases} \quad \text{Тогда } c^S(x) = \sum_{e \in E_x} c^S(e) = c_1(x).$$

Покажем, что при этой реализации весов ребер графа выбранное паретовское решение $x \in P$ является минимальным и, следовательно, принадлежит множеству слабых решений W . Предположим противное. Пусть существует решение x' , имеющее меньший вес при выбранной реализации: $c^S(x') < c^S(x) = c_1(x)$. Т.к. при любой реализации S выполняется неравенство $c_1(x') \leq c^S(x')$ то отсюда следует, что

$$c_1(x') < c_1(x). \tag{3}$$

Кроме этого,

$$c^S(x') = \sum_{e \in E_{x'} \cap E_x} \underline{C}(e) + \sum_{e \in E_{x'} \setminus E_x} \bar{C}(e) < \sum_{e \in E_x \cap E_{x'}} \underline{C}(e) + \sum_{e \in E_x \setminus E_{x'}} \bar{C}(e) = c^S(x).$$

Отсюда

$$\sum_{e \in E_{x'} \setminus E_x} \bar{C}(e) < \sum_{e \in E_x \setminus E_{x'}} \underline{C}(e). \tag{5}$$

Добавляя к обеим частям последнего неравенства

$$\sum_{e \in E_{x'} \cap E_x} \bar{C}(e), \text{ получим } c_2(x') < c_2(x). \tag{6}$$

Неравенства (3) и (6) противоречат паретовской оптимальности решения x . Найденное противоречие доказывает теорему.

Целью данной статьи является найти оценку качества решений, составляющих множество слабых решений W .

Для каждого слабого решения существует реализация, при которой это решение является оптимальным. Но интуитивно понятно, что для одного решения таких реализаций будет "много", а для другого "мало", т.е. одни решения более возможны, чем другие.

Введем понятие вероятности оптимальности слабого решения. Множество всех реализаций параметров обозначим через Q .

Очевидно, что

$$Q = C_1 \times C_2 \times \dots \times C_m \subseteq R^m, \tag{7}$$

где C_i - интервальный вес ребра с номером i , $i = \overline{1, m}$; символ \times означает прямое (декартово) произведение множеств; R^m - m -мерное вещественное пространство.

Таким образом,

$$Q = \{c = (c_1, c_2, \dots, c_m) | (c_i \in C_i)\}. \tag{8}$$

Обозначим через Q_k множество реализаций, при которых слабое решение x_k , $k = \overline{1, l}$, является оптимальным. Очевидно, что

$$\bigcup_{k=1}^l Q_k = Q. \tag{9}$$

Обозначим через \tilde{Q}_k множество внутренних точек множества Q_k . Справедлива следующая теорема.

Теорема 2

Если все веса ребер графа строго интервальные, т.е. $\bar{C}(e) - \underline{C}(e) > 0$, то множества Q_i и Q_j могут пересекаться только по границе для любых двух $i \neq j$, т.е.

$$\tilde{Q}_i \cap \tilde{Q}_j = \emptyset. \tag{10}$$

Доказательство

Пусть при $i \neq j$ утверждение теоремы не выполняется, т.е. $\tilde{Q}_i \cap \tilde{Q}_j \neq \emptyset$. Тогда существует некоторая реализация S весов ребер графа G , при которой оптимальными будут два решения x_i и x_j : $c^S \in \tilde{Q}_i \cap \tilde{Q}_j$. В этом случае вес решения x_i будет равен весу решения x_j :

$$c^S(x_i) = \sum_{e \in E_{x_i} \cap E_{x_j}} c^S(e) + \sum_{e \in E_{x_i} \setminus E_{x_j}} c^S(e) = \sum_{e \in E_{x_i} \cap E_{x_j}} c^S(e) + \sum_{e \in E_{x_j} \setminus E_{x_i}} c^S(e) = c^S(x_j). \quad (11)$$

Если уменьшить вес ребра $e \in E_{x_i} \setminus E_{x_j}$ так чтобы $c^S(e) - \delta \in \tilde{Q}_i \cap \tilde{Q}_j$, при некотором $\delta > 0$, то при такой реализации весов равенство (11) нарушится:

$$\sum_{e \in E_{x_i} \cap E_{x_j}} c^S(e) + \sum_{e \in E_{x_i} \setminus E_{x_j}} c^S(e) < \sum_{e \in E_{x_i} \cap E_{x_j}} c^S(e) + \sum_{e \in E_{x_j} \setminus E_{x_i}} c^S(e), \quad (12)$$

и оптимальным станет только решение x_j . Отсюда приходим к противоречию.

Введем меру $\mu(\bullet)$ на множестве подмножеств множества Q по следующему правилу:

для любого подмножества $A \subset Q$ мерой $\mu(A)$ является m -мерный интеграл, равный

$$\mu(A) = \iiint_A dx. \quad (13)$$

При $m = 2$ мера $\mu(A)$ является площадью множества A , при $m = 3$ мера $\mu(A)$ является объемом множества A .

Определение 4

Назовем величину $P(x_k) = \frac{\mu(Q_k)}{\mu(Q)}$ вероятностью оптимальности слабого решения x_k , $k = \overline{1, l}$.

Покажем, что $P(x_k)$ есть вероятность. Действительно, для $P(x_k)$ выполняются свойства вероятности:

1. $P(x_k) \geq 0$, т.к. $\mu(\bullet) \geq 0$ и $\mu(Q) > 0$; $P(x_k) \leq 1$, т.к. $\mu(Q_k) \leq \mu(Q)$ при $Q_k \subseteq Q$.

2. Если $\tilde{Q}_i \cap \tilde{Q}_j = \emptyset$, то $\mu(Q_i \cup Q_j) = \mu(Q_i) + \mu(Q_j)$ и $P\{x_i \vee x_j\} = P(x_i) + P(x_j)$,

где $P\{x_i \vee x_j\}$ есть вероятность того, что либо x_i , либо x_j ($i \neq j$) является оптимальным решением.

3. $\sum_{k=1}^l P(x_k) = 1$, т.к. $\mu(Q) = \mu\left(\bigcup_{k=1}^l Q_k\right) = \sum_{k=1}^l \mu(Q_k)$.

Таким образом, каждому слабому решению приписано некоторое число, которое может отражать качество этого решения. Чем больше вероятность оптимальности данного решения, тем оно предпочтительнее.

Каким же образом оценивать эту вероятность?

Авторами разработана программа IntGraph, позволяющая получать эти вероятности в режиме имитационного моделирования. Программа реализована для операционной среды Windows на языке Visual C++ v.6. Для хране-

ния данных о графах и рабочих массивов используется динамически выделяемая память. Графы представляются в программе как списки смежных вершин, а для поиска минимальных остовных деревьев применяется алгоритм Крускала [6]. В программе использованы функции работы с графами из библиотеки, размещенной на Web-сайте издательства "ДиаСофт", которые были адаптированы для среды программирования Visual C++ v.6. В программе реализован наглядный графический вывод результатов имитационного моделирования, т.е. представлено разбиение множества Q параметров задачи на множества Q_k , соответствующие слабым решениям x_k .

ПРИМЕР ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Входные данные для программы IntGraph задаются в виде текстового файла и имеют следующую структуру (рассмотрим конкретный пример):

```
4 6 2000
0 1 6 15
0 2 8 8
0 3 12 12
1 2 7 7
1 3 9 9
2 3 5 12
```

В первой строке указываются количество вершин и ребер графа, а также число итераций (прогонов) задачи при имитационном моделировании. В каждой следующей строке описываются ребра графа с помощью номеров вершин (первые две цифры) и их интервальные веса (следующие две цифры).

В программе на каждой итерации случайным образом генерируются вещественные веса ребер графа, принадлежащие соответствующим интервалам. Затем формируются слабые остовные деревья, которые обозначаются как x_0 , x_1 и т.д., число реализаций, при которых соответствующие остовные деревья являются оптимальными, границы интервалов, реально принимаемых значений целевой функции, интервальные оценки целевой функции вероятности оптимальности для соответствующих деревьев, которые выводятся в качестве результата работы программы. Паретооптимальные решения отмечаются звездочками.

В рассматриваемом примере слабыми оказались четыре остовных дерева x_0, x_1, x_2, x_3 :

x_1	0	2	x_0	0	2	x_2	0	1	x_3	0	1
	1	2		1	2		1	2		1	2
	2	3		1	3		2	3		1	3

x_1	910	[20: 23]	[20: 27]	*	0.455
x_0	638	[24: 24]	[24: 24]	*	0.319
x_2	247	[18: 23]	[18: 34]	*	0.123
x_3	205	[22: 23]	[22: 31]		0.103

Для x_1 из 2000 итераций в 910 случаях это дерево оказалось оптимальным, при этом значения целевой

функции реализовались в интервале [20: 23], априорная интервальная оценка целевой функции, получаемая по формуле (1), есть [20: 27], решение является паретооптимальным, вероятность оптимальности слабого решения x_1 равна 0.455 (т.е. 910/2000). Графический результат работы программы показан на рис. 1.

Таким образом, в рассмотренном примере в качестве окончательного оптимального решения целесообразно принять решение x_1 , имеющее наибольшую вероятность оптимальности при независимом изменении параметров задачи.

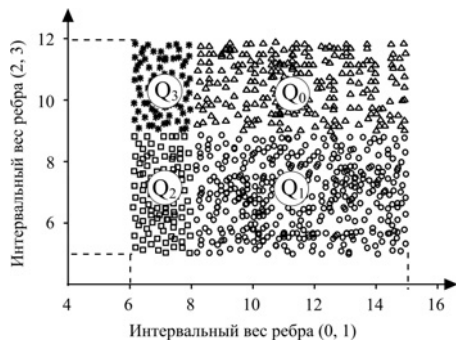


Рисунок 1 - Разбиение множества Q параметров задачи из рассматриваемого примера на множества Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 , соответствующие слабым решениям x_0, x_1, x_2, x_3

Удк 004.9:681.32

ЗАДАЧА ПРОСАЧИВАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ ОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР

Н.В.Лаходынова

Предлагаются оригинальные результаты, касающиеся теории просачивания, полученные при исследовании надежности однородных структур вычислительных систем.

Original results about percolation theory, achieved during the researching of safety of homogenous calculation structures, are proposed.

ВВЕДЕНИЕ

Теория просачивания исследует феномен просачивания (жидкости, газа, электричества, информации) в широком классе периодических графов. Основной вопрос теории просачивания: при каких минимальных вероятностях p - исправного узла и r - исправной связи в бесконечной однородной структуре данного типа существует бесконечный исправный кластер? Эти величины называются критическими.

Теория просачивания находит успешное применение в различных дисциплинах: физике, химии, биологии и теории вычислительных систем. В частности, в работах [1] ее результаты применялись для оценки пределов надежности однородных вычислительных структур и

Заметим, что действительные вероятности оптимальности решений имеют следующие значения: $P(Q_0)=0.333$, $P(Q_1)=0.444$, $P(Q_2)=0.127$, $P(Q_3)=0.095$, что подтверждает обоснованность применения имитационного моделирования при решении рассматриваемой задачи.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Воцинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. - Изд-во МЭИ (СССР); "Техника" (НРБ), 1989. - 224 с.
2. Kozina G.L., Perepelitsa V.A. Spanning Trees Problem: Solvability and Computational Complexity // Interval Computations, 1.- 1994. - P.42 - 50.
3. Козина Г.Л., Семеней Т.В. Выбор оптимальных маршрутов при неопределенном размещении объектов // Вісник Запорізького державного університету, 2001. - №1. - С. 40-44.
4. Yaman H. Karasan O.E. Mustafa O.P. Minimum Spanning The Problem with Interval Data, Bilkent University, Department of Industrial Engineering, Technical Report 9909, July, 1999.
5. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления: Пер. с англ. Г.Е. Минца, А.Г. Яковлева / Под ред. Ю.В. Матиясевича. - М.: Мир, 1987. - 356 с.
6. Хэфилд Р., Кирби Л. и др. Искусство программирования на С. Фундаментальные алгоритмы, структуры данных и примеры приложений. - К.: "ДиаСофт", 2001. - 736 с.

систем (ОВС). Наши результаты о пределах надежности ОВС с точки зрения теории просачивания увидели свет в 1987-89 гг. Вскоре такие же публикации появились и в зарубежной литературе. Так в [2] ставится задача оценки предельных возможностей сетей связи параллельных ЭВМ, оцениваются величины кластеров и вероятности попадания узлов в главный кластер для различных периодических графов. Систематическое изложение теории просачивания и библиографию можно найти в [3]. В связи с тем, что теория просачивания в приложении к ОВС дает содержательные результаты, представляют интерес величины критических вероятностей для различных структур. Кроме содержательных результатов, касающихся однородных структур, попутно были разработаны новые методы определения порогов просачивания для практически важных конечных структур. Наряду с классической задачей просачивания исследовалась также смешанная задача и просачивание в структурах с согласием [6].

Таблица 1 - Критические вероятности просачивания для различных решеток

Рамерность	Решетка	Степень узла	Критические вероятности	
			По узлам	По связям
2	Ш	3	0,70	0,65
2	К	4	0,59	0,50
2	Т	6	0,50	0,35
2	К*	8	0,41	0,25
3	алмаз	4	0,43	0,39
3	куб	6	0,31	0,25
3	центрированный куб	8	0,25	0,18
3	гранецентрированный куб	10	0,20	0,12

1. КЛАССИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ПРОСАЧИВАНИЯ

Содержание основной задачи просачивания состоит в поиске области просачивания, точнее, такой функции $f(p,r)$, что при $f(p,r) < 0$ исправный кластер отсутствует, а при $f(p,r) \geq 0$ - существует. Результатов, относящихся к этой задаче, крайне мало. Для многих целей достаточно остановиться на частных задачах, которые были поставлены Хаммерсли [4] еще в 1957 году: просачивание по узлам, когда $p < 1$ и $r = 1$, и просачивание по связям, когда $p = 1$, а $r < 1$. Вторая задача сводится к первой, поэтому мы будем проводить исследование структурной надежности, считая связи абсолютно надежными. Во многих последующих выкладках термин "узел" может быть заменен термином "связь", а символ p - символом r .

Основной результат теории просачивания можно содержательно сформулировать следующим образом.

Основное утверждение

Для всякого периодического графа G , вложенного в R^2 , существует критическая вероятность p_H , такая, что если $p < p_H$, то бесконечный исправный кластер существует в G с вероятностью 0, и если $p \geq p_H$, то с вероятностью 1 в G существует, и притом единственный, бесконечный исправный кластер.

Пусть Ш, К, Т и К* - шестиугольная, квадратная, треугольная (квадратная с одной диагональю) и квадратная сопряженная (с двумя диагоналями) решетки. Для сравнения рассмотрим также кристаллические решетки: алмаз, кубическая, центральнокубическая и гранецентрированная кубическая. Критические вероятности для них приведены в табл. 1.

Заметим, что большинство известных значений критических вероятностей определены приблизительно. Точные значения некоторых из этих величин приведены в итоговой монографии [3]. Это следующие критические вероятности:

$$p_H = r_H(K) = 1/2,$$

$$r_H(T) = 2\sin(\pi/18) \cong 0,347,$$

$$r_H(Ш) = 1 - 2\sin(\pi/8) \cong 0,653.$$

Из приведенных точных значений только одно относится к задаче узлов, хотя для исследования ОВС интересны все результаты теории просачивания.

Далее мы намерены предложить два метода, позволяющие уточнить и/или быстро получить оценки критической вероятности просачивания в задаче узлов. С этой целью формализуем задачи просачивания по узлам и связям.

Пусть G - периодический граф на плоскости. В задаче узлов каждый узел считается черным с вероятностью p и белым с вероятностью $1 - p$. Все связи черные. Требуется найти критическую вероятность

$$p_H(G) = \inf \{p: \theta(p) > 0\},$$

где $\theta(p)$ - вероятность того, что узел является частью бесконечного связного подмножества черных узлов - черного кластера.

В задаче связей узлы считаются черными с вероятностью 1, связи черные с вероятностью r , белые с вероятностью $1 - r$, и критическая вероятность просачивания по связям есть

$$r_H(G) = \inf \{r: \theta(r) > 0\},$$

где $\theta(r)$ - вероятность того, что некоторый узел есть часть бесконечного черного кластера.

Рассмотрим плоский граф $G(X, V)$, в каждом узле которого задана случайная величина $\xi_l \in A\{0, 1\}$. Будем говорить, что узел l черный, если $\xi_l = 0$, и белый, если $\xi_l = 1$. Пусть $Y = A^{|X|}$. Элементы множества Y - конфигурации на G , так что можно рассматривать вероятностное пространство $\langle Y, F, P_p \rangle$, где F - σ -алгебра на Y , а P_p - вероятностная мера на F , такая, что

$$P_p(\xi_l = 0) = p \text{ и } P_p(\xi_l = 1) = 1 - p.$$

Точно так же можно определить вероятностное пространство $\langle U, \Phi, P_r \rangle$ для задачи связей, считая, что ξ_l задано для каждой связи графа G , U - множество конфигураций связей, Φ - σ -алгебра на U , P_r - вероятностная мера на Φ , и $P_r(\xi_l = 0) = r$, $P_r(\xi_l = 1) = 1 - r$.

В дальнейшем $G \in \{K, \text{Ш}, T\}$ и, если потребуется конкретизировать тип решетки, будем писать $Y(K)$, $U(T)$ и тому подобное.

1.1. Метод моделирующей решетки

Рассмотрим задачу узлов на решетке K . По заданной решетке K построим моделирующую решетку T' , как показано на Рис.1. Связь решетки T' соответствует двум узлам решетки K . Будем считать связь черной, если соответствующие ей узлы черные, в противном случае связь считается белой. Таким образом установлено соответствие между $Y(K)$ и $U(T')$ - множеством конфигураций узлов исходной решетки и множеством конфигураций связей моделирующей решетки. Будем считать, что вероятностная мера P_r на $F(K)$ индуцирует вероятностную меру $P_{r'}$ на $\Phi(T')$ так, что $p_{r'} = p_r^2$. По построению каждому черному кластеру в решетке K соответствует черный кластер в решетке T' , просачиванию в K - просачивание в T' . При этом $r(T') = p^2(K)$ и $p(T') = r(K) = 1$

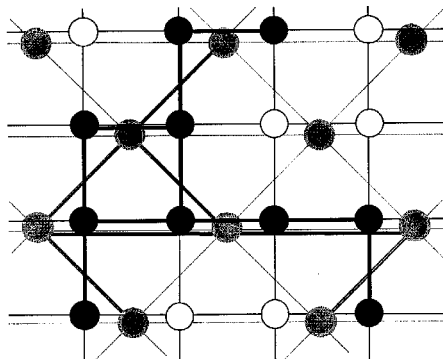


Рисунок 1 - Моделирование просачивания по узлам в решетке K просачиванием по связям в T'

При критическом просачивании в T' имеет место критическое просачивание в K , и при этом

$$[p_H(K)]^2 = r_H(T'). \tag{1}$$

Аналогичным образом можно построить (см. Рис.2.) моделирующую решетку K' для решетки Ш . Рассуждая таким же образом имеем

$$[p_H(\text{Ш})]^2 = r_H(K'). \tag{2}$$

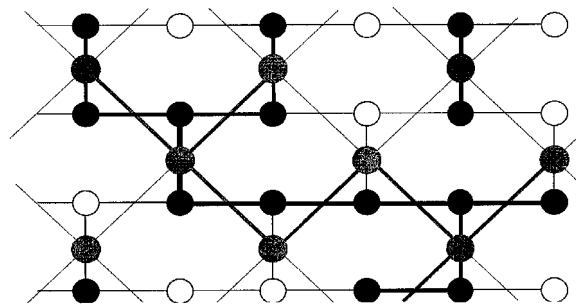


Рисунок 2 - Моделирование просачивания по узлам в решетке Ш просачиванием по связям в решетке K

Заметим, что по построению величины $r_H(T')$ и $r_H(K')$ существуют, поскольку существуют $p_H(K)$ и $p_H(\text{Ш})$. Однако, в отличие от классических задач просачивания, вероятность окраски связей на моделирующих решетках зависит от окраски соседей. Так, если бы связи решетки T' на Рис.2 окрашивались независимо, то, согласно выражению (1), вероятность черной окраски связи всегда была бы p^2 . Но на самом деле, если на решетке T' одна из связей (например, горизонтальная) черная, то четыре соседних будут черными уже с вероятностью p , а не p^2 . Аналогично, черный узел в решетке Ш влияет на окраску двух связей моделирующей решетки K' .

Гипотеза моделирования:

$$r_H(T') = r_H(T) \text{ и } r_H(K') = r_H(K).$$

Непосредственное следствие этой гипотезы:

$p_H(K) = [2\sin(\pi/18)]^{1/2} = 0,589... \approx 0,59$ - известно из эксперимента;

$p_H(\text{Ш}) = 2^{-1/2} = 0,707 \approx 0,7$ - известно из эксперимента.

Найденные значения хорошо согласуются с экспериментами.

Введем в рассмотрение решетку K^* . Известно [3], что $p_H(K) + p_H(K^*) = 1$.

Отсюда и из гипотезы моделирования немедленно следует:

$$p_H(K^*) = 1 - [2\sin(\pi/18)]^{1/2} = 0,411... \approx 0,41.$$

И вообще, рассматривая совокупность вышеприведенных значений критических вероятностей для решеток Ш , K , T и K^* , можно записать следующую эмпирическую формулу

$$[p_H(k)]^2 = r_H(k+2') \tag{3}$$

где k - число ближайших соседей одного узла. Отсюда немедленно следует:

$r_H(K^*) = [p_H(T)]^2 = (1/2)^2 = 1/4 = 0,25$ - известно из эксперимента.

Указанное наблюдение говорит о возможном существовании некоторого моделирующего соответствия между решетками T и K^* . Это соответствие, к сожалению, пока не найдено.

1.2. Метод второй производной

Метод второй производной позволяет определить критические вероятности для любых структур. Пусть N - число элементов процессорной матрицы. Матрицу можно рассматривать как часть бесконечного периодического графа. Перефразируем основное утверждение теории просачивания для структурного коэффициента готовности $P(N,p)$ процессорной матрицы - вероятности просачивания информации от входных полюсов квадратной матрицы к выходным.

Утверждение 4

Функция $P(N,p)$ при $N \rightarrow \infty$ приближается к ступенчатой со скачком от 0 до 1 в окрестности критической вероятности p_H - порогу просачивания для соответствующего периодического графа.

Очевидное утверждение, лежащее в основе метода второй производной гласит.

Утверждение 5

Точка перегиба функции $P(N,p)$ при $N \rightarrow \infty$ стремится к порогу просачивания для соответствующего периодического графа.

Функция $P(N,p)$ - полином N -той степени относительно p .

$$P(N,p) = \sum_{i=1..N} C_i p^i (1-p)^{N-i},$$

где C_i - число конфигураций с просачиванием, в которых i элементов исправно (черные), а $N-i$ элементов неисправно (белые). Определение точного аналитического выражения для $P(N,p)$ сводится к подсчету коэффициентов C_i .

Для небольших N вычисления проводятся на ЭВМ полным перебором всех конфигураций и проверкой их на просачиваемость. Подсчет коэффициентов C_i прост. В начале $C_i = 0$ для всех i . Если конфигурация содержит i исправных элементов и просачиваема, то C_i увеличивается на единицу. Зная коэффициенты C_i легко получить аналитические выражения для первой и второй производных $P(N,p)$.

$$P^I(N,p) = \sum_{i=1..N} C_i [i p^{i-1} (1-p)^{N-i} - (N-i) p^i (1-p)^{N-i-1}],$$

$$P^I(N,p) = \sum_{i=1..N} A_i p^{i-1} (1-p)^{N-1},$$

$$P^{II}(N,p) = \sum_{i=1..N} A_i [(i-1) p^{i-2} (1-p)^{N-i} - (N-i) p^{i-1} (1-p)^{N-i-1}],$$

$$P^{II}(N,p) = \sum_{i=1..N} B_i p^{i-1} (1-p)^{N-1},$$

где: $A_i = i C_i - (N - i + 1) C_{i-1}$,

$B_i = (i - 1) A_i - (N - i + 1) A_{i-1}$.

Теперь, решив уравнение $P^{II}(N,p)=0$, мы будем иметь оценку порога просачивания. Рис. 3.(а) и (б) демонстрируют результаты этих вычислений для некоторых решеток. На Рис.3.(а) показано сравнение функций $P(N,p)$ для структур одинакового типа, но разной мощности. На Рис.3. (б) представлены результаты вычислений функции $P(N,p)$ для различных типов структур. Показаны точки перегибов и соответствующие значения порога просачивания p_H . Из Рис. 3. видно, что с ростом N функция $P(N,p)$ стремится к ступенчатой и, кроме того, точка перегиба $P(N,p)$ стремится к порогу просачивания p_H . Кроме того, видно, что структуры с дальними связями (К' на Рис.3(а), 1 и 3 на Рис.3(б)) при том же числе соседей узла имеют более низкие пороги просачивания.

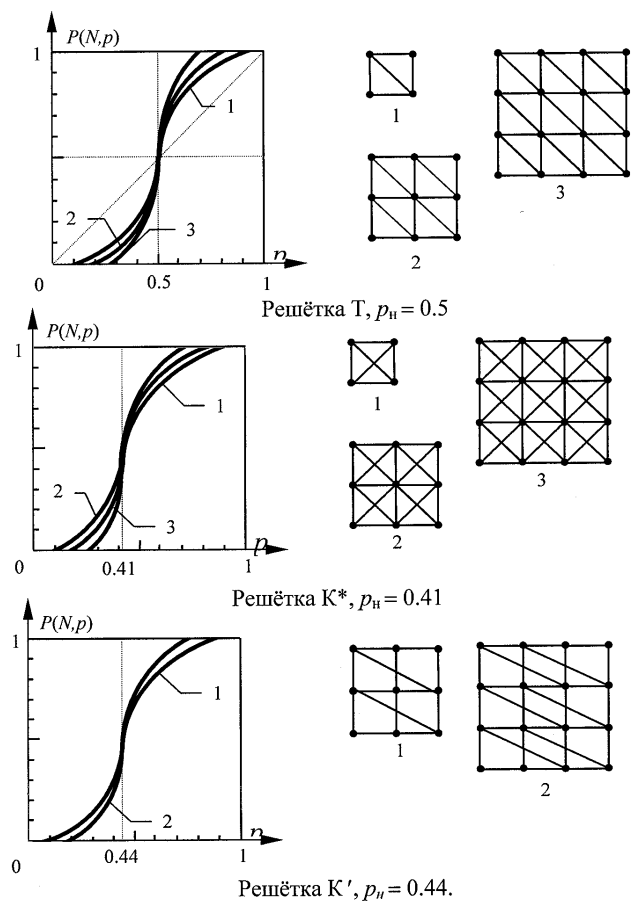


Рисунок 3 а - Метод второй производной

Таким образом, корень уравнения $P^{II}(N,p)=0$ в интервале $(0,1)$ - оценка порога просачивания, достаточно хорошая уже при $N = 16$. К сожалению, задача получения коэффициентов полинома $P(N,p)$ имеет временную сложность $T(N) \geq O(2^N)$, что не позволяет продвинуться достаточно далеко.

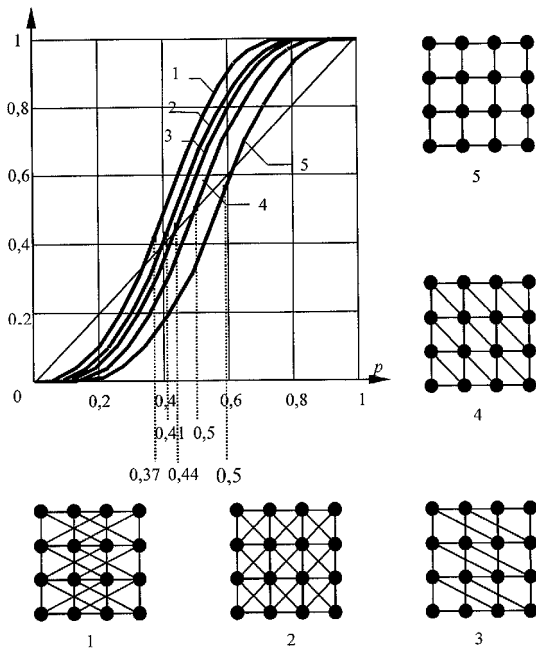


Рисунок 3 б - Результаты вычисления функций $P(N,p)$ для различных структур при $N=16$

2. СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ПРОСАЧИВАНИЯ

Смешанная задача просачивания является более адекватной для исследования поведения систем, в которых и узлы и связи могут быть ненадежными. Несмотря на то, что теория просачивания развивается в различных направлениях (направленное просачивание, задачи в которых имеется зависимость между состояниями узлов и связей), смешанная задача остается мало изученной. Моделирование задачи просачивания в более общей постановке позволяет экспериментально определить границу области просачивания $f(p_1, p_2) = 0$ для разных типов решеток. На Рис. 4 показаны критические области просачивания для наиболее популярных решеток Ш, К, Т, К*, полученные для матрицы размером 100x100. Каждой решетке соответствует две кривых. Полоса, ограниченная этими кривыми делит координатную плоскость на две непересекающиеся области. Выше полосы просачивание есть с вероятностью близкой к 1, ниже полосы вероятность просачивания близка к нулю. Следует заметить, что на ширину полосы влияет как размер рассматриваемой матрицы, так и количество случайных бросаний в эксперименте. При увеличении количества бросаний (например, начиная с 10) для одной и той же решетки полоса сначала расширяется, а затем стабилизируется. Ширина полосы при 80 и 150 бросаниях практически не меняется. Увеличивая же размеры матрицы при фиксированном количестве бросаний, можно наблюдать другую картину: полоса становится уже. Напрашивается вывод, что чем больше матрица, тем резче переход из состояния просачивания в противоположное.

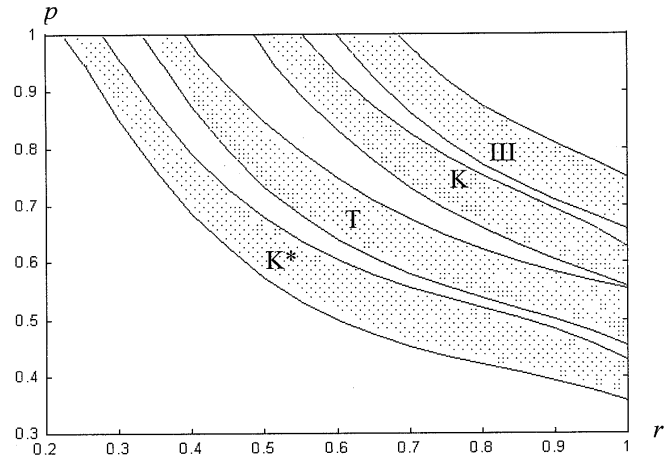


Рисунок 4 - Области просачивания для решеток $K^*, T, K, Ш$

Моделирование различных решеток показало, что в решетках с одинаковым количеством соседей наличие дальних связей в физической структуре снижает требования к надежности, область просачивания становится больше. Таким образом, требование локальности структуры связей накладывает более жесткие ограничения на величины p и r .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Пороги просачивания, важная характеристика надежности однородных структур. Исследование порогов просачивания позволяет определить предельные характеристики надежности как для элементов структуры, так и для связей. Предложенные методы позволяют получить практические оценки для конечных однородных структур вычислительных систем

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Воробьев В.А., Лаходынова Н.В. Пределы надежности однородных структур // Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1989. № 3. С. 110-114.
2. McLeod R.D., Schellenberg J.J. Percolation and Anomalous Transport as Tools in Analyzing Parallel Processing Interconnect Network // Journal of Parallel and Distributed Computing. 1990. Vol. 8, № 4 P. 376-387.
3. Кестен Х. Теория просачивания для математиков. - М.: Мир, 1986.
4. Hammersley J.M. Percolation processes lower bounds for critical probability // Ann. Math. Statist., V.28. 1957. P. 790-795.
5. Воробьев В.А., Лаходынова Н.В. Реконфигурация отказоустойчивой процессорной матрицы на основе сигналов согласия // Автометрия, 1997, № 6.
6. Лаходынова Н. В. Анализ алгоритмов реконфигурации структуры процессорной матрицы на основе сигналов согласия // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. - 2001, № 2, - С. 98-102.

АВТОМАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ПРИМЕРЕ ВОЙН

В.И.Левин

Разработана методика вычисления количественных характеристик последовательностей войн с использованием модели конечного динамического автомата. С ее помощью выполнен расчет характеристик и анализ последовательности наиболее известных за последние 2500 лет войн.

The technique of calculation of the quantitative characteristics of wars sequences using a final dynamic automatic device model is developed. The evaluation of characteristics and analysis of a sequence of most known wars for the last 2500 years on its basis was executed.

ВВЕДЕНИЕ

За долгие годы существования люди накопили богатый положительный опыт применения математики в естественных науках - физике, химии, астрономии, геологии, а также в технике. Однако в гуманитарных и общественных науках дело обстояло иначе. Здесь, до последнего времени были распространены словесные описания изучаемых явлений, что часто приводило к результатам, не поддающимся сравнительному анализу, не говоря уже о самом характере изложения - многословном и нередко неоднозначным по смыслу. В то же время многие, даже сложные объекты в указанных науках вполне поддаются описанию адекватными математическими моделями. Язык математики может логично, строго и однозначно описывать конструкции, которые раньше излагались только словесно. Более того, благодаря компактности этот язык позволяет в ряде случаев вскрывать неизвестные ранее закономерности в изучаемых объектах. Эти особенности позволили математическим методам проникнуть за последние десятилетия во многие общественные и гуманитарные науки - экономику, социологию, психологию, лингвистику, историю, юриспруденцию и т.д. Начало применения математических методов к изучению исторических процессов относится к 60-м годам 20 в. Большинство этих методов базируется на теории вероятностей и математической статистике [1]. При этом предполагается, что отдельные события, составляющие исторический процесс, являются случайными событиями. Такое предположение кажется нам спорным - ведь случайным может быть только событие, которое можно повторить неограниченное число раз (например, бросание монеты, игральной кости и т.д.), а все исторические события уникальны. Таким образом, возникает интерес к иным математическим методам исследования исторических процессов, учитывающим уникальность (неповторимость) исторических процессов и не базирующимся на теории вероятностей и математической статистике. В работах [2,3] был предложен оригинальный метод математического моделирования разнообразных исторических процессов, базирующийся на

теории автоматов и математической логике и не использующий вероятностно-статистических представлений, что позволяет лучше учесть уникальность изучаемых процессов. В настоящей работе этот метод применен для математического моделирования процесса последовательного возникновения и прекращения войн (потока войн).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется некоторое число регионов (частей света, стран, штатов и т.д.), в которых происходят конкретные исторические события, а именно, войны. В каждом конкретном регионе войны происходят, согласно предположению, в соответствующей последовательности временных интервалов, причем различные интервалы не пересекаются и каждый содержит ровно одну войну - от момента ее начала (левая граница интервала) до момента окончания (правая граница). Таким образом, каждый регион имеет свой поток последовательно возникающих и прекращающихся войн. Мы будем изучать суммарный поток войн, получаемый путем суммирования описанных региональных потоков. Нас будут интересовать различные количественные характеристики суммарного потока войн, знание которых позволяет выявить основные закономерности процесса последовательного возникновения и прекращения войн на земле. При этом, разумеется, вначале должно быть установлено, что такие закономерности существуют.

Имеется две трудности, связанные с решением поставленной задачи. Первая - выбор подходящих, достаточно представительных характеристик суммарного потока войн. Вторая трудность - необходимость эффективного вычисления указанных характеристик при возможном большом числе региональных потоков войн, образующих суммарный поток, и большом числе войн в отдельных региональных потоках. Мы покажем, что использование предлагаемого автоматного-логического подхода к математическому моделированию потоков войн позволяет естественным образом преодолеть обе указанные трудности. Заметим еще, что при больших регионах условие: одна война в одном интервале регионального потока войн - может нарушаться. В этих случаях надо разбить регион на несколько подрегионов. Наше исследование проводится применительно к набору наиболее известных в мире войн за последние 2500 лет.

2. ИДЕЯ РЕШЕНИЯ

Пусть имеется некоторое число n регионов, в которых происходят однородные по своей природе исторические

события - войны. Пусть в произвольном i -м регионе ($i = \overline{1, n}$) эти события происходят в следующих последовательных временных интервалах $(a_{i1}, b_{i1}), (a_{i2}, b_{i2}), \dots, (a_{im_i}, b_{im_i})$ - в каждом интервале по одному событию. При этом левая граница указывает момент начала, а правая - момент окончания соответствующего события - войны. Будем изучать суммарный поток войн, получаемый суммированием потоков войн в отдельных регионах. Нас будут интересовать различные количественные характеристики суммарного потока войн. Для их нахождения поставим во взаимно-однозначное соответствие заданному потоку войн в i -м регионе двоичный процесс-индикатор $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, где двоичная переменная $x_i = 1$ означает наличие, а $x_i = 0$ - отсутствие войны в i -м регионе в соответствующий момент времени t . Изучаемый суммарный поток войн исчерпывающе характеризуется набором двоичных процессов $y_r(t)$, $r = \overline{0, n}$, где двоичная переменная $y_r = 1$ означает, что суммарный поток в данный момент времени t состоит из r одновременно происходящих войн, а $y_r = 0$ - что этот поток состоит из k , где $k \neq r$, одновременно происходящих войн. Двоичные процессы $y_r(t)$, $r = \overline{0, n}$, естественно называть спектральными временными функциями суммарного потока войн, так как временные интервалы их единичных значений - это интервалы, в которых суммарный поток войн содержит то или иное конкретное число r одновременно происходящих войн.

Вектор-функцию $\bar{y}(t) = [y_0(t), y_1(t), \dots, y_n(t)]$, состоящую из всех спектральных функций, назовем спектром суммарного потока войн. Кроме спектра, суммарный поток событий можно исчерпывающе охарактеризовать $(n+1)$ -ичной функцией потока $y(t)$, принимающей значения $0, 1, \dots, n$. При этом $y = k$, $k = \overline{0, n}$ означает, что суммарный поток в данный момент времени t содержит ровно k одновременно происходящих войн. Оба способа количественного описания суммарного потока войн эквивалентны: по спектру можно всегда вычислить функцию плотности суммарного потока, используя для этого формулу

$$y(t) = \sum_{r=1}^n r y_r(t), \quad (1)$$

а по функции плотности суммарного потока - его спектр, используя формулу,

$$y_r(t) = \begin{cases} 1, & \text{для всех } t, y_r(t) = r \\ 0, & \text{для всех } t, y_r(t) \neq r \end{cases}, r = \overline{0, n}. \quad (2)$$

В дальнейшем в основу количественного описания суммарного потока войн положим его спектр.

Для нахождения спектральных функций $y_r(t)$, $r = \overline{0, n}$, построим соответствующую автоматную модель [2,3]. Из условия задачи (§1) следует, что в любом i -м регионе в любой момент времени t может происходить только одна война либо не происходить ничего. Поэтому для того, чтобы в данный момент времени t суммарный поток войн от всех n регионов содержал r происходящих одновременно войн, необходимо и достаточно, чтобы ровно в r из n регионов в этот момент происходила война. Используем теперь симметрические булевы логические функции различных индексов r от n двоичных переменных x_1, \dots, x_n [4]. Любая такая функция $f_n^r(x_1, \dots, x_n)$ равна 1, если ровно r из n ее переменных (безразлично, какие именно), равны 1, и равно 0 в остальных случаях. Ясно, что зависимость неизвестных двоичных переменных y_r , $r = \overline{0, n}$, описывающих состояние изучаемой системы в произвольный момент времени, t , от известных двоичных переменных x_1, \dots, x_n , описывающих состояния регионов в указанный момент, выражается с помощью введенных функций в виде

$$y_r = f_n^r(x_1, \dots, x_n), r = \overline{0, n}, x_i, y_r \in \{0, 1\}. \quad (3)$$

Функции f_n^r в (3) естественно называть функциями состояния изучаемой системы. Соотношения (3) между состояниями регионов x_1, \dots, x_n и состоянием всей системы y_r в один и тот же произвольный момент времени t , описываемые с помощью функций состояния системы f_n^r , являются абстрактной математической моделью изучаемой системы. Эта модель - некоторый динамический автомат без памяти [5]. Такой автомат реализуется структурно соответствующей комбинационной логической схемой (рис. 1), которая, таким образом, является структурной математической моделью изучаемой системы. Входные процессы схемы-модели рис. 1 в соответствии с условиями задачи (§2) имеют вид следующих последовательностей импульсов $1(\cdot)$ и пауз $0(\cdot)$ в указанных скобками интервалах

$$x_i(t) = 1(a_{i1}, b_{i1}) 0(-, -) 1(a_{i2}, b_{i2}) \dots 1(a_{im_i}, b_{im_i}), \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

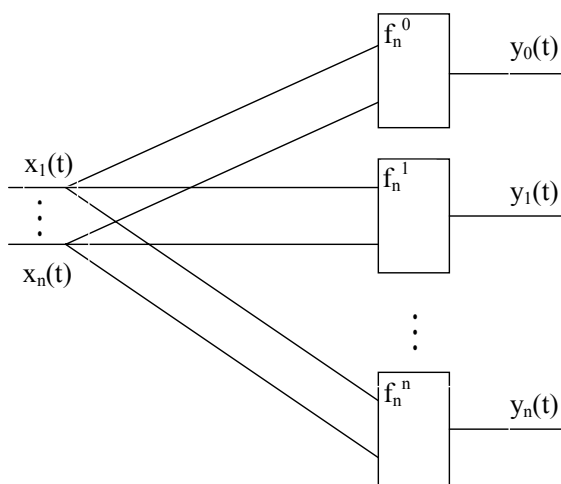


Рисунок 1 - Структурная модель системы

Благодаря построенной автоматной математической модели изучаемой системы поставленная задача нахождения спектральных процессов $y_r(t)$, $r = \overline{0, n}$, определяющих суммарный поток войн, по известным процессам $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$ задающим потоки войн в отдельных i -х регионах, сводится к стандартной задаче динамической теории автоматов [5]. А именно, по построенной комбинационной логической схеме рис. 1, реализующей набор булевых логических функций состояния системы (3), и заданным входным процессам схемы $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, найти выходные процессы схемы $y_r(t)$, $r = \overline{0, n}$. Последняя задача решается с использованием следующей формулы динамической теории автоматов, связывающей входные $x_1(t), \dots, x_n(t)$ и выходной $y_r(t)$ двоичные $(0, 1)$ - процессы комбинационной логической схемы, реализующей на выходе функцию входов f_n^r [5]:

$$y_r(t) = (A^r \wedge B^r, A^{r+1} \wedge B^1)0(-, -)1[(A^{r+2} \wedge B^1) \vee (A^{r+1} \wedge B^2), A^{r+2} \wedge B^2] \dots 1[(A^M \wedge B^{M-r-1}) \vee (A^{M-1} \wedge B^{M-r}), A^M \wedge B^{M-r}]0(-, -)1[B^{M-r} \vee (A^M \wedge B^{M-r+1}), B^{M-r+1}], \quad r = \overline{0, n}. \quad (5)$$

В формуле (5) $A^r = |a_{ij}|^r$ - логический определитель ранга r , составленный из моментов a_{ij} всех скачков вида $1 \rightarrow 0$ во входных процессах схемы $x_i(t)$, $B^r = |b_{ij}|^r$ - логический определитель ранга r , составленный из моментов b_{ij} всех скачков вида $0 \rightarrow 1$ во входных процессах схемы $x_i(t)$, $\vee = \max$ и $\wedge = \min$ - операции дизъюнкции и конъюнкции непрерывной логики, $M = \sum_i m_i$ - общее число импульсов во всех входных процессах $x_i(t)$. Здесь логическим

определителем $A^r = |a_{ij}|^r$ ранга r называется функция, отображающая множество $\{a_{ij}\}$ всех элементов определителя в его r -й по возрастанию элемент a^r . Логический определитель вычисляется либо согласно приведенному его определению, либо по специальным формулам [5], с помощью операций \vee и \wedge .

3. КОНКРЕТИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ЗАДАЧИ

Мы попытаемся изучить описанным в §2 методом поток наиболее известных в истории человечества войн, произошедших за последние 2500 лет, с 500 г. до н.э. по 2000 г. н.э. Этот поток включает 88 войн, представленных в таблице 1. Таблица заимствована нами из энциклопедического справочника [6], с добавлением I Кавказской войны (№ 53 в табл. 1), а также Советско-афганской (№ 85), II и III Кавказских (№№ 86, 87) и НАТО- югославской (№ 88) войн. Для того, чтобы применить метод §2, мы должны описать поток войн, представленный в табл. 1, в терминах общей постановки задачи исследования суммарного потока войн §1.

Таблица 1 - Войны в истории человечества

№	Война	Годы
		До н.э.
1	Греко-персидская (Д)	500-449
2	Пелопонесская (Д)	431-404
3	Македоно-греческая (Д)	340-338
4	Македоно-персидская (Д)	334-331
5	I Пуническая (Д)	264-241
6	II Пуническая (Д)	218-201
7	Римско-македонская (Д)	215-168
8	III Пуническая (Д)	149-146
9	Столетняя (Е)	1337-1453
		Н.э.
10	"Великая война" с Тевтонским орденом (Е)	1409-11
11	Тринадцатилетняя (Е)	1454-66
12	Итальянская (Франко-испанская) (Е)	1494-1559
13	Ливонская (Российско-польско-шведская) (Р)	1558-83
14	Русско-шведская (Р)	1590-93
15	Русско-шведская (Р)	1610-17
16	Тридцатилетняя (Е)	1618-48
17	Русско-польская (Р)	1632-34
18	Англо-голландская (Е)	1652-54
19	Русско-польская (Р)	1654-67
20	Русско-шведская (Р)	1656-58
21	Англо-голландская (Е)	1665-67

Продолжение таблицы 1 - Войны в истории человечества

№	Война	Годы
22	Деволуционная (Е)	1667-68
23	Англо-голландская (Е)	1672-74
24	Русско-турецкая (Р)	1676-81
25	Война за Пфальцское наследство (Е)	1688-97
26	Северная(Русско-шведская) (Р)	1700-21
27	Война за испанское наследство (Е)	1701-14
28	Русско-турецкая (Р)	1710-13
29	Венециано-турецкая (Е)	1714-18
30	Австро-турецкая (Е)	1716-18
31	Война за польское наследство (Е)	1733-35
32	Русско-турецкая (Р)	1735-39
33	I Силезская (Е)	1740-42
34	Война за Австрийское наследство (Е)	1740-48
35	Русско-шведская (Р)	1741-43
36	II Силезская (Е)	1744-45
37	Семилетняя (Е)	1756-63
38	Русско-турецкая (Р)	1768-74
39	Война за независимость в США (А)	1775-83
40	Русско-турецкая (Р)	1787-91
41	Русско-шведская (Р)	1788-90
42	I Коалиционная (Е)	1812-13
43	II Коалиционная (Е)	1799-1802
44	Русско-иранская (Р)	1804-13
45	III Коалиционная (Е)	1805
46	IV Коалиционная (Е)	1806-07
47	Русско-турецкая (Р)	1806-12
48	Русско-шведская (Р)	1808-09
49	V Коалиционная (Е)	1808-09
50	Отечественная война (русско-французская) (Р)	1812-13
51	VI Коалиционная (Е)	1813-14
52	VII Коалиционная (Е)	1815
53	I Кавказская война (русско-чечено-дагестанская) (Р)	1817-64
54	Русско-иранская (Р)	1826-28
55	Русско-турецкая (Р)	1828-29
56	I Опиумная	1840-42
57	Австро-итальянская	1848-49
58	Крымская (русско-англо-французская)(Р)	1853-56
59	II Опиумная (А)	1856-60
60	Австро-итало-французская (Е)	1859

Продолжение таблицы 1 - Войны в истории человечества

№	Война	Годы
61	Гражданская война в США (А)	1861-64
62	Австро-прусская (Е)	1866
63	Франко-прусская (Е)	1870-71
64	Русско-турецкая (Р)	1877-78
65	Японо-китайская (А)	1894-95
66	Итало-эфиопская (А)	1895-96
67	Испано-американская (Е)	1898
68	Англо-бурская (А)	1899-1902
69	Русско-японская (Р)	1904-05
70	Итало-турецкая (Е)	1911-12
71	I Балканская (Е)	1912-13
72	II Балканская (Е)	1913
73	I Мировая (Е)	1914-18
74	Гражданская война в России (Р)	1918-21
75	Греко-турецкая (Е)	1919-22
76	Советско-финляндская (Р)	1939-40
77	II Мировая (Е)	1939-45
78	Великая Отечественная война Советского Союза (Р)	1941-45
79	Нидерландско-индонезийская (А)	1945-49
80	Французская колониальная война в Индокитае (А)	1945-54
81	Корейская война (А)	1950-53
82	Франко-алжирская (А)	1954-62
83	Вьетнамская (А)	1962-75
84	Ирано-Иракская (А)	1980-88
85	Советско-афганская (Р)	1979-89
86	II Кавказская война(русско-чеченская) (Р)	1994-96
87	III Кавказская война (русско-чеченская) (Р)	1999-2000
88	Война НАТО против Югославии	1999

Таблица заимствована (с небольшими добавлениями) из книги [6]. Обозначения: Д - войны древнего мира, Е - войны в Европе, Р - войны, которые вела Россия, А - войны в Азии, Африке и Америке.

1) Выделяем конкретные регионы, в которых происходили войны. Таких регионов, очевидно, 4: страны древнего мира (Д), Европа (Е), Россия (Р), Азия совместно с Африкой и Америкой (А), 2) Проверяем условие пересечения временных интервалов различных войн, происходивших в одном и том же регионе. Для региона Д это условие не выполнено: 7 войн, происходивших в нем (войны №№ 1-6, 8 табл. 1), относятся к различным интервалам времени, но войны 6 и 7 пересекаются во времени. Также для регионов Е, Р, А это условие не выполнено. Так, для региона Е пересекаются во времени

следующие подмножества войн: {9,10}, {21,22}, {27,29}, {29,30}, {33,34}, {34,36}, {70,71}, {71,72}, для региона Р - подмножества {19,20}, {26,28}, {31,32}, {40,41}, {44,47,48}, {44,47,50}, {53,54,55}, {53,58}, для региона А - подмножества {65,66}, {79,80}, {80,81}, {80,82}, {82,83}. Из приведенных данных видно, что в регионах Д, Е и А пересекаются во времени лишь некоторые пары происходящих там войн, а в регионе Р - как некоторые пары, так и некоторые тройки войн. Теперь для того, чтобы выполнить требуемое постановкой задачи (§1) условие непересечения во времени различных войн, происходящих в одном и том же регионе, необходимо разбить множества войн, происходящих в регионах Д, Е и А, на два подмножества каждое, так, чтобы в этих подмножествах (им отвечают подрегионы D_1 и D_2 региона Д, подрегионы A_1 и A_2 региона А и подрегионы E_1 и E_2 региона Е) войны не пересекались во времени. Аналогично, необходимо разбить множество войн, происходящих в регионе Р, на три подмножества, так чтобы в этих подмножествах (им отвечают подрегионы P_1 , P_2 , P_3 региона Р) войны не пересекались во времени. Все заданные табл. 1 войны, с учетом указанных необходимых разбиений множеств войн и соответствующих им разбиений регионов, представлены в табл. 2.

Мы изучим суммарный поток войн, представленных в табл. 1, используя в качестве количественных характеристик этого потока его спектр $\bar{y}(t)$ и плотность $y(t)$ (§2).

Таблица 2

Регион	Подрегион	№	Войны, происходившие в регионе (подрегионе) (указаны номера войн из табл. 1)
Д	D_1	1	1,2,3,4,5,6,8
	D_2	2	7
Е	E_1	3	10,11,12,16,18,21,23,25, 27,30,33,36,37,42,43,45, 46,49,51,52,57,60,62,63, 67,70,72,73,75,77,88
	E_2	4	9,22,29,34,71
Р	P_1	5	13,14,15,17,19,24,26,31, 35,38,40,44,53,64,69,74, 76,78,85,86,87
	P_2	6	20,28,32,41,47,55,58
	P_3	7	48,50,54
А	A_1	8	39,56,59,61,65,68,79,81, 82,84
	A_2	9	66,80,83

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Построим автоматную математическую модель изучаемого потока войн, с целью нахождения его количественных характеристик $\bar{y}(t)$ и $y(t)$. Согласно §2, эта модель после ее структурной реализации имеет вид комбинационной логической схемы рис. 1 с числом входов $n = 9$, соответствующим числу выделенных подрегионов (см. табл.2). Входные процессы схемы $x_1(t), \dots, x_9(t)$, моделирующие потоки

войн в соответствующих подрегионах (см. табл. 2), известны и могут быть записаны в форме (4) последовательностей импульсов и пауз (для простоты записи паузы опущены)

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= 1(-500, -449)1(-431, -404)1(-340, -338) \times \\
 &\times 1(-334, -331)1(-264, -241)1(-218, -201) \times \\
 &\times 1(-149, -146); \\
 x_2(t) &= 1(-215, -168); \\
 x_3(t) &= 1(1409, 1411)1(1454, 1466)1(1494, 1559) \cdot \\
 &\cdot 1(1618, 1648)1(1652, 1654)1(1665, 1667) \cdot \\
 &\cdot 1(1672, 1674)1(1688, 1697)1(1701, 1714) \cdot \\
 &\cdot 1(1716, 1718)1(1740, 1742)1(1744, 1745) \cdot \\
 &\cdot 1(1756, 1763)1(1792, 1797)1(1799, 1802) \cdot \\
 &\cdot 1(1804, 1805)1(1806, 1807)1(1808, 1809) \cdot \\
 &\cdot 1(1813, 1814)1(1815, 1816)1(1848, 1849) \cdot \\
 &\cdot 1(1859, 1860)1(1866, 1867)1(1870, 1871) \cdot \\
 &\cdot 1(1897, 1898)1(1911, 1912)1(1912, 1913) \cdot \\
 &\cdot 1(1914, 1918)1(1919, 1922)1(1939, 1945) \cdot \\
 &\cdot 1(1999, 2000); \\
 x_4(t) &= 1(1337, 1453)1(1667, 1668)1(1714, 1718) \cdot \\
 &\cdot 1(1740, 1748)1(1912, 1913); \\
 x_5(t) &= 1(1558, 1583)1(1590, 1593)1(1610, 1617) \cdot \\
 &\cdot 1(1632, 1634)1(1654, 1667)1(1676, 1681) \cdot \\
 &\cdot 1(1700, 1721)1(1733, 1735)1(1741, 1743) \cdot \\
 &\cdot 1(1768, 1774)1(1787, 1791)1(1804, 1813) \cdot \\
 &\cdot 1(1817, 1864)1(1877, 1878)1(1904, 1905) \cdot \\
 &\cdot 1(1918, 1921)1(1939, 1940)1(1941, 1945) \cdot \\
 &\cdot 1(1979, 1989)1(1994, 1996)1(1999, 2000); \\
 x_6(t) &= 1(1656, 1658)1(1710, 1713)1(1735, 1739) \cdot \\
 &\cdot 1(1788, 1790)1(1806, 1812)1(1828, 1829) \cdot \\
 &\cdot 1(1853, 1856); \\
 x_7(t) &= 1(1808, 1809)1(1812, 1813)1(1826, 1828); \\
 x_8(t) &= 1(1775, 1783)1(1840, 1842)1(1856, 1860) \cdot \\
 &\cdot 1(1861, 1864)1(1894, 1895)1(1899, 1902) \cdot \\
 &\cdot 1(1945, 1949)1(1950, 1953)1(1954, 1962) \cdot \\
 &\cdot 1(1980, 1988); \\
 x_9(t) &= 1(1895, 1896)1(1945, 1954)1(1962, 1975). \quad (6)
 \end{aligned}$$

В записанных процессах отрицательные числа соответствуют моментам (годам) возникновения и прекращения войн, происходивших до н.э., а положительные числа - соответствующим моментам (годам), для войн, происходивших после наступления н.э. Далее, для войн №№ 45, 52, 60, 62, 67, 72, 82, происходивших в пределах одного календарного года, добавлен еще один год - предыдущий или последующий. Это вызвано тем, что, если не делать этого, длительности указанных войн формально будут равны нулю (мы не учитываем месяцы, а только годы!), т.е. они не будут учтены в общем потоке войн. При добавлении указанного года выбирается тот из двух возможных вариантов (предыдущий или последующий), который 1) не дает пересечения во времени рассматриваемой войны с другими войнами в данном регионе и 2) минимизирует число дополнительно возникших пересечений данной войны с войнами в других регионах.

Построенная автоматная математическая модель изучаемого потока войн показана на рис. 2.

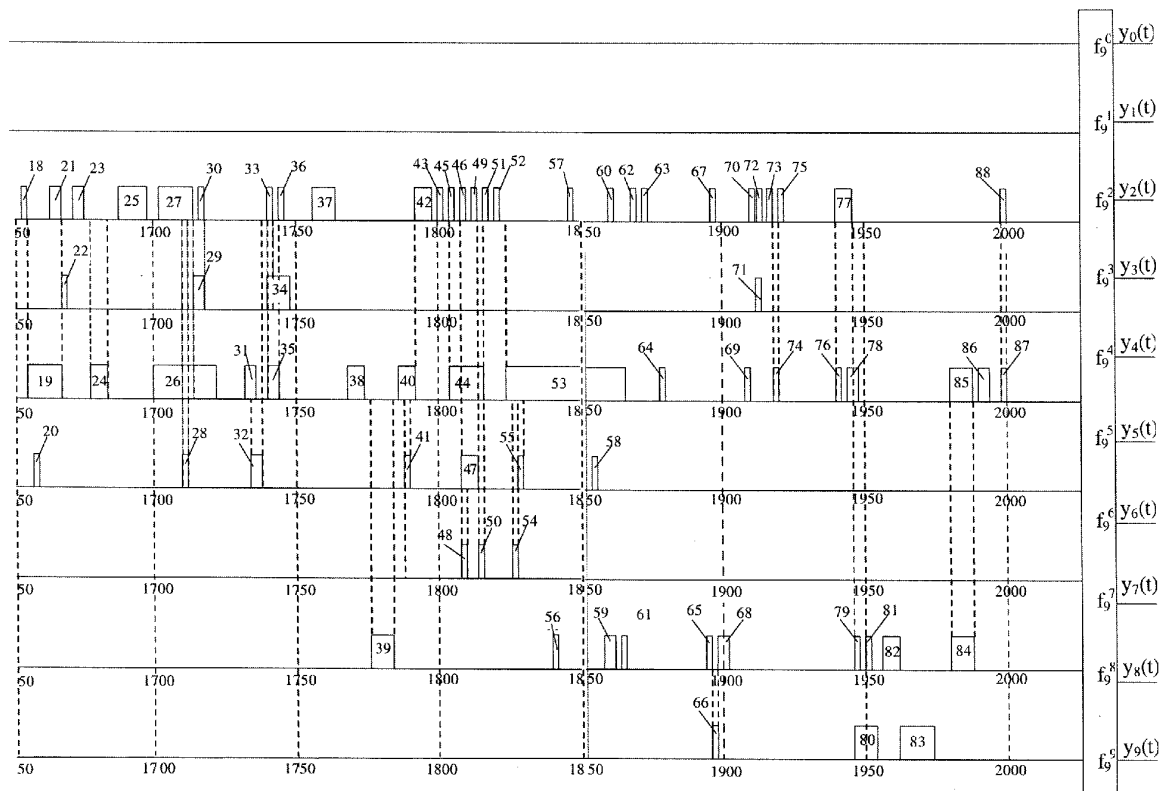
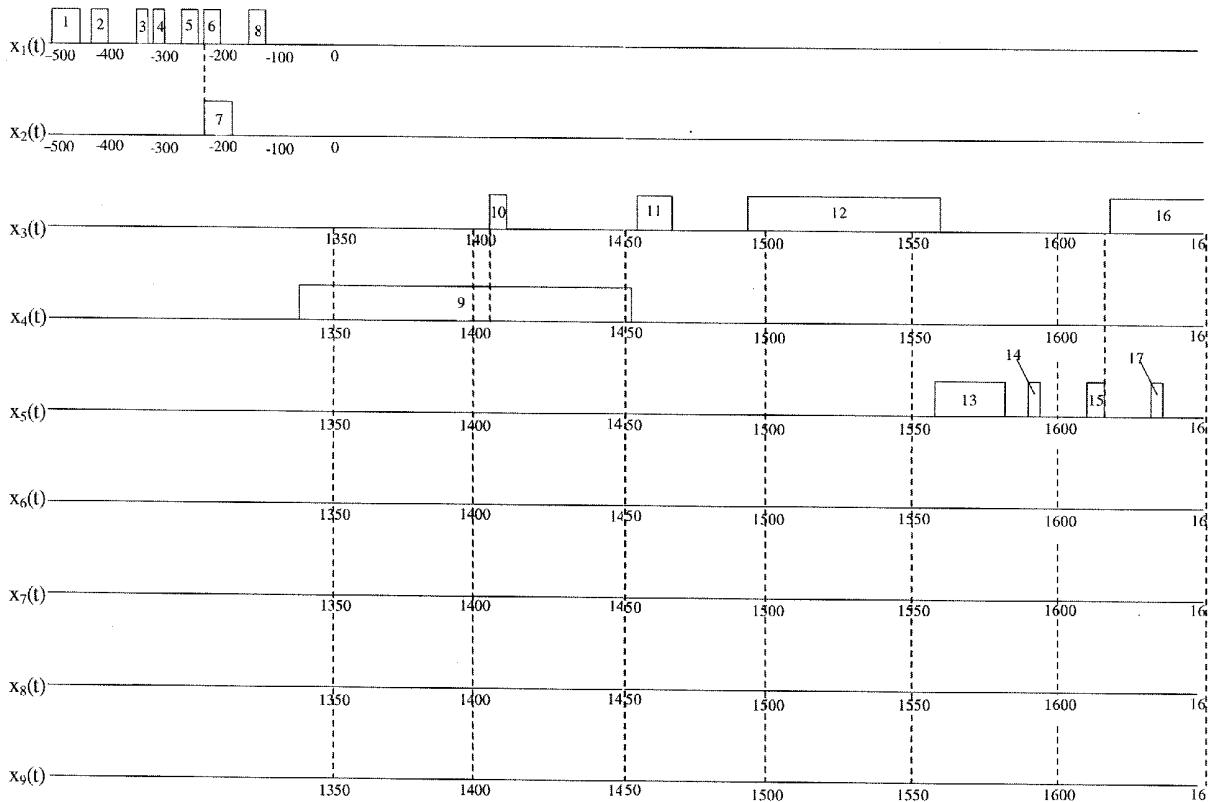


Рисунок 2 - Структурная автоматная математическая модель изучаемого потока войн, заданного табл.1
 Входные процессы модели $x_1(t), \dots, x_9(t)$ задаются формулами (6); они моделируют потоки войн в регионах $1, 2, \dots, 9$ в соответствии с табл. 2 и показаны на рисунке в виде импульсных потоков с соответствующими номерами импульсов. Например, процесс $x_1(t)$ показан в виде потока с импульсами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, интервалы действия которых совпадают в временными интервалами войн 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 из табл. 1. Выходные процессы модели $y_0(t), \dots, y_9(t)$ определяются формулами (9), в которых используются входные процессы $x_1(t), \dots, x_9(t)$.
 Они моделируют спектральные составляющие плотности $y(t)$ суммарного потока войн всех подрегионов

Приступим к решению задачи нахождения спектральных процессов $y_r(t)$, $r = \overline{0, n}$, определяющих, согласно (1) искомую плотность $y(t)$ потока войн, по известным процессам $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, задающим потоки войн в отдельных i -х регионах. Используем формулу (5). В рассматриваемом случае число n процессов $x_i(t)$ [число подрегионов] и общее число M импульсов в этих процессах, согласно формулам (6), равно

$$n = 9, M = 88. \quad (7)$$

Учтем еще следующие свойства логических определителей [5]

$$A^0 = B^0 = -\infty, A^{M+1} = B^{M+1} = \infty; A^r \wedge B^R = A^r, \\ A^r \vee B^R = B^R \text{ при } r \leq R. \quad (8)$$

Первое свойство (8) следует из того, что, согласно его смыслу, логический определитель ранга $r = 0$ должен быть меньше любого его элемента, поэтому при любых порядковых вычислениях его можно считать равным $-\infty$. Аналогично, второе свойство (8) следует из того, что определитель ранга $M+1$ (где M - общее число элементов определителя) должен быть больше любого его элемента, так что любых порядковых вычислениях его можно считать равным ∞ . Третье и четвертое свойства (8) следуют из того, что, во-первых, логические определители A^r и B^r одного и того же ранга r , фигурирующие в формуле (5), находятся в соотношении $A^r < B^r$ и, во-вторых, определитель есть возрастающая функция ранга. В результате учета свойств (8) и того, что в нашем случае $M = 88$, из общей формулы (5) получим следующие конкретные выражения спектральных процессов $y_r(t)$, $r = \overline{0, 9}$, в виде последовательностей импульсов и промежуточных пауз между ними

$$y_0(t) = 1(-\infty, A^1)0(-, -)1(A^2 \wedge B^1, A^2)...1(A^{88} \wedge B^{87}, A^{88})0(-, -)1(B^{88}, \infty),$$

$$y_1(t) = 1(A^1, A^2 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^3 \wedge B^1) \vee \vee A^2, A^3 \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{86}) \vee A^{87}, A^{88} \wedge B^{87}] \cdot 0(-, -)1(B^{87} \vee A^{88}, B^{88}),$$

$$y_2(t) = 1(A^2, A^3 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^4 \wedge B^1) \vee \vee (A^3 \wedge B^2), A^4 \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{85}) \vee (A^{87} \wedge B^{86}), A^{88} \wedge B^{86}]0(-, -)1[B^{86} \vee (A^{88} \wedge B^{87}), B^{87}],$$

$$y_3(t) = 1(A^3, A^4 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^5 \wedge B^1) \vee \vee (A^4 \wedge B^2), A^5 \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{84}) \vee (A^{87} \wedge B^{85}), A^{88} \wedge B^{85}]0(-, -)1[B^{85} \vee (A^{88} \wedge B^{86}), B^{86}],$$

$$y_4(t) = 1(A^4, A^5 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^6 \wedge B^1) \vee \vee (A^5 \wedge B^2), A^6 \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{83}) \vee (A^{87} \wedge B^{84}), A^{88} \wedge B^{84}]0(-, -)1[B^{84} \vee (A^{88} \wedge B^{85}), B^{85}],$$

$$y_5(t) = 1(A^5, A^6 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^7 \wedge B^1) \vee \vee (A^6 \wedge B^2), A^7 \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{82}) \vee (A^{87} \wedge B^{83}), A^{88} \wedge B^{83}]0(-, -)1[B^{83} \vee (A^{88} \wedge B^{84}), B^{84}],$$

$$y_6(t) = 1(A^6, A^7 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^8 \wedge B^1) \vee \vee (A^7 \wedge B^2), A^8 \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{81}) \vee (A^{87} \wedge B^{82}), A^{88} \wedge B^{82}]0(-, -)1[B^{82} \vee (A^{88} \wedge B^{87}), B^{83}],$$

$$y_7(t) = 1(A^7, A^8 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^9 \wedge B^1) \vee \vee (A^8 \wedge B^2), A^9 \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{80}) \vee (A^{87} \wedge B^{81}), A^{88} \wedge B^{81}]0(-, -)1[B^{81} \vee (A^{88} \wedge B^{82}), B^{82}],$$

$$y_8(t) = 1(A^8, A^9 \wedge B^1)0(-, -)1[(A^{10} \wedge B^1) \vee \vee (A^9 \wedge B^2), A^{10} \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{79}) \vee (A^{87} \wedge B^{80}), A^{88} \wedge B^{80}]0(-, -)1[B^{80} \vee (A^{88} \wedge B^{81}), B^{81}],$$

$$y_9(t) = 1(A^9, A^{10} \wedge B^1)0(-, -)1[(A^{11} \wedge B^1) \vee \vee (A^{10} \wedge B^2), A^{11} \wedge B^2]...1[(A^{88} \wedge B^{78}) \vee (A^{87} \wedge B^{79}), A^{88} \wedge B^{79}]0(-, -)1[B^{79} \vee (A^{88} \wedge B^{80}), B^{80}]. \quad (9)$$

Вычислим выражения (9), используя указанные выше правила вычисления логических определителей и конкретный вид фигурирующих в (9) определителей A^r и B^r , соответствующий виду (6) входных процессов нашей расчетной схемы-модели рис. 1:

$$A^r = \begin{bmatrix} -500 & -431 & -340 & -334 & -264 & -218 & -149 \\ -215 \\ 1409 & 1454 & 1494 & 1618 & 1652 & 1665 & 1672 & 1688 & 1701 & 1716 & 1740 & 1744 & 1756 & 1792 & 1799 & 1804 & 1806 & 1808 & 1813 & 1815 & \dots \\ \dots & 1848 & 1859 & 1866 & 1870 & 1897 & 1911 & 1912 & 1914 & 1919 & 1939 & 1999 \\ 1337 & 1667 & 1714 & 1740 & 1912 \\ 1558 & 1590 & 1610 & 1632 & 1654 & 1676 & 1700 & 1733 & 1741 & 1768 & 1787 & 1804 & 1817 & 1877 & 1904 & 1918 & 1939 & 1941 & 1979 & 1994 & 1999 \\ 1656 & 1710 & 1735 & 1788 & 1806 & 1828 & 1853 \\ 1808 & 1812 & 1826 \\ 1775 & 1840 & 1856 & 1861 & 1894 & 1899 & 1945 & 1950 & 1954 & 1980 \\ 1895 & 1945 & 1962 \end{bmatrix},$$

$B^r =$	-449 -404 -338 -334 -241 -201 -146
	-168
	1411 1466 1559 1648 1654 1667 1674 1697 1714 1718 1742 1745 1763 1797 1802 1805 1807 1809 1814 1816 ...
	... 1849 1860 1867 1871 1898 1912 1913 1918 1922 1945 2000
	1453 1668 1718 1748 1913
	1583 1593 1617 1634 1667 1681 1721 1735 1743 1774 1791 1813 1864 1878 1905 1921 1940 1945 1989 1996 2000
	1658 1713 1739 1790 1812 1829 1856
	1809 1813 1828
	1783 1842 1860 1864 1895 1902 1949 1953 1962 1988
	1896 1954 1975

Результаты вычислений представлены в табл. 3. В левом столбце табл. 3 указаны последовательные интервалы времени, в каждом из которых все спектральные процессы $y_r(t)$, $r = \overline{0, 9}$, имеют постоянное значение. В правом столбце этой таблицы содержатся соответствующие значения всех спектральных процессов $y_r(t)$, а также суммарного процесса $y(t)$. При этом непосредственно

указаны только значения процесса $y(t)$, но они, согласно формуле (2), определяют и значения всех процессов $y_r(t)$. Например, если $y(t) = 3$, то $y_3(t) = 1$; $y_r(t) = 0$ при $r \neq 3$.

Построенный по табл. 3 график суммарного процесса $y(t)$, который согласно §1 является плотностью суммарного потока войн, показан на рис. 3.

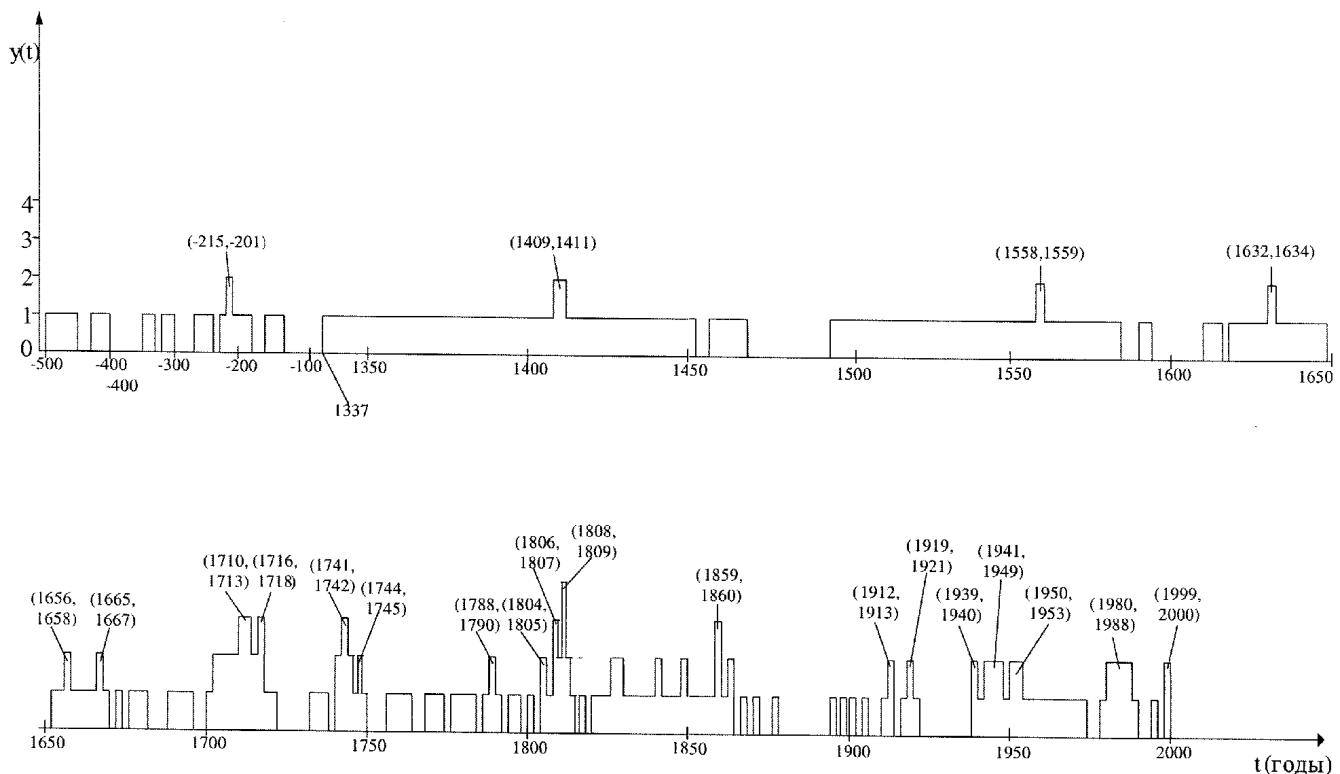


Рисунок 3 - Плотность $y(t)$ изучаемого суммарного потока войн. Высота любого импульса процесса $y(t)$ в произвольный момент t показывает число одновременно происходящих в этот момент войн, а его ширина - время, в течение которого происходит данное число войн. Особо (в скобках) показаны интервалы времени, в которых происходит рекордное число войн. Например, видим, что на интервале времени (1337, 1453) происходит одна война, однако на малом его подынтервале (1409, 1411) происходят одновременно две войны

Таблица 3

Интервал времени (годы)	Значение $y(t)$	Интервал времени (годы)	Значение $y(t)$	Интервал времени (годы)	Значение $y(t)$	Интервал времени (годы)	Значение $y(t)$
<-500	0	[1648,1652)	0	[1783,1787)	0	[1871,1877)	0
[-500,-449)	1	[1652,1656)	1	[1787,1788)	1	[1877,1878)	1
[-449,-431)	0	[1656,1658)	2	[1788,1790)	2	[1878,1894)	0
[-431,-404)	1	[1658,1665)	1	[1790,1791)	1	[1894,1896)	1
[-404,-340)	0	[1665,1667)	2	[1791,1792)	0	[1896,1897)	0
[-340,-338)	1	[1667,1668)	1	[1792,1797)	1	[1897,1898)	1
[-338,-334)	0	[1668,1672)	0	[1797,1799)	0	[1898,1899)	0
[-334,-331)	1	[1672,1674)	1	[1799,1802)	1	[1899,1902)	1
[-331,-264)	0	[1674,1676)	0	[1802,1804)	0	[1902,1904)	0
[-264,-241)	1	[1676,1681)	1	[1804,1805)	2	[1904,1905)	1
[-241,-218)	0	[1681,1688)	0	[1805,1806)	1	[1905,1911)	0
[-218,-215)	1	[1688,1697)	1	[1806,1807)	3	[1911,1912)	1
[-215,-201)	2	[1697,1700)	0	[1807,1808)	2	[1912,1913)	2
[-201,-168)	1	[1700,1701)	1	[1808,1809)	4	[1913,1914)	0
[-168,-149)	0	[1701,1710)	2	[1809,1813)	2	[1914,1919)	1
[-149,-146)	1	[1710,1713)	3	[1813,1814)	1	[1919,1921)	2
[-146,1337)	0	[1713,1716)	2	[1814,1815)	0	[1921,1922)	1
[1337,1409)	1	[1716,1718)	3	[1815,1816)	1	[1922,1939)	0
[1409,1411)	2	[1718,1721)	1	[1816,1817)	0	[1939,1940)	2
[1411,1453)	1	[1721,1733)	0	[1817,1826)	1	[1940,1941)	1
[1453,1454)	0	[1733,1739)	1	[1826,1829)	2	[1941,1949)	2
[1454,1466)	1	[1739,1740)	0	[1829,1840)	1	[1949,1950)	1
[1466,1494)	0	[1740,1741)	2	[1840,1842)	2	[1950,1953)	2
[1494,1558)	1	[1741,1742)	3	[1842,1848)	1	[1953,1975)	1
[1558,1559)	2	[1742,1743)	2	[1848,1849)	2	[1975,1979)	0
[1559,1583)	1	[1743,1744)	1	[1849,1853)	1	[1979,1980)	1
[1583,1590)	0	[1744,1745)	2	[1853,1859)	2	[1980,1988)	2
[1590,1593)	1	[1745,1748)	1	[1859,1860)	3	[1988,1989)	1
[1593,1610)	0	[1748,1756)	0	[1860,1861)	1	[1989,1994)	0
[1610,1617)	1	[1756,1763)	1	[1861,1864)	2	[1994,1996)	1
[1617,1618)	0	[1763,1768)	0	[1864,1866)	0	[1996,1999)	0
[1618,1632)	1	[1768,1774)	1	[1866,1867)	1	[1999,2000)	2
[1632,1634)	2	[1774,1775)	0	[1867,1870)	0		
[1634,1648)	1	[1775,1783)	1	[1870,1871)	1		

5. АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ

Проанализируем изучаемый поток войн, используя для этого его количественные характеристики, найденные в §4, в сочетании с исходными данными (табл. 1). С этой целью найдем еще некоторые вторичные количественные характеристики потока, опирающиеся на уже известные характеристики и исходные данные. Все приведенные ниже вторичные характеристики являются усредненными

и вычисляются для каждого века в отдельности.

Начнем с характеристики T_1 - среднего времени, приходящегося на одну войну, - вычисляемой по формуле

$$T_1 = 100/n \text{ лет.} \quad (10)$$

Здесь n - число войн в том веке, для которого вычисляется T_1 . Это число определяется по табл. 1. Очевидно, что

n и T_1 есть некоторые количественные характеристики частоты войн - чем больше n и меньше T_1 , тем чаще происходят войны. Следующая характеристика T_2 - средний интервал времени между соседними войнами - вычисляется по формуле

$$T_2 = \sum_i \Delta t_i / n - 1, \quad (11)$$

где Δt_i - промежуток времени между центрами i -й пары соседних войн (определяется по табл. 1, с учетом уточнения длительности некоторых войн, сделанного в §4), n - число войн в том веке, для которого вычисляется T_2 . Суммирование в (11) ведется по всем парам войн, относящихся к данному веку (если некоторая война происходит частично в данном, а частично в соседнем веке, то мы оперируем только с той частью, которая происходит в данном веке, рассматривая ее как отдельную войну). T_2 есть некоторая другая количественная характеристика частоты войн, чем T_1 , отличающаяся от T_1 учетом не только числа войн n , но и их взаиморасположения. К характеристикам T_1 и T_2 примыкает характеристика T_3 - средняя длительность одной войны, вычисляемая по формуле

$$T_3 = \sum_i \Delta t_i / n, \quad (12)$$

где t_i - длительность i -й войны (определяется по табл. 1, с учетом уточнения длительности некоторых войн, сделанного в §4), n - число войн в том веке, для которого вычисляется T_3 . Суммирование ведется по всем войнам, относящихся к данному веку (если какая-то война охватывает два века, ее учитываем так же, как в формуле (11)). Очевидно, что T_3 есть количественная характеристика длительности войн века.

Следующая пара количественных характеристик потока войн - доля времени мира M и доля времени войн B , определяемые для каждого отдельного века по формулам

$$M = \frac{T_M}{100}, \quad B = \frac{T_B}{100}, \quad (13)$$

где T_M и T_B - общее время мира и общее время войн в течение рассматриваемого века, определяемые из табл. 3. Ясно, что

$$T_M + T_B = 100, \text{ так что } M + B = 1, \quad (14)$$

в связи с чем из двух характеристик M и B достаточно определить какую-нибудь одну. M и B являются количественными характеристиками насыщенности времени войнами, причем $M = 0, B = 1$ соответствует максимальной, а $M = 1, B = 0$ - минимальной насыщенности.

Последняя пара вторичных количественных характеристик потока войн: N - число участков концентрации военного напряжения и T_4 - средний интервал времени между соседними участками концентрации военного напряжения. Здесь под участком концентрации военного напряжения понимается интервал времени, на котором характеристика $y(t)$ достигает локального максимума, большего единицы. Другими словами, это интервал, на котором происходит одновременно рекордное число (два или более) войн, так, что в предшествующем и следующем годах происходит одновременно меньше войн, чем в данном интервале. Характеристика N определяется по табл. 3 или по графику рис. 3, а характеристика T_4 - по формуле

$$T_4 = \sum_i \Delta t_i' / N, \quad (15)$$

где $\Delta t_i'$ - интервал времени между центрами i -й пары соседних участков концентрации военного напряжения, и суммирование ведется по всем парам участков, относящихся к данному веку. Интервалы $\Delta t_i'$ определяются по табл. 3 или по графику рис. 3. Очевидно, что N и T_4 есть некоторые количественные характеристики степени военного напряжения - чем больше N (меньше T_4), тем выше эта степень для рассматриваемого века.

Таблица 4

Эра	Век	Число войн n	Среднее время, приходящееся на одну войну T_1	Средний интервал времени между соседними войнами T_2	Средняя длительность одной войны T_3	Число участков концентрации военного напряжения N	Средний интервал времени между соседними участками концентрации военного напряжения T_4	Доля времени мира M	Доля времени войны B
До н.э.	5	2	50	57	39	0	-	0,22	0,78
	4	2	50	6,5	2,5	0	-	0,95	0,05
	3	3	33,3	30,5	29	1	-	0,59	0,41
	2	1	100	-	3	0	-	0,65	0,35
Н.э.	14	1	100	-	63	0	-	0,37	0,63
	15	4	25	34,5	20,7	1	-	0,29	0,71
	16	3	33,3	31	29	1	-	0,14	0,86
	17	11	9,1	8	7,9	3	33,3	0,31	0,69
	18	18	5,6	5,2	5,27	5	20	0,34	0,66
	19	26	3,8	4	3,7	8	12,5	0,33	0,67
	20	21	4,8	4,45	4,2	7	14,2	0,38	0,62

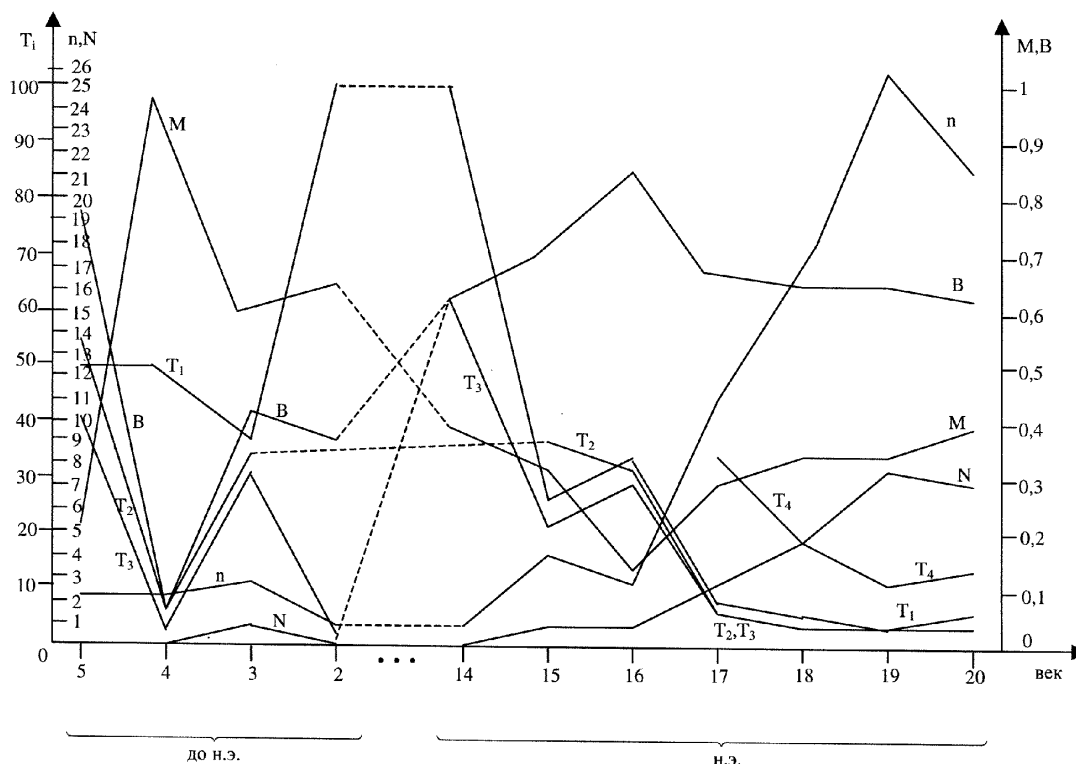


Рисунок 4 - Графики количественных характеристик $T_1 - T_4$, n , N , M , B (названия характеристик см. в табл. 4)

Результаты расчета характеристик T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , n , N , M , B приведены в табл. 4, а соответствующие графики - на рис. 4.

Из графиков на рис. 4 можно сделать следующие выводы.

1. Характеристика n - число войн, происходящих в течение одного века, до н.э. весьма незначительно ($n \leq 3$) и является практически постоянной величиной. Однако, начиная, по крайней мере, с 14 в. н.э., это число становится функцией, существенно зависящей от времени и практически монотонно возрастающей, достигая при этом больших значений ($n = 26$).

2. Аналогично поведение другой характеристики - N - числа участков концентрации военного напряжения, приходящихся на один век: до н.э. оно незначительно и практически постоянно ($N \leq 1$), а начиная с 14 в. н.э. становится практически монотонно возрастающей функцией времени, достигающей существенных значений ($N = 8$).

3. Характеристика T_1 - среднее время, приходящееся на одну войну, - является существенной функцией времени как в период до н.э., так и после него. При этом до н.э. превалирует тенденция возрастания величины T_1 вплоть до $T_{1, \max} = 100$ лет, а после 14 в. н.э. - тенденция убывания T_1 , вплоть до $T_{1, \min} = 3,8$ лет.

4. Характеристика T_2 - средний интервал времени между соседними войнами - в период до н.э. изменяется

резко скачкообразно (между значениями $T_{2, \min} = 6,5$ и $T_{2, \max} = 57$), а с 15 в. н.э. - практически монотонно убывает, достигая минимального значения $T_{2, \min} = 4$.

5. Практически такое же поведение у характеристики T_3 - средней длительности одной войны. Величина T_3 в период до н.э. изменяется скачкообразно в границах от $T_{3, \min} = 2,5$ до $T_{3, \max} = 39$, а с 14 в. н.э. практически монотонно убывает, достигая минимального значения $T_{3, \min} = 3,7$.

6. Характеристика T_4 - средний интервал времени между соседними участками концентрации военного напряжения - является практически монотонной функцией времени во всем диапазоне ее существования (с 17 в. н.э. по 20 в. н.э.), достигая в итоге минимального значения $T_{4, \min} = 12,5$.

7. Поведение характеристики M - доли времени мира - обнаруживает резко скачкообразное изменение в период до н.э. (между крайними значениями $M_{\min} = 0,22$ и $M_{\max} = 0,95$), монотонное убывание в раннее средневековье (с 14 в. по 16 в.) и монотонное возрастание в новое время (после 16 века), с финальным значением $M_{\max} = 0,38$, практически совпадающим со значением в 14 в. - $M = 0,37$.

8. Аналогично поведение двойственной к M характеристики B - доли времени войны: в период до н.э. величина

изменяется резко скачкообразно (крайние значения $B_{\min}=0,05$ и $B_{\max}=0,78$), в средние века она монотонно возрастает, а в новое время монотонно убывает, достигая финального значения $B_{\min}=0,62$, практически совпадающего со значением в 14 в. - $B=0,63$.

9. Не обнаружено никакой периодичности в поведении всех вышеупомянутых характеристик, что побуждает усомниться в справедливости неоднократных высказываний о периодичности потока войн. Напротив, поведение этих характеристик свидетельствует о монотонном характере последовательности войн, начиная, по крайней мере, с 16 века.

10. Упомянутая в п. 9. Монотонность проявляется в непрерывном росте частоты войн n и частоты участков концентрации военного напряжения N , уменьшении интервалов времени между войнами T_1 , T_2 и, как следствие, длительности войн T_3 . В то же время доли времени мира M и времени войны B убывая (возрастая) с 14-го по 16-й век и возрастая (убывая) с 16-го по 20-й век, в целом за весь этот период остаются практически неизменными. Эта общая картина войн свидетельствует в пользу библейских пророчеств о движении мира к своему концу из-за неспособности людей извлекать уроки из истории.

11. И все же, как видно из табл. 4 и графиков на рис. 4., у нас есть надежда: в 20-м веке 7 из 8 количественных характеристик потока войн улучшили свои значения. А именно, уменьшилась частота войн n и частота участков концентрации военного напряжения N , увеличились интервалы времени между войнами T_1 , T_2 и интервалы времени между участками концентрации военного напряжения T_4 , увеличилась доля времени мира M и уменьшилась доля времени войны B . Возможно, это признак пробуждения человечества, его желания начать, наконец, управлять историческим процессом в своих интересах.

УДК 681.324

СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАКЛЮЧЕНИЙ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ОСОБЫХ СЛУЧАЯХ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТАМИ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ П-КВАНТОВ ЗНАНИЙ

И.Б.Сироджа, А.Б.Куренко

In article is formulated and to decide a task of algorithmization of the approximated reasonings for acceptance of knowledge-oriented solutions by the chief of flights and pilot in the special cases of control of flights, the algorithms of conclusions calculation in the differentlevel π -quantums of knowledge are synthesized.

В статье сформулирована и решена задача алгоритмизации приближенных рассуждений для принятия знаниеориентированных решений руководителем полетов и летчиком в особых случаях управления полетами, синтезированы алгоритмы

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный в статье материал - первый опыт применения автоматного-логического моделирования истории [2,3] к конкретному историческому процессу - потоку наиболее известных войн за последние 2500 лет. Этот опыт подтверждает предварительные выводы [2], что с помощью достаточно простых вычислений можно получить количественные характеристики изучаемого исторического процесса и на этой основе строить правильное понимание этого процесса и его разумное объяснение. Возможно, что на этом пути удастся наметить какие-то конструктивные методы управления историческими процессами. Важное значение имеют также детальные исследования различных конкретных исторических процессов (войн, кризисов, революций и т.д.), выполненные аналогично представленному в этой статье. Такие исследования позволили бы, с одной стороны, попытаться лучше понять указанные процессы, а с другой - обстоятельно проверить работоспособность предложенного подхода.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Коваленко И.Д. (ред.) Количественные методы в исторических исследованиях. М.: Высшая школа, 1984.
2. Левин В.И. Математическое моделирование социально-экономических процессов (автоматно-логические методы и модели). Пенза: Изд-во Пенз. технол. ин-та, 1997.
3. Левин В.И. Математическое моделирование потока исторических событий методами теории автоматов// Гуманитарные науки и современность. Вып. 5. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 1999.
4. Поспелов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем. М.: Энергия, 1987.
5. Левин В.И. Теория динамических автоматов. Пенза: Изд-во пенз. гос. техн. ун-та, 1995.
6. Альфа и Омега. Таллинн: изд-во "Валгус", 1988.

вычисления заключений в равноуровневых π -квантах знаний.

1. ВВЕДЕНИЕ

В человеко-машинных системах военного назначения, обеспечивающих управление полетами летательных аппаратов различного назначения существует проблема принятия решений в сложных и аварийных ситуациях, обусловленных неисправностями объекта и его систем, внешними воздействиями и ошибками человека-оператора,

как правило, в условиях дефицита времени для принятия решения. Трудность принятия решения в таких ситуациях, называемых далее особыми случаями в полете, определяется большим объемом информации, который необходимо обработать за короткое время, и большим количеством возможных особых случаев. Решение этой проблемы авторы [1] видят в создании интеллектуальных систем поддержки принятия решений, обеспечивающих заданный уровень безопасности полетов.

Для построения эффективных знаниеориентированных систем поддержки принятия решений в работах [2-4] разработана теория моделей представления нечетких π -квантов знаний, а также информационная технология манипулирования ими при решении практических задач вывода решений в условиях неопределенности. Опираясь на эти результаты, в данной работе сформулирована и решена задача алгоритмизации приближенных рассуждений для принятия решений руководителем полетов и летчиком по выходу из особого случая в полете, на базе использования которой синтезированы алгоритмы вычисления заключений в разноуровневых π -квантах.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПРИНИМАЕМЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Под приближенными рассуждениями будем понимать цепочку алгоритмических действий, обеспечивающих формирование заключения и вычисление показателя достоверности (ПД) π -кванта знаний на основании посылочной информации, содержащейся в его доменах. Как известно из [3] в любом π -кванте произвольного уровня логика семантических связей ненулевых компонентов в домене подчинена закону дизъюнкции (ИЛИ), а связей между доменами - закону конъюнкции (И). Следовательно, семантика приближенных рассуждений в произвольном π -кванте реализуется по следующей схеме импликации:

$$\langle \text{доменная логическая комбинация посылок } E \rangle \rightarrow \langle \text{заключение } C \text{ в выходном домене} \rangle \quad (1)$$

согласно правилам из Π_{π} [3].

Возникает задача алгоритмизации формирования заключения " $E \rightarrow C$ " и определения показателя достоверности $d[\bullet]$ π -кванта либо системы π -квантов различных уровней на основании содержимого их логической комбинации посылок E (1) с учетом заданных посылочных ПД и следующих четырех ограничений.

Первое ограничение состоит в том, что мы рассматриваем показатель достоверности $d[E]$, принадлежащий интервалу $[-1, \dots, 0, \dots, +1]$, как грубое приближение к вероятности. Границы этого интервала обозначают так:

"+1" - π -квант знаний отображает посылку или заключение, которые абсолютно верны;

"-1" - π -квант знаний отображает посылку или заключение, которые абсолютно неверны;

"0" - π -квант знаний не несет никаких знаний.

Промежуточные значения интервала отражают степень доверия или недоверия к указанным ситуациям.

Второе ограничение состоит в том, что сложные схемы логических рассуждений строятся на основе комбинаций простых импликаций со связками "И", "ИЛИ", "НЕ" либо посредством множества независимых посылок (как в матричном π -кванте 2-го уровня), поддерживающих одно или несколько заключений.

Третье ограничение заключается в определении показателя достоверности всего π -кванта знаний по формуле (правило комбинирования из Π_{π})

$$d[Y] \equiv d[\text{заключения}] = d[\text{посылки}] \times d[\text{импликация}] = d[C] = d[E] \times d[\rightarrow]. \quad (2)$$

Четвертое ограничение: произвольный π -квант представляет собой динамическую порцию π k -знаний за счет его возможности резервирования доменов и расширения по мощности, зависящей от числа доменов и их компонентов; при этом величина $d[Y]$ (2) π -кванта с именем Y зависит от его динамики. Поэтому конкретный π -квант находится в рабочем (возбужденном) состоянии, если соответствующий сигнал активизации $\lambda = 1$ и вся посылочная информация π -кванта задана в данный момент, а его пассивный домен заполнен вычисленным значением показателя достоверности $d[Y]$.

3. МЕТОДИКА АЛГОРИТМИЗАЦИИ ПРИБЛИЖЕННЫХ РАССУЖДЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ π -КВАНТОВ ЗНАНИЙ

Рассмотрим методику формирования заключения в π -кванте, которое зависит от логической комбинации его посылок относительно следствия с учетом соответствующих ПД.

Будем называть посылкой все логические выражения в семантике π -кванта между "ЕСЛИ" и "ТО". Заключением случаев простой импликации назовем выражение, состоящее из атомарных посылок, каждая из которых имеет свой ПД. Они могут быть связаны между собой произвольными комбинациями логических связей, например,

$$\text{"ЕСЛИ } (e1 \text{ И НЕ}(e2 \text{ ИЛИ } e3)), \text{ ТО } (c)".$$

Простейшей логической комбинацией является конъюнкция (И) между двумя элементарными свидетельствами с семантикой

$$\text{"ЕСЛИ } (e1 \text{ И } e2), \text{ ТО } (c)", \quad (3)$$

что в π -квантовой структуре отвечает трем доменам. Два посылочных домена содержат компоненты $e1$ и $e2$, а третий, выходной домен, содержит следствие c . Здесь величину ПД посылки $d[e1 \text{ И } e2]$ примем равной величине

достоверности наименее надежной из посылок, т.е.

$$d[e1Иe2]=\min(d[e1],d[e2]). \quad (4)$$

Для логической комбинации дизъюнкции (ИЛИ) двух элементарных свидетельств с семантикой

$$\text{"ЕСЛИ (e1 ИЛИ e2), ТО (c)"} \quad (5)$$

принимаям ПД посылки $d[e1 \text{ ИЛИ } e2]$, определяемый по формуле

$$d[e1 \text{ ИЛИ } e2]=\max(d[e1],d[e2]). \quad (6)$$

Дизъюнкцию можно представить в виде двух или нескольких самостоятельных свидетельств, поддерживающих одно и то же заключение (это не всегда допустимо). В этом случае нужно следовать "здравому смыслу" либо тому, что считает важным эксперт. Например, для дизъюнктивной комбинации рассуждений

"ЕСЛИ (e1 ИЛИ e2 ИЛИ e3), ТО (c)" считаем e1, e2, e3 самостоятельными посылками, а ПД общего заключения $d[c]$ для случая $d[e_i] \geq 0$, где $i=1,2,3$ определим по формуле

$$d[c]=d[e1]+d[e2]+d[e3]-d[e1] \cdot d[e2]-d[e1] \cdot d[e3]-d[e2] \cdot d[e3]+d[e1] \cdot d[e2] \cdot d[e3]. \quad (7)$$

Здравый смысл здесь состоит в том, что три показателя достоверности преобразуются в один, больший каждого в отдельности, но не превышающий 1.

По аналогичной схеме можно рассматривать поддержку заключения одного π -кванта конечным множеством независимых свидетельств других π -квантов. Пусть заключение π -кванта Z поддерживается множеством заключений π -квантов $Y_1, Y_2, \dots, Y_n \geq 0$ с соответствующими ПД $d[Y_1] \geq 0, d[Y_2] \geq 0, \dots, d[Y_n] \geq 0$. Тогда общий ПД $d[Z]$ π -кванта Z определяется формулой

$$\begin{aligned} d[Z] &= d[Y_1] + \dots + d[Y_n] - d[Y_1] \cdot d[Y_2] - \dots - \\ &- d[Y_1] \cdot d[Y_n] + \dots + (-1)^n d[Y_1] \cdot d[Y_2] \cdot \dots \cdot d[Y_n] = \\ &= \sum_{i=1}^n d[Y_i] - \sum_{i_1 < i_2} d[Y_{i_1}] \cdot d[Y_{i_2}] + \sum_{i_1 < i_2 < i_3} d[Y_{i_1}] \cdot d[Y_{i_2}] \cdot d[Y_{i_3}] + \\ &+ (-1)^n d[Y_{i_1}] \cdot d[Y_{i_2}] \cdot \dots \cdot d[Y_{i_n}] = (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n (d[Y_i] - 1) + 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Формула (8) применяется в случае, когда посылки Y_i и ПД всех заключений заданы одновременно. Заметим, что ПД $d[\bullet]$ - это артефакт приближенных рассуждений на основе πk -знаний. Нет иного доказательства правомерности изложенного способа манипулирования семантикой π -квантов кроме того, что этот способ прост и соответствует здравому смыслу.

Напомним, что $d[\bullet] \in [-1, \dots, 0, \dots, +1]$, и именно это приводит к дополнительным ограничениям. Во-первых, в случаях отрицания атомарных посылок (т.е. посылок,

которым предшествует связка "НЕ"), например, с семантикой: "ЕСЛИ (НЕ e) ТО (c)", для вычисления ПД $d[\bar{e}]$ используется простая формула

$$d[\bar{e}] = d[e], \quad (9)$$

что соответствует вероятностной схеме

$$p(\text{НЕ}e) = -p(e).$$

Во-вторых, процедура получения композиции показателей достоверности в условиях поддержки двумя π -квантами Y_1 и Y_2 одного и того же заключения в π -кванте Z должна выполняться по следующим формулам: если $d[Y_1] \geq 0$ и $d[Y_2] \geq 0$, то

$$d[Z] := d[Y_1] + d[Y_2] - d[Y_1] \cdot d[Y_2], \quad (10)$$

если $d[Y_1] < 0$ и $d[Y_2] < 0$, то

$$d[Z] := d[Y_1] + d[Y_2] + d[Y_1] \cdot d[Y_2]. \quad (11)$$

Если отрицателен только один из ПД $d[Y_1]$ либо $d[Y_2]$, то

$$d[Z] := \frac{d[Y_1] + d[Y_2]}{1 - \min(\text{abs}(d[Y_1]), \text{abs}(d[Y_2]))}, \quad (12)$$

в частности, когда $d[Y_1] = +1, d[Y_2] = -1$ или $d[Y_1] = -1, d[Y_2] = +1$, то $d[Z] = 0$.

Легко заметить, что когда два π -кванта с небольшими показателями достоверности поддерживают одно заключение, то ПД $d[Z]$ заключения возрастает. Если же знаки не совпадают, то результат определяется большим по абсолютной величине ПД, но влияние его несколько ослабляется. И, наконец, третье дополнительное ограничение состоит в различении обратимых и необратимых заключений в соответствующих π -квантах. Если π -квант сохраняет свою правильную семантику, когда и посылка, и заключение отрицаются, то π -квант называется обратимым (rev) π -квантом. Если π -квант теряет смысл при отрицании посылки и заключения, то π -квант называется необратимым (nrev) π -квантом. Если π -квант обратимый, то в рабочем состоянии он применим к любому ПД посылки. Если же π -квант необратимый, то он работает только при положительных значениях ПД посылки. В случае отрицательного значения ПД посылки необратимый π -квант применять нельзя, т.к. он противоречив и подлежит исключению из цепочки рассуждений.

4. ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗАКЛЮЧЕНИЙ В ВЕКТОРНЫХ И МАТРИЧНЫХ π -КВАНТАХ

Рассмотрим синтез алгоритмов поддержки заключения в π -квантовых структурах 1-го и 2-го уровней. Пусть задан элементный векторный π -квант 1-го уровня, каждый домен которого, по определению, содержит лишь одну значимую ненулевую компоненту с собственным ПД

$d[\bullet]$. Следовательно, все посылочные свидетельства доменов комбинируются только связкой "И" по схеме: $x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_{n-1} \rightarrow x_n = x_{\Pi}$ - целевой признак, где также возможно " \bar{x} ", если имеются в данных отрицания посылок. На рис.1 показана граф-модель абстрактного элементного π -кванта 1-го уровня $\pi k_1 Y_e$ с ПД заключения $d[Y_e]$, для которого отведен пассивный $(n+1)$ -й домен, размещаемый в конце π -кванта. На n -м месте находится выходной домен, содержащий значения (компоненты) целевого признака x_{Π} объекта принятия решения (ОПР). Значения нецелевых признаков размещаются в остальных доменах. На граф-модели (рис. 1) пассивный домен с содержимым " $1[d[Y_e]]$ " указан вместе с именем π -кванта в корневой вершине, называемой выходом π -кванта. Все висячие вершины соответствуют активным доменам, которые содержат по одному значению $\alpha_{r_i}^i$ каждой характеристики x_i ($i = \overline{1, n}$) ОПР с определенным ПД $d[\alpha_{r_i}^i]$. Формирование заключения в элементном π -кванте (рис.1) осуществляется на основе изложенной методики с помощью разработанного алгоритма АВЗЭК.

Алгоритм АВЗЭК

Вход: задан элементный π -квант со значениями $\alpha_{r_1}^1[d[\alpha_{r_1}^1]], \dots, \alpha_{r_i}^i[d[\alpha_{r_i}^i]], \dots, \alpha_{r_{n-1}}^{n-1}[d[\alpha_{r_{n-1}}^{n-1}]]$ всех известных посылочных характеристик ОПР, а также ПД импликации $d[(x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_{n-1} \rightarrow x_n = x_{\Pi})]$; сигнал активизации π -кванта - λ_e ; указатели (rev) или (nrev).

Выход: искомый ПД $d[Y_e]$ заключения в элементном $\pi k_1 Y_e$

Действия:

1. Обозревая в цикле векторную π -квантовую структуру (рис.1) с именем элементного π -кванта Y_e и наличием сигнала активизации $\lambda_e = 1$, вычислить по формуле (4) показатель достоверности комбинированной посылки $d[x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_{n-1}]$, присвоить ему значение

$$d[x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_{n-1}] = \min(d[\alpha_{r_1}^1], d[\alpha_{r_2}^2], \dots, d[\alpha_{r_{n-1}}^{n-1}]) = d[\text{к.п.}]. \quad (13)$$

2. Если квантовая импликация обратима (rev), то перейти к действию 5.

3. Если квантовая импликация необратима (nrev) и $d[\text{к.п.}] > 0$, то перейти к действию 5, но при $d[\text{к.п.}] \leq 0$ выполнить действие 4.

4. Исключить π -квант как противоречивый и перейти к действию 7.

5. В соответствии с третьим ограничением вычислить по формуле (2) показатель достоверности $d[Y_e]$ заключения элементного π -кванта и присвоить ему значение

$$d[Y_e] = d[\text{к.п.}] \times d[x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_{n-1} \rightarrow x_n]. \quad (14)$$

6. Завершить активизацию $\pi k_1 Y_e$, поместив значение в пассивный домен.
7. Конец.

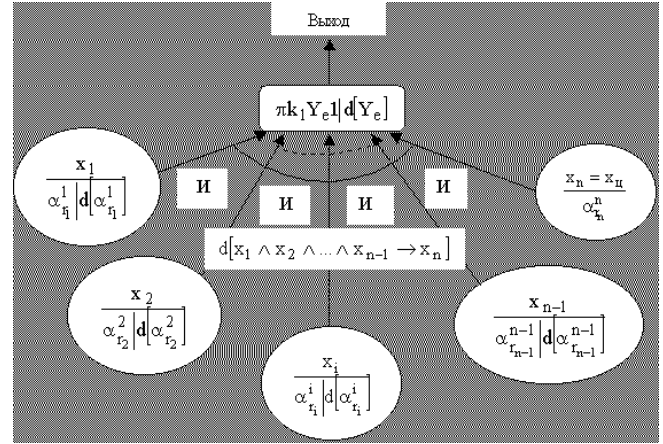


Рисунок 1 - Граф-модель элементного векторного π -кванта 1-го уровня

Пусть задан интервальный векторный π -квант $\pi k_1 Y$ 1-го уровня, содержащий, по определению, хотя бы в одном домене больше одной значимой компоненты с показателем достоверности $d[\bullet]$ и именем Y . На рис.2 показан пример граф-модели интервального π -кванта знаний 1-го уровня $\pi k_1 Y$, описывающего фрагмент особого случая в полете "Помпаж силовой установки" [5] с выходом в корневой вершине и значимыми компонентами - значениями характеристик ОПР в висячих вершинах. Как видим, π -квант $\pi k_1 Y$ включает четыре активных домена и содержит логическую комбинацию посылок с ПД относительно значений признаков x_1, x_2, x_3 от которых зависит вычисляемый ПД заключения относительно целевого признака $x_4 = x_{\Pi}$, для которого отведен пассивный 5-й домен, размещаемый в конце π -кванта.

Данный π -квант имеет следующую семантику: "если наблюдаемый ОПР принимает $\alpha_1^1[d[\alpha_1^1]]$ 1-е ("многократные") или $\alpha_3^1[d[\alpha_3^1]]$ 3-е ("одиночные") значения признака (удары в районе двигателя) и $\alpha_2^2[d[\alpha_2^2]]$ 2-е ("зависание") или $\alpha_3^2[d[\alpha_3^2]]$ 3-е ("возрастание") значения признака x_2 (изменение оборотов (тяги) двигателя), и совокупность $\alpha_1^3[d[\alpha_1^3]]$ 1-го ("падение") или $\alpha_4^3[d[\alpha_4^3]]$ 4-го ("возрастание выше допустимого") значений признака x_3 (изменение температуры газов), то целевой признак x_4 (команды руководителя полетов) определен однозначно

α_1^4 1-м ("действия летчика по выходу из данного особого случая") значением, рассматриваемых в ИПК "ПОЛЕТ" [6] особых случаев в полете с заданным показателем достоверности обратимой (или необратимой) импликации, равным $d[(\alpha_1^1 \vee \alpha_3^1) \wedge (\alpha_2^2 \vee \alpha_3^2) \wedge (\alpha_1^3 \vee \alpha_4^3)]$ ". Формирование заключения в интервальном π -кванте (рис. 2) производится на основе изложенной методики, с помощью алгоритма АВЗИК. Этот алгоритм универсальнее алгоритма АВЗЭК, т.к. пригоден также для вычисления заключения в элементном π -кванте. Другими словами, предложенный алгоритм АВЗИК предназначен для вычисления заключения в произвольном π -кванте 1-го уровня.

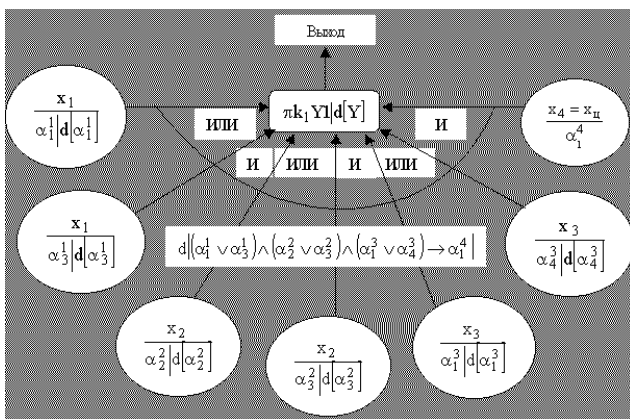


Рисунок 2 - Граф-модель интервального векторного π -кванта знаний 1-го уровня

Алгоритм АВЗИК

Вход: задан произвольный π -квант со всеми значимыми посылочными значениями характеристик (признаков) ОПР, ПД $d[\rightarrow]$ импликации с указателем (rev) или (prev) и сигнал λ_1 активизации π -кванта ($\lambda_1 = 1$).

Выход: искомый ПД $d[Y]$ заключения в заданном π -кванте.

Действия:

1. При наличии сигнала активизации $\lambda_1 = 1$ организовать вложенные циклы обзора векторной π -квантовой структуры по количеству $n-1$ доменов и числу p_j компонентов в них ($j = \overline{1, n-1}$) для вычисления показателя достоверности комбинированной посылки $d[\text{к.п.}]$ согласно неявной логике "И", "ИЛИ", "НЕ" заполнения доменов значимыми компонентами; если в начально обозреваемой компоненте $\alpha_k^j | d[\alpha_k^j]$ j -го домена значение α_k^j не отрицается связкой "НЕ", то перейти к

действию 2, иначе, если имеем отрицание $\overline{\alpha_k^j}$ с $d[\alpha_k^j] < 0$, то поменять знак $d[\alpha_k^j]$ на положительный, т.е. представить компоненту $\overline{\alpha_k^j} | d[\overline{\alpha_k^j}] = \overline{\alpha_k^j} | (-d[\alpha_k^j])$ и переписать $d[\alpha_k^j] := d[\overline{\alpha_k^j}]$, ($k = \overline{1, p_j}$).

2. Присвоить искомому $d[\text{к.п.}]$ значение согласно выражению:

$$d[\text{к.п.}] := d_1^j[\text{к.п.}] = d[\alpha_k^j]; \tag{15}$$

если в пределах границ j -го домена ($j = 1, 2, \dots$) обнаруживаются другие значимые компоненты $\alpha_{k+1}^j | d[\alpha_{k+1}^j], \alpha_{k+2}^j | d[\alpha_{k+2}^j], \dots, (k = \overline{1, p_j})$, то применять формулу (6), пока не исчерпается j -й домен, и рекурсивно вычислять по формуле:

$$d_{k+1}^j = \max(d_k^j[\text{к.п.}], d[\alpha_{k+1}^j]), \tag{16}$$

последовательно переписывая значения $d[\text{к.п.}]$ в соответствии с выражением:

$$d[\text{к.п.}] := d_{k+1}^j[\text{к.п.}]. \tag{17}$$

3. Входя в область $(j+1)$ -го домена, выполнять действие 2, пока для $d[\alpha_{k+1}^{j+1}] : k \leq p_{j+1}$, и рекурсивно вычислить $d_{k+1}^{j+1}[\text{к.п.}]$ по формуле (16); руководствуясь выражением (4), переписать значение $d[\text{к.п.}]$ по формуле:

$$d[\text{к.п.}] := \min(d_{k+1}^j[\text{к.п.}], d_{k+1}^{j+1}[\text{к.п.}]). \tag{18}$$

4. Выполняя действия 2 и 3, пока (т.е. до исчерпания всех посылочных доменов π -кванта), зафиксировать вычисленное по формуле (17) результирующее значение ПД комбинированной посылки $d[\text{к.п.}]$ π -кванта $\pi k_1 Y$.

5. Если квантовая импликация обратима (rev), то перейти к действию 8.

6. Если квантовая импликация необратима (prev) и $d[\text{к.п.}] > 0$, то перейти к действию 8, иначе, при $d[\text{к.п.}] \leq 0$ выполнить действие 7.

7. Исключить π -квант $\pi k_1 Y$ как противоречивый и перейти к действию 10.

8. В соответствии с третьим ограничением вычислить по формуле (2) ПД $d[Y]$ заключения векторного π -кванта $\pi k_1 Y$ и присвоить ему значение:

$$d[Y] = d[\text{к.п.}] \times d[\rightarrow] \tag{19}$$

9. Завершить активизацию $\pi k_1 Y$ по сигналу λ_1 , поместив значение $d[Y]$ в пассивный домен π -кванта.

10. Конец.

Для решения задачи синтеза алгоритма формирования заключения в матричном π -кванте 2-го уровня предложим алгоритм АВЗМАК, разработанный на основе определения π -кванта 2-го уровня и алгоритма АВЗИК. Поскольку матричный π -квант 2-го уровня $\pi k_2 \|Z\|$ состоит из строк - π -квантов 1-го уровня, то легко обосновать алгоритм АВЗМАК, если последовательно применить алгоритм АВЗИК к каждой строке, затем по модифицированной формуле (8) определить искомый ПД $d[Z]$ заключения в $\pi k_2 \|Z\|$.

Алгоритм АВЗМАК

Вход: задан матричный π -квант 2-го уровня $\pi k_2 \|Z\|$, содержащий m -строк π -квантов 1-го уровня со всеми значимыми посылочными значениями характеристик (признаков) ОНР и показателями достоверности импликаций $d_i[\rightarrow]$ ($i = \overline{1, m}$) каждой строки с указателем (gev) или (ngv), а также сигнал $\lambda_m = 1$ активизации $\pi k_2 \|Z\|$.

Выход: искомый ПД $d[Z]$ заключения в матричном π -кванте.

Действия:

1. При наличии сигнала активизации $\lambda_m = 1$ в цикле по $i = \overline{1, m}$ для каждой строки матричного $\pi k_2 \|Z\|$ применить алгоритм АВЗИК с целью определения ПД заключений $d[Y_i]$ ($i = \overline{1, m}$) всех составляющих матричный π -квант строк - π -квантов 1-го уровня.

2. Учитывая, что в процессе действия 1 некоторые составляющие π -кванты 1-го уровня могут быть исключены в силу противоречивости посылочных знаний, сформировать массив найденных ПД активизированных π -квантов

$$d[Y_1], d[Y_2], \dots, d[Y_L], (L \leq m) \quad (20)$$

для нахождения заключительного $d[Z]$; положить $d_0[Z] = d[Y_1]$.

3. В процессе цикла обзора массива (20) по i пока $i \leq L - 1$ выполнять, если $(d[Y_i] \geq 0) \wedge (d[Y_{i+1}] \geq 0)$, то вычислить

$$d_i[Z] = d_{i-1}[Z] + d[mpY_{i+1}] - d_{i-1}[Z] \cdot d[Y_{i+1}] \quad (21)$$

и перейти к действию 4, иначе, если $(d[Y_i] < 0) \wedge (d[Y_{i+1}] < 0)$, то вычислить

$$d_i[Z] = d_{i-1}[Z] + d[Y_{i+1}] + d_{i-1}[Z] \cdot d[Y_{i+1}] \quad (22)$$

и перейти к действию 4, иначе, если то вычислить

$$d_i[Z] = \frac{d_{i-1}[Z] + d[Y_{i+1}]}{1 - \min(\text{abs}(d_{i-1}[Z]), \text{abs}(d[Y_{i+1}]))}, \quad (23)$$

причем, если $\text{abs}(d_{i-1}[Z]) = 1 \wedge \text{abs}(d[Y_{i-1}]) = 1$ то $d_i[Z] := 0$

4. Переприсвоить $d[Y_i] := d_i[Z]$, $d[Z] := d_i[Z]$,

$i := i + 1$ завершение цикла: если $i > L - 1$ то выполнить действие 5, иначе перейти к действию 3.

5. Завершить активизацию $\pi k_2 \|Z\|$, поместив найденное значение $d[Z]$ в пассивный домен π -кванта.

6. Конец.

ВЫВОДЫ

1. Разработана методика решения задачи алгоритмизации приближенных рассуждений для принятия решений по выходу самолета из особого случая в полете, что обеспечивает автоматическое построение логических сетей нечетких рассуждений со значениями функции достоверности для вывода знаниеориентированных решений в условиях неопределенности.

2. Синтезированы оригинальные алгоритмы вычисления заключений в разноуровневых π -квантах, позволяющие эффективно вычислять ПД заключительных выводов целевых π -квантов π -квантовой сети вывода решений по заданным и вычисляемым входным посылочным и промежуточным π -знаниям.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Лернер И.И., Петров А.Б. Интеллектуальные системы и обеспечение безопасности полета // ВИНТИ. Проблемы безопасности полетов. 1998, №11. с. 61-65.
2. Сироджа И.Б. Математическое и программное обеспечение интеллектуальных компьютерных систем. Харьков: ХАИ, 1992. - Ч. 1.-101с.
3. Сироджа И.Б., Петренко Т.Ю. Метод разноуровневых алгоритмических квантов знаний для принятия производственных решений при недостатке и нечеткости данных. Киев: Наукова думка, 2000. - 247с.
4. Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы искусственного интеллекта для принятия решений и управления. - Киев: Наукова думка. 2002. - 420с.
5. Руководство по летной эксплуатации самолета МИГ-29М. 1985. - 367с.
6. Куренко А.Б. Поддержка принятия решений в системе "руководитель полетов-леччик-летательный аппарат" при условиях неопределенности методом разноуровневых алгоритмических квантов знаний // Труды 6-го Международного молодежного форума "Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке". - Харьков: ХНУРЭ, 2002. - Ч.2. - с.370-371.

III. УПРАВЛІННЯ

УДК 517.977

АКТИВНО-АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

О.В.Адонин, Е.В.Бодянский, С.В.Котляревский, И.П.Плисс

Предлагается локально-оптимальный активно-адаптивный регулятор, реализующий компромисс между процессами управления и идентификации с помощью дополнительной контуры адаптации параметра критерия. Данный регулятор является обобщением локально-оптимального и псевдодуального алгоритмов управления объектами с неизвестными параметрами, предложенных в [1,2].

Пропонується локально-оптимальний активно-адаптивний регулятор, що реалізує компроміс між процесами керування та ідентифікації за допомогою додаткової контури адаптації параметру критерія. Цей регулятор є узагальненням локально-оптимального та псевдодуального алгоритмів керування об'єктами з невідомими параметрами, що запропоновано в [1,2].

The locally-optimal active-adaptive controller that provides the compromise between the control and identification processes with the criterion parameter adaptation in additional loop is proposed. The given controller is considered as generalization of locally-optimal and pseudo-dual control algorithms for the plants with unknown parameters that are suggested in [1,2].

ВВЕДЕНИЕ

В задачах управления стохастическими объектами с неизвестными параметрами широкое распространение получил подход, при котором неопределенность, вызванную незнанием параметров, уменьшают с помощью адаптивного идентификатора, работающего в реальном масштабе времени и уточняющего модель объекта по результатам измерения входных и выходных сигналов. Отсутствие дуального эффекта управления в таких системах является причиной низкого качества работы идентификатора в замкнутом контуре и приводит к затягиванию процесса управления.

Преодоление этого недостатка связано с применением адаптивных дуальных регуляторов [3], которые, однако, существенным образом используют информацию о характеристиках действующих на объект помех. Поскольку в общем случае такой информации нет, весьма актуальной является задача синтеза адаптивных дуальных алгоритмов управления, функционирующих в условиях априорной неопределенности как о параметрах объекта так и действующих возмущениях.

Пусть управляемый динамический объект описывается уравнением

$$x_{n+1} = Ax_n + Cu_n + \xi_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $x_n - (r \times 1)$ вектор состояния объекта в дискретный момент времени n , $u_n - (l \times 1)$ вектор управляющих воздействий, $\xi_n - (r \times 1)$ вектор независимых случайных возмущений (помех) таких, что $M\{\xi_n\} = 0$, $M\{\|\xi_n\|^2\} = \sigma_\xi^2 < \infty$, $M\{\xi_n \xi_n^T\} = P_\xi$; A и $C - (r \times r)$ и $(r \times l)$ матрицы параметров объекта, которые априорно неизвестны, причем относительно объекта (1) принимаются те же допущения, что в [1].

Цель управления задается одношаговым критерием вида.

$$I_{n+1}^c = M\{\|x_{n+1}\|_Q^2 + \|u_n\|_R^2\}, \quad (2)$$

где Q и $R - (r \times r)$ и $(l \times l)$ положительно определенные симметрические весовые матрицы критерия.

Используя методику локальной оптимизации [1], несложно получить локально-оптимальный закон управления объектом (1) в виде

$$u_n^* = -(C^TQC + R)^{-1}C^TQAx_n = D^{-1}Ex_n, \quad (3)$$

при этом критерий (2) принимает значение

$$\begin{aligned} I_{n+1}^c(u_n^*) &= x_n^T A^T Q A x_n + u_n^{*T} C^T Q C u_n^* + 2x_n^T A^T Q C u_n^* + \\ &+ u_n^{*T} R u_n^* + S p Q P_\xi = x_n^T A^T Q A x_n + S p Q P_\xi + \\ &+ x_n^T (E^T D^{-1} (C^T Q C + R) D^{-1} E - 2A^T Q C D^{-1} E) x_n = \\ &= x_n^T A^T Q A x_n + S p Q P_\xi - x_n^T E^T D^{-1} E x_n = x_n^T A^T Q A x_n + \\ &+ S p Q P_\xi - u_n^{*T} R u_n^*. \end{aligned} \quad (4)$$

(Здесь S_p и T - символы следа матрицы и транспонирования соответственно).

Поскольку в общем случае параметры объекта, входящие в матрицы A и C , неизвестны, их приходится уточнять в реальном масштабе времени, для чего перепишем уравнение объекта (1) в виде

$$x_{n+1} = B\tilde{z}_n + \xi_n \quad (5)$$

и поставим ему в соответствие уравнение настраиваемой модели

$$\hat{x}_{n+1} = B_n \tilde{z}_n = A_n x_n + B_n u_n, \quad (6)$$

где $B = (A : C) - (r \times (r+l))$ - составная матрица параметров, $B_n = (A_n : C_n) - (r \times (r+l))$ - составная матрица оценок, $\tilde{z}_n^T = (x_n^T : u_n^T) - (r+l) \times 1$ - обобщенный вектор входов.

Параметры модели (6) будем настраивать с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов в форме

$$\begin{cases} B_{n+1} = B_n + \frac{x_{n+1} - B_n \tilde{z}_n}{1 + z_n^T \Gamma_n z_n} z_n^T \Gamma_n, & B_0 = B_a, \\ \Gamma_{n+1} = \Gamma_n - \frac{\Gamma_n z_n z_n^T \Gamma_n}{1 + z_n^T \Gamma_n z_n}, & \Gamma_0 = \gamma^{-1} I, \end{cases} \quad (7)$$

где B_a - априорная оценка матрицы B , $z_n^T = (x_n^T : (u_n + v_n)^T)$ - обобщенный вектор возмущенных входов, $v_n - (l \times 1)$ - вектор независимых случайных возмущений (зондирующих сигналов), искусственно вводимых в канал управления с целью улучшения качества процесса идентификации [1,4,5], таких, что $M\{v_n\} = 0$, $M\{\|v_n\|^2\} = \sigma_v^2 < \infty$, $M\{v_n v_n^T\} = P_v$, $M\{v_n \xi_n^T\} = 0$.

Тогда в соответствии с принципом разделения, заменяя истинные параметры объекта их оценками, приходим к стохастически эквивалентному закону управления [1,3-6]

$$\hat{u}_n = -(C_n^T Q C_n + R)^{-1} C_n^T Q A_n x_n = F_n^{-1} G_n x_n. \quad (8)$$

Несложно убедиться, что алгоритм (8) доставляет минимум не критерию (2), а целевой функции

$$\hat{I}_{n+1}^c = M\{\|\hat{x}_{n+1}\|_Q^2 + \|u_n\|_R^2\}, \quad (9)$$

критерий же I_{n+1}^c с учетом влияния зондирующих сигналов принимает значение

$$\begin{aligned} I_{n+1}^c(\hat{u}_n) &= x_n^T A^T Q A x_n + Sp Q P_\xi + Sp(C^T Q C + R) P_v + \\ &+ x_n^T G_n^T F_n^{-1} C^T Q C F_n^{-1} G_n x_n - 2x_n^T A^T Q C F_n^{-1} G_n x_n + \\ &+ x_n^T G_n^T F_n^{-1} R F_n^{-1} G_n x_n = x_n^T A^T Q A x_n + Sp Q P_\xi + \\ &+ Sp D P_v + x_n^T (G_n^T F_n^{-1} D F_n^{-1} G_n - 2E^T F_n^{-1} G_n) x_n = \\ &= x_n^T A^T Q A x_n + Sp Q P_\xi + Sp D P_v + \hat{u}_n^T D \hat{u}_n - 2u_n^{*T} D \hat{u}_n. \end{aligned} \quad (10)$$

Очевидно, что потери, возникающие при использовании алгоритма управления (8) вместо закона (3), определяются соотношением

$$\begin{aligned} I_{n+1}^c(\hat{u}_n) - I_{n+1}^c(u_n^*) &= Sp D P_v + \hat{u}_n^T D \hat{u}_n - 2u_n^{*T} D \hat{u}_n + \\ &+ u_n^{*T} D u_n^* = Sp D P_v + \|\hat{u}_n - u_n^*\|_D^2 > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

причем они тем больше, чем выше уровень зондирующих сигналов и чем больше оценки отличаются от истинных значений параметров. Кроме того, поскольку можно судить только об асимптотической сходимости алгоритма идентификации (7) [1], то использовать стохастически эквивалентный закон управления целесообразно только тогда, когда оценки достаточно близки к истинным значениям.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Улучшить качество управления можно, используя так называемые осторожные регуляторы [3].

Вводя в рассмотрение матрицу ошибок оценивания

$$\theta_n = B - B_n \quad (12)$$

и взвешенную ковариационную матрицу

$$P_n = M\{\theta_n^T Q \theta_n\} = \begin{bmatrix} P_n^A & \tilde{P}_n^T \\ \tilde{P}_n & P_n^c \end{bmatrix}, \quad (13)$$

с учетом свойств алгоритма идентификации (7) можно представить критерий в форме

$$\begin{aligned} I_{n+1}^c &= M\{\|(B_n + \theta_n)\tilde{z}_n + \xi\|_Q^2 + \|u\|_R^2\} = \\ &= \tilde{z}_n^T B_n^T Q B_n \tilde{z}_n + \tilde{z}_n^T P_n \tilde{z}_n + u_n^T R u_n + Sp Q P_\xi = \\ &= x_n^T (A_n^T Q A + P_n^A) x_n + u_n^T (C_n^T Q C_n + R + P_n^c) u_n + \\ &+ 2x_n^T (A_n^T Q C_n + \tilde{P}_n^T) u_n + Sp Q P_\xi. \end{aligned} \quad (14)$$

Минимизация (14) по u_n приводит к осторожному закону управления [2]

$$\begin{aligned} \tilde{u}_n &= -(C_n^T Q C_n + R + P_n^c)^{-1} (C_n^T Q A_n + \tilde{P}_n) x_n = \\ &= -H_n^{-1} K_n x_n, \end{aligned} \quad (15)$$

при этом

$$\begin{aligned} I_{n+1}^c(\hat{u}_n) &= x_n^T (A_n^T Q A_n + P_n^A) x_n + Sp Q P_\xi + Sp H_n P_v + \\ &+ \hat{u}_n^T H_n \hat{u}_n + 2x_n^T K_n^T \hat{u}_n = x_n^T (A_n^T Q A_n + P_n^A) x_n + Sp Q P_\xi + \\ &+ Sp H_n P_v + x_n^T G_n^T F_n^{-1} H_n F_n^{-1} G_n x_n - 2x_n^T K_n^T F_n^{-1} G_n x_n = \\ &= x_n^T (A_n^T Q A_n + P_n^A) x_n + Sp Q P_\xi + Sp H_n P_v + \hat{u}_n^T H_n \hat{u}_n - \\ &- 2\tilde{u}_n^T H_n \hat{u}_n. \end{aligned} \quad (16)$$

и

$$\begin{aligned} I_{n+1}^c(\tilde{u}_n) &= x_n^T (A_n^T Q A_n + P_n^A) x_n + Sp Q P_\xi + \tilde{u}_n^T H_n \tilde{u}_n + \\ &+ 2x_n^T K_n^T \tilde{u}_n = x_n^T (A_n^T Q A_n + P_n^A) x_n + Sp Q P_\xi + \\ &+ \tilde{u}_n^T H_n \tilde{u}_n - 2\tilde{u}_n^T H_n \hat{u}_n = x_n^T (A_n^T Q A_n + P_n^A) x_n + Sp Q P_\xi - \\ &- \tilde{u}_n^T H_n \tilde{u}_n. \end{aligned} \quad (17)$$

Выигрыш в управлении, обеспечиваемый осторожным регулятором, составляет

$$I_{n+1}^c(\hat{u}_n) - I_{n+1}^c(\tilde{u}_n) = SpH_nP_v + \hat{u}_n^T H_n \hat{u}_n - 2\hat{u}_n^T H_n \tilde{u}_n + \tilde{u}_n^T H_n \tilde{u}_n = SpH_nP_v + \|\hat{u}_n - \tilde{u}_n\|_{H_n}^2. \quad (18)$$

Следует отметить, однако, что осторожные регуляторы не получили распространения по двум основным причинам. Первая связана с необходимостью знания на каждом такте управления матрицы P_n , что не позволяет использовать алгоритм идентификации (7), а требует применения специальных процедур типа алгоритма Калмана-Мейна [7] или его модификаций, учитывающих влияние весовой матрицы Q [8]. Использование таких процедур, в свою очередь, требует знания матрицы P_ξ , которая чаще всего также неизвестна, как и матрица параметров B . Во-вторых, при значительных уровнях неопределенности возникает так называемый эффект записания [3,6], когда вырабатываемые управляющие воздействия настолько малы по амплитуде, что процесс идентификации вообще не идет.

Преодоление последней из причин связано с использованием адаптивных дуальных регуляторов, синтезированных на основе комплексных критериев, учитывающих как цели управления, так и цели идентификации. Эти регуляторы можно разделить на два класса: адаптивные инновационные регуляторы [2,8-12] и активно-адаптивные регуляторы [13-15]. Первый класс связан с оптимизацией комплексного критерия

$$I_{n+1} = I_{n+1}^c - \lambda I_{n+1}^I, \quad (19)$$

где λ - весовой множитель, I_{n+1}^I - критерий идентификации, который может быть задан, например, в виде

$$I_{n+1}^I = M\{\|x_{n+1} - \hat{x}_{n+1}\|_Q^2\} = x_n^T P_n x_n + 2u_n^T \tilde{P}_n x_n + u_n^T P_n^c u_n + SpQP_\xi. \quad (20)$$

Необходимо отметить, что цели управления и идентификации вступают в противоречие друг с другом, поскольку первая компонента критерия (19) оптимизируется алгоритмом (15), а вторая - идентифицирующим сигналом [15,16]

$$u_n^I = -(P_n^c)^{-1} \tilde{P}_n x_n. \quad (21)$$

Компромисс достигается путем варьирования весового множителя, которое обычно осуществляется эмпирическим путем. Активно-адаптивные регуляторы синтезируются путем минимизации критерия

$$I_{n+1} = \hat{I}_{n+1}^c - \lambda f(P_n), \quad (22)$$

где $f(\cdot)$ - некоторая неотрицательная выпуклая функция,

и по структуре практически совпадают с инновационными.

Кроме проблем, связанных с выбором весового множителя λ , при синтезе адаптивных дуальных регуляторов сохраняются трудности с определением матрицы P_n . Решению этих вопросов посвящена предлагаемая ниже процедура синтеза активно-адаптивных регуляторов.

2. АКТИВНО-АДАПТИВНЫЙ РЕГУЛЯТОР

Пусть в общем случае матрица неизвестна и уточнение оценок в контуре идентификации производится с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов (7), при этом можно показать, что между матрицами P_n и Γ_n существует однозначная связь.

$$\Gamma_n = \begin{bmatrix} \Gamma_n^A & \tilde{\Gamma}_n^T \\ \tilde{\Gamma}_n & \Gamma_n^C \end{bmatrix} = \frac{P_n}{SpQP_\xi} = kP_n. \quad (23)$$

Используя известное соотношение

$$\det \Gamma_{n+1} = (1 + z_n^T \Gamma_n z_n)^{-1} \det \Gamma_n,$$

вводя критерий активно-адаптивного управления

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{n+1} &= \hat{I}_{n+1}^c - \lambda \frac{\det \Gamma_n}{\det \Gamma_{n+1}} + \|\hat{x}_{n+1}\|_Q^2 + \|u_n\|_R^2 - \\ &- \lambda(1 + \tilde{z}_n^T \Gamma_n \tilde{z}_n) = x_n^T A_n^T Q A_n x_n + u_n^T C_n^T Q C_n u_n + \\ &+ 2x_n^T A_n^T Q C_n u_n + u_n^T R u_n - \lambda - \lambda x_n^T \Gamma_n^A x_n - \\ &- \lambda u_n^T \Gamma_n^C u_n - 2\lambda x_n^T \tilde{\Gamma}_n u_n \end{aligned} \quad (24)$$

и минимизируя его по u_n , получаем закон управления

$$\begin{aligned} \tilde{u}_n &= -(C_n^T Q C_n + R - \lambda \Gamma_n^C)^{-1} (C_n^T Q A_n - \lambda \Gamma_n) x_n = \\ &= -L_n^{-1} S_n x_n. \end{aligned} \quad (25)$$

Несложно убедиться, что при больших значениях λ регулятор работает в режиме идентификации, при этом основной упор делается на уточнение оценок, при $\lambda = -SpQP_\xi$ регулятор работает в режиме осторожного управления, а $\lambda = 0$ соответствует традиционному стохастически эквивалентному управлению.

В принципе, параметр λ можно изменять программно, однако в этом случае потери на управление могут быть достаточно велики. Поэтому естественно попытаться найти такие значения λ , при которых процесс идентификации не сопровождался бы существенным ухудшением качества управления. Записав значение критерия (2), доставляемое законом управления (25), в виде

$$\begin{aligned}
 I_{n+1}^c(\bar{u}_n) &= x_n^T(A_n^T Q A_n + P_n^A)x_n + SpQP\xi + \bar{u}_n^T H_n \bar{u}_n + \\
 &+ 2x_n^T K_n^T \bar{u}_n = x_n^T(A_n^T Q A_n + P_n^A)x_n + SpQP\xi + \\
 &+ x_n^T S_n^T L_n^{-1} H_n L_n^{-1} S_n x_n - 2x_n^T K_n^T L_n^{-1} S_n x_n = x_n^T(A_n^T Q A_n + \\
 &+ P_n^A)x_n + SpQP\xi + \bar{u}_n^T H_n \bar{u}_n - 2\tilde{u}_n^T H_n \bar{u}_n, \quad (26)
 \end{aligned}$$

можно видеть, что выигрыш от использования активно-адаптивного регулятора

$$\begin{aligned}
 I_{n+1}^c(\hat{u}_n) - I_{n+1}^c(\bar{u}_n) &= SpH_n P_v + \hat{u}_n^T H_n \tilde{u}_n - 2\tilde{u}_n^T H_n \hat{u}_n - \\
 - \bar{u}_n^T H_n \bar{u}_n + 2\tilde{u}_n^T H_n \bar{u}_n &= SpH_n P_v + \|\hat{u}_n - \tilde{u}_n\|_{H_n}^2 - \\
 - \|\bar{u}_n - \tilde{u}_n\|_{H_n}^2 \quad (27)
 \end{aligned}$$

положителен при

$$\|\bar{u}_n - \tilde{u}_n\|_{H_n}^2 < SpH_n P_v + \|\hat{u}_n - \tilde{u}_n\|_{H_n}^2, \quad (28)$$

т.е. существуют такие λ , при которых активно-адаптивный регулятор лучше стохастически эквивалентного.

3. АКТИВНО-АДАПТИВНЫЙ РЕГУЛЯТОР С НАСТРАИВАЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Выражения (27), (28) говорят лишь о существовании оптимального весового множителя в (24), однако не позволяют найти его в аналитической форме, тем более, что его значения изменяются на каждом такте по мере уточнения оценок. В связи с этим в системе управления необходимо кроме контура адаптивной идентификации предусмотреть наличие контура адаптации весового множителя. Для этого сформулируем задачу следующим образом.

Пусть на каждом такте управляющий сигнал должен оптимизировать критерий идентификации

$$I_{n+1}^I = \frac{\det \Gamma_n}{\det \Gamma_{n+1}}, \quad (29)$$

при дополнительных ограничениях на состояния и на управляющие воздействия, задаваемых в форме целевых неравенств [4,5]

$$\|\hat{x}_{n+1}\|_Q^2 \leq \Delta x, \quad \|u_n\|_R^2 \leq \Delta u. \quad (30)$$

В такой постановке возникает стандартная задача нелинейного программирования, для решения которой сформируем лагранжиан

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{n+1} &= -\frac{\det \Gamma_n}{\det \Gamma_{n+1}} + \eta(\|\hat{x}_{n+1}\|_Q^2 - \Delta x) + \rho(\|u_n\|_R^2 - \Delta u) = \\
 &= -1 - x_n^T \Gamma_n^A x_n - u_n^T - 2x_n^T \tilde{\Gamma}_n u_n + \eta(x_n^T A_n^T Q A_n x_n + \\
 &+ u_n^T C_n^T Q C_n u_n + 2x_n^T A_n^T Q C_n u_n - \Delta x) + \rho(u_n^T R u_n - \Delta u), \quad (31)
 \end{aligned}$$

где η и ρ - неопределенные неотрицательные множители Лагранжа. Оптимизация (30) с помощью процедуры

Эрроу-Гурвица-Удзавы [17] позволяет записать закон управления в явном виде

$$\begin{cases}
 \tilde{u}_n = -(\eta_n C_n^T Q C_n + \rho_n R - \Gamma_n^c)^{-1} (\eta_n C_n^T Q A_n - \tilde{\Gamma}_n) x_n, \\
 \eta_{n+1} = \eta_n + \mu'_n \eta_n \Delta_x^{-1} (\|\hat{x}_{n+1}\|_Q^2 - \Delta x), \\
 0 < \mu'_n < 1, \\
 \rho_{n+1} = \rho_n + \mu''_n \rho_n \Delta_u^{-1} (\|u_n\|_R^2 - \Delta u), \\
 0 < \mu''_n < 1.
 \end{cases} \quad (32)$$

Несложно видеть, что первое соотношение (31) по структуре совпадает с алгоритмом (25), а второе и третье являются контурами адаптации весовых матриц критерия $Q_n = \eta_n Q$ и $R_n = \rho_n R$. Работу алгоритма целесообразно начинать с малых значений η_0 и достаточно больших ρ_0 , при этом алгоритм работает в идентифицирующем режиме

$$\tilde{u}_n^I \approx -(\Gamma_n^c - \rho_n R)^{-1} \Gamma_n x_n. \quad (33)$$

Отличие (32) от (21) состоит в том, что допустимая амплитуда управляющих воздействий регулируется путем изменения множителя Лагранжа ρ_n , при этом в режиме акселеризации на объект не подаются слишком большие по амплитуде воздействия. Заметим также, что первое соотношение в (31) с учетом введенных обозначений может быть переписано в виде

$$\tilde{u}_n = -(C_n^T Q_n C_n + R_n - \Gamma_n^c)^{-1} (C_n^T Q_n A_n - \Gamma_n) x_n \quad (34)$$

при этом, матрицы Q_n и R_n перестраиваются на каждом такте, обеспечивая алгоритму требуемые идентифицирующие свойства при сохранении заданного качества управления.

Вместе с тем в процессе настройки множителя Лагранжа по ходу процесса управления в отдельные моменты времени могут возникать недопустимые перерегулирования фазовых переменных или даже неустойчивые режимы, избежать которых можно, вводя итерации в ускоренном времени так, что между двумя соседними тактами реального времени n и $n+1$, может производиться N машинных итераций ускоренного времени.

Алгоритм управления при этом работает следующим образом:

1. Задаются достаточно малое η_n и большое ρ_n , что соответствует режиму идентификации при "зажатых" управлениях.

2. По первому соотношению (31) вычисляются $\tilde{u}_n^0 = \phi(x_n, \lambda_n^0, \rho_n^0)$ и $\hat{x}_{n+1}^0 = \phi(\tilde{u}_n^0, \eta_n^0, \rho_n^0)$.

3. Если $\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 \leq \Delta x$, $\|\tilde{u}_n^0\|_R^2 \leq \Delta u$, то полагается

$\eta_n = \eta_n^0$, $\rho_n = \rho_n^0$, $\tilde{u}_n = \tilde{u}_n^0$, т.е. вычисленное управление подается на объект.

4. Если $\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 \geq \Delta x$, $\|\tilde{u}_n^0\|_R^2 \leq \Delta u$, то производится уточнение

$$\eta_n^1 = \eta_n^0 + \mu_n' \eta_n^0 \Delta_x^{-1} (\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 - \Delta_x). \quad (35)$$

5. Если $\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 \leq \Delta x$, $\|\tilde{u}_n^0\|_R^2 \geq \Delta u$, то производится уточнение

$$\rho_n^1 = \rho_n^0 + \mu_n'' \rho_n^0 \Delta_u^{-1} (\|\tilde{u}_n^0\|_R^2 - \Delta_u). \quad (36)$$

6. Если $\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 \geq \Delta x$, $\|\tilde{u}_n^0\|_R^2 \geq \Delta u$, то производится одновременное уточнение

$$\begin{cases} \eta_n^1 = \eta_n^0 + \mu_n' \eta_n^0 \Delta_x^{-1} (\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 - \Delta_x), \\ \rho_n^1 = \rho_n^0 + \mu_n'' \rho_n^0 \Delta_u^{-1} (\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 - \Delta_x). \end{cases} \quad (37)$$

7. По первому соотношению (31) вычисляется $\tilde{u}_n^1 = \phi(x_n, \eta_n^1, \rho_n^1)$ и $\hat{x}_{n+1}^1 = \phi(\tilde{u}_n^1, \eta_n^1, \rho_n^1)$ и производится проверка, начиная с пункта 3.

В общем случае управление на n -м такте реального времени можно записать в виде

$$\begin{aligned} \eta_n^t &= \eta_n^{t-1} + \mu_n' \eta_n^{t-1} \Delta_x^{-1} (\|\hat{x}_{n+1}^{t-1}\|_Q^2 - \Delta_x), \\ \rho_n^t &= \rho_n^{t-1} + \mu_n'' \rho_n^{t-1} \Delta_u^{-1} (\|\tilde{u}_n^{t-1}\|_R^2 - \Delta_u), \\ \tilde{u}_n^t &= -(\eta_n^t C_n^T Q C_n + \rho_n^t R - \Gamma_n^c)^{-1} (\eta_n^t C_n^T Q A_n - \Gamma_n) x_n, \\ t &= 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (38)$$

при этом при достижении условий $\|\hat{x}_{n+1}^0\|_Q^2 \leq \Delta x$, $\|\tilde{u}_n^0\|_R^2 \leq \Delta u$, полагается $\eta_n^t = \eta_n$, $\rho_n^t = \rho_n$ и сигнал $\tilde{u}_n^t = \tilde{u}_n$ подается на объект (1).

ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим двумерную систему со следующими параметрами:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0, 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0, 5 & 0, 1 \\ 0 & 1 - 0, 75 \end{bmatrix},$$

$$P_\xi = \begin{bmatrix} 0, 001 & 0 \\ 0 & 0, 001 \end{bmatrix}.$$

Исходные значения переменных x_0 и матриц Γ_0 следующие:

$$x_0^T = (0, 1), \quad \Gamma_0 = \gamma^{-1} I, \quad \gamma = 0, 01, \quad Q = R = I$$

Количество тактов моделирования равно 150, причем на каждом пятидесятом такте выполняется присвоение $x_n = x_0$.

Стохастически эквивалентный алгоритм управления (8) не обеспечивает приемлемого качества управления (рис.1), поскольку оценки параметров системы недостаточно точны, особенно велика погрешность оценок элементов матрицы C .

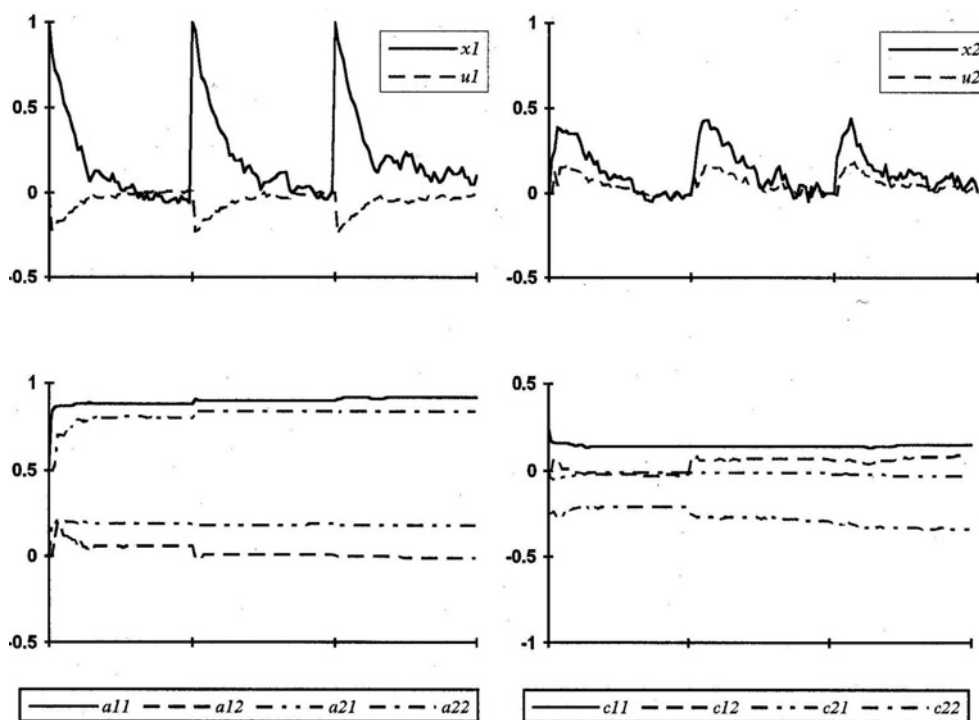


Рисунок 1

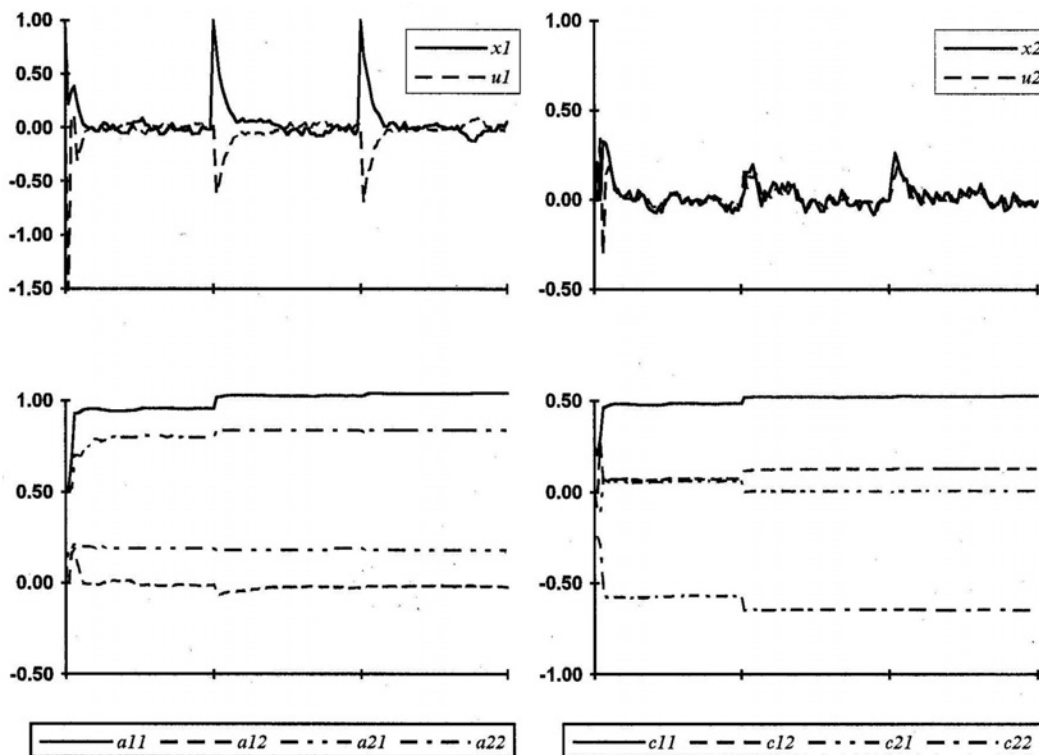


Рисунок 2

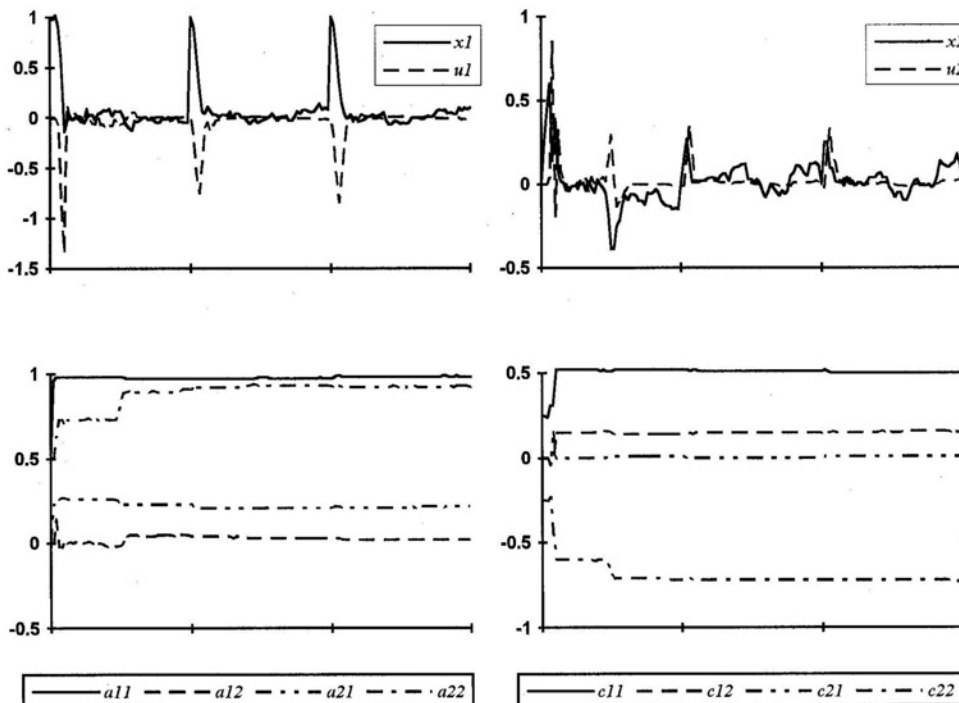


Рисунок 3

Значительного повышения качества управления можно добиться с помощью алгоритма (25) при $\lambda = 0,0097$ (рис.2), обеспечивающего более точные оценки парамет-

ров системы. Варьирование λ показало, что при его уменьшении алгоритм (25) приближается по своим свойствам к алгоритму (8), а увеличение λ , несмотря на

улучшение идентифицирующих свойств, не улучшает качества управления, так как увеличивает диапазон изменения управлений.

Результаты моделирования работы алгоритма (32) при $\Delta_u = 1$, $\Delta_x = 0, 1$, $\eta_0 = 50$ и $\rho_0 = 400$ приведены на рис.3. Как и ожидалось, он обеспечивает лучшее качество идентификации параметров системы, но качество регулирования при этом не выше, чем у алгоритмов (8) и (25). Дело в том, что при достаточно долгом пребывании переменных x_n и u_n в пределах области, определяемой ограничениями (30), значения величин $\eta_n C_n^T Q C_n$ и $\rho_n R$ становятся слишком малыми из-за того, что η_n и ρ_n стремятся к 0 с ростом n . Это может приводить к "всплескам" значений управляющих переменных, когда параметры уже определены достаточно точно и $\|\Gamma_n^c\| \rightarrow 0$. Избежать этого можно, ограничив снизу значения параметров η_n и ρ_n .

Полученные результаты подтверждают, что предлагаемые алгоритмы более эффективны по сравнению со стохастически эквивалентным законом управления, поскольку обеспечивают более точные оценки параметров управляемой системы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Докажем справедливость равенства (23).

Необходимость знания матрицы P_n при реализации алгоритма (15) не позволяет применить в контуре идентификации процедуру рекуррентного метода наименьших квадратов. Поэтому рассмотрим процедуру настройки параметров вида

$$(п.1) B_{n+1} = B_n + (x_{n+1} - B_n z_n) z_n^T \bar{P}_n$$

или относительно ошибки оценивания

$$(п.2) \theta_{n+1} = \theta_n - (\theta_n z_n + \xi_n) z_n^T \bar{P}_n$$

где \bar{P}_n - матричный коэффициент усиления, подлежащий определению.

Записывая уравнение эволюции ковариационной матрицы

$$(п.3) P_{n+1} = P_n - P_n z_n z_n^T \bar{P}_n - P_n - \bar{P}_n z_n z_n^T P_n + (SpQP_\xi + z_n^T P_n z_n) \bar{P}_n z_n z_n^T \bar{P}_n,$$

вводя функцию Ляпунова

$$(п.4) Sp(P_{n+1} - P_n) = Sp(\bar{P}_n z_n z_n^T \bar{P}_n (SpQP_\xi + z_n^T P_n z_n) - P_n z_n z_n^T \bar{P}_n - \bar{P}_n z_n z_n^T P_n)$$

и оптимизируя ее по \bar{P}_n , получим оптимальное значение коэффициента усиления

$$(п.5) \bar{P}_n = \frac{P_n}{SpQP_\xi + z_n^T P_n z_n}.$$

Отсюда следует, что

$$(п.6) B_{n+1} = B_n + \frac{x_{n+1} - B_n z_n}{SpQP_\xi + z_n^T P_n z_n} z_n^T P_n,$$

$$P_{n+1} = P_n + \frac{P_n z_n z_n^T P_n}{SpQP_\xi + z_n^T P_n z_n}$$

или

$$(п.7) B_{n+1} = B_n + \frac{x_{n+1} - B_n z_n}{k^{-1}(1 + z_n^T \Gamma_n z_n)} z_n^T k^{-1} \Gamma_n,$$

$$k^{-1} \Gamma_{n+1} = k^{-1} \Gamma_n - \frac{k^{-2} \Gamma_n z_n z_n^T \Gamma_n}{k^{-1}(1 + z_n^T \Gamma_n z_n)}.$$

Несложно видеть, что при $k = (SpQP_\xi)^{-1}$

$$(п.8) \Gamma_n = k P_n$$

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Кельманс Г.К., Позняк А.С., Черницер А.В. Локально-оптимальное управление объектами с неизвестными параметрами // Автоматика и телемеханика. - 1982. - №10. - С. 80-93.
2. Бодянский Е.В., Борячок М.Д. Локально-оптимальное псевдодуальное управление объектами с неизвестными параметрами // Автоматика и телемеханика. - 1992. - №2. - С. 90-97.
3. Wittenmark B. Stochastic adaptive control methods: a survey // Int. J. Contr. - 1975. - 21. - №5. P. 705-730.
4. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. - М.: Наука, 1981. - 448 с.
5. Дерезицкий Д.П., Фрадков А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. - М.: Наука, 1981. - 216 с.
6. Astrom K.J. Theory and applications of adaptive control // Automatica.-1983.-19.-№5.-P. 471-486.
7. Гроп Д. Методы идентификации систем. - М.: Мир, 1979. - 302 с.
8. Бодянский Е.В., Плисс И.П. Проектирование многомерных стохастических адаптивных субоптимальных дуальных регуляторов // Изв. высш. учебн. завед. СССР. Приборостроение. - 1989. - №11. - С. 16-19.
9. Milano R., Padilla C.S., Padilla R.A., Cadorin D. An innovation approach to dual control // IEEE Trans on Autom. Contr.-1982.-27.-№.1.- P. 132-137.
10. Chan S. Zarrop H. A suboptimal dual controller for stochastic systems with unknown parameters // Int. J. Contr. - 1985. - 41. - №2. - P. 507-524.
11. Ishihara T., Abe K.I., Takeda H. Extensions of innovations dual control // Int J. Syst. Sci. - 1988. - 19. - №4. - P. 653-667.
12. Бодянский Е.В. Синтез субоптимального регулятора с активным накоплением информации // Автоматика и телемеханика. - 1988. - №8. - С. 47-51.
13. Goodwin G., Payne R. Dynamic system identification. Experiment design and data analysis.- N.Y.: Academic Press, 1977. - 320 p.
14. Ishihara T., Abe K., Takeda H. Active adaptive control based on ARX model with randomly varying coefficients // Trans. Soc. Instrum. and Contr. Eng. - 1985. - 21. - №7. - P. - 698-705.
15. Krolikowski A. Application of input-signal design in system identification for adaptive control // Int. J. Syst. Sci.-1986. - 17. - №2. - P. 305-318.
16. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. - М.: Наука. 1984. - 320 с.
17. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. - М.: Наука. 1983. -

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ НАЗЕМНОГО ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА ПРИ ПОМОЩИ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ

Е.Е.Александров, Ю.А.Кузнецов, Али Аль Джахери

Рассмотрена задача определения ориентации объекта относительно базовой системы координат с использованием параметров Родрига-Гамильтона.

Розглядається задача визначення орієнтації об'єкту відносно базової системи координат з використанням параметрів Родрига-Гамільтона.

The problem of definition of object orientation concerning a base coordinates system with use of parameters of Rodrigues-Hamilton is considered.

ВВЕДЕНИЕ

Применение бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) в системах управления (СУ) наземных подвижных объектов требует решения задач, аналогичных задачам, возникающих при использовании БИНС в СУ космических аппаратов, где они впервые начали применяться [1, 2]. Одной из таких задач является задача определения углового положения объекта вокруг его центра масс, т. е. ориентации, относительно некоторой базовой системе координат (БСК).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим способ определения трехосной ориентации подвижного наземного объекта, например, танка, с использованием информации навигационных спутников (НС) системы ГЛОНАСС или GPS [3,4]. В качестве математического аппарата будем использовать алгебру кватернионов [5,6].

Обозначим оси БСК: OX_B, OY_B, OZ_B . Пусть с объектом связана система координат ССК с осями OX, OY, OZ , ориентация которой в БСК описывается кватернионом $\Lambda^* = \{\lambda^*_i\} i=0,1,2,3$. Угловое положение ССК в БСК, определенное по радиосигналам навигационных спутников (ССКg), будем описывать кватернионом $\Lambda_g = \{\lambda_{gi}\} i=0,1,2,3$. Угловое положение ССК в БСК, вычисленное в БИНС (ССКв), будем описывать кватернионом $\Lambda = \{\lambda_i\} i=0,1,2,3$. Введенные системы координат и связи между ними показаны на рис. 1.

Кватернионы, описывающие рассогласования между ССК и ССКg, ССКg и ССКв, на рис. 1 обозначены кватернионами $\delta\Lambda_g = \{\delta\lambda_{gi}\}$ и $\delta\Lambda = \{\delta\lambda_i\} i=0,1,2,3$ соответственно.

Ставится задача определения кватерниона Λ_g по информации двух навигационных спутников НС1 и НС2.

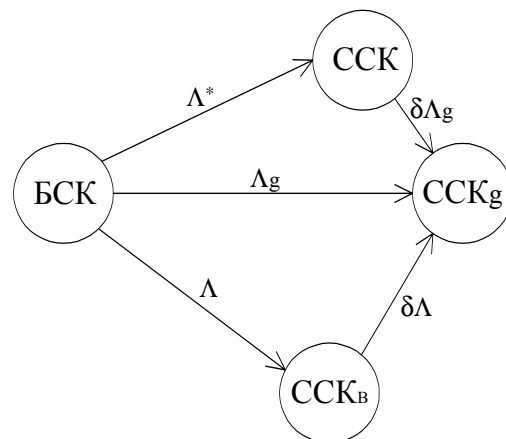


Рисунок 1 - Связи между системами координат

МЕТОД И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

Сначала рассмотрим задачу определения направляющих косинусов вектора $S_{1g} = \{S_{1gj}\} j=x, y$ "объект-НС1" в осях ССКg OX и OY , связанных с протяженным объектом (отрезок AC), на плоскости с координатными осями БСК OX_B, OY_B (см. рис. 2).

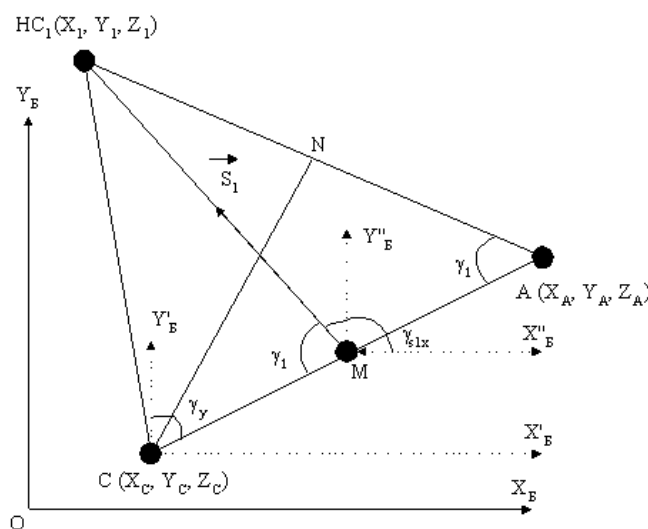


Рисунок 2 - Схема определения ориентации объекта на плоскости

В двух точках объекта $A(x_A, y_A)$ и $C(x_C, y_C)$, расположенных на расстоянии d одна от другой, установлены два приемника сигналов первого НС1, находящегося в точке с координатами (x_{B1}, y_{B1}) . Пусть приемники измеряют дальности D_{A1} и D_{C1} до спутника НС1. Тогда разность фаз сигналов, принимаемых в точках A и C равна [4]

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi}{L}(D_{A1} - D_{C1}), \quad (1)$$

где L - длина волны излучаемого НС1 сигнала. Так как дальности точек A и C до НС1 несоизмеримо больше, чем длина объекта d , можно считать лучи "А-НС1" и "С-НС1" почти параллельными. Тогда из прямоугольного треугольника АСN получим

$$\cos\gamma_1 = \frac{AN}{AC} = \frac{D_{A1} - D_{C1}}{d}, \quad (2)$$

где $AN = D_{A1} - D_{C1}$, $d=AC$, причем из (1) следует, что

$$D_{A1} - D_{C1} = \frac{\Delta\phi_1 L}{2\pi}.$$

Из рис. 2 видно, что угол α_1 между вектором S_1 и осью OX равен

$$\alpha_1 = \begin{cases} \gamma_1 \Leftrightarrow D_{A1} - D_{C1} \leq 0 \\ \pi - \gamma_1 \Leftrightarrow D_{A1} - D_{C1} > 0, \end{cases}$$

а его косинус -

$$\cos\alpha_1 = \begin{cases} \cos\gamma_1 \Leftrightarrow D_{A1} - D_{C1} \leq 0 \\ -\cos\gamma_1 \Leftrightarrow D_{A1} - D_{C1} > 0. \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, $S_{1gx} = \cos\alpha_1$ или

$$S_{1gx} = -\text{sign}(D_{A1} - D_{C1})\cos\gamma_1. \quad (4)$$

Выражение для второго направляющего косинуса S_{1gy} может быть получено из условия нормировки вектора S_1

$$S_{1gy} = \sqrt{1 - S_{1gx}^2}. \quad (5)$$

Теперь рассмотрим задачу определения направляющих косинусов двух векторов $S_{ig} = \{S_{igj}\}$ $i=1, 2, j=x, y, z$ "объект-НС1" в осях ССКг (см. рис. 3). В четырех точках объекта A, B, C, D с известными координатами установлены четыре приемника сигналов двух навигационных спутников, находящихся в известных точках пространства.

Проведя рассуждения, аналогичные плоскому случаю, выражения для искоемых направляющих косинусов векторов S_{ig} запишем в виде

$$S_{igx} = -\text{sign}(D_{Ai} - D_{Ci})\cos\gamma_{ix},$$

$$S_{igz} = -\text{sign}(D_{Di} - D_{Bi})\cos\gamma_{iz}, \quad S_{igy} = \sqrt{1 - S_{igx}^2 - S_{igz}^2}, \quad (i=1, 2). \quad (6)$$

Далее, задачу определения кватерниона $\Lambda_g = \{\lambda_{gi}\}$ $i=0, 1, 2, 3$ решим, используя информацию о двух векторах S_i $i=1, 2$, положения которых в ССКг S_{ig} вычислены по информации навигационных спутников, а положения в БСК S_{ib} известны из баллистических данных по спутникам.

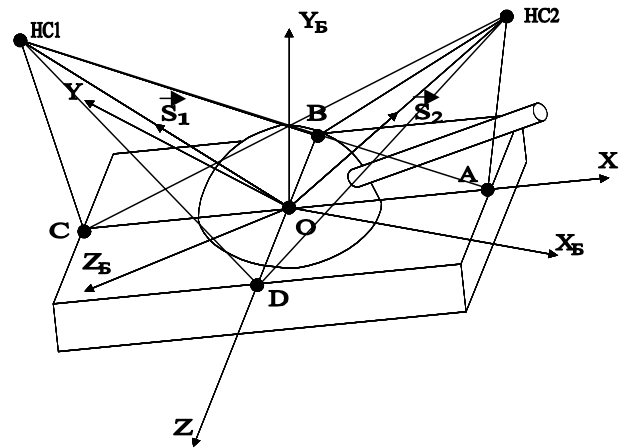


Рисунок 3 - Схема определения ориентации объекта в пространстве

По двум векторам S_{1g} и S_{2g} построим два вектора $i=1, 2; j=x, y, z$, образующих с вектором S_{1g} правую ортогональную систему координат (ФСК):

$$\vec{V}_{1g} = \frac{\vec{S}_{1g} \times \vec{S}_{2g}}{|\vec{S}_{1g} \times \vec{S}_{2g}|}, \quad \vec{V}_{2g} = \frac{\vec{S}_{1g} \times \vec{V}_{1g}}{|\vec{S}_{1g} \times \vec{V}_{1g}|}.$$

Переход от ССКг к ФСК опишем матрицей направляющих косинусов M_{fg}

$$M_{fg} = \begin{bmatrix} S_{1gx} & S_{1gy} & S_{1gz} \\ V_{1gx} & V_{1gy} & V_{1gz} \\ V_{2gx} & V_{2gy} & V_{2gz} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Аналогично по двум векторам $\vec{S}_{ib} = \{S_{ibj}\}$, $i=1, 2; j=x, y, z$, построим два вектора $\vec{V}_{ib} = \{V_{ibj}\}$, $i=1, 2; j=x, y, z$, образующих с вектором S_{1b} ту же формальную систему координат, переход к которой от БСК опишем матрицей направляющих косинусов M_{bf} :

$$\vec{V}_{1b} = \frac{\vec{S}_{1b} \times \vec{S}_{2b}}{|\vec{S}_{1b} \times \vec{S}_{2b}|}, \vec{V}_{2b} = \frac{\vec{S}_{1b} \times \vec{V}_{1b}}{|\vec{S}_{1b} \times \vec{V}_{1b}|},$$

$$M_{bf} = \begin{bmatrix} S_{1gx} & S_{1gy} & S_{1gz} \\ V_{1bx} & V_{1by} & V_{1bz} \\ V_{2bx} & V_{2by} & V_{2bz} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Переходы между системами координат показаны на рис. 4.

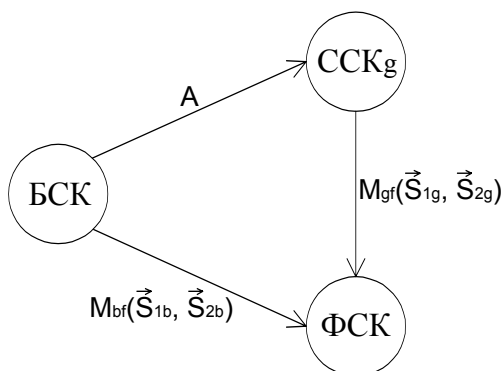


Рисунок 4 - Системы координат

Из рис. 4 видно, что искомая матрица $A = \{a_{ij}\}$, $i, j=1,2,3$ перехода от БСК к ССКg может быть вычислена по формуле

$$A = (M_{gf})^{-1} \cdot M_{bf}, \quad (9)$$

УДК 62-55: 681.515

ДВУМЕРНАЯ СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЧАСТОТАМИ ВРАЩЕНИЯ РОТОРОВ ДВУХВАЛЬНОГО ДВУХКОНТУРНОГО ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ НА БАЗОВЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ

В.И.Гостев, А.Ю.Кардаков

Викладено розрахунок оптимальних по швидкодії цифрових регуляторів для двовірної системи автоматичного управління частотами обертання роторів вентилятора і компресора двохвального двоконтурного газотурбінного двигуна і методом математичного моделювання визначені оптимальні перехідні процеси на базових режимах роботи двигуна.

Изложен расчет оптимальных по быстродействию цифровых регуляторов для двумерной системы автоматического управления частотами вращения роторов вентилятора и компрессора двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя и методом математического моделирования определены оптимальные переходные процессы

причем $(M_{gf})^{-1} = M_{gf}^T$, где T - знак транспонирования.

Окончательно, воспользовавшись известными формулами [5] вычисления компонент кватерниона по элементам матрицы направляющих косинусов, получим

$$\lambda_{0g} = \pm \frac{\sqrt{1 + a_{11} + a_{22} + a_{33}}}{2}, \lambda_{1g} = \pm \frac{(a_{32} - a_{23})}{4\lambda_{0g}},$$

$$\lambda_{2g} = \pm \frac{(a_{13} - a_{31})}{4\lambda_{0g}}, \lambda_{3g} = \pm \frac{(a_{21} - a_{12})}{4\lambda_{0g}}.$$

ВЫВОД

Решена задача вычисления кватерниона, определяющего ориентацию связанной с объектом системы координат относительно базовой системы по информации от двух навигационных искусственных спутников Земли.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Farall J.L. Analytic Platforms in Cruising Aircraft. J.Aircraft, 1967. V.4, N 1.
2. Guidance and Control of Aerospace Vehicles. Ed by C.T. Leondes, McGraw-Hill Book Company. N.Y., N.J., London, Toronto, 1963.
3. Marner G.R. Automatic Radio-Celestial Navigation, J.Brit.Inst.Navig., 12, 249-259 (Juli-October 1959).
4. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / Под ред. В.Н. Харисова и др. - М.: ИПРЖР, 1998. - 400 с.
5. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. - М.: Наука, 1973. - 320 с.
6. Hamilton W.R. Elements of Quaternions. Chelsea Publishing Company, New York, 1969.

на различных базовых режимах работы двигателя.

The calculation optimum on speed digital controllers for the two-dimensional automatic-control system of rotational speeds of curls of ventilator and compressor of two-spool and double-loop gas-turbine drive is explained and optimum transients are defined by the method of mathematical simulation on different base power settings.

ВВЕДЕНИЕ

Двухвальный двухконтурный газотурбинный двигатель ГТД с форсажной камерой и регулируемым соплом

представляет собой сложную динамическую систему со многими аккумуляторами энергии. Полностью учесть физические законы, которым подчинена эта система, при выводе уравнений движения ГТД не представляется возможным. Многочисленные расчеты по определению свойств ГТД как объекта управления показывают, что определяющими аккумуляторами энергии в двигателе являются вращающиеся массы "компрессор + первая турбина" и "вентилятор + вторая турбина". Остальные аккумуляторы энергии мало влияют на свойства объекта и без большой погрешности ими можно пренебречь.

Преобразование энергии в процессе горения, в результате чего происходит выделение тепла, можно представить как безынерционный процесс, происходящий с некоторым запаздыванием по времени. Движение объекта управления в установившихся базовых режимах его работы можно рассматривать в линейном приближении, справедливом при малых отклонениях обобщенных координат объекта. В этих случаях в системах автоматического управления частотами вращения роторов вентилятора и компрессора двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя можно использовать линейные цифровые регуляторы. Ниже изложен расчет оптимальных по быстродействию линейных цифровых регуляторов в двумерной системе автоматического управления частотами вращения роторов вентилятора и компрессора для различных режимов работы двигателя и методом математического моделирования определены оптимальные переходные процессы при условии стационарности параметров двигателя на каждом базовом режиме.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИГАТЕЛЯ И РАСЧЕТ РЕГУЛЯТОРОВ

Для упрощения математических расчетов примем, что на определенном базовом установившемся режиме работы ГТД его параметры остаются постоянными. Кроме того, не будем учитывать процесс запаздывания выделения тепла в основной и в форсажной камерах сгорания. Тогда система линейных уравнений модели двигателя с учетом только инерции вращающихся масс роторов примет вид [1,2]:

$$\begin{cases} \dot{\bar{n}}_B = k_{BB}\bar{n}_B + k_{BK}\bar{n}_K + k_{BG}\bar{G}_T + k_{BF}F_{KP}; \\ \dot{\bar{n}}_K = k_{KB}\bar{n}_B + k_{KK}\bar{n}_K + k_{KG}\bar{G}_T + k_{KF}F_{KP}; \\ \dot{\bar{T}}_K = k_{TB}\bar{n}_B + k_{TK}\bar{n}_K + k_{TG}\bar{G}_T + k_{TF}F_{KP}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\bar{n}_K = \Delta n_K/n_{K0}$ - относительное отклонение частоты вращения ротора компрессора; $\bar{n}_B = \Delta n_B/n_{B0}$ - относительное отклонение частоты вращения ротора вентилятора; $\bar{T}_T = \Delta T_T/T_{T0}$ - относительное отклонение температуры газа за турбиной; $\bar{G}_T = \Delta G_T/G_{T0}$ - относительное отклонение расхода топлива в основной камере сгорания; $\bar{F}_{KP} = \Delta F_{KP}/F_{KP0}$ - относительное отклонение величины проходного сечения выходного

сопла; $n_{K0}, n_{B0}, T_{T0}, G_{T0}, F_{KP0}$ - значения соответствующих параметров на базовом установившемся режиме работы двигателя; k - коэффициенты влияния, которые физически выражают изменение регулируемой величины в долях величины приложенного возмущения на установившемся режиме работы ГТД. На разных режимах работы и при различных внешних условиях коэффициенты влияния двигателя существенно изменяются, поэтому для каждого режима необходимо определять свои значения этих коэффициентов.

Заметим, что записанные выше уравнения для такого нестационарного объекта управления, каким является газотурбинный двигатель, находятся путем идентификации параметров объекта и получаются методом "замороженных коэффициентов" для различных установившихся режимов работы двигателя.

Линейную динамическую модель исполнительного устройства для регулировки подачи топлива представим в виде

$$\begin{cases} T_{3T} \dot{\bar{z}}_T + \bar{z}_T = k_{ZT} \bar{i}_T; \\ T_{ИТ} \dot{\bar{G}}_{ТФОР} = \bar{z}_T; \\ \bar{G}_T = e^{-\tau_1 s} \bar{G}_{ТФОР}. \end{cases} \quad (2)$$

Линейную динамическую модель исполнительного устройства для регулировки проходного сечения выходного сопла представим в виде

$$\begin{cases} T_{3T} \dot{\bar{z}}_T + \bar{z}_T = k_{ZF} \bar{i}_F; \\ T_{ИF} \dot{\bar{F}}_{KP} = \bar{z}_F; \end{cases} \quad (3)$$

$\bar{G}_{ТФОР}, \bar{G}_T, \bar{z}_T, \bar{i}_T, \bar{F}_{KP}, \bar{z}_F, \bar{i}_F$ - относительные отклонения управляющих сигналов, $T_{3T}, k_{ZT}, T_{ИТ}, T_{3F}, k_{ZF}, T_{ИF}$ - постоянные коэффициенты динамических моделей исполнительных устройств.

Частоты вращения роторов двигателя измеряются импульсными датчиками ИД и преобразуется в напряжение $x(t)$ электронными преобразователями частоты ЭПЧ. При этом блок ИД+ЭПЧ образует единичную отрицательную обратную связь.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} \alpha_{0_1} &= 1/T_{ИТ}; \alpha_{1_1} = k_{ZT}k_{ПН}/T_{3T}; b_{1_1} = 1/T_{3T}; \\ \alpha_{0_2} &= 1/T_{ИF}; \alpha_{1_2} = k_{ZT}k_{ПН}/T_{3T}; b_{1_2} = 1/T_{3F}; \\ \alpha_2 &= k_{BG}; \alpha_3 = k_{KG}; \alpha_4 = k_{TG}; \alpha_5 = k_{TB}; \\ \alpha_6 &= k_{TK}; \alpha_7 = k_{KB}; \alpha_8 = k_{BK}; \alpha_9 = k_{BF}; \\ \alpha_{10} &= k_{KF}; \alpha_{11} = k_{TF}; b_2 = -k_{BB}; b_3 = -k_{KK}. \end{aligned} \quad (4)$$

Составленная с учетом уравнений (1)-(3) и принятых обозначений в (3) структурная схема двумерной системы автоматического управления частотами вращения ротора вентилятора и компрессора с цифровыми регуляторами ЦР1 и ЦР2, объектом управления ОУ в виде линейной

модели ГТД (вместе с исполнительными устройствами) представлена на рис.1.

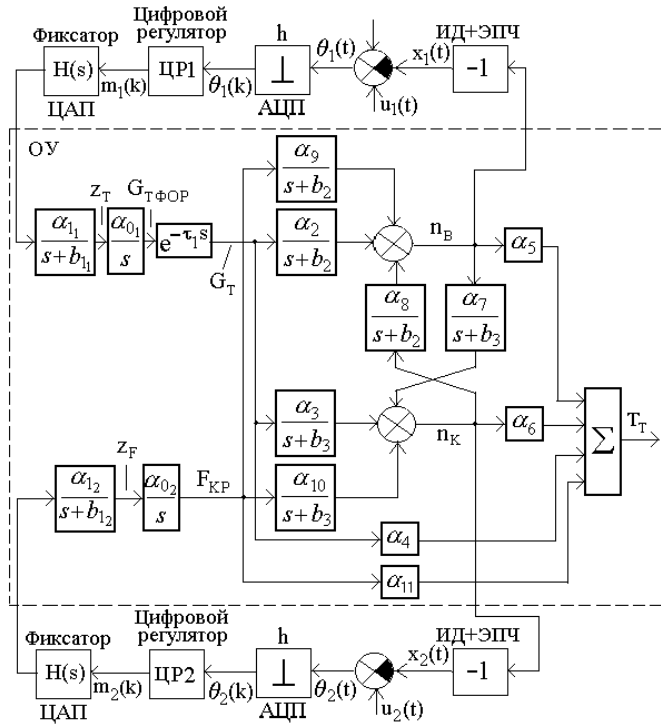


Рисунок 1

На основании схемы (см. рис.1) запишем следующие уравнения в преобразованиях по Лапласу при нулевых начальных условиях:

$$n_B(s) = \frac{\alpha_2}{s+b_2} G_T(s) + \frac{\alpha_8}{s+b_2} n_K(s) + \frac{\alpha_9}{s+b_2} F_{KP}(s); \quad (5)$$

$$n_K(s) = \frac{\alpha_3}{s+b_3} G_T(s) + \frac{\alpha_7}{s+b_3} n_B(s) + \frac{\alpha_{10}}{s+b_3} F_{KP}(s); \quad (6)$$

Подставляя $n_K(s)$ из уравнения (6) в уравнение (5), после несложных преобразований найдем

$$n_B(s) = G_{11}(s)G_T(s) + G_{21}(s)F_{KP}(s), \quad (7)$$

где

$$G_{11}(s) = \alpha_2 \frac{s+r_{11}}{s^2+bs+a}; \quad G_{21}(s) = \alpha_9 \frac{s+r_{21}}{s^2+bs+a};$$

$$b = b_2 + b_3; \quad a = b_2 b_3 - \alpha_7 \alpha_8; \quad r_{11} = b_3 + \frac{\alpha_3 \alpha_8}{\alpha_2};$$

$$r_{21} = b_3 + \frac{\alpha_8 \alpha_{10}}{\alpha_9}.$$

Подставляя $n_B(s)$ из уравнения (5) в уравнение (6), после несложных преобразований найдем

$$n_K(s) = G_{12}(s)G_T(s) + G_{22}(s)F_{KP}(s), \quad (8)$$

где

$$G_{12}(s) = \alpha_2 \frac{s+r_{12}}{s^2+bs+a}; \quad G_{22}(s) = \alpha_{10} \frac{s+r_{22}}{s^2+bs+a};$$

$$b = b_2 + b_3; \quad a = b_2 b_3 - \alpha_7 \alpha_8; \quad r_{12} = b_2 + \frac{\alpha_2 \alpha_7}{\alpha_3};$$

$$r_{22} = b_2 + \frac{\alpha_7 \alpha_9}{\alpha_{10}}.$$

Выражения (7) и (8) запишем в матричной форме

$$\begin{bmatrix} n_B(s) \\ n_K(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{21}(s) \\ G_{12}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_T(s) \\ F_{KP}(s) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\text{где } G_{ГТД}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{21}(s) \\ G_{12}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

передаточная матрица газотурбинного двигателя как двумерного объекта управления.

Передаточная матрица газотурбинного двигателя с исполнительными устройствами (передаточная матрица общего двумерного объекта управления) может быть записана следующим образом:

$$G_0(s) = \begin{bmatrix} G_1(s)G_{11}(s) & G_2(s)G_{21}(s) \\ G_1(s)G_{12}(s) & G_2(s)G_{22}(s) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Для развязки контуров (для отдельного управления частотами вращения ротора вентилятора и компрессора) введем перекрестные связи, определив матрицу перекрестных связей в виде

$$R(s) = \begin{bmatrix} 1 & R_{21}(s) \\ R_{12}(s) & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Структурная схема общего объекта управления с перекрестными связями приведена на рис.2.

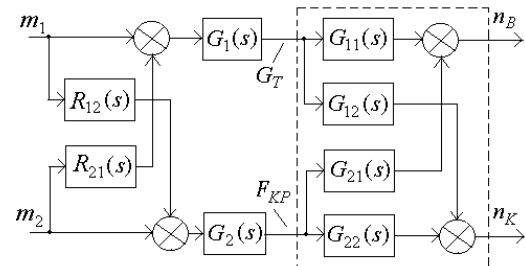


Рисунок 2

Время задержки τ_1 в динамической модели исполни-

тельного устройства для регулировки подачи топлива весьма мало по сравнению с временем регулирования в каждом из разомкнутых контуров, поэтому передаточные функции исполнительных устройств можно записать в одинаковой форме:

$$G_1(s) = \frac{\alpha_{01}\alpha_{11}}{s(a+b_{11})} \text{ и } G_2(s) = \frac{\alpha_{02}\alpha_{12}}{s(a+b_{12})}.$$

Структурная схема двумерной системы автоматического управления частотами вращения ротора вентилятора и компрессора с цифровыми регуляторами ЦР1 и ЦР2, объектом управления ОУ в виде линейной модели ГТД (вместе с исполнительными устройствами) представлена на рис.3.

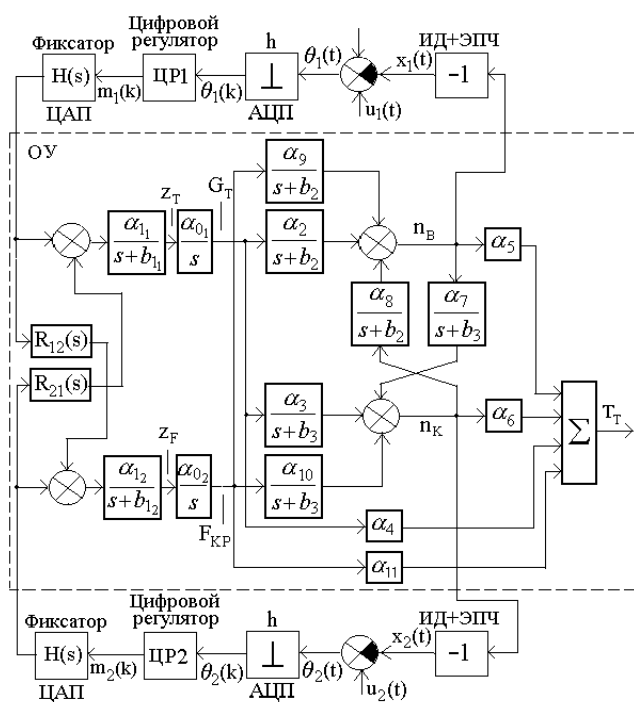


Рисунок 3

Передаточная матрица общего объекта управления с перекрестными связями определяется зависимостью (параметр преобразования по Лапласу S для упрощения записи опустим)

$$G_0R = \begin{bmatrix} G_1G_{11} + G_2G_{21}R_{12} & G_1G_{11}R_{21} + G_2G_{21} \\ G_1G_{12} + G_2G_{22}R_{12} & G_1G_{12}R_{21} + G_2G_{22} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Если выполнить условия

$$G_1 = G_2 = G; R_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{22}}; R_{21} = -\frac{G_{21}}{G_{11}}, \quad (14)$$

то матрица G_0R становится диагональной, а именно,

$$G_0R = \begin{bmatrix} G \left[G_{11} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{22}} \right] & 0 \\ 0 & G \left[G_{22} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}} \right] \end{bmatrix}, \quad (15)$$

и таким образом, собственные движения контуров не влияют друг на друга, система развязана по сигналам задающих переменных и возможно отдельное управление частотами вращения ротора вентилятора и компрессора. Передаточные функции перекрестных связей в этом случае определяются выражениями

$$R_{12} = -\frac{\alpha_3 s + r_{12}}{\alpha_{10}s + r_{22}}; R_{21} = -\frac{\alpha_9 s + r_{21}}{\alpha_2 s + r_{11}}. \quad (16)$$

Передаточные функции в квадратных скобках в главной диагонали матрицы G_0R определяются зависимостями

$$G_{11} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{22}} = \frac{g_0}{\alpha_{10}(s^2 + bs + a)(s + r_{22})}; \quad (17)$$

$$G_{22} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}} = \frac{g_0}{\alpha_2(s^2 + bs + a)(s + r_{11})}, \quad (18)$$

где

$$g_0 = \alpha_2\alpha_{10} - \alpha_3\alpha_9; \quad (19)$$

$$r = (\alpha_2\alpha_{10}r_{11}r_{22} - \alpha_3\alpha_9r_{12}r_{21})/g_0; \quad (20)$$

$$q = (\alpha_2\alpha_{10}(r_{11} + r_{22}) - \alpha_3\alpha_9(r_{12} + r_{21}))/g_0. \quad (21)$$

Подставляя выражения для r_{11} , r_{12} , r_{21} , r_{22} из формул (7) и (8) в формулы (20) и (21), найдем

$$q = b_2 + b_3 = b; r = b_2b_3 - \alpha_7\alpha_8 = \alpha \quad (22)$$

Таким образом, когда система развязана по сигналам задающих переменных и возможно отдельное управление частотами вращения ротора вентилятора и компрессора, передаточные функции в квадратных скобках в главной диагонали матрицы G_0R определяются зависимостями

$$G_{11} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{22}} = \frac{g_0}{\alpha_{10}(s + r_{22})};$$

$$G_{22} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}} = \frac{g_0}{\alpha_2(s + r_{11})}.$$

При условии, что $\alpha_{01} = \alpha_{02} = \alpha_0$, $\alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_1$, $b_{11} = b_{12} = b_1$, цифровой регулятор 1 нужно рассчитывать для объекта $P1$ с передаточной функцией

$$P_1(s) = \frac{\alpha_0 \alpha_1 g_0}{\alpha_{10}} \frac{1}{s(s+b_1)(s+r_{22})}, \quad (23)$$

а цифровой регулятор 2 нужно рассчитывать для объекта P2 с передаточной функцией

$$P_2(s) = \frac{\alpha_0 \alpha_1 g_0}{\alpha_2} \frac{1}{s(s+b_1)(s+r_{11})}. \quad (24)$$

Амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на объекты управления при ступенчато изменяющемся сигнале на входе системы управления на n -м интервале регулирования определяются [3] выражениями

$$\begin{aligned} m_0 &= K_0 \Delta U, \quad nt_p \leq t \leq nt_p + h; \\ m_1 &= K_0 q_1 \Delta U, \quad nt_p + h \leq t \leq nt_p + 2h; \\ m_2 &= K_0 q_2 \Delta U, \quad nt_p + 2h \leq t \leq nt_p + 3h; \\ K_0 &= \frac{cd}{\alpha h(1-C)(1-D)}; \quad q_1 = -(C+D); \quad q_2 = CD; \\ C &= e^{-ch}; \quad D = e^{-dh}, \end{aligned} \quad (25)$$

где для объекта P1 $\alpha = (\alpha_0 \alpha_1 g_0) / \alpha_{10}$; $c = b_1$; $d = r_{22}$; для объекта P2 $\alpha = (\alpha_0 \alpha_1 g_0) / \alpha_2$; $c = b_1$; $d = r_{11}$.

$\Delta U = \theta_n$, где θ_n - ошибка в соответствующем контуре управления в момент начала n -го интервала регулирования длительностью $t_p = Nh$, т.е. ошибка в момент nt_p . h - шаг квантования. $N=3$ - порядок объекта управления.

Цифровой регулятор на каждом интервале регулирования $nt_p \leq t < (n+1)t_p$ можно описать передаточной функцией

$$W(s) = \frac{M(z)}{\theta(z)} = \frac{m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2}}{\Delta U(1 + z^{-1} + z^{-2})} \quad (26)$$

или разностным уравнением

$$m_i = \left(\sum_{k=0}^2 m_k \theta_{i-k} - \Delta U \sum_{k=1}^2 m_{i-k} \right) / \Delta U, \quad (27)$$

где $\theta = \Delta U$ при индексе $i-k \geq 0$ и $\theta = 0$, $m = 0$ при индексе $i-k < 0$.

Если обозначить ΔU_i ошибку в соответствующем контуре управления моменты ih , $i=0,1,2$, на интервале регулирования t_p (ΔU_0 - ошибка в момент nt_p , ΔU_1 - ошибка в момент $nt_p + h$, ΔU_2 - ошибка системы в момент $nt_p + 2h$), то цифровой регулятор на каждом интервале регулирования $nt_p \leq t < (n+1)t_p$ можно описать

передаточной функцией

$$W(s) = \frac{M(z)}{\theta(z)} = \frac{m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2}}{\Delta U_0 + \Delta U_1 z^{-1} + \Delta U_2 z^{-2}} \quad (28)$$

или разностным уравнением

$$m_i = \left(\sum_{k=0}^2 m_k \Delta U_{i-k} - \sum_{k=1}^2 \Delta U_k m_{i-k} \right) / \Delta U \quad (29)$$

Если $G_1 \neq G_2$, то для отдельного управления частотами вращения роторов вентилятора и компрессора нужно выполнить следующие условия:

$$R_{12} = -\frac{G_1 G_{12}}{G_2 G_{22}}; \quad R_{21} = -\frac{G_2 G_{21}}{G_1 G_{11}}. \quad (30)$$

При этих условиях матрица $G_0 R$ становится диагональной, а именно:

$$G_0 R = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_2 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

При условии, что $\alpha_{01} \neq \alpha_{02}$, $\alpha_{11} \neq \alpha_{12}$, $b_{11} \neq b_{12}$ передаточные функции перекрестных связей определяются в виде

$$R_{12} = -\frac{\alpha_{01} \alpha_{11} \alpha_3 (s+b_{12})(s+r_{12})}{\alpha_{02} \alpha_{12} \alpha_{10} (s+b_{11})(s+r_{22})}; \quad (32)$$

$$R_{21} = -\frac{\alpha_{02} \alpha_{12} \alpha_9 (s+b_{11})(s+r_{21})}{\alpha_{01} \alpha_{11} \alpha_2 (s+b_{12})(s+r_{11})}; \quad (33)$$

цифровой регулятор 1 нужно рассчитывать для объекта P3 с передаточной функцией

$$P_3(s) = \frac{\alpha_0 \alpha_1 g_0}{\alpha_{10}} \frac{1}{s(s+b_1)(s+r_{22})}, \quad (34)$$

а цифровой регулятор 2 нужно рассчитывать для объекта P4 с передаточной функцией

$$P_4(s) = \frac{\alpha_0 \alpha_2 g_0}{\alpha_2} \frac{1}{s(s+b_{12})(s+r_{11})}. \quad (35)$$

Амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на объекты управления P3 и P4 при ступенчато изменяющемся сигнале на входе определяются по формулам (25), где для объекта P3 $\alpha = (\alpha_0 \alpha_1 g_0) / \alpha_{10}$; $c = b_1$; $d = r_{22}$; для объекта P4 $\alpha = (\alpha_0 \alpha_2 g_0) / \alpha_2$; $c = b_{12}$;

$d = r_{11}$, а цифровые регуляторы 1 и 2 рассчитываются по формулам (26)-(29).

Разработаны методики идентификации коэффициентов влияния для базовых установившихся режимов работы двигателя. Полученные в результате идентификации коэффициенты для максимального режима (MP) работы ГТД типа АИ-222-25Ф в схеме на рис.1 имеют следующие числовые значения:

$$\alpha_2 = k_{BG} = 1,19; \alpha_3 = k_{KG} = 0,67;$$

$$\alpha_4 = k_{TG} = 0,38; \alpha_5 = k_{TB} = -0,09;$$

$$\alpha_6 = k_{TK} = -0,36; \alpha_7 = k_{KB} = -0,5;$$

$$\alpha_8 = k_{BK} = 2,81; \alpha_9 = k_{BF} = 1,37;$$

$$\alpha_{10} = k_{KF} = 0,3; \alpha_{11} = k_{TF} = 0,036;$$

$$b_2 = -k_{BB} = 4,42; b_3 = -k_{KK} = 2,25.$$

Полученные в результате идентификации коэффициенты для среднего режима (CP) работы ГТД в схеме на рис.1 имеют следующие числовые значения:

$$\alpha_2 = k_{BG} = 0,78; \alpha_3 = k_{KG} = 0,38;$$

$$\alpha_4 = k_{TG} = 0,42; \alpha_5 = k_{TB} = -0,14;$$

$$\alpha_6 = k_{TK} = -1,16; \alpha_7 = k_{KB} = 0,03;$$

$$\alpha_8 = k_{BK} = 5,64; \alpha_9 = k_{BF} = 0,736;$$

$$\alpha_{10} = k_{KF} = 0,034; \alpha_{11} = k_{TF} = -0,063;$$

$$b_2 = -k_{BB} = 3,96; b_3 = -k_{KK} = 3,49.$$

Полученные в результате идентификации коэффициенты для режима малого газа (PMГ) работы ГТД в схеме на рис.1 имеют следующие числовые значения:

$$\alpha_2 = k_{BG} = 0,27; \alpha_3 = k_{KG} = 0,16;$$

$$\alpha_4 = k_{TG} = 0,37; \alpha_5 = k_{TB} = -0,03;$$

$$\alpha_6 = k_{TK} = -1,04; \alpha_7 = k_{KB} = 0,005;$$

$$\alpha_8 = k_{BK} = 2,27; \alpha_9 = k_{BF} = 0,051;$$

$$\alpha_{10} = k_{KF} = 0,025; \alpha_{11} = k_{TF} = -0,02;$$

$$b_2 = -k_{BB} = 1,21; b_3 = -k_{KK} = 0,59.$$

Численные значения параметров передаточных функций объектов управления P1-P4 для указанных трех режимов работы газотурбинного двигателя приведены в таблице.

Таблица

	g_0	r_{11}	r_{22}	r_{12}	r_{21}
MP	-0,561	4,082	2,137	3,532	3,115
CP	-0,235	6,238	4,609	4,022	3,751
PMГ	-0,0014	1,935	1,220	1,218	1,703

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ

Как показывают расчеты и моделирование, при оптимальном управлении переходные процессы в каждом контуре управления заканчиваются за N шагов квантования (практически за более короткое время). Поэтому длительность переходных процессов зависит от величины шага квантования h . С уменьшением шага квантования значительно возрастает амплитуда импульсов управления. Таким образом, быстродействие контуров управления ограничивается допустимым усилением, необходимым для формирования амплитуд импульсов управления. Ниже приведены результаты расчета и моделирования двумерной системы управления общим объектом с перекрестными связями (см. рис.3) при следующих параметрах исполнительных устройств:

$$\alpha_{01} = \alpha_{02} = \alpha_0 = 0,01; \alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_1 = 85, \\ b_{11} = b_{12} = b_1 = 0,29.$$

На рис.4 приведены переходные процессы для максимального базового режима MP работы газотурбинного двигателя в контуре управления частотой вращения ротора вентилятора (а) и в контуре управления частотой вращения ротора компрессора (б) при ограничении переходных процессов по температуре газа. Минимальный шаг квантования выбран равным 0,5 с. Для этого шага амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на входе первого контура управления равны

$$m_0 = -8,801; m_1 = 10,637; m_2 = -2,616.$$

Амплитуды импульсов длительностью оптимального управляющего воздействия на входе второго контура управления равны

$$m_0 = -50,318; m_1 = 50,062; m_2 = -5,654.$$

На рис.5 приведены переходные процессы для среднего (крейсерского) базового режима CP работы газотурбинного двигателя в контуре управления частотой вращения ротора вентилятора (а) и в контуре управления частотой вращения ротора компрессора (б) при ограничении переходных процессов по температуре газа. Минимальный шаг квантования выбран равным 0,2 с. Для этого шага амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на входе первого контура управления равны

$$m_0 = -31,119; m_1 = 41,743; m_2 = -11,681.$$

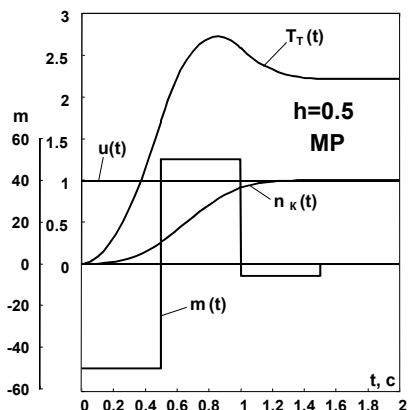
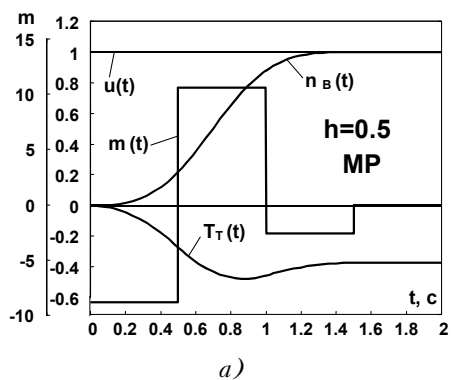


Рисунок 4

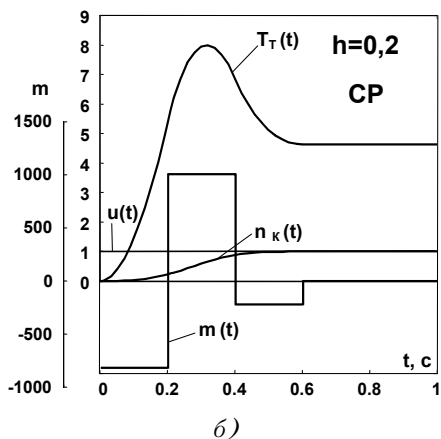
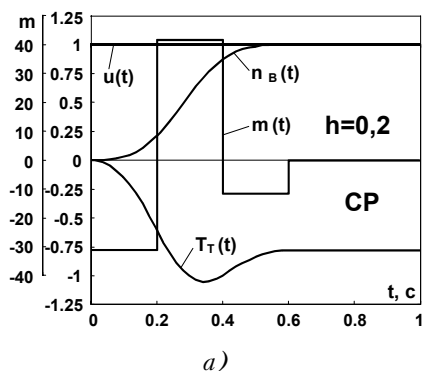


Рисунок 5

Амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на входе второго контура управления равны

$$m_0 = -816, 239 ; m_1 = 1004, 75 ; m_2 = -221, 222 .$$

На рис.6 приведены переходные процессы для базового режима малого газа РМГ работы газотурбинного двигателя в контуре управления частотой вращения ротора вентилятора (а) и в контуре управления частотой вращения ротора компрессора (б) при ограничении переходных процессов по температуре газа. Минимальный шаг квантования выбран равным 1,0 с. Для этого шага амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на входе первого контура управления равны

$$m_0 = -41, 601 ; m_1 = 43, 408 ; m_2 = -9, 188 .$$

Амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на входе второго контура управления равны

$$m_0 = -586, 987 ; m_1 = 523, 98 ; m_2 = -63, 422 .$$

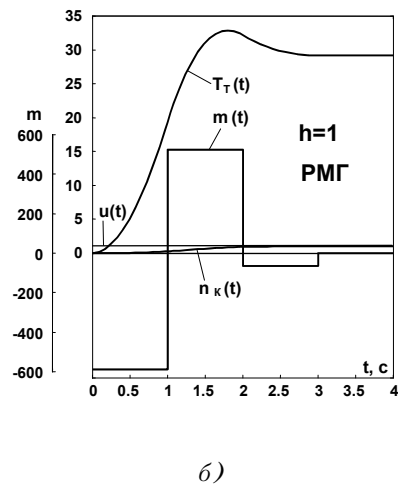
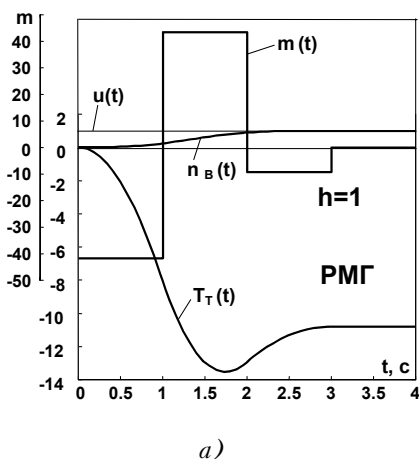


Рисунок 6

ВЫВОДЫ

Расчеты и моделирование двумерной системы автоматического управления (см. рис.3) показывают, что при развязанных контурах управляющее воздействие на входе одного контура не оказывает никакого влияния на выходе другого контура, например, управление частотой вращения ротора вентилятора не оказывает влияния на частоту вращения ротора компрессора, а управление частотой вращения ротора компрессора не оказывает влияния на частоту вращения ротора вентилятора. Но управление частотами вращения роторов приводит к значительному изменению температуры газа за турбиной ГТД. При этом, если переходные процессы по частотам вращения роторов являются апериодическими (без перерегулирования) при различных шагах квантования h , то переходные процессы по температуре газа могут иметь весьма большое перерегулирование и необходимо выбирать минимальный шаг квантования, при котором это перерегулирование ограничено, например 20-30 %.

Отклонение температуры газа за турбиной в установившемся режиме при регулировании частоты вращения ротора компрессора значительно больше, чем отклонение температуры газа при регулировании частоты вращения ротора вентилятора на всех базовых режимах работы газотурбинного двигателя (на максимальном режиме

примерно в 7 раз, на среднем режиме примерно в 6 раз, в режиме малого газа примерно в 2,5 раза). При этом, отклонение температуры газа за турбиной в установившемся режиме малого газа при регулировании частоты вращения ротора компрессора примерно в 6 раз больше отклонения температуры газа на установившемся среднем режиме, а отклонение температуры газа на установившемся среднем режиме примерно в 2 раза больше отклонения температуры газа на установившемся максимальном режиме работы газотурбинного двигателя.

Если изменение температуры газа за турбиной нежелательно, то можно выполнить двухмерную систему с одним контуром управления частотой вращения ротора вентилятора (или компрессора) и вторым контуром управления температурой газа с развязкой этих контуров. Этот вопрос должен быть рассмотрен особо.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Штода А.В. Автоматика авиационных двигателей. - М.: Издание ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1968. - 460 с.
2. Добрянский Г.В., Мартянова Т.С. Динамика авиационных газотурбинных двигателей. - М.: Машиностроение, 1989. - 240 с.
3. Гостев В.И., Худолий Д.А., Баранов А.А. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления. - К.: Радиоаматор, 2000. - 400 с.

УДК 621.3.011:517.518.8

НОВАЯ КОНЦЕПЦИЯ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УПРАВЛЯЕМЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ И СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

М.Н.Горбачев, А.Д.Милка

Предложена новая концепция математического (геометрического) моделирования энергетических процессов в электрических преобразовательных и радиотехнических цепях и системах, основанная на векторном представлении полной мощности и ее ортогональных составляющих в трехмерном евклидовом пространстве. В рамках этой концепции разработаны и изложены элементы теории геометрического моделирования квазиустановившихся негармонических процессов и рабочих режимов в таких цепях и системах.

Запропонована нова концепція математичного (геометричного) моделювання енергетичних процесів в електричних перетворюючих та радіотехнічних ланцюгах та системах, що заснована на векторному представленні повної потужності та її ортогональних складових у трьохмірному евклідовому просторі. У рамках цієї концепції розроблені та викладені елементи теорії геометричного моделювання квазіустановившихся негармонічних процесів та робочих режимів у таких ланцюгах та системах.

New concept of development theory of mathematic simulation

is proposed and formulated for inharmonic power processes in controlled radiotechnic and electric circuits and systems. Based in this concept geometric models of power processes are offered.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема изучения и исследования электроэнергетических процессов в различных областях науки и техники имеет фундаментальное значение. К этим процессам относятся и энергетические процессы в управляемых электрических и радиотехнических цепях и устройствах и других подобных им технических объектах, например, в системах электропитания, системах приема, усиления, преобразования и передачи сигналов и электромагнитных колебаний, а также в линиях электросвязи и телекоммуникаций.

Теория математического моделирования указанных

процессов развивается в настоящее время за счет роста порядка описывающих их систем уравнений и повышения точности получаемых решений с помощью численных и численно-аналитических методов. Однако при таком традиционном подходе построение наглядных и удобных для исследования пространственных моделей сопряжено со значительными трудностями и удается в очень редких случаях. Это объясняется двумя серьезными причинами: во-первых, недостатками упомянутых традиционных методов математического моделирования, не имеющих общего способа построения пространственных моделей; во-вторых, отсутствием эффективных подходов и более общих методов моделирования указанных энергетических процессов, которые бы позволяли построить наиболее универсальные пространственные (геометрические) модели.

В связи с этим предлагается и обсуждается новый научный подход как дальнейшее развитие теории математического моделирования на основе реализации геометрических представлений. Фундаментом этого подхода является геометрическое (пространственное) моделирование как современный эффективный метод изучения и исследования квазистационарных (квазиустановившихся) энергетических процессов в указанных электротехнических и радиотехнических объектах, в которых используется эффект регулирования или стабилизации режимов работы с помощью управляемых электронных приборов (транзисторов, тиристоров, симисторов и др.).

Действительно, при традиционном подходе квазиустановившийся энергетический процесс исследуется с помощью одной или нескольких одномерных моделей, каждая из которых отражает не весь физический процесс, а лишь отдельные его стороны. Например, при таком подходе энергетические процессы во входных цепях регулируемых преобразователей параметров электрической энергии (управляемых выпрямителей, инверторов, преобразователей частоты, стабилизаторов напряжения или тока, генераторах прямоугольных импульсов напряжения с регулируемой скважностью или частотой и др.) исследуются раздельно: либо как периодические временные функции одного переменного, либо как интегральные функции одного переменного параметра (угла управления или угла отсечки) при фиксированных остальных параметрах: активная и реактивная мощности, мощность искажения, мощность несимметрии [1, 2]. Это затрудняет решение ряда актуальных и важных для практики задач, к которым относятся прежде всего построение общей (обобщенной) модели физического (электроэнергетического) процесса как единого целого с целью его всестороннего изучения, а также сравнительный анализ различных процессов и совокупности соответствующих им режимов исследуемых объектов с целью оптимизации и предпочтительного выбора наиболее близких альтернативных вариантов схмотехнических решений на этапе расчета и проектирования.

Новый подход значительно облегчает и упрощает решение указанных выше задач и, как следствие, позволяет наиболее просто и однозначно определить границы целесообразного применения сопоставляемых альтернативных и конкурентоспособных вариантов

разрабатываемых или проектируемых электротехнических объектов аналогичного назначения, но имеющих существенные различия (например, разные принципы действия) [3].

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО (ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО) МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Предложенная новая научная концепция, являющаяся дальнейшим развитием и обобщением методов теории математического моделирования квазистационарных негармонических энергетических процессов в радиотехнических и электрических преобразовательных цепях и системах, состоит в том, что физический (энергетический) процесс отображается как единое целое в виде пространственной геометрической модели на криволинейную поверхность с помощью соответствующей системы уравнений. Это дает возможность изучать энергетический процесс с помощью его геометрической модели, которую предложено находить на основе векторного представления полной мощности \vec{S} и ее ортогональных составляющих активной (P), реактивной (Q) мощностей и мощности искажений (N). Поскольку мощность искажения N в электрических цепях определяется как мощность невязки между полной мощностью \vec{S} и ее составляющими P и Q [1, 2], то это дает основание представить в общем случае полную мощность как трехмерный вектор $\vec{S}(P, Q, N)$ в евклидовой системе координат. Компоненты P , Q , N имеют смысл ортогональных составляющих вектора \vec{S} по осям OX , OY , OZ . Следовательно, математическая постановка задачи формулируется следующим образом: используя связи между \vec{S} и ее компонентами в отдельности [1, 2], представить составляющие P , Q и N в виде единой системы уравнений, математически описывающей искомую геометрическую пространственную модель исследуемого квазистационарного энергетического процесса в виде

$$x = P = S\chi = Sv \cos \varphi,$$

$$y = Q = S\sqrt{v^2 - \chi^2} = Sv \sin \varphi, \quad (1)$$

$$z = N = S\sqrt{1 - v^2},$$

$$\text{где} \quad N^2 = S^2 - P^2 - Q^2. \quad (2)$$

Коэффициенты χ , v и $\cos \varphi$ являются энергетическими параметрами электрических преобразовательных цепей при общепринятом допущении об идеальности питающей сети и определяются по известным расчетным формулам [1, 2], причем $\chi = v \cos \varphi$. Система уравнений (1) задает координаты точек $M(x, y, z)$ некоторой криволинейной поверхности в трехмерном евклидовом пространстве в

функции двух независимых переменных (χ и ν либо ν и ϕ). Так как в системе уравнений (1) переменные χ и ν , как известно, изменяются в ограниченных пределах ($0 < \chi \leq 1$, $0 < \nu \leq 1$, причем $\sup \chi = \sup \nu = 1$), это позволяет естественным образом перейти от декартовой системы координат x, y, z к сферической системе координат R, θ, ϕ

$$x = R \sin \theta \cos \phi, \quad y = R \sin \theta \sin \phi, \quad z = R \cos \theta, \quad (3)$$

где $\nu = \sin \theta$ - новая переменная, $R = S$ - модуль радиуса-вектора \vec{R} , соединяющего произвольную точку $M(x, y, z)$ на искомой поверхности с началом координат; θ - угол между радиусом-вектором \vec{R} и осью OZ [4]. Очевидно, что системе параметрических уравнений (3) соответствует в общем случае сферическая поверхность с центром в начале координат и радиусом R ($0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$) [4].

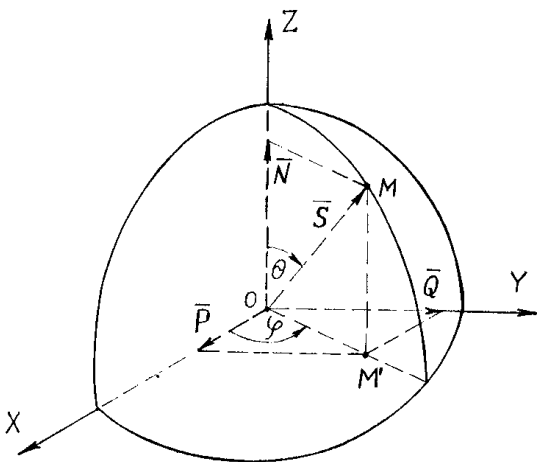


Рисунок 1

Известно, что в системах электропитания радиотехнических устройств и в электрических преобразовательных цепях и системах с управляемыми полупроводниковыми приборами (в выпрямительных, инвертирующих и других преобразовательных цепях [1, 2]), углы θ и ϕ изменяются в более узких пределах: ($0 \leq \theta \leq \pi/2$, $0 \leq \phi \leq \pi$). Поэтому моделируемые энергетические процессы и режимы в указанных объектах геометрически отображаются не на полную поверхность сферы, а на некоторую ее область в виде части сферического (шарового) пояса [4,6].

Математическим обоснованием принципа геометрического моделирования является приведенная ниже теорема о геометрическом отображении квазистационарных энергетических процессов и рабочих режимов в электрических преобразовательных цепях и системах с управляемыми полупроводниковыми элементами. Суть этой теоремы

состоит в следующем.

Теорема. Геометрическим отображением совокупности квазистационарных негармонических энергетических процессов и рабочих режимов на входе электрических преобразовательных цепей и систем являются части поверхности сферического (шарового) пояса, определяемого сферой радиуса $R = S$ и предельными значениями, достигаемыми изменяющимися координатными углами θ и ϕ .

Доказательство этой теоремы основано на геометрическом анализе систем уравнений (1) и (3) при указанных ограничениях на углы θ и ϕ , налагаемых физическими условиями существования изучаемых энергетических процессов и режимов [1, 2].

ПОЛЕ ВЕКТОРА ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ

Поле вектора полной мощности (поле параметров) является центральносимметричным полем. Это следует из уравнений (1) и (3). Его характер и основные характеристики можно определить, исходя из понятий и определений математической теории поля [5, 6]. На основании предложенного геометрического подхода введена обобщенная количественная характеристика - мера для энергетической оценки квазистационарных процессов и рабочих режимов в рассматриваемых электрических преобразовательных цепях со стороны входных зажимов. Эта мера является расчетной величиной, характеризующей множество всех возможных режимов электропотребления в этих цепях, и представляет собой поток Φ вектора полной мощности \vec{S} через отображающую поверхность σ в виде шарового пояса или его частей.

Таким образом, геометрическое моделирование указанных энергетических процессов и рабочих режимов основано на том, что полная мощность рассматривается как определенный трехмерный вектор \vec{S} , направление которого в евклидовом пространстве совпадает с направлением радиус-вектора $\vec{r}(x, y, z)$ изображающей точки M . При этом поток этого вектора через незамкнутую отображающую поверхность σ находится с помощью двойного интеграла

$$\Phi = \iint_{(\sigma)} \vec{S} d\vec{\sigma} = \iint_{(\sigma)} S_n d\sigma, \quad (4)$$

где $S_n = |\vec{S}| = S$ - проекция вектора \vec{S} на единичный вектор нормали \vec{n} к поверхности сферы в точке M , причем $d\vec{\sigma} = \vec{n} d\sigma$. В общем случае элемент площади $d\sigma$ поверхности σ определяется с помощью коэффициентов первой квадратичной формы Гаусса для квадрата дифференциала дуги dl произвольной кривой на криволинейной поверхности в трехмерном евклидовом пространстве $dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$.

Для рассматриваемой отображающей сферы, заданной параметрическими уравнениями (3), первая квадратичная форма Гаусса имеет вид [5]

$$dl^2 = E(\theta, \varphi)d\theta^2 + 2F(\theta, \varphi)d\theta d\varphi + G(\theta, \varphi)d\varphi^2, \quad (5)$$

где коэффициенты E , F и G определяются выражениями

$$E(\theta, \varphi) = \left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2, \quad (6)$$

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \varphi} + \frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{\partial y}{\partial \varphi} + \frac{\partial z}{\partial \theta} \frac{\partial z}{\partial \varphi}, \quad (7)$$

$$G(\theta, \varphi) = \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2. \quad (8)$$

Известно, что произвольную криволинейную поверхность $\vec{\sigma}$ в общем случае можно охарактеризовать переменным радиусом-вектором $\vec{r}(\theta, \varphi)$ произвольной точки $M(x, y, z)$, лежащей на этой поверхности, причем площадь малой площадки $d\sigma$, ограниченной двумя парами близких координатных линий на поверхности σ , можно определить как площадь элементарного параллелограмма, построенного на векторах $\vec{r}'_{\theta}d\theta$ и $\vec{r}'_{\varphi}d\varphi$ к координатным линиям в точке M , как модуль векторного произведения

$$d\sigma = |\vec{r}'_{\theta}d\theta \times \vec{r}'_{\varphi}d\varphi| = |\vec{r}'_{\theta} \times \vec{r}'_{\varphi}| d\theta d\varphi.$$

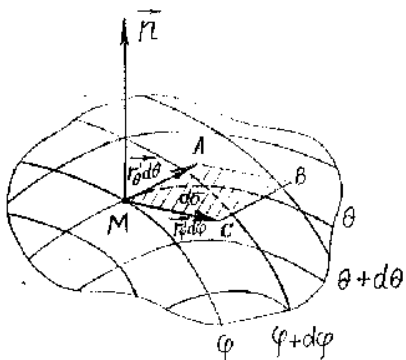


Рисунок 2

При этом имеют место следующие соотношения [5]:

$$(\vec{r}'_{\theta} \times \vec{r}'_{\varphi})^2 = EG - F^2 > 0. \quad (9)$$

$$d\sigma = \sqrt{EG - F^2} d\theta d\varphi, \quad (10)$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}'_{\theta} \times \vec{r}'_{\varphi}}{\sqrt{EG - F^2}}. \quad (11)$$

Так как $E = \rho^2$, $G = \rho^2 \sin^2 \theta$, то искомые величины $d\sigma$ и \vec{n} соответственно равны

$$d\sigma = \rho^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (12)$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}'_{\theta} \times \vec{r}'_{\varphi}}{\rho^2 \sin \theta}. \quad (13)$$

Таким образом, интегрирование выражения (6) с учетом (12) для сферы постоянного радиуса ($\rho = R = S$) приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} \Phi &= S \iint_{(\sigma)} d\sigma = S \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} d\varphi \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \rho^2 \sin \theta d\theta = \\ &= S^3 (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) (\cos \theta_{\min} - \cos \theta_{\max}). \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, поток вектора полной мощности \vec{S} является интегральной расчетной характеристикой, пропорционален кубу модуля этого вектора и может быть вычислен по формуле (14). Отсюда вытекает важное следствие, а именно:

для произвольной сферической поверхности радиуса $R = S$ на основании полученных формул легко показать, что плотность потока $\frac{d\Phi}{d\sigma}$ вектора \vec{S} равна модулю вектора \vec{S} и является постоянной величиной при условии $|\vec{S}| = R = \text{const}$.

Характер поля вектора полной мощности \vec{S} , порождаемого вектором \vec{S} , устанавливается с помощью основных его характеристик: $\text{rot } \vec{S}$, $\text{div } \vec{S}$ - циркуляции и $\text{grad } U$, где $U(x, y, z)$ - скалярный потенциал поля вектора \vec{S} [5, 6].

В общем случае вектор \vec{S} определяется в сферических координатах $\vec{S}(\rho, \theta, \varphi)$ согласно формуле (3), либо в прямоугольных декартовых координатах $\vec{S}(x, y, z)$ согласно формуле (1), где $x = S_x = P$, $y = S_y = Q$ и $z = S_z = N$. При этом поле вектора \vec{S} является потенциальным, если оно является градиентом некоторого скалярного поля $|\vec{S}| = -\text{grad } U$, иначе говоря, если существует некоторая скалярная функция $U = U(x, y, z)$, для которой выполняются условия

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -S_x; \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -S_y; \quad \frac{\partial U}{\partial z} = -S_z. \quad (15)$$

Потенциал векторного поля $\vec{S} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ можно найти, учитывая, что в точке M_0 (в начале координат) выполняется условие $U(M_0) = 0$. Тогда циркуляция вектора \vec{S} по произвольной кривой l , соединяющей любую точку $M(x, y, z)$ этого поля с началом координат, легко находится следующим путем:

$$\begin{aligned} \int_{MM_0} \vec{S} \cdot d\vec{r} &= \int_{MM_0} S_\tau dl = \int_{MM_0} S_x dx + S_y dy + S_z dz = \\ &= - \int_{MM_0} dU(x, y, z). \end{aligned}$$

где $d\vec{r}$ - приращение радиуса-вектора, направленное по касательной τ к некоторой кривой l в произвольной точке $M(x, y, z)$.

Далее находим скалярную функцию $U(x, y, z)$, удовлетворяющую условиям (15)

$$\begin{aligned} U(x, y, z) = U(M) &= - \int_{MM_0} (x dx + y dy + z dz) = \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \Big|_M^{M_0} = -\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2). \end{aligned} \quad (16)$$

Отсюда следует, что поле вектора \vec{S} является потенциальным и его потенциалом, равным нулю в начале координат, является скалярная функция (16).

Таким образом, предложенный подход на основе геометрических представлений (геометрического моделирования) на практике можно использовать также и при изучении различных электромагнитных процессов в электротехнических и радиотехнических цепях с сосредоточенными и распределенными параметрами, работающих в широком диапазоне частот, например, в кабельных и полосковых линиях, индуконах, линиях задержки, линиях электросвязи, системах телекоммуникаций и др. [7].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получен ряд новых научных результатов.

1. Показано, что обобщенной математической моделью энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях является система трех функций с двумя переменными, описывающая ортогональные составляющие полной мощности (активную, реактивную мощности и мощность искажения) и взаимосвязь между ними согласно их традиционному определению.

2. На основе принципа геометрического моделирования установившихся энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях и системах сформулирована трехмерная постановка задачи геометрического

моделирования этих процессов и теоретически обоснован способ построения соответствующих геометрических моделей. При этом обобщенной геометрической моделью (геометрическим отображением) энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях, описываемых системой трех функций с двумя переменными (на примере управляемых выпрямителей), являются части поверхности сферического (шарового) пояса.

3. Дан вывод формулы для нахождения потока Φ вектора полной мощности \vec{S} через отображающую сферическую поверхность.

4. Достоинством предложенного нетрадиционного подхода являются простота, наглядность и компактность геометрических моделей, которые являются не только удобной формой представления полученных результатов, но также являются инструментом для исследования энергетических процессов и рабочих режимов; это проявляется в том, что с помощью системы нормированных параметрических уравнений электрические (энергетические) процессы в рассматриваемых преобразователях (управляемых выпрямителях, ведомых сетью инверторах, управляемых генераторах негармонических колебаний, регуляторах переменного напряжения и др.) отображаются на одну и ту же сферу единичного радиуса, то есть в одном и том же масштабе. Это весьма удобно для их сопоставления.

5. Практическое значение полученных результатов состоит в том, что с помощью геометрических моделей можно сравнивать и, в ряде случаев, оптимизировать энергетические процессы и рабочие режимы, которые эти модели отображают; это позволяет сравнивать энергетические процессы не только в одном преобразователе, но и в преобразователях аналогичного назначения, имеющих разные принципы действия, что весьма полезно при проектировании вторичных источников электропитания и систем электроснабжения на основе рассматриваемых преобразователей.

6. Разработанный геометрический подход является универсальным, так как он не ограничивается применением только к указанным выше управляемым преобразователям, он может быть распространен и применен для теоретического исследования и моделирования энергетических процессов и в других электрических цепях и системах, для которых справедлива исходная система уравнений (1).

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей. - М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. - 440 с.
2. Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы электротехники. - М.-Л.: Госэнергоиздат, - Ч. 2, - 1955. - 216 с.
3. Горбачев М. Н. К вопросу о сопоставлении вторичных источников электропитания, питаемых от промышленной трехфазной сети. - Вестник Харьковск. политехн. ин-та. - Вып. 16. - 1986. - С. 41 - 45.
4. Погорелов А. В. Лекции по аналитической геометрии. - Харьков: Изд-во Харьков. гос. ун-та, 1963. - 182 с.
5. Смирнов В. И. Курс высшей математики. - М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., том 2. - 1956. - 628 с.
6. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. - Л.-М.: Главная ред. техн.-теор. лит., 1937. - 456 с.
7. M. N. Gorbachev, S. V. Polyschook. Some electrodynamic problems and many measured components // Тез. докл. 9-й Российс. Гравитац. конф. "Теоретические и

УДК 62-55: 681.515

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРОЙ ГАЗА В ГТД НА БАЗОВЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ПРИ КОМПЕНСАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДАТЧИКА ТЕМПЕРАТУРЫ

В.И.Гостев, С.А.Маглюй, А.А.Успенский

Викладено розрахунок оптимальних за швидкодїєю цифрових регуляторів для системи автоматичного керування температурою газу двовального двоконтурного газотурбінного двигуна і методом математичного моделювання визначені оптимальні перехідні процеси на базових режимах роботи двигуна при умові компенсації динамічних властивостей датчика температури.

Изложен расчет оптимальных по быстродействию цифровых регуляторов для системы автоматического управления температурой газа двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя (ГТД) и методом математического моделирования определены оптимальные переходные процессы на различных базовых режимах работы двигателя при условии компенсации динамических свойств датчика температуры.

The calculation optimum on speed digital controllers for the system of automatic-control of temperature of a gas of double-shaft and double-loop gas-turbine drive is explained and optimum transients are defined by the method of mathematical simulation on different base power settings under condition of compensation of dynamic properties of a temperature transmitter.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] изложен расчет оптимальных по быстродействию цифровых регуляторов для системы автоматического управления температурой газа ГТД и методом математического моделирования определены оптимальные переходные процессы на различных базовых режимах работы двигателя. Датчиком температуры в системе является термопара ТП, которая описывается аperiодическим звеном с передаточной функцией $G_{ТП}(s) = b_4(s + b_4)^{-1}$, $b_4 = 1/T_{ТП}$ где $T_{ТП}$ - постоянная времени термопары. Термопара обладает значительной инерционностью, что в определенной степени ухудшает динамику системы управления. Поэтому желательнее компенсировать инерционность термопары.

Для полной компенсации такого звена как термопара необходимо последовательно включить звено с передаточной функцией $G_{ТП}^{-1}(s) = 1 + s/b_4$. Звено с передаточной функцией $G_{ТП}^{-1}(s)$ можно реализовать, если на выходе термопары включить устройство выборки-хранения УВХ, работающее с весьма малым шагом дискретизации h_0 , и с выхода УВХ сигнал $\hat{x}(i)$

пропустить параллельно через пропорциональное звено и звено, реализующее первую разность, т.е. обеспечить следующий алгоритм:

$$\hat{x}(i) + \frac{\hat{x}(i) - \hat{x}(i-1)}{h_0 b_4} = \hat{T}_T(i).$$

В данной работе изложен расчет оптимальных по быстродействию цифровых регуляторов для системы автоматического управления температурой газа ГТД при условии компенсации динамических свойств датчика температуры.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ И РАСЧЕТ РЕГУЛЯТОРА

Структурную схему линейной модели системы автоматического управления с цифровым регулятором (ЦР), объектом управления (ОУ) в виде линейной модели ГТД (вместе с исполнительным устройством), ТП и устройством компенсации можно представить в виде, изображенном на рис.1.

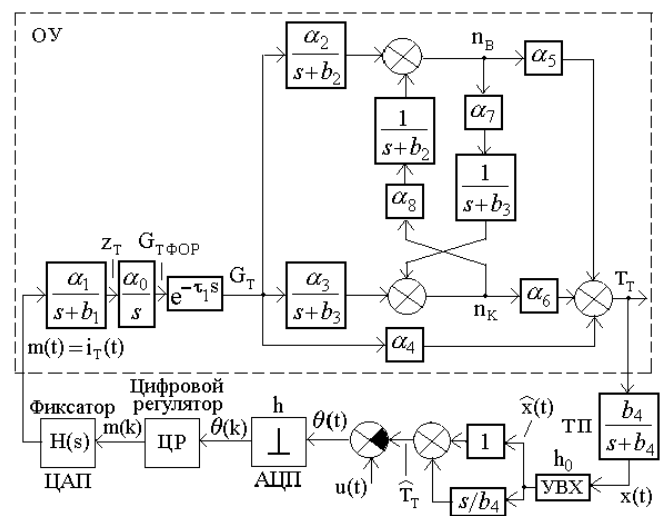


Рисунок 1

При компенсации динамических свойств термопары

общую передаточную функцию объекта управления вместе с исполнительным устройством (см.рис.1) можно записать в виде

$$G_0(s) = \frac{\hat{T}_T(s)}{m(s)} = \frac{\alpha(s^2 + qs + r)}{s(s^2 + bs + a)(s + c)} e^{-\tau_1 s}, \quad (1)$$

где $\alpha = \alpha_0 \alpha_1 \alpha_4$; $c = b_1$.

Амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на объект управления при ступенчато изменяющемся сигнале на входе системы управления на n -м интервале регулирования определяются [2] выражениями

$$\begin{aligned} m_0 &= K_0 \Delta U, \quad nt_p \leq t \leq nt_p + h; \\ m_1 &= K_0 q_1 \Delta U, \quad nt_p + h \leq t \leq nt_p + 2h; \\ m_2 &= K_0 q_2 \Delta U, \quad nt_p + 2h \leq t \leq nt_p + 3h; \\ m_3 &= K_0 q_3 \Delta U, \quad nt_p + 3h \leq t \leq nt_p + 4h; \end{aligned} \quad (2)$$

где $K_0 = \frac{ac}{\alpha hr(1 - 2\sqrt{B} \cos \lambda h + B)(1 - C)}$;

$$q_1 = -(2\sqrt{B} \cos \lambda h + C); \quad q_2 = B + 2C\sqrt{B} \cos \lambda h;$$

$$q_3 = -BC; \quad \lambda = \sqrt{(a - b^2)/4}; \quad B = e^{-bh}; \quad C = e^{-ch}.$$

$\Delta U = \theta_n$, где θ_n - ошибка системы в момент начала n -го интервала регулирования $t_p = Nh + \tau_1$, т.е. ошибка системы в момент nt_p , h -шаг квантования, $N=4$ - порядок объекта управления (вместе с исполнительным устройством, но без термпары).

Цифровой регулятор на каждом подынтервале $nt_p \leq t < nt_p + Nh$ интервала регулирования $nt_p \leq t < (n + 1)t_p$ можно описать передаточной функцией

$$W(z) = \frac{M(z)}{\theta(z)} = \frac{m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} + m_3 z^{-3}}{\Delta U(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3})} \quad (3)$$

или разностным уравнением

$$m_i = \left(\sum_{k=0}^3 m_k \theta_{i-k} - \Delta U \sum_{k=1}^3 m_{i-k} \right) / \Delta U, \quad (4)$$

где $\theta = \Delta U$ при индексе $i - k \geq 0$ и $\theta = 0$, $m = 0$ при индексе $i - k < 0$.

Если обозначить через ΔU_i ошибку системы в моменты ih , $i=0,1,2$ на интервале регулирования t_p (ΔU_0 - ошибка системы в момент nt_p , ΔU_1 - ошибка системы в момент $nt_p + h$, ΔU_2 - ошибка системы в момент $nt_p + 2h$, и т.д.), то цифровой регулятор на каждом

подынтервале $nt_p \leq t < nt_p + Nh$ интервала регулирования $nt_p \leq t < (n + 1)t_p$ можно описать передаточной функцией

$$W(z) = \frac{M(z)}{\theta(z)} = \frac{m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} + m_3 z^{-3}}{\Delta U_0 + \Delta U_1 z^{-1} + \Delta U_2 z^{-2} + \Delta U_3 z^{-3}} \quad (5)$$

или разностным уравнением

$$m_i = \left(\sum_{k=0}^3 m_k \Delta U_{i-k} - \sum_{k=1}^3 \Delta U_k m_{i-k} \right) / \Delta U_0. \quad (6)$$

Полученные в результате идентификации численные значения параметров общей передаточной функции (1) объекта управления вместе с исполнительным устройством для базовых режимов работы газотурбинного двигателя - максимального режима МР, среднего (крейсерского) режима СР и режима малого газа РМГ приведены в таблице

Таблица

	α	q	r	b	a	c
МР	0,323	6,0034	9,0626	6,92	12,455	0,29
СР	0,357	6,1405	7,8087	7,45	13,651	0,29
РМГ	0,315	1,3284	0,1122	1,80	0,703	0,29

Для максимального режима ГТД (при максимальной тяге двигателя) звено второго порядка $1 \cdot (s^2 + 6,92s + 12,455)^{-1}$ является колебательным (корни уравнения, стоящего в скобках, $x_{1,2} = -3,46 \pm j0,6953$).

Для среднего (крейсерского) режима работы ГТД звено второго порядка

$$\begin{aligned} &1 \cdot (s^2 + 7,45s + 13,651)^{-1} = \\ &= 1 \cdot [(s + 3,2511)(s + 4,1989)]^{-1}, \end{aligned}$$

т.е. состоит из двух аperiodических звеньев. Для режима малого газа звено

$$\begin{aligned} &1 \cdot (s^2 + 1,8s + 0,703)^{-1} = \\ &= 1 \cdot [(s + 0,5729)(s + 1,2271)]^{-1}, \end{aligned}$$

т.е. также состоит из двух аperiodических, звеньев. Поэтому для среднего режима и режима малого газа общую передаточную функцию объекта управления нужно записать в виде

$$G_0(s) = \frac{\hat{T}_T(s)}{m(s)} = \frac{\alpha(s^2 + qs + r)}{s(s + a)(s + b)(s + c)} e^{-\tau_1 s}. \quad (7)$$

Для объекта управления с передаточной функцией (7) амплитуды импульсов длительностью h оптимального

управляющего воздействия при ступенчато изменяющемся сигнале на входе системы управления на n -м интервале регулирования определяются по формулам (2), в которых [2]

$$K_0 = \frac{abc}{\alpha hr(1-A)(1-B)(1-C)}; A = e^{-ah}; B = e^{-bh};$$

$$C = e^{-ch}; q_1 = -(A+B+C); q_2 = AB+AC+BC;$$

$$q_3 = -ABC.$$

Отметим также, что для максимального режима ГТД звено ($s^2 + 6,0034s + 9,0626$) является форсирующим второго порядка (корни уравнения, стоящего в скобках, $x_{1,2} = -(3,0017 \pm j0,2289)$). Для среднего режима ГТД звено ($s^2 + 6,1405s + 7,8087$) = $(s + 1,7983)(s + 4,3422)$, т.е. состоит из двух форсирующих звеньев первого порядка. Для режима малого газа звено ($s^2 + 1,3284s + 0,1122$) = $(s + 0,0906)(s + 1,2378)$, т.е. также состоит из двух форсирующих звеньев первого порядка.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ

Как показывают расчеты и моделирование, при оптимальном управлении переходные процессы в системе заканчиваются за N шагов квантования (практически за более короткое время). Поэтому длительность переходных процессов зависит от величины шага квантования. С уменьшением шага квантования значительно возрастает амплитуда импульсов управления, переходный процесс из аperiodического переходит в колебательный и резко возрастает перерегулирование. Таким образом, быстродействие системы ограничивается либо заданным перерегулированием переходных процессов, либо допустимым усилением, необходимым для формирования амплитуд импульсов управления. При заданном перерегулировании переходных процессов минимальные шаги квантования, а значит, и минимальная длительность переходных процессов для различных режимов работы ГТД будут различными. Ниже приведены результаты расчета и моделирования системы при заданном перерегулировании переходных процессов не более 2...3%, когда путем моделирования определяется минимальный шаг квантования, при котором перерегулирование переходного процесса не превышает 2...3%, и для этого шага записываются амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия и фиксируется сам переходный процесс.

На рис. 2 а, б, в представлены амплитуды импульсов управления и переходные процессы с минимальной длительностью соответственно для максимального режима МР, среднего (крейсерского) режима СР и режима малого газа РМГ работы ГТД.

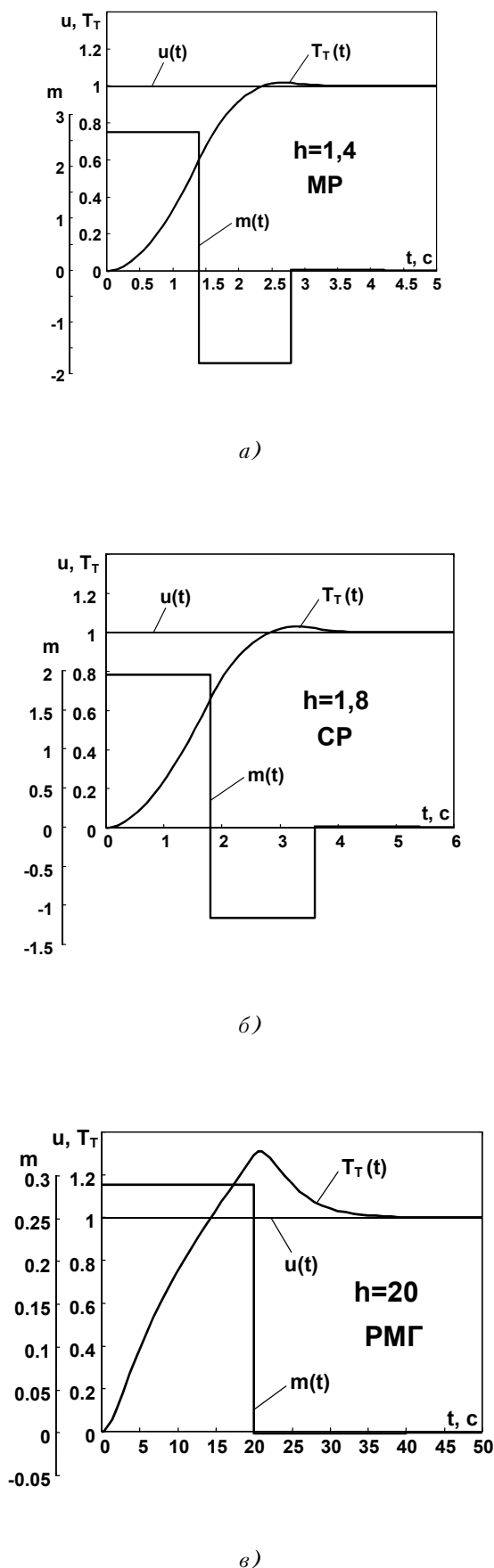


Рисунок 2

Для максимального режима работы ГТД минимальный шаг квантования $h = 1,4$ с; при этом шаге квантования амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия следующие: $m_0 = 2,665$; $m_1 = -1,799$; $m_2 = 0,016$; $m_3 \approx 0$.

Для среднего (крейсерского) режима работы ГТД минимальный шаг квантования $h = 1,8$ с; при этом шаге квантования амплитуды импульсов длительностью оптимального управляющего воздействия следующие: $m_0 = 1,947$; $m_1 = -1,162$; $m_2 = 0,004$; $m_3 \approx 0$.

В режиме малого газа не удастся уменьшить перерегулирование, которое составляет примерно 35 % при шаге квантования $h = 20$ с; при этом управляющее воздействие представляет собой один импульс $m_0 = 0,29$.

ВЫВОДЫ

Как показывают расчеты и моделирование, время регулирования на максимальном режиме работы ГТД составляет примерно 2,2 с, на среднем (крейсерском)

режиме время регулирования составляет примерно 2,6 с. Без компенсации динамических свойств термопары время регулирования в указанных режимах составляет примерно 7 с. Таким образом, система автоматического управления температурой газа двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя при компенсации динамических свойств термопары обладает почти в 3,2 раза (на максимальном режиме) и почти в 2,7 раза (на среднем режиме) более высоким быстродействием, чем та же система без компенсации динамических свойств термопары. Если учесть, что технически компенсацию динамических свойств термопары выполнить очень просто и она дает большой эффект по быстродействию системы управления, то применение такой компенсации является весьма целесообразным.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Гостев В.И., Маглюй С.А., Иванченко В.А. Оптимальное управление температурой газа двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя на базовых режимах работы // Механіка та машинобудування. - 2000. - №2. - С. 154-158.
2. Гостев В.И., Худолий Д.А., Баранов А.А. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления. - К.: Радиоаматор, 2000. - 400 с.

УДК 681.31

ГИБРИДНАЯ НЕЛИНЕЙНО ПРЕОБРАЗОВАННАЯ СИСТЕМА ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Е.А.Еремин, Д.Г.Шевко

The method of constructing of a hybrid system of control for is a priori of acritical continuous plants grounded on the introducing in a routine of synthesizing of non-linear transforming of phase coordinates and resting on usage of the vehicle of a theory of buckling and a positiveness of dynamic systems is esteemed.

Рассматривается метод построения гибридной системы управления для априорно неопределенного непрерывного объекта, основанный на введении в процедуру синтеза нелинейного преобразования фазовых координат и опирающийся на использование аппарата теории гиперустойчивости и положительности динамических систем.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема синтеза высокоэффективных гибридных систем управления (ГСУ) по-прежнему остается достаточно актуальной. Известно [1], что для одного класса непрерывных систем управления функционирующих в условиях априорной неопределенности задача построения быстродействующих алгоритмов может быть решена за счет применения метода нелинейного преобразования координат, разработанного Р.У. Брокеттом [2]. Эти результаты можно применить и для ГСУ. Действительно, если опираться на результаты синтеза аналоговых

алгоритмов, то с помощью метода непрерывных моделей [3], можно построить соответствующие дискретные алгоритмы. Однако недостатком такого подхода к синтезу ГСУ является относительно малый шаг дискретизации алгоритмов управления и адаптации.

В свою очередь, рассматривая синтез дискретных адаптивных регуляторов как самостоятельную задачу [4], приходится констатировать тот факт, что непосредственный перенос нелинейных преобразований Р.У. Брокетта на решение задачи синтеза высокоэффективных дискретных алгоритмов для ГСУ встречает ряд ограничений. Основные трудности при решении такой задачи возникают уже на этапе получения эквивалентного математического описания системы управления, у которой осуществлено степенное преобразование дискретных фазовых координат линейной части системы [5]. Действительно, если для линейной части непрерывной системы после степенного преобразования ее переменных пространства состояния этот же фрагмент системы (нелинейно преобразованный) можно вновь сделать линейным, в частности, за счет расширения пространства состояний и формирования нового базиса [2], то для дискретной системы аналогичные преобразования не дают

желаемого результата [5].

Тем не менее, при синтезе ГСУ можно воспользоваться иной последовательностью разработки алгоритмов адаптивного управления, а именно осуществляя:

- во-первых, нелинейное преобразование и новое (расширенное) пространство состояния линейной непрерывной части;
- во-вторых, дискретизацию элементов расширенного вектора пространства состояния;
- в-третьих, синтез дискретных алгоритмов адаптивного регулятора с помощью критерия гиперустойчивости.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ГСУ С ЯВНОЙ ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ

Пусть объект управления (ОУ) описывается уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ - полностью измеряемый вектор состояния; $u(t) \in R^1$ - управляющее воздействие; A и b - матрицы заданного размера соответственно состояния и управления.

Функционирование ОУ (1) происходит в условиях априорной неопределенности, уровень которой задан в виде

$$A = A(\xi), \quad b = b(\xi), \quad (2)$$

где ξ - набор неизвестных параметров, принадлежащий известному множеству Ξ .

Присоединим к объекту управления (1) дискретный регулятор, структуру которого зададим выражением

$$u_k = \chi_k r_k + c_k^T x_k, \quad (3)$$

где $\chi_k \in R^1$, $c_k \in R^n$ - настраиваемые коэффициенты регулятора, алгоритмы настройки которых подлежат определению; $r_k \in R^1$ - задающее воздействие; $x_k = x(t_k)$, $t_k = kT$, $T > 0$ - шаг дискретизации, $k = 0, 1, 2, \dots$

Континуализация управляющего воздействия осуществляется с использованием экстраполятора нулевого порядка

$$u(t) = u_k \text{ при } t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (4)$$

Желаемое поведение ОУ зададим с помощью эталонной модели (ЭМ)

$$\dot{x}_M(t) = A_M x_M(t) + b_M r(t), \quad (5)$$

где $x_M(t) \in R^n$; $r(t) = r_k$ при $t_k \leq t < t_{k+1}$.

Требуется определить алгоритмы адаптации коэффи-

циентов χ_k , c_k таким образом, чтобы в системе (1), (3)-(5) при любом наборе $\xi \in \Xi$, при любых начальных условиях x_0 , c_0 обеспечивалось достижение целевых условий заданных предельными соотношениями вида

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_M(t) - x(t)) = 0, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \chi_k = \chi_* = \text{const}, \\ \lim_{k \rightarrow \infty} c_k = c_* = \text{const}, \quad (6)$$

где (*) - индекс, обозначающий установившиеся значения соответствующих переменных скалярной или векторной функций.

СТАДИЯ СИНТЕЗА НЕПРЕРЫВНОЙ ЧАСТИ ГСУ

Пусть $e(t)$ - рассогласование между векторами состояний объекта управления (1) и эталонной модели (5), т.е.

$$e(t) = x_M(t) - x(t), \quad (7)$$

а обобщенный выход описывается следующим образом:

$$v(t) = g^T e(t), \quad (8)$$

где g - некоторый постоянный вектор, значения элементов которого подлежат выбору.

Получение эквивалентного описания системы

Используя уравнения (1), (5), (7) и учитывая (8), получим следующую эквивалентную систему с обратной связью (ОС):

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + b \mu(t), \quad v(t) = g^T e(t), \quad (9)$$

$$\mu_k = (\chi_* - \chi_k) r_k + (c_* - c_k)^T x_k, \quad \mu(t) = \mu_k \text{ при } t_k \leq t < t_{k+1}, \quad (10)$$

где уравнения (9) определяют линейную стационарную часть (ЛСЧ), а уравнение (10) - нелинейную нестационарную часть (ННЧ).

Этап нелинейных преобразований

Рассмотрим нелинейное преобразование координат исходной системы (9), (10). Воспользуемся приемом, рассмотренным в работе [6], и осуществим переход от переменных $e(t) \in R^n$ к переменным $e^{[2]}(t) \in R^{N_n^2}$ с помощью выражения

$$H(t) = e(t) e^T(t), \quad (11)$$

где $H(t)$ - симметричная матрица, элементами которой являются попарные произведения элементов вектора $e(t)$.

Дифференцируя выражение (11) и учитывая первое из

уравнений (9), находим

$$\dot{H}(t) = A_M H(t) + H(t) A_M^T + \mu(t)(b e^T(t) + e(t) b^T). \quad (12)$$

Если уравнение ННЧ нелинейно преобразованной системы, выполняя преобразование выражения (12) по аналогии с [6], определить соотношением

$$\mu^{[2]}(t) = \mu(t) e(t), \quad (13)$$

а уравнение состояния ЛСЧ нелинейно преобразованной системы записать в виде

$$\dot{e}^{[2]}(t) = (A_M)_{[2]} e^{[2]}(t) + b_{[2]} \mu^{[2]}(t), \quad (14)$$

где $e^{[2]}(t)$ - вектор размера $(N_n^{2*} 1)$; $N_n^2 = 0, 5n(n+1)$;

$\mu^{[2]}(t)$ - вектор размера $(n^* 1)$; $(A_M)_{[2]}$ и $b_{[2]}$ - матрицы

размера, соответственно, $(N_n^{2*} N_n^2)$ и $(N_n^{2*} n)$; то для выхода нелинейно преобразованной системы можно записать уравнение

$$v^{[2]}(t) = e(t) e^T(t) g = g_{[2]}^T e^{[2]}(t), \quad (15)$$

где $g_{[2]}^T$ - матрица размера $n^*(0, 5n(n+1))$, элементы которой удовлетворяют соотношению

$$g_{[2]}^T = \begin{bmatrix} g^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g^T & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & g^T \end{bmatrix}.$$

Определение условий положительности ЛСЧ системы

Для передаточной функции ЛСЧ системы, имеющей вид

$$W(s) = g_{[2]}^T (sE - A_M)^{-1} b_{[2]}, \quad (16)$$

где $s = j\omega$; $j = -1$; E - единичная матрица соответствующего размера, необходимо обеспечить выполнение условий ее строгой положительности и вещественности.

Для исходной эквивалентной системы (9), (10) передаточная функция имеет вид

$$W(s) = g^T (sE - A_M)^{-1} b = \frac{\rho(s)}{\delta(s)} = \frac{g^T (sE - A_M)^+ b}{\det(sE - A_M)} \quad (17)$$

где $(sE - A_M)^+$ - присоединенная матрица матрицы $(sE - A_M)$.

Известно [1], что любой положительной вещественной

функции (17) исходной системы, всегда отвечает некоторая положительная вещественная функция (16) нелинейно преобразованной системы. Следовательно, если выполнить условие, что передаточная функция (17) положительная, то этого достаточно для того, чтобы существовала некоторая функция (16), обладающая свойством положительности и вещественности. Таким образом, достаточно, чтобы передаточная функция (17) была бы положительной вещественной функцией. Известно [1], что эта задача разрешима тогда и только тогда, когда полином $\rho(j\omega)$ гурвицев с положительными коэффициентами и имеет степень $(n-1)$, т.е. достаточно вектор g выбрать таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности (2) полином $\rho(j\omega)$ был бы гурвицевым степени $(n-1)$ с положительными коэффициентами.

СТАДИЯ СИНТЕЗА ДИСКРЕТНОЙ ЧАСТИ ГСУ

Согласно теореме об асимптотической гиперустойчивости [4] для эквивалентной системы с ОС (9), (10) необходимо, чтобы эквивалентный блок ОС (10) удовлетворял бы неравенству

$$\eta(0, k_1) = - \sum_{k=0}^{k_1} \mu_k v_k \geq -\gamma_0^2 = \text{const}, \quad \forall k_1 \geq 0, \quad (18)$$

$$v_k = v(t_k).$$

Используя результаты нелинейного преобразования координат исходной системы (9), (10), рассмотрим вместо неравенства вида (18) его модификацию вида

$$\eta(0, k_1) = - \sum_{k=0}^{k_1} (\mu_k^{[2]})^T v_k^{[2]} = - \sum_{k=0}^{k_1} \mu_k z_k \geq -\gamma_0^2 = \text{const}, \quad \forall k_1 \geq 0, \quad (19)$$

где $z_k = z(t_k)$; $z(t) = g^T e(t) e^T(t) e(t)$.

Используя уравнение (10), получим

$$\sum_{k=0}^{k_1} ((c_k - c_*)^T x_k + (\chi_k - \chi_*) r_k) z_k \geq -\gamma_0^2. \quad (20)$$

Теперь положим

$$\chi_k = \chi_{k-1} + \Phi(z_k), \quad (21)$$

$$c_k = c_{k-1} + \Phi(z_k), \quad (22)$$

или

$$\chi_k = \sum_{l=0}^k \Phi(z_l) + \chi_{-1}, \quad (23)$$

$$c_k = \sum_{l=0}^k \phi(z_l) + c_{-1}, \quad (24)$$

Тогда получим неравенство

$$\begin{aligned} \eta(0, k_1) = & \sum_{k=0}^{k_1} z_k \left(\sum_{l=0}^k \phi(z_l) + \chi_{-1} - \chi_* \right) r_k + \\ & + \sum_{k=0}^{k_1} z_k \left(\sum_{l=0}^k \phi(z_l) + c_{-1} - c_* \right) x_k \geq -\gamma_0^2, \end{aligned} \quad (25)$$

которое будет выполняться, если оба члена левой части удовлетворяют неравенству того же типа. Чтобы найти решения для ϕ и ϕ , приводящие к выполнению таких неравенств, применим следующее соотношение [4]:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{k_1} f_k \left(\sum_{l=0}^k f_l + C \right) = 0, 5 \left(\sum_{l=0}^k f_k + C \right)^2 + 0, 5 \sum_{l=0}^k f_k^2 - \\ - 0, 5 C^2 \geq -0, 5 C^2, \quad C = \text{const}. \end{aligned} \quad (26)$$

Используя (26), получим решения для ϕ и ϕ в виде

$$\phi(z_k) = h_1 z_k r_k, \quad h_1 = \text{const} > 0, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \phi(z_k) = H_2 z_k x_k, \quad H_2 = \text{diag}\{h_{2i}\}, \quad h_{2i} = \text{const} > 0, \\ i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (28)$$

Т.е. искомые алгоритмы настройки коэффициентов адаптивного регулятора примут вид

$$\chi_k = \chi_{k-1} + h_1 z_k r_k, \quad (29)$$

$$c_k = c_{k-1} + H_2 z_k x_k. \quad (30)$$

ДОСТИЖИМОСТЬ ПОСТАВЛЕННЫХ ЦЕЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ И АДАПТАЦИИ

Из выполнения условий положительности системы (9), (10) следует ее асимптотическая устойчивость

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_M(t) - x(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

а это подтверждает выполнение первого из условий (6). При этом, с учетом явного вида алгоритмов самонастройки коэффициентов регулятора χ_k и c_k , очевидно, что будут выполнены предельные соотношения

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \chi_k = \text{const}, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} c_k = \text{const},$$

совпадающие с требованиями соответствующих целевых условий (6).

Таким образом, в силу достижения сформулированных

целей аналитическую стадию решения задачи синтеза ГСУ можно считать завершенной. Здесь имеется в виду то обстоятельство, что требуют определения коэффициенты h_1 , H_2 , числовые значения которых назначаются окончательно лишь в процессе имитационного моделирования.

Если теперь от математического описания ГСУ, представленного в эквивалентном виде, вернуться к исходному, т.е. записать исходные уравнения объекта управления, эталонной модели и адаптивного регулятора, то синтезированная ГСУ будет иметь следующий вид:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad x(t) \in R^n, \quad u(t) \in R^1, \quad (31)$$

$$\dot{x}(t) = A_M x_M(t) + b_M r(t), \quad x_M(t) \in R^n, \quad r(t) \in R^1, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} e(t) = x_M(t) - x(t), \quad z(t) = g^T e(t) e^T(t) e(t), \\ g^T = (g_1, g_2, \dots, g_n), \end{aligned} \quad (33)$$

$$u_k = \chi_k r_k + c_k^T x_k, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} c_k = c_{k-1} + H_2 z_k x_k, \quad H_2 = \text{diag}\{h_{2i}\}, \quad h_{2i} = \text{const} > 0, \\ i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \chi_k = \chi_{k-1} + h_1 z_k r_k, \quad h_1 = \text{const} > 0, \quad z_k = z(t_k), \\ x_k = x(t_k), \end{aligned} \quad (36)$$

$$u(t) = u_k \quad \text{при} \quad t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (37)$$

УПРОЩЕНИЕ СТРУКТУРЫ ГСУ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

Следует отметить, что синтезированная ГСУ (31)-(37) имеет сложную техническую реализацию, поскольку функциональные возможности аналоговой вычислительной техники весьма ограничены. Для удобства последующего изложения будем вышеуказанную ГСУ называть технически сложной (ГСУТС). Кроме того, ГСУ с простой технической реализацией будем называть технически простой (ГСУТП).

Определение

Две замкнутые ГСУ, состоящие из объекта управления и аналогового цифро-аналогового блока (АЦАБ), будем считать технически эквивалентными системами, если в каждой из них уравнения связи типа вход-выход как для ОУ, так и для АЦАБ имеют идентичный вид.

Будем полагать, что на вход АЦАБ ГСУ поступают переменные состояния $x(t)$ непрерывного объекта управления, а на его выходе формируется управляющее воздействие u_k .

Для ГСУТС (31)-(37) требуется построить ГСУТП, а именно обеспечить упрощение структуры АЦАБ ГСУТС таким образом, чтобы он и структура полученного АЦАБ ГСУТП, описывались бы одним и тем же уравнением.

Simulink-модель [7] ГСУ (31)-(37) представлена на рис. 1.

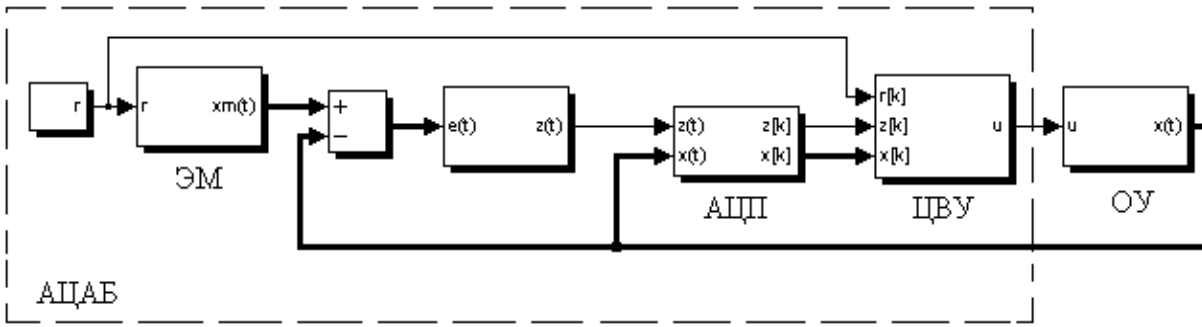


Рисунок 1 - Simulink-диаграмма модели системы управления (31)-(37)

Блок-диаграмма цифрового вычислительного устройства (ЦВУ) системы управления (31)-(37) изображена на рис. 2.

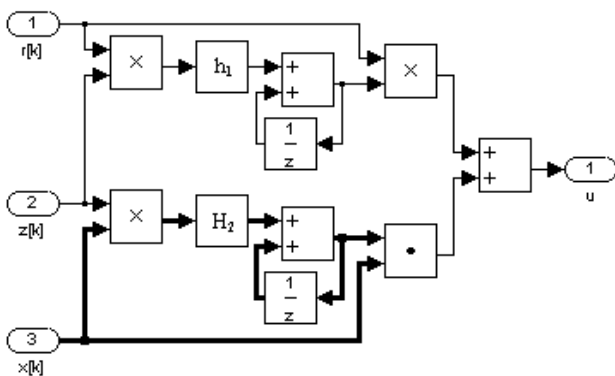


Рисунок 2 - Блок-диаграмма цифрового вычислительного устройства системы управления (31)-(37)

Очевидно, что ГСУ_{ТС} (31)-(37) имеет эквивалентную техническую реализацию в виде ГСУ_{ТП} (Simulink-модель ГСУ_{ТП} показана на рис. 3, а блок-диаграмма ЦВУ - на рис. 4), основанную на следующей математической модели:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), x(t) \in R^n, u(t) \in R^1, \quad (38)$$

$$\bar{x}_{k+1} = P_M \bar{x}_k + d_M r_k, \bar{x}_k \in R^n, r_k \in R^1, \quad (39)$$

$$e_k = \bar{x}_k - x_k, z_k = g^T e_k e_k^T e_k, g^T = (g_1, g_2, \dots, g_n) \quad (40)$$

$$u_k = \chi_k r_k + c_k^T x_k \quad (41)$$

$$c_k = c_{k-1} + H_2 z_k x_k, H_2 = \text{diag}\{h_{2i}\}, h_{2i} = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (42)$$

$$\chi_k = \chi_{k-1} + h_1 z_k r_k, h_1 = \text{const} > 0, \quad (43)$$

$$u(t) = u_k \text{ при } t_k \leq t < t_{k+1}, \quad (44)$$

где $P_M = \exp(A_M T)$, $d_M = A_M^{-1}(P_M - E)b_M$.

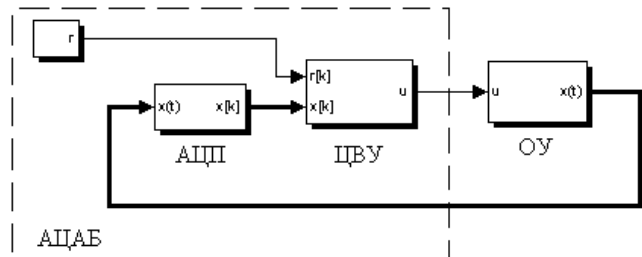


Рисунок 3 - Simulink-диаграмма модели системы управления (38)-(44)

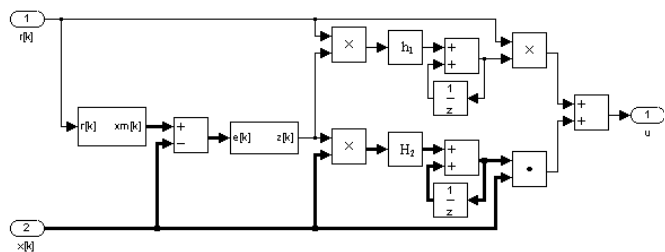


Рисунок 4 - Блок-диаграмма цифрового вычислительного устройства системы управления (38)-(44)

Проверка технической эквивалентности ГСУ_{ТС} (31)-(37) и ГСУ_{ТП} (38)-(44), имеющих различные по структуре АЦАБ, опирается на результаты вычислительного эксперимента.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Вычисления проводились с использованием средства визуального моделирования SIMULINK математического пакета MATLAB [7]. На рис. 5 представлена Simulink-модель, отражающая суть эксперимента.

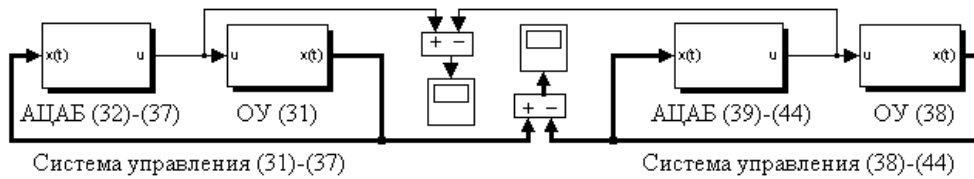


Рисунок 5 - Simulink-модель эксперимента

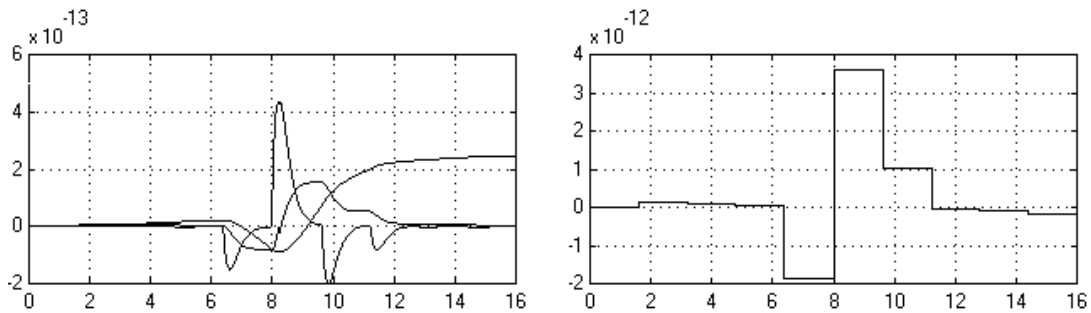


Рисунок 6 - Результаты эксперимента

Результаты моделирования приведены на рис. 6, где левый график - рассогласование между значениями элементов вектора состояния ОУ систем (31)-(37) и (38)-(44), а правый - рассогласование между значениями управляющих воздействий в ГСУ вида (31)-(37) и (38)-(44).

Представленные графики были получены при следующих исходных данных:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -23 & -9 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -15 & -23 & -9 \end{bmatrix}, \quad b_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$g^T = (8 \ 6 \ 1), \quad x^T(0) = (0 \ 0 \ 0), \quad c_0^T(0) = (0 \ 0 \ 0),$$

$$\chi_0 = 0, \quad h_1 = 280, \quad H_2 = \text{diag}\{110000; 10000; 200000\},$$

$$r_k = 0, 1 \sin(kT) + 1, \quad T = 1, 6.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с требованиями цели управления, поставленной в условиях априорной неопределенности, решена задача синтеза гибридной системы управления. В рамках вычислительного эксперимента показано, что две гибридные системы отличающиеся структурой аналоговых цифро-аналоговых блоков, но имеющие идентичные уравнения связи вход-выход, с точки зрения технической реализации могут считаться эквивалентными. Анализируя полученные результаты имитационного моделирования, можно сделать вывод о целесообразности первоначального синтеза системы управления в виде ГСУ_{ТС}, с последующим ее упрощением до вида ГСУ_{ТП}.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Еремин Е.Л., Цыкунов А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. Бишкек: Илим, 1992.
2. Брокетт Р.У. Алгебры Ли и группы Ли в теории управления // Математические методы в теории систем / Под ред. Ю.Н. Журавлева. М.: Мир, 1979. С. 174-220.
3. Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с последействием. М.: Наука, 1984.
4. Landau I.D. Adaptive control systems: the model reference approach. N.Y.: Marsel Dekker, 1979.
5. Баркин А.И., Зеленцовский А.Л., Пакшин П.В. Абсолютная устойчивость детерминированных и стохастических систем управления. М.: МАИ, 1992.
6. Баркин А.И. Оценки качества нелинейных систем регулирования. М.: Наука, 1982.
7. Гультяев А.К. MATLAB - 5.2. Имитационное моделирование в среде Windows: практическое пособие. М.: Наука, 2000.

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ И ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ ТОЧНОГО КАНАЛА НА КАЧЕСТВО ИТЕРАЦИОННОЙ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ЭТАЛОННОЙ НАСТРОЙКОЙ

А.А.Худяев

В рамках задачи синтеза двухканальной системы управления с самонастройкой точного канала определены необходимые функционалы качества и проанализировано влияние полосы пропускания второго (компенсирующего) канала и характеристик случайных внешних воздействий на точность итерационной двухканальной воспроизводящей системы с заданными эталонными операторами каналов.

У рамках задачі синтезу двоканальної системи керування із самонастроюванням точного каналу визначені необхідні функціонали якості та проаналізовано вплив смуги пропускання другого (компенсуючого) каналу і характеристик випадкових зовнішніх дій на точність ітераційної двоканальної відтворюючої системи із заданими еталонними операторами каналів.

Within the limits of synthesis of the two-channel control system with self-adjusting of the precision channel the necessary quality functionals are defined, and the influence of the second (compensating) channel bandwidth and random external action characteristics on the precision of the iterative two-channel reproduction control system with determine standard operators of channels are analysed.

В классе итерационных многоканальных САУ воспроизведение задающих воздействий осуществляется последовательными приближениями (итерациями), реализуемыми соответствующими каналами управления [1,2]. Это позволяет потенциально обеспечить максимально высокую заданную точность работы всей многоканальной системы при стандартных (эталонных) настройках отдельных каналов и в большинстве случаев получать качество воспроизведения, недостижимое в одноканальных системах управления [3,4].

В работах [5,6] рассмотрена эффективность итерационных алгоритмов построения многоканальных воспроизводящих систем, и выполнена оценка точности итерационной двухканальной измерительной системы при случайных входных воздействиях. В [7] сформулирован метод эталонных операторов (ЭО) применительно к задаче синтеза итерационных многоканальных систем, на основании которого введены формирующие параметры r_i ($i=1,2$), определяющие полосы пропускания $\Omega_1 = r_1^{-1}$ и $\Omega_2 = r_2^{-1}$ первого, грубого (или основного) W_1^* и W_2^* второго, точного (или компенсирующего) каналов управления итерационной двухканальной системы. В работе [8] введены показатели качества, характеризующие эффективность использования второго, точного канала для компенсации ошибок по полезному сигналу $x(t)$ и

помехам $f(t)$ и $\varphi(t)$, приведенным ко входам соответственно первого и второго каналов управления с эталонной настройкой.

Вариант структурной схемы итерационной двухканальной воспроизводящей системы приведен на рис.1, где R_1^* , R_2^* - совокупности (цепи) регулирующих и исполнительных элементов и устройств, входящих соответственно в первый и второй разомкнутые каналы управления.

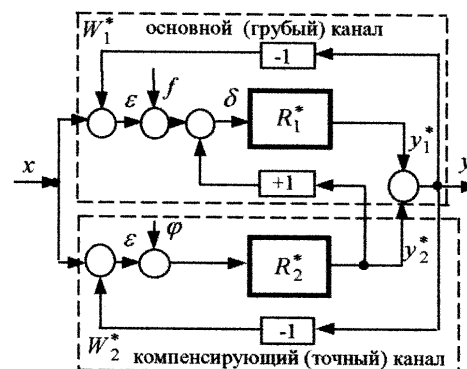


Рисунок 1- Вариант структурной схемы итерационной двухканальной воспроизводящей системы

Естественно, что с изменением характеристик внешних воздействий $x(t)$, $f(t)$, $\varphi(t)$ (например, с изменением соотношения интенсивностей помех φ и f) с точки зрения достижения наиболее высокой точности воспроизведения желательно изменять соответствующим образом динамические свойства точного канала W_2^* , для чего нужно изменять (перенастраивать) его параметры. В рамках задачи синтеза двухканальной системы управления с самонастройкой точного канала определим необходимые функционалы качества и проанализируем влияние формирующего параметра r_2 второго, компенсирующего канала, а также характеристик случайных входных сигналов на точность итерационной двухканальной воспроизводящей системы с заданными эталонными операторами линейных каналов.

1. ПЕРВЫЙ (ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ) ВАРИАНТ ИТЕРАЦИОННОЙ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Пусть эталонные операторы первого и второго каналов различны и соответствуют колебательному и аperiodическому звеньям. Такое сочетание динамики каналов управления более характерно для итерационных двухканальных систем, выход которых не связан со значительной силовой нагрузкой, или для систем, предназначенных для высокоточного измерения задающих воздействий $x(t)$ [6, 9]. Предположим для простоты, что колебательное и аperiodическое звенья имеют одинаковые частоты собственных колебаний, соответствующие эталонной $\Omega_{\text{э}}: \Omega_{\text{к}} = \Omega_{\text{а}} = \Omega_{\text{э}} = T_{\text{э}}^{-1}$. Тогда согласно методу ЭО [7] операторы каналов $W_1^*(p)$, $W_2^*(p)$ примут вид

$$W_1^*(p) = \frac{1}{c_{12}r_1^2p^2 + c_{11}r_1p + 1}, W_2^*(p) = \frac{1}{c_{21}r_2p + 1}, \quad (1)$$

где $c_{11} = 2\xi_{\text{э}}c_{21}$, $c_{12} = T_{\text{э}}^2$, $c_{21} = T_{\text{э}}$ - заданные постоянные коэффициенты эталонных операторов каналов; $\xi_{\text{э}}$ - коэффициент демпфирования первого канала с эталонной настройкой; $p \triangleq d/dt$ - оператор дифференцирования по времени. При $\xi_{\text{э}} = \sqrt{2}/2 \approx 0,707$ и $r_1 = r_2 = 1$ операторы каналов $W_1^*(p)$ и $W_2^*(p)$ (1) совпадают с операторами фильтров Боттерворта [1].

Учитывая, что при заданном значении $T_{\text{э}} = \text{const}$, выбором значений формирующих параметров

$$r_i = r_i^* = (\Omega_i^*)^{-1}, \quad i=1,2 \quad (2)$$

можно обеспечить любую возможную динамику каналов с эталонной настройкой. Не нарушая общности, примем $\Omega_{\text{э}} = T_{\text{э}}^{-1} = 1$. Приняв, далее, за базовую величину значение формирующего параметра первого канала $r_1 = r_1^*$ из (2) и обозначив

$$r = \frac{r_2}{r_1^*} = \frac{\Omega_1^*}{\Omega_2} = \frac{\omega_1^*}{\omega_2}, \quad z = r^{-1} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1^*} = \frac{\omega_2}{\omega_1^*}, \quad \xi_1 = \xi_{\text{э}}; \quad (3)$$

$$\gamma_{\dot{x}} = \frac{T_{\dot{x}}}{r_1^*} = \frac{\Omega_1^*}{\Omega_{\dot{x}}} = \frac{\omega_1^*}{\omega_{\dot{x}}}, \quad \Omega_{\dot{x}} = T_{\dot{x}}^{-1}; \quad (4)$$

$$\gamma_f = \frac{T_f}{r_1^*} = \frac{\Omega_1^*}{\Omega_f} = \frac{\omega_1^*}{\omega_f}, \quad \Omega_f = T_f^{-1}; \quad (5)$$

$$\gamma_{\varphi} = \frac{T_{\varphi}}{r_1^*} = \frac{\Omega_1^*}{\Omega_{\varphi}} = \frac{\omega_1^*}{\omega_{\varphi}}, \quad \Omega_{\varphi} = T_{\varphi}^{-1}; \quad (6)$$

$$\omega_l^* = 2\pi\Omega_l^*, \quad \omega_l = 2\pi\Omega_l, \quad \forall l = 2, \dot{x}, f, \varphi,$$

запишем спектральные плотности входных сигналов [8] и операторы (1) в следующем виде:

$$S_x(\omega) = \frac{S_{\dot{x}}(0)}{\omega^2[\varphi_{\dot{x}}^2(r_1^*)^2\omega^2 + 1]}; \quad (7)$$

$$S_f(\omega) = \frac{S_f(0)}{\gamma_f^2(r_1^*)^2\omega^2 + 1}, \quad S_{\varphi}(\omega) = \frac{\rho^2 S_f(0)}{\gamma_{\varphi}^2(r_1^*)^2\omega^2 + 1}; \quad (8)$$

$$W_1^*(p) = \frac{1}{(r_1^*)^2 p^2 + 2\xi_1 r_1^* p + 1}, \quad W_2^*(p) = \frac{1}{r r_1^* p + 1}. \quad (9)$$

где $S_{\dot{x}}(0)$, $S_f(0)$, $S_{\varphi}(0) = \rho^2 S_f(0)$ и $T_{\dot{x}}$, T_f , T_{φ} - начальные (при $\omega = 0$) значения спектральных плотностей и постоянные времени корреляции стационарных случайных процессов $\dot{x}(t)$, $f(t)$, $\varphi(t)$; $\dot{x}(t)$ - стационарный случайный процесс, соответствующий первой производной изменения полезного сигнала, что характерно для следящих систем; ρ - коэффициент пропорциональности.

Из (3)-(6) следует, что безразмерный параметр r характеризует отношение полос пропускания первого и второго каналов и определяется отношением их собственных частот; параметры $\gamma_{\dot{x}}$ и γ_f , γ_{φ} - отношение полосы пропускания первого канала к ширине спектра производной полезного сигнала $\omega_{\dot{x}}$ и спектров помех ω_f , ω_{φ} соответственно. Обычно для воспроизводящих систем выполняются условия: полезный сигнал $x(t)$ узкополосен, т.е. $T_{\dot{x}} \gg r_1^*$ и $\gamma_{\dot{x}}^{-1} \ll 1$, а помехи $f(t)$, $\varphi(t)$ близки к процессам типа белого шума, т.е. $T_f \ll r_1^*$, $T_{\varphi} \ll r_1^*$ и $\gamma_f \ll 1$, $\gamma_{\varphi} \ll 1$.

1. Определим показатель g_x [8], характеризующий эффективность использования точного канала для компенсации ошибок по полезному сигналу $x(t)$. Выигрыш в точности g_x равен отношению установившихся значений дисперсий ошибок основного (первого) канала $\overline{\delta_x^2}$ и двухканальной системы $\overline{\varepsilon_x^2}$, обусловленных сигналом $x(t)$. После интегрирования g_x с учетом (7), (9) получим

$$\gamma_x = \frac{\overline{\delta_x^2}}{\varepsilon_x^2} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{(r^2 + 2\xi_1 r + 1)(\gamma_x^{-1} r + 1)(1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1})}{(r + a_{\xi_1})\gamma_x^{-1} + a_{\xi_1} \left(r + \frac{1}{4\xi_1^2 a_{\xi_1}} \right) \gamma_x^{-2}} =$$

$$= \frac{(z^2 + 2\xi_1 z + 1)(z + \gamma_x^{-1})(1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1})}{(a_{\xi_1} z + 1)\gamma_x^{-1} + a_{\xi_1} \left(\frac{1}{4\xi_1^2 a_{\xi_1}} z + 1 \right) \gamma_x^{-2}}, \quad (10)$$

где

$$a_{\xi_1} = \frac{1 + 4\xi_1^2}{8\xi_1^3}. \quad (11)$$

После преобразований представим g_x в виде, удобном для дальнейшего анализа,

$$g_x = g_{0x}(1 - \Delta g_x)^{-1}, \quad (12)$$

где

$$g_{0x} = \frac{r^2 + 2\xi_1 r + 1}{r^2(r + a_{\xi_1})\gamma_x^{-1}} = z \cdot \frac{z^2 + 2\xi_1 z + 1}{(a_{\xi_1} z + 1)\gamma_x^{-1}}; \quad (13)$$

$$\Delta g_x = h_x \gamma_x^{-1},$$

$$h_x = \frac{r(r + a_{\xi_1})(1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1}) + \left(a_{\xi_1}^2 - \frac{1}{4\xi_1^2} \right)}{(r + a_{\xi_1})(\gamma_x^{-1} r + 1)(1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1})} =$$

$$= \frac{c_{\xi_1} z^2 + a_{\xi_1} z + 1}{a_{\xi_1} z^2 + (1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1})z + \gamma_x^{-1}},$$

$$c_{\xi_1} = \frac{4\xi_1^2 a_{\xi_1}^2 - 1}{4\xi_1^2 (1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1})}. \quad (14)$$

Обычно $\gamma_x^{-1} \ll 1$. При достаточно малых γ_x^{-1} , когда поправка $\Delta g_x \ll 1$, в качестве первого приближения, как видно из (12), (14), можно принять $g_x \approx g_{0x}$. Согласно (13) $g_{0x} \gamma_x^{-1}$ зависит только от $z = r^{-1}$ и коэффициента ξ_1 ; с увеличением ξ_1 ($\xi_1 = 0, 1 \div 1$) улучшается компенсирующее действие второго, точного канала по полезному сигналу (рис. 2).

График зависимости величины h_x от параметра z при заданном значении $\xi_1 = 0,5$ и различных значениях γ_x^{-1} приведен на рис.3. Из формул (14) и рис.3 видно, что при $\xi_1 = 0,5$, $\gamma_x^{-1} = (0,01 \div 1)$ и $z > 0,4$ имеем: $0,5 < h_x < 3,0$, т.е. поправка Δg_x имеет порядок γ_x^{-1} .

На рис.4 приведены зависимости $g_x \gamma_x^{-1}$ от z , рассчитанные по формуле (10) для различных значений

γ_x^{-1} при $\xi_1 = 0,5$, а также график первого приближения $g_{0x} \gamma_x^{-1}$ (13). Поскольку $h_x > 0$ (см. рис. 3), то $g_{0x} < g_x$ и при $z > 1$ $\gamma_x^{-1} < g_x$.

Таким образом, компенсация случайных ошибок по задающему воздействию $x(t)$ тем лучше (больше g_x), чем относительно шире полоса пропускания второго, точного канала (больше $z = \omega_2 / \omega_1^*$) и сравнительно уже спектр производной полезного сигнала (меньше $\gamma_x^{-1} = \omega_x / \omega_1^*$).

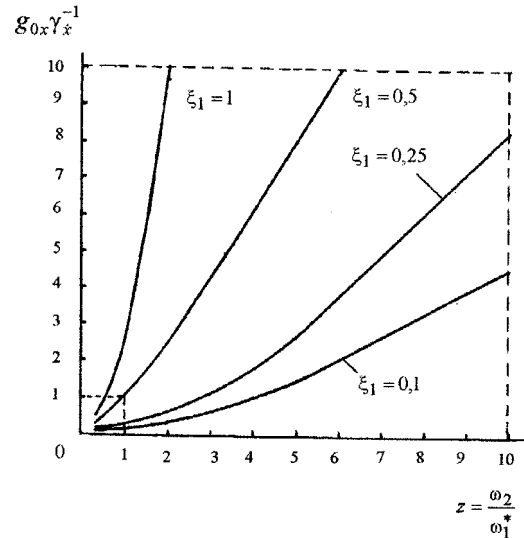


Рисунок 2 - График зависимости величины $g_{0x} \gamma_x^{-1}$ от параметра z и коэффициента демпфирования основного канала ξ_1

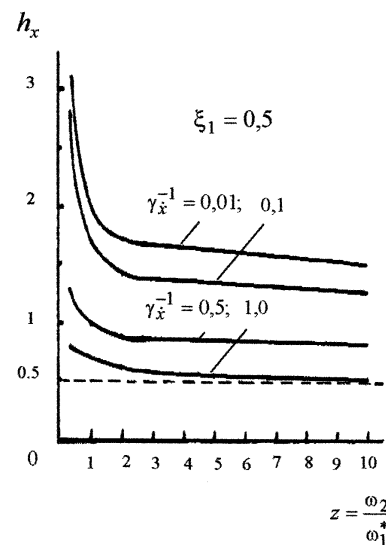


Рисунок 3 - График зависимости величины h_x от параметра z при заданном $\xi_1 = 0,5$ и различных значениях γ_x^{-1}

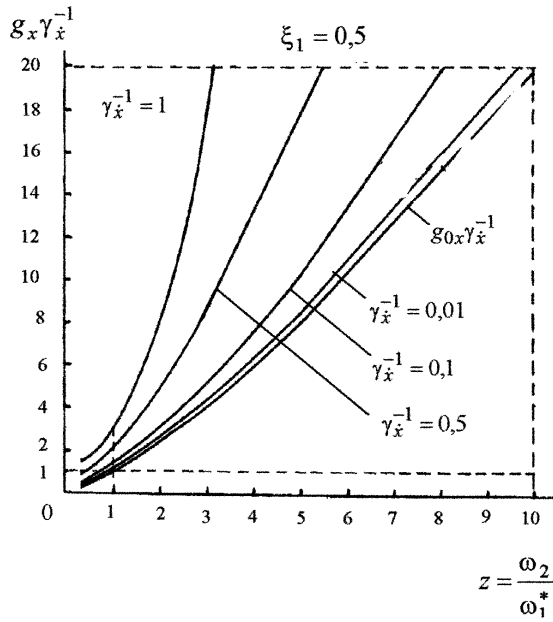


Рисунок 4 - График зависимости величины $g_x \gamma_x^{-1}$ от параметра z при $\xi_1 = 0,5$ и различных значениях γ_x^{-1} , и график первого приближения $g_{0x} \gamma_x^{-1}$

2. Определим показатель g_f [8], характеризующий эффективность использования точного канала для компенсации ошибок по помехе $f(t)$. Выигрыш в точности $g(f)$ равен отношению установившихся значений дисперсий ошибок основного (первого) канала $\overline{\delta_f^2}$ и двухканальной системы $\overline{\varepsilon_f^2}$, обусловленных действием помехи $f(t)$. Интегрируя $g(f)$ с учетом (8), (9), для двухканальной системы найдем

$$g_f = \frac{\overline{\delta_f^2}}{\varepsilon_f^2} = \frac{r^2 + 2\xi_1 r + 1}{r^2} \cdot \frac{(1 + 2\xi_1 \gamma_f)(r + \gamma_f)}{(1 + 2\xi_1 \gamma_f)r + \gamma_f} = (r^2 + 2\xi_1 r + 1) \frac{(\gamma_f z + 1)(1 + 2\xi_1 \gamma_f)}{\gamma_f z + 2\xi_1 \gamma_f + 1} \quad (15)$$

или

$$g_f = g_{0f}(1 - \Delta g_f)^{-1}, \quad (16)$$

где

$$g_{0f} = \frac{r^2 + 2\xi_1 r + 1}{r^2} = z^2 + 2\xi_1 z + 1; \quad (17)$$

$$\Delta g_f = h_f \gamma_f^2,$$

$$h_f = \frac{2\xi_1}{(r + \gamma_f)(1 + 2\xi_1 \gamma_f)} = \frac{2\xi_1 z}{(\gamma_f z + 1)(1 + 2\xi_1 \gamma_f)}. \quad (18)$$

Обычно $\gamma_f \ll 1$. При достаточно малых γ_f , когда поправка $\Delta g_f \ll 1$, в качестве первого приближения, как видно из (16), (18), можно принять $g_f \approx g_{0f}$. Заметим, что Δg_f имеет второй порядок малости по отношению к γ_f . График зависимости первого приближения g_{0f} от параметра z при различных значениях ξ_1 приведен на рис.5. Из рисунка видно, что при $z = \text{const}$ с увеличением ξ_1 g_{0f} увеличивается.

График зависимости величины h_f от параметра z при $\xi_1 = 0,5$ и различных γ_f приведен на рис.6. При $\xi_1 = 0,5$, $\gamma_f = (0, 1 \div 1, 0)$ и $1 < z < 10$ имеем: коэффициент поправки $0, 25 \leq h_f < 2, 9$ и сама поправка Δg_f имеет порядок γ_f^2 . На рис.7 приведены графики $g_f = g_f(z)$ (15) при $\xi_1 = 0,5$ для различных γ_f , а также график первого приближения g_{0f} . Поскольку величина $h_f > 0$, то выигрыш в точности $g_{0f} \leq g_f$. При $z = 1$ $g_f \geq 3$.

Таким образом, компенсация случайных ошибок по помехе $f(t)$, так же, как и по полезному сигналу $x(t)$, тем лучше, чем шире полоса пропускания второго, точного канала (больше z) и чем уже спектр помехи $f(t)$ (больше $\gamma_f = \omega_1^* / \omega_f$).

3. Определим показатель g_ϕ [8], характеризующий относительное декомпенсирующее действие помехи $\phi(t)$. Показатель g_ϕ равен отношению установившегося значения дисперсии ошибки основного (первого) канала $\overline{\delta_\phi^2}$ при подаче на его вход помехи $\phi(t)$ к соответствующему значению дисперсии ошибки двухканальной системы $\overline{\varepsilon_\phi^2}$, обусловленной действием помехи $\phi(t)$ на второй, точный канал, т.е. g_ϕ определяет нормированную дополнительную ошибку, вносимую помехой $\phi(t)$. После интегрирования g_ϕ с учетом (8), (9) получим

$$g_\phi = \frac{\overline{\delta_\phi^2}}{\varepsilon_\phi^2} = \frac{(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi)(r + \gamma_\phi)}{2\xi_1(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi + \gamma_\phi^2)} = \frac{1}{z} \cdot \frac{(\gamma_\phi z + 1)(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi)}{2\xi_1(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi + \gamma_\phi^2)} \quad (19)$$

или

$$g_{\varphi} = g_{0\varphi}(1 - \Delta g_{\varphi})^{-1}, \quad (20)$$

где

$$g_{0\varphi} = \frac{r}{2\xi_1} = \frac{1}{2\xi_1 z}; \quad (21)$$

$$\Delta g_{\varphi} = h_{\varphi} \gamma_{\varphi},$$

$$h_{\varphi} = \frac{-\gamma_{\varphi} r + 2\xi_1 \gamma_{\varphi} + 1}{(r + \gamma_{\varphi})(1 + 2\xi_1 \gamma_{\varphi})} = \frac{(1 + 2\xi_1 \gamma_{\varphi})z - \gamma_{\varphi}}{(1 + 2\xi_1 \gamma_{\varphi})(\gamma_{\varphi} z + 1)}. \quad (22)$$

Из (20), (22) видно, что при γ_{φ} ($\gamma_{\varphi} \ll 1$) и $z < \gamma_{\varphi}^{-1}$, когда $|\Delta g_{\varphi}| \ll 1$, в качестве первого приближения можно принять $g_{\varphi} \approx g_{0\varphi}$. На рис. 8, 9, 10 показаны графики соответственно первого приближения $g_{0\varphi}$, величины h_{φ} и показателя точности g_{φ} , позволяющие оценить влияние параметров системы (z, ξ_1) и сигнала $\varphi(t)$ [$S_{\varphi}(0), \gamma_{\varphi}$] на величину дополнительной дисперсии ошибки $\overline{\varepsilon_{\varphi}^2}$, обусловленной воздействием случайной помехи на второй канал.

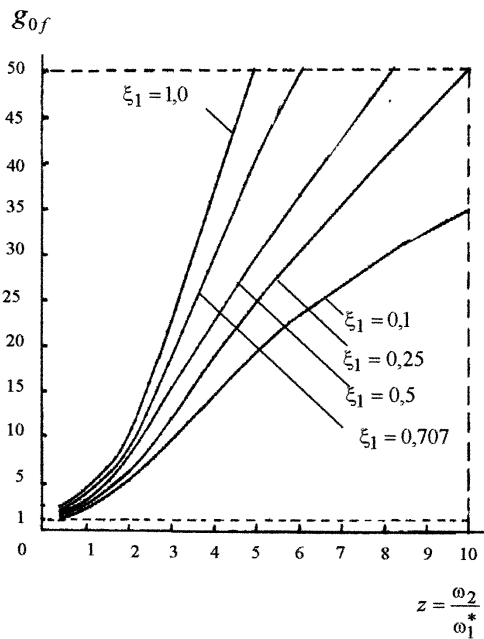


Рисунок 5 - График зависимости первого приближения g_{0f} от параметра z и коэффициента демпфирования основного канала ξ_1

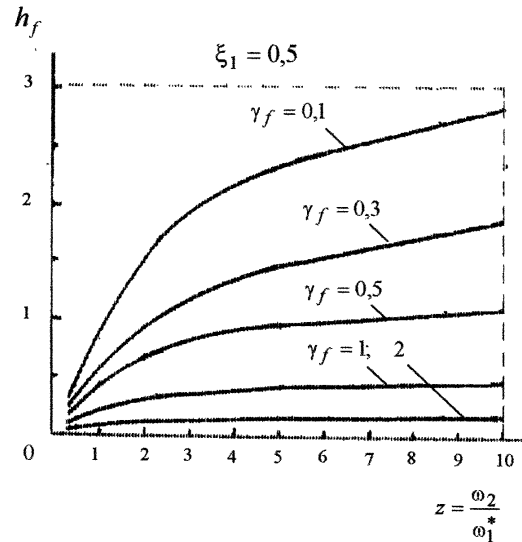


Рисунок 6 - График зависимости величины h_f от параметра z при заданном $\xi_1 = 0,5$ и различных значениях γ_f

Помеха $\varphi(t)$ на второй, точный канал оказывает декомпенсирующее действие и для ослабления ее вредного влияния необходимо сужать полосу пропускания второго канала (уменьшать $z, z < 1$), а также принимать возможные меры для уменьшения уровня помехи $\varphi(t)$, либо перейти к трехканальной итерационной системе.

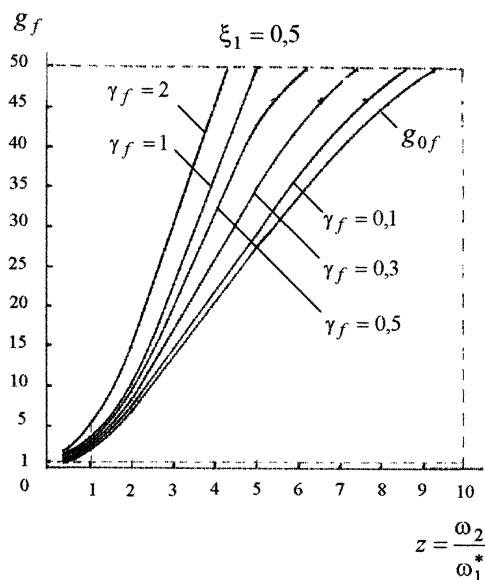


Рисунок 7 - График зависимости выигрыша в точности g_f от параметра z при $\xi_1 = 0,5$ и различных значениях γ_f , и график первого приближения g_{0f}

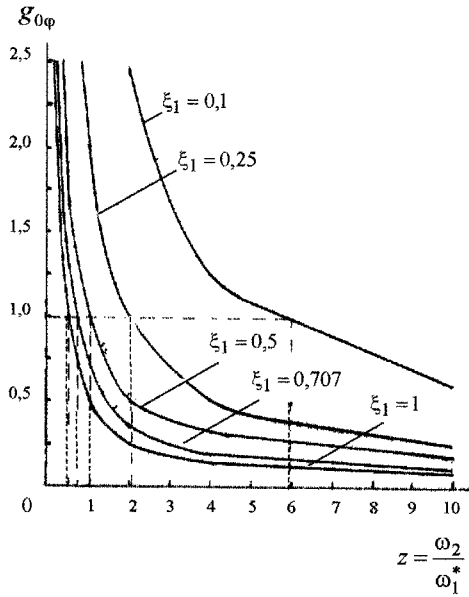


Рисунок 8 - График зависимости первого приближения $g_{0\phi}$ от параметра z и коэффициента демпфирования основного канала ξ_1

4. Определим параметры μ и λ [8], характеризующие относительную точность воспроизведения первым, грубым каналом полезного сигнала $x(t)$ и помехи $\phi(t)$ соответственно. Для величины μ найдем

$$\mu = \frac{\overline{\delta_x^2}}{\overline{\delta_f^2}} = \frac{8\xi_1^3(r_1^*)^2}{\gamma_x} \cdot \frac{S_x(0)}{S_f(0)} \times \frac{(1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1})(1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2)}{(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})(1 + 2\xi_1 \gamma_f)} \quad (23)$$

После преобразования μ (23) к виду, удобному для дальнейшего анализа, получим

$$\mu = \mu_0(1 - \Delta\mu), \quad \Delta\mu = h_\mu \gamma_x^{-1},$$

где

$$\mu_0 = \frac{8\xi_1^3(r_1^*)^2}{\gamma_x} \cdot \frac{S_x(0)}{S_f(0)},$$

$$h_\mu = \frac{a_{\xi_1} - 2\xi_1 + 2\xi_1(a_{\xi_1} - 2\xi_1)\gamma_f + (a_{\xi_1} + \gamma_x)\gamma_f^2}{(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})(1 + 2\xi_1 \gamma_f)} - \frac{(1 + 2\xi_1 \gamma_f)\gamma_x^2}{(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})(1 + 2\xi_1 \gamma_f)} \quad (24)$$

Из (24) видно, что при $\xi_1 \leq 0,6$ и $\gamma_x > 1$, $0 \leq \gamma_f < 1$ имеем $h_\mu < 0$ и $\mu > \mu_0$. Вместе с тем, при достаточно малых γ_x^{-1} ($\gamma_x^{-1} \ll 1$) и $2\gamma_x^{-0,5} \leq \xi_1 \leq 1$, когда модуль поправки $\Delta\mu \ll 1$, в качестве первого приближения можно принять $\mu \approx \mu_0$.

Для параметра λ получим следующее выражение:

$$\lambda = \frac{\overline{\delta_\phi^2}}{\overline{\delta_f^2}} = \rho^2 \frac{(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi)(1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2)}{(1 + 2\xi_1 \gamma_f)(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi + \gamma_\phi^2)} \quad (25)$$

или

$$\lambda = \lambda_0(1 - \Delta\lambda), \quad \Delta\lambda = h_\lambda(\gamma_\phi - \gamma_f),$$

где с учетом (8)

$$\lambda_0 = \frac{S_\phi(0)}{S_f(0)} = \frac{\sigma_\phi^2 T_\phi}{\sigma_f^2 T_f} = \rho^2,$$

$$h_\lambda = \frac{\gamma_\phi + \gamma_f + 2\xi_1 \gamma_f \gamma_\phi}{(1 + 2\xi_1 \gamma_f)(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi + \gamma_\phi^2)} \quad (26)$$

При $\xi_1 \leq 1$ и ширине спектра помех, большей полосы пропускания (собственной частоты) основного канала, т.е. $\gamma_f, \gamma_\phi < 1$, согласно (26) $h_\lambda < 1$ и $|\Delta\lambda| < \gamma_\phi - \gamma_f$, что может служить оценкой возможности пользования первым приближением λ_0 : $\lambda \approx \lambda_0$.

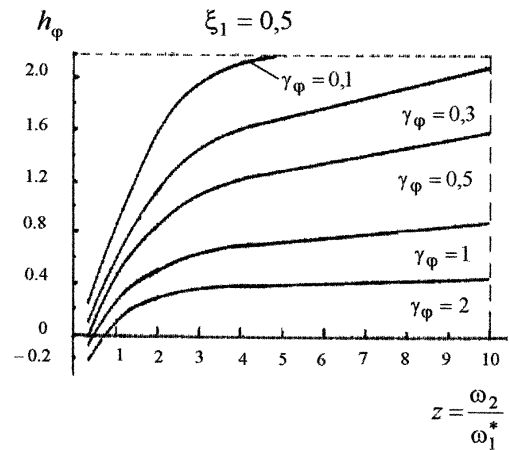


Рисунок 9 - График зависимости величины h_ϕ от параметра z при заданном $\xi_1 = 0,5$ и различных значениях γ_ϕ

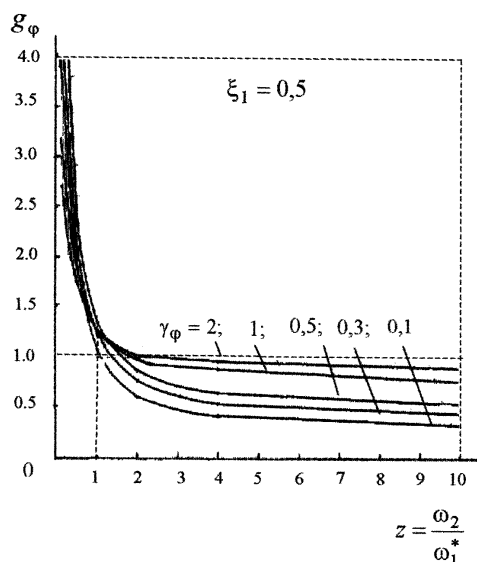


Рисунок 10 - График зависимости показателя точности g_ϕ от параметра z при $\xi_1 = 0,5$ и различных значениях γ_ϕ

2. ВТОРОЙ (УПРАВЛЯЮЩИЙ) ВАРИАНТ ИТЕРАЦИОННОЙ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Предположим теперь, что структуры эталонных операторов первого и второго каналов одинаковы и соответствуют колебательным звеньям с одинаковыми частотами собственных колебаний $\Omega_{ki} = \Omega_\Theta = T_\Theta^{-1} = 1$ ($i = 1, 2$). Такое сочетание динамики каналов характерно для различных итерационных двухканальных управляющих систем, выход которых связан с силовой нагрузкой (см. рис.1)[2,10]. Тогда операторы каналов $W_1^*(p)$, $W_2^*(p)$ (9) с учетом (3) примут вид

$$W_1^*(p) = \frac{1}{(r_1^*)^2 p^2 + 2\xi_1 r_1^* p + 1},$$

$$W_2^*(p) = \frac{1}{r^2 (r_1^*)^2 p^2 + 2\xi_2 r r_1^* p + 1}, \quad (27)$$

где $\xi_1 = \xi_{\Theta 1}$, $\xi_2 = \xi_{\Theta 2}$ - коэффициенты демпфирования соответственно первого и второго каналов с эталонной настройкой. При $\xi_1 = \xi_2 = \sqrt{2}/2 \approx 0,707$, $r_1^* = T_\Theta$ и $r = 1$ операторы $W_1^*(p)$ и $W_2^*(p)$ (27) совпадают с оператором фильтра Боттерворта 2-го порядка [1].

Выполнив интегрирование показателей g_x' , g_f' , g_ϕ' с учетом (7), (8), (27), получим

$$g_x' = \frac{\overline{\delta_x^2}}{(\epsilon_x^2)'} = \frac{\xi_2}{r_2} \cdot \frac{[4\xi_1^2(2\xi_1 + \gamma_x^{-1}) + \gamma_x^{-1}]}{(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})\gamma_x^{-1}} \times$$

$$\times \frac{b'_{x6}r^6 + b'_{x5}r^5 + b'_{x4}r^4 + b'_{x3}r^3 + b'_{x2}r^2 + b'_{x1}r + b'_{x0}}{a'_{x4}r^4 + a'_{x3}r^3 + a'_{x2}r^2 + a'_{x1}r + a'_{x0}} =$$

$$= \xi_2 \frac{[4\xi_1^2(2\xi_1 + \gamma_x^{-1}) + \gamma_x^{-1}]}{(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})\gamma_x^{-1}} \times$$

$$\times \frac{b'_{x0}z^6 + b'_{x1}z^5 + b'_{x2}z^4 + b'_{x3}z^3 + b'_{x4}z^2 + b'_{x5}z + b'_{x6}}{a'_{x0}z^6 + a'_{x1}z^5 + a'_{x2}z^4 + a'_{x3}z^3 + a'_{x4}z^2}; \quad (28)$$

$$g_f' = \frac{\overline{\delta_f^2}}{(\epsilon_f^2)'} = \frac{\xi_2(1 + 2\xi_1 \gamma_f)}{r^2(1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2)} \cdot \frac{B'_f(r)}{A'_f(r)} = \frac{\xi_2(1 + 2\xi_1 \gamma_f)}{r^2(1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2)} \times$$

$$\times \frac{b'_{f6}r^6 + b'_{f5}r^5 + b'_{f4}r^4 + b'_{f3}r^3 + b'_{f2}r^2 + b'_{f1}r + b'_{f0}}{a'_{f4}r^4 + a'_{f3}r^3 + a'_{f2}r^2 + a'_{f1}r + a'_{f0}} =$$

$$= \frac{\xi_2 z^2(1 + 2\xi_1 \gamma_f)}{1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2} \cdot \frac{B'_f(z)}{A'_f(z)} = \frac{\xi_2 z^2(1 + 2\xi_1 \gamma_f)}{1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2} \times$$

$$\times \frac{b'_{f0}z^6 + b'_{f1}z^5 + b'_{f2}z^4 + b'_{f3}z^3 + b'_{f4}z^2 + b'_{f5}z + b'_{f6}}{a'_{f0}z^6 + a'_{f1}z^5 + a'_{f2}z^4 + a'_{f3}z^3 + a'_{f4}z^2}; \quad (29)$$

$$g_\phi' = \frac{\overline{\delta_\phi^2}}{(\epsilon_\phi^2)'} = \frac{\xi_2(r^2 + 2\xi_2 \gamma_\phi r + \gamma_\phi^2)(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi)}{\xi_1(r + 2\xi_2 \gamma_\phi)(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi + \gamma_\phi^2)} =$$

$$= \frac{\xi_2(\gamma_\phi^2 z^2 + 2\xi_2 \gamma_\phi z + 1)(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi)}{\xi_1 z(2\xi_2 \gamma_\phi z + 1)(1 + 2\xi_1 \gamma_\phi + \gamma_\phi^2)} \quad (30)$$

или по аналогии с (12), (16), (21)

$$g_x' = g_{0x}'(1 - \Delta g_x')^{-1},$$

$$g_{0x}' = \frac{\xi_2[8\xi_1^3 + (4\xi_1^2 + 1)\gamma_x^{-1}]}{r^2(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})\gamma_x^{-1}} =$$

$$= \xi_2 z^2 \frac{8\xi_1^3 + (4\xi_1^2 + 1)\gamma_x^{-1}}{(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})\gamma_x^{-1}}; \quad (31)$$

$$g_f' = g_{0f}'(1 - \Delta g_f')^{-1}, \quad g_{0f}' = \frac{\xi_2}{r_2} \cdot \frac{B'_f(r)}{A'_f(r)} = \xi_2 z^2 \frac{B'_f(z)}{A'_f(z)}; \quad (32)$$

$$g_\phi' = g_{0\phi}'(1 - \Delta g_\phi')^{-1}, \quad g_{0\phi}' = \frac{\xi_2 r}{\xi_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1 z}, \quad (33)$$

где

$$a'_{x0} = 4\xi_2^3[1 + 2\xi_1(2\xi_1 + \gamma_x^{-1})],$$

$$a'_{x1} = \xi_1[1 + 4\xi_2^2(1 + 16\xi_1^2 \xi_2^2)] +$$

$$+ 2(\xi_1^2 + 2\xi_2^2 a_{\xi_2})\gamma_x^{-1} + \xi_1(1 + 4\xi_2^2)\gamma_x^{-2},$$

$$a'_{x2} = \xi_2[1 + 4\xi_1^2(1 + 16\xi_1^2 \xi_2^2) +$$

$$+ 4\xi_1(1 + a_{\xi_2} + 8\xi_1^2 \xi_2^2)\gamma_x^{-1} + 2a_{\xi_2} \gamma_x^{-2}],$$

$$\begin{aligned} a'_{x3} &= 2[2\xi_1^3(1+4\xi_2^2) + (2\xi_1^2 a_{\xi_2} + \xi_2^2)\gamma_x^{-1} + \\ &+ \xi_1 a_{\xi_2} \gamma_x^{-2}], \\ a'_{x4} &= \xi_2[8\xi_1^3 + (1+4\xi_1^2)\gamma_x^{-1}]\gamma_x^{-1}; \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} b_{x0}' &= b_{\gamma_x}', \quad b_{x1}' = 2\xi_2 b_{\gamma_x}'(2\xi_1 + \gamma_x^{-1}), \\ b_{x2}' &= b_{\xi} + 4\xi_1(1+b_{\xi} - 2\xi_1^2)\gamma_x^{-1} + (2a_{\xi_2} - 1)\gamma_x^{-2} + \\ &+ 2\xi_1(1+4\xi_2^2)\gamma_x^{-3} + \gamma_x^{-4}, \\ b_{x3}' &= 4\xi_2[\xi_1 + (1+b_{\xi} - 2\xi_1^2)\gamma_x^{-1} + 4\xi_1(\xi_1^2 + \xi_2^2)\gamma_x^{-2} + \\ &+ (1+b_{\xi} - 2\xi_1^2)\gamma_x^{-3} + \xi_1\gamma_x^{-4}], \\ b_{x4}' &= 1 + 2\xi_1(1+4\xi_2^2)\gamma_x^{-1} + (2a_{\xi_2} - 1)\gamma_x^{-2} + \\ &+ 4\xi_1(1+b_{\xi} - 2\xi_1^2)\gamma_x^{-3} + b_{\xi}\gamma_x^{-4}, \\ b_{x5}' &= 2\xi_2 b_{\gamma_x}'(1+2\xi_1\gamma_x^{-1})\gamma_x^{-1}, \quad b_{x6}' = b_{\gamma_x}'\gamma_x^{-2}, \\ b_{\gamma_x}' &= 1 + 2\xi_1\gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2}; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} a_{f0}' &= 4\xi_2^2\gamma_f^2, \quad a_{f1}' = 8\xi_2^4(1+2\xi_1\gamma_f)\gamma_f, \\ a_{f2}' &= \xi_2[4\xi_2^2 + 2\xi_1(1+8\xi_2^2)\gamma_f + (1+16\xi_1^2\xi_2^2)\gamma_f^2], \\ a_{f3}' &= \xi_1(1+4\xi_2^2) + a_{\xi_2}\gamma_f + \xi_1(1+4\xi_2^2)\gamma_f^2, \\ a_{f4}' &= \xi_2(1+2\xi_1\gamma_f); \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} b_{f0}' &= b_{\gamma_f}\gamma_f^2, \quad b_{f1}' = 2\xi_2 b_{\gamma_f}(1+2\xi_1\gamma_f)\gamma_f, \\ b_{f2}' &= 1 + 2\xi_1(1+4\xi_2^2)\gamma_f + (2a_{\xi_2} - 1)\gamma_f^2 + \\ &+ 4\xi_1(b_{\xi} - 2\xi_1^2 + 1)\gamma_f^3 + b_{\xi}\gamma_f^4, \\ b_{f3}' &= 4\xi_2[\xi_1 + (b_{\xi} - 2\xi_1^2 + 1)\gamma_f + 4\xi_1(\xi_1^2 + \xi_2^2)\gamma_f^2 + \\ &+ (b_{\xi} - 2\xi_1^2 + 1)\gamma_f^3 + \xi_1\gamma_f^4], \\ b_{f4}' &= b_{\xi} + 4\xi_1(b_{\xi} - 2\xi_1^2 + 1)\gamma_f + (2a_{\xi_2} - 1)\gamma_f^2 + \\ &+ 2\xi_1(1+4\xi_2^2)\gamma_f^3 + \gamma_f^4, \\ b_{f5}' &= 2\xi_2 b_{\gamma_f}(2\xi_1 + \gamma_f), \quad b_{f6}' = b_{\gamma_f}; \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} a_{\xi_2} &= 2(\xi_1^2 + \xi_2^2 + 4\xi_1^2\xi_2^2), \quad b_{\xi} = 2(2\xi_1^2 + 2\xi_2^2 - 1), \\ b_{\gamma_f} &= 1 + 2\xi_1\gamma_f + \gamma_f^2. \end{aligned} \quad (38)$$

Поправки $\Delta g_x'$, $\Delta g_f'$, $\Delta g_{\phi}'$, входящие в (31)-(33), определяются выражениями

$$\begin{aligned} g_x' &= (b'_{x6}r^6 + b'_{x5}r^5 + (b'_{x4} - a'_{x4})r^4 + \\ &+ (b'_{x3} - a'_{x3})r^3 + (b'_{x2} - a'_{x2})r^2 + \\ &+ (b'_{x1} - a'_{x1})r + b'_{x0} - a'_{x0}) / (b'_{x6}r^6 + b'_{x5} \times \\ &\times r^5 + b'_{x4}r^4 + b'_{x3}r^3 + b'_{x2}r^2 + b'_{x1}r + b'_{x0}) = \\ &= ((b'_{x0} - a'_{x0})z^6 + (b'_{x1} - a'_{x1})z^5 + \\ &+ (b'_{x2} - a'_{x2})z^4 + (b'_{x3} - a'_{x3})z^3 + \\ &+ (b'_{x4} - a'_{x4})z^2 + b'_{x5}z + b'_{x6}) / (b'_{x0}z^6 + b'_{x1} \times \\ &\times z^5 + b'_{x2}z^4 + b'_{x3}z^3 + b'_{x4}z^2 + b'_{x5}z + b'_{x6}); \end{aligned} \quad (39)$$

$$\Delta g_f' = -\frac{\gamma_f^2}{1 + 2\xi_1\gamma_f}, \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \Delta g_{\phi}' &= h_{\phi}\gamma_{\phi}^2, \\ h_{\phi} &= \frac{-r^2 + 2(\xi_1 - \xi_2 r)\gamma_{\phi} + 1}{(r^2 + 2\xi_2\gamma_{\phi}r + \gamma_{\phi}^2)(1 + 2\xi_1\gamma_{\phi})} = \\ &= \frac{z^2 + 2(\xi_1 z - \xi_2)\gamma_{\phi}z - 1}{(\gamma_{\phi}^2 z^2 + 2\xi_2\gamma_{\phi}z + 1)(1 + 2\xi_1\gamma_{\phi})}. \end{aligned} \quad (41)$$

Для модулей поправок $\Delta g_x'$, $\Delta g_f'$ и $\Delta g_{\phi}'$, как видно из (39)-(41) с учетом (34), (35), как правило, выполняется следующее $|\Delta g_x'| \ll 1$, $|\Delta g_f'| \ll 1$ и $|\Delta g_{\phi}'| \ll 1$ (при $z < \gamma_{\phi}^{-1}$), и в качестве первого приближения можно принять: $g_x' \approx g_{0x}'$, $g_f' \approx g_{0f}'$, $g_{\phi}' \approx g_{0\phi}'$, что позволяет воспользоваться для достоверного анализа эффективности двухканальной системы наряду с точными формулами (28)-(30) и их существенно более простыми приближениями (31)-(33).

Анализ качества итерационной двухканальной системы показал, что для второго варианта задания операторов автономных каналов вида (27) характер изменения кривых показателей эффективности $g_x'\gamma_x^{-1}$, g_f' , g_{ϕ}' аналогичен характеру кривых для первого варианта (9) (см. рис.4,7,10). Вместе с тем, количественные оценки эффективности двухканальных управляющих систем (второй вариант) несколько ниже, чем для измерительных систем (первый вариант).

Из анализа показателей эффективности g_x , g_x' , g_f , g_f' , g_{ϕ} , g_{ϕ}' при $0 < \xi_1 < 1$ следует, что компенсирующее действие точного канала на ошибки по полезному сигналу $x(t)$ и помехе $f(t)$ тем выше, чем больше z (меньше значение параметра r_2). Для значений $z > 1$ величина $g_x > \gamma_x$ и при $\gamma_x^{-1} = 0,01$ $g_x > 100$, т. е. дисперсия ошибки по задающему воздействию благодаря наличию дополнительного компенсирующего канала уменьшается на два порядка и более и может быть пренебрежимо малой. Это говорит о возможности исключения составляющей g_x^{-1} из суммарного критерия качества итерационных двухканальных систем (выигрыша в точности G), введенного в работе [8] с целью его упрощения. Вместе с тем, показатели g_{ϕ} , g_{ϕ}' с ростом $z (z > 1)$ уменьшаются, поскольку величины g_{ϕ} , g_{ϕ}' пропорциональны z^{-1} , что подтверждает вывод работы [1] о некомпенсируемости аддитивной помехи, приложенной к последнему каналу управления итерационных многоканальных систем.

Параметры μ и λ , зависят во многом от изменения характеристик случайных внешних воздействий. Предварительно можно сделать вывод, что эффективность введения второго, точного канала будет тем выше, чем выше $\mu_0 \approx S_x(0)/S_f(0)$ и меньше $\lambda_0 = \rho^2 = S_{\phi}(0)/S_f(0)$.

ВЫВОДЫ

1. Для различных вариантов задания эталонных операторов автономных каналов итерационной двухканальной системы получены расчетные соотношения для функционалов качества $g_x, g_x', g_f, g_f', g_\phi, g_\phi'$ и параметров μ и λ , характеризующих точность системы при случайных воздействиях. Полученные соотношения позволяют оценить и проанализировать влияние формирующего параметра второго, точного канала $r_2 = r_1 * z^{-1}$ (или $r_2 = r_1 * r$) и характеристик внешних воздействий $x(t), f(t), \phi(t)$ (интенсивностей спектральных плотностей $S_x(0), S_f(0), S_\phi(0)$ и постоянных времени корреляции T_x, T_f, T_ϕ входных процессов) на точность и процессы самонастройки итерационной двухканальной системы в целом.

2. В результате анализа показано, что расширение полосы пропускания точного канала $\Omega_2 = r_2^{-1}$ приводит к уменьшению ошибок двухканальной системы по полезному сигналу $x(t)$ и мешающему воздействию $f(t)$ и возрастанию ошибок по помехе $\phi(t)$. Если статистические характеристики внешних воздействий меняются в достаточно широком диапазоне ($0 < S_\phi(0) < S_f(0)$ или $1 < [T_f S_x(0)] / [T_x S_f(0)] < 100$), то может оказаться

целесообразным осуществлять самонастройку параметров (например, полосы пропускания Ω_2) компенсирующего (точного) канала для достижения максимально высокого качества работы системы.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Осмоловский П.Ф. Итерационные многоканальные системы автоматического управления. - М.: Сов. радио, 1969. - 256 с.
2. Следящие приводы. В 2-х кн. / Под ред. Б.К. Чемоданова. Кн. Первая. - М.: Энергия, 1976. - 480 с.
3. Никольский А.А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. - М.: Энергоатомиздат, 1988. - 160 с.
4. Худяев А.А. Алгоритм расчета дисперсий ошибок многоканальных итерационных систем методом рекуррентных уравнений // Автоматика. - 1986. - №6. - С. 43-52.
5. Худяев А.А., Московец В.И. Эффективность итерационных алгоритмов построения следящих систем с неидентичными входными координатами // Автоматизация технологических процессов и производств. - Харьков: ХАИ, 1988. - С. 130-143.
6. Осмоловский П.Ф., Худяев А.А. Влияние запаздывания входных координат на динамическую точность двухканальной итерационной измерительной системы // Автоматика. - 1990. - №2. - С. 35-42.
7. Худяев А.А., Гвоздева Е.В. Автоматизированное проектирование итерационных многоканальных систем с эталонной настройкой каналов // Вестник ХГПУ. Сборник научных трудов. Тематический выпуск 113. - Харьков: ХГПУ, 2000. - С. 49-56.
8. Худяев А.А. Критерии эффективности итерационных двухканальных воспроизводящих систем при случайных воздействиях // Электромашиностроение и электрооборудование. - 2002. - №58. - С. 92-96.
9. Оптические дисковые системы: Пер. с англ. /Г. Боухьюз, Дж. Браат, А. Хейсер и др. - М.: Радио и связь, 1991. - 280 с.
10. Двухкорный линейный синхронный привод обрабатывающего центра /Б.И. Кузнецов, А.А. Худяев, И.М. Некрасов, В.И. Русаев // Электротехника. - 1993. - № 4. - С. 11-18.

АВТОРЫ НОМЕРА

Jamil Ahmad

Department of Computer Science College of Information Technology, University of Bahrain Kingdom of Bahrain

Адонин Олег Валерьевич

аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники

Александров Евгений Евгеньевич

доктор технических наук, заведующий кафедрой Национального политехнического университета, НПУ ХПИ

Аль-Рабие Аднан

аспирант Донецкого национального технического университета

Андреев Михаил Викторович

кандидат физико-математических наук, доцент Днепропетровского национального университета

Балькова Александра Юрьевна

аспирант Пензенского государственного университета

Баркалов Александр Александрович

доктор технических наук, профессор Донецкого национального технического университета

Берестнева Ольга Григорьевна

кандидат технических наук, доцент Томского политехнического университета

Бодянский Евгений Владимирович

доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектроники

Бондарев Виктор Павлович

кандидат физико-математических наук, доцент Национального горного университета, г. Днепропетровск

Бугров Евгений Иванович

преподаватель Запорожского колледжа радиоэлектроники

Бугрова Татьяна Ивановна

старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Вершина Александр Иванович

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Власов Виктор Алексеевич

доктор физико-математических наук, профессор Томского политехнического университета

Гавриляко Владимир Михайлович

кандидат физико-математических наук, доцент Харьковского национального университета

Горбачев Модест Николаевич

кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института общей энергетики НАН Украины

Гостев Владимир Иванович

доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Киевского военного института телекоммуникации и информатизации НТУУ “КПИ”

Григорьев Юрий Александрович

доктор технических наук, профессор Московского государственного технического университета им. Н.Э.Баумана

Дорогов Александр Юрьевич

кандидат технических наук, докторант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета

Дробахин Олег Олегович

доктор физико-математических наук, профессор Днепропетровского национального университета

Дубровин Валерий Иванович

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Еремин Евгений Леонидович
доктор технических наук, профессор Амурского государственного университета

Жигачев Василий Маратович
аспирант Пензенского государственного университета

Зубов Дмитрий Анатольевич
кандидат технических наук, докторант Восточноукраинского национального университета им. В. Даля

Кабак Владислав Семенович
кандидат технических наук, декан Запорожского национального технического университета

Кардаков Александр Юрьевич
президент закрытого акционерного общества "Информационные компьютерные системы"

Карпуков Леонид Матвеевич
кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Козина Галина Леонидовна
кандидат физико-математических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Короткая Валентина Григорьевна
старший преподаватель Днепропетровского национального университета

Котляревский Сергей Владимирович
кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Харьковского национального университета радиоэлектроники

Красиленко Владимир Григорьевич
кандидат технических наук, доцент Винницкого территориального представительства открытого международного университета развития человека "Украина"

Красичков Алексей Александрович
аспирант Донецкого национального технического университета

Кудерметов Равиль Камирович
кандидат технических наук, заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

Кузнецов Юрий Алексеевич
кандидат технических наук, начальник сектора НПП "ХАРТРОН-АРКОС"

Куренко Александр Борисович
адъюнкт Харьковского института ВВС Украины

Лаходьнова Надежда Владимировна
кандидат технических наук, доцент Томского государственного архитектурно-строительного университета

Левин Виталий Ильич
доктор технических наук, профессор Пензенского технологического института

Левыкин Владимир Николаевич
аспирант Запорожского национального технического университета

Логачева Людмила Михайловна
старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Маглой Сергей Анатольевич
директор ЗАО "Информационные компьютерные системы", г. Киев

Маркин Алексей Григорьевич
старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Меньшиков Григорий Григорьевич
доктор технических наук, заведующий кафедрой Санкт-Петербургского государственного университета

Милка Анатолий Дмитриевич
доктор физико-математических наук, зав. отделом Физико-технического института низких температур, г. Харьков

Митрохин Сергей Александрович
ассистент Восточноукраинского национального университета им. В. Даля

Морозов Валентин Михайлович
кандидат физико-математических наук, доцент Днепропетровского национального университета

Никольский Александр Иванович
кандидат технических наук, доцент Винницкого государственного технического университета

-
- Новомлинов Александр Геннадиевич*
аспирант Днепропетровского национального университета
Харьковского национального университета радиоэлектроники
- Овсяников Виктор Владимирович*
кандидат физико-математических наук, доцент Днепропетровского национального университета
Сазонов Андрей Владимирович
магистр Днепропетровского национального университета
- Овсяников Владимир Викторович*
инженер Днепропетровского национального университета
Сироджа Игорь Борисович
доктор технических наук, профессор Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского, "ХАИ"
- Онуфриенко Владимир Михайлович*
кандидат технических наук, декан Запорожского национального технического университета
Субботин Сергей Александрович
преподаватель Запорожского национального технического университета
- Орлов Алексей Алексеевич*
доктор технических наук, профессор Томского политехнического университета
Успенский Александр Анатольевич
преподаватель Киевского военного института телекоммуникации и информатизации НТУУ "КПИ"
- Павлов Сергей Николаевич*
кандидат технических наук, доцент Винницкого государственного технического университета
Худяев Александр Андреевич
кандидат технических наук, доцент Украинской инженерно-педагогической академии, г. Харьков
- Пица Дмитрий Макарович*
доктор технических наук, проректор Запорожского национального технического университета
Часовский Валентин Александрович
ведущий инженер ККБ "Искра", г. Запорожье
- Плисс Ирина Павловна*
кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Харьковского национального университета радиоэлектроники
Чернобородов Михаил Петрович
аспирант Запорожского национального технического университета
- Плутенко Андрей Долиевич*
кандидат технических наук, доцент Амурского государственного университета
Чернобородова Наталья Петровна
инженер-конструктор ККБ "Искра", г. Запорожье
- Попов Сергей Витальевич*
кандидат технических наук, старший научный сотрудник Проблемной НИЛ АСУ
Чувькин Борис Викторович
доктор технических наук, профессор Пензенского государственного университета
- Шевко Денис Геннадьевич*
аспирант Амурского государственного университета