

РАДІОФІЗИКА

РАДИОФИЗИКА

RADIOPHISICS

УДК 621.372.2

А.В. Gnilenko, О.В. Paliy

MICROSTRIP DISCONTINUITY ANALYSIS USING FINITE-DIFFERENCE TIME-DOMAIN METHOD

The finite-difference time-domain method with Mur's first-order absorbing boundary conditions is applied to the analysis of a microstrip open end and a microstrip gap. Based on Maxwell's equation discretization, computational algorithms are developed to simulate Gaussian pulse diffraction by the discontinuities. Qualitative time-domain data are obtained to illustrate scattering process evolution. Frequency-domain results in terms of S -matrix elements are calculated and compared with other available data.

1 INTRODUCTION

Microstrip discontinuities serve as basic building elements of microwave printed circuits. Based on the knowledge of frequency-dependent parameters of discontinuities involved in a circuit, complex microwave devices can be easily analyzed from interconnects of microstrip discontinuities and microstrip line segments. That is why accurate modeling microstrip discontinuities in terms of S -matrix elements is a problem of great importance for modern microwave printed circuit design. To meet the requirements of microwave integrated circuit technology, one should apply sophisticated computer-aided design (CAD) tools for the accurate simulation of electromagnetic field scattering by circuit components.

Various techniques have been used for recent years to solve microstrip discontinuity problems. A full-wave spectral-domain approach has been applied to the analysis of arbitrary shaped open microstrip discontinuities in [1]. The full-wave analysis of shielded passive microstrip components has been provided in [2] using the method of moments. In [3], the mode matching technique has been presented for the analysis of a shielded microstrip step discontinuity. The method of integral equations for overlapping regions along with the planar dispersive waveguide model has been proposed in [4] for microstrip discontinuity analysis.

Presently, the finite-difference time-domain method (FDTD) is widely used for solving various problems of

electromagnetic theory including the analysis of printed circuit components. The method has been firstly presented in [5] to solve three-dimensional electromagnetic scattering problems and applied to microstrip discontinuity analysis by many authors [6], [7]. The main advantage of the FDTD method is its great flexibility in the analysis of a variety of microwave printed circuit configurations. Moreover, the ability of field simulation both in time and frequency domains allows us to get an insight into a time-dependent process of signal scattering by circuit discontinuities and to obtain the frequency-dependent characteristics of circuit elements in terms of S -matrices.

In this paper, the FDTD method with Mur's first-order absorbing boundary conditions (ABC) is applied to the analysis of a microstrip open end and a microstrip gap. Qualitative results are obtained in time domain to illustrate the electromagnetic field propagation and scattering. S -matrix elements are derived from the time-domain data using the Fourier transform. Frequency-dependent results are compared with other available data showing good agreement.

2 METHOD OF ANALYSIS

The finite-difference time-domain method is based on dividing a limited computational domain with an analyzed structure inside into unit cubic cells and calculating field values at nodal points of the space mesh at successive instants of time. An approximate solution of the electromagnetic problem can be obtained solving Maxwell's equations:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{H} &= \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}\quad (1)$$

with appropriate initial, source and boundary conditions imposed on conductors, interface surfaces and the computational domain walls. The discretization of Maxwell's equations using the centered difference approximation leads to a set of algebraic equations providing an explicit computational algorithm for the simulation of electromagnetic field scattering. Each component of \vec{H} field can be derived from certain components of \vec{E} field at four surrounding nodal points. Similarly, \vec{E} field components are calculated through \vec{H} field values at four surrounding nodal points. To achieve the centered differences for time derivatives, \vec{E} and \vec{H} field components should be alternatively calculated one through another at all nodal points at successive instants of time.

The ground plane and strip conductors are assumed to be perfect electric conductors of zero thickness and involved in the analysis by setting tangential electric field components on the conductors to zero. Field components on the dielectric-air interface are calculated using the average permittivity $(\epsilon_0 + \epsilon_0 \epsilon_r) / 2$. For tangential field components on the computational domain walls (except the ground plane) special treatment must be done. These field components cannot be calculated using field values at the nodal points outside the computational domain and should simulate outgoing waves with no reflection. To this end, Mur's first-order approximate absorbing boundary conditions [8] are imposed on tangential \vec{E} field components on the domain walls.

The initial conditions force all field components to be zero at $t = 0$ throughout the computational domain. At $t = 1$ Gaussian pulse is excited on the front wall with the vertical electric field component

$$E_x(t) = \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}\right]. \quad (2)$$

The other electric field components on the source wall of the computational domain are forced to be zero. To avoid undesired return wave reflection by the front wall, the electric source wall conditions should be switched on the absorbing boundary conditions when Gaussian pulse reaches a discontinuity.

3 MICROSTRIP OPEN END

The microstrip open end is a microstrip discontinuity that is widely used in microwave printed circuits. The computational model of a microstrip open end is shown in Fig.1. The structural parameters used for calculation are $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,06$ mm, $\Delta t = k\Delta z / c1$, $a = c = 100$, $b = 50$, $l = 50$, $h = w = 10$, $\epsilon_r = 9,6$, where Δx , Δy and Δz are the space discretization intervals in x , y , and z directions, respectively; Δt is the time discretiza-

tion interval; k is the stability criterion constant ($k = 0,514$) and $c1$ is the velocity of light in air. Time-domain results shown in Fig.2 illustrate the field distribution calculated for E_x component on the plane just underneath the strip surface at the moment when Gaussian pulse has been reflected by the discontinuity.

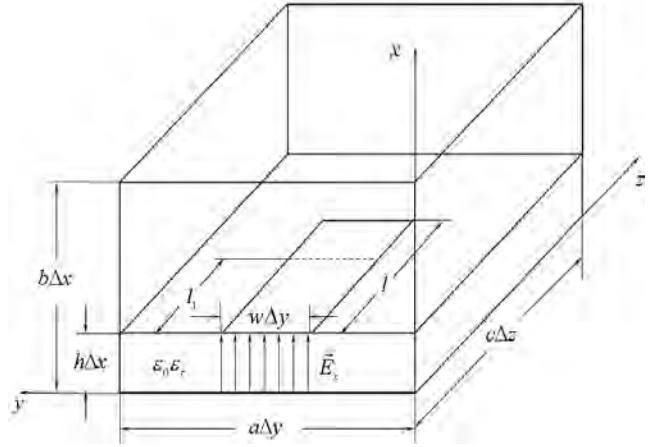


Figure 1 - Computational domain for microstrip open end

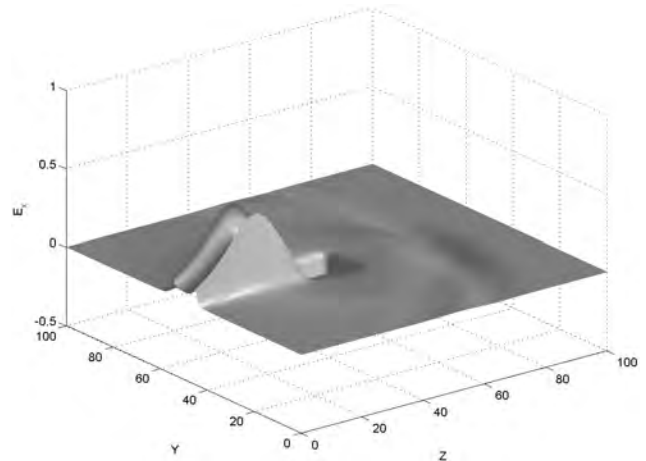


Figure 2 - Field distribution for microstrip open end

In the figure, one can also see a surface wave travelling from the discontinuity to the far end of the computational domain. It can be seen that the time-domain results explicitly illustrate Gaussian pulse scattering by the microstrip discontinuity. But for CAD purposes frequency-dependent data are required in terms of S -matrix elements. The scattering matrix of the microstrip open end consists of only one element that corresponds to the reflection coefficient. It can be obtained from the time-domain data as

$$S_{11}(f) = \frac{\tilde{E}_x^{ref}(f, z = \lambda_1)}{\tilde{E}_x^{inc}(f, z = \lambda_1)} e^{2\gamma(f)(l-l_1)}, \quad (3)$$

where \tilde{E}_x^{ref} is the Fourier-transformed reflected electric field component calculated underneath the strip at the ref-

erence plane $z = \lambda_1 \Delta z$, \tilde{E}_x^{inc} is the Fourier-transformed incident electric field component at the same point. The incident field is obtained as a result of the FDTD modeling of the regular microstrip line and the reflected field is calculated as the difference between the total scattered field and the incident field. The dispersion characteristic of the reflection coefficient is shown in Fig.3 together with the results provided in [6]. It can be seen that both results agree well with a discrepancy less than 4%.

4 MICROSTRIP GAP

The computational model of a microstrip gap is shown

in Fig.4. The structural parameters are as follows: $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,06$ mm, $a = 60$ c, $c = 100$, $b = 50$, $L = 5$, $h = w = 10$, $\epsilon_r = 9,6$. Fig.5 demonstrates time-domain results for E_x component distribution on the plane just underneath the strip surface after Gaussian pulse scattering by the gap. It can be observed that the pulse has been partly reflected into incident port 1 and partly transmitted into port 2. Frequency-dependent characteristics of the microstrip gap obtained from the time-domain data are shown in Fig.6. Calculated results for the scattering matrix elements are compared with data of [6] revealing good agreement with maximum discrepancy of 3%.

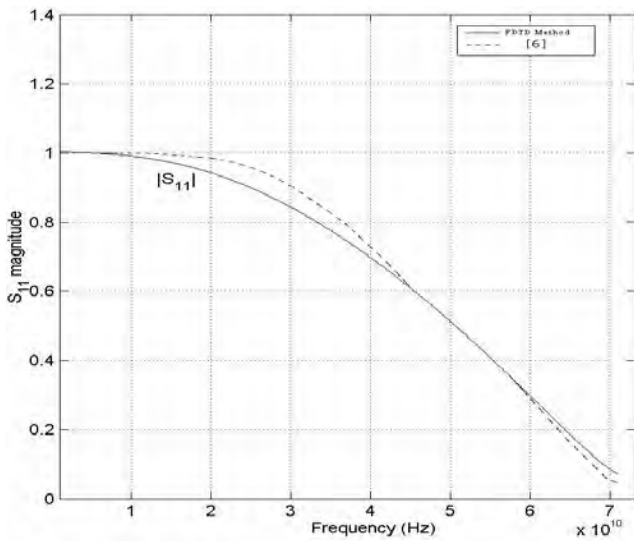


Figure 3 - Reflection coefficient of microstrip open end

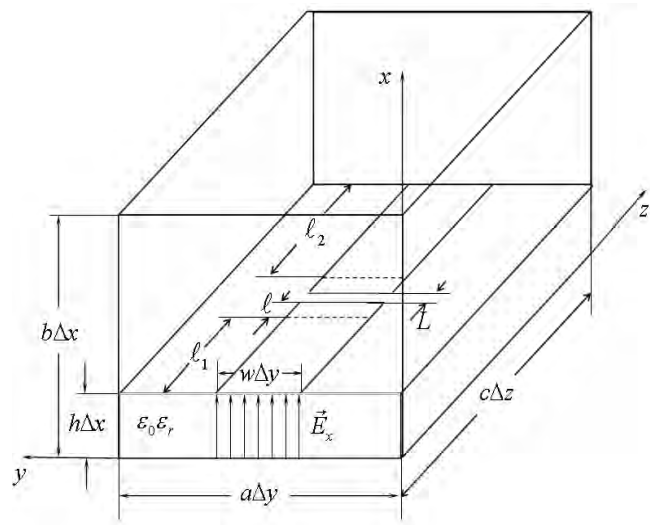


Figure 4 - Computational domain for microstrip gap

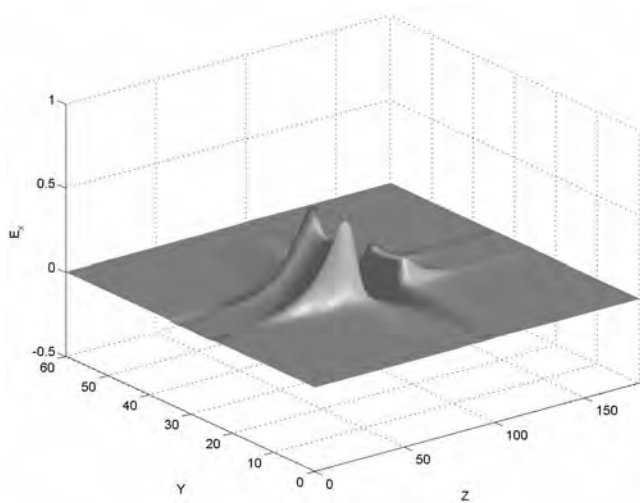


Figure 5 - Field distribution for microstrip gap

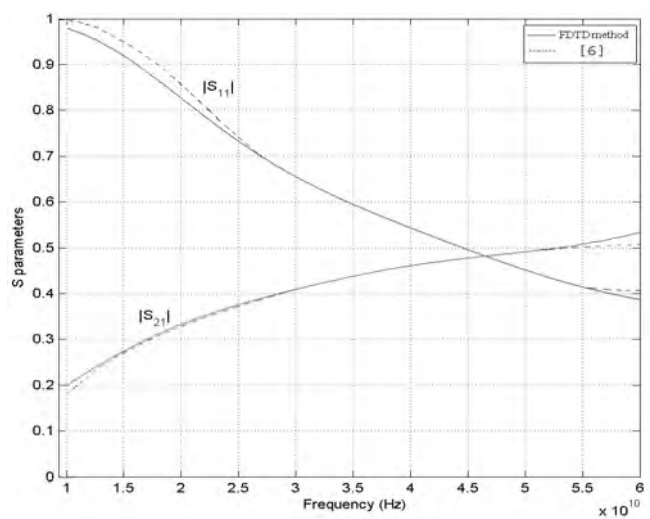


Figure 6 - Scattering matrix elements of microstrip gap

5 CONCLUSION

The finite-difference time-domain method with Mur's first-order absorbing boundary conditions has been applied to the analysis of a microstrip open end and a microstrip gap. Both time-domain and frequency-domain numerical results have been obtained and discussed for the microstrip discontinuities under consideration. Frequency-dependent characteristics for scattering matrix elements have been compared with other available data showing good agreement.

REFERENCES

1. Horng T.S., Alexopoulos N.G., Wu S.C., Yang H.Y. Full-wave spectral domain analysis for open microstrip discontinuities of arbitrary shape including radiation and surface-wave losses // Int. J. of MIMICAE, 1992, vol. 2, No. 4, pp. 24-240.
2. Hill A., Tripathi V.K. An efficient algorithm for the three-dimensional analysis of passive microstrip components and discontinuities for millimeter-wave integrated circuits // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1991, vol. MTT-39, No. 1, pp. 83-91.
3. Uzunoglu N.K., Capsalis C.N., Chronopoulos C.P. Frequency-dependent analysis of a shielded microstrip step discontinuity using an efficient mode-matching technique // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1988, vol. MTT-36, No. 6, pp. 976-984.
4. Yakovlev A.B., Gnilenko A.B. Analysis of microstrip discontinuities using the method of integral equations for overlapping regions // IEE Proc.-Microw. Antennas Propag., 1997, vol. 144, No. 6, pp. 449-457.
5. Yee K.S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media //

- IEEE Trans. Antennas Propagat., 1966, vol. AP-14, No. 5, pp. 302-307.
6. Zhang X., Mei K.K. Time-domain finite difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1988, vol. MTT-36, No. 12, pp.1775-1787.
7. Sheen D.M., Ali S. M., Abouzahra M.D., Kong J.A. Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1990, vol. MTT-38, No. 7, pp.849-857.
8. Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equation // IEEE Trans. Electromagn. Compat., 1981, vol. EMC-23, No. 4, pp. 377-382.

Надійшла 16.10.2003

Представлен анализ открытого конца и разрыва микрополосковой линии методом конечных разностей во временной области с поглощающими условиями Мура первого порядка. На основе дискретизации уравнений Максвелла построены вычислительные алгоритмы для моделирования дифракции гауссова импульса на неоднородностях. Получены результаты во временной области, качественно иллюстрирующие процессы дифракции. Проведено сравнение дисперсионных характеристик элементов матриц рассеяния с данными других авторов.

Проведено аналіз відкритого кінця та розриву мікро-смушкової лінії методом скінченних різниць у часовій області з поглинаючими умовами Мура першого порядку. На підставі дискретизації рівнянь Максвелла побудовано обчислювальні алгоритми для моделювання дифракції гаусова імпульсу на неоднорідностях. Одержано якісні результати у часовій області, що ілюструють процеси дифракції. Зроблено порівняння дисперсійних характеристик елементів матриць розсіяння з іншими даними.

УДК 537.8:620.179:621.391:621.396

М.В. Андреев, В.Ф. Борулько, О.О. Дробахин, Д.Ю. Салтиков

СПРОЩЕНІ ПІДХОДИ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕННЯ В СПЕКТРАЛЬНО-СПОЛУЧЕНІЙ ОБЛАСТІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВІДБИВАЛЬНИХ СТРУКТУР

Розглянута можливість застосування лінійних підходів для апроксимації спектральних даних однополюсною функцією і використання дробово-раціональної інтерполяції спектральних даних з метою прискорення процедури визначення параметрів адитивної експоненціальної моделі. Проаналізовані точнісні характеристики запропонованих методів і проведено їхнє порівняння з аналогічними характеристиками інших методів даного класу.

ВСТУП

В багатьох задачах прикладної радіофізики виникає проблема визначення параметрів адитивної експоненціальної моделі. Як показує досвід практичного використання, застосування адитивної експоненціальної моделі дає змогу імітувати різні властивості відбиваль-

них об'єктів [1-3]. Зокрема, така модель може бути використана для розгляду відбиття в багато-шарових діелектричних структурах [4].

На попередньому етапі досліджень відбивальних структур позитивні результати вимірювань були досягнуті за рахунок використання методів цифрового спектрального аналізу результатів вимірювань в частотній області [3]. Такий підхід потребує розгляду моделей високого порядку, що веде до нестійкості результатів. Необхідність використання моделей високого порядку обумовлено тим фактом, що в експериментальних даних, отриманих, наприклад, при дослідженні діелектричних структур, присутня інформація про всі розсіювачі, які були опромінені зондом, а не тільки про неоднорідності структури, що безпосередньо досліджуються. Альтер-

нативним є використання дробово-поліноміальної апроксимації фрагменту часового сигналу, який безпосередньо описує структуру, яку треба вивчити. Розгляд фрагменту, що безпосередньо описує досліджувану структуру, дозволяє суттєво понизити вимірність математичної задачі.

Але дробово-раціональна апроксимація в спектрально сполученій області припускає мінімізацію нелінійної цільової функції, що являє собою складну нелінійну обчислювальну задачу і що вимагає значних обчислювальних ресурсів. Тому, бажано було б звести задачу визначення параметрів адитивної експоненціальної моделі до послідовного розв'язку набору простих, по можливості, лінійних задач.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Використання адитивної експоненціальної моделі аналізованого сигналу $\vec{R} = [R_0, R_1, \dots, R_{N-1}]^T$, що заданий у вихідній частотній області на дискретній сітці $\omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega$ ($n = 0, 1, 2, \dots, N-1$), у вигляді

$$R(\omega_n) = R_n = \sum_{m=1}^M r_m \exp(-j\omega_n \tau_m), \quad (1)$$

де r_m і τ_m - комплексні параметри моделі, дає змогу у спектрально-спряженій області на сітці $t_k = k\Delta t$ ($\Delta t = 2\pi/N\Delta\omega$; $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$) виразити цей сигнал за допомогою дробово-раціонального представлення

$$G(t_k) = G_k = \frac{z_0^k}{N} \sum_{m=1}^M r_m \frac{\zeta_m (\zeta_m^N - 1)}{\zeta_{0m} (z^k - \zeta_m)}, \quad (2)$$

де $z = \exp(j\frac{2\pi}{N})$; $\zeta_m = \exp(j\Delta\omega\tau_m)$; $\zeta_{0m} = \exp(j\omega_0\tau_m) = \zeta_m \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$; $z_0 = z^{\frac{\omega_0}{\Delta\omega}}$. У матричній формі модель спектрально сполученого сигналу може бути записана як

$$\vec{G} = [G_0, G_1, \dots, G_{K-1}]^T = \mathbf{Z}\vec{r}, \quad (3)$$

де $\vec{r} = [r_1, r_2, \dots, r_M]^T$, а (km) -ий елемент матриці Z має вигляд $Z_{km} = \frac{z_0^k \zeta_m (\zeta_m^N - 1)}{N \zeta_{0m} (z^k - \zeta_m)}$. Апроксимація в спектрально сполученій області за допомогою мінімізації цільової функції

$$\rho = \|\vec{G} - \mathbf{Z}\vec{r}\|^2 \quad (4)$$

дозволяє визначити параметри експоненціальної моделі (1) на основі концепції квазірозв'язку [3].

Оскільки енергія сигналу нерівномірно розподілена на сітці $t_k = k\Delta t$, то є сенс використовувати в побудові

цільової функції (4) не всі N відліків, а тільки обмежене їх число, тобто тільки ті, що мають максимальну амплітуду. Субоптимальний метод оптимізації по частині спектральних точок повинний дозволити значно зменшити витрати часу на одержання квазірозв'язку [3] при незначному погіршенні погрешності.

Введемо в розгляд множину індексів $I = \{k_0, k_1, \dots, k_K\}$ для K відліків, у яких амплітуда спектрально сполученого сигналу G_k максимальна. Використання тільки цих відліків визначає, що в цільовій функції (4) скалярний добуток має вигляд $(\vec{x}, \vec{y})_I = \frac{1}{K} \sum_{k \in I} x_k y_k^*$, а сама цільова функція може бути записана як

$$\rho = \|\vec{G} - \mathbf{Z}\vec{r}\|_I^2 = \|\vec{G}\|_I^2 - 2 \operatorname{Re}(\mathbf{Z}^H \vec{G}, \vec{r})_I + \|\mathbf{Z}\vec{r}\|_I^2.$$

Мінімум цієї цільової функції за вектором коефіцієнтів \vec{r} забезпечують оптимальні значення \vec{r} , одержувані з розв'язку лінійної задачі $\vec{r} = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H \vec{G} = \mathbf{Y}^{-1} \vec{U}$, де матриця системи лінійних рівнянь має вигляд:

$$Y = \mathbf{Z}^H \mathbf{Z} = \left[\frac{\zeta_{0l} \zeta_m (\zeta_l^N - 1) (\zeta_m^N - 1)}{KN^2 \zeta_{0m} \zeta_l} \times \sum_{k \in I} \frac{1}{(z^{-k} - \zeta_l^{-1})(z^k - \zeta_m)} \right]_{l=1, 2, \dots, M; m=1, 2, \dots, M},$$

а вектор правих частин системи визначається як

$$\vec{U} = \mathbf{Z}^H \vec{G} = \left[\frac{1}{K} \sum_{k \in I} \frac{G_k z_0^{-k} \zeta_l^{-1} (\zeta_l^N - 1)}{N \zeta_{0l}^{-1} (z^{-k} - \zeta_l^{-1})} \right]_{l=1, 2, \dots, M}.$$

Підстановка оптимальних значень \vec{r} , отриманих при розв'язанні лінійної задачі, у цільову функцію дозволяє знизити розмірність цільової функції і записати її як

$$\rho = \|\vec{G}\|_I^2 - \operatorname{Re}(\vec{U}, \vec{r})_I. \text{ Оскільки ця цільова функція є}$$

принципово неунімальною і попадання в її глобальний мінімум при використанні стандартних методів локальної мінімізації гарантується успішним вибором початкового наближення, то найбільш ефективним для пошуку квазірозв'язку є алгоритм послідовного нарощування порядку моделі з використанням оцінок попереднього етапу як початкового наближення [4]. Тобто в якості початкового наближення на кожному етапі алгоритму використовуються оптимальні значення параметрів моделі, знайдені на попередньому етапі, а для розмірності, що додається, початкове наближення визначається за допомогою апроксимації спектральних даних однополюсною функцією за різницею сигналом $\vec{G} - \mathbf{Z}\vec{r}$. Бажано було б розглянути підходи, що б дозволили виконувати цю апроксимацію лінійними методами.

АПРОКСИМАЦІЇ СПЕКТРАЛЬНИХ ДАНИХ ОДНОПОЛЮСНОЮ ФУНКЦІЄЮ

Розглянемо можливість апроксимації спектральних даних однополісною функцією за допомогою лінійних методів. Нехай використовується для апроксимації спектральних даних (заданих у спектрально сполученій області) модель має вигляд:

$$G_k = \frac{b_1 z_0^k}{z^k - \zeta_1} = \eta \frac{z_0^k \zeta_1^{\zeta_1^{-N} - 1}}{N \zeta_0^1 (z^k - \zeta_1)}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1, \quad (5)$$

де $b_1 = \frac{r_1 \zeta_1 (\zeta_1^{-N} - 1)}{N \zeta_0^1}$. Будемо використовувати множину

індексів $\mathbf{I} = \{k_0, k_1, \dots, k_K\}$, у яких амплітуда спектрально сполученого сигналу G_k максимальна. Параметр ζ_1 входить у модель нелінійним образом, що затрудняє використання лінійних методів для його оцінки.

Щоб одержати можливість використовувати лінійні методи для оцінки параметрів моделі (5), необхідно облаштувати використання моделі (5) під інвертовані спектральні дані. Нехай інвертована модель має вигляд:

$$p_1 z^k + p_0 = z_0^k G_k^{-1}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1, \quad (6)$$

де $p_1 = b_1^{-1} = \frac{N \zeta_0^1}{\zeta_1 (\zeta_1^{-N} - 1) r_1}$;

$$p_0 = -\zeta_1 / b_1 = -\frac{N \zeta_0^1}{(\zeta_1^{-N} - 1) r_1} = (Z^H Z)^{-1} Z^H G.$$

Знаючи коефіцієнти p_1 , p_0 , завжди можна знайти

$$\zeta_1 = -p_0 / p_1, \quad \tau_1 = \ln(-p_0 / p_1) / j \Delta \omega \quad \text{і} \quad r_1 = N \zeta_0^1 / (1 - \zeta_1^{-N}) p_0.$$

У матричній формі систему рівнянь (6) можна записати у вигляді:

$$\mathbf{I} \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{G}}, \quad (7)$$

де матриця $\mathbf{I} = (\bar{\mathbf{I}}_1, \bar{\mathbf{I}}_0)$ складається з двох векторів-

стовпців $\bar{\mathbf{I}}_1 = [z^k]_{k=0,1,\dots,K-1}$, $\bar{\mathbf{I}}_0 = [1]_{k=0,1,\dots,K-1}$, а

використовувані вектори мають вигляд: $\bar{\mathbf{p}} = [p_1, p_0]^T$,

$\bar{\mathbf{G}} = [G_0^{-1}, z_0 G_1^{-1}, \dots, z_0^{K-1} G_{K-1}^{-1}]^T$. Коефіцієнти p_1 , p_0

знаходяться з розв'язку лінійної задачі $\mathbf{I}^H \bar{\mathbf{I}} \bar{\mathbf{p}} = \mathbf{I}^H \bar{\mathbf{G}}$ або

$$\mathbf{Y} \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{U}}, \quad (8)$$

$$\text{де } \mathbf{Y} = \mathbf{I}^H \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{I}}_1^H \bar{\mathbf{I}}_1 & \bar{\mathbf{I}}_1^H \bar{\mathbf{I}}_0 \\ \bar{\mathbf{I}}_0^H \bar{\mathbf{I}}_1 & \bar{\mathbf{I}}_0^H \bar{\mathbf{I}}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & \sum_{k=0}^{K-1} z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} z^k & K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{I}^H \bar{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} \end{pmatrix}.$$

В виразах для елементів \mathbf{Y} враховано, що

$$\sum_{k=0}^{K-1} z^k = \frac{1-z^K}{1-z} = 0. \quad \text{Розв'язок (8) дає:}$$

$$p_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} z^{-k}; \quad p_0 = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1}; \quad \zeta_1 = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1}}{\sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} z^{-k}}. \quad (9)$$

Але використання (9) для визначення шуканих параметрів моделі є проблематичним. Невеликий шум у G_k буде призводити до значних змін зворотної величини, а, значить, і до великих погрешностей визначення шуканих коефіцієнтів.

Щоб виключити використання зворотних величин спектра, можна для апроксимації замість системи рівнянь (6), що відповідає інвертованій моделі, використовувати модифіковану систему рівнянь наступного вигляду (перша ступінь модифікування моделі):

$$p_1 z_0^{-k} G_k z^k + p_0 z_0^{-k} G_k = 1, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \quad (10)$$

У матричній формі система рівнянь (10) може бути записана у вигляді:

$$\Xi \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{E}}, \quad (11)$$

де матриця $\Xi = (\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_0)$ складається з двох векторів-стовп-

ців $\bar{\xi}_1 = [z_0^{-k} G_k z^k]_{k=0,1,\dots,K-1}$, $\bar{\xi}_0 = [z_0^{-k} G_k]_{k=0,1,\dots,K-1}$,

а вектор $\bar{\mathbf{E}} = [1, 1, \dots, 1]^T$ є одиничним. Коефіцієнти p_1 , p_0

знаходяться з розв'язку лінійної задачі $\Xi^H \Xi \bar{\mathbf{p}} = \Xi^H \bar{\mathbf{E}}$ або

$$\mathbf{S} \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{V}}, \quad (12)$$

$$\text{де } \mathbf{S} = \Xi^H \Xi = \begin{pmatrix} \bar{\xi}_1^H \bar{\xi}_1 & \bar{\xi}_1^H \bar{\xi}_0 \\ \bar{\xi}_0^H \bar{\xi}_1 & \bar{\xi}_0^H \bar{\xi}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^k & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{V}} = \Xi^H \bar{\mathbf{E}} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* \end{pmatrix}.$$

Для цього можна використовувати вирази виду

$$p_1 = \frac{S_{22}V_1 - S_{12}V_2}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}}, \quad p_0 = \frac{-S_{21}V_1 + S_{11}V_2}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}}, \quad \text{що дозволяє}$$

записати шуканий розв'язок в наступному вигляді:

$$\zeta_1 = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^k \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^*}{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^{-k} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^*}. \quad (13)$$

Також можна використовувати іншу модифіковану систему рівнянь (друга ступінь модифікування моделі) для апроксимації спектральних даних однополусною функцією:

$$p_1 z_0^{-k} G_k^2 z^k + p_0 z_0^{-k} G_k^2 = G_k, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \quad (14)$$

У матричній формі система рівнянь (14) може бути записана у наступному вигляді:

$$\Theta \vec{p} = \vec{G}, \quad (15)$$

де матриця $\Theta = (\vec{\vartheta}_1, \vec{\vartheta}_0)$ складається з двох векторів-стовпців $\vec{\vartheta}_1 = [z_0^{-k} G_k^2 z^k]_{k=0,1,\dots,K-1}$, $\vec{\vartheta}_0 = [z_0^{-k} G_k^2]_{k=0,1,\dots,K-1}$, а вектор правих частин визначається спектром $\vec{G} = [G_0, G_1, \dots, G_{K-1}]^T$. Коефіцієнти p_1, p_0 знаходяться з розв'язку лінійної задачі $\Theta^H \Theta \vec{p} = \Theta^H \vec{G}$ або

$$\mathbf{X} \vec{p} = \vec{W}, \quad (16)$$

$$\text{де } \mathbf{X} = \Theta^H \Theta = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^k & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 \end{pmatrix},$$

$$\vec{W} = \Theta^H \vec{G} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k \end{pmatrix}.$$

Для цього можна використовувати вирази виду

$$p_1 = \frac{X_{22}W_1 - X_{12}W_2}{X_{11}X_{22} - X_{12}X_{21}}, \quad p_0 = \frac{-X_{21}W_1 + X_{11}W_2}{X_{11}X_{22} - X_{12}X_{21}}, \quad \text{що дозво-$$

ляють записати шуканий розв'язок в наступному виді:

$$\zeta_1 = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^k \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k}{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^{-k} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k}. \quad (17)$$

При чисельній реалізації розв'язку рівняння (16) необхідно врахувати випадок, коли матриця \mathbf{X} стає виродженою через лінійну залежність стовпців матриці Θ при "попаданні полюса на дискрет", що відповідає сигналу у спектрально сполученій області наступного вигляду:

$$G_k = \begin{cases} r_l, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases}; \quad l = \ln(\zeta_1) / j\Delta\omega\Delta t, \quad \zeta_1 = z^l. \quad (18)$$

Це ж відноситься і до розв'язку рівняння (12) для матриці \mathbf{S} . Якщо при розв'язку (16) виявляється, що $\det(\mathbf{X}) < \varepsilon$, де ε - деяке мале число, то тоді приймається, що шуканий параметр визначається як $\zeta_1 = z^l$.

Для вибору кращого варіанта лінійного методу визначення параметрів однополусної функції (5) були визначені їх точнісні характеристики на основі чисельного експерименту. Він складався з багаторазового оцінювання (2500 іспитів) параметрів адитивної експоненціальної моделі, що обчислювалася за формулою

$$R_n = \exp\left[-j2\pi\left(n - \frac{N-1}{2}\right)\tau\right] + \xi_n; \quad N = 100, \quad \text{де використо-}$$

увалися три різні значення параметра моделі τ : а) 0.25 ("попадання полюса на дискрет"); б) 0.255 ("полюс рівновіддалений від сусідніх дискретів"); в) 0.25-0.001j ("відсутність полюсу при попаданні на дискрет"). За результатами оцінювання для 2500 різних шумових реалізацій обчислювалися середнє значення, зсув і СКВ оцінок параметрів моделі (5). На рис. 1 представлені залежності СКВ оцінки часового місцерозташування σ_τ від відношення сигнал/шум для розглянутих вище варіантів методу. Для порівняння отриманих результатів з теоретично досяжною точністю оцінювання на рис. 16 додатково наведені границі мінімальної дисперсії Крамера-Рао, розраховані за формулами з [5].

Отримані результати демонструють, що кращі точнісні характеристики має лінійний метод визначення параметрів однополусної функції по інвертованим спектральним даним із другим ступенем модифікування моделі, що визначається системою рівнянь (14). При цьому, як видно з рис. 16, отримані точнісні характеристики цього підходу практично збігаються з теоретично досяжною точністю оцінювання. Прямая апроксимація інвертованих спектральних даних оберненою полюсною функцією не дозволяє одержувати задовільні результати. Використання першого ступеня модифікування моделі дозволяє значно знизити повну середньоквадратичну помилку оцінки місцерозташування і наблизитися до теоретично досяжної точності оцінювання, а використання другого ступеня модифікування моделі дозволяє практично вийти на неї.

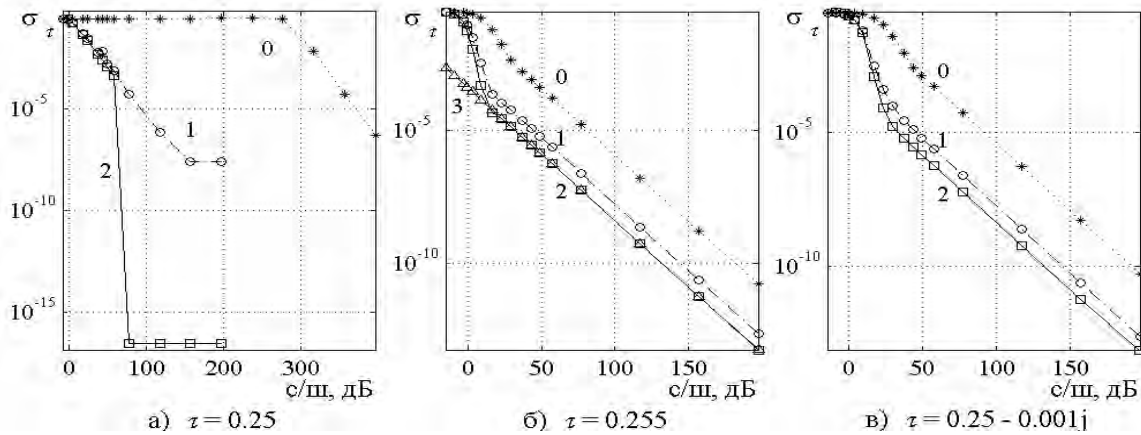


Рисунок 1 - Залежність СКВ оцінки місцерозташування від відношення сигнал/шум для різних варіантів лінійного методу визначення параметрів однополюсної функції (0 - без модифікування моделі; 1 - з першим ступенем модифікування моделі; 2 - із другим ступенем модифікування моделі; 3 - границя Крамера-Рао)

ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ДАНИХ У СПЕКТРАЛЬНО СПОЛУЧЕНІЙ ОБЛАСТІ

Розглянутий вище підхід дозволяє знаходити параметри моделі першого порядку, що звужує область його використання. Бажано було би мати метод, що одночасно має таку ж простоту та дає змогу знаходити параметри моделі будь-якого порядку. Цього можна домогтися на основі використання дробово-раціональної інтерполяції даних у спектрально сполученій області.

Для цього представимо дані в спектрально сполученій області у вигляді, що дозволяє розглядати їх як відношення поліномів від z^k :

$$G_k = z_0^k \sum_{m=1}^M r_m \frac{d_m}{z^k - \zeta_m} = z_0^k \frac{\sum_{m=1}^M r_m d_m \prod_{l=1, l \neq m}^M (z^k - \zeta_l)}{\prod_{m=1}^M (z^k - \zeta_m)}, \quad (19)$$

де $d_m = \frac{\zeta_m (\zeta_m^N - 1)}{N \zeta_{0m}}$. Наприклад, для випадку двох-компонентної моделі ($M = 2$) дані в спектрально сполученій області можуть бути записані як

$$G_k = z_0^k \frac{(r_1 d_1 + r_2 d_2) z^k - (r_1 d_1 \zeta_2 + r_2 d_2 \zeta_1)}{z^{k^2} - (\zeta_1 + \zeta_2) z^k + \zeta_1 \zeta_2} \quad (20)$$

і представляються як відношення двох поліномів:

$$G_k = G(z^k) = \frac{P(z^k)}{Q(z^k)} = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} a_m z^{k^m}}{\sum_{m=0}^M b_m z^{k^m}}. \quad (21)$$

Це дозволяє використовувати досить прості підходи для визначення шуканих параметрів $\{\zeta_m\}_{m=1, \dots, M}$, за якими потім визначаються значення місцерозташування $\tau_m = \ln(\zeta_m) / j \Delta \omega$ ($m = 1, \dots, M$), обчислюються значення спектрально-сполученого сигналу $G(\zeta_m)$ для цих місцерозташувань за формулою $G(z) = \frac{z_0}{N} \sum_{m=1}^M \frac{r_m}{\zeta_{0m}} \frac{1 - (\zeta_m^{-1} z)^N}{1 - (\zeta_m^{-1} z)}$ і розв'язується лінійна задача по інтерполяції отриманих значень спектрально-сполученого сигналу формулою $\vec{G} = \mathbf{Z} \vec{r}$ шляхом визначення $\vec{r} = \mathbf{Z}^{-1} \vec{G}$. Як впливає з (19), значення $\{\zeta_m\}_{m=1, \dots, M}$ є коренями полінома $Q(z^k)$, що використовується для дробово-поліноміального представлення спектрально-сполученого сигналу (21).

Для одержання дробово-поліноміального представлення спектрально-сполученого сигналу використовується інтерполяція ланцюговими дробами. Сигнал, заданий у L точках z_1, z_2, \dots, z_L , може бути представлений у вигляді ланцюгового дроби наступного виду:

$$V(z) = v_1 + \frac{z - z_1}{v_2 + \frac{z - z_2}{v_3 + \dots + \frac{z - z_{L-1}}{v_L}}}, \quad (22)$$

де параметри ланцюгового дроби $\{v_1, v_2, \dots, v_L\}$ визначаються зворотними різницями $w_l(z_1, z_2, \dots, z_l)$: $v_1 = V(z_1) = w_1(z_1)$;

$$v_2 = \frac{z_2 - z_1}{V(z_2) - V(z_1)} = \frac{z_2 - z_1}{V(z_2) - v_1} = \frac{z_2 - z_1}{w_1(z_2) - w_1(z_1)} = w_2(z_1, z_2);$$

$$v_3 = \frac{z_3 - z_2}{\frac{z_3 - z_1}{V(z_3) - V(z_1)} - \frac{z_2 - z_1}{V(z_2) - V(z_1)}} = \frac{z_3 - z_2}{w_2(z_1, z_3) - w_2(z_1, z_2)} = w_3(z_1, z_2, z_3);$$

...;

$$v_L = \frac{z_L - z_{L-1}}{w_{L-1}(z_1, z_2, \dots, z_{L-2}, z_L) - w_{L-1}(z_1, z_2, \dots, z_{L-2}, z_{L-1})} = w_L(z_1, z_2, \dots, z_{L-2}, z_{L-1}, z_L).$$

За знайденим значенням параметрів ланцюгового дробу $\{v_1, v_2, \dots, v_L\}$ можна шляхом нескладних перетворень визначити коефіцієнти поліномів $\{a_0, a_1, \dots, a_{M-1}\}$ і $\{b_0, b_1, \dots, b_M\}$ дробово-поліноміального представлення (21). Потім, використовуючи стандартні методи визначення комплексних коренів полінома з комплексними коефіцієнтами, за коефіцієнтами полінома знаменника $\{b_0, b_1, \dots, b_M\}$ визначаються значення $\{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_M\}$, що дозволяє визначити параметри адитивної експоненціальної моделі (1).

Вибір спектральних точок для інтерполяції ланцюговими дробами здійснювався шляхом поступового нарощування порядку моделі: спектральна точка, що додається на кожному етапі, відповідає максимумів різничевого сигналу

$$\vec{G} - \sum_{m=0}^{L-1} a_m z^{k^m} / \sum_{m=0}^L b_m z^{k^m} \quad (1 \leq L \leq M,$$

де використовуються коефіцієнти поліномів $\{a_0, a_1, \dots, a_{L-1}\}$ та $\{b_0, b_1, \dots, b_L\}$, знайдені на попередньому L -ому етапі.

Для розглянутого підходу були отримані точнісні характеристики і проведено їхнє порівняння з аналогічними характеристиками інших методів даного класу. Точнісні характеристики аналізованих алгоритмів визначалися за результатами оцінювання параметрів адитивної експоненціальної моделі для 2500 іспитів тестового прикладу, у якому оброблювані дані обчислювалися за формулою

$$R_n = 0.6 \cdot \exp(-j2\pi \cdot n \cdot \tau_1) + 0.4 \cdot \exp(-j2\pi \cdot n \cdot \tau_2) + \xi_n, \quad n = 0, 1, \dots, 100, \quad (23)$$

де використовувалися параметри моделі $\tau_1 = (0.2 - 0.001j)$, $\tau_2 = (0.3 - 0.0005j)$, а ξ_n - це незалежні випадкові гаусівські величини з дисперсією дійсної та уявної частин σ^2 і нульовим середнім. Така модель відповідає найпростішій шаруватій структурі (один шар) або двом неоднорідностям в НВЧ тракті. За результатами оцінювання для 2500 різних шумових реалізацій обчислювалися середні значення $\{\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2\}$ і дисперсії $\{\sigma_{\tau_1}^2, \sigma_{\tau_2}^2\}$ оцінок місцерозташування $\vec{\tau} = \{\tau_1, \tau_2\}$.

Для аналізу алгоритмів обчислювалася повна середньоквадратична помилка оцінок місцерозташування

$$e_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 (\sigma_{\tau_m}^2 + |\bar{\tau}_m - \tilde{\tau}_m|^2)}. \quad \text{Отримані значення середньо-}$$

квадратичної помилки оцінок місцерозташування в залежності від відношення сигнал/шум для розглянутого методу й аналогічних йому інших алгоритмів представлені на рис. 2.

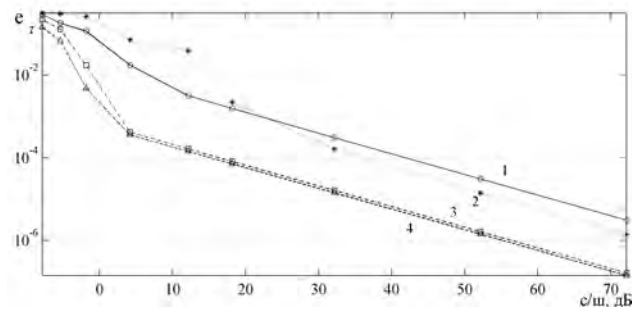


Рисунок 2 - Середньоквадратична помилка оцінок місцерозташування в залежності від відношення сигнал/шум (1 - метод дробово-раціональної інтерполяції в спектрально сполученій області, 2 - метод Проні, 3 - метод пучка матриць [2], 4 - метод пошуку квазірозв'язку [3-4])

ВИСНОВКИ

Отримані результати демонструють, що метод дробово-раціональної інтерполяції в спектрально сполученій області дозволяє одержувати стійкі оцінки при більших рівнях шуму в даних, ніж метод Проні, однак його точнісні характеристики поступаються аналогічним характеристикам методу пучка матриць і методу пошуку квазірозв'язку у вихідній області. При цьому часозатратні характеристики методу дробово-раціональної інтерполяції в спектрально сполученій області досить близькі до часозатратних характеристик методу Проні і значно краще зазначених характеристик методів пучка матриць і пошуку квазірозв'язку у вихідній області. Для розглянутого вище чисельного експерименту часові витрати на його проведення для використовуваної конкретної моделі комп'ютера склали: для методу Проні - 7 сек., для методу дробово-раціональної інтерполяції в спектрально сполученій області - 21 сек., для методу пошуку квазірозв'язку у вихідній області - 339 сек., для методу пучка матриць - 1047 сек.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Vanhamme H. High resolution frequency-domain reflectometry // IEEE Trans. Instrument. Measur. 1990. Vol. IM-39, № 2. P. 369-375.
2. Maricevic Z.A., Sarkar T.K., Hua Y., Djordjevic A.R. Time-domain measurements with Hewlett-Packard network analyzer HP8510 using the matrix pencil method // IEEE Trans. Micro-wave Theory Tech. 1991. Vol. MTT-39, № 3. P. 538-547.
3. Андреев М.В., Борулько В., Дробахин О. О. Применение концепции квазирешения для оценки параметров многослойных диэлектрических структур по характеристике отражения, измеренной на сетке дискретных частот // Дефектоскопия. 1996. № 9. С. 47-60.
4. Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О. О реализации метода квазирешения при определении параметров слоев диэлектрических слоистых структур. // Дефектоскопия. 1996. № 9. С. 61-72.
5. Андреев М.В. Предельная разрешающая способность многочастотного радиоволнового метода определения параметров слоистых диэлектрических структур // Вісник Дніпропетровського університету. Фізика. Радіоелектроніка. 2000. Вип. 6. С. 121-128.

Надійшла 08.09.2003
Після доробки 23.10.2003

Рассмотрена возможность применения линейных подходов для аппроксимации спектральных данных однополюсной функцией и использование дробно-рациональной интерполяции спектральных данных с целью ускорения процедуры определения параметров аддитивной экспоненциальной модели. Проанализированы точностные характеристики предложенных методов и проведено их сравнение с аналогичными характеристиками других методов данного класса.

An opportunity of use of the linear approaches for approximation of the spectral data by unipolar function and use of rational in-terpolation of the spectral data with the purpose of acceleration of a procedure of parameter determination of the additive exponential model has been considered. The properties of these methods and their comparison with analogous properties of other methods of the given class are presented.

УДК 537.86

В.Ф. Борулько

ПОПЕРЕЧНО-ЕЛЕКТРИЧНІ ХВИЛІ У ДВОВИМІРНОМУ БРЕГІВСЬКОМУ РЕЗОНАТОРІ З НЕПЕРІОДИЧНИМ РАДІАЛЬНИМ ЗБУРЕННЯМ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ

Розглянуто брегівське відбиття поперечно-електричних хвиль, що поширюються в середовищі з малою радіальною квазіперіодичною неоднорідністю діелектричної проникності. З використанням комплексної форми методу Крилова-Боголюбова-Митропольського отримані вирази коефіцієнтів зв'язку хвиль, що поширюються. Досліджені резонансні властивості для різних кутових номерів.

ВСТУП

Увага до брегівських структур обумовлена багатством радіофізичних ефектів, що можуть спостерігатися в них [1]: відбиття хвиль, перетворення мод, зв'язок поверхневих і просторових хвиль. Додаткова розмаїтість ефектів може бути реалізована, якщо збурення параметрів стає неперіодичним [2]. Останнім часом привертають увагу вісесиметричні хвилевідні структури з періодичним збуренням параметрів уздовж радіальної координати [3-6]. Найбільш популярні методи, звичайно використовувані для дослідження брегівської взаємодії - це метод, заснований на розкладанні Флоке [1], і наближення зв'язаних хвиль [1]. У пропонованій роботі розглядається двовимірна хвилевідна структура, неперіодично неоднорідна по радіальній координаті ρ . У цьому випадку метод Флоке [1] не придатний через неперіодичність структури, а традиційний метод зв'язаних хвиль [1] не придатний біля радіусів відсічення (радіусів повороту).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА АСИМПТОТИЧНИЙ МЕТОД ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

Розглянемо неоднорідне середовище, в якому діелектрична проникність представлена у вигляді суми синусоїдальних просторово осцилюючих гармонік збурення. Амплітуда ε_j і хвильове число χ_j кожної гармоніки плавно змінюється уздовж радіальної координати ρ

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho) = \varepsilon_s + \beta \sum_j \varepsilon_j(\beta\rho) \exp[i\psi_j(\rho)], \quad (1)$$

де $\psi_j(\rho) = \int \chi_j(\beta\rho) d\rho$ - подовжня фаза гармоніки збурення. Припускаємо, що малість амплітуд збурення і плавності зміни параметрів визначається тим самим малим параметром β [7]. Одночасно з радіальною координатою ρ ми введемо "плавну" змінну $\zeta = \beta\rho$.

У даній статті розглядаються хвилі з компонентами E_z , H_ρ , H_ϕ , у випадку коли $\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0$. Функція E_z повинна задовольняти рівнянню

$$[\Delta + k^2(\rho)] E_z = 0. \quad (2)$$

З урахуванням симетрії структури ми введемо потенційну функцію $\Pi(\rho)$ співвідношенням $E_z = \rho^{-1/2} \Pi(\rho) \exp(in\phi)$. Для $\Pi(\rho)$ одержуємо рівняння

$$\frac{d^2 \Pi}{d\rho^2} + \left[k_0^2 \varepsilon(\rho) - \frac{n^2 - 1/4}{\rho^2} \right] \Pi = 0. \quad (3)$$

При $\beta = 0$ розв'язок незбуреної крайової задачі одержуємо у вигляді суми розбіжних і збіжних циліндричних хвиль

$$\begin{aligned} \Pi(\rho) &= a_1 \rho^{1/2} H_n^{(2)}(k_s \rho) + a_2 \rho^{1/2} H_n^{(1)}(k_s \rho) = \\ &= a_1 \exp[i\theta(\rho)] + a_2 \exp[-i\theta^*(\rho)], \end{aligned} \quad (4)$$

де $H_n(\rho)$ - функції Ханкеля, $\theta(\rho)$ - комплексна просторова фаза, і $k_s = k_0 \sqrt{\varepsilon_s}$ - хвильове число незбуреного середовища.

На відміну від традиційної брегівської структури [1,2], у розглянутій задачі незбурене радіальне хвильове число h не є константою і визначається за допомогою функцій Бесселя в такий спосіб:

$$\begin{aligned} h(t/k_s) &= ik_s \frac{d}{dt} \left\{ \ln \left[t^{1/2} H_n^{(2)}(t) \right] \right\} = \\ &= k_s \left\{ i \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \ln \left[t M_n^2(t) \right] + 2 / \left[\pi t M_n^2(t) \right] \right\} = \\ &= k_s \left\{ i / (2t) + i \left[J_n'(t) J_n(t) + Y_n'(t) Y_n(t) \right] / M_n^2(t) + 2 / \left[\pi t M_n^2(t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

де t - допоміжна безрозмірна змінна. Для хвиль, що сходяться, дійсні частини h мають протилежний знак. Для обчислення $h(\rho)$ досить мати підпрограми для функцій Бесселя першого і другого роду. Для якісного аналізу бажано знати поведінку $h(\rho)$ при великих і малих значеннях ρ . Для одержання відповідних наближених формул скористаємося відомими асимптотичними зображеннями для $M_n^2(t)$ [8]. При великих значеннях ρ справедливі наступні асимптотичні вирази:

$$t M_n^2(t) \approx \frac{2}{\pi} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{(4n^2 - 1)}{(2t)^2} + \frac{3}{8} \frac{(4n^2 - 1)(4n^2 - 9)}{(2t)^2} + \dots \right\},$$

$$\operatorname{Re} \left[h(t/k_s) / k_s \right] \approx 1 - \frac{4n^2 - 1}{8t^2} - \frac{(4n^2 - 1)(4n^2 - 25)}{128t^4} - \dots,$$

$$\operatorname{Im} \left[h(t/k_s) / k_s \right] \approx - \frac{4n^2 - 1}{8t^3} \left(1 - \frac{1}{t^2} \right).$$

При малій величині ρ отримані наступні наближені формули:

$$t M_n^2(t) \approx \left[\frac{(m-1)!}{\pi} \right]^2 \left(\frac{t}{2} \right)^{1-2n},$$

$$\operatorname{Re} \left[h(t/k_s) / k_s \right] \approx \pi 2^{2-2n} [(n-1)!]^{-2} t^{2n-1},$$

$$\operatorname{Im} \left[h(t/k_s) / k_s \right] \approx \left(\frac{1}{2} - n \right) / t.$$

При фіксованій величині малого параметра β є таке значення радіальної координати $\rho_0 = \rho_0(\beta, n)$, що для $\rho > \rho_0$ величини h і $k_s^2 - (n^2 - 1/4)/\rho^2$ можна вважати плавно мінливими уздовж ρ .

Розв'язок рівняння (3) розшукується у вигляді асимптотичного ряду по ступенях параметра β

$$\begin{aligned} \Pi(\rho) &= a_1 \exp(i\theta) + a_2 \exp(-i\theta^*) + \\ &+ \beta u_1(a, \theta, \psi, \zeta) + \beta^2 u_2(a, \theta, \psi, \zeta) + \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

де u_q ($q = 1, 2, \dots$) є шуканими функціями, a_1 - амплітуда розбіжної циліндричної хвилі, і a_2 - амплітуда

хвилі, що сходиться. Функції $\exp(i\theta)$ і $\exp(-i\theta^*)$ строго задовольняють незбуреному рівнянню і визначаються формулою (4).

Підставляючи розкладання (6) у рівнянні (3) з обліком (1) і (4) і дорівнюючи доданки з однаковими ступенями параметра β , одержуємо послідовність диференціальних рівнянь для функцій u_q .

У першому наближенні по β маємо наступне неоднорідне диференціальне рівняння для функції u_1 :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{d\rho^2} + \left(\kappa_s^2 - \frac{n^2 - 1/4}{\rho^2} \right) u_1 + \\ + \left[a_1 \exp(-i\theta) + a_2 \exp(i\theta^*) \right] \sum_j \varepsilon_j k_0^2 \exp(i\psi_j) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Виходячи з виду збурення, розв'язок для функції u_1 будемо шукати у формі

$$u_1 = \sum_j \left\{ C_{1j} \exp[i(-\theta + \psi_j)] + C_{2j} \exp[i(\theta^* + \psi_j)] \right\}. \quad (8)$$

Підставляючи (8) у (7), знаходимо значення коефіцієнтів C_{1j} і C_{2j}

$$C_{1j} = k_0^2 \varepsilon_j / \left[\chi_j (\chi_j - 2h) \right], \quad C_{2j} = k_0^2 \varepsilon_j / \left[\chi_j (\chi_j + 2h^*) \right]. \quad (9)$$

Існують такі значення k_0 , ρ , i , p , для яких величини $\chi_p - 2h$ і $\chi_{-p} + 2h^*$ стають малими й отриманий розв'язок виявляється непридатним, тобто перше наближення не є малим в порівнянні з нульовим наближенням. Це зв'язано з тим, що хвильові числа деяких просторових гармонік збурення рівняння (7) близькі до хвильових чисел гармонік нульового наближення [1].

Брегівська взаємодія хвиль відбувається, коли різниця хвильових чисел хвиль, що поширюються, близька до хвильового числа однієї з просторових гармонік збурення ($\eta = 2 \operatorname{Re}(h) - \chi_p$ - розстройка хвильового числа). Розв'язок, придатний поблизу просторового параметричного резонансу відшукується за допомогою комплексної форми [2] асимптотичного методу Крилова, Боголюбова і Митропольського (КБМ) [7]. Передбачається що, комплексні амплітуди a_1 і a_2 циліндричних хвиль є функціями ρ і задовольняють наступним рівнянням [2]:

$$\frac{da_m}{d\rho} = \beta B_1^{(m)}(a, \zeta, \alpha) + \beta^2 B_2^{(m)}(a, \zeta, \alpha) + \dots, \quad (m = 1, 2), \quad (10)$$

де $\alpha = -\theta - \theta^* - \psi_p = -2 \operatorname{Re}(\theta) - \psi_p$ - фазові розстройки від резонансу,

$B_q^{(m)}$ ($q = 1, 2, \dots$) - функції, що підбираються з умови відсутності нескінченно зростаючих членів у u_q при $\rho \rightarrow \infty$ і $\eta \rightarrow 0$.

Підставляючи розкладання (6) у рівняння (3) з врахуванням (10), і зрівнюючи члени з однаковим порядком малості, одержуємо послідовність рівнянь для u_q . У кожному порядку малості ми шукаємо розв'язок при "заморожених" a_m і ζ . Вони повинні бути придатні як для малих величин η , так і не малих. У першому наближенні по β маємо наступне неоднорідне диференціальне рівняння для u_1 :

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 u_1}{d\rho^2} + [k^2 - (n^2 - 1/4)/\rho^2] u_1 + \\ & + \exp(i\theta) (-2ihB_1^{(1)} + \eta \partial B_1^{(1)}/\partial \alpha) + \\ & + \exp(-i\theta^*) (2ih^* B_2^{(1)} + \eta \partial B_2^{(1)}/\partial \alpha) + \\ & + [a_1 \exp(i\theta) + a_2 \exp(-i\theta^*)] \sum_j k_0^2 \varepsilon_j \exp(i\psi_j) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

При $\eta = 0$ функції $B_q^{(m)}$ знаходяться з умови відсутності у функціях u_q резонансних членів, пропорційних $\exp(i\theta)$ і $\exp(-i\theta^*)$. При немалих значеннях η величини $B_q^{(m)}$ визначаються неоднозначно. У даній роботі для усунення неоднозначності визначення функцій $B_q^{(m)}$ додатково вимагаємо відсутності "потенційно" резонансних доданків, пропорційних $\exp(i\theta + i\alpha)$ і $\exp(-i\theta^* - i\alpha)$.

При виводі рівняння (11) передбачається, що $dh/d\rho$ віднесено до нульового наближення, незважаючи на те, що h вважається плавно мінливим. Це зв'язано з тим, що як нульове наближення використовуються не експоненти, а функції Бесселя, представлені в експонентоподібному вигляді.

Приймаючи до уваги, що $-\theta^* - \alpha = \theta + \psi_p$, $\theta + \alpha = -\theta^* - \psi_p = -\theta + \psi_{-p}$ знаходимо $B_1^{(m)}$. У першому наближенні по β отримано систему лінійних диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд a_1 і a_2 . Ця система описує зв'язок розбіжних і збіжних циліндричних хвиль з ідентичною кутовою залежністю

$$\frac{da_1}{d\rho} = \beta a_2 G_1 \exp(i\alpha), \quad \frac{da_2}{d\rho} = \beta a_1 G_2 \exp(-i\alpha), \quad (12)$$

де $G_1 = -ik_0 \varepsilon_{-p} / (2h - \eta) = -ik_0 \varepsilon_{-p} / [\chi_p + 2i \operatorname{Im}(h)]$,

$$G_2 = ik_0 \varepsilon_p / (2h^* - \eta) = ik_0 \varepsilon_p / [\chi_p - 2i \operatorname{Im}(h)]$$

Розв'язок для u_1 не містить резонансних доданків і має форму

$$u_1 = \sum_{j \neq p} C_{1j} \exp(i\theta + i\psi_j) + \sum_{j \neq -p} C_{2j} \exp(-i\theta^* + \psi_j), \quad (13)$$

де $C_{mj} (m=1,2)$ має той же вигляд, що й у виразі (9).

Важливою особливістю отриманого розв'язку є те, що величини $|C_{mj}/\varepsilon_j|$ і $|G_m/\varepsilon_p|$ пропорційні першому ступеню ρ при малих значеннях ρ . Це підбадьорюючий факт із погляду придатності отриманого асимптотичного розв'язку не тільки при великих значеннях ρ , але також середніх і навіть малих ρ .

РЕЗОНАНСНІ ВЛАСТИВОСТІ РАДІАЛЬНО НЕОДНОРІДНИХ СТРУКТУР

Система у формі (12) при постійних величинах G_m і η має аналітичний розв'язок у вигляді суми показових функцій [2]. Цей розв'язок є основою для методу чисельного інтегрування (12) при плавній зміні G_m і η . Для часткового випадку кусочно постійної величини діелектричної проникності асимптотичний розв'язок порівнювався зі строгим, отриманим методом матриць передачі. На рис. 1 наведені результати для двох значень середньої амплітуди збурення ($a-\varepsilon_1=0,15$, $b-\varepsilon_1=0,05$; 1, 2 - асимптотичний розв'язок; 3, 4 - строгий розв'язок; 1, 3- $n=0$; 2, 4- $n=16$). Вважаємо, що амплітуда збурення не є постійною в радіальному напрямку, а змінюється за законом "косинус у квадраті". На рис. 2 показано як змінюються резонансне брегівське відбиття при збільшенні кутового номера падаючої циліндричної хвилі при збільшенні кутового номера від $n=0$ до $n=16$. Явище зростання амплітуди електромагнітних хвиль в середині брегівського резонатора проілюстровано на рис. 3 (при $\rho_0 = 3\pi/2$ і різних кутових номерах) та на рис. 4 (при $n=0$ і різних початкових радіусах).

ВИСНОВКИ

Асимптотичний метод дозволяє отримати результати близькі до точних при малих амплітудах збурення завдяки використанню в нульовому наближенні функцій Бесселя замість експоненціальних. Використання аподизованого неперіодичного збурення значно знижує рівень бічних пелюсток частотної залежності брегівського відбиття. При зростанні кутового номера падаючих циліндричних хвиль смуга брегівського відбиття для поперечно-електричних хвиль зсувається в бік більш високих частот. Резонансні властивості радіально збуреного брегівського резонатора суттєво залежать не тільки від початкового радіуса збурення, але й від кутового номера. Для хвиль з однаковою парністю добротності та резонансні частоти відрізняються не сильно, а при зміні кутового номера на одиницю резонансні властивості змінюються майже на протилежні.

Розглянуті радіофізичні ефекти можуть бути корисні при проектуванні відбиваючих, резонаторних та генераторних елементів субміліметрових та міліметрових діапазонів хвиль.

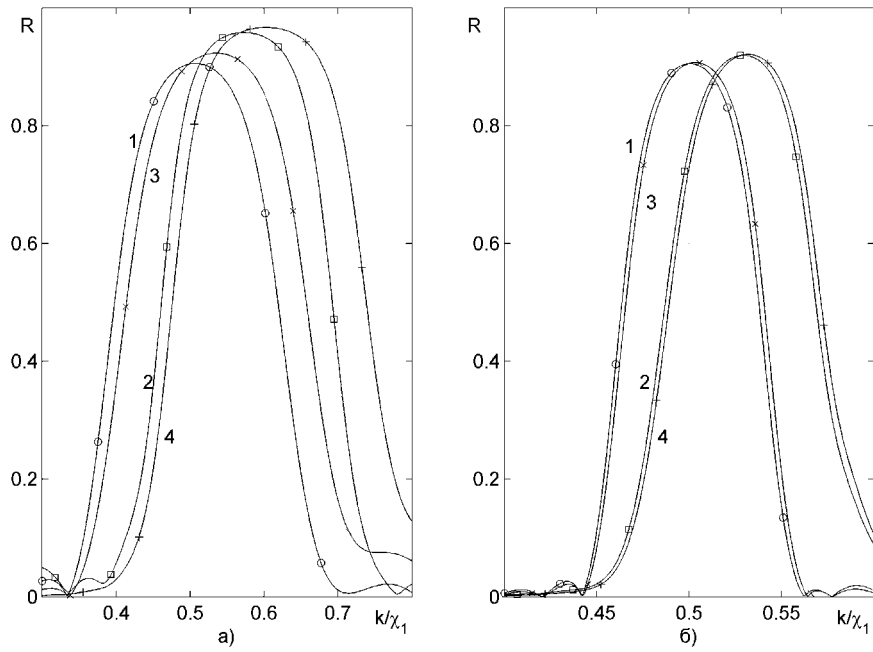


Рисунок 1 - Частотні залежності коефіцієнту відбиття від неперіодичної брегівської структури для азимутальних номерів $n = 0$ та $n = 16$

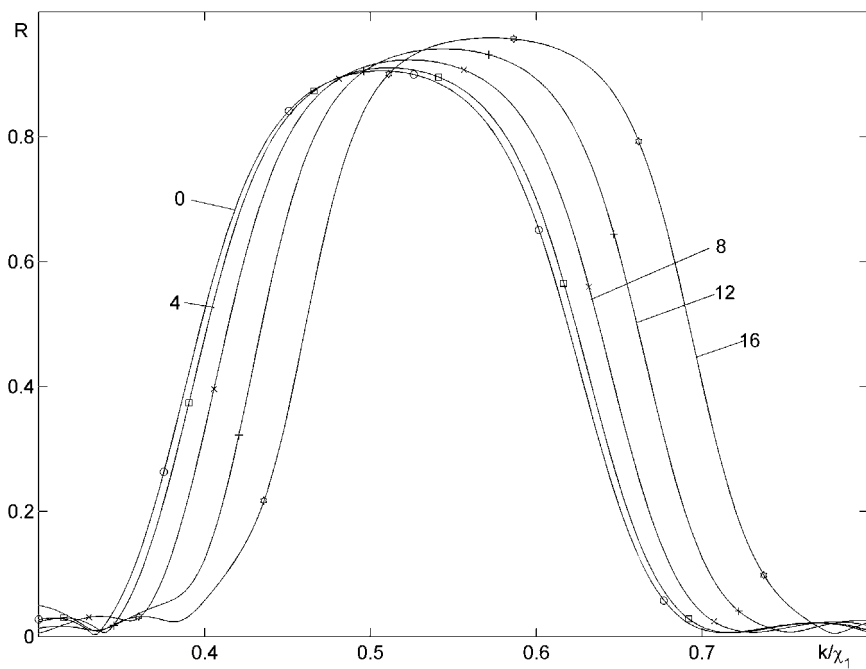


Рисунок 2 - Частотна залежність коефіцієнту відбиття від неперіодичної брегівської структури для азимутальних номерів $n = 0, 4, 8, 12, 16$

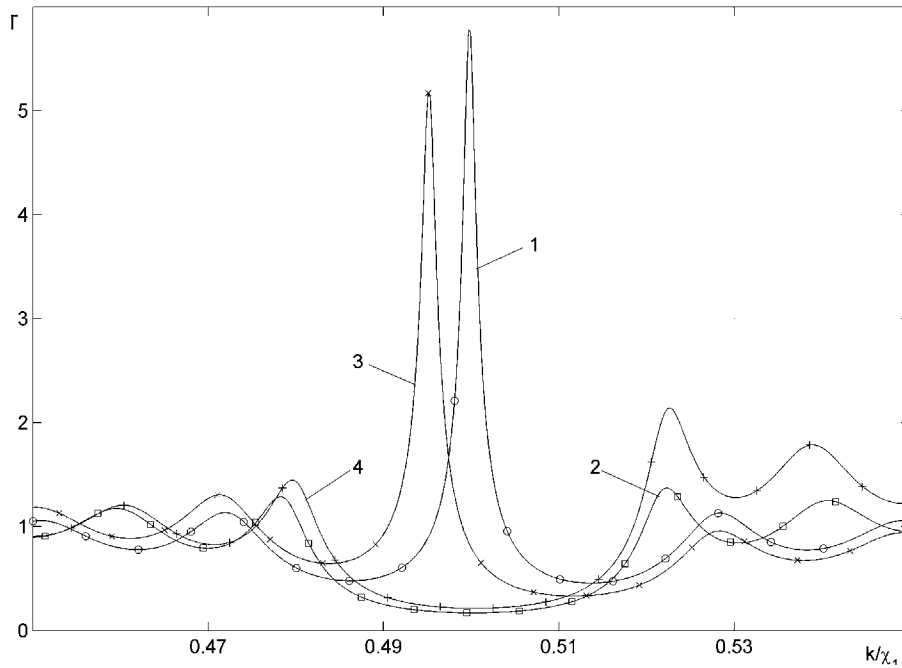


Рисунок 3 - Частотна залежність коефіцієнту передачі в центрі неперіодичної брегівської структури для азимутальних номерів $n = 0, 1, 2, 3$

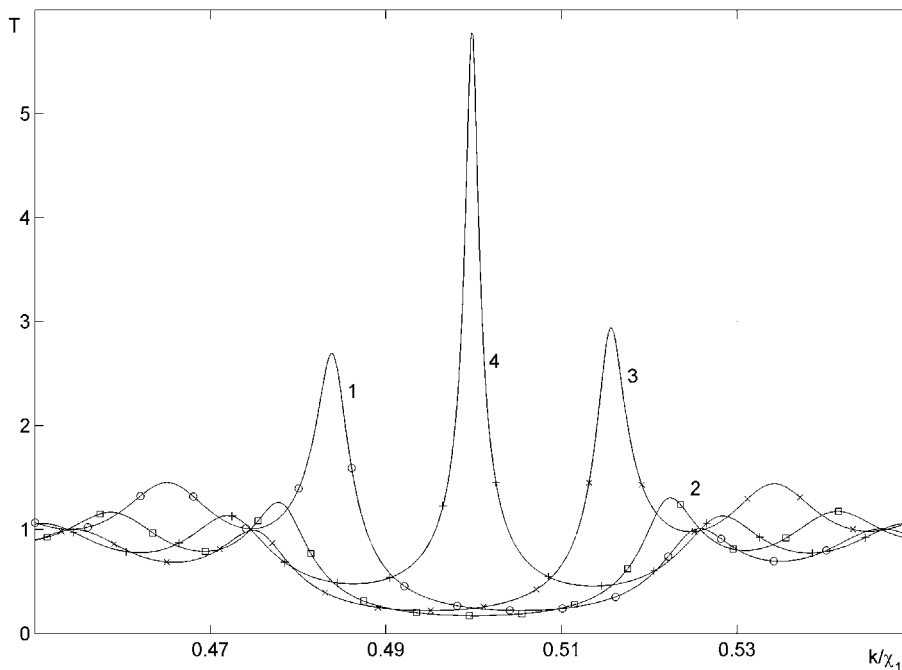


Рисунок 4 - Частотна залежність коефіцієнту передачі в центрі неперіодичної брегівської структури для різних початкових радіусів $\rho_0 = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Элаши Ш. Волны в активных и пассивных периодических структурах: Обзор // ТИИЭР. - 1976. - Т. 64, № 12. - с. 22 - 59.
2. Borulko V.F. Polarization and mode conversions in nonperiodically corrugated waveguides with a gyrotropic filling // Proc. of the 1995 URSI International Symposium on electromagnetic Theory, St. Petersburg, Russia, May 23-26. - 1995, - p. 729-731.
3. Барташевский Е.Л., Борулько В.Ф., Иванилов В.Е., Тимофеев С.В. Исследование генераторно-излучающих модулей на зеркальном диэлектрическом волноводе с брегговским резонатором // Радиотехника. - 1992. - № 5-6. - с.81-85.
4. Kawanishi T. and Izutsu M. Coaxial periodic optical waveguide // Opt. Express. - 2000. - V. 7, N. 1. - p. 10-22.

5. I. M. Bassett and A. Argyros, Elimination of polarization degeneracy in round waveguides // Opt. Express. - 2002. - V. 10, N. 23. - p. 1342-1346.
6. G. Ouyang, Y. Xu, and A. Yariv Theoretical study on dispersion compensation in air-core Bragg fibers // Opt. Express. - 2002. - V. 10, N. 17. - p. 899-908.
7. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974, 452 с.
8. М. Абрамовиц и И. Стиган "Справочник по Специальным Функциям". М.: Наука, 1979.-830 с.

Надійшла 06.11.2003

Рассмотрено брэгговое отражение поперечно-электрических волн, распространяющихся в среде с малой радиальной квазипериодической неоднородностью диэлектрической

прозрачности. С использованием комплексной формы метода Крылова-Боголюбова-Митропольского получены выражения коэффициентов связи распространяющихся волн. Исследованы резонансные свойства для различных угловых индексов.

Bragg reflection of transverse electric wave propagating in medium with small two-dimensional quasi-periodic inhomogeneity of permittivity is theoretically considered. Using complex form of the asymptotic method of Krylov, Bogoliubov and Mitropolsky, expressions for coupling coefficients of propagating waves are derived. Resonance properties for different angular numbers are investigated.

УДК 621. 372

О.О. Дробахин, Е.В. Кондратьев, В.Г. Короткая, Л.А. Филинский

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СВЧ-ДИАПАЗОНА (8 - 12 ГГц) ОТ ПЕННЫХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ

Представлены экспериментальные результаты измерения отражения и поглощения электромагнитных волн СВЧ диапазона (8 - 12 ГГц) от размещенных в свободном пространстве образцов пены на основе водных растворов в зависимости от толщины (пределы изменения от 110 до 2 мм) и времени существования пены.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время фрактальные структуры привлекают значительное внимание исследователей. Одним из примеров фрактальных структур естественного происхождения являются пенные образования, например, губчатые образования [1]. Грубой математической моделью таких образований может служить "дырявый" куб с хаусдорфовой размерностью, принимающей значение в диапазоне от двух до трех. Многие биологические ткани являются по своей природе губчатыми. Использование электромагнитных волн в связи, телевидении, промышленности, медицине приводит к постоянному взаимодействию биологических объектов с электромагнитными волнами, поэтому исследование такого взаимодействия является важным.

Проведение натуральных экспериментов представляет собой известную трудность, более очевидным является проведение исследований на моделях. Пенные структуры на основе водных растворов могут быть легко образованы, при этом существует возможность варьировать их параметры в широких пределах. Трудность экспериментального исследования заключается в динамическом характере объекта и малом времени его существования. Исследования отражающих и поглощающих свойств указанных структур на СВЧ носят фундаментальный характер. При этом вследствие динамического поведения

исследуемых образцов применение традиционных волновоодно-резонаторных методов измерений на СВЧ [2] будет приводить к получению некорректных результатов. Для пенных образований принципиальным является проведение измерений в свободном пространстве.

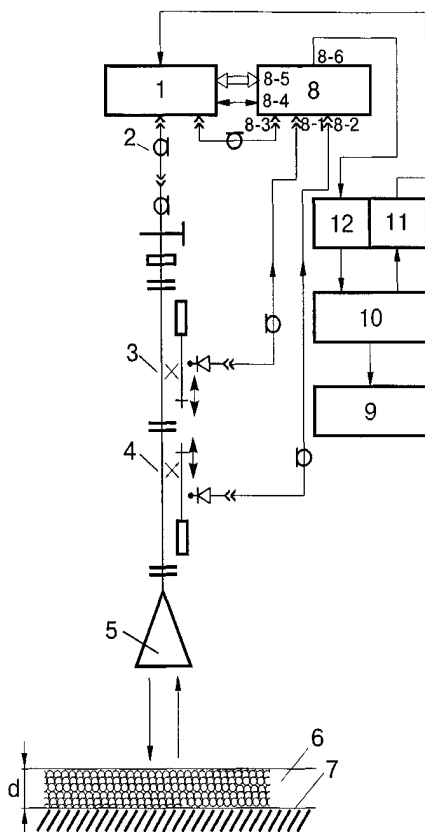
Цель данной статьи - продемонстрировать аппаратные возможности экспериментального исследования структур указанного класса на основе широкополосных многочастотных рефлектометров реального времени [3] и получить корректные результаты об отражающих и поглощающих свойствах пенных образований.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для измерений был использован измерительно-вычислительный комплекс для измерения коэффициента отражения (КО) на многих частотах [3] на базе стандартного измерителя коэффициента стоячей волны (КСВ) Р2-61 (рис.1). Измерения были проведены в полосе частот от 8 до 12 ГГц. В измерительную установку входят: генератор качающейся частоты (ГКЧ) типа Р2-61, выход которого через СВЧ коаксиальный кабель и коаксиально-волноводный переход соединен со входом рефлектометра, который состоит из двух направленных волноводных детекторов, включенных для измерения "на отражение", индикатор Я2Р-67, ПЭВМ с интерфейсным блоком, цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП) и аналого-цифровым преобразователем (АЦП) для управления и ввода в ПЭВМ результатов измерений. Особенностью использования указанного индикатора является осуществление синхронного детектирования, что позволяет существенно повысить отно-

шение сигнал/шум. Излучение СВЧ сигнала и прием отраженной волны производится рупорной антенной длиной 300 мм и размерами апертуры $80 \times 80 \text{ мм}^2$. Для устранения необходимости переключения диапазонов измерения при изменении уровней отраженного сигнала был установлен логарифмический масштаб измерений. При этом, естественно, режиму "короткого замыкания" соответствовало значение 0 дБ, а режиму отражения от согласованной нагрузки - значение -35 дБ. ПЭВМ при помощи ЦАП устанавливает частоту в генераторе. Антенна служит для облучения исследуемой структуры и приема отраженного сигнала. Сигналы падающей и отраженной волны выделяются рефлектометрической схемой и с детекторов поступают на индикатор, где вычисляется их отношение, т. е. внесенный коэффициент отражения.

Напряжение, пропорциональное логарифму модуля КО, преобразуется АЦП и поступает в ПЭВМ. Такие измерения проводились в выбранном диапазоне частот. Для измерения использовалась специально разработанная программа. Измерения характеристик отражения проводились в диапазоне 8-12 ГГц в режиме свипирования с периодом 0,08 с и накоплением результатов, таким образом, измерение занимало порядка одной секунды.



1 - генератор качающейся частоты (ГКЧ); 2 - СВЧ кабель; 3, 4 - направленные ответвители; 5 - антенна; 6 - образец; 7 - подложка; 8 - индикатор; 9 - ПЭВМ; 10 - интерфейсный блок; 11 - цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП); 12 - аналого-цифровой преобразователь (АЦП)

Рисунок 1 - Структурная схема измерительной установки

Пенные образцы готовились в виде плоских структур необходимой толщины в пенопластовом лотке размером $270 \times 290 \times 110 \text{ мм}^3$, на дне которого размещался металлический лист. Для проведения калибровки металлический лист также помещали на уровне верхней границы пенного образца. Для получения пенных образцов пользовались дисперсионным способом, суть которого состоит в том, что при прохождении струи воздуха через пеногенератор с сеткой, орошаемой пенообразующей жидкостью, на его выходе образуется пена. Кратность пены - величина, представляющая собой отношение объема пены к объему жидкости, из которой она приготовлена - зависит от установленных значений расхода газа и жидкости. Использовалась кратность в диапазоне 28 - 55, средняя дисперсность 0,1-1 мм. Образцы пенных структур готовились из 6 % водного раствора пенообразователя ПО-02-П при комнатной температуре.

Данные измерений формируются в виде массива на дискретной сетке частот, при этом может быть проведено изменение шага частотной сетки. Анализ данных проводится во временной области после дискретного преобразования Фурье. Сохранение фазовой информации осуществляется за счет использования принципа Фурье-гомографии. Рупор формирует два опорных сигнала за счет отражений в горловине и апертуре рупора [4]. Это приводит к формированию двух фрагментов временного сигнала, соответствующих взаимокорреляции временного сигнала отражения от объекта и опорных сигналов. Эти фрагменты по структуре совпадают с истинным временным сигналом отражения от структуры. Перенормировка оси абсцисс позволяет получить пространственное распределение неоднородностей структуры в зависимости от продольной координаты. Именно такая зависимость и наблюдается на мониторе ПЭВМ. Наличие металлического листа на дне пенопластового лотка позволяет оценить поглощение в структуре по уровню уменьшения амплитуды пика, соответствующего отражению от металлического листа посредством сравнения случаев отсутствия и наличия пенных образцов.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Толщина пенных образцов менялась в диапазоне от 11 см до 2 мм. Образец толщиной в 2 мм соответствует монослою (слой толщиной в один пузырек, диаметр пенного пузырька 1-2 мм) пены на водной поверхности, которая образуется в результате разрушения пены. Время наблюдения образца пены превышало 30 мин.

В таблицах 1 и 2 приведен ряд экспериментальных данных для случая анализа фрагментов синтезированного временного сигнала, соответствующих взаимокорреляции временного отклика исследуемой структуры и опорных сигналов, образованных отражениями от неоднородностей в апертуре и горловине рупора, соответственно.

Таблица 1 - Экспериментальные данные, полученные в результате анализа взаимокорреляции временного отклика исследуемой структуры и опорного сигнала, образованного отражением от неоднородности в апертуре

Условия существования объекта	Геометрическая толщина образца, мм	Амплитуда пика отражения передней границы образца	Амплитуда пика отражения задней границы образца	Ослабление сигнала в слое, разы
t = 1 мин	110	0,0004	0,0007	11,43
t = 6 мин	90	0,0004	0,00108	7,41
t = 11 мин	70	0,0004	0,00125	6,40
t = 26 мин	50	0,0033	0,00115	6,96
t > 30 мин	10	-	0,00175	4,57
монослой	2	-	0,0034	2,35

Таблица 2 - Экспериментальные данные, полученные в результате анализа взаимокорреляции временного отклика исследуемой структуры и опорного сигнала, образованного отражением от неоднородности в горловине рупора

Условия существования объекта	Геометрическая толщина образца, мм	КО от передней границы образца	Амплитуда пика отражения задней границы образца	Ослабление амплитуды в слое, (раз)
t = 1 мин	110	0,00011	0,00055	10,91
t = 6 мин	90	0,00037	0,0008	7,50
t = 11 мин	70	0,00049	0,00088	6,81
t = 26 мин	50	0,00047	0,0008	7,50
t > 30 мин	10	-	0,00105	5,71
монослой	2	-	0,0034	1,76

Для образца толщиной 11 см внесенный коэффициент отражения от передней грани принимает значение 0,0004 (Таблица 1). Учитывая, что значение внесенного коэффициента отражения от металлического листа, расположенного в плоскости передней грани образца, составляет 0,01 - получим, что, передняя граница пенной структуры имеет собственный коэффициент отражения 0,04 (-28 дБ). Это соответствует отражению от границы воздух-материал со значением диэлектрической проницаемости 1,17. Амплитуда пика, соответствующая отражению от металлической подложки при наличии пены, имеет значение 0,0007, т. е. слой толщиной 11 см приводит к ослаблению амплитуды электромагнитной волны в 11,5 раз с учетом прохождения в обе стороны.

При анализе взаимокорреляционной функции сигналов отражения структуры и неоднородности в горловине рупора (Таблица 2) собственный КО передней границы раздела пенной структуры составил 0,014 (-37 дБ). Это соответствует значению диэлектрической проницаемости 1,03, если предполагать, что структура представляет собой один слой с указанными значениями эффективной диэлектрической проницаемости и коэффициента отражения Френеля. Значение эффективной диэлектрической проницаемости, которое получено из отношения значений электрической и геометрической толщины, пра-

ктически совпадает с этим значением. Значение внесенного коэффициента отражения от металлического листа, расположенного в плоскости передней грани образца, составило 0,007.

Для монослоя пены на водяной поверхности (Таблицы 1,2) амплитуда пика составила 0,0034. Это примерно в 2-3 раза меньше чем отражение от металлической пластины, размещенной на задней границе образца. Таким образом, один монослой пены ослабляет отражение от металлической пластины в 2-3 раза.

Наиболее вероятным значением диэлектрической проницаемости указанных пенных образцов можно считать 1,17-1,21, что довольно близко к значениям, присущим пенопластам. Такой результат представляет интерес, поскольку слой воды имеет отражающие свойства, сравнимые с отражающими свойствами металла, а значение диэлектрической проницаемости составляет порядка 80.

Результаты, полученные при анализе обоих видов взаимокорреляционной функции, находятся в хорошем соответствии с учетом малых уровней отражения.

ВЫВОДЫ

Разработанное измерительное оборудование позволило провести корректные измерения дисперсных пенных

структур, получить оценки эффективной диэлектрической проницаемости, коэффициента ослабления электромагнитных волн в зависимости от толщины слоя пены и времени ее существования.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Черногор Л.Ф. Естествознание. - Харьков: ХНУ, 2000. - 415 с.
2. Брандт А.А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. - М.: Физматлит, 1963. - 402 с.
3. Дробахин О.О., Кондратьев Е.В. Измерительно-вычислительный комплекс радиоволнового неразрушающего контроля изделий из диэлектриков: аппаратное и программное обеспечение // Дефектоскопия. - 2003. - № 2. - С. 52-59.

4. Drobakhin O.O., Karlov V. A. Holographic Approach to Microwave Measurements // Proc. of the 16th URSI Int. Symp. on Electromagnetic Theory. - Vol. 1. - Thessaloniki (Greece). - 1998. - P.109-111.

Надійшла 26.09.2003
Після доробки 16.10.2003

Наведено експериментальні результати вимірювання відбиття і поглинання електромагнітних хвиль НВЧ діапазону (8 - 12 ГГц) від розташованих у вільному просторі зразків піни на базі водяних розчинів в залежності від товщини (граніці від 110 до 2 мм) часу існування піни.

Experimental results of measurements of electromagnetic wave reflection and absorption for some specimens of water foam in free space for frequency band 8 - 12 GHz as function of specimen thickness in range 2 -110 mm and time of foam existence are presented.

УДК 621.372.8.01

Л.М. Карпуков, В.О. Рыбин

КВАЗИДИНАМИЧЕСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ВХОДНОГО ИМПЕДАНСА МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Предложены простые соотношения для расчета дисперсионных зависимостей входного импеданса микрополосковой линии. Для анализа линии использовано интегральное уравнение, составленное с помощью функции Грина, определенной в квазидинамическом приближении.

Задача согласования входных импедансов функциональных элементов является одной из основных при проектировании микрополосковых устройств СВЧ и требует для своего решения данных о волновых сопротивлениях сочленяемых микрополосковых линий передачи. Традиционно волновое сопротивление вычисляется в процессе решения двумерной краевой задачи по нахождению постоянной распространения волны в исследуемой линии. Гибридный характер волны, распространяющейся в микрополосковой линии (МПЛ), делает невозможным однозначное определение ее волнового сопротивления. Поэтому в случае двумерного анализа МПЛ для оценки ее волнового сопротивления одновременно используются в расчетах два определения [1-4]. Одно из них связывает мощность, передаваемую линией, с током в ней. Второе - эффективную диэлектрическую проницаемость МПЛ и волновое сопротивление этой линии в случае ее воздушного заполнения. На нулевой частоте эти определения дают одинаковые результаты, с ростом частоты данные расчетов расходятся.

Однозначно волновое сопротивление исследуемой линии передачи может быть рассчитано через входной импеданс $Z_{вх}$ линии. Входной импеданс вычисляется путем решения трехмерной краевой задачи, описывающей возбуждение исследуемой линии бесконечной длины сторонним электрическим полем. В [5,6] выполнен численный расчет входного импеданса МПЛ. Целью

настоящей работы является нахождение простых аналитических зависимостей для оценки входного импеданса МПЛ. Решение поставленной задачи осуществляется вариационным методом, примененным к интегральному уравнению с ядром в виде функции Грина, которая составляется в квазидинамическом приближении.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

На рис.1 показано поперечное сечение исследуемой МПЛ на подложке с толщиной h и относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r .

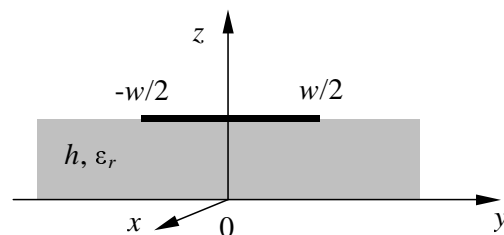


Рисунок 1 - Поперечное сечение МПЛ

Будем считать, что поверхностный ток на полоске, шириной w , имеет только продольную составляющую и определяется выражением

$$i_x = I_m \varphi(y) f(x), \quad (1)$$

где I_m - амплитудное значение тока.

Зависимость тока от координаты у представим функцией

$$\varphi(y) = \frac{2}{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{w}\right)^2}},$$

соответствующей квазистатическому распределению и условию на ребре [1].

Полагая проводники идеально проводящими, потребуем выполнение на поверхности S полоска граничного условия

$$E_x(x, i_x) + E_x^{cm}(x) = 0. \quad (2)$$

Здесь E_x - напряженность электрического поля от поверхностного тока на полоске, E_x^{cm} известная функция, характеризующая стороннее электрическое поле.

Поле, наведенное поверхностным током, выразим через функцию Грина, составленную для МПЛ в квазидинамическом приближении [6-8]:

$$E_x(x, i_x) = \frac{Z_0}{jk_0 4\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-\infty}^{\infty} G_{xx}(x, y, x_0, y_0) i_x(x_0, y_0) dx_0 dy_0, \quad (3)$$

где

$$G_{xx} = k_0^2 \left(\frac{e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} \right) + \frac{2}{1 + \epsilon_r} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma^n \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{e^{-jkR_n}}{R_n} - \frac{e^{-jkR_{n+1}}}{R_{n+1}} \right),$$

$R_n = \sqrt{r^2 + (2nh)^2}$, $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$, $\Gamma = (1 - \epsilon_r)/(1 + \epsilon_r)$, k_0 - волновое число, $Z_0 = 120\pi$ - волновое сопротивление свободного пространства, j - мнимая единица. Фигурирующее в формуле волновое число k однозначно не определено и может быть взято из интервала $[k_0, k_0\sqrt{\epsilon_r}]$ [6].

Условию (2) соответствует интегральное уравнение относительно поверхностного тока. Для нахождения приближенного решения уравнения воспользуемся вариационным методом на основе стационарного функционала следующего вида [9]:

$$Z_{pq} = - \frac{\int_s i_p E(x, i_q) ds}{\int_s i_p E_q^{cm} ds \int_s i_q E_p^{cm} ds}. \quad (4)$$

При условии $i_p = i_q$ соотношение (4) позволяет рассчитать входной импеданс исследуемой линии.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Зададим приближенное выражение для токов i_p , i_q , определяемых зависимостью (1), в виде волн

$$i_x = I_m \varphi(y) e^{-jk|x'-x|}, \quad (5)$$

расходящихся из сечения $x = x'$, где расположим точечный источник стороннего электрического поля, описываемый дельта-функцией:

$$E_x^{cm} = \delta(x - x'). \quad (6)$$

Подстановка (5), (6) в (4) и интегрирование по координате x приводит к следующему выражению для входного импеданса МПЛ:

$$Z_{ax} = - \frac{Z_0}{4\pi} \left\{ A_0 - A_1 + \frac{2}{1 + \epsilon_r} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma^n [B_n - B_{n+1}] \right\}, \quad (7)$$

где

$$A_n = \frac{k_0}{k} \int_{-w/2}^{w/2} \varphi(y) \int_{-w/2}^{w/2} (2 - k^2 r_n^2) Ei(kr_n) - (1 - jk r_n) e^{-jk r_n} \varphi(y_0) dy_0 dy,$$

$$B_n = \frac{k}{k_0} \int_{-w/2}^{w/2} \varphi(y) \int_{-w/2}^{w/2} (2 + k^2 r_n^2) Ei(kr_n) + (1 - jk r_n) e^{-jk r_n} \varphi(y_0) dy_0 dy,$$

$$Ei(x) = - \int_{-\infty}^x \frac{e^{-jt}}{t} dt,$$

$$r_n = \sqrt{(y - y_0)^2 + (2nh)^2}.$$

Интегральную показательную функцию приблизим выражением [10]:

$$Ei(x) = \gamma + j \frac{\pi}{2} + \ln(x) - jx - \frac{x^2}{4}, \quad (8)$$

где γ - постоянная Эйлера.

Интегрирование коэффициентов формулы (7) с учетом приближения (8) дает следующие соотношения:

$$C_n = A_n - A_{n+1} = \frac{k_0}{k} \left\{ 2(a_n - a_{n+1}) - k^2 \left[\gamma + j \frac{\pi}{2} - 1 + \ln(k) + (2nh)^2 a_n - (2(n+1)h)^2 a_{n+1} + b_n - b_{n+1} \right] \right\}, \quad (9)$$

$$D_n = B_n - B_{n+1} = \frac{k}{k_0} \left\{ 2(a_n - a_{n+1}) + k^2 \left[\gamma + j \frac{\pi}{2} - 2 + \ln(k) + (2nh)^2 a_n - (2(n+1)h)^2 a_{n+1} + b_n - b_{n+1} \right] - 4jk(c_n - c_{n+1}) \right\} \quad (10)$$

где $a_n = \ln\left(\frac{2nh}{2}\right) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \ln\left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{w}{2nh} \sin(x)\right)^2}\right] dx$, $a_0 = \ln\left(\frac{w}{4}\right)$;

$$b_n = \frac{1}{12} \left\{ w^2 + 3 \frac{(2nh)^4}{w^2} \right\} \ln[w^2 + (2nh)^2] - 6 \frac{(2nh)^4}{w^2} \ln(2nh) - \frac{7}{6} w^2 + 5(2nh)^2 - 8 \frac{(2nh)^3}{w} \arg \operatorname{tg} \left(\frac{w}{2nh} \right), \quad b_0 = \frac{w^2}{12} \left(2 \ln w - \frac{7}{6} \right);$$

$$c_n = \frac{w}{3} \left\{ \left(1 - 2 \frac{(2nh)^2}{w^2} \right) \sqrt{1 + \frac{(2nh)^2}{w^2}} + 2 \frac{(2nh)^3}{w^3} + 3 \frac{(2nh)^2}{w^2} \left[\ln \left(1 + \sqrt{1 + \frac{(2nh)^2}{w^2}} \right) - \ln \left(\frac{2nh}{w} \right) \right] \right\}, \quad c_0 = \frac{w}{3}.$$

При нахождении коэффициентов b_n , c_n принималось распределение по w в (5) равномерным.

Волновое число k определим в формулах из условия совпадения результатов расчета по соотношениям (7)-(10) для нулевой частоты с данными квазистатического анализа МПЛ. Это условие с достаточно высокой точностью выполняется при

$$k/k_0 = \sqrt{(1 + \epsilon_r)/2} = \sqrt{\epsilon_{cp}}. \quad (11)$$

В результате выбора числа k по (11) соотношение (7) на нулевой частоте приобретает следующий вид:

$$Z_{ex0} = -\frac{Z_0}{4\pi\sqrt{\epsilon_{cp}}} \left[a_0 - a_1 + \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma^n (a_n - a_{n+1}) \right]. \quad (12)$$

На рис.2 для различных значений ϵ_r приведены результаты расчета квазистатического значения волнового сопротивления МПЛ, полученные по формуле

$$\rho_0 = \frac{Z_{ex0}}{2} \quad (13)$$

с помощью соотношения (12). Представленные зависимости с погрешностью, не превышающей 2 %, совпали с данными из [11], отмеченными на рисунке символом \circ .

На рис.3 приведены дисперсионные зависимости волнового сопротивления МПЛ, рассчитанные по формуле (7) с использованием (9), (10), (13). Расчет выполнен для полосок шириной $w = 0,4, 1,0, 2,0$ мм при толщине подложки $h = 1$ мм и значений относительной диэлектрической проницаемости материала подложки $\epsilon_r = 9, 8, 16$. Кривые 1 на рисунках соответствуют модулю, а кривые 2 - реальной части волнового сопротивления МПЛ. Символом \circ отмечены данные из [12], полученные путем строгого численного электродинамического расчета волнового сопротивления МПЛ для двух его определений:

$$\rho_p = \frac{2P}{I^2}, \quad (14)$$

$$\rho_T = \frac{\rho_0}{\sqrt{\epsilon_{эф}}}. \quad (15)$$

Здесь P - мощность, передаваемая линией, I - полный ток в линии, $\epsilon_{эф}$ - эффективная диэлектрическая проницаемость линии, ρ_0 - волновое сопротивление линии с воздушным заполнением.

Данные из [12] для определения (14) помечены на рисунках цифрой 1, для (15) - цифрой 2.

Как следует из представленных результатов, определение (14) соответствует расчету модуля, а определение (15) - реальной части входного импеданса МПЛ. Имеет место соответствие между характером изменения дисперсионных зависимостей, следующих из строгого численного анализа и из расчета по предлагаемым простым соотношениям. На начальном участке частотной оси, где дисперсия параметров МПЛ выражена слабо, результаты расчетов совпадают с высокой точностью.

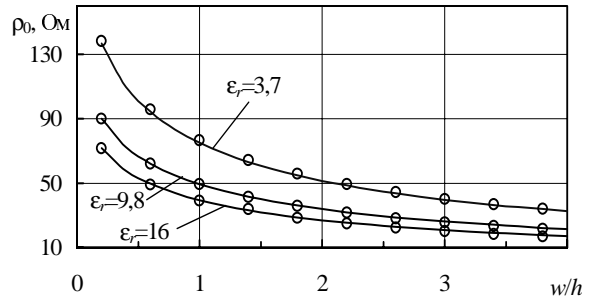


Рисунок 2 - Зависимости квазистатического значения волнового сопротивления МПЛ от отношения ширины полоска w к толщине подложки h ; символом \circ отмечены данные из [11]

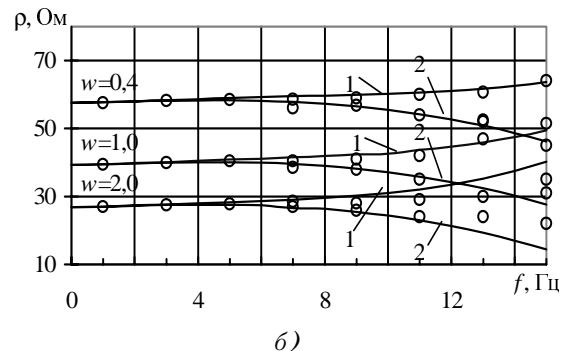
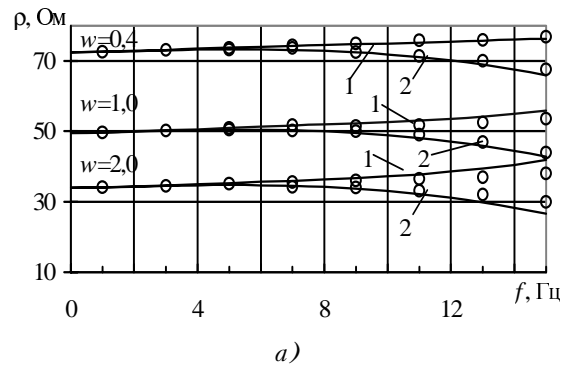


Рисунок 3 - Частотные зависимости модуля (кривые 1) и реальной части (кривые 2) волнового сопротивления МПЛ для различных диэлектрических проницаемостей подложки толщиной $h = 1$ мм: а - $\epsilon_r = 9, 8$, б - $\epsilon_r = 16$; символом \circ отмечены данные из [12]

ВЫВОДЫ

Предложены простые соотношения для вычисления дисперсионных зависимостей входного импеданса МПЛ. Соотношения с высокой точностью обеспечивают расчет входного импеданса на начальном участке частотной оси в области слабой дисперсии параметров МПЛ и воспроизводят тенденцию изменения дисперсионных кривых с ростом частоты.

Дальнейшее развитие рассмотренной методики расчета входного импеданса МПЛ с целью повышения точности моделирования и ослабления ограничений по частоте возможно путем использования для анализа МПЛ функции Грина, составленной в строгой электро-динамической постановке.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Denlinger E.J. A frequency-dependent solution for microstrip transmission lines // IEEE Trans. MTT. - 1971. - V. 19. - № 1. - P. 30-39.
2. Getsinger W.J. Microstrip characteristics impedance // IEEE Trans. MTT. - 1979. - V. 27. - № 4. - P. 293-301.
3. Jansen R.H., Kirschning M. Arguments and an accurate model for the power-current formulation on microstrip characteristic impedance // Arch. Elek. Ubertragung - 1983. - V. 37. - № 3. - P. 108-112.
4. Getsinger W.J. Measurement and modeling of the apparent characteristics impedance of microstrip // IEEE Trans. MTT. - 1983. - V. 31. - № 8. - P. 624-632.

5. Arndt F., Paul G.U. The reflection of the characteristic impedance of microstrip // IEEE Trans. MTT. - 1979. - V. 27. - № 8. - P. 724-731.
6. Chow Y.L. An approximate dynamic Green's function in three dimensions for finite length microstripline // IEEE Trans. MTT. - 1980. - V. 28. - № 4. - P. 393-397.
7. Arabi T.R., Murphy A.T., Sarkar T.K., Harrington R.F., Djordjevic A. R. Analysis of arbitrarily oriented microstrip lines utilizing a quasi-dynamic approach // IEEE Trans. MTT. - 1991. V. 39. - № 1. - P. 75-82.
8. Карпуков Л.М., Романенко С.Н. Упрощенный расчет дисперсии в микрополосковой линии // Радиотехника. - 1991. - № 5. - С. 97-98.
9. Вайнштейн Л.А. Волны тока в тонком цилиндрическом проводе // ЖТФ. - 1961. - Т. 31. № 1. - С. 29-44.
10. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Наука, 1971. - 1100 с.
11. Wheeler H. Transmission-line properties of a strip on a dielectric sheet on a plane // IEEE Trans. MTT. - 1977. - V. 25. - № 8. - P. 631-641.
12. Заргано Г.Ф., Лерер А.М., Ляпин В.П., Синявский Г.П. Линии передачи сложных сечений. - Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского университета, 1983. - 319 с.

Надійшла 25.09.2003
Після доробки 27.10.2003

Запропоновано прості співвідношення для розрахунку дисперсійних залежностей входного імпедансу мікрополоскової лінії. Для аналізу лінії використано інтегральні рівняння, складене за допомогою функції Грина, яка визначена в квазидинамічному наближенні.

Simple ratios for dispersive dependence calculation for entrance impedance of microwave line are offered. The integrated equation composed with the help of Green's function with is defined in quasidynamical approximation are used for line analysis.

УДК 621.327.8

Л.М. Логачева, В.П. Бондарев

ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС КРУГЛОГО ОТВЕРСТИЯ В УЗКОЙ СТЕНКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

Исходя из энергетических соотношений, получена интегральная характеристика, описывающая импедансные свойства круглого отверстия в узкой стенке прямоугольного волновода и физически представляющая эквивалентный импеданс. Проведен анализ полученных результатов.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие средств связи и радиолокационной техники привело к большой перегрузке используемого спектра сверхвысоких частот. Электромагнитная совместимость различных радиоэлектронных систем превратилась в серьезную и сложную проблему. Главным источником помех для различных радиослужб является гармоника основной частоты передатчиков сверхвысоких частот.

Эффективным путём решения проблемы электромагнитной совместимости является подавление этого паразитного излучения. Во многих случаях это осуще-

ствляется с помощью поглощающих фильтров гармоник. Как правило, это сложные соединения прямоугольных волноводов, либо прямоугольных и круглых волноводов через отверстия связи различной конфигурации: щелевые - прямоугольной формы, круглые, эллиптические и другие. Наибольшее практическое применение нашли щелевые отверстия связи.

Щелевые отверстия связи разделяются на экспоненциальные узкие щели, узкие щели, и широкие отверстия, соизмеримые с длиной волны. Исследованию сочленений прямоугольных волноводов, связанных узкими щелями посвящено достаточно большое число работ, в которых авторы пользовались приближенными методами электродинамики [1-5]. К ограничениям этих работ можно отнести то, что результаты были получены в одномодовом приближении и не рассматривался многомодовый режим.

Щелевые отверстия к настоящему времени хорошо изучены, чего нельзя сказать о широких отверстиях связи прямоугольной и круглой формы.

Поэтому представляет интерес задача об электромагнитной связи прямоугольного и круглого волноводов через отверстие связи, которое является апертурой круглого волновода. Принципиальные трудности возникают в связи с особенностью геометрии данного соединения. Граничные условия в этом случае должны будут выполняться на поверхности достаточно сложной формы.

В связи с этим требуется разумное упрощение общей постановки задачи, что можно осуществить, применив к рассматриваемой структуре метод импедансных граничных условий, который для данной задачи будет более эффективным по сравнению с аналитическими методами. Импедансный метод применяется в тех случаях, когда из каких-либо предварительных соображений можно заранее найти приближенное выражение для поверхностного импеданса, что было сделано в работе [6], где был рассмотрен метод расчёта поверхностного импеданса, который был представлен в виде двойного ряда Фурье. Причём предполагалось, что значение импеданса на поверхности отверстия известно. Однако этот вопрос требует более подробного анализа и обоснования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бесконечный прямоугольный волновод сечением $a \times b$, в узкой стенке которого имеется отверстие, которое является апертурой круглого волновода радиуса R , нагруженного на согласованную нагрузку. Рассматриваемая структура изображена на рис. 1.

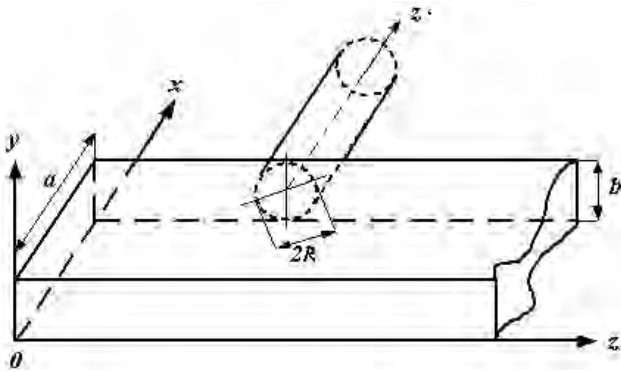


Рисунок 1 - Система координат круглого волновода

Свойства отверстий удобно описывать интегральной характеристикой - эквивалентным поверхностным импедансом $Z_{\text{ЭК}}$ [7]. Эквивалентный поверхностный импеданс $Z_{\text{ЭК}}$ может быть введён, исходя из энергетических соотношений:

$$\tilde{P} = \frac{1}{2} Z_{\text{ЭК}} \int_0^R \int_0^{2\pi} |\dot{H}_{\perp}|^2 \rho d\rho d\phi, \quad (1)$$

где \tilde{P} - средняя мощность проходящая через поперечное сечение круглого отверстия радиуса R ;

\dot{H}_{\perp} - комплексные поперечные составляющие вектора магнитного поля на поверхности круглого отверстия.

Среднее значение комплексной мощности, переносимой вдоль цилиндрического волновода определяется выражением

$$\tilde{P} = \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\dot{E}, \dot{H}^* \right] (\bar{z}_0) \rho d\rho d\phi, \quad (2)$$

где \dot{E} - комплексная амплитуда напряженности электрического поля на поверхности отверстия;

\dot{H}^* - комплексно - сопряженная амплитуда магнитного поля на поверхности отверстия.

Приравнявая соотношения (1) и (2), получим выражение для расчёта искомого эквивалентного поверхностного импеданса круглого отверстия:

$$Z_{\text{ЭК}} = \frac{\int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\dot{E}, \dot{H}^* \right] (\bar{z}_0) \rho d\rho d\phi}{\int_0^R \int_0^{2\pi} |\dot{H}_{\perp}|^2 \rho d\rho d\phi}. \quad (3)$$

РЕШЕНИЕ

Перейдем к рассмотрению интегралов, стоящих в числителе и знаменателе в формуле (3), определяющих эквивалентное сопротивление.

Будем считать, что по основному волноводу могут распространяться волны типа TE_{mn} . Тогда, исходя из геометрии задачи следует, что на отверстии тоже возбуждаются волны типа TE_{mn} цилиндрического волновода. Если ввести цилиндрическую систему координат (ρ, ϕ, z') , где ось Z' совпадает с осью круглого волновода, то соответствующие векторы поля этих волн запишутся как [8]:

$$\left. \begin{aligned} H_z &= \sum_{m,n} |H_{om,n}| J_m(\gamma_{\perp m,n} \rho) \cos(m\phi) e^{-j\beta z}, \\ E_{\rho} &= \sum_{m,n} \frac{j\omega\mu_0 m}{\gamma_{\perp m,n}^2 \rho} |H_{om,n}| J_m(\gamma_{\perp m,n} \rho) \sin(m\phi) e^{-j\beta z}, \\ E_{\phi} &= \sum_{m,n} \frac{j\omega\mu_0}{\gamma_{\perp m,n}} |H_{om,n}| J'_m(\gamma_{\perp m,n} \rho) \cos(m\phi) e^{-j\beta z}, \\ H_{\rho} &= \sum_{m,n} -\frac{j\beta_{m,n}}{\gamma_{\perp m,n}} |H_{om,n}| J'_m(\gamma_{\perp m,n} \rho) \cos(m\phi) e^{-j\beta z}, \\ H_{\phi} &= \sum_{m,n} \frac{j m \beta_{m,n}}{\gamma_{\perp m,n}^2 \rho} |H_{om,n}| J_m(\gamma_{\perp m,n} \rho) \sin(m\phi) e^{-j\beta z}, \end{aligned} \right\} (4)$$

где $|H_{0m,n}|$ - амплитуда TE_{mn} волны возбуждаемой на круглом отверстии бокового волновода;

$$\beta_{m,n} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{v'_{m,n}}{R}\right)^2} - \text{постоянная распространения}$$

цилиндрического волновода;

$$\gamma_{\perp m,n} = \frac{v_{m,n}}{R} - \text{поперечное волновое число};$$

$v'_{m,n}$ - n -й корень производной функции Бесселя m -го порядка.

Рассмотрим интеграл, стоящий в числителе выражения (3), который можно записать как

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\dot{E}, \dot{H}^* \right] (\vec{z}_0) \rho d\rho d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\dot{E}_{\perp}, \dot{H}_{\perp}^* \right] (\vec{z}_0) \rho d\rho d\varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Преобразуем интеграл (5) к более удобному виду. Для этого воспользуемся свойством смешанного произведения $\vec{a}[\vec{b}, \vec{c}] = \vec{b}[\vec{c}, \vec{a}] = \vec{c}[\vec{a}, \vec{b}]$. В результате имеем:

$$\left[\dot{E}_{\perp}, \dot{H}_{\perp}^* \right] (\vec{z}_0) = \left[\dot{H}_{\perp}^*, \vec{z}_0 \right] \dot{E}_{\perp} = \left[\vec{z}_0, \dot{E}_{\perp} \right] \dot{H}_{\perp}^*. \quad (6)$$

Тогда с учетом (6) для волн типа TE_{mn} интеграл в (5) запишется:

$$\tilde{P} = \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\vec{z}_0, \dot{E}_{\perp} \right] \dot{H}_{\perp}^* \rho d\rho d\varphi. \quad (7)$$

Выполнив векторное произведение в (7), а затем умножив его скалярно на \dot{H}_{\perp}^* , найдём:

$$\tilde{P} = \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left(\dot{E}_{\rho} \dot{H}_{\varphi}^* - \dot{E}_{\varphi} \dot{H}_{\rho}^* \right) \rho d\rho d\varphi, \quad (8)$$

где \dot{H}_{φ}^* и \dot{H}_{ρ}^* - величины сопряженные с \dot{H}_{φ} и \dot{H}_{ρ} в (4).

Подставляя в написанное выражение (8), значения соответствующих векторов напряженности поля \dot{H}_{φ}^* , \dot{H}_{ρ}^* и \dot{E}_{ρ} , \dot{E}_{φ} из (4), получим

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \sum_{m,n} \frac{\omega \mu_0 m^2 \beta_{m,n}}{(\gamma_{\perp m,n}^2)^2} |H_{0m,n}|^2 J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \sin^2(m\varphi) \rho d\rho d\varphi - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \sum_{m,n} \frac{\omega \mu_0 m^2 \beta_{m,n}}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \cos^2(m\varphi) \rho d\rho d\varphi. \end{aligned} \quad (9)$$

Принимая во внимание, что интегрирование $\sin^2 m\varphi$ и $\cos^2 m\varphi$ по координате φ дает множитель π , то в (9) первое и второе слагаемое соответственно будут равны:

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{1}{2} \omega \mu_0 \pi \sum_{m,n} \frac{m^2 \beta_{m,n} (1 - \delta_{m0})}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 \int_0^R \frac{J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \pi}{\gamma_{\perp m,n}^2} \rho d\rho - \\ &- \frac{1}{2} \omega \mu_0 \pi \sum_{m,n} \frac{\beta_{m,n} (1 - \delta_{m0})}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 \int_0^R \frac{J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \pi}{\gamma_{\perp m,n}^2} \rho d\rho. \end{aligned} \quad (10)$$

Или для волн типа TE_{mn} ($m \geq 1$)

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{1}{2} \cdot \omega \mu_0 \pi \sum_{m,n} \frac{\beta_{m,n}}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 \times \\ &\times \int_0^R \left[\frac{m^2 J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho)}{(\gamma_{\perp m,n} \rho)^2} + J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \right] \rho d\rho. \end{aligned} \quad (11)$$

Далее, используя известные соотношения из теории функций Бесселя [9] и, интегрируя выражение (11) по координате ρ в пределах от 0 до R , получим:

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{1}{4} \cdot \omega \mu_0 \pi R^2 \sum_{m,n} \frac{\beta_{m,n}}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 \times \\ &\times \left[J_m^2(\gamma_{\perp m,n} R) \left(1 - \frac{m^2}{(\gamma_{\perp m,n} R)^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Перейдём к расчёту интеграла, стоящего в знаменателе выражения (3). Он определяет среднюю мощность, проходящую через поперечное сечение круглого отверстия радиуса R . Этот интеграл, после подстановки в него из (4), можно записать в развернутом виде

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} |\dot{H}_{\perp}|^2 \rho d\rho d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[|\dot{H}_{\varphi}|^2 + |\dot{H}_{\rho}|^2 \right] \rho d\rho d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \sum_{m,n} \left[\frac{m^2 \beta_{m,n}^2}{(\gamma_{\perp m,n}^2)^2} |H_{0m,n}|^2 J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \sin^2(m\varphi) \right] \rho d\rho d\varphi + \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \sum_{m,n} \left[\frac{\beta_{m,n}^2}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \cos^2(m\varphi) \right] \rho d\rho d\varphi. \end{aligned} \quad (13)$$

Интеграл по координате φ в (13) равен постоянной величине π . Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{\pi}{2} \cdot \sum_{m,n} \frac{\beta_{m,n}^2}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 \times \\ &\times \int_0^R \left[\frac{m^2}{(\gamma_{\perp m,n} \rho)^2} J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) + J_m^2(\gamma_{\perp m,n} \rho) \right] \rho d\rho. \end{aligned} \quad (14)$$

В свою очередь интегрирование (13) по координате ρ даёт:

$$\tilde{P} = \frac{\pi R^2}{4} \sum_{m,n} \frac{\beta_{m,n}^2}{\gamma_{\perp m,n}^2} |H_{0m,n}|^2 \times J_m^2(\gamma_{\perp m,n} R) \cdot \left(1 - \frac{m^2}{(\gamma_{\perp m,n} R)^2}\right). \quad (15)$$

Так как на отверстии возбуждаются волны высших типов, то, используя принцип суперпозиции, для эквивалентного поверхностного импеданса согласно (3), подставив туда найденные выражения для мощностей (12) и (15), получим следующее выражение:

$$Z_o = Z_0 \frac{\sum_{m,n} |H_{0m,n}|^2 \cdot \frac{k\beta_{m,n}}{v_{m,n}'} \cdot J_m^2(v_{m,n}') \cdot \left(1 - \frac{m^2}{v_{m,n}'^2}\right)}{\sum_{m,n} |H_{0m,n}|^2 \cdot \frac{\beta_{m,n}^2}{v_{m,n}'^2} \cdot J_m^2(v_{m,n}') \cdot \left(1 - \frac{m^2}{v_{m,n}'^2}\right)}, \quad (16)$$

где $Z_0 = 120\pi$ - волновое сопротивление свободного пространства;

$|H_{0m,n}|$ - модуль амплитуд волн типа $TE_{m,n}$, возбуждаемых на круглом отверстии.

Как следует из выражения (16), на частотах меньших критического значения все слагаемые в числителе мнимые, а в знаменателе отрицательные. Значения Z_o при этом имеет емкостной характер, а его величина определяется соотношением амплитуд $H_{0m,n}$ волн, возбуждаемых на отверстии. При критическом значении частоты для волны TE_{11} цилиндрического волновода только первые слагаемые в числителе и знаменателе равны нулю, остальные слагаемые либо мнимые (в числителе), либо отрицательные (в знаменателе), при этом Z_o остается емкостным.

С увеличением частоты β_{mn} для основной волны TE_{11} цилиндрического волновода принимает действительное положительное значение, для остальных волн значения β_{mn} мнимые. Знаменатель в этом случае должен быть положительным, что приводит к комплексному характеру Z_o с положительной действительной частью. Это соответствует теореме единственности для задач с импедансными граничными условиями [9]. Тогда мнимая часть также остается положительной, то есть имеет индуктивный характер.

В предельном случае, когда в круглом волноводе может возбуждаться только один тип волны, Z_o принимает вид [8]

$$Z_o = \frac{\omega\mu_0}{\beta_{m,n}}. \quad (17)$$

Это однододовое приближенное для рассматриваемой структуры можно записать

$$\tilde{Z}_o = \frac{k}{\sqrt{k^2 - \left(\frac{v_{m,n}'}{R}\right)^2}}. \quad (18)$$

Как следует из (18) на частотах, при которых боковой цилиндрический волновод является запрещённым, для всех типов волн ($k < v_{m,n}' < R$) величина \tilde{Z}_o носит реактивный емкостной характер. С ростом частоты k увеличивается и при некотором критическом значении частоты $\omega_{кр}$, выполняется условие $k_{кр} = v_{11}'/R$. Для волны TE_{11} эквивалентный поверхностный импеданс \tilde{Z}_o принимает бесконечное значение. При дальнейшем увеличении частоты \tilde{Z}_o становится активным.

Более точные значения \tilde{Z}_o можно получить из (16), если знать амплитуды волн $H_{0m,n}$, возбуждаемые на отверстии волной, распространяющейся в первичном прямоугольном волноводе. Вычислить эти амплитуды можно при решении дифракционной задачи, что для заданной геометрии, при произвольных значениях радиусов вторичных волноводов является весьма сложной задачей.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

По формуле (17) были рассчитаны значения эквивалентного поверхностного импеданса в зависимости от длины волны для отверстий различных радиусов при параметрах прямоугольного волновода $a \times b = 48 \times 24$ мм. Результаты расчета сведены в таблицу 1.

Из таблицы 1 видно, что с ростом частоты реактивная часть \tilde{Z}_o увеличивается и при некоторых значениях a/λ (для отверстий с различными радиусами) принимает комплексное значение. Появление действительной части \tilde{Z}_o свидетельствует о том, что в системе возникают потери, а это значит, что через отверстие начинает проникать электромагнитная волна и распространяться по боковому волноводу.

По данным таблицы 1 построены графики зависимости нормированных величин $\text{Im } \tilde{Z}_o / Z_0$ от отношения a/λ (рис.2) при емкостном характере \tilde{Z}_o и графики зависимости нормированных величин реальной части $\text{Re } \tilde{Z}_o / Z_0$ и мнимой части $\text{Im } \tilde{Z}_o / Z_0$ от отношения a/λ (рис.3) при комплексном характере \tilde{Z}_o .

На рисунке 3 сплошной линией изображена реальная часть комплексного \tilde{Z}_o , пунктирной линией - мнимая часть \tilde{Z}_o , имеющая индуктивный характер.

Таблиця 1

a/λ	Z_{Σ}		
	$R=7,5\text{мм}$	$R=9,5\text{мм}$	$R=11,5\text{мм}$
0,80	-j0,45	-j0,608	-j0,807
0,83	-j0,47	-j0,637	-j0,854
0,88	-j0,512	-j0,706	-j0,973
0,96	-j0,565	-j0,796	-j1,141
1,04	-j0,633	-j0,918	-j1,41
1,09	-j0,674	-j0,999	-j1,622
1,14	-j0,722	-j1,099	-j1,934
1,20	-j0,78	-j1,23	-j3,96
1,26	-j0,85	-j1,41	6,006 + j0,33
1,33	-j0,933	-j1,677	3,59 + j0,328
1,50	-j1,19	9,36 + j0,321	1,91 + j0,096
1,60	-j1,41	4,0 + j0,309	1,65 + j0,065
1,84	-j4,35	1,825 + j0,086	1,36 + j 0,029
2,18	2,29 + j0,145	1,39 + j0,034	1,21 + j0,0046
2,40	1,8 + j0,08	1,28 + j0,0015	1,15 + j0,0033

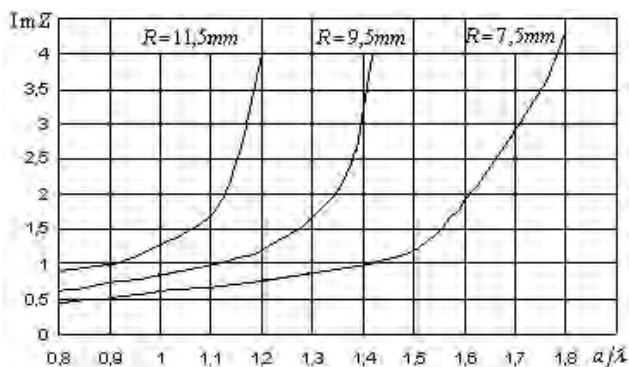


Рисунок 2

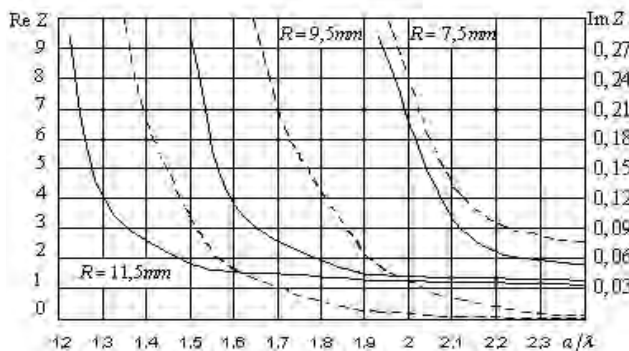


Рисунок 3

ВЫВОДЫ

Анализ, проведенный в данной работе показал, что интегральная характеристика, описывающая импедансные свойства круглого отверстия в узкой стенке прямоугольного волновода - эквивалентный поверхностный импеданс зависит от частоты возбуждения основного прямоугольного волновода и может принимать емкостной и комплексный характер (при положительных действительной и мнимых частях). Величина импеданса зависит от соотношения амплитуд возбуждаемых на отверстии волн. Полученная формула может быть использована при расчете различных волноводных систем со связью через круглые отверстия.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Фельд Я.Н. Основы теории щелевых антенн. - М.: Сов. Радио, 1948. - 160 с.
2. Электромагнитная связь двух объемов через узкую щель./ Левинсон И.Б., Фридберг П.. // Радиотехника и электроника, 1965. Т.10, № 2. С. 260-265
3. Щелевые соединения прямоугольных одномодовых волноводов. Эквивалентные схемы и сосредоточенные параметры./ Левинсон И.Б., Фридберг П.Ш.// Радиотехника и электроника, 1966. Т.11, №5. С. 831-838
4. Исследования электромагнитной связи двух прямоугольных волноводов через широкое отверстие с координатными границами./ Ляховский А.Ф., Пенкин Ю.М., Яцук Л.П. // Радиотехника. Респуб. межвед. аучн. - техн. сборник. 1986. Вып. 77. С. 15-21
5. Связь двух волноводов по широкой стенке через однородный волноводный шлейф./ Лозяной В. И.// Электродинамика и физика СВЧ. Дн - ск, 1976. Вып. 5. С. 23-28
6. Расчет поверхностного импеданса в волноводе с нерегулярной стенкой. / Логачева А.М., Бондарев В.П. // Радиоэлектроника. Информатика. Управління, 1999. - №1. - С.18-20
7. Возбуждение одиночной канавки и эквивалентный поверхностный импеданс ребристых структур. / Цалиев Т.А., Черенков. В.С.//Радиотехника и электроника, 1985. Т.30, № 9. С.1689-1694.
8. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика. - М.: Связь, 2002. - 538 с.
9. О единственности решения уравнений Максвелла в области с импедансными граничными условиями./ Чаплин А.Ф.// Изв. Вузов СССР - Радиоэлектроника, 1967, 10, № 12. С. 1213-1214
10. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы.- М.: Наука, 1964. - 344 с.

Надійшла 20.09.2003
Після доробки 24.10.2003

Виходячи з енергетичних співвідношень, отримана інтегральна характеристика, яка описує імпедансні властивості круглого отвору у вузькій стінці прямокутного хвильоводу, та яка фізично є еквівалентним імпедансом. Проведено аналіз отриманих результатів.

Based on energetic relationship the integral characteristic describing impedance properties of a round hole in a narrow wall of a rectangular waveguide was received and it physically represents an equivalent surface impedance. The analysis of the received results was done.

В.И. Магро, В.М. Морозов, О.О. Рихтер

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПЛОСКОМ ЗОНИРОВАННОМ ЗЕРКАЛЕ

Рассмотрен общий подход к анализу явления дифракции на плоском зонированном зеркале. Анализируются фокусирующие свойства данной структуры. Экспериментально исследована структура дифрагированного поля.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возрос интерес к антеннам с плоской рабочей поверхностью [1, 2]. Данные антенны получили распространение в приемных установках систем спутникового телевидения. В некоторых случаях они могут конкурировать с традиционными параболическими антеннами. Интерес к таким антеннам обусловлен их определенными конструктивными и эксплуатационными преимуществами, невысокой стоимостью.

Целью данной работы является исследование характеристик антенны с плоским зонированным зеркалом. Такую антенну называют антенной Френеля (рис.1).

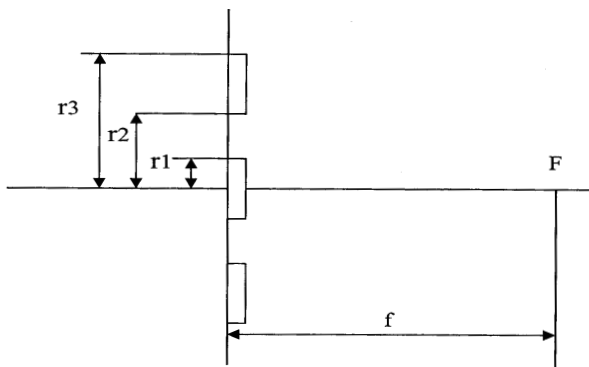


Рисунок 1

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Рассмотрим задачу дифракции электромагнитных волн на плоской кольцевой структуре методом интегральных уравнений. В общем случае задача дифракции электромагнитных волн на идеально проводящей незамкнутой поверхности S может рассматриваться как краевая задача уравнения Гельмгольца. При этом искомая функция (вектор вторичного поля A_m) должна удовлетворять уравнению Гельмгольца, граничным условиям, условию излучения и условию на ребре.

Возможен и другой подход к решению этой задачи, а именно, сведение ее к интегральным или интегродифференциальным уравнениям для плотности тока j , наведенного на поверхности S [3].

Пусть поверхности S_1, S_2, \dots, S_n представляют собой плоские кольца $a_q \leq r \leq b_q$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $z = z_q$. Обозначим через r_q , φ_q , z_q и ρ_p , ψ_p , ζ_p цилиндрические координаты точек $M_0 \in S_q$, $q = 1, 2, \dots, n$, и $M \in S_p$, $p = 1, 2, \dots, n$.

Составляющие j_{xq} и j_{yq} вектора плотности токов, наведенных на поверхности S_q , $q = 1, 2, \dots, n$, разложим в ряды Фурье

$$j_v(\rho, \psi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} j_v^{(m)}(\rho) e^{im\psi}; v = x, y.$$

Так как вторичный векторный потенциал A в точке $M \in S_q$ в рассматриваемом случае создается токами, текущими как по S_q , так и по остальным поверхностям, то имеют место соотношения

$$\begin{aligned} & \frac{i\omega\mu}{4\pi} \sum_{p=1}^{p=n} \int_{a_p}^{b_p} j_{xp}^{(m)}(\rho_p) \rho_p d\rho_p \int_0^{2\pi} \frac{e^{-ikL_{pq}}}{L_{pq}} \cos(m\beta) d\beta = \\ & = -i\omega \tilde{A}_{xq}^{(m)}(r_q) + C_{1q}^{(m)} J_m(kr_q) + \\ & + C_{2q}^{(m)} N_m(kr_q) - g_{1q}^{(m)}(r_q) + g_{2q}^{(m)}, \\ & a_q \leq r_q \leq b_q. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{i\omega\mu}{4\pi} \sum_{p=1}^{p=n} \int_{a_p}^{b_p} j_{yp}^{(m)}(\rho_p) \rho_p d\rho_p \int_0^{2\pi} \frac{e^{-ikL_{pq}}}{L_{pq}} \cos(m\beta) d\beta = \\ & = -i\omega A_{yq}^{(m)}(r_q) - id_{1q}^{(m)} J_m(kr_q) - \\ & - id_{2q}^{(m)} N_m(kr_q) + ig_{1q}^{(m)}(r_q), \\ & a_q \leq r_q \leq b_q, \end{aligned} \quad (2)$$

где $L_{pq} = \sqrt{r_q^2 + \rho_p^2 - 2r_q\rho_p \cos \beta + (z_p - z_q)^2}$;

$A_{xq}^{(m)}(r_q)$ и $A_{yq}^{(m)}(r_q)$ - m -е компоненты Фурье декартовых составляющих первичного векторного потенциала, вычисленного в точках поверхности S_q . Функции $g_{1q}^{(m)}(r_q)$ и $g_{2q}^{(m)}(r_q)$ определяются формулами

$$g_{1q}^{(m)} = \frac{1}{2} \left[\frac{m-1}{r_q} P_{1q}^{(m-1)}(r_q) - \frac{dP_{1q}^{(m+1)}(r_q)}{dr_q} \right];$$

$$g_{2q}^{(m)} = \frac{1}{2} \left[\frac{m-1}{r_q} P_{1q}^{(m-1)}(r_q) + \frac{dP_{1q}^{(m+1)}(r_q)}{dr_q} \right];$$

$$P_{1q}^{(m)} = \frac{\pi}{2} \left\{ J_m(kr_q) \int_{r_q}^{b_q} f_q^{(m)}(\rho_q) N(k\rho_q) \rho_q d\rho_q + \right. \\ \left. + N_m(kr_q) \int_{a_q}^{r_q} f_q^{(m)}(\rho_q) J_m(k\rho_q) \rho_q d\rho_q \right\}.$$

Функция $f_q^{(m)}$ представляет собой коэффициенты разложения функции $f_q(r, \varphi)$ в ряд Фурье вида

$$f_q(r, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_q^{(m)}(r) e^{im\varphi}.$$

Постоянные $C_{1q}^{(m)}, C_{2q}^{(m)}, d_{1q}^{(m)}, d_{2q}^{(m)}$ выражаются через постоянные $b_1^{(m\pm)}$ и $b_2^{(m\pm)}$. Постоянные $b_1^{(m)}$ и $b_2^{(m)}$ однозначно определяются из условий

$$j_{r_q}^{(m)}(a_q) = j_{r_q}^{(m)}(b_q) = 0, \quad (3)$$

где $j_{r_q}^{(m)}$ - m -я гармоника Фурье радиальной составляющей вектора плотности токов, наведенных на поверхности S_q .

Численное вычисление двойных интегралов вида (1), (2) от быстроосциллирующих функций сопряжено с некоторыми трудностями. Лишь в частном случае, когда плоская волна падает по нормали к плоскости, где расположены кольца, удастся привести интегралы, подобные (1) и (2), к однократному. Поэтому в большинстве практических случаев целесообразно рассматривать данную задачу в приближении геометрической оптики.

Будем рассматривать зональную антенну Френеля. Данная антенна строится путем закрытия половинок зон Френеля, дающих противофазный вклад. Тогда условие когерентного сложения излучений в фокусе f будет

$$f + \frac{k\lambda}{4} = f^2 + r_k^2,$$

где $k = 1, 3, \dots, N$, откуда радиусы чередующихся прозрачных и непрозрачных зон

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda f}{2} + \frac{k^2 \lambda^2}{16}}.$$

Фокусное расстояние зональной антенны изменяется по закону

$$f = \frac{r_N^2}{2k\lambda} + \frac{N\lambda}{2}. \quad (4)$$

Таким образом, как при изменении длины волны, так и при изменении числа колец, наблюдается изменение фокусного расстояния f . Роль второго слагаемого возрастает с увеличением длины волны, когда первый член уменьшается, а второй увеличивается. Если второй член выражения (3) становится больше первого, то антенна

превращается в рассеивающую. Фокусное расстояние равно нулю, когда $\lambda_0 = \frac{r_N}{N}$, т.е. при $\lambda > \lambda_0$ данная антенна является рассеивающей. При выполнении условия $\lambda > \lambda_0$ зональная антенна является собирающей. С учетом введенных обозначений выражение (3) можно переписать в следующем виде

$$f = \frac{N\lambda}{2} \left[\left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^2 + 1 \right].$$

Существенную роль в частотной характеристике антенны Френеля играет величина относительной апертуры D/λ , где $D = r_N$. Как показано в [4] условие неселективности антенны Френеля имеет вид

$$\frac{D}{f} \leq \frac{1,856}{\sqrt[3]{D/\lambda}}.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Экспериментально исследована структура дифрагированного поля на антенне Френеля с числом колец $N=3, 5, 7, 10$. Антенна рассчитана на диапазон частот 10.7 ... 11.7 ГГц. Исследовано распределение интенсивности поля вдоль оси структуры. Установлено, что положение максимума интенсивности на продольной оси зависит от длины волны (рис 2). Исследование структуры дифрагированного поля показало, что наблюдается некоторое смещение фокальной точки ("истинного фокуса"). Выполнено исследование поперечного распределения амплитуды поля в плоскости фокуса (рис. 3).

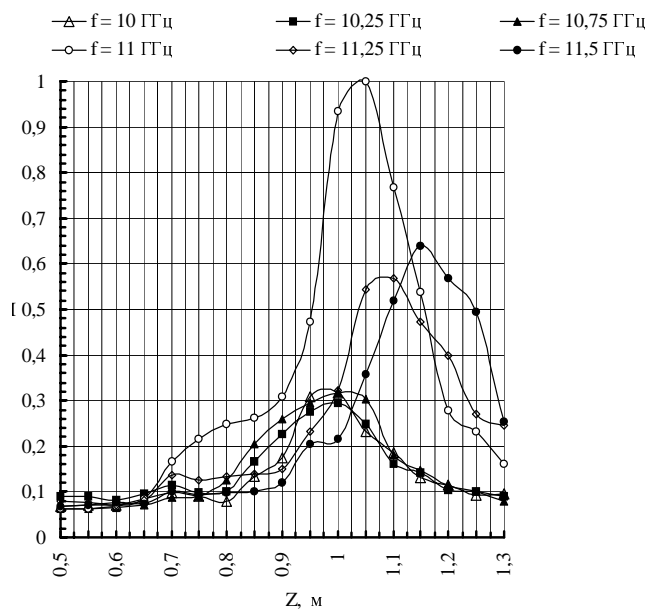


Рисунок 2 - Нормированное распределение амплитуды дифрагированного поля I вдоль оси антенны Z при $f = 10$ ГГц; 10,25 ГГц; 10,5 ГГц; 10,75 ГГц; 11 ГГц; 11,25 ГГц

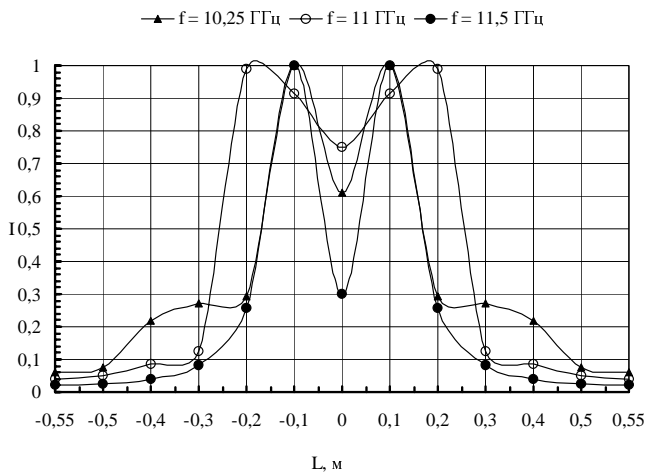


Рисунок - 3 - Нормированное распределение амплитуды поля I в плоскости, перпендикулярной к оси антенны на расстоянии $Z = 0,75$ м, при $f = 10,25$ ГГц; 11 ГГц; $11,5$ ГГц

Измерена диаграмма направленности структуры с $N=3, 5, 7, 10$. Результаты измерений совпадают с данными работ [5, 6]. Установлено, что ширина диаграммы направленности антенны Френеля лежит в пределах $8-10^0$. Измерения проведены для различных типов облучателей. Максимальный коэффициент направленного действия составлял 19.6.

УДК 537.813

В.М. Онуфрієнко

СКЕЙЛІНГОВІ ВЛАСТИВОСТІ РОЗПОДІЛІВ ЗАРЯДІВ У НАНОПОКРИТТЯХ ПОВЕРХОНЬ

Розроблена модель неоднорідної поверхні фрактального нанопокриття застосовується для зведення задачі про розподіл зарядів на складних геометричних носіях до задачі про α -розподіл проєкцій на однорідну поверхню тонких плівок з геометричними фрактальними сингулярностями. Узагальнено модель для визначення мультифрактальної міри заряду у вигляді моменту з відповідним показником фрактальності та порядком, що визначаються через показник Гольдера. Результати роботи можуть використовуватись для розв'язування задачі про управління електричним полем за рахунок варіювання скейлінгового показника у хвильових системах з поверхневим нанопокриттям.

ВСТУП

Відомі дослідження енергетичних спектрів електронів на однорідних поверхнях тонких плівок (див., наприклад, [1]) демонструють цілу гаму розмірнісних електронних ефектів, коли властивості об'єктів починають

ВЫВОДЫ

Исследования показали, что при увеличении числа элементов N в антенне Френеля ширина диаграммы направленности изменяется не существенно (не более чем на 20 %), однако при этом существенно возрастает величина коэффициента направленного действия.

Увеличение числа элементов N в антенне Френеля приводит к некоторому сужению рабочей полосы частот.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Fresnel antenna //IEEE Electronics and Wireless World. - 1989. - Vol. AP-24. - No. 9. - 8127 p.
2. Кронкевич В. П., Пальчикова И.Г. Современные зонные пластинки // Автометрия. - 1992. - № 1. - С. 57-61.
3. Захаров Е.В., Пименов Ю.В. Численный анализ дифракции радиоволн. - М.: Радио и связь, 1982. -184 с.
4. Базарский О. В., Колесников А.И., Хлявич Я.Л. Частотные свойства зонированных линз Френеля // Радиотехника и электроника. - 1980. - № 12. - С.2492- 2497.
5. Волошин О.И., Цалиев Т. А. Исследование частотных свойств антенн Френеля // Радиотехника. - 1995. - № 9. - С. 43 - 46. (Изв. высш. учеб. заведений).
6. Лещук И. И., Цалиев Т. А. Численный анализ линзовых антенн Френеля // Радиотехника. - 1998. - № 5. - С. 3 - 8. (Изв. высш. учеб. заведений).

Надійшла 19.09.2003
Після доробки 20.09.2003

Розглянуто загальний підхід до аналізу явища дифракції на плоскому зонірованому дзеркалі. Аналізуються фокусуєчі властивості даної структури. Експериментально досліджена структура дифрагованого поля.

The general approach to analysis of diffraction problems on sounded Fresnel antenna is considered. The frequency characteristics of Fresnel antenna are analyzed. The radiation characteristics of Fresnel antenna are considered.

залежати від ряду характеристичних розмірів при наближенні розмірів об'єктів до довжини хвилі Де Бройля (квантові плівки, нитки, точки і т.п.). Однак, класичні розмірні ефекти виявляються і у випадках значно більших розмірів об'єктів покриття із застосуванням високодисперсних частинок, структура котрих утворюється за рахунок використання порошкових технологій виготовлення конструкційних та магнітних матеріалів, керамічних композицій і т.д. Малі частинки мають розвинуті границі розділу та високу кривизну вільних поверхонь. Адсорбційні процеси на таких поверхнях можуть сильно впливати на радіофізичні властивості таких об'єктів.

Радіофізична наука вимагає на сучасному етапі розвитку усе більшої точності у постановках задачі про використання взаємодії електромагнітного поля з геомет-

рично та структурно неоднорідними поверхнями, гетерогенність яких обумовлюється виходом на поверхню граней кристалів з неоднаковою хімічною активністю у відношенні до зовнішнього середовища. Таку неоднорідність утворюють також виходи дислокацій та інших макроскопічних дефектів, що виникають у процесі виникнення поверхні або за інших активних впливів (ступінчастий ріст, пори, мікротріщини та ін.).

Розуміння реальної поверхні зазвичай пов'язується з моделлю шаруватої структури твердого тіла (металу) або напівпровідника, покритого плівкою власного окислу - діелектрика. Атомні, йонні та електронні процеси, що відбуваються при зовнішніх діях - деформації, накладання електромагнітних полів, адсорбції та ін., у багатьох випадках визначають функціонування перерахованих структур у різноманітних системах мікро-, опто- та акустoeлектроніки. Вибір фізичної моделі поверхні відіграє значну роль у сучасній нано- та молекулярній електроніці, коли фізика таких систем стає неадекватною фізиці масивних твердих тіл, а проблеми поверхневих явищ набувають все більшої актуальності.

Найпростішою моделлю опису властивостей поверхні взаємодії поля з речовиною ϵ , звичайно, модель однорідної поверхні. За цією моделлю покладається однорідність і усіх фізичних властивостей у площині поверхні (x, y) . Така поверхня характеризується середніми ефективними значеннями електричного поля, поверхневого заряду, потенціалу і т. д. Розглядається тільки зміна цих фізичних параметрів по нормалі до поверхні, за рахунок чого задача з тривимірної перетворюється в одновимірну. Перехід до систем зі зниженою розмірністю (кластери речовини, ниткоподібні структури, тонкі плівки: нуль-, одно- та двовимірні структури мікро- та нанoeлектроніки), коли розміри неоднорідних об'єктів наближаються до характеристичних довжин поля взаємодії (довжина хвилі, товщина скін-шару та ін.) демонструє наскільки грубим може бути у ряді випадків наближення однорідної поверхні, у зв'язку з чим виникає питання про правомірність застосування такого підходу. Стає зрозумілим, що говорячи про поверхню, слід розглядати її не як геометричну площину (x, y) , а як α -вимірну поверхневу фазу, ряд фізичних властивостей якої відмінний від об'ємних. У зв'язку з цим актуалізується застосування спеціальних математичних методів [2;3] з використанням прийомів фрактального геометричного аналізу [4] та апарату дробового інтегродиференціального числення [5].

Запропонована у роботах (див., наприклад, [6]) модель неоднорідної поверхні застосовується далі для зведення складної задачі про розподіл зарядів і струмів на фрактальних геометричних носіях до задач про α -розподіл проєкцій на однорідну поверхню тонких плівок з геометричними фрактальними сингулярностями.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

З дослідженням електромагнітного поля у матеріальному середовищі у вигляді наночастинок можливий розгляд двох основних задач. З одного боку, можлива пряма

взаємодія поля з матеріалом, настільки сильна, що у матеріалі виникають залишкові зміни або пошкодження. З іншого боку, взаємодія може бути достатньо слабкою і викликати тільки оборотні зміни, за яких встановлюються нові тимчасові умови рівноваги у мікроскопічній структурі матеріалу. В останньому випадку відбуваються зміна усереднених електромагнітних полів всередині та зовні тіла, вимірювання котрих дозволяє зробити висновки про макроскопічні електричні характеристики матеріального середовища.

Масштаб мікроскопічної структури визначимо деякою довжиною (діаметром) d_c , що характеризує просторовий розподіл частинок, моделлю яких виступає точкова множина. Вибір числового значення цієї довжини у значній мірі залежить від типу та структури розглянутого матеріалу. У твердих та рідких діелектриках d_c може презентувати міжатомні та міжмолекулярні відстані. Для матеріалів, у котрих середня довжина вільного пробігу визначає процес провідності, тобто для металів, газів і плазми, d_c презентує середню довжину вільного пробігу. У класичному підході для вимірювання протяжності мікроскопічної структури обирають масштабом довжину $d_c = 4 \cdot 10^{-10}$ м. Розділення внутрішньої області твердого або рідкого середовища на кубічні комірки зі стороною d_i утворює покриття області комірками, що містять у собі $N_i = (d_i/d_c)^3$ частинок. Можна також розділити тонкий шар на межі одного із середовищ на поверхневі комірки об'ємом $\Delta V_s = d_i^2 d_c$, у якому міститься $N_s = (d_i/d_c)^2$ частинок. Для твердих тіл і рідин $4 \cdot 10^{-3} \geq d_i \geq 4 \cdot 10^{-8}$ м, а для будь якого газу за нормального тиску і температури $d_i \geq 4 \cdot 10^{-6}$ м. Таким чином, за нормальних значень температури та тиску комірка для газів значно більша, ніж у рідин і твердих тіл, але все ж мала порівняно з макроскопічними відстанями. Однак для розріджених газів або розрідженої плазми, наприклад, за тиску в 0,01 мм рт. ст. довжина вільного пробігу дорівнює 1 см і є порівнюваною з макроскопічними відстанями.

Щоб спростити визначення макроскопічних точних характеристик електричних та механічних властивостей середовища доцільно математично моделювати його відповідні мікроскопічні характеристики. Практично кожна структурна одиниця замінюється суперпозицією її елементарних характеристик, локалізованих у точці, що презентує статистичне положення спокою. До таких характеристик відносяться маса, заряд, електричний дипольний момент, магнітний дипольний момент, електричний квадрупольний момент та ін. Набір характеристик, що входять у представлення структурної одиниці кожного виду, залежить від її мікроскопічної структури та необхідної точності макроскопічного опису середовища.

На відміну від мікроскопічної теорії середовища, де розглядаються великі числа дискретних атомів та молекул різної структури і різних характеристик, макроскопічна теорія має справу тільки із середніми

значеннями та ефектами. Якщо мікроскопічні характеристики слабо змінюються на відстанях, великих у порівнянні із середньою довжиною вільного пробігу (за виключенням випадків переходу через межу між різними матеріалами, де має місце швидка зміна), то відповідні усереднені макроскопічні характеристики можна представляти двома системами повільно змінюваних функцій щільності: одна (система об'ємних густин) характеризує внутрішні точки заповненої матеріалом області, а друга (система поверхневих густин) враховує особливі умови швидких змін у переходах через тонку межу на поверхні середовища або через межовий шар.

Необхідне геометричне згладжування контурів та поверхонь, що виникає у класичному підході до вимірювання протяжності гладких або кусково-гладких ліній та поверхонь, призводить до алгебраїчного визначення границь довжин вписаних у контур прямолінійних відрізків, що дає можливість визначати диференціал гладкої лінії та її довжину застосуванням формул інтегрування. Спроби запровадження такого підходу у задачах вимірювання протяжності точкових множин, "шорстких", сильно порізаних, пористих контурів призводить до наступного: довжина таких топологічно одновимірних множин дорівнює нескінченності, а площа - нулю, для інших множин площа дорівнює нескінченності, а об'єм - нулю. Звичайно, ця проблема виникає і у спробах застосування класичного аналізу для визначення протяжності множин зарядів і струмів у сильно структурованих середовищах, включення яких мають великі кількості частинок речовини, розділених просторово на відстані, порівнювані з діаметром виділеної неоднорідності.

Поняття фрактальної розмірності D і фрактальної міри H^α базуються на означенні Хаусдорфа - Безиковича, центральне місце у якому займає поняття відстані між точками у просторі. Для визначення розмірності фрактальної сильно структурованої плівки з різним поточковим розподілом заряду покритої її простими компактними (прямолінійними відрізками, квадратами, прямокутниками, кругами) з подальшим вимірюванням відстані між ними.

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНА МІРА ЗАРЯДІВ

Об'єднання фракталів різних розмірностей (мультифракталів) мають нетривіальні властивості у порівнянні з фракталами. Визначимо так звану мультифрактальну міру розподілів зарядів і струмів на фрактальному геометричному носію у вигляді нанопокриття площини.

Застосування розбиття на гіперкуби з ребром δ з подальшим підрахуванням числа $N(\delta)$ кубів, що містять в усякому разі одну точку множини Q дає грубу оцінку міри множини, а число $N(\delta)$ не несе у собі ніякої інформації про структурні особливості такої множини. Вихід з такої ситуації запропоновано у вигляді застосування згортання міри та розгляду неоднакової масштабності множини (див., наприклад, [7]).

Нехай фрактальна множина заряду Q , що складається з N точкових зарядів, має в i -тій комірці розбиття

N_i точкових зарядів, що відображають розподіл міри на множині. Для i -тої комірки введемо відносну густину $q_i = N_i/N$ і побудуємо міру заряду у вигляді моменту з показником d та порядком β :

$$Q^d(\beta, \delta) = \sum_{i=1}^N q_i^\beta \delta^d = \begin{cases} 0, & d > \tau(\beta); \\ \infty, & d < \tau(\beta). \end{cases}$$

Така міра характеризується показником $d = \tau(\beta)$ таким, що вона не перетворюється в нуль і нескінченність, коли $\delta \rightarrow 0$.

Зважене число комірок покриття дорівнює

$$N(\beta, \delta) = \sum_i q_i^\beta \sim \delta^{-\tau(\beta)},$$

звідки знаходиться показник

$$\tau(\beta) = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\beta, \delta)}{\ln \delta}. \quad (1)$$

Нульове значення моменту заряду дає $N(\beta=0, \delta) = N(\delta)$ - число комірок, що утворюють покриття, а $\tau(0)$ - фрактальна розмірність множини заряду.

Вибір великих значень у виразі $\tau(\beta)$ сприяє урахуванню густини заряду з відносно більшими значеннями q_i (для $\beta \gg 1$ та $q_i \gg q_j$, $q_i^\beta \gg q_j^\beta$) Навпаки, вибір $\beta \ll 1$ підвищує урахування вкладу комірок з відносно малими значеннями міри q_i .

Для граничних значень β :

$$\left. \frac{d\tau(\beta)}{d\beta} \right|_{\beta \rightarrow \infty} = -\lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln q_{\infty}}{\ln \delta} = -\alpha_{\max},$$

$$\left. \frac{d\tau(\beta)}{d\beta} \right|_{\beta \rightarrow 0} = -\lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln q_{\infty}}{\ln \delta} = -\alpha_{\min},$$

а у загальному випадку показник Ліпшиця-Гольдера

$$\alpha = -\frac{d\tau}{d\beta} \quad (\text{див., наприклад, [7]}).$$

Послідовність показників β зв'язується з кривою значень показника α загальною функціональною залежністю $f(\alpha)$. Для фрактальних підмножин з фрактальною розмірністю $f(\alpha)$ число відрізків довжиною δ , необхідне для покриття множини Q^α з індексом α в інтервалі $(\alpha, \alpha + d\alpha)$ дорівнює

$$N(\alpha, \delta) = \sigma(\alpha) d\alpha \cdot \delta^{-f(\alpha)},$$

де $\sigma(\alpha)$ - число множин від Q^α до $Q^{\alpha+d\alpha}$. Міра множини зарядів

$$Q^d(\beta, \delta) = \int \sigma(\alpha) d\alpha \cdot \delta^{-f(\alpha)} \delta^{\alpha\beta} \delta^d = \int \sigma(\alpha) d\alpha \cdot \delta^{\alpha\beta - f(\alpha) + d}.$$

Інтеграл у правій частині мажоруюється інтегралом з заміною підінтегрального виразу максимальним значенням, таким, для якого

$$\frac{d}{d\alpha} \{ \alpha\beta - f(\alpha) \} \Big|_{\alpha=\alpha(\beta)} = 0 . \quad (2)$$

Отже, інтегральний вираз для $Q^d(\beta, \delta)$ визначається асимптотичною формулою

$$Q^d(\beta, \delta) \sim \delta^{\beta\alpha(\beta) - f(\alpha(\beta)) + d} .$$

Міра $Q^d(\beta, \delta)$ залишається скінченною у границі при $\delta \rightarrow 0$, коли

$$d = \tau(\beta) = f(\alpha(\beta)) - \beta\alpha(\beta) , \quad (3)$$

де $\alpha(\beta)$ - розв'язок рівняння (2). Таким чином, показник d фрактальності заряду визначається через показник Ліпшица-Гольдера $\alpha(\beta)$ і фрактальну розмірність $f(\alpha(\beta))$ множини носія цього показника.

Використання (2) та (3) для відомого показника $\tau(\beta)$ надає можливість визначити показник Ліпшица-Гольдера та $f(\alpha(\beta))$:

$$\begin{cases} \alpha(\beta) = -\frac{d}{d\beta} \tau(\beta), \\ f(\alpha(\beta)) = \beta \cdot \alpha(\beta) + \tau(\beta). \end{cases} \quad (4)$$

Формально рівняння (4) задають перетворення Лежандра від незалежних змінних (τ, β) до незалежних змінних (f, α) . Вони визначають параметричне представлення кривої (f, α) - фрактальної розмірності носія сингулярностей заряду з показником Ліпшица-Гольдера.

Для узагальнення моделі фрактального заряду Q розглянемо його конструкцію на множині з перетворенням подібності Q_1, Q_2, \dots, Q_n таким, що має місце представлення $Q = Q_1(Q) \cup Q_2(Q) \dots \cup Q_N(Q)$ з парним неперетином $Q_i(Q)$. Виберемо таке мале додатне число ϵ_0 , щоб попарно не перетинались дилатації $Q_1(Q) + \epsilon_0, Q_2(Q) + \epsilon_0, \dots, Q_N(Q) + \epsilon_0$.

Якщо $N(Q, \epsilon)$ - кількість куль з радіусом ϵ , необхідних для покриття заряду Q , то для $\epsilon < \epsilon_0$ маємо

$$N(Q, \epsilon) = N(Q_1(Q), \epsilon) + N(Q_2(Q), \epsilon) + \dots + N(Q_N(Q), \epsilon) .$$

За допомогою $Q_i^{-1} \epsilon$ -покриття множини $Q_i(Q)$ перетворюється в $\frac{1}{r_i} \epsilon$ - покриття Q з коефіцієнтами подібності r_i . Отже,

$$\begin{aligned} N(Q_i(Q), \epsilon) &= N(Q, \frac{1}{r_i} \epsilon), \\ N(Q, \epsilon) &= N(Q, \frac{1}{r_1} \epsilon) + N(Q, \frac{1}{r_2} \epsilon) + \dots + N(Q, \frac{1}{r_N} \epsilon) , \end{aligned}$$

що з урахуванням $N(Q, \epsilon) \sim \frac{c}{\epsilon^\alpha}$ можна перетворити в

$$c\epsilon^{-\alpha} = c r_1^\alpha \epsilon^{-\alpha} + c r_2^\alpha \epsilon^{-\alpha} + \dots + c r_N^\alpha \epsilon^{-\alpha} \text{ або} \\ r_1^\alpha + r_2^\alpha + \dots + r_N^\alpha = 1 .$$

Якщо усі r_1, r_2, \dots, r_N перетворень Q_1, Q_2, \dots, Q_N належать інтервалу $(0;1)$, то розв'язок останнього рівняння називають розмірністю подібності множини Q . При цьому знімається вимога про неперетинність $Q_i(Q)$ і питання про розмірність фрактальної множини з розбиттям на суміжні підмножини з точковими зарядами на спільній границі підмножин за рахунок того, що α -міра Хаусдорфа усіх попарно перетинних множин дорівнює нулю.

Визначимо властивості розподілу мультифрактальної міри Q^d додатних точкових зарядів, розподілених на носію L у вигляді канторової множини, побудованої за наступним алгоритмом. У $n + 1$ -му поколінні кожний з відрізків ділиться на дві частини - меншу, з відносною довжиною l_0 , та більшу - з відносною довжиною l_1 , а середня частина - вирізається. Меншій частині ставиться у відповідність частку Q_0 міри попереднього n -го покоління, а більшій частині - частку Q_1 тієї ж міри.

У n -ному поколінні маємо $\binom{n}{k}$ відрізків з довжиною $l_0^k l_1^{n-k}$ і зарядом $Q_i = Q_0^k Q_1^{n-k}$, а міра Q^d визначається як

$$Q^d(\beta, \delta) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (Q_0^\beta l_0^d)^k (Q_1^\beta l_1^d)^{n-k} = (Q_0^\beta l_0^d + Q_1^\beta l_1^d)^n .$$

Ця міра є скінченною з $\delta = l_1^n$, $n \rightarrow \infty$ у тому і тільки тому випадку, якщо вибирати $d = \tau(\beta)$, де $\tau(\beta)$ - розв'язок рівняння

$$Q_0^\beta l_0^{\tau(\beta)} + Q_1^\beta l_1^{\tau(\beta)} = 1 .$$

Для точкового фрактального заряду $Q = Q_1 - Q_2$, додатного ($Q_1 > Q_2$, $1 = \frac{Q_1}{Q} - \left(\frac{Q_1}{Q} - 1\right)$) або від'ємного

($Q_1 < Q_2$, $1 = \frac{Q_1}{Q} - \left(\frac{Q_1}{Q} - 1\right)$), зосередженого на фрак-

тальній множині точок відрізка у розглядуваному мультиплікативному біноміальному процесі, число відрізків покриття з довжиною (див., наприклад, [7]) визначається у вигляді

$$\begin{aligned} N(\beta, \delta) &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left(\frac{Q_1}{Q}\right)^{\beta k} \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)^{\beta(n-k)} = \\ &= \left(\left(\frac{Q_1}{Q}\right)^\beta + \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)^\beta \right)^n . \end{aligned}$$

З урахуванням (1) маємо

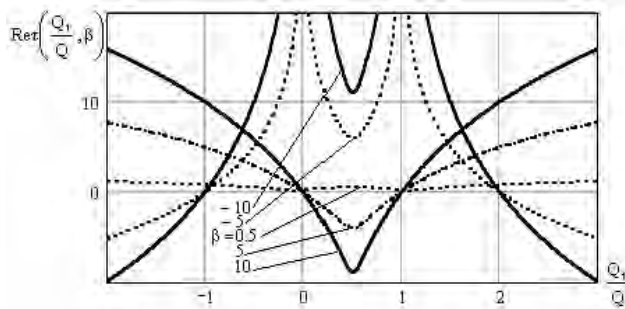
$$\tau\left(\frac{Q_1}{Q}, \beta\right) = \frac{\ln\left(\left(\frac{Q_1}{Q}\right)^\beta + \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)^\beta\right)}{\ln 2}.$$

ЧИСЕЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

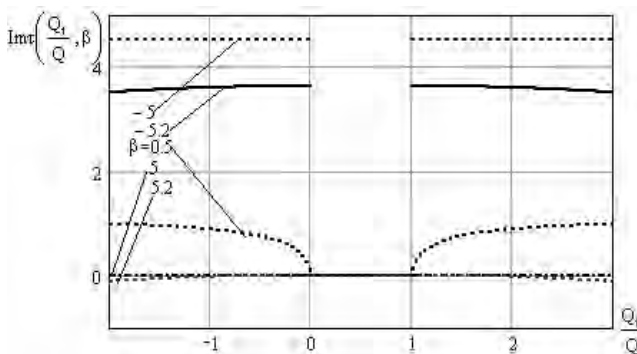
На рис.1 показана розрахована залежність дійсної $\text{Re}\tau\left(\frac{Q_1}{Q}, \beta\right)$ та уявної $\text{Im}\tau\left(\frac{Q_1}{Q}, \beta\right)$ частин показника заряду як функції відношення $\frac{Q_1}{Q}$ біноміального мультиплікативного процесу.

Для $0 \leq \frac{Q_1}{Q} \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ усі значення показника заряду належать інтервалу $[0;1]$ (результат збігається з даними [7]), для інших відмічаємо можливість управління цим показником за рахунок варіювання $\frac{Q_1}{Q}$ та β .

Для інтервалу $0 \leq \frac{Q_1}{Q} \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ уявна частина показника заряду дорівнює нулю.

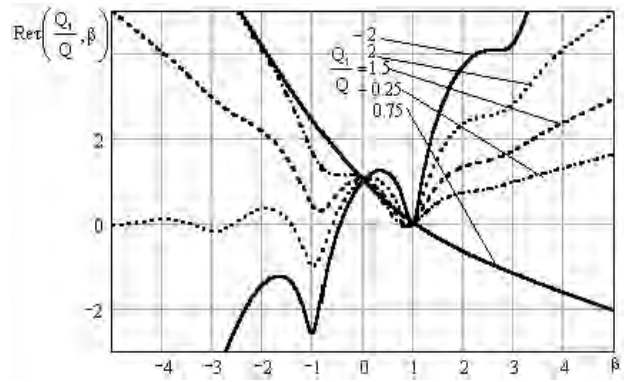


a)

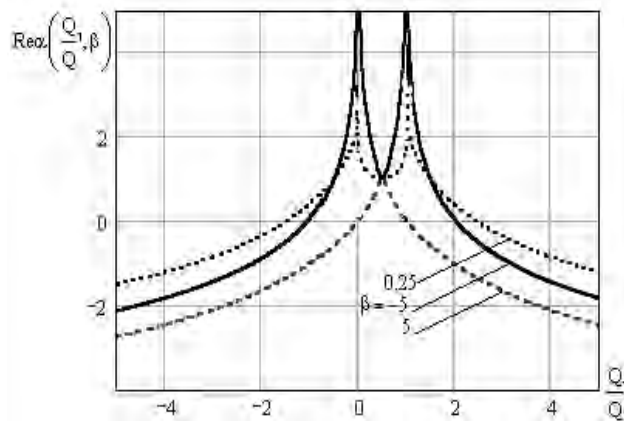


б)

Рисунок 1 - Дійсна (а) та уявна (б) частини показника заряду у мультиплікативному процесі



a)



б)

Рисунок 2 - Залежність дійсної частини показника заряду від β (а) та Q_1/Q_2 (б)

На рис.2 а) показана розрахована залежність дійсної $\text{Re}\tau\left(\frac{Q_1}{Q}, \beta\right)$ частини показника заряду як функції порядку β моменту біноміального мультиплікативного процесу. Значення розмірності носія $\tau(0) = 1$ (одиночного відрізка) одержуємо, коли $\beta = 0$, а $\beta = 1$ відповідає показнику заряду $\tau(1) = 0$, що узгоджується з відомими даними [7]. Рис.2 б) демонструє наявність екстремальних значень дійсної частини показника Ліпшиця-Гольдера α в інтервалі $0 \leq \frac{Q_1}{Q} \leq 1$ (уявна частина α у цьому інтервалі відсутня).

ВИСНОВКИ

У класичній теорії після вводу структури матерії у вигляді сукупності електричних зарядів (електронів і протонів) ставиться питання про те, чи може система таких зарядів знаходитись у стійкій статичній рівновазі, чи в атомах і молекулах усіх тіл ці заряди повинні знаходитись у стані неперервного руху. У руслі роз-

глянутого питання про мультифрактальне моделювання сукупностей додатних та від'ємних зарядів на фрактальних та дофрактальних носіях у вигляді нанопокриття поверхонь проблема можливостей конструювання стійких конфігурацій зарядів набуває особливого значення.

Досліджена модель зарядів і струмів у неоднорідному середовищі, яка ґрунтується на урахуванні скейлінгових співвідношень у вимірюванні протяжності неоднорідної множини точок та виявлені скейлінгові властивості фрактальності поверхневої неоднорідності дозволяють усвідомити постановку ряду технологічних задач про конструювання керованого покриття за рахунок створення активних та реактивних фрактальних ділянок з мультифрактальною мірою.

Результати роботи можуть використовуватись для розв'язування актуальних задач про управління електричним полем у хвилеводних системах з поверхневим нанопокриттям за рахунок варіювання скейлінгового показника, що характеризує ступінь фрактальності покриття.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Киселев В.Ф., Козлов С.Н., Зотеев А.В. Основы физики поверхности твердого тела.-М.: МГУ,1999.-284 с.
2. Onufrienko V.M. On "a-features" of electrical waves above impedance plane// Proceedings 12 International. Conference on Microwaves & Radar.-V.1.- Krakov (Poland).-1998.- PP. 212-215.
3. Онуфрієнко В.М. Диферентіальні форми у хаусдорфовій метриці на фрактальних множинах // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. - 2002. -№ 2 (8). - С.31-35.
4. Falconer K.J. The Geometry of Fractal Sets. Cambr. Univ.

5. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. - 688с.
6. Onufriyenko V. M. Integro-Differential Charges and Currents Distribution on the Fractal Medium Topology // Conf. Proc. International Conference of Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2002). - V.2. - Kiev, Ukraine, 2002. - PP. 382-384.
7. Федер Е. Фракталы: Пер. с англ. - М.: Мир, 1991. - 254с.

Надійшла 09.10.2003

Разработанная модель неоднородной поверхности фрактальных нанопокрывтий применяется для сведения задачи о распределении зарядов на сложных геометрических носителях к задачам об α -распределениях проекций на однородную поверхность тонких пленок с геометрическими фрактальными сингулярностями. Обобщена модель для определения мультифрактальной меры заряда в виде момента с соответственным показателем фрактальности и порядком, которые определяются через показатель Гельдера. Результаты работы могут быть использованы для решения задач об управлении электрическим полем за счет варьирования скейлингового показателя в волноводных системах с поверхностным нанопокрывтием.

The designed model of the heterogeneous surface with fractal nano-cover is applied for reduction problems about support of charges to the composite geometrical supporter to problems about α -allocations of projections to the homogeneous surface thin skin with geometrical fractal singularity. The model for definition multifractal measure of a charge as the moment with a corresponding fractal exponent and the order which are defined through exponent Helder is extended. Effects of operation may be used for the solution of problems on guidance of an electric field due to a variation an scaling exponent in wave propagation systems with the surface nanocover.

УДК 537.876.23

В.М. Онуфрієнко, Т.О. Штефан

ИНТЕГРОДИФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТОРОВОЙ ФРАКТАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПЛАЗМОИДОВ

Пропонується модель зарядів та α -польних моментів для дослідження просторових властивостей плазмоїдів (неоднорідного фрактального заповнення деякої області згустками однорідної плазми). За допомогою інтегродиференціального числення задача зводиться до класичного розгляду однорідного заповнення області речовиною (плазмою), але у термінах α -характеристик радіус-вектора положення для однорідної множини. Виявлено вплив негомогенної структури плазмоїда на величину діелектричної проникності та можливість управління.

ВСТУП

Основною проблемою застосування електромагнітної теорії до заповнених матеріальним середовищем тіл та

областей виступає розробка методу для прогнозування результатів експериментальних спостережень та вимірювань. Для цього на основі теоретичної моделі складається математична модель середовища, що достовірно описує усі спостережувані електричні та механічні характеристики, але, водночас, простіша від тієї, що надає атомна теорія. Необхідну модель можна одержати шляхом прийняття допустимих спрощень атомної картини середовища, що складається з атомів і молекул, побудованих з електронів, протонів і нейтронів. Для більшості макроскопічних явищ подробиці форми та будови цих елементарних частинок не мають важливого значення і можна обмежуватись уявленням про них у вигляді невеликих мас і зарядів, що зосереджуються у деяких фізичних дискретних точках (геометрично-фракталь-

них) (див., наприклад, [1]).

Необхідне геометричне згладжування контурів та поверхонь, що виникає у класичному підході до вимірювання протяжності гладких або кусково-гладких ліній та поверхонь, призводить до алгебраїчного визначення границь довжин вписаних у контур прямолінійних відрізків, що дає можливість визначати диференціал гладкої лінії та її довжину застосуванням формул інтегрування. Спроби запровадження такого підходу у задачах вимірювання протяжності точкових множин, "шорстких", сильно порізаних, пористих контурів призводить до наступного: довжина таких топологічно одновимірних множин дорівнює нескінченності, а площа - нулю, для інших множин площа дорівнює нескінченності, а об'єм - нулю.

Звичайно, ця проблема виникає і у спробах застосування класичного аналізу для визначення протяжності множин зарядів і струмів у сильно структурованих середовищах, таких, як плазма у нескінченному просторі або у областях згущення - плазмоїдах. Такі негомогенні структури мають включення у вигляді великої кількості частинок речовини, розділених просторово на відстані, порівнювані з діаметром виділеної неоднорідності.

Відому методику наближення некоординатних меж областей визначення поля за допомогою покриття простими компактими (прямокутниками, кругами, еліпсами і т.інш.) [2] будемо використовувати далі для дослідження одного з основних математичних аспектів теорії фракталів, яким є питання про збіжність до фракталу утвореної послідовності множин. Для цього необхідне вимірювання відстані між компактними множинами, тобто введення відповідної метрики.

Розгляд фрактальних множин у метриці Хаусдорфа дозволяє порівнювати величину хаусдорфової розмірності $d_H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)}$ (r - сторона куба покриття, $N(r)$ - кількість кубів, до яких потрапляє хоча б одна точка фрактальної множини) з показником порядку α дробового інтегро-диференціала

$$({}_a I_x^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt,$$

конструкція якого виникає у задачі про визначення протяжності фрактальної множини, що є моделлю для опису просторової неоднорідності.

Виявлені таким чином зв'язки дають можливість означити поняття інтегро-диференціальної α - форми довжини (площі та об'єму)

$$d^\beta(l-a) = D^\beta(l-a)dl = \frac{1}{\Gamma(2-\beta)} \frac{1}{(l-a)^{\beta-1}} dl = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(l-a)^{1-\alpha}} dl, \quad \alpha = 2-\beta, \quad 0 < \beta < 1.$$

та виявити спектр її застосування для розв'язування задач фрактальної теорії поля та електродинаміки [3].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо окремий випадок неоднорідного заповнення області простору речовиною у вигляді системи заряджених частинок (електронів, іонів та нейтральних атомів) - плазми (частково або повністю іонізованого газу за наявності електромагнітного поля, що гармонічно коливається).

Відомо (див., наприклад, [4]), якщо зовнішнє поле прикладається до матеріалу, що складається з полярних множин з випадковою орієнтацією, то на множини діє механічний момент, що прагне направити осі поляризації множини паралельно застосовному електричному полю. Сили, що повертають множини до випадкових орієнтацій, у першу чергу є теплого походження і тому сильно залежать від температури.

Основною мікроскопічною характеристикою поляризованої множини незалежно від механізму поляризації (поляризація постійна, обумовлена внутрішньою будовою, або тимчасова, індукована зовнішнім електричним полем) є α -польний момент, що виникає внаслідок мікроскопічного розділення центрів додатних і від'ємних зарядів і розміщенням їх вздовж деякої осі.

Математично α -польний момент поляризованої нейтральної множини визначимо формулою

$$\vec{p}^\alpha(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N q_i (\vec{r}_i^\alpha - \vec{r}_{0i}^\alpha) = Q \vec{d}^\alpha, \quad (1)$$

де підсумовування проводиться по всіх зарядах у множині, а \vec{r}_i^α - вектори, що проведені з центра множини до зарядів. Член $Q \vec{d}^\alpha$ справа - це α -польний момент еквівалентного α -поля, що складається з усіх, що входять у склад множини, додатних і від'ємних зарядів, сконцентрованих у своїх центрах, що розділені вектором \vec{d}^α , проведеного з центра від'ємних зарядів до центра додатних зарядів.

Спостереження за тим, що відбувається з зарядами (струмами) та електричними (магнітними) моментами за малих переміщень стінок комірок при розбиттях на поверхневі та об'ємні комірки (див.[5]), надають можливість виявити існування деяких інваріантних величин, що не залежать від способу розділення на комірки, якщо середовище складається з нейтральних множин з сильно зв'язаними зарядами (круговими струмами). Для нашої моделі опису фрактальної неоднорідності плазмоїдів такими величинами є: в середині об'єму - густина зарядів $\rho_s^\alpha(\vec{r}) = -\text{div} \vec{P}^\alpha(\vec{r})$ та струмів

$$\vec{J}_s^\alpha(\vec{r}) + \text{rot} \vec{M}^\alpha(\vec{r}); \quad (2)$$

на поверхні - густина зарядів $\eta_s^\alpha(\vec{r}) + \vec{n} \cdot \vec{P}^\alpha(\vec{r})$ та струмів

$$\vec{K}_s^\alpha(\vec{r}) - \vec{n} \times \vec{M}^\alpha(\vec{r}), \quad (3)$$

де \vec{n} - зовнішня нормаль до гладкої поверхні області на яку проєктуються вектори електричного $\vec{P}^\alpha(\vec{r})$ та магнітного $\vec{M}^\alpha(\vec{r})$ α -польних моментів.

Якщо всі заряди залишаються у статистичному положенні спокою, як в електростатиці, або беруть участь у рівномірному упорядкованому русі постійних струмів, усі густини не залежать від часу і є тільки функціями координат. Нестационарні умови виникають в області плазмоїда, коли густини є функціями не тільки координат, але і часу: внутрішні точки області характеризують об'ємні густини (2), а поверхню і межі описують функції поверхневих густин (3). Для виконання умови збереження електричного заряду у структурованому неоднорідному середовищі (що характеризується скейлінговим показником α)

$$\operatorname{div} \vec{J}^\alpha(\vec{r}, t) + \frac{\partial \rho^\alpha(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

необхідно узагальнити залежну від часу об'ємну густину усього заряду, що рухається, додаванням члена $\partial \vec{P}^\alpha(\vec{r}, t) / \partial t$ (як і у класичному випадку, див. [5]). Тоді в усіх внутрішніх точках області інваріантні густини зарядів (струмів) записуються у вигляді

$$\vec{\rho}^\alpha(\vec{r}, t) = \rho^\alpha(\vec{r}, t) - \operatorname{div} \vec{P}^\alpha(\vec{r}, t),$$

$$\vec{J}^\alpha(\vec{r}, t) = \vec{J}^\alpha(\vec{r}, t) + \operatorname{rot} \vec{M}^\alpha(\vec{r}, t) + \partial \vec{P}^\alpha(\vec{r}, t) / \partial t.$$

Використаємо далі введені моделі зарядів та α -польних моментів для дослідження просторових властивостей плазмоїдів, що мають вигляд неоднорідного фрактального заповнення деякої області згустками однорідної плазми. Як зазначалось раніше, цей випадок за допомогою інтегродиференціального числення зводиться до розгляду класичної задачі про однорідне заповнення області речовиною (плазмою), але у термінах α -характеристик радіус-вектора положення однорідної множини (згустку з суцільним розподілом заряду). Такий підхід дозволить виявити вплив негомогенної структури плазмоїда на величину діелектричної проникності та уявити фізичні властивості узагальненої моделі у випадку поглинання енергії у плазмі за рахунок зіткнення зарядів з важкими частинками.

ПРОСТОРОВА ФРАКТАЛЬНА НЕОДНОРІДНІСТЬ ПЛАЗМОЇДІВ

Рух у плазмоїді кожного згустку заряду Q і маси m під дією електричного поля $E = E_m \cos(\omega t + \varphi)$ описується рівнянням

$$\frac{Q}{m} E_m \cos(\omega t + \varphi) = \frac{d^2}{dt^2} (r_0 D_r^\alpha r^{(\alpha)}), \quad (5)$$

Розв'язок цього рівняння знаходимо у термінах α -характеристик радіус-вектора положення заряду

$$r_0 D_r^\alpha (r^{(\alpha)} - r_0^{(\alpha)}) = v_0^{(\alpha)} t - \frac{Q E_m \cos(\omega t + \varphi)}{m \omega^2}, \quad (6)$$

причому функція $r_0 D_r^\alpha (r^{(\alpha)} - r_0^{(\alpha)}) = v_0^{(\alpha)} t$ характеризує положення згустку ("товстої" фрактальної точки) у плазмоїді за відсутністю поля.

З урахуванням властивостей інтегродиференціалів з (6) знаходимо

$$r^{(\alpha)} - r_0^{(\alpha)} = \frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \left[v_0^{(\alpha)} t - \frac{Q E_m \cos(\omega t + \varphi)}{m \omega^2} \right] (r^{(\alpha)} - r_0^{(\alpha)})^\alpha,$$

і відтворюємо α -характеристику радіус-вектора

$$r^{(\alpha)} - r_0^{(\alpha)} = \left[\frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \left(v_0^{(\alpha)} t - \frac{Q E_m \cos(\omega t + \varphi)}{m \omega^2} \right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (7)$$

Помічаємо, що значення скейлінгового параметра $\alpha = 0$ відповідає класичній моделі однорідної плазми (див., напр., [4]), коли $r^{(\alpha)} = r$, $r_0^{(\alpha)} = r_0$, гама-функція Ейлера $\Gamma(1) = 1$.

Для згустків плазмоїда у вигляді нейтральної системи зарядів (число електронів та від'ємних іонів дорівнює числу позитивних іонів) за (1) з урахуванням (7) обчислюємо електричний момент довільного елемента об'єму $\Delta V^{(\alpha)}$ плазмоїда

$$p^{(\alpha)}_{\Delta V^{(\alpha)}} = \sum_i^{(\Delta V^{(\alpha)})} Q_i \left[\frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \left(v_0^{(\alpha)} t - \frac{Q_i E_m \cos(\omega t + \varphi)}{m \omega^2} \right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

де індекс i означає підсумовування по всіх частинках з зарядами Q_i всередині $\Delta V^{(\alpha)}$. Після переходу до комплексних амплітуд з рахуванням того, що всі заряди однакові за абсолютною величиною і дорівнюють заряду Q_i , а іони - одновалентні), маємо

$$\dot{p}^{(\alpha)}_{m \Delta V^{(\alpha)}} = \left(- \frac{Q^{2-\alpha} N_{\Delta V^{(\alpha)}} \dot{E}_m}{m \omega^2 \Gamma(1+\alpha)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

Якщо не брати до уваги вплив іонів, з їх масами, що дуже великі у порівнянні з масою електрона, то для плазмоїда з зарядом Q і масою m маємо

$$\dot{p}^{(\alpha)}_m = \left(\frac{(-Q)^{2-\alpha} \dot{N} \dot{E}_m}{m \omega^2 \Gamma(1+\alpha)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (8)$$

де $N_{\Delta V^{(\alpha)}}$ - число електронів в об'ємі $\Delta V^{(\alpha)}$.

Граничним переходом в (8) визначається комплексна амплітуда вектора поляризації середовища плазмоїда

$$\dot{P}_m^{(\alpha)} = \left(\frac{(-Q)^{2-\alpha} \tilde{N} \dot{E}_m}{m\omega^2 \Gamma(1+\alpha)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (9)$$

(\tilde{N} - число електронів у відношенні до одиниці об'єму).

Одержаний результат надає можливість характеризувати плазмоїд за допомогою електричної сприйнятливості $\dot{\chi}^{(\alpha)}$ та діелектричної проникності $\dot{\epsilon}^{(\alpha)}$, які вводяться за загальною схемою (див., напр., [4]) і обчислюються з урахуванням (9) за формулою

$$\dot{\epsilon}^{(\alpha)} = \epsilon_0 (1 + \dot{\chi}^{(\alpha)}) = \epsilon_0 - \left(\frac{(-Q)^{2-\alpha} \tilde{N}}{m\omega^2 \Gamma(1+\alpha)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

звідки відносна проникність

$$\epsilon_r^{(\alpha)} = 1 - \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{(-Q)^{2-\alpha} \tilde{N}}{m\omega^2 \Gamma(1+\alpha)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

За аналогією з класичним випадком суцільної плазми, одержуємо для плазмоїда, неоднорідність якого характеризується скейлінговим показником α , формулу для відносної діелектричної проникності

$$\epsilon_r^{(\alpha)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^{2/(1-\alpha)}}, \quad \text{де } \omega_p^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{(-Q)^{2-\alpha} \tilde{N}}{m\Gamma(1+\alpha)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

а параметр ω_p^2 можна називати плазмоїдною частотою.

ЧИСЕЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

На рис.1 представлено залежність від частоти радіус-вектора, що визначає просторову неоднорідність плазмоїда і обчислюється за формулою (7). Суцільна крива 1 відповідає значенню скейлінгового показника $\alpha = 0$ і збігається з результатами розрахунків радіус-вектора за класичною моделлю суцільної плазми.

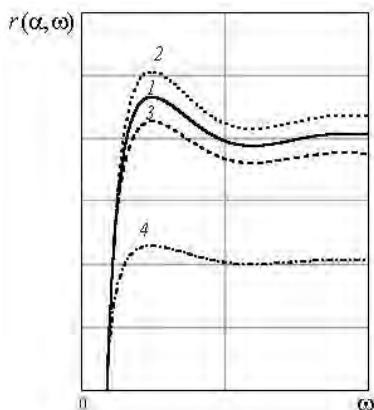


Рисунок 1 - Радіус-вектор характеристики просторової неоднорідності плазмоїда у залежності від частоти

Видно, що варіювання скейлінгового показника надає можливості управління просторовою неоднорідністю плазмоїда (крива 2 відповідає значенню $\alpha = 0, 1$; крива 3 - значенню $\alpha = -0, 1$; крива 4 - значенню $\alpha = -0, 6$).

Можливість варіювання у широких межах просторової неоднорідності радіус-вектора за допомогою зміни скейлінгового показника α показана на рис.2.

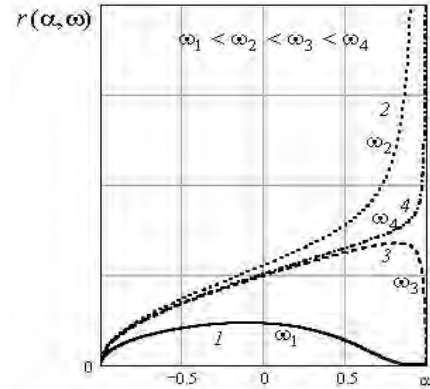


Рисунок 2 - Скейлінгові властивості радіус-вектора просторової неоднорідності плазмоїда

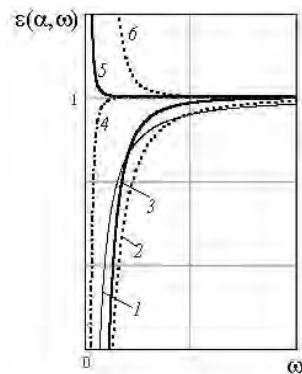


Рисунок 3- Залежність дійсної частини діелектричної проникності фрактального плазмоїда ω від частоти для різних значень скейлінгового показника α (крива 1 - для $\alpha = -0, 5$; 2 - $\alpha = 0$ - (класична модель плазми); 3 - $\alpha = 0, 2$; 4 - $\alpha = 0, 332$; 5 - $\alpha = 0, 334$; 6 - $\alpha = 0, 5$).

Рис.3 та Рис.4 демонструють відповідно вплив просторової неоднорідності плазмоїда на величину відносної діелектричної проникності $\dot{\epsilon}_r^{(\alpha)}(\alpha, \omega)$ у залежності від величини частоти ω та скейлінгового показника α . Помітна зміна знаку відносної діелектричної проникності для $\alpha = 1/3$ з подальшою сильною залежністю такої зміни від просторової фрактальної неоднорідності плазмоїда.

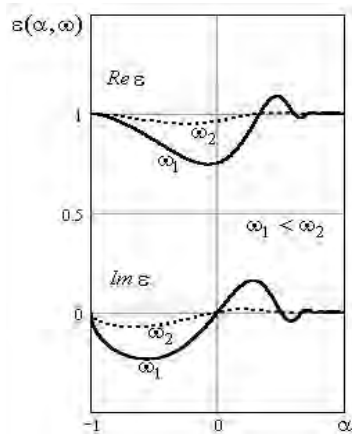


Рисунок 4 - Значення комплексної діелектричної проникності фрактального плазмоду у залежності від величини скейлінгового показника для двох частот $\omega_1 < \omega_2$

ВИСНОВКИ

Для структурованих плазмодів, що характеризуються масштабною та трансляційною інваріантністю за допомогою скейлінгового показника α , наявність сингулярних неоднорідностей може впливати на умови існування зарядів у тонких межових шарах і всередині області. Цей теоретичний результат підтверджується відомим фактом створення штучного середовища з немагнітних вихідних матеріалів (з магнітною проникністю вільного простору μ_0), у яких об'ємна магнітна проникність відрізняється від μ_0 [6].

Введення α -польних моментів для дослідження просторових властивостей плазмодів за допомогою інтегродиференціального числення зводиться до розгляду класичної задачі про однорідне заповнення області речовиною (плазмою), але у термінах α -характеристик радіус-вектора положення однорідної множини (згустку з суцільним розподілом заряду). За рахунок цього виявляється вплив негомогенної структури плазмоду на величину діелектричної проникності. Така модель дає можливість уявити фізичні властивості плазмової стру-

ктури у випадку поглинання енергії за рахунок зіткнення зарядів з важкими частинками.

Результати наведеного дослідження моделі фрактально структурованого плазмоду можуть бути використаними для постановки та розв'язування актуальних технологічних задач про управління електромагнітним полем у хвилеводних системах (за рахунок варіювання скейлінгового показника).

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. V.M. Onufrienko. The Differintegral Model for Describing Fractal Coupling Between Waveguide Surfaces// Telecommunications and Radio Engineering. V.57, № 1.-2002.-PP. 30-36.
2. Онуфриенко В.М., Прохода И.Г., Чумаченко В.П. Численное решение задачи о волноводном трансформаторе с соединительной полостью сложной формы // Изв. Вузов Радиофизика. - 1975. - 18.-№ 4. - С. 584-587.
3. В.М. Онуфриенко. Диферінтегральні альфа-форми у хаусдорфовій метриці на фрактальних множинах// Радіоелектроніка. Інформатика. Управління.- 2002. - № 2(8). - С.31-39.
4. В.В. Никольский. Электродинамика и распространение радиоволн.- М.: Наука, 1973.-608 с.
5. K.J. Falconer. The Geometry of Fractal Sets. Cambr. Univ. Press, Cambridge, 1985.-268 p.
6. Л. Левин. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач: Пер. с англ.-М.: Радио и связь, 1981.-312с.

Надійшла 09.10.2003

Предлагается модель зарядов и α -польных моментов для исследования пространственных свойств плазмодов (неоднородного фрактального заполнения некоторой области сгустками однородной плазмы). С помощью интегродифференциального исчисления задача сводится к классическому рассмотрению однородного заполнения области веществом (плазмой), но в терминах α -характеристик радиус-вектора положения для однородного множества. Выявлено влияние негомогенной структуры плазмоду на величину диелектрической проницаемости и возможность управления.

The model of charges and α -pole moments for study of spatial properties of plasmoids (the nonuniform fractal filling of some area by clots of the homogeneous plasma) is proposed. The problem is reduced by use of integro-differential calculus to classical viewing the homogeneous filling area by substance (plasma), but in terms α -characteristics of a position vector of a standing for the homogeneous set. Influence of not homogeneous structure of a plasmoid on quantity of an inductivity and an opportunity of operation is detected.

УДК 621.6.677.49 - 472.2

В.В. Орлов

ОБНАРУЖЕНИЕ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ

Для системы просторово рознесених приймачів з кореляційною обробкою сигналів визначені вимоги до якості виявлення випадкового сигналу в залежності від розміру оброб-

люваної вибірки. Запропоновано простий алгоритм розрахунку координат джерела випромінювання на основі тимчасових затримок виявлених сигналів.

В настоящее время для автоматизированных систем мониторинга излучения в контролируемой зоне широко применяются разностно-дальномерные алгоритмы определения координат [1,2,3] источника излучения на базе корреляционной (мультипликативной) обработки сигналов от пространственно разнесенных датчиков. При этом, для обнаружения сигналов и расчета местоположения необходимо решить задачи:

1. Вычисление взаимно корреляционных функций от датчиков для всех возможных временных задержек входящих сигналов; 2. Обнаружение сигналов на основе выбора максимальных значений пиков корреляционных функций и сравнение их с пороговым уровнем; 3. Расчет координат источника излучения на основе решения системы гиперболических уравнений, составленных по временным задержкам обнаруженных сигналов от нескольких мультипликативных антенн.

Заметим, что в случае анализа нескольких источников в условиях шумов, а также при числе датчиков более трех, решение каждой из задач не является однозначным. Это связано с неопределенностями и с ошибками, как вычислительного, так и статистического характера. Кроме того, разработка таких систем усложняется, так как исследование эффективности обнаружения на выходе коррелометров осуществляется приближенными методами, путем аппроксимации выходного сигнала нормальным законом распределения [1,2]. Координаты источника излучения сигнала определяются также приближенно, с использованием итерационных алгоритмов для решения гиперболических уравнений.

В связи с этим, представляет интерес получение аналитических выражений для задач обнаружения и определения координат одного источника в условиях шумов при использовании минимального числа датчиков, образующих две мультипликативные антенные решетки.

Настоящая работа посвящена точным аналитическим методам исследования эффективности обнаружения стационарного случайного сигнала после корреляционной обработки и расчета координат источника излучения сигнала при произвольном расположении 3 датчиков в контролируемой зоне. Для этого сначала определяются типовые модели сигналов и шумов, а затем исследуется эффективность обнаружения сигнала и приводится алгоритм расчета его координат.

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ

При использовании алгоритмов обнаружения сигналов по критерию Неймана-Пирсона необходимо задавать вероятность ложной тревоги, которая определяется пороговым уровнем превышения среднеквадратического значения шумов. В известных работах [1,2] получены выражения для порогового уровня лишь в случае асимптотической аппроксимации процесса на выходе корреляционной обработки в виде нормального закона распределения вероятностей. В связи с этим представляет интерес исследование точных выражений для анализа эффективности обнаружения в случае прихода на датчики сигналов различной мощности при конечной памяти усредняющего фильтра.

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала, приходящего на антенную решетку, состоящую из двух датчиков. Сигнал принимается на фоне изотропных шумов и имеет задержку T на одном из датчиков, обусловленную пространственным расположением источника излучения и базы датчиков. Полагается, что сигнал $s(t)$ и шумы $x(t)$ представляют собой некоррелированные случайные процессы, подчиняющиеся гауссовому закону распределения вероятностей с нулевым средним и ковариационными матрицами временных отсчетов первого и второго каналов

$$R_{1c} = \sigma_c^2 I_0, R_{2c} = \alpha^2 \sigma_c^2 I_0, R_{1n} = \sigma_1^2 I_0, R_{2n} = \sigma_2^2 I_0, \quad (1)$$

где I_0 - единичная матрица; α - амплитудный множитель, определяющий различие амплитуд сигналов, снимаемых с датчиков; σ_c^2 - мощность сигнала; σ_1^2 и σ_2^2 - мощности шумов в первом и втором каналах.

Проверяется гипотеза H_1 о наличии сигнала

$$H_1: \quad y_1(t) = \alpha s(t-T) + x_1(t); \quad y_2(t) = s(t) + x_2(t) \quad (2)$$

против гипотезы H_0 об отсутствии сигнала:

$$H_0: \quad y_1(t) = x_1(t); \quad y_2(t) = x_2(t). \quad (3)$$

При этом мощности смеси сигнала с помехой на выходе первого $\sigma_{1,c+n}^2$ и второго $\sigma_{2,c+n}^2$ каналов, а также среднеквадратическое значение на выходе коррелометра σ_{c+n}^2 определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \sigma_{1,c+n}^2 &= \overline{y_1^2(t)} = (\alpha^2 \sigma_c^2 + \sigma_1^2); \\ \sigma_{2,c+n}^2 &= \overline{y_2^2(t)} = (\sigma_c^2 + \sigma_2^2); \\ \sigma_{c+n}^2 &= \overline{y_1(t)y_2(t)} = \alpha^2 \sigma_c^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим дискретную форму представления корреляционной обработки при конечном размере N усредняющего фильтра. Полагая, что для сигнала с верхней частотой спектра f Гц интервал дискретизации $\Delta t = 1/(2f)$ выбран в соответствии с теоремой Котельникова и задержка составляет $T = M\Delta t$ определим решающую статистику

$$l = \sum_{i=1}^K y_1(i\Delta t)y_2((i+M)\Delta t) = \sum_{i=1}^K z_i, \quad M = 0, \dots, L, \quad (5)$$

где z_i, z_j при $i \neq j$ статистически независимы. В отсутствие сигнала (или при временной расстройке $M > 0$ слабого сигнала ($\sigma_c^2 / \sigma_1 \sigma_2 > 0$)) z_i распределено как произведение нормальных независимых случайных величин [1]

$$p(z_i | H_0) = (\pi \sigma_1 \sigma_2)^{-1} \Psi_0 \{ z_i | / \sigma_1 \sigma_2 \}, \quad (6)$$

а при наличии сигнала с компенсированной временной задержкой ($M=0$) - как произведение нормальных независимых случайных величин

$$p(z_i | H_1) = (\pi\sigma)^{-1} (1-\rho^2)^{-1/2} \times \Psi_0\{z_i | \sigma(1-\rho^2)\} \exp\{-\rho z_i / \sigma(1-\rho^2)\}, \quad (7)$$

где $\sigma = [(\alpha^2\sigma_c^2 + \sigma_1^2)(\sigma_c^2 + \sigma_2^2)]^{1/2}$; $\rho = \alpha^2\sigma_c^2 / \sigma$,

$\Psi_0\{*\}$ - бesselова функция первого рода нулевого порядка от мнимого аргумента [4].

Плотность распределения вероятностей (ПРВ) (3) получена в [1], ее гауссова аппроксимация обсуждается в [2] для аналогового коррелятора для обнаружения сигнала с одинаковым отношением сигнал / шум на входах акустических датчиков ($\alpha = 1, \sigma_1 = \sigma$), а в [3] рассматривается ПРВ выборочной суммы сигналов коррелятора с ограниченной полосой пропускания.

Рассмотрим плотность распределения вероятностей суммы произведений (5) для четного числа $N = (2K + 1)$ отсчетов выборки, полученную в [3]

$$p(l) = \left(\frac{|l|}{2\sigma}\right)^{K+0.5} \frac{1}{(2K+1)\sigma K! \sqrt{\pi(1-\rho^2)}} \times \exp\left\{\frac{l\rho}{\sigma(1-\rho^2)}\right\} K_{K+0.5}\left\{\frac{|l|}{\sigma(1-\rho^2)}\right\}, \quad (8)$$

где $K_{K+0.5}(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{0.5} \exp\{-x\} \sum_{i=0}^K \frac{(K+i)!}{i!(K-i)!} (2x)^{-i}$. (9)

- модифицированная сферическая функция Бесселя третьего рода [4, ф.10.2.15]. Подставляя (9) в (8), и интегрируя по области значений, превышающих пороговый уровень c , получим выражение для вероятности правильного обнаружения сигнала

$$D = \int_c^\infty p(l_{c+n}) dl_{c+n} = \sum_{i=0}^K \frac{0,5(K+i)!}{2^{K+i} i! (K-i)! K!} \sigma_{c+n}^{i-1-K} (1-\rho^2)^i \times \int_c^\infty l_{c+n}^{K-i} \exp\left\{-\frac{|l_{c+n}| [1-\rho \text{sign}(l_{c+n})]}{\sigma_{c+n} (1-\rho^2)}\right\} dl_{c+n}. \quad (10)$$

Используя табулированный интеграл [5, ф.2.321-2] при $c > 0$, приходим к следующему выражению:

$$D = 0,5(1+\rho)^{K+1} \exp\left\{-\frac{c}{\sigma(1+\rho)}\right\} \times \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^{K-i} \frac{(K+i)!}{2^{K+i} i! j! K!} (1-\rho)^j [c / \sigma(1+\rho)]^j. \quad (11)$$

Для получения вероятности ложной тревоги F из (11), полагаем $\sigma_c = 0$, что приводит к $\rho = 0$ и мощности помехи $\sigma_n = \sigma = \sigma_1\sigma_2$

$$F = 0,5 \exp\{-c / \sigma_n\} \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^{K-i} \frac{(K+i)!}{2^{K+i} i! j! K!} (c / \sigma_n)^j. \quad (12)$$

На рис.1 приведены зависимости вероятности ложной тревоги F от порогового уровня относительно уровня помехи c / σ_n на выходе коррелятора при различном числе $N = 2(K + 1)$ накапливаемых отсчетов. Анализ зависимостей $F(c, K)$ показал, что увеличение числа обрабатываемых отсчетов в 4 раза приводит к повышению порогового уровня приблизительно в 2 раза при сохранении неизменной вероятности ложной тревоги. Характеристики обнаружения полезного сигнала при $F < 10^{-4}$, рассчитанные для одинаковых данных уровня помехи $q = \sigma_c^2 / \sigma_1\sigma_2$ представлены на рис.2 для равных мощностей сигналов $\alpha = 1$ и на рис.3 для отличающихся по мощности ($\alpha = 0,5$). Из графиков нетрудно заметить, что при $D=0,5$ ослабление одного из сигналов по мощности на 3 дБ приводит, примерно, к таким же потерям в отношении сигнал/шум.

Выбор числа накапливаемых импульсов производится согласно требованиям к числу ложных выбросов при обзоре всех L^2 ячеек в случае контролируемой зоны прямоугольной формы. Так, для вероятности ложной тревоги F , если число ложных выбросов не превышает одного при обзоре контролируемой зоны двумя корреляторами, $2L^2 F < 1$, то при $L > 10^2$, необходимо, чтобы $F < 10^{-4}$. Тогда обеспечение необходимой вероятности правильного обнаружения осуществляется выбором числа накапливаемых отсчетов согласно рис.2,3.

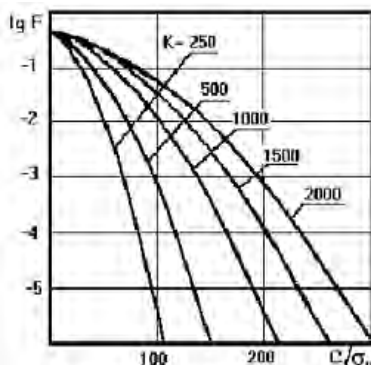


Рисунок 1

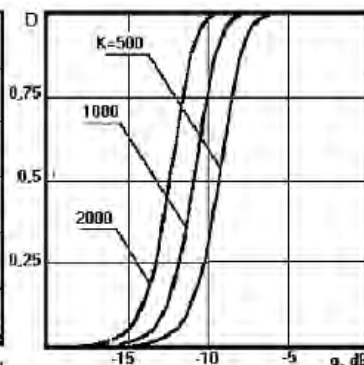


Рисунок 2

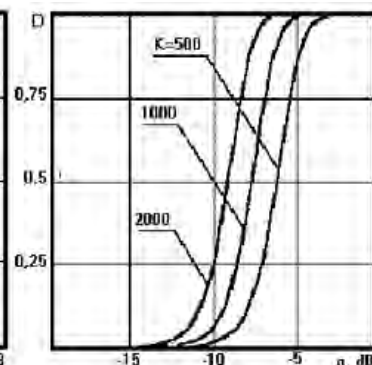


Рисунок 3

**РАСЧЕТ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКА
ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ
РАСПОЛОЖЕНИИ ДАТЧИКОВ**

Традиционно принято, что расчет координат источника излучения разностно-дальномерным методом при произвольно расположенных приемных датчиков осуществляется, как правило, на основе итерационного решения системы гиперболических уравнений. Так как для наиболее простой реализации алгоритма достаточно двух мультипликативных антенн на основе 3 датчиков (один датчик общий для обеих антенн), то в этом случае возможен поиск более простых способов расчета координат.

Полагается, что на предыдущих этапах корреляционной обработки проведено обнаружение пиков корреляционных функций, соответствующих временным задержкам поступления сигналов на каждый из датчиков. В случае произвольного расположения датчиков найдем аналитическое решение для определения местоположения (x, y) источника излучения в декартовых координатах

$$(x, y) = f(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, r_{12}, r_{32}) \quad (13)$$

по известным координатам датчиков $x_i, y_i, i=1,2,3$ и обнаруженным временным задержкам $T_{1,2}, T_{3,2}$ каждой из антенн, связанных с расстояниями r_1, r_2, r_3 от точки излучения до датчиков

$$r_{32} = r_3 - r_2 = v * T_{32}, \quad r_{12} = r_1 - r_2 = v * T_{12}, \quad (14)$$

где v - скорость распространения звуковой волны.

Воспользовавшись теоремой Пифагора, составим систему из двух гиперболических уравнений с неизвестными (x, y)

$$\begin{aligned} \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} &= \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} + r_{12}, \\ \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2} &= \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} + r_{32}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для избавления от радикалов возведём в квадрат каждое из уравнений системы (15)

$$\begin{aligned} x_1^2 + y_1^2 + 2x(x_2 - x_1) + 2y(y_2 - y_1) - x_2^2 - y_2^2 - r_{12}^2 &= \\ = 2r_{12}\sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} \\ x_3^2 + y_3^2 + 2x(x_2 - x_3) + 2y(y_2 - y_3) - x_2^2 - y_2^2 - r_{32}^2 &= \\ = 2r_{32}\sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Доумножая первое уравнение (16) на $r_{3,2}$, а второе на $r_{1,2}$, приравняв их левые части, с учетом замены переменных $z_i = x_i^2 + y_i^2, i=1,2,3$, получим

$$\begin{aligned} r_{32}(z_1 - z_2 - r_{12}^2) + 2r_{32}x(x_2 - x_1) + 2r_{32}y(y_2 - y_1) &= \\ = r_{12}(z_3 - z_2 - r_{32}^2) + 2r_{12}x(x_2 - x_3) + 2r_{12}y(y_2 - y_3). \end{aligned} \quad (17)$$

Приводим это уравнение к линейному виду

$$\begin{aligned} x(r_{32}(x_2 - x_1) - r_{12}(x_2 - x_3)) &= \\ = (r_{12}(z_3 - z_2 - r_{32}^2) - r_{32}(z_1 - z_2 - r_{12}^2)) / 2 + \\ + y(r_{12}(y_2 - y_3) - r_{32}(y_2 - y_1)) \end{aligned} \quad (18)$$

или, $x = ay + b$, где

$$\begin{aligned} b &= -0,5(r_{12}(z_3 - z_2 - r_{32}^2) - \\ - r_{32}(z_1 - z_2 - r_{12}^2)) / (r_{12}(x_2 - x_3) - r_{32}(x_2 - x_1)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= -0,5(r_{12}(z_3 - z_2 - r_{32}^2) - \\ r_{32}(z_1 - z_2 - r_{12}^2)) / (r_{12}(x_2 - x_3) - r_{32}(x_2 - x_1)). \end{aligned}$$

Возводя в квадрат первое уравнение системы (16)

$$\begin{aligned} (z_1 - z_2 + 2x(x_2 - x_1) + 2y(y_2 - y_1) - r_{12}^2)^2 &= \\ = 4r_{12}^2(x_2^2 + y_2^2 + x^2 + y^2 - 2xx_2 - 2yy_2) \end{aligned} \quad (19)$$

и группируя в (20) слагаемые относительно множителей y и y^2 , приходим к квадратному уравнению относительно y . Подставляя в него значения $x = ay + b$ и $x^2 = a^2y^2 + 2ab + b^2$ из (20), определим коэффициенты квадратного уравнения

$$Ay^2 + 2By + C = 0, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} A &= 4a^2(x_2 - x_1)^2 + 4(y_2 - y_1)^2 + \\ + 8a(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) - 4r_{12}^2a^2 - 4r_{12}^2, \\ B &= 4ab(x_2 - x_1)^2 + 2(z_1 - z_2 - r_{12}^2)[a(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)] + \\ + 4b(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) - 4r_{12}^2(ab + y_2 + ax_2) \\ C &= (z_1 - z_2 - r_{12}^2)^2 + 4b^2(x_2 - x_1)^2 + \\ + 4(z_1 - z_2 - r_{12}^2)b(x_2 - x_1) - 4r_{12}^2z_2^2 - 4r_{12}^2b^2 + 8r_{12}^2x_2b, \end{aligned}$$

С учетом возведения в квадрат систем гиперболических уравнений (15) и (16), в результате получим два решения $(\hat{x}_1, \hat{y}_1), (\hat{x}_2, \hat{y}_2)$ в виде

$$\hat{y}_{1,2} = -B \pm (AC - B^2)^{1/2}; \quad \hat{x}_{1,2} = a\hat{y}_{1,2} + b, \quad (21)$$

необходимое из которых об истинной координате точки излучения выбирается согласно априорной информации о граничных пределах контролируемой зоны обзора.

ВЫВОДЫ

Полученные аналитические выражения для обнаружения источника излучения и расчета его координат позволяют сделать следующие выводы:

1. Разработана методика расчета необходимого числа накапливаемых отсчетов в зависимости от вероятности правильного обнаружения и размеров контролируемой зоны;

2. Рассчитаны зависимости для определения порогового уровня, обеспечивающего заданную вероятность ложной тревоги для произвольного числа накапливаемых отсчетов;

3. Предложены формулы для разностно-дальномерного алгоритма, позволяющие вычислить координаты источника излучения в явном виде, без применения итерационных методов.

Предложенные алгоритмы позволяют решить задачу обнаружения и определения координат источника излучения в задачах пассивного мониторинга контролируемой зоны.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. - 552. В 3-х книгах, М., Радио и связь, 1974.
2. Andrews, L.C. Output probability density functions for cross correlators utilizing sampling techniques. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Jan. 1974, AES-10, 78-81.

3. Kenefic R.J., Barchak J.E. Exact Detection Performance For Broadband Correlators. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, March. 1983, AES-19, 320-322.

4. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. -М.: Наука, 1979, - 832. с илл.

5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - Изд 5-е -М.: Наука, 1971. - 1108

Надійшла 22.10.2003
Після доробки 21.10.2003

Для системы пространственно разнесенных приемников с корреляционной обработкой сигналов определены требования к качеству обнаружения случайного сигнала в зависимости от размера обрабатываемой выборки. Предложен простой алгоритм расчета координат источника излучения на основе временных задержек обнаруженных сигналов.

For the system of spatially spread receivers with correlational processing of signals the requirements to the quality of detection of a casual signal are determined depending on the size of processable sample. The simple algorithm of calculation of coordinates of the source of radiation on the basis of time delays of the detected signals is suggested.

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

РАДИОЕЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 621.37:519.2

Б.Н. Бондарев, Д.М. Пиза

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА В СТАТИСТИЧЕСКОЙ РАДИОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОСВЯЗИ

Проведен сравнительный анализ двух методов вычисления плотности вероятностей и моментов произведения и частного независимых случайных величин. Показано, что преобразование Меллина в случае многих случайных переменных упрощает процедуру вычислений по сравнению с другими известными методами.

ВВЕДЕНИЕ

В статистической радиотехнике и теории связи очень часто возникает задача композиции и преобразования законов распределения случайных величин (процессов). При этом широко известно использование интеграла Фурье (характеристической функции) как мощного аналитического средства для нахождения плотности распределения суммы независимых случайных величин и в качестве производящей функции моментов. Известны также и широко применяются формулы типа интеграла свёртки для определения плотностей вероятностей суммы и разности двух случайных величин.

В современных радиотехнических системах и системах электросвязи всё большее применение находят корреляционные алгоритмы приёма и обработки сигналов, в частности, при оптимизации задачи приёма в сложной помеховой обстановке. В этом случае необходимо знание законов распределения и числовых характеристик произведений и частных случайных величин.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Если две независимые случайные переменные x_1 и x_2 имеют плотности вероятностей $f_1(x)$ и $f_2(x)$, то для плотности вероятностей произведения $y = x_1 * x_2$ и частного $u = x_2 / x_1$ можно использовать соотношения [1]:

$$f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dx}{|x|}, \quad (1)$$

$$f(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(ux) |x| dx. \quad (2)$$

Задачу определения закона распределения произведения нескольких случайных независимых величин $x = x_1 * x_2 \dots x_n$ можно решить в несколько последовательных этапов или свести к задаче определения закона распределения случайной переменной $y = \log x = \sum \log x_i$, после чего становится возможным использование преобразования Фурье.

Однако, во многих случаях для решения поставленной задачи более естественным является использование сравнительно мало известного интегрального преобразования Меллина. Непосредственное использование его может в некоторых случаях дать более простой способ решения.

Ниже показана возможность использования преобразования Меллина для решения упомянутых задач.

СВОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

Преобразование Меллина $F(s)$, соответствующее функции $f(x)$, для значений $x \geq 0$ определяется выражением [2,3]

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(x) \cdot x^{s-1} dx. \quad (3)$$

При некоторых ограничениях на $f(x)$ функция $F(s)$, рассматриваемая как функция комплексной переменной s , является функцией экспоненциального типа, аналитичной в полосе, параллельной мнимой оси. Ширина полосы определяется видом функции $f(x)$. Если $f(x)$ при $x \rightarrow \infty$ уменьшается экспоненциально, то полоса аналитичности оказывается полуплоскостью. Следующее выражение является обратным в преобразовании Меллина и позволяет найти функцию распределения $f(x)$ по преобразованию $F(s)$:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi 2} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} x^{-s} \cdot F(s) ds. \quad (4)$$

Формулы Меллина можно получить из преобразования Фурье, если в (3) положить $y = e^x$ и $s = c + it$. Тогда функции $\sqrt{2\pi} e^{cx} f(e^x)$ и $F(c + it)$ будут трансформациями Фурье одна от другой.

В частном случае при $f(x) = e^{-x}$ преобразование Меллина дает известное интегральное представление гамма-функции.

Котларский [4, 5] ввел слегка видоизмененное определение, заменив в (3) $s-1$ на s . Однако, в наиболее распространенных таблицах пар преобразований Меллина [2, 3] используется определение (3).

В форме, обычной для математической статистики, преобразование Меллина положительной случайной переменной x с непрерывной функцией распределения $f(x)$ можно представить согласно (3) в виде математического ожидания

$$F(s) = \overline{x^{s-1}}. \quad (5)$$

Замечаем, что оно может быть использовано в качестве производящей функцией моментов, если положить $s = k + 1$:

$$m_k = \overline{x^k} = F(k + 1). \quad (6)$$

Приведем несколько важных для наших целей свойств преобразования Меллина.

1. Если функция $f(x)$ имеет преобразование Меллина, то парой преобразования Меллина являются следующие функции

$$t^b f(at^h) \text{ и } \frac{1}{h} a^{-\frac{s+b}{h}} F\left(\frac{s+b}{h}\right), \quad (7)$$

где a, b, h - произвольные коэффициенты. Это свойство позволяет значительно сократить таблицы преобразования и облегчить пользование последними.

2. Если положительная случайная переменная x имеет преобразование Меллина $F(s)$, то для случайной переменной $y = ax, a > 0$ имеем

$$G_y(s) = \overline{(ax)^{s-1}} = a^{s-1} F_x(s). \quad (8)$$

3. Преобразование Меллина $G(s)$ положительной случайной переменной $y = x^a$ равно

$$G_y(s) = \overline{x^{a(s-1)}} = F_x(\alpha s - \alpha + 1), \quad (9)$$

откуда для частного $y = 1/x$ ($\alpha = -1$) получим

$$G_y(s) = F_x(-s + 2). \quad (10)$$

4. Если x_1 и x_2 - независимые положительные случайные переменные с преобразованиями Меллина $F_1(s)$ и $F_2(s)$, соответственно, то преобразование Меллина от произведения $y = x_1 x_2$ есть

$$G_y(s) = \overline{(x_1 x_2)^{s-1}} = F_1(s) F_2(s). \quad (11)$$

5. В более общем случае преобразование Меллина от случайной переменной $y = x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}$ равно

$$G_y(s) = F_1(\alpha_1 s - \alpha_1 + 1) \times \dots \times F_n(\alpha_n s - \alpha_n + 1), \quad (12)$$

откуда для частного $y = x_1 / x_2$ двух независимых случайных величин получаем

$$G_y(s) = F_1(s) F_2(-s + 2). \quad (13)$$

Свойство (12) показывает на возможность использования преобразования Меллина для нахождения плотности распределения произведения или частного нескольких независимых положительных случайных переменных. Плотность распределения при этом определяется по формуле (4) с использованием таблиц [3] или непосредственным вычислением интеграла с помощью теоремы о вычетах.

Как и в случае характеристических функций, можно доказать, что имеется однозначное соответствие между функцией распределения и ее преобразованием Меллина. Следовательно, вычисленная по (11) плотность вероятности произведения двух случайных величин должна совпадать с полученной из выражения (1), а плотность вероятностей (13) частного двух независимых случайных величин - с результатом из выражения (2).

Выше шла речь только о положительных случайных переменных, поскольку теория преобразования Меллина дается для функций, определенных только для положительных значений аргумента. Эпштейн [6] дал способ использования преобразования Меллина для случайных

переменных с двусторонними функциями распределения. Этот способ заключается в разбиении плотностей распределения случайных переменных x_1 и x_2 на две

$$f_1(x) = f_{11}(x) + f_{12}(x), f_2(x) = f_{21}(x) + f_{22}(x), \quad (14)$$

где

$$f_{11}(x) = 0, x < 0; f_{21}(x) = 0, x > 0;$$

$$f_{12}(x) = 0, x < 0; f_{22}(x) = 0, x > 0.$$

и дальнейшем обращении с парами $(f_{11}, f_{21}), (f_{11}, f_{22}), (f_{12}, f_{21}),$ и (f_{12}, f_{22}) , по отдельности. Плотность вероятности случайной переменной $y = x_1/x_2$ будет равна сумме

$$h(y) = h_1(y) + h_2(y) + h_3(y) + h_4(y), \quad (15)$$

где $h_1(y)$ и $h_4(y)$ будут относиться к положительным значениям аргумента y , а $h_2(y)$ и $h_3(y)$ - к отрицательным. При этом

$$h_1(y) = \int f_{11}\left(\frac{y}{x}\right) f_{21}(x) \frac{dx}{x}, \quad y > 0 \quad (16)$$

и к нему преобразование Меллина может быть применено непосредственно. При вычислении $h_2(y)$ преобразование Меллина (условное) может быть применено к выражению

$$h_2^*(y) = \int_0^{\infty} f_{11}\left(\frac{y}{x}\right) f_{22}(-x) \frac{dx}{x}, \quad y > 0. \quad (17)$$

Тогда

$$h_2(y) = h_2^*(-y). \quad (18)$$

Аналогично преобразование Меллина применяется для определения $h_4(y)$ и $h_3(y)$, где $h_3(y) = h_3^*(-y)$.

Нетрудно видеть, что в случае двусторонних симметричных распределений преобразование Меллина необходимо вычислять лишь один раз. Далее, используя формулу обращения и удваивая полученный результат, получим искомый закон распределения произведения частного независимых случайных величин. Такая процедура соответствует распространению преобразования Меллина на случай симметричных двусторонних распределений в виде [4, 5]:

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^{s-1} f(x) dx, \quad f(x) = \frac{1}{4\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} |x|^{-s} F(s) ds. \quad (19)$$

Выражения (11, 12, 13) справедливы для независимых случайных величин. Напомним, что характеристическая функция суммы зависимых случайных переменных определяется как математическое ожидание величины $e^{jv(x_1+x_2+\dots+x_n)}$ по многомерному закону распределе-

ния. Котларским [5] введено многомерное преобразование Меллина. С использованием последнего преобразования Меллина случайной величины $y = x_1^{\alpha_1} * \dots * x_n^{\alpha_n} * x$ будет определяться выражением

$$G(s) = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} (x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n})^{s-1} f(x_1, \dots, x_n) dx_1, \dots, dx_n, \quad (20)$$

где $f(x_1, \dots, x_n)$ - функция распределения зависимых положительных случайных переменных x_1, x_2, \dots, x_n .

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Рассмотрим теперь несколько примеров на определение законов распределения произведения и частного случайных величин. При этом будем использовать преобразование Меллина и известные формулы (1) и (2). Это позволит судить о возможности и целесообразности использования преобразования Меллина.

Пример 1. Найти закон распределения величины $y = x_1 x_2$, где x_1 и x_2 - независимые случайные переменные с плотностями распределения

$$f_1(x) = f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad -\infty < x < \infty. \quad (21)$$

1-й способ решения. Разбиваем плотность распределения $f_i(x)$ согласно (14) на две. Поскольку распределение симметричное, то

$$\begin{aligned} F_{11}(s) = F_{12}^*(s) = F_{22}^*(s) = F_{21}(s) &= \int_0^{\infty} x^{s-1} f_{11}(x) dx = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} 2^{\frac{1}{2}(s-3)} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right), \quad \text{Re}(s) > 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда

$$G_1(s) = G_2^*(s) = G_3^*(s) = G_4(s) = \frac{2^{s-3}}{\pi} \Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right). \quad (23)$$

Преобразования Меллина соответственно будут равны

$$\begin{aligned} h_1(y) = h_2^*(y) = h_3^*(y) = h_4(y) &= \\ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} y^{-s} \frac{2^{s-3}}{\pi} \Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right) ds = \frac{1}{2\pi} K_0(y), \quad y > 0, \end{aligned} \quad (24)$$

где $K_0(y)$ - функция Бесселя второго рода мнимого аргумента нулевого порядка. Поскольку последняя - несимметрична, то согласно (18) имеем

$$h_2(y) = h_3(y) = \frac{1}{2\pi} K_0(|y|), \quad y < 0 \quad (25)$$

и окончательно

$$h(y) = \frac{1}{\pi} K_0(|y|), \quad -\infty < y < \infty. \quad (26)$$

2-й способ решения.

$$h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dx}{|x|} = 2 \int_0^{\infty} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{y}{2}\left(\frac{x^2}{y} + \frac{y}{x^2}\right)} \frac{dx}{x}.$$

Заменой переменных $\frac{x^2}{y} = e^\Theta$ получаем

$$h(y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y \cosh 2\Theta} d\Theta = \frac{1}{\pi} K_0(|y|), \quad -\infty < y < \infty. \quad (27)$$

Аналогичная задача для общего случая нецентрированных и коррелированных величин таким способом решена в [11].

Замечаем, что результат (24) с использованием преобразования Меллина достигается более сложным путем, чем (27). Однако, выражение (23) для вычисления моментов распределения получается довольно просто.

Пример 2. Найти закон распределения произведения двух независимых релеевских величин $y = x_1 x_2$. В этом случае

$$f_i(x) = \frac{x}{\sigma_i^2} e^{-\frac{x}{2\sigma_i^2}},$$

а ее преобразование Меллина равно

$$F_i(s) = (2\sigma_i^2)^{\frac{s-1}{2}} \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right).$$

Для преобразования Меллина от произведения получим

$$G(s) = (4\sigma_1^2 \sigma_2^2)^{\frac{s-1}{2}} \Gamma^2\left(\frac{s+1}{2}\right).$$

Обращением формулы Меллина по таблицам [3, форм.10.5 и 10.60] для распределения произведения находим

$$h(y) = \frac{y}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} K_0\left(\frac{y}{\sigma_1 \sigma_2}\right), \quad (28)$$

2-й способ решения. Вычислениями, аналогичными вычислениями в 1-м примере, получаем результат, совпадающий с (28).

Пример 3. Найти закон распределения частного $y = x_1/x_2$ двух независимых релеевских величин с одинаковыми среднеквадратичными значениями.

1-й способ решения. Для релеевского распределения преобразование Меллина приведено во 2-м примере.

Для частного двух величин из (13) получаем

$$G(s) = \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right) \Gamma\left(2 - \frac{s+1}{2}\right).$$

Обращением формулы Меллина [2, стр.253] для плотности вероятности находим

$$h(y) = \frac{2y}{(1+y^2)^2}, \quad y > 0. \quad (29)$$

2-й способ решения. Используя (13), находим

$$h(y) = \frac{1}{\sigma^4} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x^2 y^2}{2\sigma^2}} x dx = \frac{y}{\sigma^4} \int x^3 e^{-\frac{x^2(1+y^2)}{2\sigma^2}} dx = \frac{2y}{(1+y^2)^2}, \quad y > 0. \quad (30)$$

Пример 4. Найти закон распределения частного $y = x_1 x_2$, где x_1 и x_2 имеют функции распределения (χ^2 -распределение)

$$f_1(x) = \frac{x^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{x}{2\sigma^2}}}{(2\sigma^2)^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}, \quad f_2(x) = \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2\sigma^2}}}{(2\sigma^2)^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}. \quad (31)$$

Заметим, что такое распределение имеет случайная величина $Z = \sum Z_i^2$, где Z_i - нормальные случайные величины с нулевыми средними значениями.

1-й способ решения. Преобразование Меллина для приведенной плотности распределения имеет вид

$$F_1(s) = \frac{(2\sigma_2)^{s-1} \Gamma\left(s + \frac{m}{2} - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}.$$

Для частного двух случайных переменных получим

$$G(s) = \frac{\Gamma\left(s + \frac{m}{2} - 1\right) \Gamma\left(-s + \frac{n}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}.$$

По таблицам определяем искомый закон распределения [1, стр.253]

$$h(y) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{y^{\frac{m-1}{2}}}{(1+y)^{\frac{m+n}{2}}}, \quad y > 0. \quad (32)$$

2-й способ решения. Используя формулу (2), находим

$$h(y) = \int \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2\sigma^2}} (yx)^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{yx}{2\sigma^2}}}{(2\sigma^2)^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2}) (2\sigma^2)^{\frac{m}{2}} \Gamma(\frac{m}{2})} x dx =$$
$$= \frac{y^{\frac{m}{2}-1}}{\Gamma(\frac{m}{2}) \Gamma(\frac{n}{2})} \int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{m+n}{2}-1} e^{-\frac{x(y+1)}{2\sigma^2}}}{(2\sigma^2)^{\frac{m+n}{2}}} dx. \quad (33)$$

откуда получаем искомый результат (30).

Примеры 2, 3, 4 позволяют сделать выводы, аналогичные выводу по примеру 1.

ВЫВОДЫ

Использование преобразования Меллина вместо известных методов статистики при определении законов распределения произведения или частного двух случайных переменных не дает никаких преимуществ. Оно может оказаться полезным для данных целей в случае многих случайных переменных, так как избавляет от необходимости осуществления нескольких последовательных операций типа (12) или (13). Преобразование Меллина оказывается весьма полезным также для определения моментов произведения или частного двух или нескольких случайных величин в случае, когда искомая плотность не может быть определена никаким из методов из-за сложности вычислений.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Б.Р. Левин. Теоретические основы статической радиотехники. Книга 1. - М.: Сов. Радио, 1966. - 728 с.

2. Е. Титчмарш. "Введение в теорию интегралов Фурье". - М.: ОГИЗ, 1948.-480 с..
3. В.А. Диткин, А.П. Прудников. "Интегральные преобразования и операционное исчисление". Справочная математическая библиотека.-М.: Наука, 1974.-542 с.
4. I. Kotlarski. On pairs of independent random variables whose quotients follow some known distribution. "Colloquium mathematicum", vol IX, 1962, pp. 151-162, Warszawa - Wroclaw.
5. I. Kotlarski. On random variables whose quotient follows the Cauchy law. "Colloquium mathematicum", vol. VII, 1960, № 2. pp. 277-284.
6. B. Epstein. Some application of the Mellin transforms in statistics. "Annals of the Mathematical Statistics", 1948, June, vol. 19, pp. 370-379.
7. Brus. E. Dolan. Применение преобразования Меллина для нахождения моментов и плотности вероятности произведения и частного случайных величин. "Proc. IEEE", vol 52, 1964, № 12 (русский перевод), с.18-22.
8. W.T. Wells, R.Z. Anderson and John W. Cell. The distribution of the product of the two non-central chi-square variates. "The Annals of mathematical statistics", vol. 33, 1962, September, № 3, pp. 128-132
9. В.М. Золотарев. Преобразование Меллина-Стилтьеса в теории вероятностей. "Теория вероятностей и ее применение". Т.2,1957,№ 4, с. 444-469.
10. A. Erdelyi, etal. "Tables of integral transforms", Bateman Manuscript Project. McCraw-Tiill Book Co., New-York,1954, vol 1, 2. pp.
11. C.C. Craig. On the frequency function of x. y. "The Annals of mathematical statistics", vol VII, 1936, pp.1-15.

Надійшла 03.09.2003
Після доробки 17.10.2003

Проведено порівняльний аналіз двох методів обчислення щільності ймовірностей і моментів добутку та частки незалежних випадкових величин. Показано, що використання перетворення Мелліна у випадку багатьох випадкових змінних спрощує процедуру обчислень в порівнянні з другими відомими методами.

Comparable analysis of two calculation methods of probability densities and moments of product and quotient of independent casual values is accomplished. It is shown, that the Mellin transformation in the case of many casual variables simplifies the calculation procedure in comparison with other known methods.

УДК 62-55: 681.515

В.И. Гостев, С.А. Маглюй, В.Н. Яременко

СИНТЕЗ ФАЗЗИ-СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ РАКЕТЫ ПО УГЛУ ТАНГАЖА

Розглянуті результати синтезу нечіткого (працюючого на базі нечіткої логіки) регулятора для системи стабілізації балістичної ракети по куту тангажа. Методом математичного моделювання визначені процеси в системі і показано, що на основі використання нечіткого регулятора можливо дуже значне поліпшення якості системи, яке визначається похибкою разузгодження при відпрацювання програмної траєкторії.

ВВЕДЕНИЕ

Баллистическая ракета, в которой используется большее число локальных систем автоматического управле-

ния, является существенно нестационарным объектом управления. Передаточные функции, которыми описывают баллистическую ракету как объект управления, отличаются от передаточных функций крылатых летательных аппаратов тем, что имеют неустойчивые звенья, поэтому движение неуправляемой ракеты по программной траектории было бы неустойчивым. Ниже рассматривается система стабилизации баллистической ракеты по углу тангажа (по каналу продольного движения), которая описана в работе [1]. Система состоит из следующих функционально необходимых элементов: элемента сравнения (свободного гироскопа с

потенциометрическим датчиком, характеризуемым коэффициентом K_{Π}), усилителя с коэффициентом усиления $K_{У}$, и гидравлического рулевого механизма. В работах [1-3] система стабилизации баллистической ракеты выполнялась с использованием аналоговых корректирующих устройств и адаптивного регулятора. В данной работе рассмотрены результаты синтеза цифрового нечеткого (работающего на базе нечеткой логики) регулятора и методом математического моделирования определены процессы в системе стабилизации баллистической ракеты по углу тангажа. Показано, что на основе применения нечеткого регулятора возможно весьма значительное улучшение качества системы, характеризующееся величиной текущей ошибки при отработке программной траектории.

СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА.

Приняв за выходную координату ракеты угол тангажа $x(t) \equiv \vartheta_2(t)$, а за входную координату угол поворота руля $m_1(t) \equiv \delta(t)$, определим передаточную функцию ракеты в виде [1-3]

$$G_p(s) = \frac{\vartheta_2(s)}{\delta(s)} = \frac{K_8^\alpha (T_1 s + 1)}{(T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad (1)$$

где K_8^α – коэффициент преобразования ракеты, T, T_1, τ_2 – постоянные времени соответственно колебательного и неминимально-фазового (τ_2 – отрицательная величина) форсирующего звеньев, ζ – коэффициент демпфирования. Зависимости указанных параметров ракеты от времени ее полета приведены в работе [1].

Для упрощения расчетов рулевой механизм опишем передаточной функцией интегрирующего звена: $G_{PM}(s) = K_{PM} / s = 1 / s$. В этом случае вход системы $u(t) \equiv \vartheta_1(t)$ – заданный угол тангажа, выход системы $x(t) \equiv \vartheta_2(t)$ – отработанный ракетой угол тангажа, $m(t)$ – управляющий сигнал на выходе регулятора, а объект управления описывается общей передаточной функцией:

$$G(s) = \frac{\vartheta_2(s)}{m(s)} = \frac{\alpha(s+r)}{s(s^2 + bs + a)(s+c)}. \quad (2)$$

(В объект управления включены аналоговые рулевой механизм и ракета). Параметры передаточной функции $G(s)$ определяются:

$$b = 2\zeta / T; a = 1 / T^2; r = 1 / T_1;$$

$$\alpha = K_{\Pi} K_{У} K_{PM} K_8^\alpha a c / r = K_{PM} K_8^\alpha \frac{T_1}{T^2 \tau_2}.$$

При этом параметры передаточной функции $G(s)$, также будут функциями, зависящими от времени.

Математически их можно определить следующими полиномами:

$$\left. \begin{aligned} b(t) &= 1,386 - 0,2375t + 2,025 \cdot 10^{-2}t^2 - 6,869 \cdot 10^{-4}t^3 + \\ &+ 9,988 \cdot 10^{-6}t^4 - 5,245 \cdot 10^{-8}t^5; \\ a(t) &= -29,58 + 11,274t - 1,484t^2 + 8,8 \cdot 10^{-2}t^3 - 2,37 \cdot 10^{-3}t^4 + \\ &+ 2,91 \cdot 10^{-5}t^5 - 1,33 \cdot 10^{-7}t^6; \\ \alpha(t) &= 1,132 - 0,45t + 3,86 \cdot 10^{-2}t^2 - 2,45 \cdot 10^{-3}t^3 + 7,7 \cdot 10^{-5}t^4 - \\ &- 1,08 \cdot 10^{-6}t^5 + 5,47 \cdot 10^{-9}t^6; \\ r(t) &= 0,3688 - 3,8031 \cdot 10^{-2}t + 2,1216 \cdot 10^{-3}t^2 - \\ &- 3,9037 \cdot 10^{-5}t^3 + 2,2437 \cdot 10^{-7}t^4; \\ c(t) &= -0,317 + 3,22 \cdot 10^{-2}t - 1,455 \cdot 10^{-3}t^2 + 3,318 \cdot 10^{-5}t^3 - \\ &- 3,693 \cdot 10^{-7}t^4 + 1,592 \cdot 10^{-9}t^5. \end{aligned} \right\}$$

Зависимости параметров передаточной функции $G(s)$ от времени полета ракеты приведены на рис.1. Время полета ракеты составляет примерно 60 с. Шестая секунда полета ракеты принята за начало отсчета времени полета.

Математическая модель нестационарного колебательного звена описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2 x_1^2(t)}{dt^2} + b(t) \frac{dx_1(t)}{dt} + a(t)x_1(t) = \alpha(t)m_1(t). \quad (3)$$

Математическая модель нестационарного форсирующего звена описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dx(t)}{dt} + c(t)x(t) = \frac{x_1(t)}{dt} + r(t)x_1(t). \quad (4)$$

Составленная в интерактивной системе MATLAB структурная схема системы управления ракетой по углу тангажа с цифровым нечетким регулятором представлена на рис.2.

Ошибка рассогласования $E_{гг}$, поступающая на вход нечеткого регулятора (Controller), представляет собой разность между заданным напряжением требуемым углом тангажа $\vartheta_1(t)$ и преобразованным в напряжение отработанным ракетой углом тангажа $\vartheta_2(t)$: $\theta(t) = \vartheta_1(t) - \vartheta_2(t) = u(t) - x(t)$.

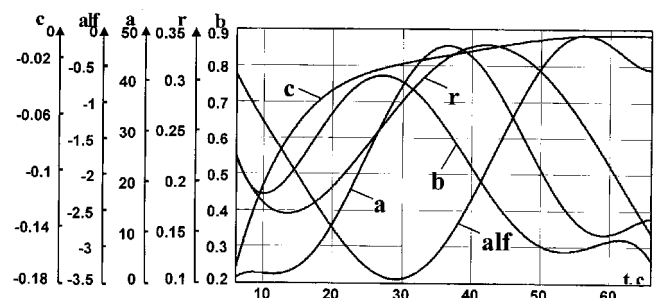


Рисунок 1

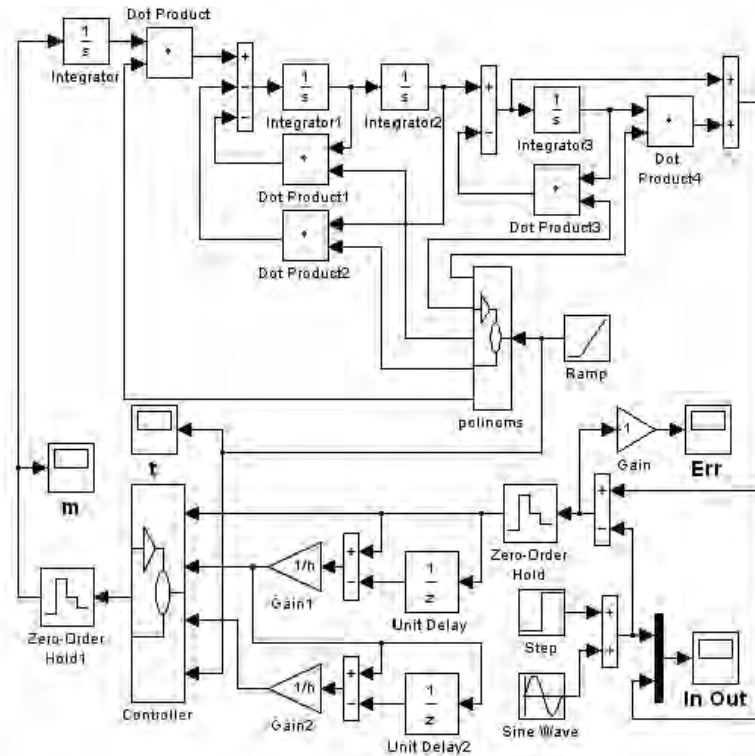


Рисунок 2

Предположим, что закон изменения входного воздействия (программная траектория) следующий: $u(t) = 1 + 0,5 \sin(\pi t / 30)$.

Математическая модель ракеты в интерактивной системе MATLAB составлена таким образом. На вход модели поступает сигнал $m_1(t)$ с выхода блока Integrator. На вход блока Polinoms (см. рис.3) поступает текущее время t с выхода блока Ramp. На выходе блока Polinoms формируются сигналы $\alpha(t)$, $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $r(t)$, которые в блоках перемножения Dot Product умножаются на соответствующие сигналы согласно записанным выше дифференциальным уравнениям нестационарных колебательного и форсирующего звеньев.

Ошибка рассогласования в системе управления с нечетким регулятором (см. рис.2) квантуется аналого-цифровым преобразователем АЦП (Zero-Order Hold) с шагом квантования (шагом поступления данных в нечеткий регулятор) $h = 0,01$ с. Ошибка на выходе АЦП $\theta(k)$, ее первая $\dot{\theta}(k) = [\theta(k) - \theta(k-1)] / h$ и вторая $\ddot{\theta}(k) = [\dot{\theta}(k) - \dot{\theta}(k-1)] / h$ разности подаются на вход нечеткого регулятора (Controller). Сигнал с выхода регулятора поступает на ЦАП (фиксатор нулевого порядка Zero-Order Hold1 с передаточной функцией $H(s) = (1 - e^{-hs}) / s$) и далее на вход объекта управления.

Функциональная схемы нечеткого регулятора с многоканальной настройкой приведена на рис.4. Блоки настройки регулятора (adjustment of fuzzy-controller), бло-

ки нормировки входных (normin) и выходного (normout) сигналов приведены соответственно на рис.5,6 и 7.

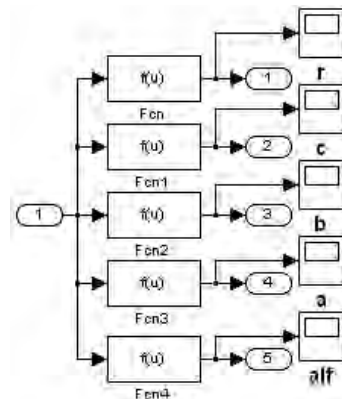


Рисунок 3

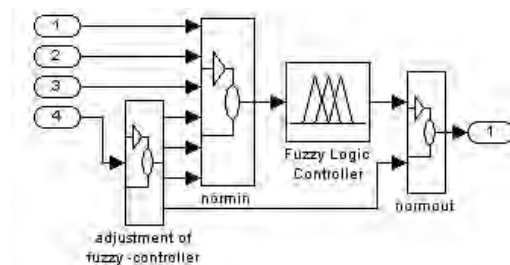


Рисунок 4

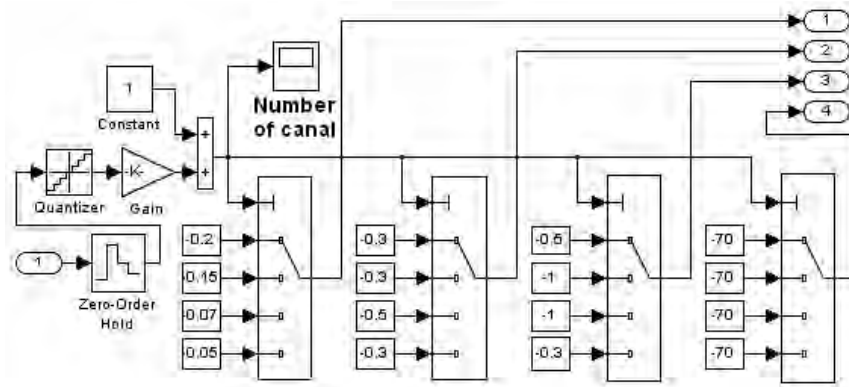


Рисунок 5

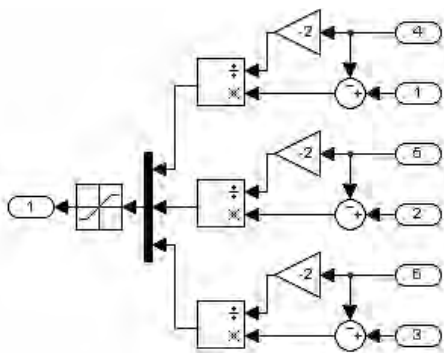


Рисунок 6

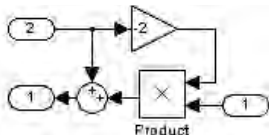


Рисунок 7

Блок настройки регулятора (adjustment of fuzzy-controller) имеет фиксатор (Zero-older hold) с шагом квантования 0,01с, квантователь по уровню (Quantizer) с шагом квантования 20с, усилитель (Gain) с коэффициентом 0,05 и четыре переключателя каналов. При поступлении текущего времени t с выхода блока Ramp на вход блока настройки регулятора до десятой секунды времени полета ракеты работает первый канал, от десятой до тридцатой секунды работает второй канал, от тридцатой до пятидесятой секунды работает третий канал и после пятидесятой секунды работает четвертый канал. Сигналы с выходов 1-4 блока настройки регулятора поступают на соответствующие входы 4,5,6 блока нормировки входных (normin) и на вход 2 блока нормировки выходного (normout) сигналов (см. рис.5-7). На 1-3 входы блока нормировки входных сигналов поступают дискретные текущие значения $\theta(k)$, $\dot{\theta}(k)$, $\ddot{\theta}(k)$.

С выхода 1 блока нормировки выходного сигнала поступают дискретные текущие значения сигнала управления $m(k)$.

Синтез каждого канала нечеткого регулятора выполняем по формулам (3.12)-(3.27) из работы [4] для треугольных функций принадлежности.

Для упрощения нормировки (пересчета значений сигналов в значения элементов единого универсального множества) диапазоны изменения входных и выходного сигналов (параметров каждого канала нечеткого регулятора) принимаем симметричными:

$$\begin{aligned} \theta_{\max} &= -\theta_{\min}; & \dot{\theta}_{\max} &= -\dot{\theta}_{\min}; \\ \ddot{\theta}_{\max} &= -\ddot{\theta}_{\min}; & m_{\max} &= -m_{\min}. \end{aligned}$$

Тогда формулы для нормировки (пересчета) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} u_1^* &= -(\theta^* - \theta_{\min}) / (2\theta_{\min}); \\ u_2^* &= -(\dot{\theta}^* - \dot{\theta}_{\min}) / (2\dot{\theta}_{\min}); \\ u_3^* &= -(\ddot{\theta}^* - \ddot{\theta}_{\min}) / (2\ddot{\theta}_{\min}); \\ m^* &= m_{\min}(1 - 2u_c^*). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Первый канал настраивается на параметры объекта, соответствующие шестой секунде полета ракеты. Диапазоны изменения входных переменных $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, $[\dot{\theta}_{\min}, \dot{\theta}_{\max}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}, \ddot{\theta}_{\max}]$, после настройки этого канала следующие: [-0,2, 0,2], [-0,3, 0,3], [-0,5, 0,5].

Второй канал настраивается на параметры объекта, соответствующие двадцатой секунде полета ракеты. Диапазоны изменения входных переменных $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, $[\dot{\theta}_{\min}, \dot{\theta}_{\max}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}, \ddot{\theta}_{\max}]$ после настройки этого канала следующие: [-0,15, 0,15], [-0,3, 0,3], [-1, 1].

Третий канал настраивается на параметры объекта, соответствующие сороковой секунде полета ракеты. Диапазоны изменения входных переменных $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, $[\dot{\theta}_{\min}, \dot{\theta}_{\max}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}, \ddot{\theta}_{\max}]$ после настройки этого канала следующие: [-0,07, 0,07], [-0,5, 0,5], [-1, 1].

Четвертый канал настраивается на параметры объекта, соответствующие шестидесятой секунде полета ракеты. Диапазоны изменения входных переменных $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, $[\dot{\theta}_{\min}, \dot{\theta}_{\max}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}, \ddot{\theta}_{\max}]$ после настройки этого канала следующие: $[-0,05, 0,05]$, $[-0,3, 0,3]$, $[-0,3, 0,3]$.

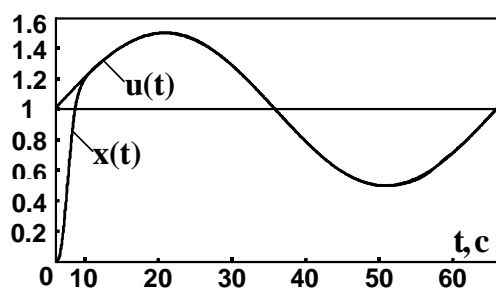
Диапазоны изменения выходного параметра $[m_{\min}, m_{\max}]$ выбраны для всех каналов равными $[-70, 70]$.

Настройка регуляторов произведена с целью получения минимальной текущей ошибки рассогласования и апериодического переходного процесса.

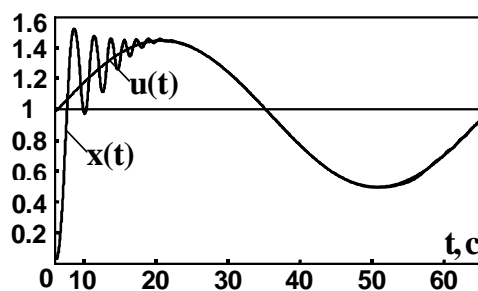
Отметим, что при настройке нечеткого регулятора в

интерактивной системе MATLAB целесообразно использовать блок NCD (Nonlinear Control Design), который реализует метод динамической оптимизации для проектирования систем управления. Этот инструмент, разработанный для использования с Simulink, автоматически настраивает системные параметры (в системе на рис.2 настраиваются параметры регулятора), основываясь на определенных ограничениях на временные характеристики (например, время регулирования и перерегулирование для реакции на ступенчатое воздействие или пределы для текущей ошибки рассогласования).

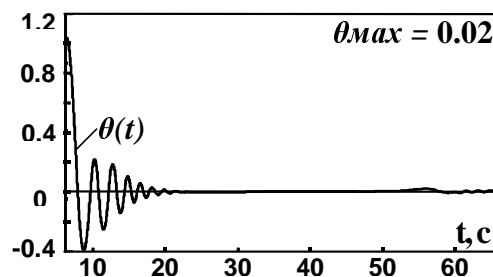
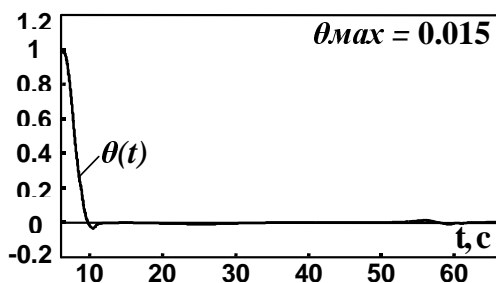
Процессы в системе управления с многоканальным нечетким регулятором



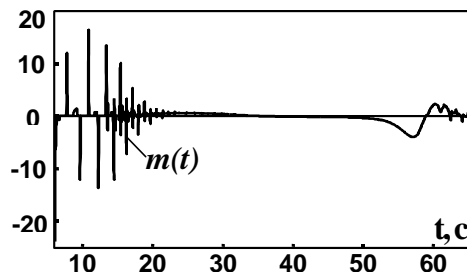
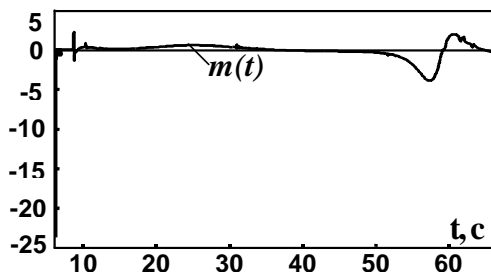
Процессы в системе управления с одноканальным нечетким регулятором



a)



б)



в)

Рисунок 8

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис.8, слева, представлены процессы в системе управления с настроенным цифровым многоканальным нечетким регулятором.

Анализируя процессы в системе управления ракетой можно заключить, что цифровой многоканальный нечеткий регулятор обеспечивает быструю отработку ступенчатого воздействия без перерегулирования, с временем регулирования не более 5с и устойчивое слежение по заданному углу тангажа с достаточно малой ошибкой рассогласования (θ_{\max} не более 3 % от амплитуды входного воздействия). Еще большего уменьшения ошибки рассогласования можно добиться путем увеличения числа каналов в нечетком регуляторе и путем выбора временных интервалов для подключения каждого канала. При этом незначительно усложняется блок настройки регулятора (adjustment of fuzzy-controller) - см. рис.5.

При использовании только одного канала (обычного нечеткого регулятора) в системе управления ракетой по углу тангажа в течении всего полета ракеты не удается получить такого качества системы, как при использовании многоканального регулятора. В качестве примера на рис.8, справа, представлены процессы в системе управления с настроенным цифровым одноканальным нечетким регулятором. Хотя устойчивое слежение по заданному углу тангажа этот регулятор обеспечивает (θ_{\max} составляет 4 % от амплитуды входного воздействия), но переходной процесс - колебательный, с перерегулированием более 50 %, временем регулирования более 20с и медленным затуханием.

ВЫВОД

Наличие многоканального нечеткого регулятора позволяет проектировать систему управления таким существенно нестационарным объектом как баллистическая ракета с весьма высоким качеством управления (характеризуемое апериодическим переходным процессом с малым временем регулирования и малой ошибкой рассогласования при отработке программной траектории полета ракеты). Поэтому применение нечеткого регулятора для такого объекта управления является целесообразным и перспективным.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Лебедев А.А., Карабанов В.А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами.- М.: Машиностроение, 1965.-225 с.
2. Гостев В.И., Стеклов В.К. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами: Справочник. - К.: "Радиоаматор", 1998.-704 с.
3. Гостев В.И., Худолий Д.А., Баранов А.А. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления. - К.: Радиоаматор, 2000.- 400 с.
4. Гостев В.И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления. - К.: Издательство "Радиоаматор", 2003.-512 с.

Надійшла 19.09.2003
Після доробки 26.10.2003

Рассмотрены результаты синтеза нечеткого (работающего на базе нечеткой логики) регулятора для системы стабилизации баллистической ракеты по углу тангажа. Методом математического моделирования определены процессы в системе и показано, что на основе применения нечеткого регулятора возможно весьма значительное улучшение качества системы, характеризующееся величиной ошибки рассогласования при отработке программной траектории.

The outcomes of synthesis of a fuzzy-controller for the system of stabilization of a ballistic rocket on a pitch angle. The method of mathematical simulation defines processes in the system and is shown, that on the basis of application of a fuzzy-controller the rather considerable improvement of quality of the system characterized by the value of an error of a mismatch is possible at improvement of a program trajectory.

УДК 539.2

В.И. Грядун, В.П. Шаповалов

ВОЗДЕЙСТВИЕ АТОМАРНОГО ВОДОРОДА НА ЭНЕРГИЮ СВЯЗИ В ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЯХ ГЕРМАНИЯ

Рассматривается механико-молекулярное моделирование поведения атомарного водорода в кристаллическом германии методом ММ+. Получена геометрически оптимизированная структура и найдены минимальные значения потенциала ван дер Ваальса 6-12 для неё. Квантовые энергетические свойства модели рассчитываются и анализируются в рамках полумпирического расширенного метода Хьюкеля.

ВВЕДЕНИЕ

Современное состояние развития микроэлектроники характеризуется активным входением в нанoeлектронику, что характеризуется уменьшением размеров эле-

ментной базы и повышением степени интеграции интегральных схем. Это предусматривает поиск физических явлений, которые бы обеспечивали одноэлектронные процессы на моноатомном уровне. Сказанное требует совершенствования и разработки новых способов управляемого воспроизводимого влияния на поверхностные слои полупроводниковых кристаллов. Одним из таких методов является воздействие атомарным водородом на поверхность и приповерхностные слои твёрдых тел с целью исследования их характеристик и модификации электрофизических параметров [1]. Ранее исследовались

также рекомбинационные свойства атомов водорода на поверхности полупроводников [2], адсорбционные и люминесцентные [3], имеются многочисленные публикации и по другим направлениям исследований, например [4]. Однако, на наш взгляд, недостаточно изученными являются вопросы воздействия атомов водорода на кристаллическую структуру и энергию связи в поверхностной области кристалла.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для выяснения влияния атомов водорода на свойства кристаллической структуры германия воспользуемся методом механико-молекулярного моделирования ММ+ [5,6], суть которого состоит в возможности построения молекул из уже имеющихся атомов либо без них путём присоединения.

Метод ММ+ выбран нами для решения поставленной задачи на основе того, что в нём учитывается периодическая структура решетки кристалла германия и нелинейный характер сил растяжения. Он базируется на потенциалах взаимодействия 6-12 ван дер Ваальса

$$V_{vdr} = \sum_{i < j} \left[\frac{A_{ij}}{R_{ij}^{12}} - \frac{B_{ij}}{R_{ij}^6} \right].$$

В нашем случае планируется построение молекул GeH₄ в кристаллической решётке германия. С этой целью рассмотрим его идеальную пространственную ячейку из восьми атомов как базу для моделирования методом ММ+. Файл, описывающий кристаллическую ячейку с размерами векторов решётки и координатами атомов германия имеет следующий вид

```
Forcefield mm+
sys 0 0 1
view 40 0,22446 55 15 1 0 0 0 1 0 0 0 1 -0,70712
-0,70712 -55,707
box 5,657 5,657 5,657
seed -1111
mol 1
atom 1 GE1 Ge ** -0 -1,41425 -1,41425 -1,41425 0
endmol 1
mol 2
atom 1 GE2 Ge ** -0 1,41425 -1,41425 1,41425 0
endmol 2
mol 3
atom 1 GE3 Ge ** -0 1,41425 1,41425 -1,41425 0
endmol 3
mol 4
atom 1 GE4 Ge ** -0 -1,41425 1,41425 1,41425 0
endmol 4
mol 5
atom 1 GE5 Ge ** -0 0 0 0 0
endmol 5
mol 6
atom 1 GE6 Ge ** -0 0 2,8285 2,8285 0
endmol 6
mol 7
atom 1 GE7 Ge ** -0 2,8285 0 2,8285 0
endmol 7
```

```
mol 8
atom 1 GE8 Ge ** -0 2,8285 2,8285 0 0
endmol 8
END
```

Здесь размеры решетки (box) и координаты атомов заданы в ангстрёмах. Как видим, каждая из восьми молекул состоит из одного атома германия и может быть модифицирована многочисленными способами. Для моделирования таких процессов как адсорбция, хемосорбция или диффузия атомов водорода в германии добавим в рассматриваемую модель тридцать два атома водорода в расчёте по одному на валентную связь атомов германия, хотя метод эту цифру позволяет изменять. Новый файл с учётом атомов водорода представлять не будем, так как структура образовавшейся молекулы не оптимизирована. Но представить геометрию одного из её вариантов метод позволяет. На рис. 1 она представлена. Видим, что водород занимает междоузельное пространство решетки, заполняя все валентные связи атомов германия.

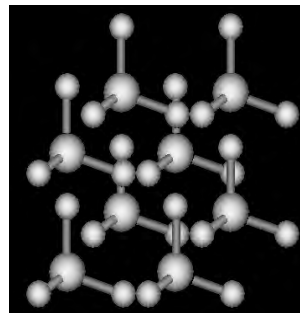


Рисунок 1

2 ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ АТОМОВ ВОДОРОДА В ГЕРМАНИИ

Для расчётов характеристик молекул методом ММ+ имеются две электростатические опции (связанных диполей и атомных зарядов), и три опции обрезания потенциала взаимодействия атомов (выключенное, включенное и смещенное). В связи с этим в общем случае имеем шесть вариантов расчёта произвольной задачи. Кроме того, для осуществления непосредственного расчёта геометрической оптимизации конкретной молекулярной структуры имеются четыре алгоритма - Стипеста Десцента, Флетчера Ривса, Полака-Рибьера и блок-диагонали Ньютона-Рафсона. Таким образом, решение одной поставленной задачи имеет двадцать четыре варианта решений, которые необходимо анализировать для выбора наиболее подходящих.

Проведенные расчёты геометрической оптимизации молекулы Ge₈H₃₂ (рис. 1) показали, что наименьшее значение энергии оптимизированной структуры, равное 304 ккал/моль, получено при электростатической опции атомных зарядов, смещённом обрезании атомного потенциала взаимодействия и расчёте по блок-диагональному

алгоритму Ньютона-Рафсона. Значение 596,08 ккал/моль получено при переходе на включенное обрезание потенциала взаимодействия для периодических граничных условий с половинным внешним радиусом решётки германия, составляющим 2,83 Å и нулевым внутренним радиусом, а на рис. 2 представлена геометрически оптимизированная структура молекулы Ge_8H_{32} для этого случая. Следует заметить, что при выключении обрезания потенциала, расчётная энергия после оптимизации резко возрастает до 1808 ккал/моль, что свидетельствует о недопустимости пренебрежения периодической структурой кристалла в данном случае. При изменении электростатической опции атомных зарядов на связанные диполи имеем также несколько значений энергии геометрически оптимизированной молекулы, представленной на рис.1.

Расчёт оптимизации по алгоритмам Стипеста-Десцента и Ньютона-Рафсона при включении обрезания потенциала на заданном расстоянии даёт, соответственно, 601 и 663 ккал/моль, а при смещённом обрезании потенциала и алгоритме Ньютона-Рафсона получаем 304 ккал/моль. Таким образом, видим, что смещение обрезания потенциала взаимодействия атомов занижает расчётную энергию оптимизированной молекулы.

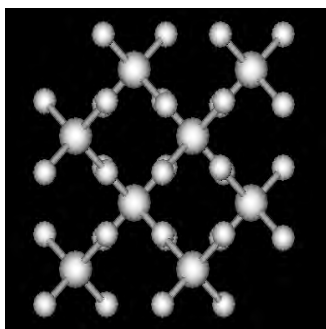


Рисунок 2

Расчёт энергии первоначального кластера из восьми атомов германия также зависит от опций метода ММ+, однако здесь решающую роль играет только опция обрезания потенциала - при обычном включении обрезания потенциала получаем 142, а при смещённом имеем 56 ккал/моль.

Таким образом, расчётная энергия отталкивания ван дер Ваальса при наличии атомов водорода в кристаллической решетке германия увеличивается и минимально составляет 248 ккал/моль при смещённом обрезании потенциала взаимодействия атомов. При включении обычного обрезания потенциала на заданном радиусе имеем примерно в два раза большие значения: 454, 459 и 521 ккал/моль в зависимости от опций и алгоритма расчёта. Следует подчеркнуть, что три эти значения найде-

ны при наиболее подходящем для кристалла обрезании потенциала взаимодействия атомов, поэтому, усредняя только их, получим среднюю энергию отталкивания равную 478 ккал/моль в молекуле Ge_8H_{32} . Это составляет в среднем 2,6 эВ на молекулу GeH_4 . Таким образом, при образовании одной связи Ge-H в среднем преодолевается энергетический барьер величиной 0,647 эВ на один добавленный атом водорода.

Из рисунка повернутой оптимизированной структуры (рис.3) видим, что водородные связи Ge-H не совпадают по направлениям с гибридными связями sp^3 , которые связывают атомы германия в исходном кристалле, и являются попарно параллельными. Типичное значение угла отклонения связи Ge-H от соответствующей связи sp^3 между атомами германия составляет величину $70,5^\circ$, однако, в трёх случаях из двенадцати угол составляет величину $35,2^\circ$.

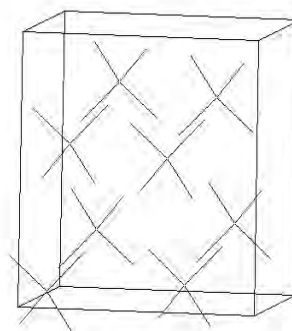


Рисунок 3

Атомы водорода в моделируемой структуре попарно сближаются (рис. 4), так что 1D потенциал, рассчитанный методом Монте Карло, минимизируется на расстоянии 0,259 нм (рис. 5) или 0,313 нм между ними. Это позволяет предположить об установлении поперечной σ -связи между парами атомов водорода.

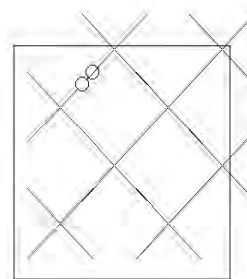


Рисунок 4 - Попарное сближение атомов водорода в германии

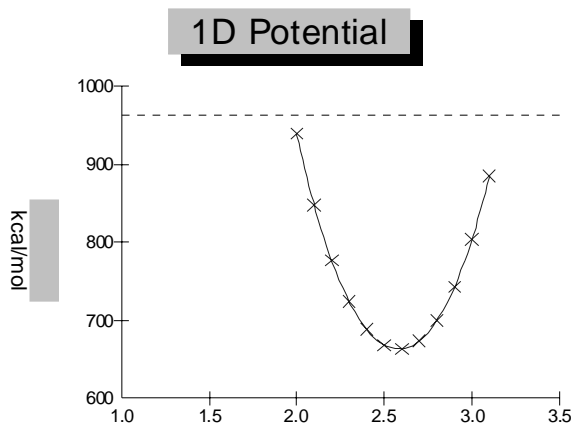


Рисунок 5 - Зависимость потенциальной энергии молекулы Ge_8H_{32} от расстояния между атомами водорода

3 ВЛИЯНИЕ АТОМАРНОГО ВОДОРОДА НА ЭНЕРГИЮ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКИ ГЕРМАНИЯ

Для учёта квантовых свойств атомов германия и водорода, которые ответственны за энергию связи, воспользуемся полуэмпирическим расширенным методом Хюкеля [7]. Расчёт энергии молекулы Ge_8H_{32} после оптимизации механико-молекулярным методом MM+ даёт в зависимости от опций метода Хюкеля несколько отличающиеся величины. При единичной спиновой мультиплетности с учётом d-орбиталей получаем -23018,21 и -23184,56 ккал/моль для простой константы Хюкеля (равной 1,75) и для константы, учитывающей весовую орбитальную диффузность, соответственно. А при спиновой мультиплетности равной трём, имеем для соответствующих констант величины -22756,44 и -22910,66 ккал/моль.

Аналогичные расчёты энергии одной ячейки из восьми атомов кристалла германия составили в соответствии с опциями мультиплетности и константы метода Хюкеля такие величины: -9790,06; -9827,90; -9789,00 и -9827,58 ккал/моль.

Энергия атома водорода составила одинаковую величину для обеих констант метода и дублетной спиновой мультиплетности, равную -313,63 ккал/моль.

Рассчитывая энергию связи атомов водорода и германия в оптимизированной молекуле Ge_8H_{32} как разность между её энергией и суммой энергий ячейки германия и тридцати двух атомов водорода, получим, в зависимости от опций метода Хюкеля, следующие величины: -3192, -3320, -2939 и -3047 ккал/моль. Эти средние величины в пересчёте на одну молекулу GeH_4 составляют энергии -17,31; -18,01; -15,90 и -16,52 эВ, то есть, -4,33; -4,50; -3,97 и -4,13 эВ на одну связь Ge-H. Как видим из расчётов, разброс результатов метода Хюкеля в зависимости от его опций составил для энергии связи атомов водорода в германии примерно 11%.

Рассчитаем энергию отрыва одной из двух молекул

GeH_4 , которые связаны лишь одной связью в геометрически оптимизированной молекуле Ge_8H_{32} (рис.2). Это позволит оценить соответствующую отрыву энергию десорбции молекулы GeH_4 с поверхности кристалла. Для этого рассчитаем методом Хюкеля энергию оставшейся молекулы Ge_7H_{28} (рис. 6) и энергию десорбированной молекулы GeH_4 .

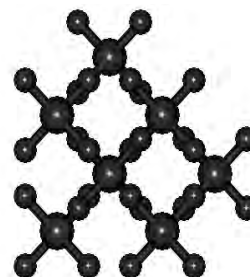


Рисунок 6 - Остаток Ge_7H_{28} после отрыва молекулы GeH_4

Энергии молекулы Ge_7H_{28} , которая останется после отрыва молекулы GeH_4 , составляют следующие величины: -20149,28; -20295,15; -19884,87 и -20017,32 ккал/моль для соответствующих опций метода Хюкеля. Аналогичные расчёты для молекулы GeH_4 составляют величины -2936,78; -2958,96; -2562,34 и -2566,89 ккал/моль.

Полученные значения энергий позволяют рассчитать энергию, необходимую для отрыва молекулы GeH_4 как $Q = E_{geh4} + E_{ge7h28} - E_{ge8h32}$. При опции единичной спиновой мультиплетности энергия Q равняется -70,46 и -72,29 ккал/моль для простой и диффузной констант Хюкеля, соответственно, что составляет -3,057 и -3,136 эВ на молекулу GeH_4 . При триплетной спиновой мультиплетности получаем для энергии Q положительные величины: 308,17 и 325,23 ккал/моль, что составляет 13,369 и 14,109 эВ необходимых для отрыва одной молекулы GeH_4 . Видим, что в синглетном состоянии отрыв молекулы GeH_4 энергетически выгоден, то-есть молекула Ge_8H_{32} распадается на молекулу GeH_4 и остаток Ge_7H_{28} . В триплетном же состоянии, при наличии спиновой плотности в молекуле (рис. 7), для отрыва молекулы GeH_4 нужна большая дополнительная энергия порядка 14 эВ.

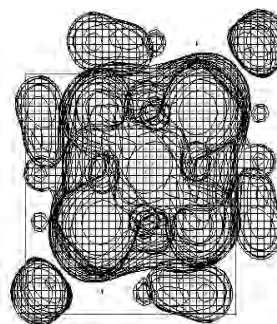


Рисунок 7 - Спиновая плотность в геометрически оптимизированной молекуле Ge_8H_{32}

ВЫВОДЫ

Моделирование процесса добавления атомов водорода в кристаллический германий механико-молекулярным методом ММ+ показывает, что этот процесс протекает с преодолением сил отталкивания ван дер Ваальса. При этом достигается геометрически оптимальная периодическая структура.

Квантово-механический расчёт рассматриваемой модели полумпирическим методом Хюкеля позволяет заключить, что, в среднем, добавление атомов водорода в междоузельное пространство германия является энергетически выгодным. При этом, поверхностные молекулы GeH_4 , которые связаны с решёткой одной связью, могут покинуть кристаллическую структуру если атом германия находится в синглетном спиновом состоянии.

Уменьшение энергии связи между поверхностными атомами в кристаллах германия при хемосорбции атомов водорода в реальных экспериментах должно приводить к ряду следствий, которые могут проявляться в следующих явлениях:

- 1) увеличении скорости реакций химического травления поверхности кристаллов;
- 2) увеличении скорости распыления кристалла при ионной бомбардировке;
- 3) термо- и фотодесорбции молекул GeH_4 ;
- 4) распылении атомов германия при рекомбинации атомов водорода на поверхности кристалла;
- 5) изменении симметрии реконструированной поверхности кристалла;
- 6) изменении электрофизических свойств электронного газа в области хемосорбированных атомов водорода;
- 7) изменении параметров коэффициентов диффузии примесных атомов.

В заключение следует заметить, что кроме метода ММ+ разработаны и другие методы механико-молекулярного моделирования, например, методы AMBER,

ВЮ+ и OPLS [6], поэтому представляет интерес к дальнейшим исследованиям подобных задач и этими методами. Что касается полумпирического метода Хюкеля для расчёта квантовых свойств полупроводниковых структур, то, при наличии быстродействующей вычислительной техники, его можно заменить мощным методом *ab initio*.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Труды Третьей Международной конференции ВММ-2001 "Водородная обработка материалов". - Донецк, 2001. - Ч. 1, 500 с.
2. Лавренко В.А. Рекомбинация атомов водорода на поверхности твёрдых тел. - Киев: Наукова думка, 1973. - 204 с.
3. Соколов В.А., Горбань А.Н. Люминесценция и адсорбция. - Москва: Наука, 1969. - 188 с.
4. Татаринцев В.И., Матюшин В.М. Влияние атомарного водорода на структуру поликристаллических тонких плёнок. // Известия РАН. Сер. физическая. - 2000.- Т. 64, №4. - С. 743 - 746.
5. Allinger N.L. Molecular Mechanics Method MM2. // J. Am. Chem. Soc. - 1977. - Vol. 99. - P. 8127-8134.
6. Berkert U., Allinger N.L. Molecular Mechanics. - Washington, D.C.: American Chemical Society, 1982. - 664 p.
7. Clark T.A. Handbook of Computational Chemistry. - New York: John Wiley and Sons, 1985. - 352 p.

Надійшла 06.06.2003
Після доробки 03.07.2003

Розглядається механіко-молекулярне моделювання поведінки атомарного водню в кристалічному германії методом ММ+. Отримана геометрично оптимізована структура і знайдені мінімальні значення потенціалу ван дер Ваальса 6-12 для неї. Квантові енергетичні властивості моделі розраховуються і аналізуються в рамках напівемпіричного розширеного метода Хюкеля.

Mechanical-molecular modelling behaviour of atomic hydrogen in crystal germanium is considered by method MM+. Geometry optimized structure is received and the minimal values of potential 6-12 of van der Waals for it are found. Quantum energy properties of model are calculated and analyzed within the bounds of the semi-empirical expanded Hukel's method.

УДК: 621.373.001.24:681.3.72

С.П. Гулин

АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОПТОЭЛЕКТРОННЫХ КОМПОНЕНТНЕЛИНЕЙНЫХ ИНЕРЦИОННЫХ ЦЕПЕЙ В РЕЖИМЕ БОЛЬШОГО СИГНАЛА

Предложен алгоритм моделирования оптоэлектронных компонентов в режиме большого сигнала, адаптированный к методам анализа Вольтерры - Пикара. Форма описания моделей упрощает процедуру характеристики, минимизирует ошибку аппроксимации при изменении спектра, нормы воздействия и/или номера итерации, снижает вычислительные затраты анализа объектов данного класса.

ВВЕДЕНИЕ

Широкое использование оптоэлектронных приборов сдерживается отсутствием инженерных САПР, ориентированных на их разработку и применение. Анализ процессов в нелинейных цепях, содержащих оптоэлектронные компоненты, обычно производят при малом

гармоническом воздействии, пренебрегая либо их нелинейными, либо инерционными свойствами [1-2], что приводит к снижению точности полученных результатов и уменьшает их общность. Математические модели, которые бы учитывали указанные свойства оптронов одновременно, в литературе отсутствуют. Особый интерес представляют вопросы разработки моделей, ориентированных на компьютерный анализ стационарных режимов нелинейных оптоэлектронных схем при негармоническом воздействии большой нормы.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Из всего разнообразия направлений исследования нелинейных инерционных цепей (НИЦ) в настоящее время выделяется интенсивно развивающийся подход на основе функциональных рядов Вольтерры (ФРВ) [3-10].

Математическая модель стационарного режима НИЦ в терминах ФРВ в частотной области на основе метода генераторов искажений [3-4] имеет вид

$$\begin{aligned} [F[\bar{I}_1(j\omega_i)]] &= [Y(j\omega_i)] \cdot [\bar{H}_1(j\omega_i)], \\ [F[\bar{I}_2(j\omega_{1,2})]] &= [Y(j \cdot \sum_{i=1}^2 \omega_i)] \cdot [\bar{H}_2(j\omega_{1,2})], \\ &\dots\dots\dots \\ [F[\bar{I}_n(\omega_{1,n})]] &= [Y(j \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i)] \cdot [\bar{H}_n(j \cdot \omega_{1,n})], \end{aligned} \quad (1)$$

где $[\bar{H}_n(j \cdot \omega_{1,n})]$ - вектор нелинейных передаточных функций (НПФ) n -го порядка; $[Y(\cdot)]$ - матрица проводимостей линейного многополюсника НИЦ на суммарной частоте спектра воздействия; $[F[\bar{I}_n(\cdot)]]$ - вектор изображений нелинейных источников тока Норттона (НИТН), определяемые коэффициентами аппроксимации рядов Тейлора их функций относительно рабочих точек по постоянному току и НПФ k -го порядка, $k = \overline{1, (n-1)}$; $\omega_{(n-1)} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$.

Из (1) следует, что формирование модели НИЦ в терминах ФРВ предполагает решение трех задач: разработки методов расчета НПФ, разработки приемлемых методов аппроксимации характеристик нелинейных элементов (НЭ) и формирования векторов изображений НИТН и расчета матрицы проводимостей линейного многополюсника НИЦ.

Основной проблемой анализа НИЦ и систем на основе аппарата ФРВ является сходимость ряда при росте нормы входного воздействия [3-8]. Для улучшения сходимости ФРВ применяют различные методы: экономизации [3], увеличения числа учитываемых членов ряда [3-6], нестационарных НПФ [7], итераций [3, 5, 8].

Анализ установившихся процессов НИЦ класса Вольтерры-Пикара в режиме большого сигнала [3, 5, 8] требует расчета параметров НИТН на каждой итерации, что предполагает организацию рекуррентного процесса вычисления коэффициентов рядов многих переменных, которыми, в общем случае, характеризуются НЭ.

Поскольку ряд Тейлора для экспоненциальных функций, характерных для НЭ биполярных микроэлектронных технологий, является медленно сходящимся и расходящимся для более сложных и разрывных функций, необходимо применить более мощный метод аппроксимации, который бы устранял перечисленные недостатки и позволил снять ряд вопросов поставленной проблематики как на этапе формирования системы (1), так и на этапе ее решения.

С этой целью обобщенные ряды Фурье-Якоби на примере НЭ р-п перехода (характерного для свето- и фотоструктур оптоэлектронных преобразователей) применяются для решения задач: аппроксимации характеристик нелинейного источника тока, управляемого напряжением (НИТУН) большой нормы в виде гармонического или полигармонического сигналов, спектрального анализа его отклика на перечисленные виды воздействия; разработки модели НИТУН, обладающей рекуррентными свойствами; разработки аналогичных моделей для реактивных НЭ р-п перехода.

РЕШЕНИЕ

Предлагаемый подход к алгоритмизации процесса моделирования оптоэлектронных компонентов рассмотрим на примере НИТУН, который является основой моделей активных компонентов:

$$J = J_s \{ \exp([U(t)/(m\phi_T)] - 1) \}, \quad (2)$$

где J_s - тепловой ток насыщения р-п перехода; $U(t)$ - входное воздействие; ϕ_T - тепловой потенциал; m - константа, зависящая от технологических параметров.

В соответствии с постановкой задачи найдем отклик НЭ (2) на воздействие вида:

$$U(t) = U_{dc} + U_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

где U_{dc} - напряжение смещения; U_m , ω и φ - соответственно амплитуда, угловая частота и начальная фаза (при выводе соотношений, не уменьшая их общности, будем полагать $\varphi = 0$).

Нормируя входной сигнал, (2) с учетом (3) запишем в следующем виде:

$$J = J_s \cdot \{ \exp(b_{dc}) \cdot \exp(b_1 \cdot V_n) - 1 \}, \quad (4)$$

где $V_n = [U(t) - U_{dc}] / U_N$, $b_{dc} = U_{dc} / (m \cdot \phi_T)$, $b_1 = U_N / (m \cdot \phi_T)$, U_N - норма V_n .

Функция $\exp(b \cdot V_n)$ относится к классу периодических непрерывных однозначных дифференцируемых функций, к которым применимы теоремы, доказывающие возможность и единственность их разложения в ряд Фурье. Разложим ее в обобщенный ряд Фурье по системе ортогональных полиномов Якоби-Лежандра аргумента V_n [11].

$$\exp[b_1 \cdot V_n] = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \cdot P_i(V_n), \quad (5)$$

где коэффициенты аппроксимации:

$$A_i = (2 \cdot i + 1) / 2 \cdot \int_{-1}^1 \exp[b_1 \cdot V_n] \cdot P_i(V_n) \cdot dV_n, \quad (6)$$

а $P_i(\cdot)$ - полином Лежандра i -го порядка, определяемый соотношением

$$P_i(V_n) = (2^i \cdot i!)^{-1} \cdot d^i / dV_n^i (V_n^2 - 1)^i, \quad (7)$$

Для определения коэффициента A_i найдем производную i -го порядка бинома $(V_n^2 + 1)$. Для этого, используя формулу 0,432 (3) [11] и применяя к ней метод доказательства по индукции с учетом условий $a=-1$, $p=n=i$; $x=V_n$ и формулы Бинома Ньютона, получаем:

$$d^i / dV_n^i (V_n^2 - 1)^i = i! \cdot 2^i \cdot \left\{ \sum_{j=0}^{[i/2]} i! / [j!(i-2 \cdot j)!] \cdot 2^{2j} \right\} \times \\ \times \sum_{k=0}^j (-1)^k / [k!(j-k)!] \cdot V_n^{i-2k}, \quad (8)$$

где $[i/2]$ - целая часть числа.

Подставив (8) в (7) и применив метод интегрирования по частям, получаем формулу i -го коэффициента обобщенного ряда Фурье (5)

$$A_i = \frac{(2 \cdot i + 1)}{b_1} \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j \sum_{m=0}^{i-2k} K_{\{i,j,k,m\}} \cdot \frac{(-1)^{k+m}}{b_1^m \cdot 2^{2j}} \times \\ \times [\exp b_1 - (-1)^{i-2k-m} \cdot \exp(-b_1)] / 2, \quad (9)$$

где $K_{\{i,j,k,m\}} = [i!(i-2 \cdot k)!] / [j!k!(i-2j)!(j-k)! \times (i-2k-m)!]$ - полиномиальный коэффициент.

Учитывая формулы Эйлера $\exp b_1 = \text{ch } b_1 + \text{sh } b_1$ и $\exp(-b_1) = \text{ch } b_1 - \text{sh } b_1$ в квадратных скобках (9) при условии, что сумма индексов $i-2k-m$ - четное число или нуль, получаем $2\text{ch } b_1$, в противном случае - $2\text{sh } b_1$. Выражение (9) позволяет рассчитать полный спектр отклика НЭ (2) на воздействие (3). Для этого, подставив выражения (7), (8) и (9) в (4), после соответствующих упрощений получаем

$$J_{pn} = J_S \cdot \{ \exp(b_{dc}) \cdot \sum_{i=0}^{\infty} A_i \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^k \times \\ \times i! / [j!(i-2 \cdot j)! 2^{2j} \cdot k!(j-k)! U_N^{2k-i}] \times \\ \times [U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)]^{i-2k} - 1 \}. \quad (10)$$

Учитывая формулы 1.320.5 и 1.320.7 [11] для четных и нечетных степеней косинуса, а также равенство $V_N = U_m$, справедливое для гармонического сигнала, получаем соотношения, определяющие спектр отклика

НЭ (2) на входной сигнал (3)

- для постоянной составляющей спектра

$$J_{pn0} = J_S \cdot (\exp b_{dc} / b_1 \cdot A_0 - 1), \quad (11)$$

- для гармонических компонент нечетного порядка

$$J_{pn(i+1)} = J_S \cdot \{ \exp b_{dc} / b_1 \cdot A_{i+1} \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^k \times \\ \times i! / [j!k!(i-2 \cdot j)!(j-k)! 2^{i-2k+2j}] \times \\ \times \{ \sum_{p=0}^{[i/2]-k} (i-2k+1)! / [p!(i-2k-p+1)!] \times \\ \times \cos\{[i-2 \cdot (k+p)+1] \cdot \omega t\} \}, \quad (12)$$

- для гармонических компонент четного порядка

$$J_{pn(i)} = J_S \cdot \{ \exp b_{dc} / b_1 \cdot A_i \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^k \times \\ \times i! / [j!k!(i-2 \cdot j)!(j-k)! 2^{i-2k+2j}] \times \\ \times \{ \sum_{p=0}^{i/2-k-1} 2 \cdot (i-2 \cdot k)! / [p!(i-2 \cdot k-p)!] \times \\ \times \cos\{[i-2 \cdot (k+p)] \cdot \omega t\} + B_i \}, \quad (13)$$

где $B_i = (i-2k)! / [(i/2-k)!]^2$ - коэффициент, учитывающий влияние компонент четного порядка на величину постоянной составляющей спектра отклика НЭ.

Для разработки модели, обладающей рекуррентными свойствами, используем соотношение, которое связывает три последовательных полинома Лежандра [11]

$$P_{i+1}(V_n) = (2 \cdot i + 1) \cdot (i + 1)^{-1} \times \\ \times V_n \cdot P_i(V_i) - i \cdot (i + 1)^{-1} \cdot P_{i-1}(V_n). \quad (14)$$

Для получения рекуррентной модели рассматриваемого НЭ достаточно иметь соотношение, связывающее три последовательных коэффициента аппроксимации - A_{i+1} , A_i и A_{i-1} . Подставляя (7), (8) в (14) и выделяя коэффициенты A_i и A_{i-1} , после соответствующих упрощений получаем искомое выражение

$$A_{i+1} = (2 \cdot i + 3) / (i + 1) \cdot [A_i - i / (2 \cdot i - 1) \cdot A_{i-1} + C], \quad (15)$$

где (16)

$$C = (2i + 1) \cdot \text{sh } b \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} i! / [j!(i-2j)! 2^{2j}] \times \\ \times \sum_{k=0}^j [(i-2k+1)! (-1)^{i-2k+1}] / [k!(j-k)! b^{i-2k+2}]. \quad (16)$$

На основе предложенного алгоритма согласно постановке задачи приступим к характеристике НИТУН для полигармонического входного сигнала.

$$U(t) = U_{dc} + \sum_{i=0}^N U_{mi} \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \varphi_i) = U_{dc} + U_{dc} + \sum_{i=0}^N [\dot{U}_{mi} / 2 \cdot \exp(j\omega_i \cdot t) + \ddot{U}_{mi} / 2 \cdot \exp(-j\omega_i \cdot t)], \quad (17)$$

где U_{mi} , ω_i и φ_i - соответственно, амплитуда, круговая частота и начальная фаза i -той гармонической компоненты спектра;

$$U_{mi} = \dot{U}_{mi} \cdot \exp \varphi_i, \ddot{U}_{mi} \cdot \exp(-\varphi_i), \omega_o = \varphi_0 = 0.$$

По аналогии с предыдущим основной задачей является аппроксимация экспоненты

$$\exp[b \cdot \sum_{i=0}^N U_{mi} \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \varphi_i) / U_N] = \exp\left\{\frac{b}{2 \cdot U_N} \cdot \sum_{i=0}^N [\dot{U}_{mi} \cdot \exp(j\omega_i t) + \ddot{U}_{mi} \cdot \exp(-j\omega_i t)]\right\}, \quad (18)$$

где $i = \overline{1, n}, b = U_N / (m \cdot \varphi_T), U_N$ - норма сигнала $[U(t) - U_{dc}]$ равная $\sqrt{\sum_{i=1}^N U_{mi}^2}$.

Выражение (18) - сложная периодическая функция N переменных $U_{mi}(t)$ и принадлежит, как и (4), к классу голоморфных [3]. В тоже время, она может рассматриваться как функция единственной переменной $V_n = [U(t) - U_{dc}] / U_N$. В этом случае спектр отклика НИТУН на входной сигнал (17) может быть получен после подстановки его в (4), возведения в степень суммы экспоненциальных составляющих и соответствующих преобразований

$$J_{pn} = J_S \left\{ \exp b_0 \sum_{i=0}^{\infty} A_i \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^{j-k} i! / [j!(i-2j)! 2^{2j} \times k!(j-k)! U_N^{2k-i}] \cdot \sum_{m=0}^{i-2k} (i-2 \cdot k)! / m! \times \sum_{q_1=0}^{i-2k} \sum_{q_2=0}^{i-2k} \dots \sum_{q_N=0}^{i-2k} \sum_{r_1=0}^{i-2k-m} \sum_{r_2=0}^{i-2k-m} \dots \sum_{r_N=0}^{i-2k-m} (i-2k) \times \times \left\{ \prod_{s=1}^N [\dot{U}_{mi}^{q_s} \cdot \ddot{U}_{mi}^{r_s}] / [2^{(q_s+r_s)} \cdot q_s! r_s!] \right\} \times \exp\left[j \sum_{s=1}^N (q_s - r_s) \omega_s t - 1\right], \quad (19)$$

где q_s и r_s - целые числа (либо нули), на которые происходит разбиение показателей степени, соответственно, $(i+2k)$ и $(i+2k-m)$ на N частей. Соотношение (19) позволяет рассчитать величину постоянной составляющей, i -ю гармонику каждой из составляющих входного

полигармонического сигнала и величину любой из комбинационных частот спектра отклика. Точный расчет амплитуд каждой из составляющих спектра рассматриваемого НЭ является предметом отдельной публикации.

До сих пор рассматривался НИТУН р-п перехода. Эквивалентная схема р-п перехода, как известно, содержит также диффузионную C_{diff} и барьерную $C_{бар}$ емкости

$$C_{diff} = \gamma \tau (J_{pn} + J_S) = \gamma \tau J_S \exp\{[U_-(t) + U_0] / (m \varphi_T)\}, \quad (20)$$

$$C_{бар} = C_{\varphi k} \cdot [1 + U(t) / \varphi_K]^{-\gamma}, \quad (21)$$

где γ - коэффициент, характеризующий тип р-п перехода; τ - время жизни не основных носителей; $C_{\varphi k}$ - емкость при напряжении, равном контактной разности потенциалов φ_k .

Получим выражения, аналогичные (11-13) для барьерной емкости. Нормируя входной сигнал и выполняя необходимые преобразования, представим (20) в следующем виде:

$$C_{бар} = C_{\varphi k} \cdot [1 + U(t) / \varphi_K]^{-\gamma} = C_{dc} \cdot [1 + D \cdot U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) / U_N]^{-\gamma}, \quad (22)$$

$$\text{где } C_{dc} = C_{\varphi k} \left(1 + \frac{U_{dc}}{\varphi_k}\right)^{-\gamma}; D = \frac{U_N}{(U_N + \varphi_k)}.$$

Обобщенный ряд Фурье-Лежандра для (24) имеет вид

$$C_{бар} = \sum_{i=0}^{\infty} C_i \cdot P_i(V_n), \quad (23)$$

где C_i - коэффициент разложения функции $[1 + DV_N]^{-\gamma}$, определяемый выражением

$$C_i = (2 \cdot i + 1) \cdot C_{dc} \cdot \sum_{d=0}^{\infty} (-1)^d \cdot (2 \cdot d + 1)!! / (2 \cdot d)!! \cdot D \times \times \sum_{j=0}^d \sum_{k=0}^{[i/2]} (-1)^k \cdot i! / [j!(i-2j)! 2^{2j}] \times \times k!(j-k)!(d+i-2 \cdot k+1). \quad (24)$$

Опуская промежуточные преобразования, аналогичные тем, которые были проделаны для НИТУН, получаем соотношения, определяющие спектр разложения (23) - для четных индексов,

$$C_{бар(i)} = C_i \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^k \cdot i! / [j! \times \times k!(i-2 \cdot j)!(j-k)! 2^{i-2k+2j}] \times \times \left\{ \sum_{p=0}^{i/2-k-1} 2 \cdot (i-2 \cdot k)! / [p!(i-2-p)!] \times \times \cos\{[i-2 \cdot (k+p)] \cdot (\omega \cdot t + \varphi)\} + B_j \right\}. \quad (25)$$

- для нечетных индексов.

$$C_{\text{бар}}(i+1) = C_i \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^k \cdot i! / [j!] \times \\ \times k!(i-2 \cdot j)!(j-k)! 2^{i-2k+2j} \times \\ \times \left\{ \sum_{p=0}^{i/2-k-1} 2 \cdot (i-2k+1)! / [p!(i-2k-p+1)!] \times \right. \\ \left. \times \cos\{[i-2 \cdot (k+p)+1] \cdot (\omega \cdot t + \varphi)\} \right\} . \quad (26)$$

Выражение, определяющее спектр ряда (23) для сигнала (17), принимает вид

$$C_{\text{бар}} = \sum_{i=0}^{\infty} C_i \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^{j-k} \times \\ \times i! / [j!(i-2j)! 2^{2j} \cdot k!(j-k)! \times \\ \times U_N^{2k-i}] \cdot \sum_{m=0}^{i-2k} (i-2k)! / m! \times \\ \times \sum_{q_1=0}^{i-2k} \sum_{q_2=0}^{i-2k} \dots \sum_{q_N=0}^{i-2k} \sum_{r_1=0}^{i-2k-m} \sum_{r_2=0}^{i-2k-m} \dots \sum_{r_N=0}^{i-2k-m} (i-2k)! \times \\ \times \left\{ \prod_{s=1}^N [\dot{U}_{mi}^{q_s} \cdot \ddot{U}_{mi}^{r_s}] / [2^{(q_s+r_s)} \cdot q_s! r_s!] \right\} \times \\ \times \exp\left[j \cdot \sum_{s=1}^N (q_s - r_s) \cdot \omega_s \cdot t \right] - 1. \quad (27)$$

Аналогичное соотношение получено и для диффузионной емкости открытого p-n перехода, составляющая i-го порядка которой определяется формулами, подобными (11-13) с коэффициентом $K_{\text{диф}} = \gamma \tau J_s$ и исключением постоянной составляющей в (10). Таким образом, учет нелинейных зависимостей для барьерной и диффузионной емкостей позволяет моделировать инерционные свойства свето- и фото- структур оптоэлектронных преобразователей.

Предложенный алгоритм может быть распространен и на другие виды функций, которые применяются для моделирования характеристик НЭ, однако получение A_i (в ряде случаев) сопряжено с трудностями интегрирования [11], которые не являются непреодолимыми.

В заключение, переходя от характеристики изолированных нелинейных двух- и четырехполюсников к характеристике НЭ в составе НИЦ класса Вольтерры-Пикара и опуская промежуточные выкладки, приведем выражение, определяющее спектр отклика НИТУН вида (2), который является нагрузкой нелинейного инерционного многополюсника, возбуждаемого полигармоническим входным сигналом большой нормы

$$J_{pm} = J_s \cdot \left\{ \exp b_0 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} A_i \cdot \sum_{j=0}^{[i/2]} \sum_{k=0}^j (-1)^{j-k} \times \right. \\ \times i! / [j!(i-2j)! 2^{2j} \cdot k!(j-k)! U_N^{2k-i}] \cdot \sum_{m=0}^{i-2k} (i-2k)! / m! \times \\ \times \sum_{q_1=0}^{i-2k} \sum_{q_2=0}^{i-2k} \dots \sum_{q_N=0}^{i-2k} \sum_{r_1=0}^{i-2k-m} \sum_{r_2=0}^{i-2k-m} \dots \sum_{r_N=0}^{i-2k-m} (i-2k)! \times \\ \times \left\{ \prod_{s=1}^N [\dot{U}_{mi}^{q_s} \cdot \ddot{U}_{mi}^{r_s}] / [2^{(q_s+r_s)} \cdot q_s! r_s!] \right\} \times \\ \times H(\underbrace{f_1, \dots, f_1}_{q_1}; \underbrace{f_2, \dots, f_2}_{q_2}; \dots; \underbrace{f_N, \dots, f_N}_{q_N}; \\ \underbrace{-f_1, \dots, -f_1}_{r_1}; \underbrace{-f_2, \dots, -f_2}_{r_2}; \dots; \underbrace{-f_N, \dots, -f_N}_{r_N}) \times \\ \left. \times \exp\left[j \cdot \sum_{s=1}^N (q_s - r_s) \cdot \omega_s \cdot t \right] - 1 \right\}, \quad (28)$$

где q_s и r_s - целые числа (либо нули), на которые происходит разбиение показателей соответственно степени $(i-2k)$ и $(i-2k-m)$ на N частей; A_i - коэффициенты обобщенного ряда Фурье-Лежандра (5); $H()$ - НПФ порядка $q_i + r_i$ анализируемой НИЦ, у которой q_i - число частот f_i взятых со знаком плюс, а r_i - число частот f_i , взятых со знаком минус.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Проверка действенности предлагаемого алгоритма была проведена на примере анализа режимов конвертера треугольного напряжения в синусоидальное (КТС) с применением модели волстропа 30Д101А в управляемом источнике стабильного тока (рис. 1).

Для моделирования транзисторов Т1 и Т2 использовалась разработанная рекуррентная модель переноса биполярного транзистора с параметрами: $\beta = 10 - 40$, $I_{кт} = 3E-6mA$, $I_{\text{ЭТ}} = 71E-8mA$, $С_{kb} = 10$ пФ, $С_{\text{Э0}}(0) = 20$ пФ, $\tau_n = 135$ нс, $r_g = 3,7$ Ом, $m\Phi T = 0,036$ В. КТС анализировался при напряжении питания $E_n = +/-5$ В, при этом ток светодиода волстропа варьировался от 0,8 до 25 мА.

Пространственный рельеф зависимости $K_{r2}(\omega)$ (рис.2), полученный с помощью программы МАЭС-П [12] и дополнительно разработанных пред- и постпроцессоров, позволил выявить область минимума данного критерия для амплитуды треугольного напряжения, приблизительно равной 2ФТ, что подтверждается результатами эксперимента [11].

При этом выигрыш по времени анализа режимов КТС при вариации амплитуды входного напряжения в пределах 30-800 мВ колебался в пределах 3,5 - 6 % за счет экономии числа операций на этапе формирования математической модели КТС. Расхождение результатов машинного и натурального экспериментов при этом не превышало 4,2 %.

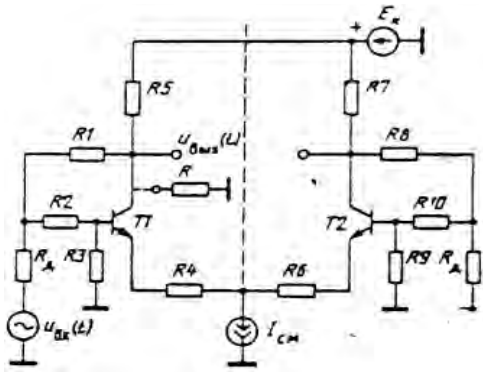


Рисунок 1 - Упрощенная схемная модель КТС:
 $U_{вх}(t)$ - источник входного сигнала; $I_{см}$ - управляемый генератор стабильного тока

ВЫВОДЫ

Предложен алгоритм моделирования оптоэлектронных компонентов, адаптированный к аналитическим и итерационным методам анализа цепей класса Вольтерры-Пикара.

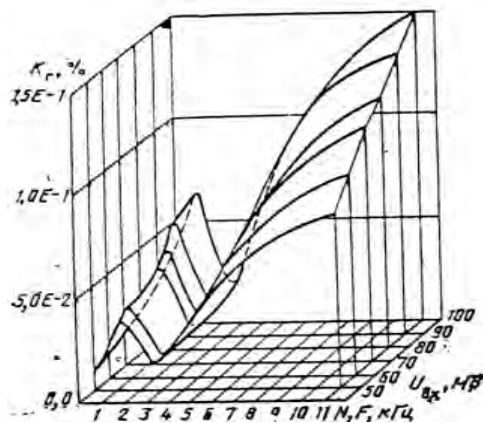


Рисунок 2 - Пространственный рельеф зависимости коэффициента гармоник от частоты - $K_r(F)$:
 $F = N\Delta f$, где $\Delta f = 72,27$ кГц

Математическая форма описания полученных моделей упрощает процедуру характеристики НЭ в терминах ФРВ и пригодна как в режиме малого, так и в режиме большого сигнала. Обеспечивая минимальную ошибку аппроксимации при изменении спектра и нормы воздействия, она позволяет получить необходимый результат даже в тех случаях, когда ряд Тейлора, соответствующий

функции НЭ, оказывается медленно сходящимся, либо расходящимся. Предложенный алгоритм допускает обобщение характеристики НЭ, представленной любой заданной функцией, возможность разработки рекуррентных моделей полупроводниковых приборов и интегральных схем, обеспечивает контроль и естественную коррекцию вычислительного процесса по мере роста нормы воздействия и/или номера итерации.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Носов Ю.Р., Сидоров А. С. Оптроны и их применение.-М.: Радио и связь, 1981.-280 с.
2. Волчков В.П., Дмитриев В.П. Моделирование элементарного волстропа. "Радиотехника", 1985 г., № 11, с.85 - 86.
3. Богданович Б.М., Черкасс Л.А., Задедюрин Е.В., Вувиуникян Ю.М.. Методы нелинейных функционалов в теории электрической связи - М: Радио и связь, 1990. - 280 с.
4. Герасименко В. Ф., Гулин С. П. Алгоритм определения компонент нелинейных токов в программе анализа цепей класса Вольтерра-Винера. Сб. научных трудов "Машинное моделирование электрических и электронных цепей". - АН УССР. - Киев: Наукова думка, 1981, с. 35-43.
5. Данилов Л.В. Ряды Вольтерра - Пикара в теории нелинейных электрических цепей. - М.: Радио и связь, 1987 г. - 224 с. Жигалов И.Е., Ильин В.Н., Ланцов В. Н. Расширение возможностей аппарата рядов Вольтерра в программах АСХП. Изв. Вузов МВ и ССО СССР "Радиоэлектроника", т. 28, № 9, с. 49-54.
6. Benedetto S. & Beglieri E. Volterra series analysis of class C Amplifiers. SPACE CAD 79, Bologna, September, 1979, pp. 14-19.
7. Гулин С.П. Модифицированный метод функциональных рядов Вольтерры. Радиотехника, 1986, № 10, с. 57-60.
8. Сверкунов Ю.Д. Идентификация и контроль качества нелинейных элементов радио-электронных систем. - М.: Энергия, 1975. - 97 с.
9. Гулин С.П. Анализ нелинейных свойств конвертора треугольного напряжения в синусоидальное с учетом инерции схемных компонентов. В сб.: Полупроводниковая электроника в технике связи. - М.: Радио и связь, 1986, № 26, с. 205-215.
10. Градштейн и И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.:Наука, 1971. - 1108 с.
11. Программа моделирования аналоговых электронных схем МАЭС-П. Руководство пользователя, Г6.304.010-01 93.

Надійшла 11.09.2003
 Після доробки 23.10.2003

Запропоновано алгоритм моделювання оптоелектронних компонентів в режимі великого сигналу, адаптований до методів аналізу Вольтерри-Пікара. Форма опису моделей спрощує процедуру характеристики, мінімізує помилку апроксимації при зміні спектру, норми впливу і/або номеру ітерації, зменшує обчислювальні витрати аналізу об'єктів даного класу.

Algorithm of modeling opto-electronics components in regime of large signal, which adapted to methods of analysis Volterra-Picar's is presented. The form of model description simplifies a procedure of characterizing, provided minimum mistake of approximation for variable of specters or norms of input signal and/or a number of iteration, decreases a computation time of analysis of object this class.

В.Н. Крищук, А.Ю. Фарафонов, С.Н. Романенко

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РЕАЛИЗАЦИИ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ФИЛЬТРОВ НИЖНИХ ЧАСТОТ

Исследуются методы реализации и возможности оптимизации конструкций микрополосковых фильтров нижних частот. Представлен метод повышения точности модели микрополоскового фильтра нижних частот и способ уменьшения размеров фильтра, основанный на оптимизации конструкции индуктивных элементов фильтра. Анализируется зависимость выходных параметров фильтра от изменений конструктивных размеров фильтра при оптимизации. Приводятся результаты оптимизации микрополоскового фильтра нижних частот.

ВВЕДЕНИЕ

При производстве СВЧ аппаратуры, наряду с уменьшением размеров конструкции, стоит проблема обеспечения точности конструктивных параметров устройств, которая тесно связана с точностью изготовления отдельных элементов устройств СВЧ и зависит от технологических ограничений и свойств используемых материалов.

Совершенствование технологических процессов и появление новых материалов предъявляют повышенные требования к точности математических моделей устройств СВЧ, а тенденция миниатюризации аппаратуры СВЧ диапазона требует разработки новых подходов к конструктивному исполнению её элементов.

В данной работе рассматривается метод повышения точности модели микрополоскового фильтра, проводится сравнительный анализ существующих моделей, и исследуются возможности оптимизации конструкции фильтра.

Существующие методы расчёта фильтров нижних частот (ФНЧ) СВЧ диапазона не учитывают при синтезе некоторые элементы схем замещения участков микрополосковых линий и не позволяют независимо изменять в широких пределах конструктивные параметры участков линий.

Так, методика расчёта фильтров нижних частот, основанная на использовании чередующихся отрезков длинной линии [1], содержит необоснованные допущения при учёте индуктивных свойств участков микрополосковых линий, которые выполняют функции ёмкостных элементов. Кроме того, точность используемой модели оказывается зависимой от соотношения волновых сопротивлений, а, следовательно, и геометрических размеров участков линий, выполняющих функции ёмкостных и индуктивных элементов.

В другой методике расчёта и синтеза фильтров СВЧ, основанной на представлении ёмкостных элементов фильтра разомкнутыми отрезками микрополоскового волновода [2], не учитываются ёмкостные свойства участков линий, которые выполняют функции индуктивных

элементов. Это приводит к снижению точности модели фильтров.

Отмеченные недостатки моделей значительно снижают возможности точного расчёта номинальных размеров фильтра и, как следствие, назначения наибольшего поля допуска на параметры фильтра на этапе проектирования.

Для устранения указанных недостатков в работе предлагается метод расчёта ФНЧ в микрополосковом исполнении, который учитывает все элементы схем замещения участков фильтра.

1 ПРЕДЛАГАЕМЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА ФНЧ

В предлагаемом методе количество участков фильтра и их нормированные проводимости g_i определяются по методике, которая приводится в [3] (рис. 1). Связь между параметрами реактивных элементов и нормированными параметрами фильтра-прототипа имеет вид:

$$g_{2i}Z_0 = \omega_c L_{2i}; \quad \frac{g_{2i-1}}{Z_0} = \omega_c C_{2i-1}, \quad (1)$$

где $\omega_c = 2\pi f_c$ - круговая граничная частота полосы пропускания;

L_i и C_i - индуктивность и ёмкость;

Z_0 - волновое сопротивление линий передачи.

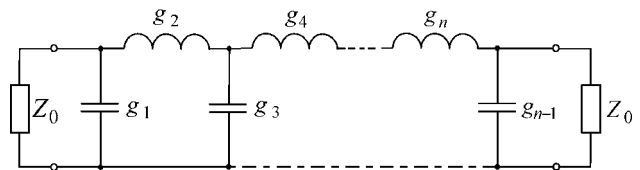


Рисунок 1 - Схема фильтра-прототипа

При микрополосковой реализации сосредоточенные элементы лестничной схемы фильтра-прототипа заменяются участками микрополоскового волновода (рис. 2). Разомкнутые поперечные участки выполняют функции ёмкостных элементов с входным сопротивлением [4]:

$$Z_{2i-1} = Z_x(2i-1)(\text{th}\gamma_{2i-1}l_{2i-1})^{-1}, \quad l \ll \lambda, \quad (2)$$

где $Z_x(2i-1)$ и l_{2i-1} - волновое сопротивление и длина разомкнутых участков волновода;

$\gamma = \alpha + j\beta$ - коэффициент распространения электромагнитных волн;

α - коэффициент затухания;

β - фазовая постоянная;

λ - длина волны в микрополосковой линии.

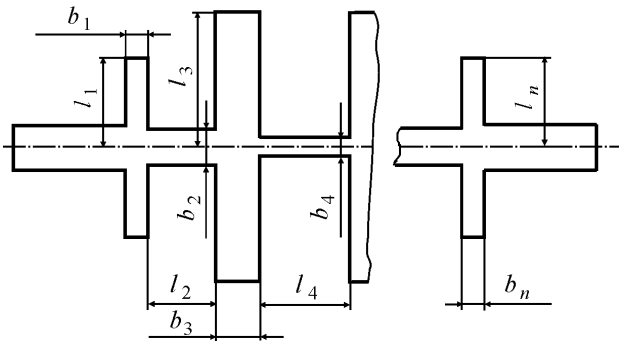


Рисунок 2 - Эскиз токонесущей части микрополоскового ФНЧ

Индуктивным элементам соответствуют продольные участки микрополоскового фильтра, в качестве схем замещения которых обычно используются Т- или П-образные схемы. Наиболее удобной для реализации предлагаемого метода является П-образная схема замещения этих участков. В этом случае полная схема замещения микрополоскового фильтра приобретает вид, которой представлен на рис. 3. Сопротивления П-образных схем замещения продольных участков фильтра определяются выражениями [4]:

$$Z_{2i} = Z_{x2i} \operatorname{sh} \gamma_{2i} l_{2i}, \quad Z'_{2i} = Z_{x2i} \left(\operatorname{th} \frac{\gamma_{2i} l_{2i}}{2} \right)^{-1}. \quad (3)$$

С учётом замены элементов фильтра-прототипа (1) на элементы (2), (3) схем замещения участков микрополосковой линии определяются сопротивления продольных Z_{2i} и поперечных Z_1, Z_{2i-1}, Z_n участков фильтра:

$$Z_1 = Z_n = \left(\frac{2}{Z_{x1}} \operatorname{th} \gamma_1 l_1 + \frac{1}{Z_{x2}} \operatorname{th} \frac{\gamma_2 l_2}{2} \right)^{-1}; \quad (4)$$

$$Z_{2i} = Z_{x2i} \operatorname{sh} \gamma_{2i} l_{2i}; \quad (5)$$

$$Z_{2i-1} = \left(\frac{2}{Z_{x(2i-1)}} \operatorname{th} \gamma_{2i-1} l_{2i-1} + \frac{1}{Z_{x2(i-1)}} \operatorname{th} \frac{\gamma_{2(i-1)} l_{2(i-1)}}{2} + \frac{1}{Z_{x2i}} \operatorname{th} \frac{\gamma_{2i} l_{2i}}{2} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Приведённые соотношения справедливы для нечётно-го числа звеньев фильтра.

Из соотношений (1) и (4) - (6) определяются характеристические сопротивления участков микрополосковых линий. При этом, с целью упрощения, предполагается, что потери в линиях отсутствуют ($\alpha = 0$). Продольным участкам соответствует характеристическое сопротивление:

$$Z_{x2i} = Z_0 g_i \left(\sin \frac{\omega_c}{v_\phi} l_{2i} \right), \quad (7)$$

где v_ϕ - фазовая скорость распространения электромагнитной волны в линии.

Характеристические сопротивления разомкнутых участков микрополосковых линий, которые моделируют емкостные элементы, определяются из соотношений [5]:

$$Z_{x1} = 2 \left[\frac{g_1}{Z_0} - \frac{1}{Z_{x2}} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_c l_2}{2v_\phi} \right) \right]^{-1} \operatorname{tg} \frac{\omega_c l_1}{v_\phi}; \quad (8)$$

$$Z_{x(2i-1)} = \left[\frac{g_{2i-1}}{Z_0} - \frac{1}{Z_{x2(i-1)}} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_c l_{2(i-1)}}{2v_\phi} \right) - \frac{1}{Z_{x2i}} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_c l_{2i}}{2v_\phi} \right) \right]^{-1} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_c l_{2i-1}}{2v_\phi} \right). \quad (9)$$

Формирование моделей завершается определением номинальных размеров участков микрополосковых линий и фазовых скоростей распространения электромагнитных волн.

Длины участков определяются из условия:

$$l_i \ll \lambda_i.$$

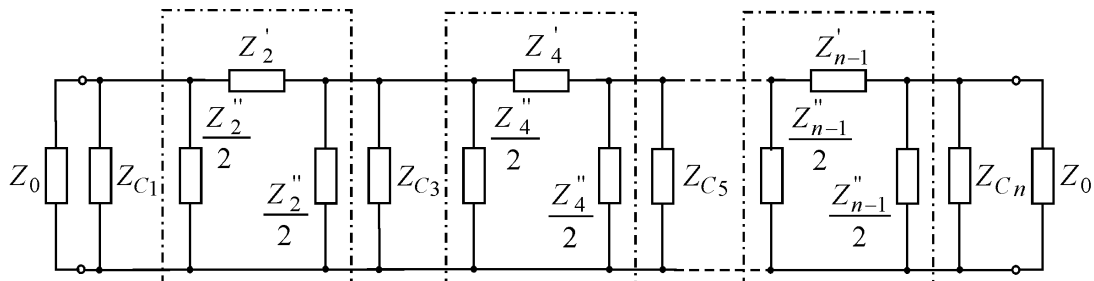


Рисунок 3 - Схема замещения микрополоскового фильтра

Ширины участков линий находятся по известным характеристическим сопротивлениям участков, диэлектрической проницаемости материала и толщине подложки [6]:

$$b_i = \begin{cases} \frac{8h}{e^k - 2e^{-k}}, & (k \leq 2, 1); \\ \frac{2(k_1 - 1)}{\pi} - \frac{2 \ln(2k_1 - 1)}{\pi} + \\ + \frac{(\varepsilon - 1) \left(\ln(k_1 - 1) + 0,293 - \frac{0,517}{\varepsilon} \right)}{\pi \varepsilon}, & (k \leq 2, 1). \end{cases} \quad (10)$$

$$k = \frac{Z_i}{60} \sqrt{\frac{\varepsilon + 1}{2}} + \frac{(\varepsilon - 1) \left(0,226 + \frac{0,12}{\varepsilon} \right)}{\varepsilon + 1}; \quad k_1 = \frac{60\pi^2}{Z_i \sqrt{\varepsilon}},$$

где b_i - ширина участка микрополосковой линии;

ε и h - диэлектрическая проницаемость и толщина подложки.

При расчёте учитывалось, что:

$$v_{\Phi i} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{ei}}}, \quad \varepsilon_{ei} = \left(\frac{Z_{ei}}{Z_{xi}} \right)^2, \quad (11)$$

где c - скорость распространения электромагнитных волн в вакууме;

ε_e - эффективная диэлектрическая проницаемость участка;

Z_{ei} - характеристические сопротивления участков микрополосковой линии при $\varepsilon = 1$.

2 ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЁТА ФИЛЬТРОВ

Сравнение различных методов расчёта фильтров проводилось на основе микрополоскового фильтра нижних частот с частотной характеристикой максимально плоского типа (аппроксимация Баттерворта) и параметрами:

- граничная частота полосы пропускания $f_c = 700$ МГц;
- затухание $a_3 \geq 30$ дБ на частоте $f_3 = 1150$ МГц;
- волновое сопротивление подводящих микрополосковых линий передачи $Z_0 = 50$ Ом.

Этим параметрам соответствует микрополосковый ФНЧ из 7 участков. Фильтр реализуется на подложке с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 9,6$ и толщиной $h = 1$ мм. В зависимости от методики проектирования были определены номинальные размеры участков фильтра (табл.1).

Расчёт частотных характеристик фильтров проводился с использованием пакета программ Microwave Office (рис.4).

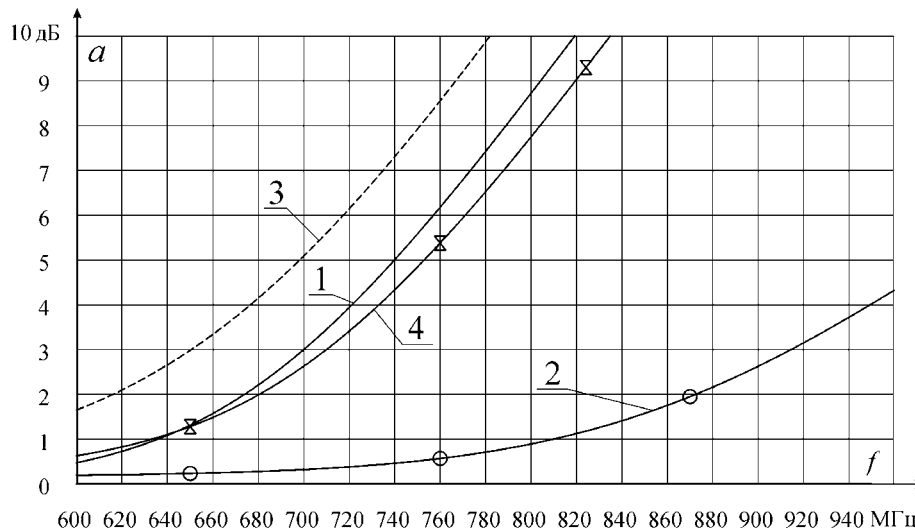
Анализ графиков, приведённых на рис. 4, показывает, что частотная характеристика фильтра, рассчитанного по предложенной выше методике, наиболее точно совпадает с характеристикой LC-прототипа. Таким образом, предложенная методика расчёта имеет большую точность, чем аналогичные методики из [1,2].

В таблице 2 приведены значения частоты среза и затухания фильтра на частоте заграждения, полученные по известным методикам, с помощью формул и расчёта полученных топологий при помощи программы Microwave Office.

Результаты вычислений, приведённые в таблице 2, показывают, что предлагаемая методика обеспечивает большую точность расчёта основных параметров фильтра по сравнению с существующими методиками.

Таблица 1 - Номинальные размеры участков фильтра

Методика расчёта	Участки Размеры	1	2	3	4	5	6	7
		Чередующиеся отрезки длиной линии	b_i , мм	4,321	0,066	18,193	0,066	18,193
	l_i , мм	1,207	12,028	1,207	21,687	1,207	12,028	1,207
С использованием разомкнутых участков микрополоскового волновода	b_i , мм	1,846	0,113	1,495	0,057	1,495	0,113	1,846
	l_i , мм	4,040	17,771	16,486	26,829	16,486	17,771	4,040
Предлагаемый метод	b_i , мм	0,840	0,113	0,983	0,057	0,983	0,113	0,840
	l_i , мм	4,257	17,771	16,911	26,829	16,911	17,771	4,257



1 - LC-прототип; 2 - чередующиеся отрезки длинной линии; 3 - с использованием разомкнутых участков микрополоскового волновода; 4 - предлагаемый метод.

Рисунок 4 - Частотные характеристики фильтров в области частоты среза

Таблица 2- Сравнительные данные расчётов

Методика \ Параметры	Частота среза f_c , МГц	Затухание на частоте заграждения $f_3=1150$ МГц a_3 , дБ
LC-прототип	700,00	30,188
Расчёт при помощи формул	700,00	31,465
Расчёт по известным методикам		
Чередующиеся отрезки длинной линии	700,00	27,344
С использованием разомкнутых участков микрополоскового волновода	700,00	32,266
Расчёт в программе Microwave Office		
Чередующиеся отрезки длинной линии	914,26	10,855
С использованием разомкнутых участков микрополоскового волновода	651,00	35,624
Предлагаемый метод	709,98	30,35

3 СПОСОБ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ ФИЛЬТРОВ

Предлагается способ уменьшения габаритных размеров фильтра путём изменения топологии индуктивных элементов фильтра. Предлагается, в частности, отрезки микрополосковой линии, выполняющие функции индуктивных элементов, представлять в виде структур, показанных на рис. 5.

Расчёт параметров видоизменённых участков проводился с использованием пакета программ Microwave Office.

В результате анализа различных конструкций этих участков была получена зависимость частоты среза фильтра от расстояния S (рис. 5) между участками связанных линий (рис. 6).

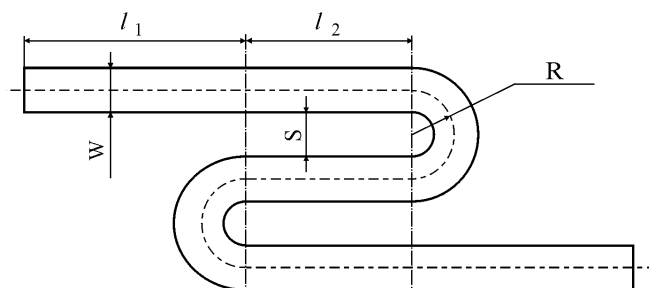


Рисунок 5 - Индуктивный элемент микрополоскового фильтра

l_1, l_2 - длина участков;

W - ширина микрополосковой линии;

S - расстояние между микрополосковыми линиями;

R - радиус изгиба.

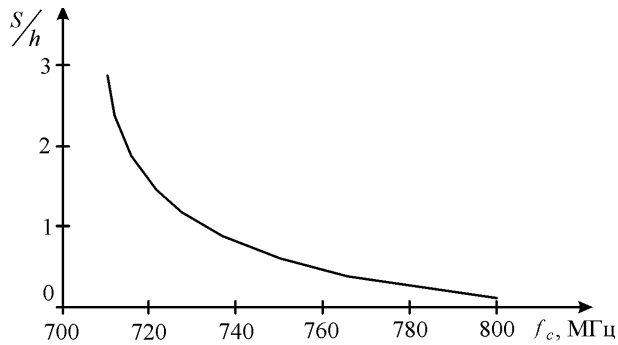


Рисунок 6 - Зависимость частоты среза фильтра от соотношения S/h

Параметры фильтра с индуктивными элементами, выполненными в виде "зигзагообразных" участков микрополосковой линии (рис. 6) при $S/h = 2,89$ соответствуют параметрам фильтра с индуктивными элементами, выполненными в виде прямолинейных участков микрополосковой линии (табл. 3).

Анализ зависимости частоты среза фильтра от расстояния S (рис. 6) и параметров фильтров (табл. 3) свидетельствует о необходимости выполнения условия $S/h = 3$ при оптимизации конструкции фильтра. При выполнении данного условия отклонение частотной характеристики фильтра с "зигзагообразными" участками микрополосковой линии не превышает 1 % от его аналога с индуктивностями, выполненными в виде прямолинейных отрезков микрополосковой линии. Уменьшение параметра S/h ведёт к увеличению электромагнитной связи между параллельными участками "зигзагообразной" структуры и, как следствие, к повышению частоты среза фильтра.

В результате проведённой оптимизации конструкции индуктивных элементов фильтра площадь, занимаемая токонесущей частью микрополоскового ФНЧ, уменьшилась в 1,933 раза.

Таблица 3 - Данные расчёта фильтров в программе *Microwave Office*

Параметры	Частота среза f_c , МГц	Затухание на частоте заграждения $f_3 = 1150$ МГц, a_3 , дБ
Виды фильтров		
Фильтр с индуктивностями в виде прямолинейных отрезков микрополосковой линии	709,98	30,35
Фильтр с индуктивностями в виде "зигзагообразных" отрезков микрополосковой линии ($S/h = 2,89$)	710,25	30,40

ВЫВОДЫ

В работе предложена методика расчёта геометрических параметров ФНЧ, обладающая повышенной точностью. Выполнен расчёт семизвенного ФНЧ в микрополосковом исполнении и проведён сравнительный анализ различных методик. Показано, что предлагаемая методика обеспечивает наилучшие характеристики фильтра по сравнению с существующими методиками.

Предложен также способ уменьшения площади, занимаемой топологией фильтра, основанный на замене прямолинейных отрезков МПЛ, моделирующих индуктивные элементы, зигзагообразными структурами. Выполнена оптимизация параметров таких структур и получены ограничения на геометрические характеристики элементов.

Направление дальнейших исследований связано с изучением методик проектирования других типов фильтров и выработке практических рекомендаций для их синтеза и конструктивной реализации на базе современных технологий.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Малорацкий А.Г., Явич Л.Р. Проектирование и расчет СВЧ элементов на полосковых линиях. - М.: Сов. радио, 1972. - 232 с.
2. Конструирование и расчет полосковых устройств / Под ред. И.С. Ковалева. - М.: Сов. радио, 1974. - 295 с.
3. Фельдштейн А.А., Явич Л.Р., Смирнов В.П. Справочник по элементам волноводной техники. - М.: "Сов. радио", 1967. - 651 с.
4. Основы теории цепей. / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов - 4-е изд., перераб. - М.: "Энергия", 1975. - 752 с.
5. Кришук В., Фарафонов О., Шило Г., Гапоненко М. Оптимізація допусків мікросмужкових фільтрів // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика", 2003. с.173-178.
6. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств / С.И. Бахарев, В.И. Вольман, Ю.Н. Либ и др. / Под ред. В.И. Вольмана. - М.: Радио и связь, 1982. - 328 с.

Надійшла 04.09.2003
Після доробки 18.11.2003

Досліджуються методи реалізації і можливості оптимізації конструкцій мікросмужкових фільтрів нижніх частот. Запропоновано метод підвищення точності моделі мікросмужкового фільтра нижніх частот і спосіб зменшення розмірів фільтра, який засновано на оптимізації конструкції індуктивних елементів фільтра. Аналізується залежність вихідних параметрів фільтра від змін конструктивних розмірів фільтра при оптимізації. Надаються результати оптимізації мікросмужкового фільтра нижніх частот.

The methods of realization and possibilities of optimization of the microstrip low-pass filter constructions are investigated. The method of increase in accuracy of the microstrip low-pass filter model and the way of the filter sizes reduction based on optimization of the filter construction inductive elements are presented. The dependence of output filter parameters from variations of the design sizes during optimization is analyzed. The results of optimization of the microstrip low-pass filter are listed.

Д.М. Пиза, Б.Т. Солдатов, А.П. Залевский

ОСОБЕННОСТИ АДАПТАЦИИ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Проведен анализ эффективности применения автоматических поляризационных селекторов с учетом ограничения весовых коэффициентов. Показано, что в реальных условиях функционирования селектора существует область взаимных поляризационных базисов, при которых ослабление помех существенно ухудшается. Приведены результаты расчетов.

ВВЕДЕНИЕ

Адаптивные поляризационные фильтры, наряду с пространственными, используются для повышения помехозащищенности радиолокационных систем. Потенциальные возможности поляризационной селекции определяются степенью поляризации внешнего поля [1]

$$m = \frac{I_n}{I_o}, \quad (1)$$

где I_o , I_n - интенсивность поляризованного компонента и общая интенсивность поля.

Обычно, в качестве элемента адаптации поляризационных фильтров (см.рис.1) используют автокомпенсаторы помех [1], весовые коэффициенты которых могут вычисляться как по методу прямого счета, так и с использованием корреляционной обратной связи [2]. Однако, использование корреляционных связей между помеховыми сигналами в ортогональных по поляризации каналах, вместо степени поляризации m , накладывает более жесткие ограничения на качественные показатели поляризационных селекторов. Анализ этих ограничений и их количественная оценка выполнены в работе [3]. Дальнейшие исследования показали, что в реальных условиях функционирования на качественные показатели адаптивных поляризационных селекторов значительное влияние оказывает ограничение весовых коэффициентов автокомпенсатора. В связи с этим, анализ и количественная оценка эффективности адаптивных поляризационных селекторов с учетом ограничений весовых коэффициентов является актуальной задачей.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При воздействии стационарной поляризованной помехи и установившемся значении квадратурных составляющих весового коэффициента W и W_{\perp} дисперсия суммарного помехового напряжения на выходе адаптивного фильтра, в соответствии с рис.1, может быть определена как

$$\sigma_{\Sigma}^2 = M(X_{\Sigma}^2) = \sigma_o^2 + W^2\sigma_{\theta}^2 + W_{\perp}^2\sigma_{\theta}^2 + 2\sigma_o\sigma_{\theta}(W\rho + W_{\perp}\rho_{\perp}), \quad (2)$$

где $\sigma_o^2 = M(X_1^2)$, $\sigma_{\theta}^2 = M(X_2^2)$ - дисперсия помехового сигнала в основном и вспомогательном каналах приема, соответственно; $\rho = M\frac{(X_1X_2)}{\sigma_o\sigma_{\theta}}$, $\rho_{\perp} = M\frac{(X_1X_{2\perp})}{\sigma_o\sigma_{\theta}}$ - квадратурные составляющие нормированного коэффициента корреляции помехового сигнала в каналах селектора.

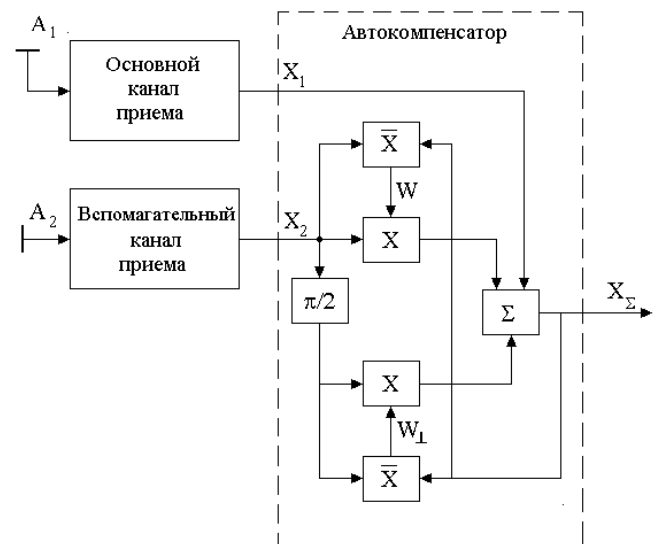


Рисунок 1 - Структурная схема адаптивного поляризационного фильтра

Выражение (2) достигает минимума при выполнении следующих условий:

$$\begin{aligned} \frac{\delta\sigma_{\Sigma}^2}{\delta W} &= 2W\sigma_{\theta}^2 + 2\rho\sigma_o\sigma_{\theta} = 0, \\ \frac{\delta\sigma_{\Sigma}^2}{\delta W_{\perp}} &= 2W_{\perp}\sigma_{\theta}^2 + 2\rho_{\perp}\sigma_o\sigma_{\theta} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решение уравнения (3) дает следующие значения оптимальных весовых коэффициентов:

$$\begin{aligned} W &= -\rho\frac{\sigma_o}{\sigma_{\theta}}, \\ W_{\perp} &= -\rho_{\perp}\frac{\sigma_o}{\sigma_{\theta}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Из уравнений (4) следует, что весовые коэффициенты поляризационного селектора в области сильнокоррелированных помеховых сигналов определяются отношением их среднеквадратических значений в каналах. Динамический диапазон изменения отношения мощностей помехи в каналах приема, в зависимости от степени рассогласования поляризационных базисов внешнего поля и поляризации приемной антенны, весьма большой. Таким же является требуемый динамический диапазон формируемых весовых коэффициентов. Так, в соответствии с (4), в случае попеременного нулевого приема по одному из ортов комплексного приемного базиса (максимально рассогласованный базис [4]) требуемые коэффициенты передачи вспомогательного канала составляют нуль и бесконечность. Однако, при практической реализации схем поляризационных селекторов, квадратурные составляющие комплексного коэффициента передачи вспомогательного канала достигают некоторой конечной величины p , т.е. всегда ограничены

$$W \leq p, W_{\perp} \leq p_{\perp}. \quad (5)$$

Ограничение весовых коэффициентов, в зависимости от конкретной реализации фильтра, обусловлено рядом причин. Так, например, при аналоговой реализации поляризационного фильтра диапазон ограничен нелинейностью умножающих схем, а при цифровой - разрядной сеткой вычислителя. Поэтому необходимо установить аналитическую связь между эффективностью работы поляризационного селектора и степенью ограничения его весовых коэффициентов.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

Дисперсия выходного напряжения σ_{Σ}^2 в линейном режиме работы поляризационного фильтра, в соответствии с выражением (2), является квадратичной функцией весовых коэффициентов. Следовательно, поверхность, получаемая при вычерчивании зависимости σ_{Σ}^2 от весовых коэффициентов W и W_{\perp} , имеет выпуклую форму [5]. Из выпуклости σ_{Σ}^2 (W, W_{\perp}) следует, что решение уравнения (2) при конечных значениях коэффициента передачи вспомогательного канала является устойчивым, а коэффициент подавления поляризационного определяется выражением

$$K_n = 10 \lg \frac{\sigma_o^2}{\sigma_{\Sigma}^2} = -10 \lg(1 - |\dot{\rho}|^2). \quad (6)$$

Последнее непосредственно следует после подстановки значений весовых коэффициентов (4) в уравнение (2). Отношение дисперсии помехового сигнала, действующего в основном канале приема, σ_o^2 к остаточной дисперсии σ_{Σ}^2 , является одним из основных параметров селектора и характеризует эффективность его применения.

Можно показать, что при конечном значении модуля коэффициента усиления вспомогательного канала $|W|$, выражение для коэффициента подавления помехи имеет вид

$$K_n = -10 \lg \left[1 - 2|W| |\dot{\rho}|^2 \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2} + |W|^2 \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2} \right]. \quad (7)$$

В случае, когда требуемые, исходя из условия компенсации, значения весовых коэффициентов W и W_{\perp} не превышают уровень ограничения p , т.е. $W < p$, $W_{\perp} < p_{\perp}$, (7) приводится к выражению (6). Действительно, если выполняются условия (4), то выражение (7) можно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} K_n &= -10 \lg \left[1 - 2|\dot{\rho}|^2 \sqrt{W^2 + W_{\perp}^2} \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2} + (W^2 + W_{\perp}^2) \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2} \right] = \\ &= -10 \lg \left[1 - 2|\dot{\rho}|^2 \sqrt{\rho^2 \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2} + \rho_{\perp}^2 \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2}} + (\rho^2 + \rho_{\perp}^2) \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2} \right] = \\ &= -10 \lg(1 - 2|\dot{\rho}|^2). \end{aligned}$$

С целью учета возможных ограничений представим модуль коэффициента передачи вспомогательного канала следующим образом:

$$|W| = |\dot{\rho}| \left(\frac{\sigma_{\epsilon}}{\sigma_o} \right)_p, \quad (8)$$

где $\left(\frac{\sigma_{\epsilon}}{\sigma_o} \right)_p$ - отношение среднеквадратических значений помеховых сигналов приемных каналов, пересчитанное с учетом реально формируемого коэффициента передачи вспомогательного канала при ограничениях (5).

Уравнение (7), с учетом выражения (8), может быть записано:

$$\begin{aligned} K_n &= -10 \lg \left[1 - 2|\dot{\rho}|^2 \left(\frac{\sigma_o}{\sigma_{\epsilon}} \right)_p \left(\frac{\sigma_{\epsilon}}{\sigma_o} \right)_{\partial} + |\dot{\rho}|^2 \left(\frac{\sigma_o}{\sigma_{\epsilon}} \right)_p^2 \left(\frac{\sigma_{\epsilon}}{\sigma_o} \right)_{\partial}^2 \right] = \\ &= -10 \lg \left[1 - 2|\dot{\rho}|^2 \frac{21}{\gamma_o} + |\dot{\rho}|^2 \frac{21}{\gamma_o^2} \right], \quad (9) \end{aligned}$$

где $\left(\frac{\sigma_o}{\sigma_{\epsilon}} \right)_{\partial}$ - действующее в каналах отношение среднеквадратических значений помехи, а параметр

$$\gamma_o = \left(\frac{\sigma_o}{\sigma_{\epsilon}} \right)_p / \left(\frac{\sigma_{\epsilon}}{\sigma_o} \right)_{\partial}. \quad (10)$$

Полученное выражение (9) позволяет учитывать эффекты ограничения весовых коэффициентов через параметр γ_o . Причем, в линейном режиме работы селектора,

когда $\left(\frac{\sigma_o}{\sigma_{\sigma p}}\right) = \left(\frac{\sigma_{\sigma}}{\sigma_o}\right)$, $\gamma_o = 1$ и выражение (9) совпадает с известным выражением (6).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

По выражению (9) были выполнены расчеты коэффициента подавления K_n в зависимости от относительной интенсивности помех в каналах поляризационного селектора, которая, в свою очередь, определяется степенью рассогласования взаимного поляризационного базиса. Расчет выполнен для отношения помеха/шум в приемных каналах равном 30, 40 и 50 дБ (при согласованном базисе). Зависимости представлены, соответственно, кривыми 1, 2 и 3 на рис.2. Расчет выполнен по выражению (9), причем расчет левых ветвей выполнен при $\gamma_o = 1$, а расчет правых ветвей выполнен при γ_o , определяемом выражением (10) при $\left(\frac{\sigma_o}{\sigma_{\sigma p}}\right) = 1$.

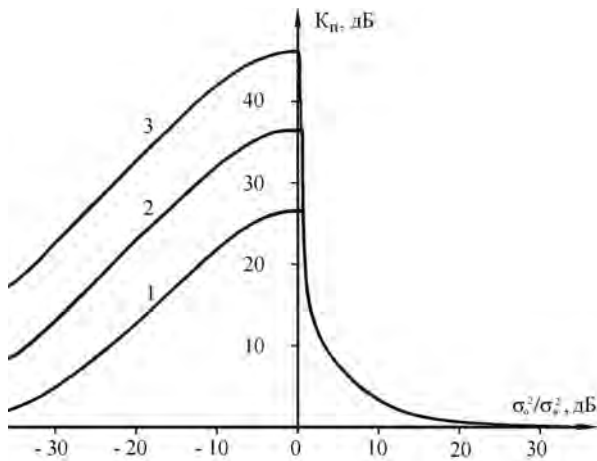


Рисунок 2 - Зависимость коэффициента подавления адаптивного фильтра от относительной интенсивности помехи в каналах с учетом ограничения весов

Из рис.2 следует, что при ограничении весовых коэффициентов эффективность адаптивного поляризационного фильтра существенно снижается. При этом, по мере увеличения рассогласования поляризации приемной антенны радиолокатора с поляризационными параметрами поля помехового сигнала (по мере увеличения отношения $\frac{\sigma_o}{\sigma_{\sigma}}$) остаточная дисперсия помехи на выходе адаптивного фильтра значительно возрастает. Это подтверждается результатами расчета зависимости остаточной, нормированной по собственным шумам, дисперсии на выходе адаптивного фильтра, приведенными на рис.3. При этом кривые 1 и 2 характеризуют случай, когда нормированная дисперсия помехи в каналах приема при согласованном базисе $\left(\frac{\sigma_o}{\sigma_{\sigma}}\right) = 0$ дБ, соответственно, равна 30 и 40 дБ.

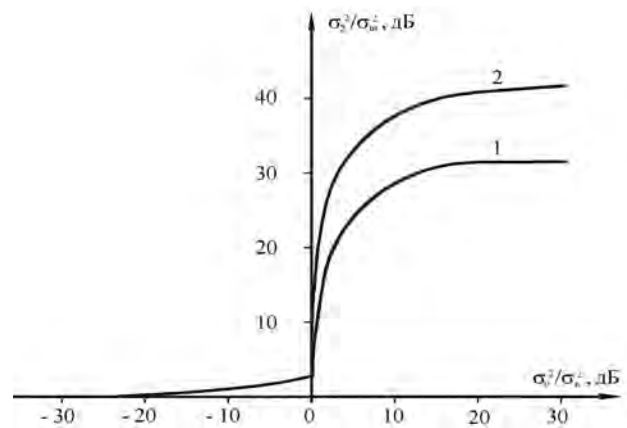


Рисунок 3 - Зависимость остаточной нормированной дисперсии на выходе адаптивного фильтра от относительной интенсивности помехи в каналах с учетом ограничения весовых коэффициентов

ВЫВОДЫ

Получено аналитическое выражение, которое позволяет оценить эффективность адаптивного поляризационного селектора с учетом ограничения весовых коэффициентов при произвольных параметрах помех. Результаты расчетов дали основание считать, что дальнейшее повышение эффективности поляризационной селекции полезных сигналов на фоне помех может быть обеспечено путем оперативной адаптивной подстройки поляризации приемной антенны радиолокатора в базис, близкий к согласованному.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Джули Д. Поляризационное разнесение в радиолокации // ТИИЭР.-1986.-74, № 2.-с.6-34.
2. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех.-М: Радио и связь, 1981.-416 с.
3. Пиза Д.М. Эффективность адаптивных поляризационных фильтров при произвольных параметрах помех // Проблемы управления и информатики.1998.№ 3.- с.110-114.
4. Канарейкин Д.М., Потехин В.А., Шишкин И.Ф. Морская поляриметрия.-М: Судостроение, 1968.-328с.
5. Уидроу Б., Мантей П. Адаптивные антенные системы // ТИИЭР.-1967.-55, № 12.-с.47-63.

Надійшла 18.08.2003
Після доробки 26.09.2003

Проведено аналіз ефективності застосування автоматичних поляризаційних селекторів з врахуванням обмеження вагових коефіцієнтів. Показано, що в реальних умовах функціонування селектора існує область взаємних поляризаційних базисів, при яких ослаблення завд суттєво погіршується. Наведені результати розрахунків.

In the article the analysis of efficiency application automatic polarization selectors, taking into account of limitation weight coefficients. It is show that in the real condition functional of celektor there is area of reciprocal polarization bases, in which weaken one's noise that makes its worse. The results of account is quoting.

Н.П. Чернобородова, М.П. Чернобородов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ КОМПЕНСАЦИИ НЕСИНХРОННЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Методом математического моделирования проанализирован алгоритм обработки радиолокационной информации, поступающей на вход когерентно-импульсной РЛС, который позволяет произвести обнаружение и компенсацию несинхронной импульсной помехи (НИП) по результатам анализа данных одного (основного) канала приема РЛС в одном элементе разрешения по дальности. Показана высокая эффективность цифровой системы компенсации НИП, реализованной на этом алгоритме.

ВВЕДЕНИЕ

Современные радиолокационные станции (РЛС) предназначены для решения задач обнаружения сигналов от целей при воздействии естественных и искусственных помех. Импульсные помехи производятся самыми разнообразными источниками и могут иметь как естественное (например, молнии), так и искусственное происхождение (например, зондирующий сигнал другой РЛС). Поэтому защита от импульсных помех - важный элемент комплексной помехозащищенности РЛС.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Алгоритм функционирования перспективной цифровой системы компенсации (ЦСК) несинхронных импульсных помех (НИП) на основе анализа временных, энергетических и спектральных характеристик НИП, воздействующих на когерентно-импульсную РЛС, по результатам обработки радиолокационной информации только одного (основного) канала приема РЛС и в одном элементе разрешения по дальности (дискрете) подробно изложен в [1]. Но в [1] не произведена оценка эффективности алгоритма компенсации НИП. В данной статье методом математического моделирования иллюстрируется работа алгоритма и производится оценка эффективности описанной системы.

Структурно, алгоритм компенсации одиночной импульсной помехи, лежащий в основе рассматриваемой ЦСК НИП, может быть реализован как во временной области, так и в частотной [1].

Устройства компенсации, основанные на реализации алгоритма во временной области, могут применяться в любых цифровых системах первичной обработки (ЦСПО) РЛС без ограничений, т.к. в этом случае структура входного сигнала не будет изменена устройством компенсации импульсной помехи. Устройства компенсации, основанные на реализации алгоритма в частотной области, могут применяться только в тех системах обра-

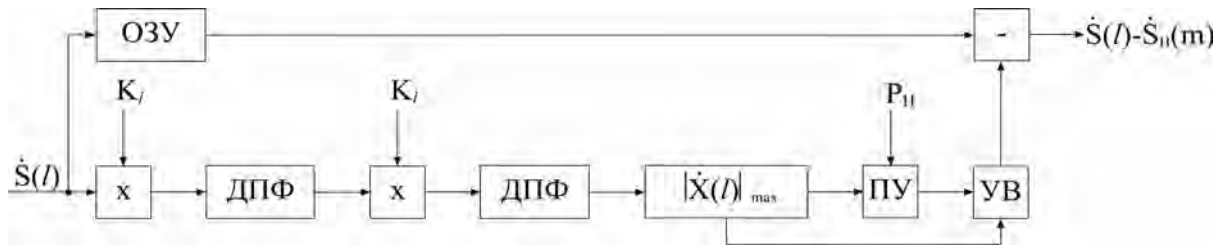
ботки, в которых выполняется спектральный анализ на основе преобразования Фурье, поскольку в этом случае структура входного сигнала устройством компенсации импульсной помехи изменяется полностью.

АЛГОРИТМ РАБОТЫ ЦСК

Вследствие большей универсальности, рассмотрим структурную схему ЦСК НИП, основанную на реализации алгоритма во временной области [1] (см. рис. 1).

На вход устройства поступают квадратурные составляющие $\hat{S}(t)$, соответствующие данным одной частотной пачки принятой радиолокационной информации. Эта входная информация задерживается линией задержки ОЗУ на время, необходимое для проведения компенсации возможно присутствующей несинхронной импульсной помехи. Одновременно, эти же квадратурные составляющие поступают на вход первого устройства вычисления дискретного преобразования Фурье (ДПФ) для получения спектра входного сигнала. Для определения момента поступления на вход приёмной антенны РЛС импульсной помехи спектральные составляющие поступают на вход второго устройства ДПФ. В случае использования весовой обработки с целью минимизации уровня боковых лепестков соседних (перекрывающихся) фильтров преобразования Фурье устройства ДПФ входные данные домножаются на коэффициенты применяемого весового окна K_l .

Повторно обработанные спектральные составляющие входного сигнала по алгоритму преобразования Фурье поступают на вход устройства $|\hat{X}(l)|_{\max}$, в котором производится поиск наибольшей составляющей среди значений амплитуд фильтров преобразования Фурье и передача номера этой составляющей на вход устройства вычисления параметров импульсной помехи УВ. Найденная составляющая с наибольшей амплитудой с выхода устройства $|\hat{X}(l)|_{\max}$ поступает на вход порогового устройства ПУ, где производится сравнение этой амплитуды с порогом обнаружения импульсной помехи P_n . В случае принятия решения об обнаружении импульсная помеха поступает на вход устройства вычисления УВ параметров импульсной помехи (начальной фазы, амплитуды и номера зондирующего импульса m , среди откликов от которого присутствует одиночная импульсная помеха.)



x - умножитель; K_l - коэффициенты применяемого весового окна; ДПФ - устройство, реализующее алгоритм преобразования Фурье; ОЗУ - оперативное запоминающее устройство; $|\hat{X}(t)|_{\max}$ - устройство вычисления максимальной спектральной составляющей $|\hat{X}(t)|_{\max}$; ПУ - пороговое устройство; УВ - устройство вычисления параметров несинхронной импульсной помехи; - - устройство вычитания

Рисунок 1 - Структурная схема цифровой системы компенсации НИП во временной области

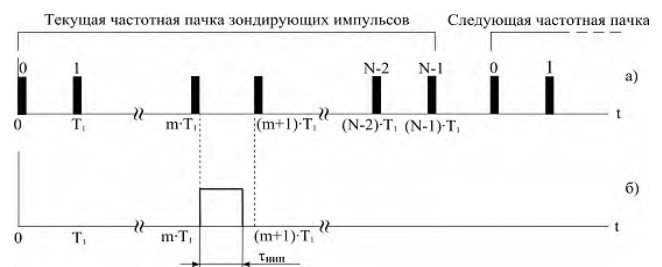
По известным параметрам несинхронной импульсной помехи в устройстве вычитания производится её компенсация во временной области: из квадратурных составляющих $\hat{S}(t)$ задержанного входного сигнала линией задержки ОЗУ вычитается комплексная амплитуда импульсной помехи, вычисленная в устройстве УВ. Скомпенсированный таким образом сигнал поступает в дальнейшую обработку.

В общем случае, на РЛС действует аддитивная смесь $\hat{S}(t) = \hat{S}_n(t) + \hat{S}_{ш.н.}(t) + \hat{S}_ц(t) + \hat{S}_{п.п.}(t)$ сигналов от целей, активных и пассивных помех, принятых антенной радиолокатора, где $\hat{S}_n(t)$ - несинхронная импульсная помеха; $\hat{S}_{ш.н.}(t)$ - активная шумовая помеха; $\hat{S}_ц(t)$ - отраженный от цели сигнал; $\hat{S}_{п.п.}(t)$ - пассивная помеха. Принятая смесь $\hat{S}(t)$ представляет собой отклики от последовательности N зондирующих импульсов (структура излучаемого сигнала представлена на рис. 2, а) очередной частотной пачки.

С целью иллюстрации работы алгоритма ЦСК НИП, ограничимся рассмотрением случая воздействия на РЛС, излучающей частотные пачки из 8 простых зондирующих импульсов ($N=8$ для рис. 2, а), только несинхронной импульсной помехи, т. е. $\hat{S}(t) = \hat{S}_n(t)$. В [1] на параметры НИП наложены такие условия, чтобы она присутствовала среди откликов только одного из N зондирующих импульсов частотной пачки, т.е. длительность помехи $\tau_{нип}$ удовлетворяла бы неравенству

$$\tau_{нип} < T_1, \quad (1)$$

где T_1 - период повторения зондирующих импульсов (см. рис. 2, а)). Такая импульсная помеха, присутствующая среди откликов от зондирующего импульса № m ($m \in [0, N-1]$) рассматриваемой частотной пачки, представлена на рис. 2, б. Таким образом, в обрабатываемом дискрете дальности присутствует только одна НИП.



m - номер зондирующего импульса одной частотной пачки, среди откликов которого присутствует НИП а) - зондирующие сигналы; б) - импульсная помеха

Рисунок 2 - Структура входных сигналов

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Пусть на вход ЦСК (см. рис. 1) поступает НИП со следующими параметрами: амплитуда - 5 разрядов АЦП, начальная фаза - 15° ; НИП присутствует в качестве отклика только от зондирующего импульса № 3 частотной пачки рассматриваемого дискрета дальности (нумерацию зондирующих импульсов будем начинать с 0, а не с 1), т. е. $m=3$ (см. рис. 2). Кроме наложенных ограничений на действующий сигнал в виде $\hat{S}(t) = \hat{S}_n(t)$, пренебрежём внутренними шумами приёмного тракта и шумами АЦП. Тогда модули амплитуды и фазы сигналов рассматриваемого дискрета дальности текущей частотной пачки на входе устройства ДПФ в зависимости от номера зондирующего импульса l соответствуют рис. 3 и 4, из которых следует, что импульсная помеха присутствует в качестве отклика от зондирующего импульса № 3, а сигнально-помеховые отклики от остальных зондирующих импульсов - отсутствуют.

Приведенные на рис.3 и 4 данные, обработанные по алгоритму 8-точечного ДПФ без весового окна, представлены рис.5 и 6 в зависимости от номера фазового фильтра Фурье n . НИП, после расфилтровки, присутствует во всех фильтрах с модулем амплитуды $|\hat{G}_{нип}|$ (см. рис.5), равным модулю амплитуды НИП на входе устройства ДПФ $\hat{S}_{нип}$ (см. рис.3). Сдвиг фаз между спектральными составляющими НИП соседних филь-

тров ДПФ (см. рис.6) - постоянен и, согласно выше заданным параметрам помехи, равен $\Phi_1 - \Phi_0 = \Phi_2 - \Phi_1 = \dots = \Phi_7 - \Phi_6 = -135^\circ$, где Φ_i - фаза амплитуды i -фильтра. Т.о., НИП имеет равномерный амплитудный и линейно изменяющийся фазовый спектры. Поскольку дискретное преобразование Фурье производит когерентное накопление обрабатываемых входных данных с одинаковыми модулями амплитуд и линейно изменяющимися (нарастающими или убывающими) фазами, то спектральные составляющие НИП могут быть обработаны по алгоритму преобразования Фурье с целью когерентного накопления амплитуды помехи в одном из фильтров. В случае когерентного накопления импульсной помехи в одном из фильтров становится возможным её обнаружение.

На рис. 7 и 8 представлены амплитуда и фаза НИП после повторной обработки по алгоритму ДПФ в зависимости от номера зондирующего импульса l : НИП когерентно накопилась в фазовом фильтре ДПФ, соответствующему зондирующему импульсу № 3, среди откликов от которого присутствовала помеха на входе ЦСПО (см. рис.3 и 4). При этом амплитуда когерентно накопленной НИП $|\dot{X}_{НИП}|$ (см.рис.7) с точностью до коэффициента когерентного накопления N соответствует амплитуде НИП, присутствовавшей на входе ЦСК (см. рис.3): $|\dot{S}_n| = |\dot{X}(3)| / N = 248 / 8 = 31$, где $|\dot{X}(i)$ - модуль амплитуды i -фильтра второго ДПФ. Фаза когерентно накопленной НИП (см. рис.8) соответствует фазе НИП, присутствовавшей на входе ЦСК (см. рис.4).

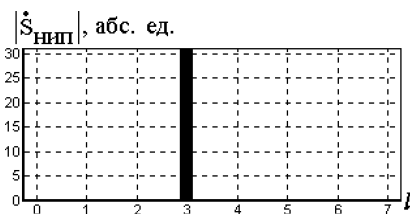


Рисунок 3 - Модуль амплитуды НИП на входе ЦСК

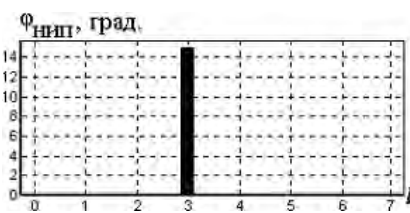


Рисунок 4 - Фаза НИП на входе ДПФ

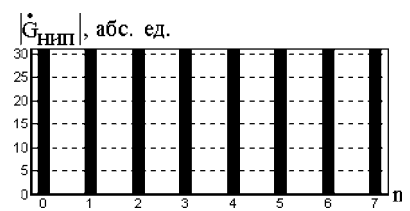


Рисунок 5 - Модули амплитуды НИП после обработки по алгоритму ДПФ

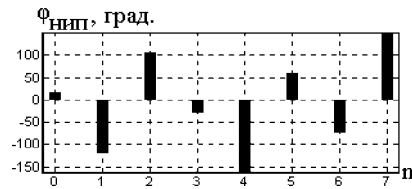


Рисунок 6 - Фаза спектра НИП после обработки по алгоритму ЦСК

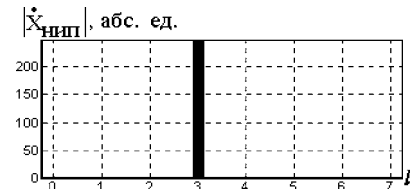


Рисунок 7 - Модули амплитуды НИП после повторной обработки по алгоритму ДПФ

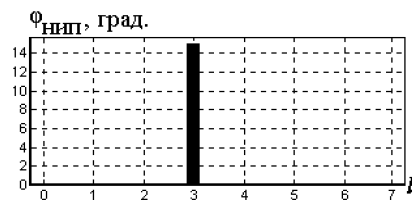


Рисунок 8 - Фаза НИП после повторной обработки по алгоритму ДПФ

С целью обнаружения НИП, возможно присутствующей среди откликов в рассматриваемом дискрете дальности, необходимо найти составляющую с наибольшим значением модуля амплитуды $|\dot{X}(l)|_{MAX}$ среди всех $|\dot{X}(l)|$ и сравнить найденное значение $|\dot{X}(l)|_{MAX} = |\dot{X}(3)|$ с величиной порога обнаружения импульсной помехи P_H . При выполнении условия $|\dot{X}(3)| \geq P_H$ становится возможным определение момента поступления одиночной импульсной помехи [1].

Таким образом, обработка спектральных составляющих $\dot{G}(n)$ квадратурных сигналов по алгоритму преобразования Фурье позволяет произвести обнаружение НИП, определить момент ее поступления на вход цифровой системы обработки РЛС и вычислить её параметры (модуль амплитуды и начальную фазу).

Для оценки эффективности цифровой системы компенсации (ЦСК НИП) было проведено математическое моделирование цифровой системы обработки радиолокационных сигналов (ЦСО), приведенной на рис.10. С выхода устройства формирования квадратурных составляющих ФК на вход цифровой системы компенсации поступала аддитивная смесь НИП, шумовой помехи, отраженного от цели сигнала и пассивной помехи со следующими параметрами для рассматриваемого дискрета дальности:

- НИП: амплитуда - 7 разрядов АЦП (80 абс.ед.); начальная фаза - 10° ; импульсная помеха присутствует среди откликов только от зондирующего импульса № 3 частотной пачки;

- дисперсия собственных шумов - 3 разряда АЦП при нулевом математическом ожидании;

- цель: амплитуда - 4 разряда АЦП ($\dot{S}_c(l)=10$ абс. ед.), начальная фаза - 0° , доплеровский сдвиг фазы - 180° ;
 - пассивная помеха: амплитуда - 4 разряда АЦП ($\dot{S}_{n.n}(t)=10$ абс. ед.), начальная фаза - 0° , доплеровский сдвиг фазы пассивной помехи - 5° .



ФК - устройство формирования квадратурных составляющих, ЦСК НИП - цифровая система компенсации несинхронных импульсных помех, ДПФ - устройство вычисления дискретного преобразования Фурье

Рисунок 9 - Цифровая система обработки радиолокационных сигналов

Сформированные устройством ФК квадратурные составляющие аддитивной смеси подавались на вход ЦСК НИП с целью компенсации присутствующей импульсной помехи. Далее скомпенсированные квадратурные составляющие поступали на вход устройства вычисления ДПФ. При вычислении ДПФ весовое окно не применялось.

На рис. 10...13 представлены результаты работы ЦСК НИП, позволяющие оценить эффективность ее работы. На рис. 10 представлены модули амплитуды спектра входного сигнала без компенсации, что соответствует результатам обработки радиолокационной информации в ЦСО с выключенной системой помехозащиты от импульсных помех. Если не учитывать шумовую составляющую входного сигнала, то согласно заданным параметрам, модули амплитуд откликов от цели и пассивной помехи можно рассчитать исходя из следующих соображений. Для применяемого 8-точечного ДПФ, отклики с постоянным модулем амплитуды $|\dot{A}|$ и доплеровскими сдвигами фазы, кратными $360^\circ / 8 = 45^\circ$, будут попадать строго в центр фильтра ДПФ и когерентно накапливаться в нём с амплитудой, равной $|\dot{A}| \cdot N$, где N - количество фильтров ДПФ. Поскольку доплеровский сдвиг фазы цели задавался 180° , то отклик от цели должен накопиться в фильтре ДПФ № 4 с амплитудой, равной $\dot{S}_c((l) \cdot N) = 10 \cdot 8 = 80$ абс. ед. Отклик от пассивной помехи должен накопиться в фильтре ДПФ № 0 с амплитудой, приблизительно (из-за не неподвижности местного предмета, поскольку доплеровский сдвиг фазы пассивной помехи задавался не нулевым) равной $\dot{S}_u((l) \cdot N) = 10 \cdot 8 = 80$ абс. ед.

Вследствие присутствия НИП модуль спектральной составляющей пассивной помехи увеличился в два раза (до 160 абс. ед.), а модуль спектральной составляющей цели уменьшился в 4 раза (до 20 абс. ед.). Резкое увеличение амплитуды пассивной помехи может вызвать появление ложного обнаружения, особенно в случае применения в устройствах обнаружения (УО), входящих в состав ЦСПО РЛС, алгоритмов выявления целей,

движущихся с нулевой радиальной скоростью относительно РЛС, например, алгоритмов с использованием карты местных предметов [3]. Уменьшение когерентно накопленной амплитуды цели до 20 абс. ед. из-за присутствия НИП приводит к существенному усложнению обнаружения цели из-за того, что её амплитуда стала сопоставимой с модулями амплитуд спектра шумовой составляющей входного сигнала (см. рис. 11). При этом обнаружение не возможно ни для простейшего порогового обнаружителя, для которого значение порога определяется уровнем шумов (например, [3]), ни для систем стабилизации ложных тревог с обучающей выборкой (например, [4]).

Существенное возрастание уровня шумов вследствие присутствия НИП (см. рис.10) по сравнению с их действительным уровнем (см. рис.11), приведёт к тому, что метеоканал станции, входящий в состав ЦСПО современных РЛС, объявит соответствующую область пространства опасной для полётов (в зависимости от алгоритма, на 3-5 оборотов антенны в случае однократного появления НИП в рассматриваемом участке пространства).

На рис. 12 представлены модули амплитуды спектра сигнала $\dot{S}(t) = \dot{S}_{u.n.}(t) + \dot{S}_c(t) + \dot{S}_{n.n.}(t)$ с указанными выше параметрами (в отсутствие НИП, что эквивалентно случаю идеальной компенсации) как эталонные для сравнения с представленными на рис. 13 модулями амплитуды спектра сигнала $\dot{S}(t) = \dot{S}_n(t) + \dot{S}_{u.n.}(t) + \dot{S}_c(t) + \dot{S}_{n.n.}(t)$ с выхода ЦСК (что соответствует случаю реальной компенсации).

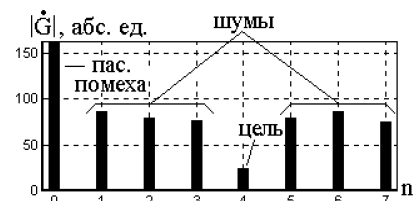


Рисунок 10 - Модуль амплитуды сигнала $\dot{S}(t)$ без компенсации НИП

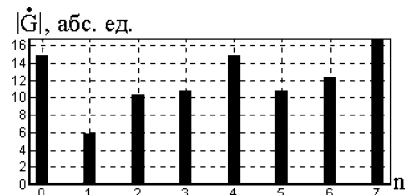


Рисунок 11 - Модуль амплитуды шумовой составляющей сигнала $\dot{S}(t)$

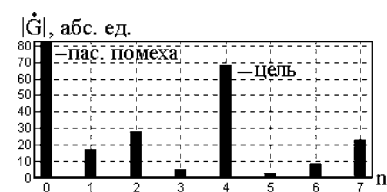


Рисунок 12 - Модуль амплитуды смеси $\dot{S}(t)$ при идеальной компенсации НИП.



Рисунок 13 - Модуль амплитуды $\dot{S}(t)$ на выходе цифровой системы компенсации НИП (при реальной компенсации НИП)

Представленные на рис. 13 модули амплитуды сигнала $\dot{S}(t)$ свидетельствуют о высокой эффективности работы ЦСК НИП: импульсная помеха подавлена полностью, а значения когерентно накопленных амплитуд пассивной помехи и цели в соответствующих фильтрах ДПФ после компенсации входного сигнала изменились весьма незначительно (менее 1%). Уровень шумов в фильтрах № 3, 5 и 7 несущественно возрос, а в фильтрах № 2, 3 и 6 - несущественно уменьшился.

ВЫВОДЫ

Математическое моделирование показало, что ЦСК НИП [1] позволяет весьма успешно бороться с одиночной НИП в одном дискрете дальности. Но в реальной сигнально-помеховой обстановке не исключена возможность попадания импульсных помех в один элемент разрешения по дальности несколько раз за пачку, поэтому дальнейшие работы по увеличению помехозащищен-

ности РЛС от импульсных помех необходимо вести в направлении создания средств защиты для случая присутствия нескольких НИП в одном дискрете дальности.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Часовский В.А., Чернобородова Н.П., Чернобородов М.П., Пиза Д.М. Цифровая система компенсации несинхронных импульсных помех // Радиоавтоматика і управління. - 2003. - №1. - С. 34-38.
2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы, часть II, М., Сов. радио, 1967. - 328 с.
3. Бакулев П.А., Стёпин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. - М.: Радио и связь, 1986. - 288 с., ил.
4. Патент України № 56651 А, кл. G01S 7/36, H04B 15/00, 2003 р., "Пристрій для визначення середнього рівня шуму за його відліками", Чернобородова Н.П., Чернобородов М. П.

Надійшла 04.09.2003
Після доробки 18.11.2003

Методом математичного моделювання проаналізовано алгоритм обробки радіолокаційної інформації, що надходить на вхід когерентно-імпульсної радіолокаційної станції (РЛС), який дозволяє провести виявлення й компенсацію несинхронної імпульсної завади (НІЗ) за підсумками аналізу даних одного (основного) каналу прийому РЛС в одному елементі розрізнення за дальністю. Показано високу ефективність цифрової системи компенсації НІЗ, реалізованої на цьому алгоритмі.

An algorithm of processing the radar data arriving at an input of the coherent pulse radar has been analyzed by a method of mathematic modelling. This algorithm allows to detect and compensate asyn-chronous pulse jamming upon results of the data analysis of one (main) receive channel of the radar in the one range bin. High efficiency of the digital system of asynchronous pulse jamming compensation realized upon this algorithm is also shown.

УДК 621.396.6.004 : 004.942

Г.М. Шило, О.Ю. Воропай, М.П. Гапоненко

ІНТЕРВАЛЬНІ МЕТОДИ ПРИЗНАЧЕННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ДОПУСКІВ

Запропоновано метод синтезу і оптимізації експлуатаційних допусків з використанням спрощених інтервальних моделей. Розроблено ітераційний алгоритм призначення допусків з поступовим уточненням моделі. Проведено тестування розробленого математичного і програмного забезпечення на реальних прикладах.

ВСТУП

Технології проектування і виробництва електронних засобів на сучасному етапі їх розвитку стають все більш насиченими новими методами забезпечення якості. Серед важливих задач, які при цьому вирішуються, є задача забезпечення необхідної точності при максимально можливих допусках на параметри елементів.

Обґрунтуванню методів призначення допусків присвячена значна кількість публікацій [1-5]. Однак існуючі методи або не дозволяють враховувати суттєві нелінійності вихідних функцій електронних апаратів або потребують багато ресурсів. У зв'язку з цим в сучасних САПР електронних апаратів відсутні засоби допускового параметричного синтезу [6,7].

Одним із шляхів подолання цих труднощів є використання інтервального аналізу [8,9]. Інтервальный підхід дозволяє враховувати нелінійності вихідних функцій і утворювати спрощені інтервальні моделі:

$$y = a_0 + \sum_{\substack{i=1 \\ a_i > 0}}^n a_i \cdot |x_i| + \sum_{\substack{i=1 \\ a_i < 0}}^n \text{dual}(a_i) \cdot |x_i|, \quad (1)$$

де $\mathbf{y} = [y; \bar{y}]$, $\mathbf{a}_i = [a_i; \bar{a}_i]$, $\mathbf{x}_i = [x_i; \bar{x}_i]$ - інтервали значень вихідної функції, коефіцієнтів моделі та параметрів елементів;

$\underline{x}_i, \underline{a}_i, \underline{y}, \bar{x}_i, \bar{a}_i, \bar{y}$ - нижні та верхні межі інтервалів параметрів елементів, коефіцієнтів моделі та вихідної функції;

$| \cdot |$ - оператор комутаційного множення інтервалів;

$\text{dual } \mathbf{x} = [\bar{x}; x]$ - дуальний інтервал.

Існуючі методи призначення допусків не враховують усіх особливостей таких моделей. Метою роботи є розробка методів призначення оптимальних допусків на параметри елементів електронних апаратів з використанням спрощених інтервальних моделей.

ОПТИМІЗАЦІЯ ДОПУСКІВ

Область працездатності пристрою обмежується двома нерівняннями, які утворюються після відображення інтервального рівняння (1) у простір дійсних чисел:

$$\underline{a}_0 + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_i + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \bar{x}_i \geq \underline{y}; \quad (2)$$

$\underline{a}_i > 0 \quad \bar{a}_i < 0$

$$\bar{a}_0 + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \bar{x}_i + \sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_i \leq \bar{y}. \quad (3)$$

$\bar{a}_i < 0 \quad \underline{a}_i > 0$

Графічною інтерпретацією нерівнянь (2) і (3) є пара гіперплощин \underline{S}_b і \bar{S}_b (рис.1), перша з яких обмежує вихідну функцію знизу, а друга - зверху. Гіперплощини утворюють незамкнену область працездатності Ω_s . При призначенні допусків будемо намагатись забезпечити найбільше поле розсіювання допусків. Властивості такого поля можуть бути оцінені за допомогою мультиплікативного критерію, який може розглядатись як відносний об'єм допусків:

$$V_w = \prod_{i=1}^n \frac{w_i}{w_{0i}} = \frac{1}{\delta_{x0}^n} \prod_{i=1}^n \delta_{xi}, \quad (4)$$

де n - кількість параметрів елементів;

$w_i = \bar{w}_i = \bar{x}_i - x_{ni}$, або $w_i = \underline{w}_i = x_{ni} - \underline{x}_i$ - ширина інтервалу, який визначає верхній або нижній допуск δ_{x0} ;

w_{0i} - ширина інтервалу при однакових допусках δ_{x0} на усі параметри елементів;

x_{ni} - номінальне значення параметру.

Допуск δ_{x0} визначається за допомогою співвідношення:

$$\delta_{x0} = \frac{w_i}{x_{ni}} = \frac{\delta_y \cdot y_n}{\sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_{ni} - \sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{ni}}. \quad (5)$$

$\underline{a}_i > 0 \quad \bar{a}_i < 0$

Значення допусків, обчислених за допомогою (5), відповідають відносному об'єму $V_w = 1$ і не забезпечують найбільшого поля розсіювання. На рис.1 їм відповідає гіперпаралелепіпед Ω_0 .

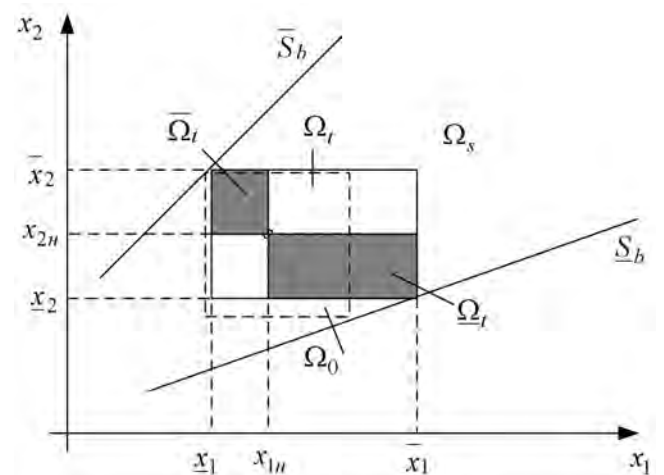


Рисунок 1 - Область працездатності та максимальних об'ємів допусків

Збільшення об'єму допусків можна досягнути побудовою двох гіперпаралелепіпедів максимального об'єму $\underline{\Omega}_t$ і $\bar{\Omega}_t$ (рис.1) між точкою номінальних значень $(x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{nn})$ і точкою на гіперплощинах \underline{S}_b і \bar{S}_b .

Для визначення розміру ребер таких гіперпаралелепіпедів перетворимо нерівняння (2) до виду:

$$-\sum_{i=1}^n \underline{a}_i w_i + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \bar{w}_i \geq \underline{y} - \underline{a}_0 - \sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_{in} - \sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{in}. \quad (6)$$

$\underline{a}_i > 0 \quad \bar{a}_i < 0 \quad \underline{a}_i > 0 \quad \bar{a}_i < 0$

Введення позначень

$$\underline{b} = \underline{y} - \underline{a}_0 - \sum_{i=1}^n \underline{a}_i x_{in} - \sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{in} = \underline{y} - y_n;$$

$$\underline{u}_i = \begin{cases} -\underline{a}_i w_i, & \underline{a}_i > 0 \\ \bar{a}_i \bar{w}_i, & \bar{a}_i < 0 \end{cases}$$

дозволяє записати рівняння для меж області праце-

здатності у вигляді:

$$\sum_{i=1}^n \underline{u}_i = \underline{b}. \quad (7)$$

Якщо утворити гіперпаралелепіпед, одна із вершин якого буде лежати в точці номінальних значень параметрів x_{in} , а друга на поверхні гіперплощини (7), то він буде мати максимальний об'єм коли стане гіперкубом [10] з довжиною ребра:

$$\underline{u} = \frac{\underline{b}}{n}.$$

Тоді довжина ребер гіперпаралелепіпеду $\underline{\Omega}_t$ з максимальним об'ємом визначається співвідношенням:

$$\left. \begin{aligned} \underline{w}_i &= -\frac{\underline{u}}{\underline{a}_i}, \quad \underline{a}_i > 0 \\ \bar{w}_i &= \frac{\underline{u}}{\bar{a}_i}, \quad \bar{a}_i < 0 \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Аналогічні співвідношення витікають із рівняння (3) для визначення довжини ребер гіперпаралелепіпеду $\bar{\Omega}_t$:

$$\left. \begin{aligned} \underline{w}_i &= -\frac{\bar{u}}{\underline{a}_i}, \quad \underline{a}_i < 0 \\ \bar{w}_i &= \frac{\bar{u}}{\bar{a}_i}, \quad \bar{a}_i > 0 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Сума ребер гіперпаралелепіпедів $\underline{\Omega}_t$ і $\bar{\Omega}_t$, визначених за допомогою співвідношень (8) та (9), визначають ребра гіперпаралелепіпеду Ω_t з максимальними об'ємами допусків для верхніх та нижніх відхилень параметрів.

АЛГОРИТМ ПРИЗНАЧЕННЯ ДОПУСКІВ

Особливістю інтервальних моделей (1) є забезпечення точного значення вихідної функції при заданих межових значеннях параметрів елементів. В процесі призначення допусків максимального об'єму визначаються інші межові значення параметрів елементів, для яких може бути побудована більш точна спрощена інтервальна модель. Якщо провести процедуру призначення оптимальних допусків з цими поновленими моделями, то таким чином утворюється ітераційна процедура призначення допусків з поступовим уточненням моделі.

Як критерій виходу з ітераційної процедури може використовуватись співвідношення:

$$\frac{x_i^{(n)} - x_i^{(n-1)}}{x_{in}} \leq \xi, \quad (10)$$

де $x_i^{(n)}$, та $x_i^{(n-1)}$; - значення параметрів елементів на n -й та $n-1$ -й ітераціях;

ξ - точність обчислення допусків.

Збіжність ітераційного процесу залежить від початкового наближення, які можуть призначатись за умовою однакових значень відхилень параметрів елементів та вихідної функції:

$$\frac{x_i}{x_{in}} = \frac{y}{y_n}; \quad \frac{\bar{x}_i}{x_{in}} = \frac{\bar{y}}{y_n}, \quad (11)$$

або за умови зменшення відхилень елементів у відповідності з їх кількістю:

$$\frac{x_i}{x_{in}} - 1 = \frac{1}{n} \left(\frac{y}{y_n} - 1 \right); \quad \frac{\bar{x}_i}{x_{in}} - 1 = \frac{1}{n} \left(\frac{\bar{y}}{y_n} - 1 \right). \quad (12)$$

Умови (11) використовуються, коли можлива взаємна компенсація відхилень і коефіцієнти рівнянь (1) мають різні знаки. Умови (12) краще застосовувати, коли переважна більшість коефіцієнтів мають однаковий знак.

Розроблене математичне забезпечення дозволяє сформувати алгоритм призначення експлуатаційних допусків. Вхідними даними при призначенні експлуатаційних допусків є:

- значення відхилень і номінальне значення вихідних параметрів;
- початкові значення відхилень і номінальні значення вхідних параметрів;
- точність оптимізації або кількість ітерацій;
- рівняння, які описують залежність вихідного параметра від вхідних;
- вагові коефіцієнти.

Вихідними даними для процесу оптимізації є значення відхилень вхідних параметрів. Процедура призначення допусків є ітераційною. Кожна ітерація складається з етапів:

Етап 1. Побудова спрощеної інтервальної моделі системи, що проектується;

Етап 2. Вписування гіперпаралелепіпеду максимального об'єму до області працездатності;

Етап 3. Контроль умов виходу з процесу оптимізації.

Якщо умови припинення роботи процедури не виконані, як початкові відхилення вхідних параметрів беруться обчислені значення допусків, і робота процедури повторюється з першого етапу. При виконанні умов виходу процедура призначення допусків закінчує свою роботу.

Алгоритм може бути застосований і для отримання більш точних значень допусків, обчислених за виразом (5). Розроблений алгоритм синтезу допусків був використаний при розробці програмного забезпечення до програмного комплексу автоматизованого обчислення допусків "INTOL", який використовувався у наведених нижче прикладах обчислення допусків.

3 ПРИКЛАДИ ЗАСТОСУВАННЯ

Запропоновані методи використовувались при призначенні допусків для хвильового опору мікросмужкової лінії та коефіцієнту передачі фільтра нижніх частот. При утворенні інтервальних моделей хвильовий опір мікросмужкової лінії (рис. 2) обчислювався за допомогою співвідношення [11]:

$$Z_x = \frac{120}{\sqrt{2(\epsilon_r + 1)}} \left(\ln \frac{8h}{w} + \frac{w^2}{32h^2} - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \times \ln \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right),$$

де Z_x - хвильовий опір;

ϵ_r - відносна діелектрична проникність підкладки;

h - товщина підкладки;

w - ширина мікросмужкової лінії.

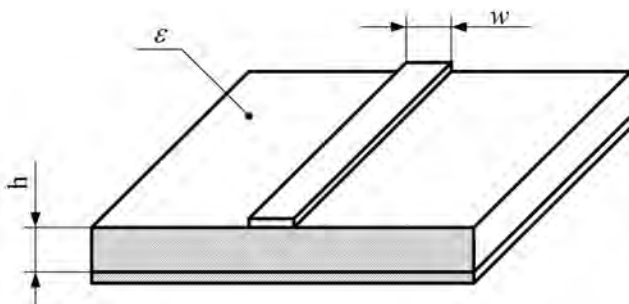


Рисунок 2 - Спрощена структура мікросмужкової лінії

Обчислення проводились для номінальних параметрів: $\epsilon_{rn} = 9.6$, $h_n = 1$ мм, $w_n = 0.997$ мм, яким відповідало номінальне значення хвильового опору $Z_{xn} = 50$ Ом.

Інтервальна модель утворювалась при відхиленні конструктивних параметрів $\delta_{xi} = \pm 3\%$. Підтримувалась точність обчислень $\xi = 0.001$. Допустиме відхилення хвильового опору задавалось $\delta_Z = \pm 3\%$.

Результати роботи ітераційного алгоритму надаються у табл. 1 Як видно із таблиці, для хвильового опору мікросмужкової лінії алгоритм обчислення допусків має високу збіжність.

Схема фільтра нижніх частот, для якого обчислювались допуски, надається на рис. 3. параметри фільтра мали нормовані значення [12]: $R0=R4=1$, $C1=C3=0.368557$, $L2=0.737714$.

Обчислення коефіцієнту передачі проводилось на нормованій частоті $\Omega = 3$. Допустиме відхилення коефіцієнту передачі задавалось $\delta_h = \pm 5\%$. Підтримувалась точність обчислень $\xi = 0.001$. Результати обчислень допусків на параметри фільтра надаються в табл. 2.

При однакових допусках на параметри елементів обчислення дає $\delta_{x0} = 1.7628$, $\bar{\delta}_{x0} = 1.6446$. Застосування алгоритму оптимізації збільшило відносний об'єм до $\bar{V}_w = 2.0749$, $\bar{V}_w = 1.8936$.

Таблиця 1- Обчислення допусків на параметри мікросмужкової лінії

Ітерація	Допуски на параметри, %					
	$\delta_{-\epsilon}$	$\bar{\delta}_{\epsilon}$	δ_{-h}	$\bar{\delta}_h$	δ_{-w}	$\bar{\delta}_w$
0	2.0619	2.2079	2.0243	2.0679	2.0069	2.0861
1	2.0774	2.1925	2.0386	2.0543	2.0128	2.0809
2	2.0773	2.1925	2.0384	2.0541	2.0127	2.0808
3	2.0773	2.1925	2.0384	2.0541	2.0127	2.0808

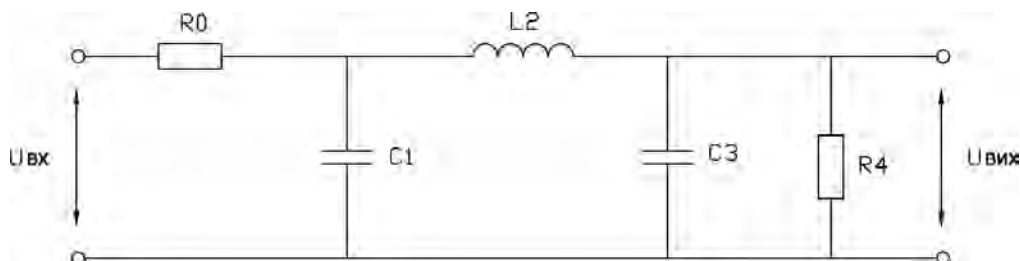


Рисунок 3 - Схема фільтра нижніх частот

Таблиця 2- Допуски на параметри фільтра нижніх частот

Відхилення	Параметри				
	R0	R4	C1	C3	L2
δ_{ε}	3.6327	1.4051	2.9020	2.6589	0.8821
$\bar{\delta}_{\varepsilon}$	3.1958	1.4282	2.3959	2.5746	0.8225

ВИСНОВКИ

Розроблено ітераційний алгоритм призначення експлуатаційних допусків з поступовим уточненням моделі. Використання алгоритму дозволяє уникнути обмежень, що накладає застосування лінійних моделей при апроксимації нелінійних функціональних залежностей вихідних функцій електронних апаратів. Приклади використання алгоритму підтверджують можливість значного збільшення об'єму допусків.

Алгоритм може використовуватись для обчислення допусків монотонних вихідних функцій. В цьому випадку він має високий ступінь збіжності. Для функцій, що мають екстремум в області працездатності необхідно переглянути методи утворення інтервальних моделей.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электрических цепей. - М.: Сов. радио, 1973. -199 с.
2. Фомин А.В., Борисов В.Ф., Чермошевский В.В. Допуски в

3. Цветков А.Ф. Методы расчета допусков в радиоэлектронной аппаратуре. - М.: Сов. радио, 1973.-108 с.
4. Фридлиндер И.Г. Расчеты точности машин при проектировании.- Киев-Донецк: Вища школа, 1980-184с.
5. Михайлов А.В., Савин К.С. Точность радиоэлектронных устройств.-М.: Машиностроение, 1976.-214 с.
6. Разевинг В.Д. Система схемотехнического моделирования и проектирования печатных плат Design Center (PSPICE).- М.: 1996.- 337 с.
7. О.В. Алексеев, А.А. Головков, В.Ю. Приходько. Проектирование и расчет устройств СВЧ в системе MICROWAVE HARMONICA.- Спб.:СПбГЭТУ, 1997.-298 с
8. Крищук В.Н., Шило Г.Н. Анализ интервальных моделей при расчете допусков// Радиоелектроніка. Інформатика. Управління.-1999.-№1.- С.66-70.
9. Шило Г.М. Формування інтервальних моделей для обчислення допусків// Радиоелектроніка. Інформатика. Управління. - 2002. - №1. - С.90-95.
10. Корячко В.П., Курейчик В.М., Норенков И.П. Теоретические основы САПР.- М.: Энергоатомиздат, 1987.- 400 с.
11. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств / С.И. Бахарев, В.И. Вольман, Ю.Н. Либ и др. Под ред. В.И. Вольмана.-М.: Радио и связь, 1982.-328 с.
12. Зааль Х. Справочник по расчету и конструированию фильтров. - М.: Радио и связь, 1978.- 450 с.

Надійшла 15.09.2003

Предложен метод синтеза и оптимизации эксплуатационных допусков с использованием упрощенных интервальных моделей. Разработан итерационный алгоритм назначения допусков с пошаговым уточнением модели. Проведено тестирование разработанного математического и программного обеспечения на реальных примерах.

The method of synthesis and optimization of operational tolerances using the simplified interval models is offered. The iterative algorithm of assigning the tolerances with step-by-step refined model is developed. The software has been developed on the basis of this mathematical manipulation. The actual data have been used for testing the software.

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

УДК 004

M. Candik

DISCRETE ORTHOGONAL TRANSFORMS IN DIGITAL IMAGE WATERMARKING

Basic principles of digital image watermarking based on discrete orthogonal transforms are in this paper presented. Digital image watermarking based on using of Karhunen-Loeve Transform (KLT) and Discrete Cosine Transform (DCT) is in the paper presented in more details. Experimental verification of both methods was realized on static grayscale images Einstein and Samuel.

1 INTRODUCTION

Digital watermarking represents a viable solution to the ever-increasing demand for copyright protection mechanisms [1]. A watermark is hidden information within a digital signal [2]. For image watermarking several techniques have been developed. Watermarking techniques can be divided into three main groups:

- spatial space watermarking,
- frequency space watermarking,
- parametric space watermarking.

Watermarking in spatial space uses the spatial image space for embedding of hiding information. Frequency space watermarking uses the selected discrete orthogonal transforms (DCT, DWT) for embedding of the hiding information into the spectral coefficients or into the sequence coefficients, in generally. Parametric space watermarking includes algorithms, where a watermark is embedded into the image in its parametric space (typically in digital image watermarking techniques established on fractal image coding, where a watermark is inserted into

the parameters of block's similarity or into the parameters of block's positions) [3]. To achieve maximum protection of intellectual property with watermarked media, several requirements must be satisfied. Embedded watermarks must be[3]:

- *imperceptible* - the watermark should be imperceptible, not to affect the viewing experience of the image or the quality of signal

- *undeletable* - the watermark must be difficult or even impossible to remove by a hacker, at least without obviously degrading the host signal.

- *statistically undetectable* - A pirate should not be able to detect the watermark by comparing several watermarked signals belonging to the same author

- *robustness* - The watermark should be survived by the using of the loss compression techniques and signal processing operations (signal enhancement, geometric image operations, noise, filtering, etc.)

Proposed requirements that are imposed on watermarking methods are contradictory. It is technically viable and easy to embed a watermark into an image by its invisibility, but requirements of its undetectability, undeletability and its robust create technical problems. Thus, a watermarking technique for watermark embedding is a compromise between some contradictory requirements. It is an argument why properties of watermarking methods must be analyzed.

In this paper a basic analysis that must be realized after process of watermark implementation is presented. Com-

paring of two digital watermarking methods, both based on discrete orthogonal transforms, is described. In generally, discrete orthogonal transforms (mainly DCT) is a base for loss image compression. It is possible to assume that information which may be lost during lossy compression, the same information may be modified during watermark embedding. Thus, a question is satisfying of remaining watermark requirements.

2 GENERAL ALGORITHM FOR WATERMARK EMBEDDING

Digital image watermarking algorithms based on using of discrete orthogonal transforms may be described according to generally algorithm for watermark embedding depicted in Fig.1.

A frequently case of watermarks are binary images, dimension of watermark is in generally smaller then dimension of original image. Input parameters in process of watermark embedding are original image, watermark and user's key (style of watermark permutation). The original image is processed by discrete orthogonal transform. After image transformation we obtain a set of spectral or sequence coefficients. The set dimension of transformation (spectral) coefficients equals to the original image dimension. A first operation with the watermark is reordering of its pixels by using pseudorandom permutation. The algorithm of watermark permutation must be pseudorandom because watermark must be reconstructed. A type of used pseudorandom watermark's pixels permutation is arbitrary and makes a user's key. A watermark is a binary image. Thus, values of its brightness are 0 - black point (black pixel) and 1-white point (white pixel). For satisfying of robust requirements are these values multiplied in a multiplying unit, the multiplication is realized with some constant value. A multiplying unit doesn't need to use, in generally. Then each pixel is added to some spectral coefficients of original image. Number of used spectral coefficients equals to number of watermark's pixels.

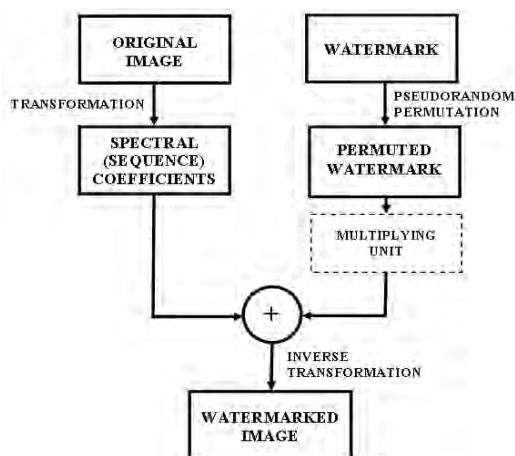


Figure 1 - The basic algorithm of watermark embedding into an image. As a transformation is reasoning some discrete orthogonal transform. The multiplying must be not strictly used

A choosing of spectral coefficients depends on their properties. We expect that embedded watermark will be invisible and immune during operation with watermarked image. From point of view of human visual system are good spectral coefficients with the relationship in spatial space of image to highest image frequencies (details in images), but mostly operation with an image is its filtering and embedded data may be lost. Thus, a way for this requirements are spectral coefficients corresponded to central part of frequency space. After modification of spectral coefficients we compute inverse transform (of modified frequency space) and obtain watermarked image.

2.1 BASIC MATHEMATICAL DESCRIBING OF WATERMARK EMBEDDING

Let original image I is defined according to relationship (1)

$$i_0 = \{I(i, j); 0 < i < N_1; 0 < j < N_2\}, \quad (1)$$

where $i_0(i, j) \in \{0, 1, \dots, 2^L - 1\}$ is a brightness value of pixel $i_0(i, j); i, j$, terminates position of pixel and L denotes number of bits used do describing brightness value in each picture element. The original image dimension is $(N_1 \times N_2)$.

Watermark W is a binary image ($L = 1$) defined according to relationship (2).

$$W = \{w(i, j); 0 < i < M_1; 0 < j < M_2\}, \quad (2)$$

where $w(i, j) = \{0; 1\}$ describes a brightness value of a watermark. The dimension of watermark W is $(M_1 \times M_2)$, $M_1 \leq N_1$, $M_2 \leq N_2$.

Let watermarked image is denoted as I_w . Then process of inserting of watermark W into the original image I may be described according to relationship (3).

$$\varphi: I \times W \rightarrow I_w; \quad I_w = I + \gamma W, \quad (3)$$

where φ is embedding procedure, γ is a two-dimensional inserting mask, that includes operations of superposition, permutation etc.

3 A GENERAL ALGORITHM FOR WATERMARK EXTRACTION

Analogue, we describe a general algorithm of watermark extraction. Input parameters in process of watermark extraction are original image, watermarked image and user's key (algorithm of watermark permutation). A general algorithm for watermark extraction is depicted in Fig.2.

For the original image we compute discrete orthogonal transformation; on the original image we compute discrete orthogonal transformation too. We compare used spectral coefficients in both images. Because watermarked image

may be modified (noise corruption, attack of data, etc.), may be also changed coefficients, that weren't modified in process of watermark embedding. In this case is an advantage to use a threshold unit which provides selection of modified spectral coefficients. A next step of watermark extraction is reordering of used spectral coefficients. After this manner we obtain extracted watermark.

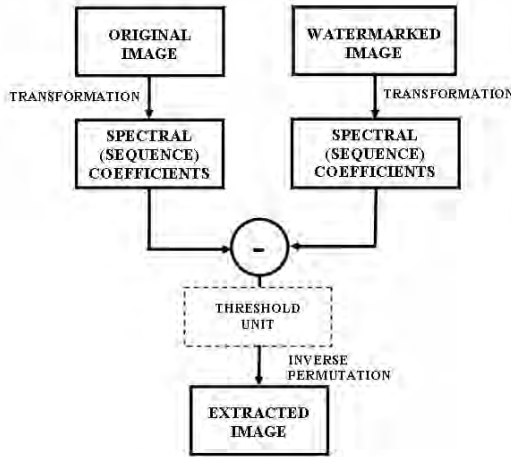


Figure 2 - The basic algorithm of watermark extraction from watermarked image. The threshold unit must be not strictly used

3.1 BASIC MATHEMATICAL DESCRIBING OF WATERMARK EXTRACTION

A process of watermark extraction may be described according to follow relationship (4)

$$\delta: I \times I_w \rightarrow W^* ; W^* = v(W^o), \quad (4)$$

where δ is extraction procedure, $v(.)$ describes inverse permutation of reordered watermark W^o , which is obtained after comparing of spectral spaces both input images I and I_w . Because watermarked image may be processed, embedded watermark W may be, in generally, corru W^* .

4 THE ALGORITHM OF DCT WATERMARKING

The algorithm of digital image watermarking based on two-dimensional discrete cosine transform (DCT) is a basic and the most processed watermarking method. Its large distribution is given by large using of digital images, mainly in JPEG format, which uses this orthogonal transformation.

The algorithm of digital watermarking based on DCT is follow:

1. Original image is divided to non-overlapped blocks, that cover all image. The dimension of each block is 8×8 .
2. For each block we compute DCT transform defined in equation (5)

$$F(u, v) = \frac{C(u) \cdot C(v)}{4} \sum_{j=0}^7 \sum_{k=0}^7 f(j, k) \cos \left[\frac{(2j+1)u\pi}{16} \right] \times \cos \left[\frac{(2k+1)v\pi}{16} \right], \quad (5)$$

where

$F(.,.)$ denotes DCT coefficients,

$f(.,.)$ are values of brightness (pixel's values) in current block,

$$C(u) = 1 / \sqrt{2} \text{ for } u=0;$$

$$C(u)=1 \text{ for } u=1,2,\dots,7,$$

$$C(v) = 1 / \sqrt{2} \text{ for } v=0;$$

$$C(v)=1 \text{ for } v=1,2,\dots,7.$$

3. For obtained spectral coefficients we use its reordering according to ZIG-ZAG algorithm, depicted in Fig.3.

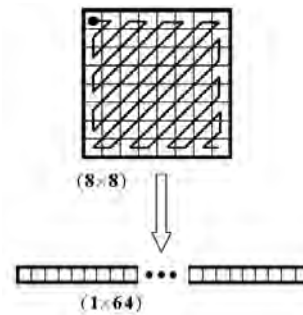


Figure 3 - Reordering of spectral coefficients according to Zig-zag algorithm

Zig-zag algorithm provides a transposition of spectral coefficients of a two-dimensional block into one-dimensional vector. Obtained spectral coefficients sequence includes elements that are equivalent to decreasing frequency parts in actual image block. Thus, the first element depends on mean brightness value of block, the second element depends on low-frequency properties of image blocks, etc., the last coefficient depends on high-frequency properties of image blocks (details in image).

4. Because dimensions of image I and watermark W are different, it is necessary to compute, how many watermark's pixels are used in current DCT block.

Let $h_1 = N_1/8$ and $h_2 = N_2/8$ describes number of DCT blocks in horizontal and vertical direction of image I , respectively. Thus, original image I contains $h_1 \times h_2$ DCT blocks. In watermark W will be strikes $(M_1/h_2) \times (M_2/h_2)$ pixels for each DCT block. The process of pixel's selection in watermark W is free, only number of pixels depends on dimension of watermark W and on dimension of original image I , too.

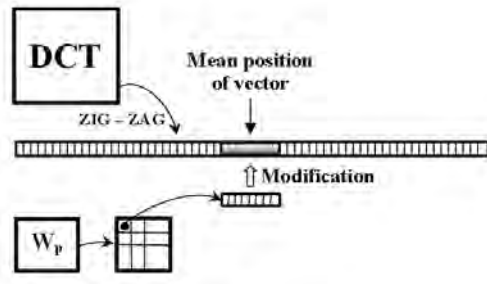


Figure 4 - Example of a possibility of spectral coefficients modification based on Zig-zag algorithm.

One of way is watermark dividing into $h_1 \times h_2$ watermark sub-blocks, each sub-block to convert into one-dimensional vector and this vector add to selected spectral coefficients in Zig-zag vector (see Fig.4).

5. Watermark will be permuted, i.e. pixels of watermark W will be reordered. A watermark with reordered pixels is denoted W_p^0 .

6. For satisfying of robust requirements will be permuted watermark W_p^0 multiplied with a constant $k(k > 0)$, i.e.

$$W_p = kW_p^0. \quad (6)$$

Thus, we obtain binary image W_p (permuted watermark), its brightness values are 0 - black picture elements, k - white picture elements.

7. Selected pixels of watermark W_p is superposed into selected DCT spectral coefficients of image block. Superposition is the addition of value 0 or k to values of selected spectral coefficients.

8. Inserting of watermark pixels will be realized for each DCT image block.

9. After inserting watermark to (DCT) frequency space of original image we acquire modified DCT spectrum of original image, its dimension is $(N_1 \times N_2)$.

10. We realize the same dividing of this spectrum into non-overlapped blocks, that cover all image, and that was used in step 1. For each block we compute inverse DCT transform according to follow relationship:

$$F(i, j) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u) \cdot C(v) F(u, v) \cos\left[\frac{(2i+1)u\pi}{16}\right] \times \cos\left[\frac{(2j+1)v\pi}{16}\right], \quad (7)$$

where describing of parameters is the same as in equation (5).

11. After computation we obtain watermarked image I_w .

4.1 EXTRACTION OF WATERMARK

We retry that input parameters in process of watermark extraction are original image I , watermarked image I_w and user's key (algorithm of pseudo-random watermark permutation). A process of watermark extraction may be described in follow steps:

1. Original image I is divided to non-overlapped blocks, which cover all image. The dimension of each block is 8×8 .

2. For each block we compute DCT transform defined in (5).

3. Watermarked image I_w is divided to non-overlapped blocks, that cover all image. The dimension of each block is 8×8 .

4. For each block we compute DCT transform according to relationship (5).

5. In both image spectral spaces we retrieve spectral coefficients that were modified in process of watermark embedding. Thus, we compare spectral spaces of both images (we compute difference of values of these spectral coefficients).

6. We redistribute computed differences into two-dimensional space that is corresponded with pixel's distribution of permuted watermark. Output of this computational step is a matrix, which corresponds with permuted watermark, dimension of this matrix equals to dimension of watermark, or permuted watermark, respectively.

7. Obtained matrix is processed by inverse permutation, i.e. reordering of values in its space.

8. Because watermarked image could be modified, we use thresholding of values. The level of threshold is from interval $< 0; k >$. Thresholding makes a comparing of proposed matrix values with some constant value (threshold). Matrix values that are smaller then threshold value are interpreted as a black pixel (0-value) and matrix values that are greater than threshold value are interpreted as white pixel (value 1, or value k).

9. After thresholding we obtain watermark W^* . Its quality depends on threshold value and on type of processing with watermarked image.

5 THE ALGORITHM OF THE KLT WATERMARKING

The algorithm is in generally, the same, as algorithm based on DCT transform. Karhunen-Loeve transform (KLT) is the optimal transform among all orthogonal transforms. It is also known as Hotelling or principal components transform [4]. This transform has the best energy compaction property, and it de-correlates the image data most efficiently. Moreover, the mean square error distortion due to discarding transform coefficients is the last. The realization of Karhunen-Loeve transform can be described by following steps:

1. Dividing of original image I into non-overlapped blocks that cover all image. The blocks have dimensions $K_1 \times K_2$.

2. Each block is transformed into vector u of dimension $1 \times K_1 K_2$.

3. For each block we compute covariance matrix

$$C_u = E\{[u - E(u)][u - E(u)]^T\}, \quad (8)$$

where operation $E[\cdot]$ represents a mean value.

4. We compute eigenvalues and eigenvectors ϕ_k of covariance matrix C_u . The base vectors of Karhunen-Loeve transform are given by the orthonormalized eigenvectors of the covariance matrix C_u , that is,

$$\begin{aligned} C_u \phi_k &= \lambda_k \phi_k, \\ 0 \leq k &\leq (K_1 K_2 - 1), \end{aligned} \quad (9)$$

where λ_k is corresponding eigenvalue of the eigenvector ϕ_k . Eigenvalues of the covariance matrix, which are all non-negative, can be ordered according their magnitude. The larger is the magnitude, the more energy the eigenvalue contains. We create matrix U , where a first column contains eigenvector of maximal eigenvalue, second column contains eigenvector with a second largest eigenvalue, etc. After reordering of columns it is necessary to save, how columns were reordered.

5. The Karhunen-Loeve transform is defined according to relationship (10):

$$Y = Uu. \quad (10)$$

6. Inverse transformation is defined according to relationship (11),

$$u = U^T Y, \quad (11)$$

where parameter T describes a matrix transpose.

7. We create two-dimensional block of dimensions $K_1 \times K_2$ from the vector u of dimension $1 \times (K_2 K_1)$.

Thus, after theoretical description we focus on practical aspects of its implementation into watermarking process. Dimensions of non-overlapped blocks of divided image I must be not strictly 8×8 , but this dimension is a good way to properties compare of both approaches in digital watermarking. Increasing of its dimensions gives more difficult computing and long time for KLT transform computation. Selection of spectral coefficients modifying is the same, as in DCT watermarking method.

6 EXPERIMENTAL PART

Our experiments we are realized on static grayscale images EINSTEIN and SAMUEL in pgm (portable gray-map) format. Their dimensions were $N_1 = N_2 = 256$, resolutions of images were 8 bits/pixel, i.e. $2^8 = 256$ levels of brightness. Used images are depicted in Fig.5.

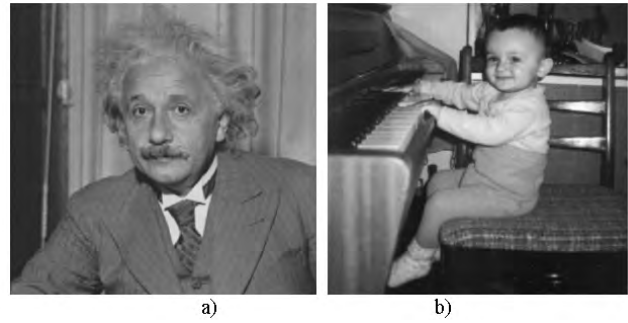


Figure 5 - Used original images for digital watermarking: a) EINSTEIN; b) SAMUEL

As watermarks we use for our experiments binary images Wmark1 and Wmark2, both of dimensions $M_1 = M_2 = 64$, resolution of watermarks was 1bit/pixel. Used watermarks are depicted in Fig. 6.

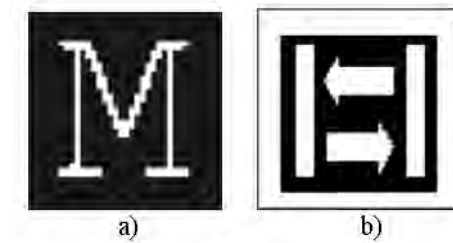


Figure 6 - Used watermarks: a) Wmark1; b) Wmark2

Embedding of watermarks into original images was realized by multiplying factor $k=4$, i.e. black pixels in watermark are represented by zero brightness level and white pixels in watermark are described by brightness level k .

6.1 SELECTED PROPERTIES OF BOTH METHODS

Quality of extracted watermark and watermarked images were analyzed with objective and subjective criteria of image quality. As objective criteria of image quality were used MAE (Mean Absolute Error) and MSE (Mean Square Error). Mean Absolute Error is defined in (12)

$$MAE = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{x=1}^{N_1} \sum_{y=1}^{N_2} |I(x, y) - I_w(x, y)|, \quad (12)$$

and Mean Square Error is defined in (13):

$$MSE = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{x=1}^{N_1} \sum_{y=1}^{N_2} [I(x, y) - I_w(x, y)]^2. \quad (13)$$

A practical criterion for describing of watermark modification is the number of detected errors (number of changes in pixel's values) in extracted watermark. Amount of extracted modified watermark's pixels is denoted as ϵ . Relative amount ϵ_r of modified watermark's pixel is defined according to relation (14).

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{M_1 M_2} 100\% . \quad (14)$$

Next objective criteria of image quality used for watermarked images was Peak-Signal-to-Noise-Ratio defined according to relationship (15)

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\frac{1}{N_1 N_2} \sum_{x=1}^{N_1} \sum_{y=1}^{N_2} [I(x,y) - I_w(x,y)]^2} . \quad (15)$$

Quality of watermarked image depends mainly on used multiplying factor k . Higher values of multiplying factor generate smaller quality of watermarked images, across they improve robustness of embedded watermark. Second parameter with relation to duality of watermarked image is used watermark. Modifying of spectral coefficients (and image pixels) depends on amount of white pixels in watermark, because only white pixels create changes in image by embedding of watermark.

Obtained quality of watermarked images is described in Tab.1, effect of thresholding to quality of extracted water-

mark is described in Tab.2. Threshold levels are denoted with "l". Because we had not analyzed effect of lossy operations with watermarked images (i.e. robust analysis), we were focused to lower thresholding levels and survey speed of errors elimination in extracted watermarks. We retry that threshold levels are defined in interval $\langle 0;k \rangle$. Modifications of watermarks which are produced by process of embedding and extracting of watermarks are accrued mainly in rounding of computed values and in produced error during computation.

Experimental comparing of both approaches of digital watermarking shows that higher objective quality of watermarked images (smaller errors MAE, MSE and higher PSNR) produces using of Karhunen-Loeve transform in watermark embedding, only one case - embedding of watermark Wmark1 with the multiplying factor $k=2$ gives in DCT approach higher watermarked image quality (by using another original images and another watermarks presented effect was not notable).

Analogous, as objective watermarked image quality, subjective image quality criteria to qualification of embedding process are used. Examples of unwatermarked (original) image and watermarked images in Fig. 7 are depicted. For our examples we choose watermark Wmark2, because this watermark produces more errors by its embedding into an image - watermark Wmark2 contains more white pixels (than watermark Wmark1) which cause them. The multiplying factor $k=4$ was used by embedding of watermarks.

Таблиця 1-Quality of watermarked images

			QUALITY OF WATERMARKED IMAGES					
			MAE		MSE		PSNR	
			DCT method	KLT method	DCT method	KLT method	DCT method	KLT method
EINSTEIN	Wmark1	$k = 2$	0,0022	0,0065	0,0022	0,0115	74,682	67,510
		$k = 4$	0,0700	0,0147	0,0702	0,0459	59,665	61,508
		$k = 6$	0,1011	0,0224	0,1059	0,0985	57,883	58,196
	Wmark2	$k = 2$	0,1888	0,0923	0,1888	0,1624	55,371	56,026
		$k = 4$	0,5827	0,2004	0,7031	0,6342	49,660	50,109
		$k = 6$	0,8848	0,3030	1,4210	1,3784	46,605	46,737
SAMUEL	Wmark1	$k = 2$	0,0023	0,0066	0,0023	0,0116	74,593	67,505
		$k = 4$	0,0708	0,0148	0,0710	0,0460	59,617	61,503
		$k = 6$	0,1021	0,0222	0,1070	0,0989	57,838	58,177
	Wmark2	$k = 2$	0,1902	0,0926	0,1902	0,1620	55,338	56,035
		$k = 4$	0,5870	0,2039	0,7086	0,6368	49,627	50,091
		$k = 6$	0,8917	0,3073	1,4321	1,3839	46,571	46,720

Таблица 2 Quality of extracted watermarks

			QUALITY OF EXTRACTED WATERMARKS			
			Wmark1		Wmark2	
			DCT method	KLT method	DCT method	KLT method
EINSTEIN	l = 0	MAE	0,0491	0,0959	0,1901	0,2808
		ϵ	201	393	779	1150
		ϵ_r	4,91	9,59	19,02	28,08
	l = 0,15	MAE	0,0022	0,0024	0,0881	0,0999
		ϵ	9	10	361	409
		ϵ_r	0,22	0,24	8,81	9,99
	l = 0,30	MAE	0,0015	0	0,0713	0,0034
		ϵ	6	0	292	14
		ϵ_r	0,15	0	7,13	0,34
	l = 0,45	MAE	0	0	0,04565	0,0002
		ϵ	0	0	187	1
		ϵ_r	0	0	4,57	0,02
SAMUEL	l = 0	MAE	0,0447	0,0957	0,1901	0,2795
		ϵ	183	392	779	1145
		ϵ_r	4,47	9,57	19,02	27,95
	l = 0,15	MAE	0,0007	0,0027	0,0867	0,1030
		ϵ	3	11	355	422
		ϵ_r	0,07	0,27	8,67	10,30
	l = 0,30	MAE	0	0	0,0706	0,0020
		ϵ	0	0	289	8
		ϵ_r	0	0	7,06	0,20
	l = 0,45	MAE	0	0	0,0457	0
		ϵ	0	0	187	0
		ϵ_r	0	0	4,57	0

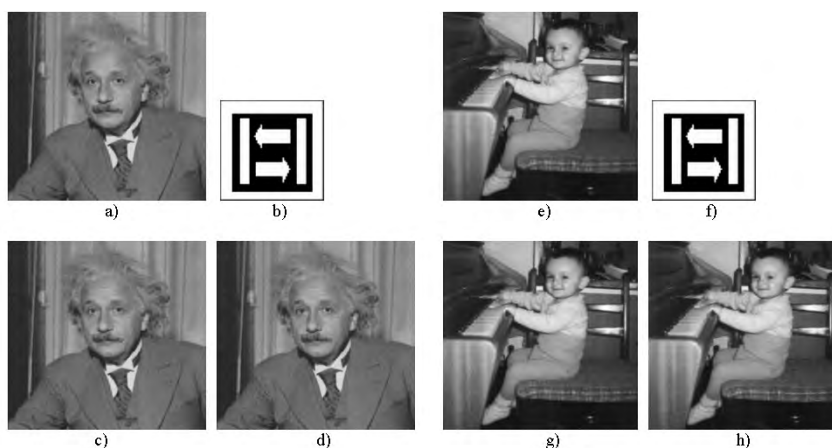


Figure 7 - Quality of watermarked images

a) original image EINSTEIN ;
 b) used watermark Wmark2;
 c) watermarked image, DCT method;
 d) watermarked image, KLT method;

e) original image SAMUEL;
 f) used watermark Wmark2;
 g) watermarked image, DCT method;
 h) watermarked image, KLT method.

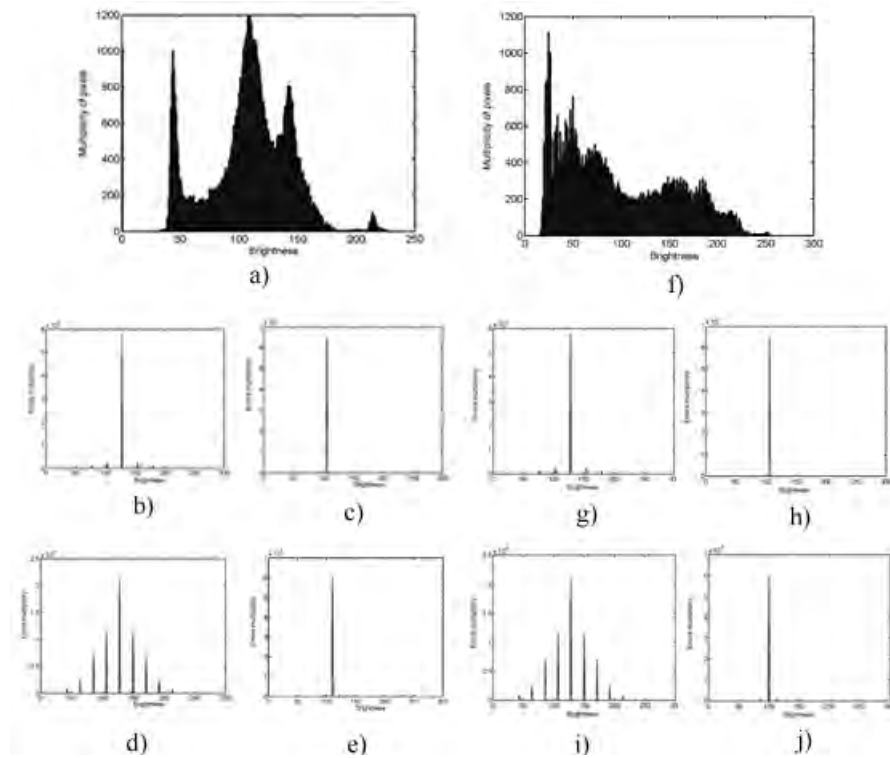


Figure 8 - Histogram's modifications by watermark embedding:

- a) histogram of the original image EINSTEIN;
 b) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image EINSTEIN, watermark Wmark1, DCT method;
 c) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image EINSTEIN, watermark Wmark1, KLT method;
 d) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image EINSTEIN, watermark Wmark2, DCT method;
 e) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image EINSTEIN, watermark Wmark2, KLT method;
 f) histogram of the original image SAMUEL;
 g) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image SAMUEL, watermark Wmark1, DCT method;
 h) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image SAMUEL, watermark Wmark1, KLT method;
 i) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image SAMUEL, watermark Wmark2, DCT method;
 j) difference between unwatermarked and watermarked image histograms, image SAMUEL, watermark Wmark2, KLT method.

Some basic statistical properties of watermarked image are visible on watermarked and unwatermarked image histograms. In Fig. 8 are depicted histograms of both used original images and accrued differences between unwatermarked and watermarked images. Depicted dependencies show that DCT approach in image watermarking creates changes in a few levels of brightness in image, on the other hand KLT approach creates important changes in reduced amount of levels of brightness. Using of watermark with a small amount of white pixels (pixels of modifications) decreases possibilities of resolution and detection of used method, because obtained dependencies in histogram differences are similar.

Second interested parameter in a watermarked image is distribution of errors that are caused by watermark implementation. Fig.9 depicts examples of reflected errors distributions.

Fig.9 shows that distribution of errors depends on number of white pixels in used watermark; higher amount

of white pixels produces more errors. Intensity of errors depends on used multiplying factor that is used in process of watermark embedding.

Analogous, quality of extracted watermark must be analyzed. Objective criteria MAE and MSE are identical in case of binary images (watermarks). Practical criterion for extracted watermark quality is amount of erroneous watermark's pixels (ϵ), or relative amount of modified watermark's pixels (ϵ_r) defined in (14). Quality of obtained watermarks is described in Tab.2.

Process of thresholding in process of watermark is depicted in Fig. 10. Errors in watermark are produced during computation, mainly in computation of inverse orthogonal transforms.

We remark that watermark is embedded into an image in its permutation form and first step of extraction's process is obtaining of permuted watermark. Examples of permuted watermarks are depicted in Fig.11 (permutation of the original watermark, between any changes).

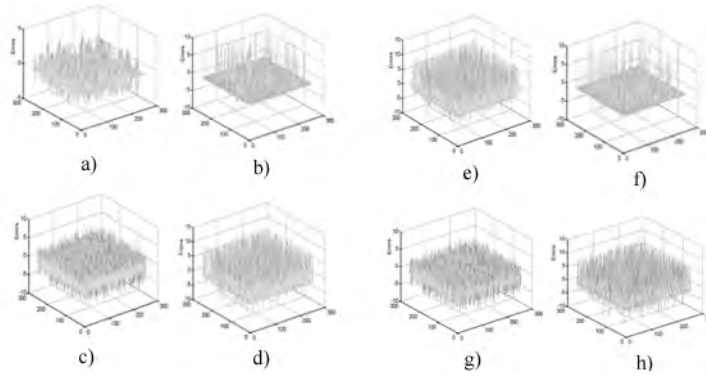


Figure 9 - Distribution of errors in watermarked images:
 a) original image EINSTEIN, watermark Wmark1, DCT method;
 b) original image EINSTEIN, watermark Wmark1, KLT method;
 c) original image EINSTEIN, watermark Wmark2, DCT method;
 d) original image EINSTEIN, watermark Wmark2, DCT method;
 e) original image SAMUEL, watermark Wmark1, DCT method;
 f) original image SAMUEL, watermark Wmark1, KLT method;
 g) original image SAMUEL, watermark Wmark2, DCT method;
 h) original image SAMUEL, watermark Wmark2, KLT Method.

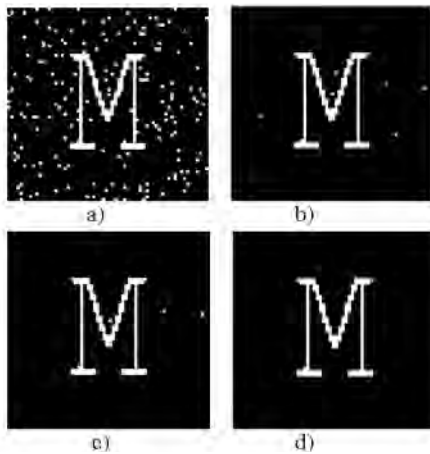


Figure 10 - Process of watermark thresholding:
 a) $l=0$; b) $l=0,01$; c) $l=0,04$; d) $l=0,25$.

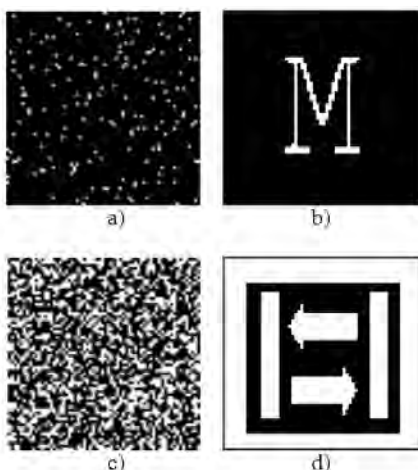


Figure 11 - Example of watermark permutation:
 a) permuted watermark Wmark1;
 b) original watermark Wmark1;
 c) permuted watermark Wmark2;
 d) original watermark Wmark12.

CONCLUSION

In this paper some basic principles of digital watermarking are presented. Presented methods use discrete orthogonal transforms for watermark embedding and watermark extracting too. The paper demonstrates basic properties of digital watermarking based on discrete cosine transform and Karhunen-Loeve transforms. Practical implementation of watermark requires next analyze - analyze of robustness. A robustness analyze is a large group of tests, which are focused to immunity of embedded watermark in next image processing operations, mainly loss operations of watermarked image (loss compression techniques, image quantization, noise, image filtering [5], etc.).

In proposed algorithms the original unmarked image is required for watermark extraction. They are also more sophisticated algorithms in digital image watermarking that not need original unmarked image for watermark extraction.

REFERENCES

1. Johnson, N. F. , Jajodia, S.: Steganalysis: The Investigation of Hidden Information. Proc. of the 1998 IEEE Information Technology Conference, Syracuse, New York, USA, 1998, pp.113-116.
2. Katzenbeisser, S. - Petitcolas, F.A.P: Information Hiding Techniques for Steganography and Digital Watermarking. ARTEC HOUSE, INC., 2000. ISBN 1-58053-035-4
3. Candik, M., Levicky, D., Klenovicova, Z.: Fractal image coding with digital watermarks. In: Radioengineering, Vol. 9, No. 4, 2000, Prague, pp. 22-26, ISSN 1210-2512.
4. Candik, M.: Digital Watermarking using Karhunen-Loeve Transform. In: Fine Mechanics and Optics, No. 5/2003, Vol. 48, Olomouc, (Czech Republic) pp. 135-137.
5. Lukac, R., Candik, M.: The Influence of Noise Corruption to Image Watermarking in DCT Domain. In: Journal of Electrical Engineering, No.3-4, Vol.52, 2001, Bratislava, pp. 81-87, ISSN 1335-363.

Надійшла 05.08.2003

В статье представлена основная информация о принципе внедрения цифровых "водяных знаков", основанном на дискретных ортогональных преобразованиях. Представлена сравнительная характеристика методов внедрения "водяных знаков" в цифровые изображения на основе преобразования Карунена-Лозва. Экстремальная проверка реализована на статических изображениях в тонах серого "Эйнштейн" и "Сэмюэль".

Zoran H. Peric, Danijela R. Aleksic

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF NONUNIFORM POLAR QUANTIZATION

The motivation for this work is maintaining high accuracy of phase information that is required for some applications such as interferometry and polarimetry, polar quantization techniques as well as their applications in areas such as computer holography, discrete Fourier transform encoding, and image processing. In this paper the simple and complete asymptotically analysis is given for a nonuniform polar quantizer with respect to the mean-square error (MSE) i. e. granular distortion (D_g). The equation for D_g^{opt} is given in a closed form. The goal of this paper is solving the quantization problem in case of nonuniform polar quantizer and finding the corresponding support region. We also gave the conditions for optimum of the polar quantizer and optimal compressor function. The construction procedure is given for iid Gaussian source

1 INTRODUCTION

Polar quantization techniques as well as their applications in areas such as computer holography, discrete Fourier transform encoding, image processing and communications have been studied extensively in the literature. Synthetic Aperture Radars (SARs) images can be represented in the polar format (i. e., magnitude and phase components) [4]. In the case of MSE quantization of a symmetric two-dimensional source, polar quantization gives the best result in the field of the implementation [4]. The motivation behind this work is to maintain high accuracy of phase information that is required for some applications such as interferometry and polarimetry, without losing massive amounts of magnitude information [4].

One of the most important results in polar quantization are given by Swaszek and Ku who derived the asymptotically Unrestricted Polar Quantization (UPQ) [6]. Swaszek and Ku gave an asymptotic solution for this problem without a mathematical proof of the optimum and using, sometimes, quite hard approximations, which limit the application. Polar quantization consists of separate but uniform magnitude and phase quantization, on N levels, so that rectangular coordinates of the source (x, y) are transformed into the polar coordinates in the following form: $r=(x^2+y^2)^{1/2}$, where r represents magnitude and ϕ is phase:

$$\phi = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \\ \pi + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \\ \pi + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \\ 2\pi + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases}$$

for I, II, III and IV quadrant.

The asymptotic optimal quantization problem, even for the simplest case - uniform scalar quantization, is actually nowadays [2]. In [8] the analysis of scalar quantization is done in order to determine the optimal maximal amplitude.

Swaszek and Ku [6] didn't consider the problem of finding the optimal maximal amplitude, so-called, support region. The approximation given by Swaszek and Ku for the asymptotically Unrestricted Polar Quantization (UPQ) [6]:

$$r_{i+1} - m_i \approx m_i - r_i = \frac{1}{2Lg'(m_i)}.$$

This approximation for $i=L$ is:

$$r_{L+1} - m_L \approx m_L - r_L = \frac{1}{2Lg'(m_L)}$$

is not correct for Unrestricted Polar Quantization because $r_{L+1} - m_L \rightarrow \infty$. That is the elementary reason for introducing support region (r_{\max}), where r_{\max} is restricted for the analysis of scalar quantization which is based on using compressor function g .

The support region for scalar quantizers has been found in [8] by minimization of the total distortion D , which is a combination of granular (D_g) and overload (D_o) distortions, $D=D_g+D_o$. The goal of this paper is solving the quantization problem in the case of nonuniform polar quantizer and finding the corresponding support region. It is done by analytical optimization of the granular distortion and numerical optimization of the total distortion.

In the paper Peric and Stefanovic [9] analyses are given for optimal asymptotic uniform polar quantization. In this paper the simple and complete asymptotical analyses are given for a nonuniform polar quantizer with respect to the mean-square error (MSE) i.e. granular distortion (D_g).

We consider D as a function of the vector $P=(P_i)_{1 \leq i \leq L}$ whose elements are numbers of phase quantization levels at the each magnitude level. Said by different words, each concentric ring in quantization pattern is allowed to have a different number of partitions in the phase quantizer (P_i) when r is in the i -th magnitude ring. One Restricted Polar Quantization (RPQ) must satisfy the constraint $\sum_{i=1}^L P_i = N$ in order to use all of N regions for the quantization. We prove the existence of one minimum and derive the expression for evaluating $P_{opt}(r, m)$ for fixed

values of reconstruction levels, decision levels and number of levels L . We also gave the conditions for optimum of the polar quantizer, optimal compressor function and optimal numbers of levels. We derive D_g^{opt} in a closed form.

We also gave the example of quantizer constructing for a Gaussian source. This case has the importance because of using Gaussian quantizer on an arbitrary source; we can take advantage of the central limit theorem and the known structure of an optimal scalar quantizer for a Gaussian random variable to encode a general process by first filtering it in order to produce an approximately Gaussian density, scalar-quantizing the result, and then inverse-filtering to recover the original [5]. Since each value in the complex "image" is derived from linear combinations of echo data, the central limit theorem can be invoked to assert the probability density function of the real and imaginary components of each pixel value in the complex image. Probability density functions are Gaussian [4].

2 CONDITIONS FOR OPTIMALITY AND DESIGN OF NONUNIFORM POLAR QUANTIZER

The transformed probability density function for the Gaussian source is $f(r, \phi) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot re^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} = \frac{f(r)}{2\pi}$. Without losing generality we assume that variance is: $\sigma^2 = 1$.

We consider nonuniform polar quantizer with L magnitude levels and P_i phase reconstruction points at magnitude reconstruction level m_i , $1 \leq i \leq L$. In order to minimize the distortion we proceed as follows.

First we partition the magnitude range $[0, r_{L+1}]$ into magnitude rings by $L+1$ decision levels $r=(r_1, \dots, r_{L+1})$ and $(0=r_1 < r_2 < \dots < r_L < r_{L+1} = r_{\max})$.

The magnitude reconstruction levels $m=(m_1, \dots, m_L)$ obviously satisfy $(0 < m_1 < m_2 < \dots < m_L)$. Next we partition each magnitude ring into P_i phase subdivisions. Let ϕ_j and ϕ_{j+1} be two phase decision levels, and let ϕ_{ij} be j -th phase reconstruction level for the i -th magnitude ring, $1 \leq j \leq P_i$. Then $\phi_{i,j} = (j-1)2\pi / N_i$, $j = 1, 2, \dots, N_i + 1$, and $\psi_{i,j} = (2j-1)\pi / M_i$.

The distortion D for UPQ ($r_{L+1} = \infty$) is [6]:

Total distortion D , for RPQ ($r_{L+1} = r_{\max}$) is a combination of granulation and overload distortions $D=D_g+D_o$:

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{P_i} \int_{\phi_{i,j}}^{\phi_{i,j+1}} \int_{r_i}^{r_{i+1}} [r^2 + m_i^2 - 2rm_i \cos(\phi - \psi_{i,j})] \frac{f(r)}{2\pi} dr d\phi. \quad (6)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{P_i} \int_{\phi_{i,j}}^{\phi_{i,j+1}} \int_{r_i}^{r_{i+1}} [r^2 + m_i^2 - 2rm_i \cos(\phi - \psi_{i,j})] \frac{f(r)}{2\pi} dr d\phi + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{P_L} \int_{\phi_{L,j}}^{\phi_{L,j+1}} \int_{r_{L+1}}^{\infty} [r^2 + m_L^2 - 2rm_L \cos(\phi - \psi_{L,j})] \frac{f(r)}{2\pi} dr d\phi. \quad (7)$$

We integrated (2) by ϕ , and get the equation for granular distortion:

$$D_g(P_1, \dots, P_L) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \int_{r_i}^{r_{i+1}} [r^2 + m_i^2 - 2rm_i \text{sinc}(\frac{\pi}{P_i})] f(r) dr, \quad (8)$$

(where in $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$); (2) we use:

$$\frac{\sin(x)}{x} = 1 - \frac{1}{6}x^2 + \epsilon(x),$$

$$D_g \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \int_{r_i}^{r_{i+1}} [(r - m_i)^2 + \frac{rm_i}{3} \frac{\pi^2}{P_i^2}] f(r) dr. \quad (9)$$

From: $\frac{\partial D_g}{\partial m_i} = 0$ we can find m_i as:

$$m_i = \left(1 - \frac{1}{6} \frac{\pi^2}{P_i^2} \right) \frac{r_{i+1} - r_i}{2}. \quad (10)$$

As final result, we find approximation for m_i as:

$$m_i = \frac{r_{i+1} - r_i}{2}. \quad (11)$$

We can obtain from High Resolution Theory [1] that high values for R and critical values for P_i satisfy given approximation.

The equation for D_g is obtained by using High Resolution Theory [1].

$$D_g = \sum_{i=1}^L \frac{f(m_i) \Delta_i^3}{24} + \sum_{i=1}^L \frac{m_i^2 \pi^2 f(m_i) \Delta_i}{6P_i^2}. \quad (12)$$

We prove that the problem of minimizing the $D_g(P)$ is a convex programming problem. Function $D_g(P)$ is convex if its Hessian matrix is the positive semidefinite one [3, p27].

From we obtain:

$$\frac{\partial D_g}{\partial P_i} = -\frac{2\pi^2}{6(P_i)^3} m_i^2 f(m_i) \Delta_i,$$

$$\frac{\partial^2 D_g}{\partial P_i \partial P_j} = \begin{cases} \frac{\pi^2}{(P_i)^4} m_i^2 f(m_i) \Delta_i, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 D_g}{\partial P_i \partial P_j} \geq 0 \quad (13)$$

it follows that $D_g(P)$ is a convex function of P .

The optimization problem for polar quantizer can be formulated in this way: it is necessary to find partial derivations of $D_g(P)$. Than, we can use the equation: $J = D_g + \lambda \sum P_i$, where λ represents Lagrange multiplier. From $\frac{\partial J}{\partial P_i} = 0$ we obtain:

$$\frac{\partial J}{\partial P_i} = -\frac{2\pi^2}{6(P_i)^3} m_i^2 f(m_i) \Delta_i + \lambda,$$

and finally:

$$P_{iopt} = N \frac{\sqrt[3]{m_i^2 f(m_i) \Delta_i}}{\sum_{j=1}^L \sqrt[3]{m_j^2 f(m_j) \Delta_j}}; \quad 1 \leq i \leq L. \quad (14)$$

The approximation given by Swaszek and Ku for the asymptotically Unrestricted Polar Quantization (UPQ) [6]:

$$r_{L+1} - m_L \approx m_L - r_L = \frac{1}{2Lg'(m_L)} \quad (15)$$

is not correct for Unrestricted Polar Quantization because $r_{L+1} - m_L \rightarrow \infty$. That is the elementary reason for introducing support region (r_{max}), where r_{max} is restricted for the scalar quantization analysis, which is based on using compressor function g .

We replaced $\Delta_i = \frac{r_{max}}{Lg(m_i)}$, where g is compressor function, and approximate the sums by integrals ($\Delta_i \approx dr$), and we get P_i as:

$$P_i \approx \frac{Nr_{max} \sqrt[3]{m_i^2 f(m_i) / g'(m_i)}}{L \int_0^{r_{max}} \sqrt[3]{r^2 f(r) (g'(r))^2} dr}. \quad (16)$$

As final result, we find the equation for granular distortion:

$$\begin{aligned} D_g &= \frac{r_{max}^2}{24L^2} \int_0^{r_{max}} \frac{f(r)}{(g'(r))^2} dr + \\ &+ \frac{\pi^2 L^2}{6N^2 r_{max}^2} \left(\int_0^{r_{max}} \sqrt[3]{r^2 f(r) (g'(r))^2} dr \right)^3 = \\ &= \frac{r_{max}^2}{24L^2} I_0 + \frac{\pi^2 L^2}{6N^2 r_{max}^2} I^3. \end{aligned} \quad (17)$$

The function $D_g(L)$ is convex of L , because $\frac{\partial^2 D_g}{\partial L^2} = \frac{r_{max}^2}{4L^4} I_0 + \frac{\pi^2}{3N^2 r_{max}^2} I^3$. The optimal number of levels problem can be solved analytically only for the

asymptotical analysis as it is suggested: from the condition $\frac{\partial D_g}{\partial L} = 0$ we came to the optimal solution for L_{opt} :

$$L_{opt} = r_{max} \sqrt[4]{\frac{I_0 N^2}{4\pi^2 I^3}}. \quad (18)$$

The optimal granular distortion is:

$$D_g^{opt} = \frac{\pi}{6N} I \sqrt{I_0 I}. \quad (19)$$

We can obtain $g(r)$ like in [6] by using Holder's inequality:

$$g(r) = \left(r_{max} \int_0^r \sqrt[4]{\frac{f(r)}{r}} dr \right) / \left(\int_0^{r_{max}} \sqrt[4]{\frac{f(r)}{r}} dr \right) \quad (20)$$

and

$$D_g^{opt} = \frac{\pi}{6N} \left(\int_0^{r_{max}} \sqrt{rf(r)} dr \right)^2. \quad (21)$$

For $r_{max} = \infty$ RPQ is transformed in UPQ and we get same distortion as in [6].

Example:

We compared results for Gaussian source. Numbers of magnitude levels and reconstruction points, reconstruction points and decision levels are calculated by using [6];

$$L = \frac{N^{1/2}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\int_0^{\infty} s^{-1/4} f^{1/4}(s) ds}{\left(\int_0^{\infty} s^{1/2} f^{1/2}(s) ds \right)^{1/2}}, \quad (22)$$

$$P_{iopt} = \frac{\sqrt{2\pi} N^{1/2} f^{1/4}(m_i) m_i^{3/4}}{\left(\int_0^{\infty} s^{1/2} f^{1/2}(s) ds \right)^{1/2}}, \quad (23)$$

$$r_i = g^{-1}[(i-1)/L], \quad 1 \leq i \leq L; \quad r_{L+1} = \infty, \quad (24)$$

$$m_i = g^{-1}[(2i-1)/2L], \quad 1 \leq i \leq L, \quad (25)$$

$g(r)$ is a compressor function given by:

$$g(r) = \left(\int_0^r \sqrt[4]{\frac{f(s)}{s}} ds \right) / \left(\int_0^{\infty} \sqrt[4]{\frac{f(s)}{s}} ds \right).$$

Method presented in the paper [6] can't be applied for some values of N and numbers of level L . For number of level L , the total number of points is in the range ($\lceil N_1 \rceil$), $N_1 = 2(\text{round}(L) - 0.5)^2$, $N_2 = 2(\text{round}(L) + 0.5)^2$.

This follows from the fact that r and m are equal for any N in the range (N_1-N_2) , and since P_{opt} is dependent of m , N and introduced approximations, then $\sum_{i=1}^L P_i = N$ will not be satisfied. In addition, for some values of N from the former range, we cannot reach $\sum_{i=1}^L P_i = N$.

For Gaussian source is:

$$L = \sqrt{N/2}, \quad P_i = \sqrt{2\pi}N^{1/2} m_i \exp(-\frac{m_i^2}{8}).$$

For estimation of $\sum_{i=1}^L P_i$ we gave following approximation: we found the total number of points [6] as:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^L P_i &= \sum_{i=1}^L \sqrt{\pi N} m_i \exp(-\frac{m_i^2}{8}) \frac{\Delta_i}{\Delta_i} \approx \\ &\approx \text{round}(L) \sum_{i=1}^L \sqrt{\frac{N}{2}} m_i \exp(-\frac{m_i^2}{4}) \Delta_i \approx \\ &\approx \text{round}(L) \sqrt{\frac{N}{2}} \int_0^\infty r \exp(-\frac{r^2}{4}) dr = \\ &= \text{round}(L) \sqrt{2N} = M. \end{aligned}$$

We considered the most critical values for $N = \lceil N_1 \rceil$ and $N = \lfloor N_2 \rfloor$ where $\delta_i = |N - M|$. (see Table 1.)

By Swaszek and Ku [6] for each $L = \text{const}$, m and r are equal. For $N = N_1 = 221 \Rightarrow L = 11 \sum_{i=1}^L P_i = 232,84$, and

$$\delta_1 = 11,84; \text{ and for } N = N_2 = 264 \Rightarrow L = 11, \sum_{i=1}^L P_i = 254,48,$$

$$\delta_2 = 9,52.$$

For $P_{iopt} = \text{round}(P_i)$ we can't satisfy constraint $\sum_{i=1}^L P_{iopt} = N$. The difference can't be compensated by rounding $\lfloor P_i \rfloor$ or $\lceil P_i \rceil$.

For $N = 256$ we get following results: $I_0 = 0,3882$; $I = 3,4527$; $L_{opt} = 11$; $D_g^{opt} = 0,0082$ (see Table 2.)

We get eleven values for P_i by rounding, but eight of them are different from values in [6].

The optimal numbers of phase levels in each ring were found by evaluating P_i at the L magnitude decision levels, again taking the nearest integer values. If a specific value of N is desired, the P_i values can be adjusted (rounded up or down) to sum to N exactly, in order to minimize D_g . Exact optimal value for r_{\max} is obtained by repeating our optimization method for different r_{\max} and choosing the values for which $D = D_g + D_o$ is minimal.

Table 1

L	$\lceil N_1 \rceil$	$\lfloor N_2 \rfloor$	δ_1	δ_2
11	221	264	10,26	11,24
23	1013	1104	22,26	23,25
45	3961	4140	44,25	45,25
91	16381	16744	90,25	91,25
181	65161	65884	180,25	181,25

Table 2

$riopt$	$miopt$	$\Delta i [6]$	$\Delta i opt$	$P_i [6]$	$Popt$	$Preal$
0	0,1135	0,2278	0,2272	3,2192	3	3,2685
0,2273	0,3419	0,2312	0,2302	9,5798	10	9,7209
0,4576	0,5749	0,2376	0,2364	15,6913	16	15,9147
0,6941	0,8159	0,2481	0,2465	21,3603	22	21,6616
0,9409	1,0695	0,2638	0,2617	26,3733	27	26,7468
1,2028	1,3417	0,2867	0,2841	30,466	31	30,9102
1,4873	1,6413	0,3215	0,3176	33,3000	34	33,8161
1,8058	1,9834	0,377	0,3709	34,4023	35	34,9966
2,1782	2,3963	0,4771	0,4650	33,0337	34	33,7276
2,6473	2,9488	0,7112	0,6726	27,8550	29	28,6924
3,3379	3,9219	∞	1,5513	15,33	16	16,5446

3 CONCLUSION

Swaszek and Ku gave an asymptotic solution for unrestricted nonuniform polar quantization without a mathematical proof of the optimum and using, sometimes, quite hard approximations, which limit the application. We gave elementary reasons for consideration of Restricted Polar Quantization. In this paper the simple and complete asymptotical optimal analysis is given for constructing nonuniform restricted polar quantizer. We also gave the conditions for optimality of the nonuniform polar quantizer. We gave an equation for optimal number of points for different levels and also, optimal number of levels. The equation for D_g^{opt} is given in a closed form. We gave the asymptotically optimized equations that can be used for each N . The solutions for these equations always satisfy

$$\text{the constraint: } \sum_{i=1}^L P_{i,opt} = N.$$

REFERENCES

1. Gersho A. and Gray R. M. "Vector Quantization and Signal Compression", Boston M. A. Kluwer 1992
2. Hui D. , Neuhoff D.L. , "Asymptotic Analysis of Optimal Fixed-Rate Uniform Scalar Quantization," IEEE Transaction on Information Theory, vol.47, pp. 957-977, March 2001.
3. Himmelblau D. M. , Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill, Inc., USA, 1972.
4. Arslan F.T. "Adaptive Bit Rate Allocation in Compression of SAR Images with JPEG2000", The University of Arizona, USA, 2001.
5. K. Popat and K. Zeger, "Robust quantization of memoryless sources using dispersive FIR filters," IEEE Trans. Commun., vol. 40, pp. 1670-1674, Nov. 1992
6. Swaszek P. F. , T. W. Ku, "Asymptotic Performance of Unrestricted Polar Quantizer", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 32, pp. 330-333, 1986.
7. Gray R.M. and Neuhoff D.L., "Quantization", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 44, no. 6, pp. 2325-2384, October 1998.
8. S. Na, D.L. Neuhoff, "On the Support of MSE-Optimal, Fixed-Rate Scalar Quantizers" IEEE Transaction on Information Theory, vol.47, pp. 2972-2982, November 2001.
9. Z. H. Peric, M. C. Stefanovic, "Asymptotic Analysis of Optimal Uniform Polar Quantization" International Journal of Electronics and Communications, vol.56, pp. 345-347, 2002

Надійшла 08.08.2003

Повышение точности фазовой информации, требуемой в интерферометрии и поляриметрии и их приложениях в компьютерной обработке сигналов.

УДК 681.5

А.Е. Архипов, Е.А. Бабенко

СМЕЩЕНИЕ ОЦЕНОК ДИСПЕРСИИ ОЦЕНОК, ПОЛУЧАЕМЫХ С ПОМОЩЬЮ СКОЛЬЗЯЩЕГО КОНТРОЛЯ

В работе показано, что оценка дисперсии оценки метода наименьших квадратов, получаемая с помощью варьирования выборки по методу скользящего контроля, может быть сколь угодно сильно смещённой, причём относительное смещение всегда бесконечно возрастает с ростом объёма выборки.

ВВЕДЕНИЕ

Варьирование выборки применяется при решении задач идентификации (см., например, [1-9]), обучения распознаванию образов, интерпретации результатов косвенных экспериментов ([2, 3]) и других задач, сводящихся к задаче минимизации среднего риска по эмпирическим данным. Одним из стандартных применений варьирования выборки является построение псевдовыборок, статистически однородных с исходной выборкой и применяемых для оценки качества процедуры идентификации: мерой качества, наряду с прочими показателями, является близость значений оценок параметров, полученных на разных псевдовыборках. Действительно, устойчивая процедура идентификации должна на близких (псевдо)выборках давать близкие оценки параметров. Для реализации такого метода оценки качества необходимы надёжные методы генерации псевдовыборок с требуемыми свойствами.

Различными специалистами разработаны и применяются разнообразные по своим принципам и свойствам методы варьирования выборки, позволяющие с той или иной точностью решать определённые прикладные задачи, возникающие в инженерном деле, медицине, биологии, социальной, экономической, экологической и других предметных областях. При этом в литературе крайне редко сведения, касающиеся свойств самих методов и достоверности результатов, получаемых с их помощью. С целью сокращения данного пробела в настоящей работе показано, что оценка дисперсии оценки метода наименьших квадратов (МНК), получаемая с помощью варьирования выборки по методу скользящего контроля, может быть смещённой, причём относительное смещение всегда бесконечно возрастает с ростом объёма выборки.

Особый интерес это явление представляет в связи с изложенным в [3] результатом о несмещённости оценки среднеквадратичного риска (в некотором случае), получаемой по методу скользящего контроля.

Для простоты выкладок рассмотрим однопараметрическую модель

$$z = x\alpha + e.$$

Шум e считаем центрированным, с независимыми между собой и с x компонентами, $De = \sigma^2$. Компоненты случайного вектора x также считаем независимыми.

Пусть $W = (z, x)$ - исходная выборка, $\hat{\alpha} = (x^* x)^{-1} x^* z$ - оценка параметра α по методу наименьших квадратов.

Рассмотрим оценку дисперсии оценки $\hat{\alpha}$, получаемую с помощью метода скользящего контроля $\hat{D}_{СК}\hat{\alpha}$, и найдём смещение этой оценки относительно дисперсии оценки $\hat{D}\hat{\alpha}$, вычисляемой на множестве естественных выборок. Всё это нужно проделать в среднем.

Для того, чтобы величины $M\hat{D}\hat{\alpha}$ и $M\hat{D}_{СК}\hat{\alpha}$ были определены, распределения случайных величин x и e должны обладать определёнными свойствами, которые будут установлены по ходу рассмотрения.

1 ПОЯСНЕНИЕ К ИСПОЛЬЗУЕМОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СХЕМЕ

Прежде, чем перейти к основному изложению, остановимся на одной нетрадиционной концепции, используемой в настоящей работе: факторы x считаются случайной величиной.

В классической статистике (в разделах, не связанных с распознаванием образов, принятием статистических решений и тому подобных), как правило, информационная матрица X считается величиной детерминированной, поэтому такая статистическая схема, обычно, требует пояснений. Она не нова и является основой, например, приведённых в списке литературы работ Архипова А.Е., а также монографиях [3,6,10]. В [3, гл.1] постановка задачи начинается так: "В некоторой среде, которая характеризуется плотностью распределения вероятностей $P(x)$, случайно и независимо появляются ситуации x . Такая постановка может связываться, в частности, со следующими причинами.

Во-первых, в некоторых случаях значения факторов действительно не поддаются регулировке. По физической терминологии, это имеет место во всяком наблюдении, а не опыте (эксперименте).

Во-вторых, задача идентификации моделей часто сводится к задаче минимизации среднего риска. Если опыт или наблюдение имеют смысл не только при одном единственном значении информационной матрицы X , но на множестве таковых Ξ , то средний риск также должен минимизироваться на множестве Ξ . Простейшее продолжение такой постановки: рассмотрение $X \in \Xi$ как случайной величины с некоторым распределением. Если к этому добавить условие независимости элементов X , то такая постановка равносильна рассмотрению строки x как случайной величины с некоторым распределением (частным распределением X).

Соответственно, оценка $\hat{\alpha}$ является функцией двух случайных величин X и z , что проявляется во всех дальнейших вычислениях. При таком рассмотрении $\hat{D}\hat{\alpha}$ иногда называют полной дисперсией оценки $\hat{\alpha}$, в то время, как дисперсию оценки $\hat{\alpha}$ при детерминированном X , возникающую только за счёт

шума в z , иногда называют условной дисперсией. В настоящей работе везде исследуются "полные" величины.

2 СМЕЩЕНИЕ ОЦЕНОК ДИСПЕРСИИ ОЦЕНОК МНК, ПОЛУЧАЕМЫХ С ПОМОЩЬЮ СКОЛЬЗЯЩЕГО КОНТРОЛЯ

2.1 Сначала вычислим $M\hat{D}\hat{\alpha}$ при произвольном количестве естественных выборок L .

$$\hat{D}\hat{\alpha} = \frac{1}{1-L} \sum_{l=1}^L [\hat{\alpha}(W_l) - \bar{\alpha}]^2,$$

где $\bar{\alpha}$ - среднее величин $\alpha(W_l)$, $l = \overline{1, L}$:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{\alpha}(W_l).$$

Как известно из общей теории, $\hat{D}\hat{\alpha}$ является несмещённой оценкой $D\hat{\alpha}$, то есть $M\hat{D}\hat{\alpha} = D\hat{\alpha}$.

$$\begin{aligned} D\hat{\alpha} &= D \frac{x^* z}{x^* x} = D \frac{x^* (x\alpha + e)}{x^* x} = D \left(\alpha + \frac{x^* e}{x^* x} \right) = D \frac{x^* e}{x^* x} = \\ &= M \left(\frac{x^* e}{x^* x} \right)^2 - \left(M \frac{x^* e}{x^* x} \right)^2. \end{aligned}$$

В силу независимости e и x ,

$$M \frac{x^* e}{x^* x} = M \frac{x^*}{x^* x} M e = 0,$$

поэтому

$$\hat{D}\hat{\alpha} = M \left(\frac{x^* e}{x^* x} \right)^2 = M \frac{\left(\sum_{i=1}^n x^i e^i \right)^2}{(x^* x)^2} = M \frac{\sum_{i=1}^n x^i x^j e^i e^j}{(x^* x)^2} =$$

$$= \sum_{i,j=1}^n M \frac{x^i x^j e^i e^j}{(x^* x)^2} = \sum_{i,j=1}^n M \frac{x^i x^j}{(x^* x)^2} M e^i e^j =$$

$$= \sum_{i=1}^n M \frac{(x^i)^2}{(x^* x)^2} M (e^i)^2 = \sum_{i=1}^n M \frac{(x^i)^2}{(x^* x)^2} \sigma^2 = M \frac{1}{x^* x} \sigma^2. \quad (1)$$

На случайную величину x нужно наложить условие: существование $M \frac{1}{(x)^2}$. Без этого $D\hat{\alpha}$ может не существовать, как видно из (1).

Пусть F - распределение случайной величины $(x)^2$, ϕ - преобразование Лапласа F . Тогда ϕ^n будет преобразованием Лапласа распределения случайной величины

$$\sum_{i=1}^n (x^i)^2 = x^* x.$$

Из существования $M \frac{1}{(x)^2}$ вытекает существование $M \frac{1}{x^* x}$, а из последнего по лемме 1 следует, что

$$M \frac{1}{x^* x} = \int_0^{+\infty} \phi^n(\lambda) d\lambda. \quad (2)$$

Таким образом, при наложенных ограничениях

$$D\hat{\alpha} = \sigma^2 \int_0^{+\infty} \phi^n(\lambda) d\lambda. \quad (3)$$

2.2 Теперь вычислим $M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}$. Аналогично $\hat{D}_{CK}S$,

$$\hat{D}_{CK}\hat{\alpha} = \frac{1}{n-1} \sum_{l=1}^n [\hat{\alpha}_l(W) - \bar{\hat{\alpha}}(W)]^2,$$

где $\hat{\alpha}_l(W)$ - значение статистики $\hat{\alpha}$, вычисленной на выборке без l -го элемента,

$$\bar{\hat{\alpha}}(W) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \hat{\alpha}_l(W).$$

Заметим, что в общем случае равенство $\bar{\hat{\alpha}}(W) = \hat{\alpha}(W)$ места не имеет. Это легко устанавливается на простейшем контр примере

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha} = \frac{1}{n-1} \sum_{l=1}^n M[\hat{\alpha}_l(W) - \bar{\hat{\alpha}}(W)]^2.$$

В силу одинаковой распределённости псевдовыборок величина $M[\hat{\alpha}_l(W) - \bar{\hat{\alpha}}(W)]^2$ не зависит от l , поэтому

$$M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha} = \frac{n}{n-1} M[\hat{\alpha}_1(W) - \bar{\hat{\alpha}}(W)]^2. \quad (4)$$

$$\begin{aligned} M[\hat{\alpha}_1(W) - \bar{\hat{\alpha}}(W)]^2 &= M \left[\hat{\alpha}_1(W) - \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \hat{\alpha}_l(W) \right]^2 = \\ &= M \left[\left(1 - \frac{1}{n}\right) \hat{\alpha}_1(W) - \frac{1}{n} \sum_{l=2}^n \hat{\alpha}_l(W) \right]^2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 M\hat{\alpha}_1^2(W) - \\ &- 2\frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) M \sum_{l=2}^n \hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_l(W) + \frac{1}{n^2} M \left[\sum_{l=2}^n \hat{\alpha}_l(W) \right]^2 = \\ &= \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 M\hat{\alpha}_1^2(W) - 2\frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \sum_{l=2}^n M\hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_l(W) + \\ &+ \frac{1}{n^2} \sum_{k,l=2}^n M\hat{\alpha}_k(W) \hat{\alpha}_l(W) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 M\hat{\alpha}_1^2(W) - \\ &- 2\frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \sum_{l=2}^n M\hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_l(W) + \frac{1}{n^2} \sum_{l=2}^n M\hat{\alpha}_l^2(W) + \\ &+ \frac{1}{n^2} \sum_{\substack{k,l=2 \\ k \neq l}}^n M\hat{\alpha}_k(W) \hat{\alpha}_l(W). \end{aligned}$$

В силу одинаковой распределённости псевдовыборок величина $M\hat{\alpha}_l^2(W)$ не зависит от l , а величина $M\hat{\alpha}_k(W) \hat{\alpha}_l(W)$ - от k и l при $k \neq l$, поэтому

$$\begin{aligned} M[\hat{\alpha}_1(W) - \bar{\hat{\alpha}}(W)]^2 &= \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 M\hat{\alpha}_1^2(W) - \\ &- 2\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 M\hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_2(W) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) M\hat{\alpha}_1^2(W) + \\ &+ \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) M\hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_2(W) = \\ &= \left(1 - \frac{1}{n}\right) M\hat{\alpha}_1^2(W) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) M\hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_2(W) = \\ &= \left(1 - \frac{1}{n}\right) [M\hat{\alpha}_1^2(W) - M\hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_2(W)]. \end{aligned}$$

Подставляя последнее выражение в (4), получаем:

$$M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha} = M\hat{\alpha}_1^2(W) - M\hat{\alpha}_1(W) \hat{\alpha}_2(W). \quad (5)$$

Преобразуем последнее выражение так, чтобы $M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}$ явно выражалось через W простейшим образом. Пусть $\tilde{W}_l, \tilde{x}_l, \tilde{z}_l, \tilde{e}_l, l = \overline{1, L}$, обозначают l -ю псевдовыборку, получаемую изъятием l -го элемента из исходных выборок W, x, z, e соответственно. Тогда, аналогично (1), получаем:

$$\begin{aligned} M\hat{\alpha}_1^2(W) &= M\left(\frac{\tilde{x}_1^* \tilde{z}_1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2 = M\left(\alpha + \frac{\tilde{x}_1^* \tilde{e}_1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2 = \\ &= \alpha^2 + M\left(\frac{\tilde{x}_1^* \tilde{e}_1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2 = \alpha^2 + M\frac{1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1} \sigma^2. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} M\hat{\alpha}_1(W)\hat{\alpha}_2(W) &= M\left(\frac{\tilde{x}_1^* \tilde{z}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{z}_2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2}\right) = \\ &= M\frac{\tilde{x}_1^* (\tilde{x}_1 \alpha + \tilde{e}_1) \tilde{x}_2^* (\tilde{x}_2 \alpha + \tilde{e}_2)}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} = \\ &= M\frac{(\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \alpha + \tilde{x}_1^* \tilde{e}_1)(\tilde{x}_2^* \tilde{x}_2 \alpha + \tilde{x}_2^* \tilde{e}_2)}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} = \alpha^2 + \\ &+ \alpha \left(M\frac{\tilde{x}_2^* \tilde{e}_2}{\tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} + M\frac{\tilde{x}_1^* \tilde{e}_1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1} \right) + M\frac{\tilde{x}_1^* \tilde{e}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{e}_2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} = \alpha^2 + M\frac{\tilde{x}_1^* \tilde{e}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{e}_2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} = \\ &= \alpha^2 + M\frac{\sum_{i=2}^n x^i e^i \sum_{j=1, j \neq 2}^n x^j e^j}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} = \alpha^2 + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1, j \neq 2}^n M\frac{x^i x^j e^i e^j}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} = \\ &= \alpha^2 + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1, j \neq 2}^n M\frac{x^i x^j}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} M e^i e^j = \alpha^2 + \sum_{i=3}^n M\frac{(x^i)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} \sigma^2 = \\ &= \alpha^2 + M\frac{\sum_{i=3}^n (x^i)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} \sigma^2 = \alpha^2 + M\frac{\sum_{i=1}^n (x^i)^2 - (x^1)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} \sigma^2 = \\ &= \alpha^2 + M\frac{\tilde{x}_2^* \tilde{x}_2 - (x^1)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} \sigma^2 = \\ &= \alpha^2 + M\frac{1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1} \sigma^2 - M\frac{(x^1)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} \sigma^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (5), получаем:

$$M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha} = M\frac{(x^1)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} \sigma^2.$$

2.3. Теперь оценим смещение оценки $\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}$. Для

этого оценим сверху отношение $\frac{M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}}{\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}}$ и покажем, что эта величина может быть равна нулю.

$$(M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha})^2 = \left[M\frac{(x^1)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^* \tilde{x}_2} \right]^2 \sigma^4.$$

В силу неравенства Шварца, независимости случайных величин $(x^1)^2$ и $\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1$ и одинаковой распределённости псевдовыборок,

$$\begin{aligned} (M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha})^2 &\leq M\left[\frac{(x^1)^2}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right]^2 M\left(\frac{1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2 \sigma^4 = \\ &= M(x^1)^4 M\left(\frac{1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2 M\left(\frac{1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2 \sigma^4 = \\ &= M(x^1)^4 M\left[\left(\frac{1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2\right]^2 \sigma^4. \end{aligned} \quad (8)$$

Далее к правой части (8) применяем лемму 1 (см. Приложение). Преобразование Лапласа распределения случайной величины $\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1 = \sum_{l=2}^n (x^l)^2$ равно φ^{n-1} .

Согласно лемме 1,

$$M\left(\frac{1}{\tilde{x}_1^* \tilde{x}_1}\right)^2 = \int_0^{+\infty} \lambda \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda.$$

Подставляя последнее выражение в (8), получаем:

$$\begin{aligned} (M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha})^2 &\leq M(x^1)^4 \left[\int_0^{+\infty} \lambda \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda \right]^2 \sigma^4 = \\ &= \varphi''(0) \left[\int_0^{+\infty} \lambda \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda \right]^2 \sigma^4. \end{aligned}$$

Должен существовать четвёртый момент x . Тогда из последнего выражения и (3) получаем:

$$\left(\frac{M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}}{M\hat{\alpha}} \right)^2 = \varphi''(0) \left[\frac{\int_0^{+\infty} \lambda \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{+\infty} \varphi^n(\lambda) d\lambda} \right]^2. \quad (9)$$

Отсюда видно, что оценка $\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}$ будет смещённой всякий раз, когда правая часть последнего неравенства меньше 1.

2.4. Рассмотрим общий случай и покажем, что

$$\frac{M\hat{D}_{CK}\hat{\alpha}}{M\hat{\alpha}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

всегда, лишь только существуют конечные $M(x)^4$ и $M\frac{1}{(x)^2}$. Для этого докажем, что при данных условиях $\beta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$, то есть

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N \forall n \geq N \beta_n \leq \varepsilon,$$

$$\text{или } \forall \varepsilon > 0 \exists N \forall n \geq N \frac{\int_0^{+\infty} \lambda \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{+\infty} \varphi^n(\lambda) d\lambda} \leq \varepsilon.$$

Пусть $\varepsilon > 0$ задано. Тогда необходимо найти такое N , что

$$\forall n \geq N \int_0^{+\infty} \lambda \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda \leq \varepsilon \int_0^{+\infty} \varphi^n(\lambda) d\lambda,$$

или

$$\int_0^{+\infty} \varphi^{n-1}(\lambda) [\varepsilon \varphi(\lambda) - \lambda] d\lambda \geq 0.$$

Так как φ - монотонно убывающая функция и $\varphi(0) = 1$, а λ - монотонно возрастающая, то можно найти такие числа $\delta > 0$ и $h > 0$, что $\varepsilon \varphi(\lambda) - \lambda \geq \delta$ при $\lambda \leq h$. Тогда

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \varphi^{n-1}(\lambda) [\varepsilon \varphi(\lambda) - \lambda] d\lambda = \\ & \int_0^h \varphi^{n-1}(\lambda) [\varepsilon \varphi(\lambda) - \lambda] d\lambda + \int_h^{+\infty} \varphi^{n-1}(\lambda) [\varepsilon \varphi(\lambda) - \lambda] d\lambda \geq \\ & \geq \delta \int_0^h \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda - \int_h^{+\infty} \lambda \varphi^{n-1}(\lambda) d\lambda, \end{aligned}$$

и, согласно лемме 2, (положив $\Delta = \frac{1}{\delta}$) можно найти такое N , что для каждого $n \geq N$ значение последнего выражения неотрицательно, что и требовалось.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Оценка дисперсии оценки метода наименьших квадратов, получаемая с помощью варьирования выборки по методу скользящего контроля, может иметь сколь угодно большое смещение при любом объёме выборки.

2. С ростом объёма выборки относительное смещение указанной оценки бесконечно возрастает.

3. Эти два фактора в сочетании с результатами [6] свидетельствуют в пользу того, что в тех случаях, когда применимы оба метода: скользящий контроль и варьирование строк матрицы, предпочтение следует отдавать последнему.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В лемме запись $a = b$ означает, что либо a и b - равные действительные числа, либо $a = b = +\infty$.

Лемма 1. Пусть η - неотрицательная случайная величина с распределением F , φ - преобразование Лапласа F , k - целое положительное число. Тогда

$$M \frac{1}{\eta^k} = \frac{1}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} \lambda^{k-1} \varphi(\lambda) d\lambda.$$

Доказательство

$$M \frac{1}{\eta^k} = \int_0^{+\infty} \frac{1}{t^k} F(dt) = \frac{1}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} F(dt) \int_0^{+\infty} d\lambda \lambda^{k-1}.$$

Повторный интеграл в правой части последнего равенства сходится тогда и только тогда, когда сходится интеграл $\int_0^{+\infty} d\lambda \int_0^{+\infty} F(dt) \lambda^{k-1} e^{-\lambda t}$, полученный переменной порядка интегрирования, и в этом случае их значения равны - подынтегральная функция положительна, и, следовательно, если какой-либо из повторных интегралов сходится, то он сходится абсолютно. Таким образом,

$$\begin{aligned} M \frac{1}{\eta^k} &= \frac{1}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} d\lambda \lambda^{k-1} \int_0^{+\infty} F(dt) e^{-\lambda t} = \\ &= \frac{1}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} \lambda^{k-1} \varphi(\lambda) d\lambda. \end{aligned}$$

Лемма доказана.

Лемма 2. Пусть φ - преобразование Лапласа некоторого распределения вероятностей, причём $\int_0^{+\infty} \lambda \varphi(\lambda) d\lambda$ конечно. Тогда для каждых $h > 0$ и $\Delta > 0$

$$\exists K \forall k \geq K \int_0^h \varphi^k(\lambda) d\lambda \geq \Delta \int_0^h \lambda \varphi^k(\lambda) d\lambda. \quad (10)$$

Доказательство. Покажем, что левая часть искомого неравенства ограничена одной бесконечно убывающей геометрической прогрессией снизу, а правая часть другой - сверху так, что знаменатель первой прогрессии больше знаменателя второй. Из этого немедленно следует искомого утверждение.

$$\int_0^h \varphi^k(\lambda) d\lambda \geq \int_0^{\frac{h}{2}} \lambda \varphi^k(\lambda) d\lambda \geq \varphi^k\left(\frac{h}{2}\right) \frac{h}{2}. \quad (11)$$

Теперь рассмотрим $\int_0^{+\infty} \lambda \varphi^k(\lambda) d\lambda$. По условию, $\int_0^{+\infty} \lambda \varphi(\lambda) d\lambda$ конечно, поэтому $H(d\lambda) = \lambda \varphi(\lambda) d\lambda$ - конечная абсолютно непрерывная мера на $[0, +\infty)$, и

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} \lambda \varphi^k(\lambda) d\lambda &= \int_0^{+\infty} \varphi^{k-1}(\lambda) H(d\lambda) \leq \\ &\leq \varphi^{k-1}(h) \int_0^{+\infty} H(d\lambda) = \varphi^{k-1}(h) H[h, +\infty), \end{aligned}$$

поэтому

$$\Delta \int_0^{+\infty} \lambda \varphi^k(\lambda) d\lambda \leq \frac{\Delta}{\varphi^k(h)} H[h, +\infty) \varphi^k(h). \quad (12)$$

Правая часть последнего неравенства - бесконечно убывающая геометрическая прогрессия со знаменателем $\varphi(h)$, правая часть (11) - бесконечно убывающая геометрическая прогрессия со знаменателем $\varphi\left(\frac{h}{2}\right)$.

φ - преобразование Лапласа распределения вероятностей, поэтому $\varphi\left(\frac{h}{2}\right) = \varphi(h)$ тогда и только тогда, когда $\varphi \equiv \varphi(0) = 1$. В этом случае $\int_0^h \lambda \varphi(\lambda) d\lambda$ расходится, что противоречит условию, поэтому $\varphi\left(\frac{h}{2}\right) > \varphi(h)$. Следовательно,

$$\exists K \forall k \geq K \frac{h}{2} \varphi^k\left(\frac{h}{2}\right) \geq \frac{\Delta}{\varphi^k(\lambda)} H[h, +\infty) \varphi^k(h),$$

отсюда, в силу (11) и (12), получаем (10).

Лемма доказана.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Айду Э.А. И., Трунов В.Г. Дисперсия оценки скользящего контроля для линейной регрессионной модели // В кн.: Поиск зависимости и оценка погрешности. - М.: Наука, 1985. - С. 50-57.
2. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей / Под ред. В. Н. Вапника. - М.: Наука, 1984. - 816 с.

3. Архипов А.Е. Бутстреп-анализ качества решения задач идентификации. - Дисс. на соискание учёной степени д. т. н. по специальности 05.13.03 "Системы и процессы управления". - Киев, 1995. - 363 с.
4. Архипов А.Е. Выбор, оценка качества и методы повышения точности аппроксимативных моделей в задачах идентификации. - Киев: УМК ВО, 1992. - 56 с.
5. Архипов А.Е. Имитационные оценки точности решения задач параметрической идентификации // Вестник Киевского политехнического института. Техническая кибернетика. - 1989. - Выпуск 13 Вапник В. Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. - Москва: Наука, 1979. - 448 с.
6. Бабенко Е.А. Качество методов варьирования выборки: скользящий контроль и варьирование строк матрицы
7. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения). - Москва: Наука, 1974. - 416 с.
8. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Проблемы объективной компьютерной кластеризации выборки данных наблюдений объекта исследования // Автоматика, 1991, №1. - С. 58-68.
9. Катковник В.Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных: метод локальной аппроксимации. - М.: Наука, 1985. - 336 с.
10. Тарасенко Ф.П. Непараметрическая статистика. - Томск: Издательство Томского университета, 1976. - 294 с.

Надійшла 05.08.2003

У роботі показано, що оцінка дисперсії оцінки метода найменших квадратів, що отримується за допомогою варіювання вибірки за методом ковзного контролю, може бути як завжди сильно зміщеною, причому відносна зміщення завжди нескінченно зростає з ростом об'єму вибірки.

The possibility of any large discrepancy of the jackknife estimations of the deviation least squares method estimations is shown in the paper, furthermore relative discrepancy grows infinitely always when the size of a selection grows.

НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 004.93:007]

E.V. Tumilo-Denisovich

CRITERION OF INFORMATIVENESS "P - M" IN PATTERN RECOGNITION

This paper is concerned with examination of relatively new criterion for solving pattern recognition problem. It turns out that this criterion generalizes Bayesian approach. This criterion has a simple form, clear practical sense and is intuitively obvious, also can be used in multivariate prediction tasks.

INTRODUCTION

Let us consider the pattern recognition problem in the following state:

D_x - heterogeneous dimension of values of some key characteristics. D_y - dimension of patterns. The joint distribution P_{xy} is known. The task is to obtain optimal decision rule that is acting from D_x into D_y .

In practice, usually, the joint distribution is unknown. In this case decision rule is constructed by sample. Nevertheless for simplicity of statement, further we will consider that joint distribution P_{xy} is known. All argumentations remain correct if we will replace P_{xy} by its sample analogue.

Bayesian approach: The sense of this approach consists in minimization of the error probability. In that way for each point $x \in D_x$ the chosen pattern y^* is defined: $P(y^*|x) = \max P(y|x)$. It is well known, that Bayesian approach is the best among others.

Criterion "P - μ ": The meaning of the value P - μ characterizes informativeness of probabilistic statement about some event. It takes into account statements certainty degree (P - probability of event) and precision (the value, inverse to μ - normalized (probabilistic) measure of the event in the events dimension). The statement is more

informative, when its certainty and precision are high. The most informative statement is the most certain ($P=1$) and the most precise ($\mu=0$).

For any given distribution P value of functional $\rho(P) = \sup \{P(A) - \mu(A) | A \in D_y\}$ can be used as characteristic of deviation of distribution P from uniform distribution, which is considering as the worst in forecasting ("total chaos"). The functional $\rho(P)$ - informativeness of distribution P - is special case of the total variation distance between distribution P and uniform distribution.

This criterion is used for selection of the most informative statement among many. (See [2]). Thus, if random variable ξ has distribution P, then the most informative statement for describing this variable is the following:

ξ lies in A^* with probability P^* ,

where $A^* = \arg \sup (P(A) - \mu(A))$, $P^* = P(A^*)$.

2-PATTERNS RECOGNITION

$D_y = \{1, 2\}$. P_1 and P_2 - prior probabilities of patterns 1 and 2, $p(x|1)$ and $p(x|2)$ - conditional densities.

Here we consider that conditional distributions have densities. In a case, if D_x or its subdimensions are discrete, then integrals are obviously replaced by sums and densities are replaced by probability values.

The task is to divide D_x for two subsets: E_x^1 - domain for the first pattern and E_x^2 - domain for the second one ($E_x^1 \cup E_x^2 = D_x$ and $E_x^1 \cap E_x^2 = \emptyset$).

Bayesian approach:

$$E_x^1 = \{x \mid p(x|1) P_1 \geq p(x|2) P_2\} = \{x \mid P(1|x) \geq P(2|x)\}$$

$$E_x^2 = \{x \mid p(x|1) P_1 < p(x|2) P_2\} = \{x \mid P(1|x) < P(2|x)\}$$

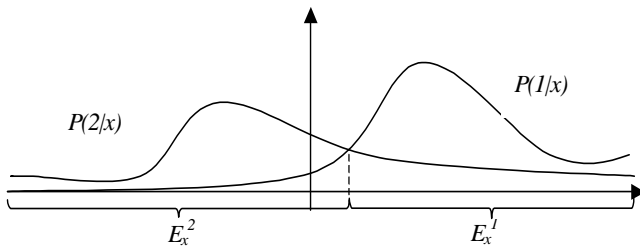


Figure 1- Bayesian decision rule.

Criterion "P-μ":

$$\{E_x^1, E_x^2\} = \arg \sup_{\{D_x^1, D_x^2\}} \left(\int_{D_x^1} (P(1|x) - \mu(1)) dx + \int_{D_x^2} (P(2|x) - \mu(2)) dx \right)$$

$$E_x^1 = \{x \mid P(1|x) \geq 1/2\} = \{x \mid P(1|x) \geq P(2|x)\}$$

$$E_x^2 = \{x \mid P(2|x) > 1/2\} = \{x \mid P(1|x) < P(2|x)\}$$

As we see, these approaches are absolutely equivalent for 2-patterns recognition.

3-PATTERNS RECOGNITION

The following scheme is easily generalized for any finite number of patterns.

Classical pattern recognition solves a problem of prediction of the only one pattern. In this case, obviously, criterion "P - μ" is equivalent to Bayesian approach:

$$E_x^1 = \{x \mid 1 = \arg \max P(i|x)\}$$

$$E_x^2 = \{x \mid 2 = \arg \max P(i|x)\}$$

$$E_x^3 = \{x \mid 3 = \arg \max P(i|x)\}$$

However, often it's more efficiently to let to predict a set of patterns. For example, let

$$P(1|x_0) = 0.41,$$

$$P(2|x_0) = 0.2,$$

$$P(3|x_0) = 0.39, \text{ for some point } x_0.$$

Bayesian approach gives decision rule "if $x=x_0$, then $y=1$ with probability 0.41". The error probability equals to 0.59. But it seems to be reasonable, that the first and the third patterns are hardly distinguishable and they should be merged into one. The new rule "if $x=x_0$, then $y=(1 \text{ or } 3)$ with probability 0.8" is more informative and has less error probability. (For more detailed criticism of univariant predictions and transition to multivariant predictions, see [1, 2]. Also, [3] introduces detailed definitions for multivariant predictions).

So, let us restate the task. We will predict not only one pattern, but a set of patterns. Within this formulation Bayesian approach doesn't work properly: due to minimization of error probability it gives trivial decision rule "any-

thing goes with probability 1". It is necessary to impose some penalties for each pattern used.

Criterion "P - μ" is more suitable for the new task. As above, E_x^1 - domain for first pattern, E_x^2 - for the second and E_x^3 - for the third. Also E_x^{12} - domain for both first and second patterns, E_x^{13} - for the first and the third, E_x^{23} - for the second and the third.

$$\{E_x^1, E_x^2, E_x^3, E_x^{12}, E_x^{13}, E_x^{23}\} = \arg \sup_{\{D_x^1, D_x^2, D_x^3, D_x^{12}, D_x^{13}, D_x^{23}\}} \Phi(D_x^1, D_x^2, D_x^3, D_x^{12}, D_x^{13}, D_x^{23})$$

$$\Phi(D_x^1, D_x^2, D_x^3, D_x^{12}, D_x^{13}, D_x^{23}) =$$

$$= \sum_{i=1}^3 \int_{D_x^i} (P(i|x) - \mu(i)) dx +$$

$$+ \sum_{i \neq j} \int_{D_x^{ij}} (P(i \cup j|x) - \mu(i \cup j)) dx =$$

$$= \sum_{i=1}^3 \int_{D_x^i} (P(i|x) - 1/3) dx +$$

$$+ \sum_{i \neq j} \int_{D_x^{ij}} (P(i \cup j|x) - 2/3) dx.$$

So, for each $x \in D_x$ the optimal set of patterns in D_y consists of patterns, for which conditional probability is greater then probability according to uniform distribution. It is quite reasonable to call "P - μ" criterion a generalization of Bayesian approach.

OBSERVATIONS

Normalization

In a case of k patterns, maximal possible informativeness equals to $(1 - 1/k)$. It should be taken into consideration for understanding of quality of predictions. So obtained informativeness must be divided by $(1 - 1/k)$ for calculating the quality of prediction in percents.

Criterion "P-P_{pr}"

As we see, the value of informativeness serves as a distance between true distribution P and the uniform distribution, which implies our full lack of knowledge about nature of phenomenon. But sometimes we may know prior probabilities for each pattern. Then it seems to be reasonable to replace a distance from the uniform distribution by a distance from the prior distribution P_{pr} . However, a new criterion cannot be better then Bayesian. Moreover, this criterion turned out to be senseless. So, according to this criterion the solution of 2-patterns recognition task is the following:

$$\begin{aligned} \{F_x^1, F_x^2\} &= \arg \sup_{\{D_x^1, D_x^2\}} \left(\int_{D_x^1} (P(1/x) - P_1) dx + \right. \\ &+ \left. \int_{D_x^2} (P(2/x) - P_2) dx = \right. \\ &= \arg \sup_{\{D_x^1, D_x^2\}} \int_{D_x^1} P_1 \left(\frac{p(x/1)}{p(x)} - 1 \right) dx + \\ &+ \int_{D_x^2} P_2 \left(\frac{p(x/2)}{p(x)} - 1 \right) dx = \\ &= \arg \sup_{\{D_x^1, D_x^2\}} \left(\int_{D_x^1} \frac{P_1 P_2}{p(x)} (p(x/1) - p(x/2)) dx + \right. \\ &+ \left. \int_{D_x^2} \frac{P_1 P_2}{p(x)} (p(x/2) - p(x/1)) dx \right) \end{aligned}$$

$$F_x^1 = \{x \mid p(x/1) \geq p(x/2)\}$$

$$F_x^2 = \{x \mid p(x/1) < p(x/2)\}$$

Although we wanted to use information about prior probabilities of patterns, it turned out that they do not affect optimal partitioning of D_x . Moreover, it is clear, that the pattern with less prior probability wrongly obtains unnecessary piece of D_x .

Transition to sample distributions

In practice, the distribution P is unknown but we have some information about nature of phenomenon in the form of sample. In this case unknown distribution is substituted by its sampling analogue P_n .

There are some useful proven facts that may help us to solve sample task:

$\rho(P_n) \rightarrow \rho(P)$ a. c. - sample informativeness tends to true one with a growth of sample number. Also, this convergence is not as slow as a convergence of P_n to P , which is described, for example, by the law of iterated logarithm. (See [2]).

if $I_n = \{i \mid P_n(i) \geq \mu(i)\}$ and $I = \{i \mid P(i) \geq \mu(i)\}$, then $I_n \Delta I \rightarrow \emptyset$ for almost all distributions P . The exclusions are made for such distributions P , that $\exists j: P(j) = \mu(j)$. Thus, patterns predicted with a sampling will coincide

with the true ones. Possible exclusion is such patterns, where true distribution is indistinguishable from the uniform. In any case, these patterns do not play any important part in prediction for they are not informative. Also, it seems to be probable, that the most number of distributions in practice not have this property.

Informativeness and certainty

Let us consider the useful property, that certainty is not less than informativeness. Thus, if we obtain a high informative prediction we can be sure in its high certainty. Low informativeness not necessarily involves low certainty, but low informativeness points out that the results obtained are not vastly distinguished from "total chaos", i. e. the key characteristics are not informative.

CONCLUSION

The new criterion analyzed in this paper is a simple and obvious generalization of Bayesian approach for solving pattern recognition tasks. The main significance of this criterion is application to multivariate prediction tasks, which are more useful in practice than univariate ones.

Application of criterion "P - m" to pattern recognition is a special case of its application in general prediction problem. This problem has algorithmic solutions, however they all has an exponential working time. (See [2]).

REFERENCES

1. Лбов Г. С., Старцева Н. Г. Логические решающие функции и вопросы статистической устойчивости решений. - Новосибирск: Институт Математики, 1999.
2. Tumilo-Denisovich E. V. Notion of Informativeness in General Prediction Problem // Computer Data Analysis and Modeling. Proceedings of the Sixth International Conference.- Minsk, 2001.
3. Тумило-Денисович Е. В. Многовариантные предсказания // Математические методы распознавания образов. Сборник докладов десятой всероссийской конференции. - Москва, 2001.

Надійшла 10.09.2003
Після доробки 13.10.2003

Статья посвящена исследованию сравнительно нового критерия для решения задачи распознавания образов, являющегося обобщением Байесовского подхода. Этот критерий имеет простую форму, ясный практический смысл, интуитивно очевиден и может использоваться в задачах с многовариантными предсказаниями.

УДК 631.5.015

А.Е. Архипов, С.А. Архипова, С.А. Носок, И.В. Пишко

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ КЛАССИФИКАЦИИ В ЗАДАЧЕ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ЭКСПЕРТНОГО ОПРОСА

Рассматривается применение методологии классификации к обработке экспертных оценок. Методы классификации применяются как непосредственно для принятия решения по экспертным данным, так и на этапе их предвари-

тельной обработки, целью которой является повышение информативности и достоверности данных. Для формирования классификационных признаков вводятся модели экспертов.

ВВЕДЕНИЕ

Экспертное оценивание - одна из самых давних прикладных информационных технологий, привлекающая и в настоящее время пристальное внимание широкого круга специалистов. Объясняется это рядом особенностей, присущих методу экспертных оценок.

Во-первых, данный метод - наиболее доступный, универсальный, а иногда просто единственно возможный для получения и анализа информации, используемой при решении широкого спектра задач управления, прогнозирования, планирования в экономике, социологии, медицине, технике [1,2,3].

Во-вторых, - постоянно расширяющаяся сфера применения экспертного оценивания - определение параметров и структуры сложных систем, в особенности систем, не имеющих достаточной предыстории функционирования и характеризующиеся высоким уровнем структурно-параметрической неопределенности: сложных социально-экономических систем [2,4,5], систем проектного менеджмента [5,6], систем защиты информации [7,8] и т.п.

Общей, весьма привлекательной стороной экспертных методов является оперативность и простота получения требуемых сведений в ситуации, в которой применение каких-либо иных методов оказывается безрезультатным, своего рода информационный прорыв. Вместе с тем формальность и эвристичность экспертизы порождает недоверие к получаемым экспертным оценкам. Стремление к повышению их достоверности, в частности, исключению влияния субъективных факторов на результаты экспертизы, приводит к применению так называемых групповых экспертных оценок [9], предполагающих наличие обязательного этапа предварительного анализа экспертных данных и их последующей обработки. В связи с этим особую важность и актуальность приобретают вопросы разработки приемов и методов обработки групповых экспертных оценок.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Выполнен полевой этап группового экспертного опроса, конечной целью которого является определение профессионально-важных качеств лиц, специализирующихся в конкретном виде профессиональной деятельности. В соответствии с методикой опроса, экспертам предъявлялся заданный список перечень качеств (свойств), достаточно полно описывающих индивидуально-психологические характеристики личности, необходимые ей для успешного выполнения ряда видов профессиональной деятельности в некоторой социально-функциональной сфере. Эксперты определяли свою точку зрения по поводу значимости (важности) того или иного качества для конкретного вида деятельности, характеризуя это качество в L -балльной шкале $\{0,1,2,\dots, l_{\max}\}$, $L = l_{\max} + 1$, где $l_{\max} = 9$ соответствует наивысшему уровню значимости. Полученные результаты групповой экспертизы составили некоторую совокупность исходных данных X , которую удобно представить мат-

рицей размером $M \times N$, где M - количество вынесенных на экспертное рассмотрение качеств, N - численность экспертов:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{M1} & x_{M2} & x_{M3} & x_{MN} \end{bmatrix} = \{x_{ij}\}. \quad (1)$$

Очевидно, каждому из N экспертов в матрице "принадлежит" свой j -ый столбец, $j = \overline{1, N}$, тогда как полная информация о значимости каждого отдельно взятого качества сосредоточена соответственно в i -ой строке, $i = \overline{1, M}$.

Необходимо разработать методологию анализа и статистической обработки результатов экспертного опроса, позволяющую произвести из общего списка качеств претендентов: $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_M\}$ отбор некоторого подмножества качеств $Q', Q' \subset Q$, профессионально важных, существенных для заданного вида деятельности. При этом желательно, чтобы методология имела достаточно объективное обоснование и, по возможности, понятную интерпретацию.

ВЫДЕЛЕНИЕ СУЩЕСТВЕННЫХ КАЧЕСТВ В МЕТОДАМИ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА

По своему содержанию сформулированная выше задача относится к задачам классификации, точнее к их разделу, называемому кластерным анализом (или классификацией без обучения). В [10] указывается на наличие двух отличных друг от друга подходов к решению подобных задач.

В первом рассматривается решение так называемой обычной задачи типизации, суть которого применительно к изложенной выше постановке задачи состоит в разделении диапазона $0 \div l_{\max}$ возможных оценок качеств на две области с последующим разнесением исходной совокупности качеств по этим областям. Традиционно это реализуется путем ранжирования значений средних, рассчитанных для каждой из строк матрицы x_{ij} :

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij}, \quad (2)$$

с последующим выделением по определенному критерию части полученного ранжированного ряда. Например, при ранжировании средних $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_M$ в порядке убывания их значений, выделению подлежит группа качеств, средние для которых в ранжированном ряду $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(M)}$ имели бы самые низкие ранги $R=1, 2, \dots, r$. Иногда, если общий перечень качеств Q включает в себя группы качеств Q_1, Q_2, \dots, Q_k , каждая

из которых- отдельное подмножество, характеризующее ту или иную функциональную составляющую общей структуры качеств (причем $Q_r \cdot Q_t = \emptyset$ для $r \neq t$, $Q_k \subset Q$ $k = \overline{1, K}$ т.е. $Q = \sum_{k=1}^K Q_k$), то по приведенной выше методике в каждой группе выделяются качества- претенденты, имеющие минимальные в этой группе ранги соответствующих средних.

Наиболее "узким" местом методики является выбор критерия, по которому реализуется выделение подмножества Q' из множества качеств Q . Обычно этот критерий опирается на задание некоторого порога x_0 , в соответствии со значением которого происходит разделение исходного множества Q на два подмножества: Q' и $Q'' = Q \setminus Q'$, где $Q' = \{q_i: \bar{x}_i \geq x_0, 1 = \overline{1, M}\}$. Определение значения x_0 - вопрос сложный и многоаспектный [11,12]. Один из простейших способов его решения - построение эмпирической функции распределения $\tilde{F}(\bar{x})$ значений случайной величины \bar{X} и задание по этой функции квантили \bar{x}_p , принимаемой за порог x_0 . Как известно [13], квантиль порядка $p, 0 < p < 1$ - это значение \bar{x}_p случайной величины \bar{X} , для которого функция распределения $F(\bar{x}) = p$. Часто для задания x_0 используют квантиль порядка $3/4$ [12], которая называется квартилью, т.е. $x_0 = \bar{x}_{0,75}$.

Положительной стороной подхода, приводящего к обычной задаче типизации, является то, что она всегда имеет решение, однако уровень объективации этого решения весьма низок из-за фактически произвольного характера задания порога x_0 . Совершенно не принимается во внимание возможность естественного расслоения данных, позволяющая реализовать их классификацию на четко выраженные кластеры, отделенные друг от друга некоторым расстоянием.

На выявление особенностей ранжированного ряда ориентирован второй подход к решению задачи кластеризации. В нем анализируется наличие в структуре ряда характерных расслоений, образованных фрагментами ряда с медленным темпом убывания своих значений, отделяемыми друг от друга относительно короткими и крутыми переходными участками (рис.1), что в конечном итоге позволяет естественным образом задать значение порога x_0 , отделить средние $\bar{x}_{(1)}, \bar{x}_{(2)}, \dots, \bar{x}_{(k)}$ от остальных элементов ряда и выделить соответствующие качества $q_{(1)}, q_{(2)}, \dots, q_{(k)}$ в искомое подмножество Q_1 .

Для объективного установления особенностей в структуре ранжированного ряда необходимо проверить правдоподобность гипотезы

$$\bar{x}_{(i+\tau)} - \bar{x}_{(i)} > \delta, \quad i = 1, 2, \dots, \quad \tau = 1, 2, \dots, N - i, \quad (3)$$

где δ - минимальное значение порога, подтверждающее существенность различий соседних уровней ряда. При

правильном подборе экспертов и кондиционных результатах экспертизы для любой пары значений $\bar{x}_{(i)}, \bar{x}_{(i+\tau)}$, принадлежащих одному и тому же уровню ранжированного ряда, условие (3) не должно выполняться. Для рис. 1 этому случаю соответствуют значения $i = \overline{1, k-1}$, $\tau \leq k - i$. При переходе значения $\bar{x}_{(i+\tau)}$ на соседний участок условие (3) должно устойчиво выполняться для $i = \overline{1, k-1}$, $\tau \geq k + 3 - i$. При попадании $\bar{x}_{(i)}, \bar{x}_{(i+\tau)}$ на переходный участок, т.е. $i, i + \tau \in [k + 1, k + 2]$, проверка условия (3) может давать любой результат.

Очевидно, что $x_0 = \bar{x}_{(k)}$. Как задать x_0 ? Если каждому слою ранжированного ряда ставится в соответствие свой кластер C1, C2, C3, ... (рис.1), то, применяя известные методы кластерного анализа, например, иерархические агломеративные процедуры кластеризации [10,14], можно построить иерархическую структуру ранжированного ряда и, оценив по ней правую границу кластера C1, определить граничную точку $x_{(k)} = x_0$. Элементы ряда, вошедшие в кластер C1, одновременно будут элементами подмножества Q_1 .

Статистическое обоснование подобного разделения возможно в случае, когда распределение экспертных оценок по каждому из качеств имеет нормальный характер.

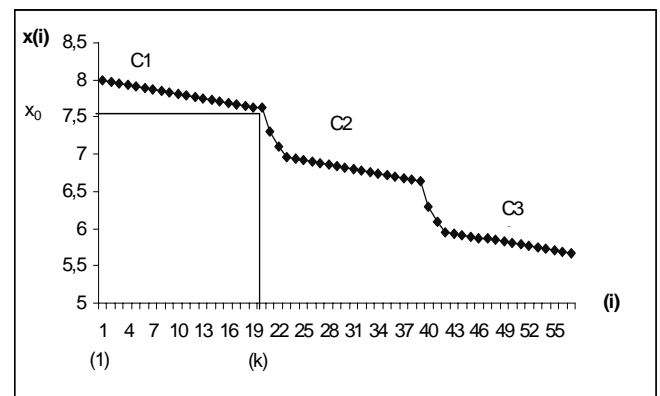


Рисунок 1 - Задание порога x_0 для ранжированного ряда с особенностями

В этом случае производится непосредственная проверка гипотезы (3) с использованием статистики [15,16]

$$z = \frac{\bar{x}_{(i+\tau)} - \bar{x}_{(i)}}{\sqrt{\frac{\sigma_{(i)}^2 + \sigma_{(i+\tau)}^2}{N}}}, \quad (4)$$

где $\sigma_{(i)}^2$ и $\sigma_{(i+\tau)}^2$ - соответственно дисперсии распределения оценок для (i) -ого и $(i+\tau)$ -ого качеств. Случайная величина Z - нормированная нормально распре-

ленная с параметрами: математическое ожидание $m_z = M\{\bar{X}_{(i+\tau)} - \bar{X}_{(i)}\} = M\{\bar{X}_{(i+\tau)}\} - \bar{X}_{(i)}$ и дисперсией $\sigma_z^2 = 1$. Гипотеза (3) принимается при $\delta = z_p$, выбор p осуществляется лицом, проводящим обработку экспертных данных. Для p , равного соответственно 0,95; 0,975; 0,99 имеем значения δ : 1,64; 1,96; 2,58.

К сожалению в реальной ситуации процедуры выделения качеств путем структуризации исходных данных часто не работают: ранжированный ряд имеет монотонно убывающий характер без каких-либо особенностей, попытки попарной проверки условия (3) с целью выявления особенностей в структуре ряда также не дают устойчивых результатов, позволяющих обоснованно утверждать существование расслоений.

МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРТА И ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРТИЗЫ

Анализ данных группового экспертного оценивания, плохо поддающихся кластеризации, выявил существенные отличия распределения этих данных от традиционного одномодального нормального [6,12]. Как правило, для "плохих" с точки зрения кластеризации данных характерны многомодальность, уплощенность формы распределения и, как следствие, повышенный уровень дисперсии этих данных. Анализ ошибок отдельных экспертов, оцениваемых по распределению разностей $\delta_{ij} = x_{ij} - \bar{x}_i$, $j = \overline{1, M}$, образующих i -ый столбец матрицы ошибок

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1N} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{M1} & \delta_{M2} & \delta_{M3} & \delta_{MN} \end{bmatrix} = \{\delta_{ij}\}, \quad (5)$$

также показал существенные отличия этих оценок от традиционно нормального распределения в сторону асимметричных скошенных либо чрезмерно уплощенных.

Все эти аномалии обычно являются следствием наличия в группе нескольких экспертов с низким уровнем компетентности. В такой ситуации обычно рекомендуется увеличить число экспертов N или построчно применить "очистку" экспертных данных от аномальных [6,15]. К сожалению, обе рекомендации не особенно действенны из-за обычно ограниченного значения N . Более перспективным является анализ совокупности данных, полученных отдельным экспертом, так как объем этой выборки M может быть достаточно большим (порядка 100). Результатом этого анализа должна быть оценка уровней компетентности экспертов, в частности, исключение из последующей обработки данных тех экспертов, действия которых могут рассматриваться как аномальные. Возможность идентификации эксперта появляется в ходе изучения особенностей балльных оценок, выставленным им при оценивании существенности обсуждае-

мых качеств. В частности, к неадекватному определению оценок может привести несколько типовых стратегий действий эксперта во время проведения экспертизы:

"случайный (безответственный) эксперт" - к проведению экспертизы относится поверхностно, не пытаясь вникнуть в суть экспертного задания, оценивает уровни существенности отдельных качеств совершенно произвольно, в результате чего его оценки достаточно равномерно распределяются вдоль шкалы измерений;

"жесткий эксперт" - не представляя по тем или иным причинам реальной важности оцениваемых качеств, выставляет заниженные оценки, распределение которых в итоге оказывается локализованным в нижней (начальной) части шкалы измерений;

"либеральный эксперт" - не проявляет, как и два предыдущих типа экспертов, какой-либо заинтересованности, ответственности в проведении экспертизы, не вникает в суть экспертных задач, однако, не желая случайно отбросить существенно важное качество, завышает выставляемые оценки, в результате чего они оказываются сконцентрированными в верхней части шкалы.

Введенные модели действий экспертов позволяют выявить соответствующие типажу путем анализа распределений оценок, выставленным каждым из экспертов. Для этого вводится ряд статистик, позволяющих обнаружить и оценить уровень аномальности действий отдельных экспертов. К таковым статистикам относятся:

- средний балл эксперта

$$\bar{e}_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_{ij}, \quad j = \overline{1, M}, \quad (6)$$

- разность

$$\epsilon_i = \bar{e}_j - \bar{e}, \quad (7)$$

где \bar{e} - общий средний балл экспертизы,

$$\bar{e} = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij}, \quad (8)$$

- выборочный второй начальный момент

$$\mu_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_{ij}^2, \quad (9)$$

- выборочная дисперсия

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (x_{ij} - \bar{e}_j)^2, \quad (10)$$

- оценка энтропии H_j , рассчитанная для каждого эксперта по данным соответствующего j -го столбца матрицы (1).

Ранжирование введенных статистик позволяет выявить смещенность индивидуальных распределений оце-

нок экспертов к краям шкалы измерений (статистики $\bar{\epsilon}_j$, ϵ_j), растянутость и уплощенность распределений (статистики σ_j^2 , H_j). Момент μ_j реагирует интегрально на оба приведенных выше признака возможной неадекватности распределения оценок эксперта.

Таким образом, вновь в ходе обработки данных экспертного опроса приходится решать задачу классификации, выделяя на этот раз два кластера - достоверных и аномальных (недостоверных) данных. Классификационными признаками являются смещенность и асимметрия индивидуальных распределений оценок экспертов, а также уплощенность, растянутость этих распределений вдоль шкалы измерений, что в общем случае выражается в повышенной дисперсии оценок эксперта.

Подозреваемые на аномальность наборы экспертных данных (столбцы матрицы (1), соответствующие аномальным экспертам), исключаются из обработки. Это повышает информативность оставшихся данных, в частности, уменьшает дисперсию средних \bar{x}_i , что влечет за собой более явную дифференциацию отдельных подмножеств качеств, позволяя в итоге выявить структурные особенности ранжированного ряда, ранее скрытые повышенным уровнем шумов в экспертных данных. В целом о целесообразности исключения из анализа данных того или иного эксперта можно судить по понижению общего уровня дисперсии ошибок экспертов (матрица (5)) либо энтропии H_δ распределения этих ошибок.

Усилить селективирующие свойства классификационных признаков можно, перейдя от анализа характеристик распределения столбцов матрицы (1) к анализу столбцов матрицы (5). В этом случае "жесткий" и "либеральный" эксперты будут иметь максимум своих распределений соответственно слева и справа от начала координат. Сама процедура поиска и исключения "аномальных" экспертов останется прежней.

ВЫВОДЫ

Проведение группового экспертного оценивания предполагает наличие обязательного этапа анализа и обработки экспертных данных. Эффективность обработки этих данных напрямую зависит от их информативности и достоверности, что в свою очередь определяется уровнем компетентности экспертов, степенью их ответственности и объективности при выполнении своих обязанностей в процессе экспертизы. К сожалению, среди данных экспертного оценивания нередко при-

сутствуют аномальные результаты, являющиеся прямым следствием неадекватного поведения экспертов в ходе экспертизы. Введение моделей "аномальных" экспертов позволяет обнаружить и исключить недостоверные данные из обработки, повысить точность и информативность результатов экспертного опроса и, как следствие, эффективность самой экспертизы.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Литвак Б.Г. Экспертная информация. -М.: Радио и связь, 1982. - 184с.
2. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. - М.: Логос, 2000. - 296с.
3. З.Катренко А.В. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації. - Львів: "Новий світ-2000", 2003.- 424с.
4. Гранатуров В.М. Экономический риск. - М.: Изд-во "Дело и сервис", 1999. -112с.
5. Дубровский С.А. Использование экспертных оценок в задачах предварительной алгоритмизации. Серия 2. Экономика и системы управления. Выпуск 4 (116). -М.: ЦНИИ "Электроника", 1984. -36с.
6. Коваленко И.И., Бидюк П.И., Баклан И.В. Системный анализ и информационные технологии в управлении проектами. -К.: "Экономика и право", 2001. -270с.
7. Герасименко В.А. Защита информации в автоматизированных системах обработки данных. Кн.1. -М.: Энергоатомиздат, 1994. -400с.
8. Домарев В.В. Безопасность информационных технологий. К.: ООО "ТИД "ДС", 2001. -688с.
9. Китаев Н.Н. Групповые экспертные оценки. -М.: Знание, 1975. -64с.
10. Дубров А.Н., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. -М.: Финансы и статистика, 1998. -352с.
11. Паниотто В.И., Максименко В.С. Количественные методы в социологических исследованиях. Киев: Наукова думка, 1982.
12. Толстова Ю.Н. Измерение в социологии: Курс лекций. - М.: ИНФРА-М, 1998. -224с.
13. Микиша А.М., Орлов В.Б. Толковый математический словарь. Основные термины. -М.: Рус.яз., 1989. -244с.
14. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ / Дж.- О. Ким, Ч.У. Мьюллер, У.Р. Клекка и др.- М.: Финансы и статистика, 1989. -215с.
15. Смирнов В.С., Душин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. -М.: Наука, 1969. -512с.
16. Колкот Э. Проверка значимости. -М.: Статистика, 1978.- 128с.

Надійшла 05.08.2003

Розглянуто застосування методології класифікації до обробки експертних оцінок. Методи класифікації застосовуються як безпосередньо для прийняття рішень за експертними даними, так і на етапі їх попередньої обробки, мета якої - підвищення інформативності та достовірності даних. Для формування класифікаційних ознак введено моделі експертів.

Application of the methodology of classification to handling expert estimations is considered. Discriminatory analysis's are applied as immediately to decision-making on the expert data, and at a stage of their preprocessing which purpose is rise of self-descriptiveness and reliability of the data. For creation of classification tags models of experts are introduced.

МЕТОДИКА И КРИТЕРИИ СРАВНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ И АЛГОРИТМОВ СИНТЕЗА ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Предложены критерии и методика, позволяющие количественно оценивать уровень логической прозрачности многослойных нейронных сетей прямого распространения, что дает возможность осуществлять сравнение и обосновывать выбор нейромоделей в задачах интеллектуального анализа данных.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящее время одним из наиболее эффективных средств решения задач вычислительного моделирования являются искусственные нейронные сети (НС), обладающие способностью аппроксимировать многомерные нелинейные зависимости по точечным данным. Среди многочисленных известных моделей НС наиболее популярным классом являются многослойные нейронные сети (МНС), обучаемые традиционно с помощью итеративных градиентных алгоритмов многомерной нелинейной оптимизации [1].

Известно, что сходимость итеративных алгоритмов обучения МНС зависит от размерности обучающих данных, начальных значений весов, а также от задаваемых максимальной допустимой общей ошибки обучения (критерий качества обучения) и количества допустимых циклов обучения (критерий длительности обучения). Эти два критерия останова целесообразно использовать при сравнении итеративных алгоритмов обучения МНС. Зафиксировав поочередно каждый из критериев останова обучения, можно проследить, как для каждого алгоритма обучения МНС меняются значения другого критерия при одинаковых обучающих выборках. Результаты экспериментов принято оценивать по таким критериям, как: $t_{об}$ - время работы алгоритма обучения, $epoch$ - затраченное количество циклов обучения и E - достигнутая точность (ошибка) [1-3].

Однако таких, традиционно используемых при сравнении НС и алгоритмов их обучения показателей, как точность (ошибка) аппроксимации сетью обучающей или тестовой выборки и время, затрачиваемое на обучение сети и (или) работу обученной сети, на практике оказывается недостаточно. Это объясняется тем, что даже несколько НС одного и того же типа, с одинаковой топологией, обученные на одних и тех же данных с помощью одного и того же алгоритма обучения и обеспечивающие почти одинаковую точность аппроксимации и сравнимое время обучения и работы, из-за разных начальных состояний (разных значений весов перед обучением) могут обладать существенно разным качеством. Такие различия в качестве нейромоделей связаны с разными уровнями логической прозрачности нейромоделей, избы-

точностью памяти и связей сетей, качеством аппроксимации обучающих данных.

Поэтому в дополнение к рассмотренным критериям сравнения НС необходимо разработать комплекс частных и обобщенных критериев, позволяющих количественно оценивать вышеперечисленные свойства нейросетевых моделей, сравнивать их и принимать решение о выборе более оптимальной модели для решения поставленной задачи.

2 КРИТЕРИИ СРАВНЕНИЯ ТРЕБОВАНИЙ К РЕСУРСАМ ЭВМ

В [4] для сравнения методов обучения НС предлагается наряду с количеством циклов обучения использовать такой критерий, как количество дополнительных переменных для организации вычислительного процесса N_v . Под дополнительными здесь понимаются переменные, необходимые для сохранения промежуточных результатов вычислений при программной реализации алгоритма обучения. Предпочтение следует отдавать тем методам, которые при обучении НС требуют малого числа дополнительных переменных, что связано с ограничением ресурсов вычислительных средств.

Достаточно важной характеристикой любой распознающей системы является ее сложность. Исходя из биологической специфики НС в [5] применительно к ним предлагается использовать следующую терминологию:

- структурная (статическая) сложность системы определяется построением системы из ее составляющих подсистем;

- вычислительная сложность (сложность управления) характеризуется мерой вычислительных ресурсов, необходимых для детального расчета особенностей динамики системы, отражает выполняемые операции обработки информации и характеризует практическую сложность детального понимания поведения системы - может быть сведена к зависимости вычислительных возможностей (ресурсов вычислительной системы), необходимых для моделирования поведения системы, от специфической характеристики задачи - размерности выборки и (или) модели.

Структурную сложность нейросетевой модели, основными структурными элементами которой являются нейроны, будем характеризовать количеством нейронов N_n , которое для МНС определяется по формуле:

$$N_n = \sum_{\mu=1}^M N_{\mu} \quad (1)$$

Вычислительную сложность нейросетевой модели будем характеризовать числом используемых ячеек памяти $N_{п.м.}$ и количеством времени работы $t_p.$, затрачиваемым на расчет значений выходов модели при заданных входах для одного экземпляра или всех экземпляров выборки.

Вычислительную сложность алгоритма синтеза нейросетевой модели будем характеризовать числом используемых ячеек памяти $N_{п.а.}$ и количеством времени, затрачиваемым на обучение модели $t_{об.}$

Очевидно, что число используемых ячеек памяти $N_{п.а.}$ будет равно сумме числа ячеек, необходимых для хранения обучающей выборки, числа ячеек, необходимых для хранения переменных модели (в случае НС - весов и порогов), и числа ячеек, необходимых для хранения N_v дополнительных переменных:

$$N_{п.а.} = \eta_s(N + N_M) + \eta_w N_w + \eta_v N_v \quad (2)$$

где η_s - количество ячеек памяти для хранения одного элемента данных обучающей выборки, $(NS+N_M)$ - количество элементов данных обучающей выборки, N - количество признаков, характеризующих экземпляры, S - количество экземпляров в выборке, N_M - количество целевых (выходных) признаков, η_w - количество ячеек памяти, необходимых для хранения одного веса сети, N_w - количество весов и порогов сети, η_v - количество ячеек памяти, необходимых для хранения одной дополнительной переменной алгоритма обучения.

Поскольку НС являются вычислительными устройствами, весьма важными характеристиками являются сложность их аппаратной или программной реализации, а также время работы в процессе распознавания одного экземпляра данных.

Вычислительную сложность i -го нейрона μ -го слоя $T^{(\mu, i)}$ будем определять по формуле (3) или (4):

$$T_{\phi}^{(\mu, i)} = N^{(\mu, i)} T_C^{(\mu, i)} + N^{(\mu, i)} T_{\phi}^{(\mu, i)} + T_{\psi}^{(\mu, i)}, \quad (3)$$

$$T_{\phi}^{(\mu, i)} = N^{(\mu, i)} (T_C^{(\mu, i)} + T_{\phi}^{(\mu, i)}) + T_{\psi}^{(\mu, i)}, \quad (4)$$

где $N^{(\mu, i)}$ - количество входов i -го нейрона μ -го слоя, $T_C^{(\mu, i)}$ - вычислительная сложность одного синапса i -го нейрона μ -го слоя, $T_{\phi}^{(\mu, i)}$ - вычислительная сложность дискриминантной функции i -го нейрона μ -го слоя для обработки двух аргументов, $T_{\psi}^{(\mu, i)}$ - вычислительная сложность функции активации i -го нейрона μ -го слоя.

Заметим, что, если функция активации i -го нейрона μ -го слоя НС $\psi^{(\mu, i)}(x)=x$, то $T_{\psi}^{(\mu, i)}$ можно положить равной нулю. Вычислительные сложности синапсов, дискриминантных функций и функций активации определяют с учетом условий реализации сети (на разных ЭВМ с разной скоростью работы затраты времени на

вычисления будут разными).

Вычислительная сложность сети прямого распространения при последовательной реализации вычислений (при программной реализации на ЭВМ с последовательной организацией вычислений) T_1 определяется из выражения:

$$T_1 = \sum_{\mu=1}^M \sum_{i=1}^{N_{\mu}} T^{(\mu, i)}, \quad (5)$$

где M - количество слоев сети, N_{μ} - количество нейронов в μ -ом слое сети.

Вычислительная сложность сети прямого распространения при параллельной реализации вычислений (например, при аппаратной реализации сети) T_2 :

$$T_2 = \sum_{\mu=1}^M \text{Max}_i T^{(\mu, i)}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\mu} \quad (6)$$

3 КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ УРОВНЯ ЛОГИЧЕСКОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ

Логически прозрачной называют НС, которая решает задачу понятным для человека способом, для которого легко сформулировать словесное описание в виде явного алгоритма. Такая сеть должна обладать минимальной структурной сложностью и при этом удовлетворять требованиям (предпочтениям) пользователя и/или требованиям алгоритма автоматизированного извлечения знаний к виду результирующей сети.

Как было отмечено выше, НС обладают памятью, реализуемой весами. Чем меньше память сети, тем меньше образов она может запомнить, но если две сети с разным объемом памяти обеспечивают требуемую точность распознавания (оценивания), то сеть с меньшей памятью, очевидно, будет проявлять лучшие обобщающие свойства. Избыточность памяти сети будем характеризовать с помощью коэффициента избыточности для хранения обучающей выборки K_I :

$$K_I = \frac{N_w}{SN}, \quad N_w > 1, S > 0, N > 0. \quad (7)$$

Если $K_I > 1$, то память сети избыточна (размерность памяти сети больше размерности обучающей выборки), если $K_I = 1$, то сеть может запомнить всю обучающую выборку (размерность памяти сети равна размерности обучающей выборки), если $K_I < 1$, то сеть не сможет в точности запомнить всю обучающую выборку (размерность памяти сети меньше размерности обучающей выборки), однако при этом сеть будет проявлять обобщающие и аппроксимирующие способности.

В случае, если количество нулевых весов в НС велико, то K_I будем определять по формуле:

$$K_I = \frac{N_w - N_{w=0}}{SN} \quad (8)$$

Логическая прозрачность сети сильно зависит от общего количества связей в сети и количества связей, соединяющих конкретные нейроны (количества входов нейронов скрытых слоев). Чем меньше связей, тем проще сеть и тем удобнее она для анализа и интерпретации человеком.

Коэффициент разреженности связей сети прямого распространения K_R определяется из выражения:

$$K_R = \frac{N_{w=0}}{\sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}}, \quad N_0 = N, \quad (9)$$

где N_w - количество весов сети, равных нулю:

$$0 \leq N_{w=0} \leq \sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}.$$

Коэффициент связанности МНС K_C определяется по формуле:

$$K_C = 1 - K_R = 1 - \frac{N_{w=0}}{\sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}}, \quad N_0 = N, \quad (10)$$

Для коэффициентов связанности и разреженности связей сети прямого распространения характерны следующие свойства: $K_R + K_C = 1$; $0 \leq K_R \leq 1$; $0 \leq K_C \leq 1$.

Коэффициент средней связанности нейронной сети прямого распространения K_M показывает среднее количество входов с ненулевыми весами для нейронов всех слоев, кроме первого:

$$K_M = \frac{1}{\sum_{\mu=2}^M N_{\mu}} \sum_{\mu=2}^M \sum_{i=1}^{N_{\mu}} (N_{w=0}^{(\mu,i)} - N_{w=0}^{(\mu,i)}), \quad (11)$$

где $N_{w=0}^{(\mu,i)}$ - количество весов i -го нейрона μ -го слоя сети, равных нулю.

Чем больше в сети единичных синапсов (связей, веса которых равны по модулю единице), тем проще ее реализация (прежде всего аппаратная) и удобнее анализ человеком.

Долю единичных синапсов в сети прямого распространения K_L будем рассчитывать по формуле:

$$K_L = \frac{N_{w=1}}{\sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}}, \quad N_0 = N, \quad (12)$$

где $N_w=1$ - количество весов сети, по модулю равных

единице: $0 \leq N_{w=1} \leq \sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}.$

Долю неединичных синапсов в сети прямого распространения K_N определим из выражения:

$$K_N = 1 - K_L = 1 - \frac{N_{w=1}}{\sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}}, \quad N_0 = N. \quad (13)$$

Для долей единичных и неединичных синапсов сети прямого распространения характерны следующие свойства: $K_L + K_N = 1$; $0 \leq K_L \leq 1$; $0 \leq K_N \leq 1$.

Поскольку логическая прозрачность связей сети зависит в значительной степени от разреженности и простоты связей, будем ее характеризовать коэффициентом, показывающим долю бинарных (нулевых или единичных по модулю) весов в общем количестве весов сети.

Коэффициент логической прозрачности связей сети прямого распространения K_T будем определять из выражения:

$$K_T = K_R + K_L = \frac{N_{w=0} + N_{w=1}}{\sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}}, \quad N_0 = N. \quad (14)$$

Коэффициент логической непрозрачности (размытости) связей сети прямого распространения K_S будем рассчитывать по формуле (15) или альтернативной ей формуле (16):

$$K_S = 1 - K_T = 1 - (K_R + K_L), \quad (15)$$

$$K_S = 1 - \frac{N_{w=0} + N_{w=1}}{\sum_{\mu=1}^M N_{(\mu-1)}N_{\mu}}, \quad N_0 = N. \quad (16)$$

Для коэффициентов логической прозрачности и непрозрачности связей сети прямого распространения характерны следующие свойства: $K_T + K_S = 1$; $0 \leq K_T \leq 1$; $0 \leq K_S \leq 1$.

Для более точной оценки логической прозрачности будем определять логическую прозрачность сети через логическую прозрачность ее элементов.

Коэффициент логической прозрачности i -го нейрона μ -го слоя сети $K_E^{(\mu,i)}$ будет определяться типом используемой функции активации. Для линейной и пороговой функций активации примем: $K_E^{(\mu,i)}=1$, для всех остальных функций активации $K_E^{(\mu,i)} = 0$.

Коэффициент логической прозрачности НС прямого распространения K_U будем рассчитывать по формуле:

$$K_U = \frac{\sum_{\mu=1}^M \sum_{i=1}^{N_{\mu}} K_E^{(\mu,i)}}{K_M \sum_{\mu=1}^M N_{\mu}}, \quad K_M \neq 0. \quad (17)$$

Чем больше K_U , тем выше уровень логической прозрачности сети, и, наоборот, чем меньше K_U , тем ниже уровень логической прозрачности сети.

Одной из важнейших характеристик нейросетевых моделей является качество аппроксимации. Качество аппроксимации при одном и том же уровне ошибки тем выше, чем меньше используется весов.

Коэффициент качества аппроксимации нейросетевой модели K_A определим как среднюю долю ошибки, приходящуюся на ненулевые веса сети:

$$K_A = \frac{E}{N_w - N_{w=0}}, \quad (18)$$

где E - совокупная ошибка, допускаемая сетью (например, среднеквадратическая ошибка), такая, что $E \leq \xi$, где ξ - максимально допустимая ошибка (цель обучения).

4 МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ХАРАКТЕРИСТИК

нейросетевых моделей и алгоритмов их синтеза

Поскольку важнейшими характеристиками итеративных методов обучения МНС являются время обучения $t_{об.}$, количество затраченных циклов обучения $epoch$ и достигнутая точность (ошибка) E , для отбора наилучшего среди градиентных методов обучения МНС целесообразно для различных прикладных задач сравнить алгоритмы по каждому из данных критериев, зафиксировав поочередно остальные.

Для неитеративных методов синтеза МНС [1,6], следует оценивать время обучения $t_{об.}$ и достигнутую точность (ошибку) E .

Значения критериев N_v и $N_{п.а.}$ будут сильно зависеть от особенностей программной реализации каждого алгоритма обучения. При этом для градиентных алгоритмов большое значение будет иметь способ вычисления производной целевой функции по весам. В связи с данными обстоятельствами теоретическая оценка (2) данных критериев представляется неудобной. Поэтому будем оценивать $N_{п.а.}$ следующим образом:

$$N_{п.а.} = (M_2 - M_1) + (M_3 - M_2) + (M_4 - M_3) = M_4 - M_1, \quad (19)$$

где $M_4 - M_3 = \eta_v N_v$, $M_2 - M_1 = \eta_v S(N + N_M)$, $M_3 - M_2 = \eta_w N_w$, M_1 - размер занятой памяти ЭВМ до загрузки обучающей выборки, M_2 - размер занятой памяти ЭВМ после загрузки обучающей выборки перед созданием переменных модели НС, M_3 - размер занятой памяти ЭВМ после создания переменных модели и перед обучением НС, M_4 - размер занятой памяти ЭВМ перед окончанием процедуры обучения НС.

Таким образом, для оценки значений критериев N_v и $N_{п.а.}$ следует определять объемы занятой памяти ЭВМ M_1 , M_3 и M_4 .

Критерии $N_{п.а.}$, E , $N_{п.}$, $N_{п.м.}$, t_p , K_I , T_1 , T_2 , K_R , K_C , K_M , K_L , K_N , K_T , K_S , K_U и K_A необходимо оценивать

для моделей, полученных в результате использования как итеративных, так и неитеративных методов. При этом значение критерия $N_{п.м.}$ будем определять по аналогии с (19) следующим образом:

$$N_{п.м.} = (M_3 - M_2). \quad (20)$$

На основе выше изложенных соображений сформируем методику проведения экспериментов для исследования характеристик и сравнения нейросетевых моделей и алгоритмов их синтеза.

Этап 1. Подготовительный. Определить номенклатуру решаемых задач.

Для каждой задачи задать обучающую и тестовую выборки данных, а также определить значения параметров задачи для сравнения методов синтеза МНС: название задачи, описание задачи, тип задачи (классификация, оценивание), количество признаков N , число целевых признаков N_M , количество экземпляров в обучающей выборке S , количество экземпляров в тестовой выборке $S_{тест.}$, целевая функция (формула или ссылка на нее), максимально допустимое значение целевой функции (ошибки) ξ .

Для каждой задачи сформировать отдельную таблицу (пример см. табл. 1), в верхней части которой записать результаты выполнения этапа 1.

Выбрать программное средство, содержащее процедуры, реализующие сравниваемые модели и методы настройки весов НС.

Этап 2. Экспериментально-расчетный. Выбрать прикладную задачу. Запустить на выполнение выбранное программное средство. Определить размер занятой памяти M_1 . Ввести в память ЭВМ обучающую выборку данных, определить размер занятой памяти M_2 .

Для соответствующей прикладной задачи задать тип модели НС и метод обучения. Для соответствующей модели НС и метода обучения определить значения начальных параметров (количество слоев M , количество нейронов в каждом слое N_μ , тип дискриминантной функции и функции активации каждого нейрона, начальные значения весов сети, тип алгоритма настройки весов и значения его параметров).

Сформировать переменные модели сети, определить размер занятой памяти M_3 . Засечь время. Запустить на выполнение процедуру, реализующую выбранный алгоритм настройки весов сети, определить размер занятой памяти M_4 , время работы алгоритма $t_{об.}$ и число затраченных циклов обучения $epoch$. Рассчитать $N_{п.а.}$ по формуле (2). Матрицу весов и параметры полученной в результате обучения модели представить в виде таблицы (см. табл. 2).

Определить количество нейронов в сети $N_{п.}$, количество весов N_w , количество нулевых весов $N_{w=0}$, количество единичных весов $N_{w=1}$, а также определить значения параметров и критериев: $N_{w=0}^{(\mu, i)}$, $N^{(\mu, i)}$, $T_C^{(\mu, i)}$, $T_\Phi^{(\mu, i)}$, $T_\Psi^{(\mu, i)}$, $T^{(\mu, i)}$, $N_{п.м.}$, $K_E^{(\mu, i)}$, K_I , T_1 , T_2 , K_R , K_C , K_M , K_L , K_N , K_T , K_S и K_U .

Таблица 1 - Формат таблицы "Задача и результаты моделирования"

описание задачи	тип задачи	N	N _M	S _{об.}	S _{тест.}	целевая функция	
Моделирование коэффициента упрочнения [6,7]	оценивание	11	1	43	43	сумма квадратов мгновенных ошибок	0.0001
критерий сравнения	модель и алгоритм обучения МНС						
	радиально-базисная нейронная сеть [6]			нейронная сеть, реализующая метод кластер-регрессионной аппроксимации [1]			
epoch	1			1			
t _{об.}	6.04			12.96			
E _{об.}	2.79·10 ⁻²⁷			9.74·10 ⁻⁶			
t _{р. о.}	0.33			6.37			
N _{п. а}	56510			43506			
N _{п.}	44			197			
N _{п. м}	47872			37558			
N _w	560			4422			
N _{w=0}	1			3833			
N _{w=1}	0			391			
K ₁	1.1839			0.4144			
T ₁	0.0493			0.2243			
T ₂	0.0032			0.0107			
K _R	0.0018			0.8668			
K _C	0.9982			0.1332			
K _M	0.9545			0.1260			
K _L	0			0.0884			
K _N	1			0.9116			
K _T	0.0018			0.9552			
K _S	0.9982			0.0448			
K _U	0.0238			7.9344			
K _A	4.98·10 ⁻³⁰			1.65·10 ⁻⁸			
t _{T.}	0.33			6.37			
E _{T.}	2.79·10 ⁻²⁷			9.74·10 ⁻⁶			

Засечь время. На основе построенной модели произвести распознавание экземпляров обучающей выборки. Определить время, затраченное на распознавание экземпляров обучающей выборки t_{р.о.}, а также E_{об.} и K_{Аоб.}.

Загрузить в память ЭВМ тестовую выборку. Засечь время. На основе построенной модели произвести распознавание экземпляров тестовой выборки. Определить время, затраченное на распознавание экземпляров тестовой выборки t_{р.о.}, а также E_{тест.} и K_{Атест.}.

Этап 2 выполняется отдельно для каждой задачи. При выборе задачи этап 2 выполняется отдельно для каждого выбранного метода. Результаты расчетов для каждой задачи занести в отдельную таблицу (см.табл.1).

Этап 3. Аналитический. На основе данных табл. 1, построенной при выполнении этапов 1 и 2, для каждой задачи проранжировать методы обучения и полученные модели по скорости обучения, работы, точности, сложности, логической прозрачности. Проанализировать и обобщить полученные результаты.

Таблиця 2 Образец таблицы "Нейросетевая модель"

номер нейрона в слое	формулы дискриминантной функции и функции активации	номер входа нейрона	номер слоя		
			1	2	3
1		0			
		1			
		2			

5 ЭКСПЕРИМЕНТЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

На основе предложенной методики были проведены эксперименты по сравнению нейросетевых моделей коэффициента упрочнения деталей авиадвигателей [6,7], полученных на основе радиально-базисных НС [6] и метода кластер-регрессионной аппроксимации [1]. В рамках проведенных экспериментов рассчитывались значения разработанных критериев сравнения НС, которые приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, метод кластер-регрессионной аппроксимации является более требовательным к вычислительным ресурсам и более медленным чем радиально-базисная НС. Однако НС, реализующая метод кластер-регрессионной аппроксимации, обладает существенно более высоким уровнем логической прозрачности по сравнению с радиально-базисной НС, и поэтому в задачах интеллектуального анализа данных предпочтение следует отдать методу кластер-регрессионной аппроксимации.

Сравнение аппроксимационных свойств построенных моделей коэффициента упрочнения показывает, что метод кластер-регрессионной аппроксимации обеспечивает лучшую аппроксимацию, чем радиально-базисная сеть,

которая является чрезвычайно избыточной и запоминает обучающую выборку как таблицу, проявляя слабые аппроксимационные свойства.

Результаты проведенных экспериментов хорошо согласуются с теоретическими представлениями о свойствах исследованных нейромоделий и позволяют рекомендовать предложенные методику и критерии сравнения НС для широкого использования на практике.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Дубровін В.І., Субботін С.О. Методи оптимізації та їх застосування в задачах навчання нейронних мереж: Навчальний посібник.-Запоріжжя: ЗНТУ, 2003.-136 с.
2. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика/Пер. Ю.А. Зуев, В.А. Точенов -М.: Мир, 1992.-240 с.
3. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей.- М.: Издательский дом "Вильямс", 2001.- 287 с.
4. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети: Теория и практика. -М.: Горячая линия-Телеком, 2001. - 382 с.
5. Рамбиди Н.Г. Биомолекулярные нейросетевые устройства. Кн. 33.-М.: ИПРЖР, 2002.-224 с.
6. Дубровин В.И., Субботин С.А., Богуслаев А.В., Яценко В.К. Интеллектуальные средства диагностики и прогнозирования надежности авиадвигателей: Монография.-Запорожье: ОАО "Мотор-Сич", 2003.-279 с.
7. Dubrovin V.I., Subbotin S.A., Yatzenko V.K. Neural network model of hardening coefficient of aengine details // Smart Engineering System Design: Neural Networks, Fuzzy Logic, Evolutionary Programming, Data Mining, and Complex Systems / ed.: C.H. Dagli, et al.- New York: ASME press, 2001, vol. 11, P. 939-944.

Надійшла 10.09.03
Після доробки 13.10.03

Запропоновано критерії та методику, що дозволяють кількісно оцінювати рівень логічної прозорості багатословних нейронних мереж прямого поширення, що дає можливість порівняння та обґрунтувати вибір нейромоделий у задачах інтелектуального аналізу даних.

The criteria and technique permitting to quantitatively estimate a level of multilayer feed-forward neural network logical transparency are offered. It enables to realize a comparison and to justify a choice of neural models in the data mining problems.

УДК 004.93:007

В.Д. Цыганков

СПИНОВЫЕ СТЕКЛА, НЕЙРОКОМПЬЮТЕР "ЭМБРИОН" И КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Возможность интерпретации виртуального нейрокompьютера "ЭМБРИОН" [1] как квантового вычислителя была предпринята ранее в работах [2, 4]. В настоящей работе предпринята попытка провести сопоставление между свойствами спиновых стекол и информационными процессами в виртуальной нейронной сети нейрокompьютера "ЭМБРИОН". Показано, что нейронная сеть нейрокompьютера может быть представлена некоторым информационным аналогом спинового стекла.

1 СПИНОВОЕ СТЕКЛО

В физическом понятии спинового стекла "спин" - это квантово-механический спин, который обуславливает магнитные эффекты, а слово "стекло" относится к беспорядку в ориентации и взаимодействиях спинов. В обычном стекле атомы "заморожены" в случайных положениях в пространстве, т.е. к идеальному кристаллу природой или технологом-стеклодувом добавлен небольшой

беспорядок или случайность. Спиновые стекла - это вариант не полностью упорядоченной системы. Примером спиновых стекол могут быть названы ферромагнетики, в которых атомы как микроскопические магнетики могут ориентироваться в одном направлении, могут внешними полями упорядочиваться. Наиболее интересные свойства спиновых стекол проявляются в сложности и динамике проявления внутреннего коллективного взаимодействия между атомами, составляющими стекло. Вычислительные методы, разработанные для описания и исследования спиновых стекол, могут найти применение при реализации будущих информационных систем, решающих задачи комбинаторной оптимизации, задачи о коммивояжере, хранения и поиска информации в Интернете, а также компьютерных систем, производящих квантовые вычисления.

2 СВОЙСТВА И ХАРАКТЕРИСТИКИ СПИНОВЫХ СТРУКТУР

Спиновые структуры характеризуются некоторым набором свойств и характеристик. Перечислим основные из них.

В зависимости от взаимной ориентации магнитных моментов двух соседних атомов, в одну или в противоположном направлении ориентированы их спины, поглощается или выделяется энергия при изменении ориентации моментов. Например, при выстраивании моментов в стекле в одном направлении энергия высвобождается. Следовательно, полная магнитная энергия минимальна, когда магнитные моменты выстраиваются в одном направлении. Энергия спиновой системы является функцией определенного расположения спинов, т.е. всех состояний системы.

Спиновые стекла меняют свою структуру и свойства при изменении температуры. Если при высокой температуре магнитные моменты имеют равновероятные ориентации во всех направлениях и их взаимодействие минимально, стекло в такой фазе проявляет свойства парамагнетика, у которого векторная сумма всех магнитных моментов или суммарная намагниченность минимальна. При понижении температуры взаимодействия упорядочивания между магнитными моментами становятся доминирующими. Система стремится к низкоэнергетическому состоянию. Имеется некоторая критическая температура, при которой система внезапно, скачком переходит в фазу минимальной энергии или максимальной упорядоченности. Это фазовый переход из парамагнитного состояния в ферромагнитное.

На изменения внутренней структуры спинового стекла влияют также внешние магнитные поля.

Имеется разновидность спиновых стекол, так называемые фрустрированные системы, в которых все связи между атомами (допустимые взаимные ориентации спинов рядом расположенных атомов) не могут быть одновременно удовлетворены критерию минимума энергии.

Математические модели описания термодинамически неупорядоченных систем, к которым относится спиновые системы (модель с "бесконечным радиусом взаимодей-

ствия" Д. Шеррингтона - С. Киркпатрика из Исследовательского центра фирмы IBM, 1979), имеют решения (например, дерево решение Паризи, 1979) в виде ветвящегося генеалогического "дерева" или сети эволюции, которые описывают связь между низкоэнергетическими состояниями. Сопоставление состояний и подсчет спинов, которые ориентированы в противоположных направлениях на различных уровнях дерева, дают величину расстояния между состояниями системы. Между квантовыми состояниями спиновой системы имеется иерархический порядок, выражаемый соответствующим генеалогическим деревом или эволюционной диаграммой. Для каждого состояния обычно составляется "карта" - распределений ориентации всех спинов. На "дереве" могут группироваться низкоэнергетические состояния в кластеры или домены как отдельные образования или субструктуры.

Если в спиновой системе число спинов равно n , полное число состояний системы или пространство ее состояний равно $X = 2^n$.

Движение спиновой системы при изменении температуры от нагрева к отжигу (охлаждению) представляет собою поиск и стягивание ориентации спинов в область притяжения или в аттрактор.

3 ИСКУССТВЕННЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ И СПИНОВЫЕ СТРУКТУРЫ

Впервые на сходство в организации, динамике и свойствах спиновых структур и искусственных нейронных сетей обратили внимание и успешно использовали Дж. Хопфилд и Д. Тэнк[5]. Кому в области нейрокомпьютинга не известны сегодня знаменитые "сети Хопфилда"! Особенностью модели нейронной сети Хопфилда является наличие в ней множества простых с набором двоичных переменных возбужденных и заторможенных нейронов, которые все связаны со всеми и влияние между нейронами симметрично. Взаимодействие между нейронами вероятностное и определяется матрицей весов связей. Изменение весов связей обеспечивает обучение сети или имитацию "отжига" спинового стекла. Поиск решения с помощью нейронной сети - это поиск в области притяжения точки с самой низкой энергией в "горном энергетическом рельефе", состоящем из хребтов, впадин и долин. Сигналы из внешней среды инициируют выбор решения. В отличие от обычных распространенных линейных последовательных компьютерных алгоритмов цифровых ЭВМ в нейронной сети происходят параллельные вычисления в гильбертовом пространстве 2^n измерений, где n - число разрядов нейрокомпьютера. Все элементы коллективно взаимодействуют в ходе расчета и одновременно изменяют свои состояния. В нейронной сети как и в спиновом кристалле происходят процессы дивергенции или пространения возбуждения по сети и процессы отбора или конвергенции, концентрации возбуждения в определенном месте пространства. Эти процессы сходны с биологической эволюцией макромолекул в природе.

Вероятности выживания определенных последовательностей состояний возбуждения нейронов или ориентации их спинов имеют пики и долины в пространстве состояний. Другими словами, имеется распределение вероятностей спиновых состояний в пространстве сети.

4 НЕЙРОННАЯ СЕТЬ "ЭМБРИОНА" КАК СПИНОВОЕ СТЕКЛО

Представим виртуальную нейронную сеть нейрокompьютера "ЭМБРИОН" в виде некоторого своеобразного спинового стекла в виде "дерева". Иерархическая виртуальная сетевая нейроподобная структура рождается или возникает в процессе самоорганизации в информационном n - атоме [1], общий вид которого показан на рис. 1. Здесь дан вариант конкретного распределения спинов (1) и (0) в "кристалле".

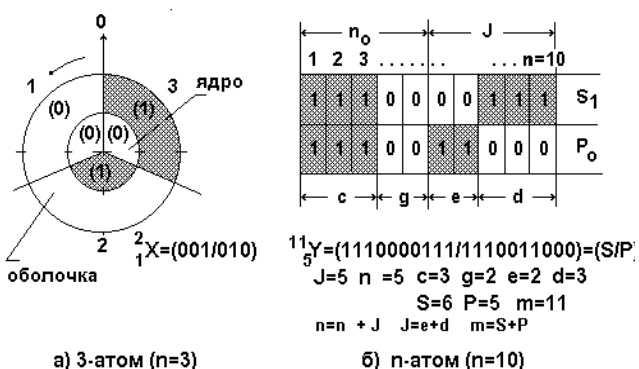


Рисунок 1 - Схема информационного n-атома, его характерные числа и структура невязки - J

На рис. 2. приведен пример 3-атома как спиновой структуры с конкретным вариантом распределения состояний или ориентации спинов (0/1), (0/1), (0/0) для первой строки сенсорной матрицы, и (0/0), (1/0), (1/0) для второй строки.



Рисунок 2 - Условия синтеза нейронной сети в нейрокompьютере "ЭМБРИОН"

На рис. 3. показана виртуальная нейронная сеть, возникающая в возбужденном кристалле (3 - атоме, слева на рис.1), при условии ориентации спинов, представленном на рис. 2. Серым цветом изображены аттракторы (110), (011) - области притяжения возбуждения нейронов. В овалах - типы нейронов, цифры над нейронами - их вероятности или частоты возбуждения, а X - спектр возбуждения выходного слоя нейронной сети.

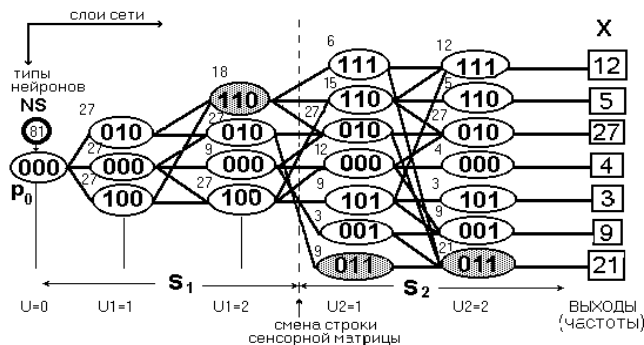


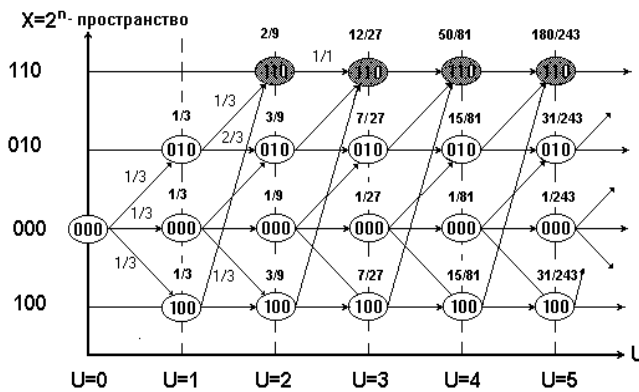
Рисунок 3 - Нейронная сеть, синтезированная нейрокompьютером "ЭМБРИОН" при условии, показанном на рис.2.

Ниже, на рис. 4. показаны: а) часть нейронной сети при обработке первой строки сенсорной матрицы (СМ) при глубине U равной 5 и б) процесс изменения энтропии состояний четырех кластеров - групп состояний нейронов, имеющих от 0 до 3-х спинов с ориентацией (1). Теперь можно более подробно пояснить суть общности свойств виртуальной нейронной сети и спинового стекла.

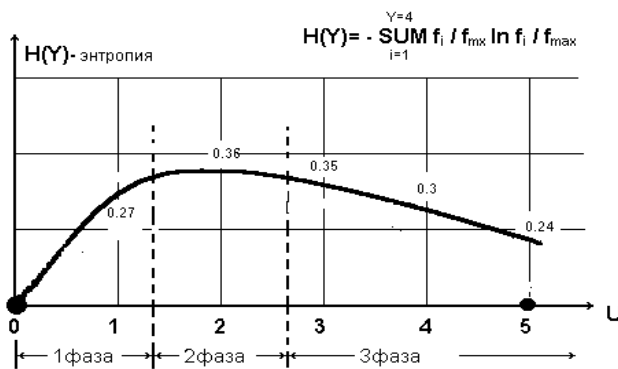
Во-первых, виртуальная нейронная сеть - это вероятностная структура и представляет не полностью упорядоченную систему.

Во-вторых, в процессе изменения ориентации спинов в n - атоме происходит или поглощение, или выделение энергии. Например, переходы типа (1/1) а (1/0) - ε₋ или типа (0/0) а (0/1) - ε₊ требуют затраты энергии со стороны внешнего поля, т. е. требуют смены ориентации спина с (1) на (0) или с (0) на (1) в строке сенсорной матрицы. Переходы типа (1/0) а (0/0) + ε₋ и типа (0/1) а (1/1) + ε₊ связаны с излучением энергии с противоположным вектором поляризации. Пассивные переходы типа (1/1) а (1/1) и типа (0/0) а (0/0) не связаны с излучением или поглощением энергии.

Следующее свойство нейронной сети, аналогичное свойству спинового стекла - это наличие точки фазового перехода при изменении глубины сети U или же ее можно уподобить изменению температуры. Вначале от U=0 до U≤n идет нагрев спинового стекла, разрушение его кристаллической структуры, ориентация спинов делается все более беспорядочной. На кривой изменения энтропии на рис. 4 б) мы видим ее рост. Критической температуре фазового перехода соответствует условие U=n. С этого момента при U>n происходит "отжиг" стекла и оно приобретает более упорядоченную структуру "ферромагнетика". Ориентации спинов устремляются в область притяжения или в аттрактор (011), показанный на рис. 4 а) темным цветом. В критической точке при U=n уже достигнуты все возможные и допустимые состояния системы. Все каналы или разряды n- атома охвачены процессом самоорганизации. Если все связи удовлетворены, то невязка J=0 и общая энергия системы минимальна. Поиск аттрактора - это многократный (NS раз) циклический нагрев (0<U≤n) и охлаждение или "отжиг" (U≥n).



а) Вид нейронной сети при обработке первой строки СМ.



б) Эволюция энтропии состояний при изменении глубины сети U

Рисунок 4 - Самоорганизация структуры в виртуальной нейронной сети

Именно здесь проявляется еще одно важное свойство нашей спиновой структуры - наша система фрустрированная. Действительно, не все 2^n типов нейронов в сети возможны при данном начальном распределении ориентации спинов в 3 - атоме, изображенном на рис. 2. Не все сочетания ориентации спинов допустимы. Здесь действует правило отбора чем - то напоминающее правило запрета Паули для фермионов.

То, что наша виртуальная нейронная сеть представляет иерархическое ветвящееся генеалогическое "дерево" решения типа дерева решения Паризи для модели спинового стекла с максимальным радиусом взаимодействия, очевидно из рис. 3 и 4 а) и не требует дополнительных

пояснений. Пространство существования и достижения всех возможных состояний имеет максимальный радиус взаимодействия. На первых двух слоях на рис. 4 а) показаны векторы и силы взаимодействия между нейронами.

Картой ориентации всех спинов или общий вид формы хребтов и долин энергетического состояния атомов стекла, а у нас вероятности возбуждения отдельных типов нейронов может служить пространственная гистограмма распределения частот возбуждения, представленная на рис. 3 и 4 а) набором цифр над телами нейронов.

5 КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ НА "ЭМБРИОНЕ"

Как видно из изложенного, виртуальная нейронная сеть нейροкомпьютера "ЭМБРИОН" представляет собою активную параллельную динамическую систему древо-видного типа, реализованную в гильбертовом пространстве состояний 2^n , где n - число разрядов нейροкомпьютера, в которой реализуется дальний порядок. Изменение в любом элементе системы "мгновенно" влияет на состояния всех остальных элементов. Процесс вычисления в нейронной сети параллельный, что является главным и основным условием на возможность реализации многокубитовых квантовых нейροкомпьютеров и квантовых алгоритмов вычисления, таких как, например, алгоритмы Шора или Гровера. За счет коллективного взаимодействия многих параллельных ветвей на дереве при взаимодействии множества спинов достигается экспоненциальное ускорение решения задач. Это, однако, тема отдельного сообщения.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Цыганков В.Д. Нейрокомпьютер и мозг.-М: Синтег, 2001.
2. Цыганков В.Д. Виртуальный нейροкомпьютер "ЭМБРИОН" как квантовый вычислитель.// Теория и общие вопросы обработки аналоговой информации.// Труды Международной конференции, том 1, УлГТУ, г. Ульяновск, 1999.
3. Цыганков В.Д. Вселенная Хокинга и нейροкомпьютер. - М: Синтег, 2000.
4. Цыганков В.Д. Вселенский разум и квантовый нейροкомпьютер. - М: Синтег, 2002.
5. Д. Тэнк, Дж. Хопфилд Коллективные вычисления в нейроподобных электронных схемах.//В мире науки", 1988, №2.

Надійшла 11.04.03

The analysis of neurocomputer Embrion and spine glace was conducted. It is shown that the neurocomputer Embrion may be represented by information analog of spine.

ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

THEORY AND METHODS OF AUTOMATED CONTROL

УДК 621.036.6

С.В. Галько

МЕТОДОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ОРТОГОНАЛЬНИХ РЯДІВ ВІНЕРА-ВОЛЬТЕРРА

В роботі розглядається методологічний підхід математичного моделювання складних (багатомірних) стаціонарних нелінійних систем автоматизації з кінцевою пам'яттю на базі відомих методів ідентифікації динамічних об'єктів. На основі математичного апарату рядів Вінера-Вольтерра отримано математичну модель опису динамічних характеристик нелінійних систем об'ємної (прошаркової) обробки інформації.

При вирішенні задач підвищення якості динамічного функціонування систем автоматизації та електрифікації технологічних процесів важливе місце займають задачі, що пов'язані з підвищенням ефективності автоматизованих систем управління, автоматизацією проектно-конструкторських робіт і методів контролю якості та інш. Реалізація вказаних задач потребує рішення низки проблем, серед яких виділяються дослідження функціонування складних систем (в т. ч. і людино-машинних комплексів) як при безпосередній експлуатації, так і на етапі розробки (проектування). Вирішення вказаних задач незалежно від фізичної суті об'єкту дослідження або проектування визначаються можливостями формалізованого їх уявлення, тобто рішенням задач ідентифікації та моделювання системи, що розглядається.

Аналіз традиційних методів ідентифікації та моделювання, що використовуються, показує, що вони: розроблені стосовно до окремих, досить вузьких класів систем, машин, пристроїв; часто не забезпечують необхідної точності, особливо у випадку, коли їх використовують до класу явно нелінійних систем; не мають властивостей

універсальності, в т.ч. й по відношенню до математичних і фізичних засобів вирішення задачі в цілому; як правило, потребують апріорних знань про структуру і параметри системи. Особливо важливе значення задачі ідентифікації і моделювання мають при розгляді складних динамічних об'єктів, апріорні відомості про які є незначними або недостатніми, або дані про їх структуру носять емпіричний характер.

Математичні методи, що засновані на розкладі у функціональні ряди вихідних сигналів (вихідної інформації) при завданні відомих вхідних (керуючих, збурюючих і т.і.) впливів мають універсальність і статистичну об'єктивність описання системи, що досліджується.

Із відомих на цей час методів ідентифікації Л. фон Бергаланфі, Р.Л. Акофа, М.Д. Месаровича, П. Ейкхоффа, Н. Раймана та інш. [1, 2], що дозволяють будувати адекватні математичні моделі з наперед заданою точністю для великого класу об'єктів, які мають кінцеву пам'ять, найбільш універсальним й інформативним є метод, запропонований Н. Вінером [3] для аналізу і синтезу нелінійних систем. Метод є теоретико-експериментальним, включаючи, власні випадки, в якому широко використовується теорія лінеаризованих систем. Він дозволяє проводити дослідження безпосередньо об'єкта, що розглядається, та по знайденим динамічним характеристикам (ядрам Вінера) будувати його адекватну математичну модель. Основа підходу, що використовується, полягає в тому, що вихідний сигнал нелінійної системи з кінцевою пам'яттю при впливі на її вхід сигналу типа

"білого" гаусовського процесу однозначно представляється у вигляді ряду, що складається з ортогональних функціоналів. При цьому система повністю описується відповідним їй набором ядер Вінера, а її модель складається з сімейства нелінійних перетворювачів (ортогональних функціоналів), кількість яких залежить від об'єкта дослідження та від необхідної точності моделювання.

У відповідності з цим підходом, вихідний сигнал $y(t)$ є функціоналом S з величинами, що залежать від вхідного сигналу $u'_3(t)$, який надходив до даного моменту часу t ,

$$y(t) = S\{u'_3(t)\}, \quad (1)$$

де $u'_3(t)$ - обмежена функція, що дорівнює значенню величини u_3 на момент часу $t - \tau$

$$u'_3(t) = u_3(t - \tau). \quad (2)$$

Вихідний сигнал представляється поліноміальним рядом, при цьому вираз $S_{u_3} = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n u_3$ є рядом Тейлора.

Для подальшого аналізу і синтезу системи, наприклад, якості електродної продукції в металургії, обмежені однорідні поліноміальні функціонали степені n представляються символічним інтегральним представленням Вольтерра [4]

$$\Phi_n u_3 = \int_0^t \dots \int_0^t K_n(t, \tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n u_3(\tau_i^0) d\tau_i^0, \quad (3)$$

при цьому символічний інтегральний розклад Тейлора приймає вигляд

$$S_{u_3} = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^t \dots \int_0^t K_n(t, \tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n u_3(\tau) d\tau_i, \quad (4)$$

Розклад (3) представляється більш простим, якщо використати розклад Стильтєса вигляду

$$S_{u_3} = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^t \dots \int_0^t g_n(t, \tau_1, \dots, \tau_n) du_3(\tau_1) \dots du_3(\tau_n). \quad (5)$$

У зв'язку з цим, зв'язок між вхідним сигналом $u_3(t)$ та реакцією $y(t)$ стаціонарної, аналітичної, нелінійної системи з кінцевою пам'яттю, можливо задати співвідношенням виду

$$y(t) = K_0 + \int_0^{\infty} K_1(\tau) u_3(t - \tau) d\tau + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) \times \\ \times \prod_{i=1}^2 u_3(t - \tau_i) d\tau_i + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} K_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \times \\ \times \prod_{i=1}^3 u_3(t - \tau_i) d\tau_i + \dots, \quad (6)$$

де $K_0, K_1(\tau), K_2(\tau_1, \tau_2), K_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ - ядра Вольтерра системи, які представляють собою симетричні функції.

Таким чином, запропонований Н. Вінером підхід до побудови моделей нелінійних систем забезпечує їх реалізацію на основі ядер Вольтерра операторним методом

$$S \div u_3 \times K \rightarrow Y, \quad (7)$$

де K - множина, елементами котрої є набори ядер; u_3 - множина вхідних впливів; Y - множина вихідних впливів. Крім того, розклад (6) показує, що він дає можливість визначити ядра Вольтерра незалежно один від одного.

У нашому випадку, система є багатомірною, а тому по Н. Вінеру сигнал $u_3(t)$ є прошарково-орієнтованим і його можна єдиним способом представити у вигляді канонічного розкладу по функціоналам від випадкових функцій. Таким чином, вихідний сигнал $y(t)$ стаціонарної нелінійної системи з кінцевою пам'яттю представляється ортогональним розкладом виду

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n[g_n, b(t)], \quad (8)$$

де $b(t)$ - випадковий сигнал, отриманий у вигляді реакції на збурення стаціонарного лінійного сигналу виду $u_3(t)$; $\{g_n\}$ - набір ядер Вінера; G_n - множина ортогональних функціоналів, $n = 0, 1, 2, \dots$

Ортогональна властивість G -функціоналів виражається в тому, що їх математичне очікування

$$M[G_n[g_n, b(t)]G_m[g_m, b(t)]] = 0, \quad (9)$$

для будь-яких $m \neq n$.

Загальний вигляд ортогонального функціоналу n -ої степені має вигляд [5]

$$G_n[g_n, b(t)] = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} g_n(\tau_1, \dots, \tau_n) db(\tau_1) \dots db(\tau_n) - \\ - \sum_{v=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{n!}{(n-2v)! 2^v v!} G_{n-2v} \times \\ \times \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} g_n(\tau_1, \dots, \tau_{n-v}, G_1, \sigma_1, G_2, \sigma_2, \dots, G_v, \sigma_v) d\sigma_1 \dots \\ \dots d\sigma_v; u_3(t), \quad (10)$$

де $\left[\frac{n}{2} \right] = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{при } n\text{-парному;} \\ (n-1)/2 & \text{при } n\text{-непарному.} \end{cases}$

Перші чотири G_n -функціонала у відповідності з (10) мають вигляд

$$G_0[g_0, b(t)] = g_0; \quad (11)$$

$$G_1[g_1, b(t)] = \int_0^\infty g_1(\tau) db(\tau); \quad (12)$$

$$G_2[g_2, b(t)] = \int_0^\infty \int_0^\infty g_2(\tau_1, \tau_2) db(\tau_1) db(\tau_2) - \int_0^\infty g_2(\tau_1, \tau_2) d\tau_2; \quad (13)$$

$$G_3[g_3, b(t)] = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty g_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) db(\tau_1) db(\tau_2) db(\tau_3) - 3 \int_0^\infty \int_0^\infty g_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) db(\tau_1) db(\tau_2). \quad (14)$$

Лі та Шетценом методом взаємної кореляції запропоновано модифікований розклад [1]. Суть його в тому, що вони ввели в розгляд узагальнену похідну від сигналу $b(t)$, яка буде являтися "білим" гаусовським процесом, тобто $u_3 = G \frac{db(t)}{dt}$. При такому представленні вихідний сигнал системи описується розкладом виду

$$y(t) = \sum_{n=0}^\infty G_n[h_n, u_3(t)], \quad (15)$$

таким чином загальний розклад для ортогонального функціонала n -ої степені приймає наступний вираз

$$G_n[h_n, u_3(t)] = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n u_3(t - \tau_i) d\tau_i \times \left[\frac{n}{2} \right] \times \sum_{\nu=1} \frac{n! N^\nu}{(n-2\nu)! 2^{\nu}} G_{N-2\nu} \times \int_0^\infty \dots \int_0^\infty h_n(\tau_1, \dots, \tau_{n-2\nu}, G_1, \sigma_1, G_2, \sigma_2, \dots, G_\nu, \sigma_\nu) d\sigma_1 \dots d\sigma_\nu; u_3(t)], \quad (16)$$

де N - інтенсивність "білого" шуму.

Таким чином, на основі математичного апарата рядів Вінера-Вольтерра (РВВ) представляється можливим визначати динамічні характеристики нелінійних систем об'ємної (прошаркової) обробки інформації.

Розглянемо характеристики систем, вихідне зображе-

ння інформації котрих визначається співвідношенням

$$I_2(u_3, y) = I_2(x, y) = \sum_{p=1}^M (-1)^{p+1} p^{-1} \int_{E^{2p}} g_p(x, y, X_p, Y_p) \times \prod_{j=1}^n I_2(x_{1j}, y_{1j}) dx_{1j} dy_{1j}, \quad (17)$$

де

$$g_p(\dots) = \int_{E^{2p}} \mathbf{H}_{H\mathcal{C}}(x-x_2, y-y_2) \prod_{j=1}^n \mathbf{H}_{B\mathcal{C}}(x_2-x_{1j}, y_2-y_{1j}) dx_2 dy_2$$

- ядро p -го порядку РВВ;

$$X_p = \{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1p}\}, Y_p = \{y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1p}\},$$

$\mathbf{H}_{H\mathcal{C}}, \mathbf{H}_{B\mathcal{C}}$ - функції спотворень низької та високої частоти відповідно; I_1, I_2 - масиви інформації.

Визначаємо по (16) оператор p -го порядку у вигляді

$$I_{op}(x, y) = \int_{E^{2p}} g_p(\dots) \prod_{j=1}^p I_1(x_{1j}, y_{1j}) dx_{1j} dy_{1j}. \quad (18)$$

Тоді вираз, що описує динамічні характеристики (ДХ), прийме вигляд

$$I_2(x, y) = \sum_{p=1}^M (-1)^{p+1} p^{-1} I_{op}(x, y). \quad (19)$$

При використанні сепарабельних фільтрів та вхідних впливів вираз ДХ визначається у вигляді суми множин

$$I_2(x, y) = \sum_{p=1}^M (-1)^{p+1} p^{-1} I_{op}(x) I_{op}(y), \quad (20)$$

де $I_{op}(x) I_{op}(y)$ - одномірні компоненти оператора $I_{op}(x, y) = I_{op}(x) I_{op}(y)$.

Нехай в якості вхідних масивів використовуються сепарабельні сигнали синусоїдального виду низької частоти, як у системі аналізу якості електродної продукції, що розроблена автором цієї статті [6,7]. Тоді то вираз, котрий описує динамічні характеристики, має вигляд

$$I_1(x, y) = I_{gx}(x, y) = u_x u_y (1 + m_x \sin \omega_x x) (1 + m_y \sin \omega_y x), \quad (21)$$

або при експоненціально-синусоїдальній формі вхідного масиву

$$I_{gx}(x, y) = \sum_{K=1}^{N_1} \sum_{n=1}^{N_2} u_{xk} u_{yn} \exp(\gamma_{xk} x + \gamma_{yn} y); \gamma_{xy} = \alpha_{xy} + j\beta_{xy}; j = \sqrt{-1}. \quad (22)$$

Реакція фільтра низьких частот (ФНЧ), що відокремлює інформативний сигнал, розраховується за допомогою двомірної згортки

$$I_1(x, y) = \int_{E^{2p}} H_{\text{ФЧ}}(x, y, x_1, y_1) I_{\text{вх}}(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (23)$$

де E^2 - двомірний прошарок; $H_{\text{ФЧ}}(x, y, x_1, y_1)$ - функція спотворень ФНЧ (двомірна імпульсна характеристика).

Пристрій логарифмування формує амплітудну характеристику виду $I_2(x, y, I_1) = \ln[1 + I_1(x, y)]$, яка апроксимується усиченим рядом Тейлора

$$I_2(x, y) \approx \sum_{p=1}^M (-1)^{p+1} p^{-1} I_1^p(x, y), \quad (24)$$

при цьому подібне розкладення може використовуватися і при іншій амплітудній характеристиці в блоці нелінійності. Підставляючи співвідношення (21) у (22) і розраховуючи двомірну згортку з $I_{\text{вх}}$, визначаємо

$$I_{\text{вих}}(x, y) = \sum_{p=1}^M (-1)^{p+1} p^{-1} \int_{E^{2p}} g_p(x, y, X_p, Y_p) \times \prod_{j=1}^n H_{\text{ФЧ}}(x_2 - x_{1j}, y_2 - y_{1j}) dx_2 dy_2, \quad (25)$$

де $g_p(x, y, X_p, Y_p)$ - ядро РВВ p -го порядку.

Отриману модель можна використовувати при побудові систем контролю складних динамічних багатомірних об'єктів автоматизації і контролю якості промислової продукції, особливо на основі графіту. На базі розроблених моделей сепарабельних фільтрів (17), (20),

(25), автором статті запропоновано дві структури фільтрів низької і високої частот у вигляді розподільних структур та кругових фільтрів, мова про які піде у наступних роботах.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Современные методы идентификации систем / П. Эйххофф, А. Ванечек, Е. Савараги, Т. Созда и др.; Под ред. П. Эйххоффа.-М.: Мир.-1983.-400с.
2. Исследование по общей теории систем / Сб. перев. с англ. и польск. А. М. Микиши, Б. В. Плесского, Г. Л. Смолина, Б. А. Старостина, Б. Г. Юдина, Н. С. Юлиной; Под общ. ред. В. Н. Садовского, Э. Г. Юдина.-М.: Прогресс, 1969.-520 с.
3. Винер Н. Нелинейные задачи в теории случайных процессов.-М.: Иностранная литература.-1961.-324с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Пер. со второго американского перераб. изд. Под общ. ред. И. Г. Арамановича.-М.: Наука.-1974.-832с.
5. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров.-М.: Наука.-1967.-780 с.
6. Галько С. В. Системотехнічні основи побудови вимірювачів немагнітних матеріалів // Труды ТГАТА.-Мелитополь.-1999.-с.64-71.
7. Галько С. В. Математичні основи побудови структури електромагнітних вимірювачів немагнітних матеріалів // Труды ТГАТА.-Мелитополь.-1999.-с. 72-76.

Надійшла 15.09.2003
Після доробки 15.10.2003

В работе рассматривается методологический подход математического моделирования сложных (многомерных) стационарных нелинейных систем автоматизации с конечной памятью на базе известных методов идентификации динамических объектов. На основе математического аппарата рядов Винера-Вольтерра получена математическая модель описания динамических характеристик нелинейных систем объемной (пространственной) обработки информации.

In operation the methodological approach of mathematical simulation of multivariate stationary nonlinear systems of automation with final memory on the basis of known methods of identification of dynamic plants is considered. The mathematical sample piece of exposition of dynamic responses of nonlinear systems of a volumetric information is obtained on a base of a mathematical means of series (lines) of Wiener-Wolterra.

УДК 681.5

С.А. Дубовик

ВЕРОЯТНОСТНО-АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД КОМПОЗИЦИОННОГО СИНТЕЗА В СООТНОШЕНИИ С ПРОЦЕДУРОЙ РОБАСТНОГО H^∞ - УПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается задача стабилизации одного из состояний равновесия нелинейного слабо возмущенного объекта в условиях полной информации о векторе состояния. Для решения задачи предлагается вероятностно-асимптотический метод, основанный на функционале действия. Данный подход сравнивается с гарантированным управлением, являющимся решением задачи робастного H^∞ - синтеза.

ВВЕДЕНИЕ

В задачах управления движением типичной является ситуация, когда объект описывается нелинейным слабо возмущенным уравнением. Нормальное функционирование системы в такого рода случаях связывается с одним

из состояний равновесия, которое можно назвать основным или штатным. Примером является задача управления кораблем в условиях ветроволновых возмущений, в рамках которой осуществляется стабилизация положения и контролируется вероятность опрокидывания. В условиях удовлетворительной стабилизации фазовая точка подавляющую часть времени принадлежит малой окрестности основного состояния равновесия. Тем не менее, среди реализаций возмущения не должны исключаться такие, которые приводят к большим отклонениям от штатного состояния равновесия, в том числе выводящие фазовую точку на границу области устойчивости. Таким образом, процедура синтеза в рассматриваемых задачах может формироваться в виде композиции алгоритмов двух типов: локальной стабилизации и глобального контроля больших отклонений. Выделить указанные алгоритмы в общей стохастической задаче удается с помощью асимптотического анализа по параметру возмущений. Основными элементами этого анализа оказываются конструкции, вполне аналогичные известным средствам теории вероятностей и ее базовых теорем: закона больших чисел, центральной предельной теоремы и оценки вероятности больших отклонений [1]. Интересно отметить, что некоторые из основных конструкций этой вероятностной теории сохраняются и в детерминированной задаче H^∞ -управления [2,3]. Сопоставление указанных подходов является одной из целей настоящей статьи.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуется задача рационального выбора r - вектора управления U_t объектом, движения которого описываются нелинейным слабо возмущенным дифференциальным уравнением для n - вектора состояния x_t

$$\dot{x}_t = \alpha(x_t, U_t) + \varepsilon \sigma(x_t) v_t, \quad x_0 = x. \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon > 0$ - малый параметр, v_t - k - вектор возмущений, α, σ - гладкие матричные функции. Выбор управления связывается с некоторым состоянием равновесия ξ невозмущенной системы; последняя получается из (1) при $\varepsilon = 0$. Именно, необходимо стабилизировать ξ и, при этом, обеспечить некоторое качество и надежность стабилизации. Категорию "качество" можно понимать как в классическом смысле, и тогда это прямые показатели качества процессов, так и в рамках метода пространства состояний, в котором качество, как правило, характеризуется квадратическим функционалом. Учитывая вполне определенную связь между тем и другим [4,5], естественно сосредоточить внимание на квадратическом критерии, как более мощном и универсальном средстве синтеза многомерных систем. Сформулируем некоторую опорную задачу, связанную с интервалом $[T_1, T_2]$, $T_1 \leq T_2$: минимизировать функционал ($Q = C^T C, \rho > 0$)

$$L = L_{T_1 T_2}(u) = \int_{T_1}^{T_2} (X^T Q X + \rho^2 u^T u) dt \quad (2)$$

на движениях линеаризованной системы

$$\dot{X} = AX + Bu + \varepsilon Gv, \quad (3)$$

в которой $X = X(t) = x_t - \xi$, а матрицы известным образом вычисляются как частные производные по аргументам функций правой части (1) в точке $x = \xi$, причем тройка (A, B, C) - невырождена, а управление выбираем в виде линейной формы состояния $u = DX$. Это означает, что мы ограничиваем изложение случаем полной информации. Второе слагаемое в (2) задает интенсивность управления в (1), (3). Ясно, что наши требования к качеству должны быть как-то увязаны с интенсивностью возмущения, которую будем оценивать посредством функционала $\gamma \geq 0$

$$I = I_{T_1 T_2}(u) = \int_{T_1}^{T_2} \gamma^2 v^T v dt. \quad (4)$$

Кроме того, в системе (1) соотношением интенсивностей управления и возмущений определяется надежность стабилизации в смысле возможности выхода фазовой точки на границу некоторой критической области D , содержащей состояние равновесия ξ . Для системы (1) рассматриваемого типа наиболее характерен тот случай, когда критическая область совпадает с областью притяжения ξ , то есть $D = O_\xi$, но могут представлять интерес и более "узкие" границы: $D \subset O_\xi$.

Вопрос о месте задачи (2), (3) и метрики (4) в такой общей задаче стабилизации с учетом качества и надежности зависит теперь от дополнительной информации относительно возмущений. Рассмотрим два случая - вероятностный и гарантирующий.

2 ВЕРОЯТНОСТНО-АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД КОМПОЗИЦИОННОГО СИНТЕЗА

Пусть возмущением в уравнениях (1), (3) является "белый шум" $v_t = \dot{w}_t$, то есть формальная производная от стандартного винеровского процесса. Тогда уравнение (3), представляющее собой аналог центральной предельной теоремы, аппроксимирует (точный смысл, например, в [6]) решения (1) в ситуации нормальных отклонений от состояния равновесия ξ , то есть отклонений порядка ε . В этом случае для получения стабилизирующих управлений необходимо на решениях стохастического уравнения (3) минимизировать функционал J , представляющий собой усредненное значение

предела (2) при $T_2 \rightarrow \infty$, $T_1 = 0$: $J = E[L_{0\infty}(u)]$. Существование предела гарантируется условием невырожденности тройки (A, B, C) и оптимальное в смысле J управление имеет вид

$$u(t) = u_J(t) = DX(t), \quad D = -\rho^{-2}B^TP, \quad (5)$$

где матрица P удовлетворяет алгебраическому уравнению Риккати

$$PA + A^TP - PB\rho^{-2}B^TP + Q = 0. \quad (6)$$

Случай нормальных уклонений, хотя и оказывается типичным для стабилизированной слабо возмущенной системы, тем не менее не является абсолютно достоверным событием для (1): сохраняется возможность уклонений от ξ порядка ϵ^0 вплоть до выхода фазовой точки (1) на границу ∂O_ξ области притяжения точки ξ .

Оказывается, далее, что вероятность P_D такого критического события оценивается с помощью функционала I . Действительно, для вероятности больших уклонений (порядка ϵ^0) процесса (1) известны грубые оценки, которые выражаются через функционал действия, но начать удобнее с более простого случая.

В связи с проблемой больших уклонений, можно продолжить аналогию между марковскими процессами типа (1) и суммами случайных величин. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots - последовательность независимых одинаково распределённых случайных величин с математическим ожиданием и дисперсией $M\xi_k = 0$, $D\xi_k = 1$, удовлетворяющих условию Крамера: существует $\lambda > 0$ такое, что $\psi(\lambda) = M \exp(\lambda \xi_k) < \infty$. Обозначим $S_n = \sum_{k=1}^n \xi_k$. Требуется определить вероятность $P(S_n \geq x)$ в том случае, когда x зависит от n так, что существует $\alpha \geq 0$ и $x = \alpha n$ (а не $x = \alpha \sqrt{n}$, как в центральной предельной теореме). Решение имеет следующий вид [1]:

$$P(S_n \geq \alpha n) \sim \exp\{-n\Lambda(\alpha)\} / c(\alpha, n), \quad (7)$$

где

$$\Lambda(\alpha) = -\inf_{\lambda} (-\alpha\lambda + \ln \psi(\lambda)) = \alpha\lambda(\alpha) - \ln \psi(\lambda(\alpha)),$$

$$c(\alpha, n) = \sqrt{2\pi n} \sigma_\alpha \lambda(\alpha).$$

Определяющую роль в оценках вероятностей больших уклонений играет функция уклонения $\Lambda(\alpha)$, для которой из (7) имеем

$$\Lambda(\alpha) = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln P(S_n \geq \alpha n) > 0. \quad (8)$$

Такая грубая форма представления результатов (с точностью до логарифмической эквивалентности), показывающая экспоненциальную скорость сходимости, но не содержащая константы $c(\alpha, n)$, широко используется в теории больших уклонений. Можно отметить ещё, что грубая форма (8) является прямым следствием экспоненциального неравенства Чебышова

$$P(S_n \geq x) \leq \exp(-\lambda x) M \exp(\lambda S_n) = \exp n \{-\alpha\lambda + \ln \psi(\lambda)\}.$$

Для марковских процессов (2) вероятность больших уклонений мы будем оценивать именно в грубой форме. Аналогом функции уклонения в этой бесконечномерной задаче оказывается нормированный функционал действия [6]

$$S(\varphi) = S_{T_1 T_2}(\varphi) = \int_{T_1}^{T_2} |(\sigma(\varphi_t))^{-1}(\dot{\varphi}_t - a(\varphi_t))|^2 dt. \quad (9)$$

Приведём результат Вентцеля-Фрейдлина, для чего сформулируем условия относительно системы, которая получается в результате замыкания исходной системы (1) управлением (5), (6):

$$\dot{\tilde{x}}_t = \tilde{a}(\tilde{x}_t) + \epsilon \sigma(\tilde{x}_t) \dot{w}_t, \quad (10)$$

где вектор переноса \tilde{a} зависит регулярным образом от малого параметра.

А). Вектор-функция $\tilde{a}(x)$ и матричная функция $\sum(x) = \sigma(x)\sigma^T(x)$ в R^n ограничены и равномерно непрерывны.

Б). Матрица $\sum(x) = \sigma(x)\sigma^T(x)$ при любом x симметрична и равномерно невырождена.

Пусть (\tilde{x}, \tilde{P}_x) - диффузионный процесс в R^n с переносом $\tilde{a}(x)$, матрицей диффузии $\epsilon^2 \sum(x)$ и начальной точкой $\tilde{x}_0 = x$, причем $\tilde{a}(x)$ при $\epsilon \rightarrow 0$ равномерно сходится к $a(x)$, то есть $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \tilde{a}(x) = a(x)$ и предельный вектор переноса $a(x)$ и матрица диффузии $\sum(x)$ удовлетворяют условиям А и Б. Пусть, далее, функционал S задается формулой (9). Тогда $\epsilon^{-2} S_{0T}(\varphi)$ является функционалом действия для семейства процессов (\tilde{x}, \tilde{P}_x) при $\epsilon \rightarrow 0$ в смысле метрики $\rho_{0T}(\varphi, \psi) = \sup_{0 \leq t \leq T} |\varphi_t - \psi_t|$ равномерно относительно начальной точки. Это означает, что, совершенно аналогично (8), для любого регулярного борелевского множества $F_D \subset X$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0+} \epsilon^2 \ln P(F_D) = -\inf\{S(x) : x \in F_D\}. \quad (11)$$

Переходя к понтрягинской форме задачи, обозначим в (9)

$$(\sigma(\varphi_t))^{-1}(\dot{\varphi}_t - a(\varphi_t)) = v_t = v(t),$$

что равносильно введению функционала действия в форме

$$I(v) = I_{0t_f}(v) = \varepsilon^{-2} S_{0t_f}(v) = \int_0^{t_f} \gamma^2 v^T v dt, \frac{1}{\gamma} = \varepsilon. \quad (12)$$

Теперь, по построению, ограничение необходимо записать в виде

$$\dot{\Phi}_t = a(\Phi_t) + \sigma(\Phi_t)v_t, \Phi_0 = x. \quad (13)$$

Сюда еще следует добавить условие принадлежности траектории Φ множеству A (событие, вероятность которого оценивается) из семейства функций, непрерывных на отрезке

$$\Phi \in F_D \subset X = C_{0t_f}. \quad (14)$$

Результатом решения этой задачи в случае $D = O_\xi$ является тройка $(\mathfrak{V}, \Phi, \widehat{t}_f)$, определяющая минимальное значение (12) $\widehat{I} = I_{0t_f}(\mathfrak{V}) = \varepsilon^{-2} \widehat{S}$, и искомую оценку

$$P_\partial = \exp(-\varepsilon^{-2} \widehat{S}) \quad (15)$$

вероятности P_∂ выхода фазовой точки (1) на границу ∂O_ξ области притяжения состояния ξ . В случае превышения этой величиной некоторого порогового значения P_* , в системе должен быть предусмотрен переход на более интенсивное управление $u_*(t)$, парирующее кризисное развитие процесса. Вопрос синтеза такого управления представляется вполне ясным и здесь не рассматривается.

Таким образом, вероятностная трактовка возмущений в системе (1) и последовательное применение вероятностно-асимптотических методов (можно сказать вероятностных, так как теория вероятностей не мыслима без асимптотических методов) позволяют процедуру синтеза в задаче п. 1 формировать в виде композиции алгоритмов двух типов: локальной стабилизации (5), (6) посредством управления u_J и глобального контроля больших отклонений (12)-(15) с оценкой критической вероятности P_∂ и, в случае $P_\partial > P_*$, перехода на любое антикризисное управление $u_*(t)$, приводящее фазовую точку за короткое время в окрестность ξ . Такой способ назовем вероятностно-асимптотическим методом композиционного синтеза (ВАКС-методом).

3 ГАРАНТИРУЮЩИЙ МЕТОД РОБАСТНОГО H^∞ - УПРАВЛЕНИЯ И ЕГО СРАВНЕНИЕ С ВАКС-МЕТОДОМ

Пусть возмущения в (3) принадлежат классу функций V , квадратично интегрируемых на положительной полупрямой. Управления будем выбирать из множества

стабилизирующих U таким образом, что на движениях (3) обеспечивается с учетом (2), (4)

$$\gamma_0^2 = \inf_{u \in U} \sup_{v \in V} \frac{L_{0\infty}(u)}{I_{0\infty}(v)}. \quad (16)$$

Это соответствует гашению в максимально возможной степени "энергии" от внешних возмущений посредством стабилизирующих (демпфирующих) управлений [3]. Решение указанной задачи существует вместе с неотрицательно определенным решением P уравнения Риккати

$$PA + A^T P - P(p^{-2}BB^T - \gamma^2 CC^T)P + Q = 0 \quad (17)$$

и оптимальное управление в рассматриваемом случае полной информации о векторе состояния определяется соотношениями (5), (17). Указанная задача эквивалентна предельному случаю хорошо известной дифференциальной игры [7] для уравнения (3) с критерием $L_{0t_f}(u) - I_{0t_f}(v)$ при $t_f \rightarrow \infty$. Построенное таким образом управление оказывается наилучшим при возмущении, наихудшем из допустимых, чем и объясняются гарантирующие свойства такого решения.

Слабые стороны метода робастного H^∞ - управления неоднократно отмечались. Они связаны со сложностью определения константы (16) и вытекающими отсюда проблемами существования решения уравнения (17). Для нас важно другое обстоятельство: полная информированность управляющей стороны о векторе состояния линеаризованной системы (уравнение (5)), а значит и о векторе исходной системы (1) ($x_t = X(t) + \xi$) здесь совершенно не используется для контроля отклонений от состояния равновесия - алгоритм управления априорно ориентирован на наихудшее в смысле (16) возмущение v_* . Очевидно, что это совсем не то, что требуется в рамках задачи п.1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставление двух подходов в задаче стабилизации состояния равновесия нелинейной динамической системы (а реальные системы всегда нелинейны): стохастического композиционного и детерминированного гарантированного показывает, что оба используют аналогичные конструкции для описания интенсивностей изменения управления, состояния и возмущения. Во многих случаях применение композиционного метода представляется более целесообразным, так как позволяет контролировать и парировать действительно наихудшее движение системы в направлении потери устойчивости. Не менее важно и то, что в случае штатного развития процесса ВАКС-метод обеспечивает оптимальность, чего также нет в гарантированном методе робастного H^∞ - управления. Вообще, на ВАКС-метод можно смотреть как на средство семантизации (структурирования) информации [8]. Как показывает опыт дисциплин, ориентированных на управление сложными процессами

в условиях неопределенности - системы искусственного интеллекта, объектное проектирование - системы управления должны строиться как преобразователи семантической информации. У этого вывода есть и другая сторона: регулятор должен представлять из себя сеть, причем, все элементы сети синтезируются заранее, off-line, а реконфигурация сети осуществляется в процессе управления, on-line, по мере поступления данных о действии возмущений.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1986. - 431с.
2. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
3. Баландин Д.В., Коган М.М. Оценка предельных возможностей робастного H^∞ - управления линейными неопределенными системами //А и Т.- 2000.- №10.- С. 117-124.
4. Дубовик С.А. Аналитическое конструирование регуляторов для сингулярно возмущенных систем // Проблемы управления и информатики.-1999.- № 5.- С.54-68.
5. Дубовик С.А. Синтез линейных сингулярно возмущенных систем //Динам. системы.- 1999.- Вып.15.- С.45-49.

6. Вентцель А.Д., Фрейдлин М.И. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений.- М.: Наука, 1979.- 424с.
7. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. Задача о минимуме гарантированного результата. - М.: Наука, 1985. - 520с.
8. Чечкин А.В. Математическая информатика.- М.: Наука, 1991. - 416с.

Надійшла 05.09.2003

Розглядається задача стабілізації одного зі станів рівноваги нелінійного слабко збуреного об'єкта в умовах повної інформації про вектор стану. Для рішення задачі пропонується імовірнісно-асимптотичний метод, заснований на функціоналі дії. Даний підхід порівнюється з гарантованим керуванням, що є рішенням задачі робастного H^∞ -синтезу.

The problem of stabilization of one from balance states from of the nonlinear poorly disturbed object in conditions of the full information of a state vector is considered. For the decision of the problem it is offered probabilistic-asymptotic method based on functional of action. The given approach is compared with the guaranteed management being the decision of a problem robust H^∞ - Synthesis.

УДК 517.92

В.Г. Козырев

ОПТИМАЛЬНЫЙ РЕГУЛЯТОР ВЫХОДА СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ

Построено асимптотическое приближение оптимального терминального регулятора выхода сингулярно возмущенных систем, равномерное по области управления. Приближение представлено в общей композиционной форме решения линейно-квадратичной задачи оптимального управления.

ВВЕДЕНИЕ

Движения управляемых технических объектов обладают обычно свойством разномасштабности (различия характерных времен). Оно заключается в наличии у движений быстро и медленно изменяющихся составляющих. Например, среди движений летательного аппарата можно выделить медленные линейные и быстрые угловые. Линейные движения ЛА - это движения его центра масс. Они всегда более размеренные, плавные, чем резкие и нерегулярные угловые движения - вращения вокруг центра масс. ЛА значительно более инерционен по отношению к поступательному движению, чем к вращательному. Разномасштабность наблюдается и у движений других объектов - быстроходных судов, электроэнергетических установок с быстродействующими аппаратами управления, силовых электроприводов, радиофизических приборов с паразитными емкостными и индуктивными связями и др. У всех этих объектов имеются составляющие движения, одни из которых изменя-

ются медленно, а другие - быстро, причем различие характерных времен составляет порядок и более. Аналогичное свойство появляется и у системы управления объектом. Подобная система также будет обладать быстро и медленно изменяющимися составляющими в законе управления. Даже если управление осуществляется только по одномасштабным параметрам, это происходит в силу многосвязности объекта.

Наличие быстрых движений у динамических систем затрудняет их исследование. Оно принудительно навязывает малый шаг интегрирования при численном моделировании, увеличивает машинное время решения задач, приводит к накоплению ошибок интегрирования, затрудняет расчет законов управления и их реализацию при встраивании в бортовые компьютеры объектов. Подобная особенность известна под названием жесткости систем.

Являясь затрудняющим фактором вообще при исследовании систем, различие характерных времен движений может быть обращено, тем не менее, на получение преимуществ при таком исследовании. Это удастся сделать, если можно применить асимптотические методы. В настоящей статье выполнено асимптотическое исследование оптимального регулятора выхода представленных систем. Свойство разномасштабности выража-

ется введением малого множителя при некоторых производных уравнений системы. Те переменные, при производных которых находится малый параметр, являются "быстрыми", другие - "медленными". Такой подход известен в литературе под названием теории сингулярных возмущений [1]. С его помощью строится асимптотическое приближение регулятора любой степени точности, являющееся упрощением точного решения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается математическая модель линейной управляемой системы с быстрыми и медленными движениями в виде нормальной системы линейных дифференциальных уравнений с малым параметром при части производных и произвольными начальными условиями

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= A_1(t)y + A_2(t)z + B_1(t)u, \quad y|_{t=0} = y^0, \\ \lambda \frac{dz}{dt} &= A_3(t)y + A_4(t)z + B_2(t)u, \quad z|_{t=0} = z^0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\lambda > 0$ - малый параметр.

В этих уравнениях y - "медленная" переменная, z - "быстрая". В самом деле, при $\lambda \rightarrow 0$ производная функции z будет большой: $\frac{dz}{dt} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)F(y, z, u, t) = O\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ (вне λ -окрестности тех точек фазового пространства, в которых $F(y, z, u, t) \equiv A_3(t)y + A_4(t)z + B_2(t)u = 0$. Значит переменная z изменяется быстро. Уравнения (1) заданы на фиксированном отрезке времени $0 \leq t \leq T$; $y \in E^n$, $z \in E^m$, $x = col[y, z] \in E^{n+m}$ - вектор состояния; $u \in E^r$ - вектор управления.

Параметр λ в уравнениях (1) принято называть сингулярно возмущающим, а содержащий его член $\lambda \frac{dz}{dt}$ - сингулярным возмущением [1]. Данное определение связано с тем, что, хотя этот член и является малым в определенном смысле, он вызывает существенное изменение решения.

Для сингулярно возмущенной системы (1) рассмотрим задачу построения оптимального управления $u = u(t)$, сводящего к минимуму квадратичный функционал

$$J[u(t)] = \frac{1}{2}x'(T)\Phi x(T) + \frac{1}{2} \int_0^T [x'(t)Q(t)x(t) + u'(t)R(t)u(t)] dt \tag{2}$$

(штрих обозначает транспонирование).

Относительно выражений (1) и (2) предположим, что:

I. Матрицы $A_i(t)$ ($i = \overline{1, 4}$) и $B_j(t)$ ($j = 1, 2$) непрерывны на отрезке $[0, T]$;

II. Φ - постоянная неотрицательно определенная матрица. Будем использовать для нее представление

$\Phi = H'FH$, где H - постоянная матрица размера $q \times (n+m)$, $q \leq (n+m)$; F - постоянная положительно определенная матрица $q \times q$;

III. $Q(t)$ - неотрицательно, а $R(t)$ - положительно определенные и непрерывные на $[0, T]$ матрицы.

Введем блочные матрицы (аргумент t в обозначениях переменных опускаем)

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \frac{1}{\lambda}A_3 & \frac{1}{\lambda}A_4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \frac{1}{\lambda}B_2 \end{bmatrix}, \\ S &= BR^{-1}B' = \begin{bmatrix} S_1 & \frac{1}{\lambda}S_2 \\ \frac{1}{\lambda}S_2' & \frac{1}{\lambda}S_3 \end{bmatrix}, \\ S_1 &= B_1R^{-1}B_1', \quad S_2 = B_1R^{-1}B_2', \\ S_3 &= B_2R^{-1}B_2'. \end{aligned}$$

При выполнении условий I-III оптимальное в смысле критерия (2) управление $u = u(t)$ для системы (1) существует и имеет известный вид [2]

$$u = -R^{-1}B'Kx, \tag{3}$$

где $K = K(t) - (n+m) \times (n+m)$ - матрица-решение матричного дифференциального уравнения Риккати с условием на правом конце

$$\frac{dK}{dt} = -KA - A'K + KSK - Q, \quad K|_{t=T} = \Phi \equiv H'FH. \tag{4}$$

Если матрицы разбить на блоки:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & \lambda K_2 \\ \lambda K_2' & \lambda K_3 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_2' & \Phi_3 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_2' & Q_3 \end{bmatrix},$$

то уравнение (4) переписывается как система трех уравнений с условиями на конце

$$\begin{aligned} \frac{dK_1}{dt} &= -K_1A_1 - A_1'K_1 - K_2A_3 - A_3'K_2' + K_1S_1K_1 + \\ &+ K_1S_2K_2' + K_2S_2'K_1 + K_2S_3K_2' - Q_1, \\ \lambda \frac{dK_2}{dt} &= -K_1A_2 - K_2A_4 - \lambda A_1'K_2 - A_3'K_3 + \lambda K_1S_1K_2 + \\ &+ K_1S_2K_3 + \lambda K_2S_2'K_2 + K_2S_3K_3 - Q_2, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \lambda \frac{dK_3}{dt} &= -\lambda K_2'A_2 - \lambda A_2'K_2 - K_3A_4 - A_4'K_3' + \\ &+ \lambda^2 K_2'S_1K_2 + \lambda K_2'S_2K_3 + \lambda K_3S_2'K_2 + K_3S_3K_3 - Q_3, \end{aligned}$$

$$K_1|_{t=T} = \Phi_1, \quad K_2|_{t=T} = \frac{1}{\lambda} \Phi_2, \quad K_3|_{t=T} = \frac{1}{\lambda} \Phi_3. \tag{6}$$

Система матричных дифференциальных уравнений (5) с условиями (6) представляет собой сингулярно возмущенную (при $\lambda \rightarrow 0$) систему. Ее решение задает матрицу обратной связи в формуле оптимального регу-

лятора (3). Как мы и говорили, ему присуще то же свойство разномасштабности процессов, что и объекту управления (1).

В случае регулятора, однако, разномасштабность более проблемное свойство:

1) матричные дифференциальные уравнения (5) имеют более высокий порядок, чем исходные векторные дифференциальные уравнения объекта (1);

2) цифровая реализация регулятора с быстро и медленно изменяющимися коэффициентами в реальном времени требует повышенных расходов ресурсов бортового компьютера ввиду необходимости частой дискретизации процессов по времени из-за наличия быстрых компонент в управлении;

3) конечные (при $t = T$) условия (6) системы (5) неограниченно возрастают при $\lambda \rightarrow 0$. Это создает дополнительные трудности численного интегрирования системы (5).

Таким образом, особенности задачи (5), (6) затрудняют построение регулятора. Поэтому целесообразно его асимптотическое упрощение. В данной статье строится асимптотическое приближение матрицы Риккати K , которое после подстановки в формулу (3) дает асимптотическое приближение регулятора.

Впервые аналогичная задача рассмотрена в [3, 4]. Но в этих работах матрица Φ выбиралась специальным образом так, чтобы конечные условия (6) были ограничены по параметру λ . Мы рассматриваем случай произвольных, в том числе неограниченных при $\lambda \rightarrow 0$ условий (6). Асимптотика решения уравнений (5) с неограниченно большими конечными условиями (6) получена в [5]. Однако в этой работе рассмотрен регулятор состояния, соответствующий положительной определенности терминальной матрицы $\Phi = H^T F H$ (единичности матрицы $H: H = E$). Нами рассматривается общий случай регулятора выхода, при котором матрица Φ неотрицательно определенная, соответственно H - прямоугольная. Для этого случая выражения из [5] для представления регулятора непригодны.

Заметим, что как и в [5] асимптотическое разложение решения задачи (5), (6) нельзя в общем случае построить в виде $\bar{K} + PK$, где \bar{K} - регулярный ряд, а PK - погранслойный ряд. Поэтому здесь используется специальное представление матрицы K в виде композиции из трех более простых матриц, и это представление позволяет построить искомую асимптотику. Оно служит обобщением на случай регулятора выхода соответствующего представления из [5].

Матрицу Риккати K можно записать в виде [6]

$$K = P + W^T H (H M H^T + F^{-1})^{-1} H W, \quad (7)$$

где матрицы P , W и M подчиняются уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= -PA - A^T P + PSP - Q, \quad P|_{t=T} = 0, \\ \frac{dW}{dt} &= -W(A - SP), \quad W|_{t=T} = E, \end{aligned} \quad (8)$$

(E - единичная матрица),

$$\frac{dM}{dt} = -WS(t)W^T, \quad M|_{t=T} = 0.$$

Композиционное представление матрицы Риккати (7) используется в дальнейшем для построения ее асимптотики.

Матрицы разобьем на блоки

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & \lambda P_2 \\ \lambda P_2^T & \lambda P_3 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} W_1 & \lambda W_2 \\ W_3 & \lambda W_4 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2^T & M_3 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} E_n & 0 \\ 0 & E_m \end{bmatrix},$$

(E_n и E_m - единичные матрицы размеров $n \times n$ и $m \times m$ соответственно), и три уравнения (8) перепишем в виде трех систем уравнений для блоков. Уравнения для P_i ($i = \overline{1, 3}$) имеют тот же вид (5), что и уравнения для K_i ($i = \overline{1, 3}$), но с нулевыми условиями на конце

$$P_i|_{t=T} = 0 \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (9)$$

а уравнения для W_i ($i = \overline{1, 4}$) и M_i ($i = \overline{1, 3}$) запишутся так:

$$\begin{aligned} \frac{dW_1}{dt} &= -W_1(A_1 - S_1 P_1 - S_2 P_2^T) - \\ &- W_2(A_3 - S_2^T P_1 - S_3 P_2^T), \quad W_1|_{t=T} = E_n, \\ \lambda \frac{dW_2}{dt} &= -W_1(A_2 - \lambda S_1 P_2 - S_2 P_3) - \\ &- W_2(A_4 - \lambda S_2^T P_2 - S_3 P_3), \quad W_2|_{t=T} = 0, \\ \frac{dW_3}{dt} &= -W_3(A_1 - S_1 P_1 - S_2 P_2^T) - \\ &- W_4(A_3 - S_2^T P_1 - S_3 P_2^T), \quad W_3|_{t=T} = 0, \\ \lambda \frac{dW_4}{dt} &= -W_3(A_2 - \lambda S_1 P_2 - S_2 P_3) - \\ &- W_4(A_4 - \lambda S_2^T P_2 - S_3 P_3), \quad W_4|_{t=T} = \frac{1}{\lambda} E_m. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{dt} &= -W_1 S_1 W_1^T - W_1 S_2 W_2^T - W_2 S_2^T W_1^T - \\ &- W_2 S_3 W_2^T, \quad M_1|_{t=T} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_2}{dt} &= -W_1 S_1 W_3^T - W_1 S_2 W_4^T - W_2 S_2^T W_3^T - \\ &- W_2 S_3 W_4^T, \quad M_2|_{t=T} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_3}{dt} &= -W_3 S_1 W_3^T - W_3 S_2 W_4^T - W_4 S_2^T W_3^T - \\ &- W_4 S_3 W_4^T, \quad M_3|_{t=T} = 0. \end{aligned}$$

Далее будем строить асимптотику решений уравнений для P_i и (10), (11), которая по формуле (7) даст асимптотику всей матрицы K и, соответственно, асимптотику регулятора по формуле (3).

АСИМПТОТИКА СОСТАВЛЯЮЩИХ МАТРИЦ P, W И M

В дополнение к условиям I-III потребуем выполнения условий

IV. Все матрицы $A_i(t)$ ($i = \overline{1, 4}$), $B_j(t)$ ($j = 1, 2$), $Q(t)$, $R(t)$ $p+2$ раза непрерывно дифференцируемы на $[0, T]$ (p - некоторое натуральное число: $p = 0, 1, 2, \dots$);

V. Система (1) по терминологии [3, 4] управляема в пограничном слое, то есть

$$\text{rank}[B_2(t), A_4(t), B_2(t), \dots, A_4^{m-1}(t), B_2(t)] = m \text{ на } [0, T];$$

VI. Система (1) наблюдаема в пограничном слое [3,4], то есть $\text{rank}[C_*'(t), A_4'(t), C_*'(t), \dots, (A_4')^{m-1}(t), C_*'(t)] = m$ на $[0, T]$, где $C_*(t)$ - решение уравнения $C_*'C_* = Q_3$.

Асимптотика $P(t, \lambda)$. Асимптотические разложения компонент $P_i(t, \lambda)$ матрицы $P(t, \lambda)$ при выполнении условий II-VI построены в [4] на основе результатов [1]. Эти разложения, записанные в общепринятой форме

$$P_i(t, \lambda) = P_{ip}(t, \lambda) + oP_{ip}(t, \lambda) \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (12)$$

где $P_{ip}(t, \lambda)$ - главная часть, представляющая собой (для главной части) суммы степеней λ с матричными коэффициентами, зависящими от времени, а $oP_{ip}(t, \lambda)$ - малый остаток разложения

$$P_{ip}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k [\bar{P}_{ik}(t) + \Pi_k P_i(\tau)], \quad (i = \overline{1, 3}) \quad (13)$$

где $\tau = (t-T)/\lambda$ - "растянутое" (или "быстрое") время. Остаток имеет порядок λ^{p+1} .

Коэффициенты разложений (13) $\bar{P}_{ik}(t)$ и $\Pi_k P_i(\tau)$ определяются с помощью известного алгоритма [1], заключающегося в подстановке разложений (13) в уравнения типа (5) для P_i вместо P_i и приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях λ в обеих частях уравнений, причем отдельно приравниваются коэффициенты, зависящие от t , и отдельно - зависящие от τ . Это и дает уравнения для определения коэффициентов (см. [3, 4]). Граничные условия для них записываются с учетом (9) тоже аналогично [1].

Сформулируем доказанную в [4] теорему как лемму 1:

Лемма 1. Пусть выполнены условия II-VI и определены коэффициенты разложений (13) до номера p включительно. Тогда p -ые матричные суммы (13) являются асимптотическими приближениями для матричных компонент $P_i(t, \lambda)$ при $\lambda \rightarrow 0$, равномерными на отрезке $0 \leq t \leq T$, то есть для остатков разложений выполняются оценки

$$\|P_i(t, \lambda) - P_{ip}(t, \lambda)\| \equiv \|oP_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1} O(1) \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (14)$$

где $\|O(1)\| \leq C$ для всех достаточно малых λ и всех $t \in [0, T]$, $C > 0$ - некоторая постоянная.

Для пограничных функций $\Pi_k P_i(\tau)$ ($i = \overline{1, 3}; k = 0, 1, \dots, p$) при этом справедливо неравенство

$$\|\Pi_k P_i(\tau)\| \leq C \exp(a\tau) \quad \text{при } \tau \leq 0, \quad (15)$$

где $a > 0$ - некоторая постоянная.

Асимптотика $W(t, \lambda)$. Получим асимптотику решения задачи (10)

$$W_i(t, \lambda) = W_{ip}(t, \lambda) + oW_{ip}(t, \lambda) \quad (i = \overline{1, 4}), \quad (16)$$

где асимптотическое приближение p -го порядка $W_{ip}(t, \lambda)$ будем искать по-прежнему как сумму степеней λ с матричными коэффициентами, зависящими отдельно от "медленного" времени t и "быстрого" времени τ , а именно:

$$W_{ip}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k [\bar{W}_{ik}(t) + \Pi_k W_i(\tau)] \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (17)$$

$$W_{4p}(t, \lambda) = \frac{1}{\lambda} \Pi_{-1} W_4(\tau) + \sum_{k=0}^p \lambda^k [\bar{W}_{4k}(t) + \Pi_k W_4(\tau)], \quad (18)$$

а остаток разложения $oW_{ip}(t, \lambda)$ подлежит оценке.

Для получения коэффициентов разложений (17), (18) согласно алгоритму [1] подставим эти и ранее полученные разложения (13) в уравнения (10) в качестве W_i и P_i соответственно. Приравнявая коэффициенты слева и справа при одинаковых степенях λ (отдельно для \bar{W} , \bar{P} и отдельно для ΠW , ΠP), получим уравнения для их определения. Граничные условия находятся также по алгоритму [1].

В результате в "минус" первом приближении (для коэффициентов при λ^{-1}) получаем уравнение и граничное условие

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_{-1}W_4}{d\tau} &\equiv -\Pi_{-1}W_4[A_4(T) - S_3(T)\bar{P}_{30}(T) - \\ &- S_3(T)\Pi_0P_3], \quad \Pi_{-1}W_4(0) = E_m. \end{aligned} \quad (19)$$

В нулевом приближении (при λ^0)

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{W}_{10}}{dt} &= -\bar{W}_{10}(A_1 - S_1\bar{P}_{10} - S_2\bar{P}'_{20}) - \\ &- \bar{W}_{20}(A_3 - S_2\bar{P}_{10} - S_3\bar{P}'_{20}), \quad \bar{W}_{10}(T) = E_n, \\ 0 &= -\bar{W}_{10}(A_2 - S_2\bar{P}_{30}) - \bar{W}_{20}(A_4 - S_3\bar{P}_{30}), \\ \frac{d\bar{W}_{30}}{dt} &= -\bar{W}_{30}(A_1 - S_1\bar{P}_{10} - S_2\bar{P}'_{20}) - \\ &- \bar{W}_{40}(A_3 - S_2\bar{P}_{10} - S_3\bar{P}'_{20}), \quad \bar{W}_{30}(T) = -\Pi_0P_3(0), \\ 0 &= -\bar{W}_{30}(A_2 - S_2\bar{P}_{30}) - \bar{W}_{40}(A_4 - S_3\bar{P}_{30}), \\ \frac{d\Pi_0W_1}{d\tau} &= 0, \quad \Pi_0W_1(0) = 0 \quad (\Pi_0W_1(\tau) \equiv 0), \\ \frac{d\Pi_0W_2}{d\tau} &= -\Pi_0W_1[A_2(T) - S_2(T)\bar{P}_{30}(T) - S_2(T)\Pi_0P_3] - \\ &- \Pi_0W_2[A_4(T) - S_3(T)\bar{P}_{30}(T) - S_3(T)\Pi_0P_3] + \Pi_0F_{W_2}(\tau), \\ \Pi_0W_2(0) &= -\bar{W}_{20}(T), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_0W_3}{d\tau} &= \int_{-\infty}^0 \Pi_0f_{W_3}(\sigma)d\sigma, \\ \frac{d\Pi_0W_4}{d\tau} &= -\Pi_0W_3[A_2(T) - S_2(T)\bar{P}_{30}(T) - S_2(T)\Pi_0P_3] - \\ &- \Pi_0W_4[A_4(T) - S_3(T)\bar{P}_{30}(T) - S_3(T)\Pi_0P_3] + \Pi_0F_{W_4}(\tau), \\ \Pi_0W_4(0) &= -\bar{W}_{40}(T), \end{aligned}$$

где $\Pi_0F_{W_2}(\tau) = [\bar{W}_{10}(T)S_2(T) + \bar{W}_{20}(T)S_3(T)]\Pi_0P_3$;
 $\Pi_0f_{W_3}(\tau) = -\Pi_{-1}W_4\{A_3(T) - S'_2(T)[\bar{P}_{10}(T) + \Pi_0P_1] -$
 $- S_3(T)[\bar{P}'_{20}(T) + \Pi_0P'_2]\}$;
 $\Pi_0F_{W_4}(\tau) = -\Pi_{-1}W_4\{[A_4^{(1)}(T) - S_3(T)\bar{P}_{30}^{(1)}(T) -$
 $- S_3^{(1)}(T) + (\bar{P}_{30}(T) + \Pi_0P_3)]\tau - S'_2(T)[\bar{P}_{20}(T) + \Pi_0P_2] -$
 $- S_3(T)[\bar{P}_{31}(T) + \Pi_1P_3]\} + [\bar{W}_{30}(T)S_2(T) +$
 $+ \bar{W}_{40}(T)S_3(T)]\Pi_0P_3$.

(выражения вида $F^{(1)}(T)$ обозначают здесь и далее первую производную функции $F(t)$ по времени t при $t = T$).

Согласно лемме из работы [3] при выполнении условий I-III, V, VI собственные числа матрицы $a(t) = A_4(t) - S_3(t)\bar{P}_{30}(t)$ лежат в левой полуплоскости для всех $t \in [0, T]$, так что $a(t)$ имеет для всех таких t обратную матрицу, и алгебраические уравнения из (20) разрешимы.

Таким же образом можно записать уравнения и конечные условия для определения последующих членов разложений (17), (18). Ввиду громоздкости они здесь не приводятся.

Пусть выполняется условие IV. При этом условии определим коэффициенты разложений (17), (18) до номера p включительно и составим суммы (17), (18) порядка p . Тогда справедлива

Лемма 2. При выполнении условий II-VI совокупность частичных сумм (17), (18) является равномерным асимптотическим приближением решения задачи (10) при $\lambda \rightarrow 0$ на отрезке $0 \leq t \leq T$ с точностью до порядка $p + 1$, то есть справедливы оценки

$$\|W_i(t, \lambda) - W_{ip}(t, \lambda)\| \equiv \|oW_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1}O(1) \quad (i = \overline{1, 4}), \quad (21)$$

где $O(1)$ - ограниченная на $[0, T]$ при всех достаточно малых λ функция ($\|O(1)\| \leq C, C > 0$ - некоторая постоянная). При этом все Π -функции имеют экспоненциальную оценку

$$\|\Pi_k W_i(\tau)\| \leq C \exp(a\tau) \quad \text{при } \tau \leq 0 \quad (i = \overline{1, 3}; k = 0, 1, \dots, p \text{ и } i = 4; k = -1, 0, 1, \dots, p), \quad (22)$$

где $a > 0$ - некоторая постоянная.

Доказательство можно провести аналогично [1] (но в матричной, а не в векторной записи). Сначала, как и в [1], доказывается экспоненциальное убывание Π -функций (22). Для этого последовательно (для $k = -1, 0, 1, \dots, p$) рассматриваются уравнения типа (19), (20) и с помощью теоремы об уравнении с почти постоянной матрицей [7] доказываются требуемые оценки (22). Затем доказывается сама асимптотика для $W_i(t, \lambda)$, то есть оценивается остаточный член $oW_{ip}(t, \lambda)$ из (16) в виде (21). Доказательство проводится для задачи (10) по аналогии с [1]. При этом необходимо учитывать асимптотику для $P_i(t, \lambda)$ ($i = \overline{1, 3}$) и, кроме того, неограниченное условие на конце для $W_4(t, \lambda)$. Все эти отличия, однако, не сказываются принципиально на ходе доказательства.

Асимптотика $M(t, \lambda)$. Получим теперь асимптотику решения задачи (11) в виде

$$M_i(t, \lambda) = M_{ip}(t, \lambda) + oM_{ip}(t, \lambda) \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (23)$$

$$W_{ip}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k [\bar{M}_{ik}(t, \lambda) + \Pi_k M_i(\tau)], \quad (i = \overline{1, 2}), \quad (24)$$

$$M_{3p}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k [\bar{M}_{3k}(t) + \Pi_k M_3(\tau)]. \quad (25)$$

Подставляя разложения (24), (25) и ранее полученные разложения (17), (18) в уравнения (11) в качестве M_i и W_i и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях λ в левой и правой частях уравнений (отдельно - коэффициенты, зависящие от t и отдельно - от τ), получим уравнения для определения коэффициентов разложений (24), (25). Подобно [1] найдем и конечные условия для коэффициентов.

В результате при λ^{-1} имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{M}_{3,-1}}{dt} &= 0, \quad \bar{M}_{3,-1}(T) = -\Pi_{-1}M_3(0), \\ \frac{d\Pi_{-1}M_3}{d\tau} &= \Pi_{-1}f_{M_3}(\tau) \equiv -\Pi_{-1}W_4S_3(T)\Pi_{-1}W'_4, \\ \Pi_{-1}M_3(0) &= \int_{-\infty}^0 \Pi_{-1}f_{M_3}(\sigma)d\sigma. \end{aligned} \quad (26)$$

При λ^0 :

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{M}_{10}}{dt} &= -\bar{W}_{10}S_1\bar{W}'_{10} - \bar{W}_{10}S_2\bar{W}'_{20} - \bar{W}_{20}S'_2\bar{W}'_{10} - \\ &- \bar{W}_{20}S_3\bar{W}'_{20}, \quad \bar{M}_{10}(T) = 0, \\ \frac{d\bar{M}_{20}}{dt} &= -\bar{W}_{10}S_1\bar{W}'_{30} - \bar{W}_{10}S_2\bar{W}'_{40} - \bar{W}_{20}S'_2\bar{W}'_{30} - \\ &- \bar{W}_{20}S_3\bar{W}'_{40}, \quad \bar{M}_{20}(T) = -\Pi_0M_2(0), \\ \frac{d\bar{M}_{30}}{dt} &= -\bar{W}_{30}S_1\bar{W}'_{30} - \bar{W}_{30}S_2\bar{W}'_{40} - \bar{W}_{40}S'_2\bar{W}'_{30} - \\ &- \bar{W}_{40}S_3\bar{W}'_{40}, \quad \bar{M}_{30}(T) = -\Pi_0M_3(0), \\ \frac{d\Pi_0M_1}{d\tau} &= 0, \quad \Pi_0M_1(0) = 0 \quad (\Pi_0M_1(\tau) \equiv 0), \\ \frac{d\Pi_0M_2}{d\tau} &= \Pi_0f_{M_2}(\tau), \quad \Pi_0M_2(0) = \int_{-\infty}^0 \Pi_0f_{M_2}(\sigma)d\sigma, \\ \frac{d\Pi_0M_3}{d\tau} &= \Pi_0f_{M_3}(\tau), \quad \Pi_0M_3(0) = \int_{-\infty}^0 \Pi_0f_{M_3}(\sigma)d\sigma, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\Pi_0f_{M_2}(\tau) = \{\bar{W}_{10}(T)S_2(T) + [\bar{W}_{20}(T) + \Pi_0M_2] \times$
 $\times S_3(T)\} \Pi_{-1}\bar{W}'_4$;

$\Pi_0f_{M_3}(\tau) = -\Pi_{-1}W_4\{S'_2(T)[\bar{W}'_{30}(T) + \Pi_0W'_3] +$
 $+ S_3(T)[\bar{W}'_{40}(T) + \Pi_0W'_4]\} - \{[\bar{W}'_{30}(T) + \Pi_0W_3]S_2(T) +$
 $+ [\bar{W}_{40}(T) + \Pi_0W_4]S_3(T)\} \Pi_{-1}\bar{W}'_4 - \tau \Pi_{-1}W_4S_3^{(1)}(T)\Pi_{-1}\bar{W}'_4$.

Таким же способом можно выписать уравнения и для последующих коэффициентов разложений (24), (25), которые не приводим ввиду их громоздкости.

Пусть мы нашли (при выполнении условия IV) члены разложений (24), (25) до номера p включительно и составили суммы (24), (25).

Лемма 3. При условиях II-VI суммы (24), (25) дают равномерные асимптотические приближения p -го порядка для компонент $M_i(t, \lambda)$ решения задачи (11) при $\lambda \rightarrow 0$ на отрезке $0 \leq t \leq T$, то есть справедливы оценки

$$\|M_i(t, \lambda) - M_{ip}(t, \lambda)\| \equiv \|oM_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1}O(1), \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (28)$$

где $\|O(1)\| \leq C$ на $[0, T]$ при всех достаточно малых λ ($C > 0$ - некоторая постоянная),

а все Π - функции подчиняются экспоненциальной оценке

$$\|\Pi_k M_i(\tau)\| \leq C \exp(a\tau) \quad \text{при } \tau \leq 0 \quad (i = \overline{1, 3};$$

$$k = 0, 1, \dots, p \text{ и } i=4; k = -1, 0, 1, \dots, p), \quad (29)$$

где $a > 0$ - некоторая постоянная.

Доказательство. Экспоненциальные оценки (29) очевидны в силу уравнений (26), (27) и экспоненциальных оценок (22) из леммы 2. Основная оценка (28) доказывается аналогично соответствующей оценке из [5].

АСИМПТОТИКА МАТРИЦЫ K И АСИМПТОТИКА РЕГУЛЯТОРА

Используя асимптотические приближения матриц P , W и M , получим асимптотическое приближение всей матрицы Риккати K . Составим матрицу

$$\tilde{K}(t, \lambda) = \tilde{P}(t, \lambda) + \tilde{W}'(t, \lambda)H'[\tilde{H}\tilde{M}(t, \lambda)H' + F^{-1}]^{-1}H\tilde{W}(t, \lambda), \quad (30)$$

где

$$\tilde{P}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} P_{1p}(t, \lambda) & \lambda P_{2p}(t, \lambda) \\ \lambda P'_{2p}(t, \lambda) & \lambda P_{3p}(t, \lambda) \end{bmatrix};$$

$$\tilde{W}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} W_{1p}(t, \lambda) & \lambda W_{2p}(t, \lambda) \\ W_{3p}(t, \lambda) & \lambda W_{4p}(t, \lambda) \end{bmatrix};$$

$$\tilde{M}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} M_{1p}(t, \lambda) & M_{2p}(t, \lambda) \\ M'_{2p}(t, \lambda) & M_{3p}(t, \lambda) \end{bmatrix};$$

при этом для $\tilde{K}(t, \lambda)$ примем аналогичное $K_1(t, \lambda)$ блочное представление

$$\tilde{K}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} K_{1p}(t, \lambda) & \lambda K_{2p}(t, \lambda) \\ \lambda K'_{2p}(t, \lambda) & \lambda K_{3p}(t, \lambda) \end{bmatrix}.$$

Теорема. При выполнении условий II-VI матричные функции $K_{ip}(t, \lambda)$ ($i = \overline{1, 3}$) являются p -ми асимпто-

тическими приближениями для функций $K_{1i}(t, \lambda)$ ($i = 1, \bar{3}$;) при $\lambda \rightarrow 0$, равномерными на отрезке $0 \leq t \leq T$, то есть

$$K_i(t, \lambda) = K_{ip}(t, \lambda) + oK_{ip}(t, \lambda) \quad (i = 1, \bar{3};), \quad (31)$$

где для остатков $oK_{ip}(t, \lambda)$ выполняются оценки

$$\|oK_{1p}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1}O(1),$$

$$\|oK_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^p O(1) \quad (i = 2, 3), \quad (32)$$

при $\lambda \rightarrow 0$ равномерно на $[0, T]$ (то есть в (32) $\|O(1)\| \leq C$ для $\forall t \in [0, T]$ и $\forall \lambda \in (0, \lambda^0]$, где $C > 0$ и $\lambda^0 > 0$ - некоторые постоянные).

Доказательство проводим в последовательности, принятой в [5]. Докажем сначала, что матрица $[H\tilde{M}(t, \lambda)H' + F^{-1}]^{-1}$ существует и равномерно ограничена при $t \in [0, T]$ и достаточно малых λ . Из леммы 3 имеем

$$\tilde{M}(t, \lambda) = M(t, \lambda) + O(\lambda^{p+1}), \quad (33)$$

где $M(t, \lambda)$ в соответствии с (8) равна

$$M(t, \lambda) = \int_t^T W(\sigma, \lambda) B(\sigma, \lambda) R^{-1}(\sigma) B'(\sigma, \lambda) W'(\sigma, \lambda) d\sigma.$$

Из последнего выражения видно, что матрица $M(t, \lambda)$ неотрицательно определенная (поскольку $R(t)$ положительно определенная). Поэтому согласно неравенству для определителя суммы двух матриц, одна из которых положительно определенная (в данном случае F^{-1}), а другая неотрицательно определенная ($HM(t, \lambda)H'$), для $\forall \lambda > 0$ и $\forall t \in [0, T]$

$$\det([HM(t, \lambda)H' + F^{-1}]) \geq \det F^{-1}. \quad (34)$$

Из (33), (34) следует, что при достаточно малых λ

$$\det[H\tilde{M}H' + F^{-1}] \geq \det[HMH' + F^{-1} + O(\lambda^{p+1})] = \det\left([HMH' + F^{-1}] + O(\lambda^{p+1}) \geq \frac{1}{2} \det[F^{-1}] > 0\right) \quad t \in [0, T].$$

Следовательно, $[H\tilde{M}(t, \lambda)H' + F^{-1}]^{-1}$ существует при всех $t \in [0, T]$ и всех достаточно малых λ .

Матрица $[H\tilde{M}(t, \lambda)H' + F^{-1}]^{-1}$ также равномерно ограничена при $t \in [0, T]$ и достаточно малых λ . Это следует из равномерной ограниченности исходной мат-

рицы $[HM(t, \lambda)H' + F^{-1}]^{-1}$ при $t \in [0, T]$ и $\lambda > 0$ как обратной к сумме положительно определенной постоянной матрицы F^{-1} и неотрицательно определенной, зависящей от t и λ матрицы $HM(t, \lambda)H'$:

$$\begin{aligned} [H\tilde{M}H' + F^{-1}]^{-1} &= [HMH' + F^{-1} + O(\lambda^{p+1})]^{-1} = \\ &= \{[HMH' + F^{-1}] \cdot [E + [HMH' + F^{-1}]^{-1}O(\lambda^{p+1})]\}^{-1} = \\ &= ([E + [HMH' + F^{-1}]^{-1}O(\lambda^{p+1})]^{-1} [HMH' + F^{-1}]^{-1}), \end{aligned}$$

то есть $[H\tilde{M}(t, \lambda)H' + F^{-1}]^{-1}$ в самом деле равномерно ограничена при $t \in [0, T]$ и достаточно малых $\lambda > 0$.

Теперь справедливость теоремы непосредственно следует из формулы (7) и лемм 1 - 3.

Из теоремы следует, что подстановка матрицы \tilde{K} в формулу (3) вместо K дает асимптотическое приближение регулятора с точностью до $O(\lambda^{p+1})$.

Синтезированы алгоритмы оценки потокосцеплений ротора и статора асинхронных двигателей при наличии постоянных погрешностей измерения тока и напряжения. Алгоритмы устраняют известную проблему "чистого" интегрирования и минимизируют объём вычислений. Рассмотрены вопросы помехозащищённости от эффекта квантования в преобразователе частоты с широтно-импульсной модуляцией.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Васильева А.Б. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений/ А.Б.Васильева, В.Ф.Бутузов. - М.: "Наука", 1973. - 272 с.
2. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления/ А. Брайсон, Хо Ю-Ши.- М."Мир", 1972. - 544с.
3. Kokotovic P.V. Singular Perturbations of Linear Regulators: Basic Theorems/ P.V. Kootovic, R.A. Yackel // IEEE Trans. on Automatic Control. - 1972. - V.17. - №1, February. - P.29-37.
4. Yackel R.A. Метод пограничного слоя для матричного уравнения Риккати/ R.A. Yackel P.V., Kokotovic// IEEE Trans. on Automatic Control. - 1973. - V.18. - №1, February. - P.17-24.
5. Глизер В.Я. Асимптотика решения одной сингулярно возмущенной задачи Коши, возникающей в теории оптимального управления/ В.Я. Глизер, М.Г. Дмитриев// Дифференциальные уравнения. - 1978. - Т.14. -, №4. - С.601-612.
6. Козырев В.Г. Терминальная ошибка почти точного оптимального приведения в ноль/ Динамические системы: межвед. науч. сб. - Симферополь: КФТ. - 2001. - Вып. 17. - С. 18-22.
7. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. - М.: "Наука", 1967. - 472 с.

Надійшла 26.09.2003

Побудовано асимптотичне наближення оптимального термінального регулятора виходу сингулярно збурених систем, рівномірне за область керування. Наближення представлено в загальній композиційній формі рішення лінійно-квадратичної задачі оптимального керування.

An uniform at control field asymptotic approximation of the optimal terminal output regulator of a singular perturbed system is constructed. The approximation is presented in the general composition form of a linear quadratic optimal control solution of problem.

А.А. Худяев

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА И ЗАКОНЫ САМОНАСТРОЙКИ ТОЧНОГО КАНАЛА ИТЕРАЦИОННОЙ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Рассматриваются экстремальные характеристики показателя эффективности и законы самонастройки полосы пропускания второго, точного канала итерационной двухканальной системы управления при изменении интенсивности случайных помех в каналах.

Для повышения точности воспроизведения полезного сигнала при наличии существенных аддитивных помех, приводимых ко входу канала управления, может быть использован итерационный принцип "грубого" и "точного" воспроизведения сигнала, реализуемый с помощью многоканальных, в частности двухканальных, систем управления, получивших название итерационных [1].

В работе [2] введен критерий качества итерационных двухканальных систем управления при случайных входных воздействиях, характеризующий эффективность использования второго, точного, (или компенсирующего) канала, в виде выигрыша в точности G , равного отношению установившихся значений дисперсий ошибок первого, грубого, (или основного) канала $\overline{\delta^2}$ и двухканальной системы в целом $\overline{\varepsilon^2}$: $G = \overline{\delta^2} / \overline{\varepsilon^2}$. $x(t)$ и $f(t)$, $\varphi(t)$ полезный сигнал системы и две помехи, приведенные ко входам соответственно первого и второго каналов управления, представляют некоррелированные между собой стационарные случайные процессы, заданные типовыми спектральными плотностями $S_x(\omega)$ и $S_f(\omega)$, $S_\varphi(\omega)$ вида

$$S_x(\omega) = \frac{S_x(0)}{\omega^2(T_x^2\omega^2 + 1)}, \quad S_f(\omega) = \frac{S_f(0)}{T_f^2\omega^2 + 1},$$

$$S_\varphi(\omega) = \frac{S_\varphi(0)}{T_\varphi^2\omega^2 + 1}, \quad (1)$$

где $S_x(0)$, $S_f(0)$, $S_\varphi(0)$ и T_x , T_f , T_φ - начальные (при $\omega = 0$) значения спектральных плотностей и постоянные времени корреляции случайных процессов $\dot{x}(t)$, $f(t)$, $\varphi(t)$; $\dot{x}(t)$ - стационарный случайный процесс, соответствующий первой производной изменения полезного сигнала; $\omega = 2\pi\Omega$ - угловая частота (скорость), рад/с.

В работе [3] на основании введенного критерия G определены суммарные функционалы качества, позволяющие анализировать влияние полосы пропускания Ω_2 второго, точного, канала и характеристик входных сигналов $\dot{x}(t)$, $f(t)$, $\varphi(t)$ на эффективность и процессы экстремальной самонастройки итерационных двухканальных систем с различными заданными эталонными операторами каналов. При этом в случае, когда эталонные операторы первого и второго каналов различны и соответствуют колебательному и аperiodическому звеньям (первый вариант итерационной двухканальной системы), а помехи $f(t)$ и $\varphi(t)$ представляют собой белый шум ($T_f = T_\varphi = 0$), реальные операторы каналов $W_1^*(p)$, $W_2^*(p)$ и выигрыш в точности G имеют вид

$$W_1^*(p) = \frac{1}{r_1^2 p^2 + 2\xi_1 r_1 p + 1}, \quad W_2^*(p) = \frac{z}{r_1 p + z}; \quad (2)$$

$$G = G_1 = \frac{1 + \mu_0}{2\xi_1 \lambda_0} \cdot \frac{z^2 + 2\xi_1 z + 1}{z^3 + 2\xi_1 z^2 + z + \frac{1}{2\xi_1 \lambda_0}}, \quad (3)$$

а в случае, когда эталонные операторы каналов одинаковы и совпадают с оператором фильтра Боттерворта 2-го порядка (второй вариант двухканальной системы), соответственно получено

$$W_1^*(p) = \frac{1}{r_1^2 p^2 + \sqrt{2} r_1 p + 1}, \quad (4)$$

$$W_2^*(p) = \frac{z^2}{r_1^2 p^2 + \sqrt{2} z r_1 p + z^2};$$

$$G = G_2 = \frac{1 + \mu_0}{\lambda_0} \cdot \frac{z^3 + z^2 + z + 1}{z^4 + z^3 + z^2 + \left(1 + \frac{2}{\lambda_0}\right) z + \frac{1}{\lambda_0}}, \quad (5)$$

где

$$z = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad \lambda_0 = \frac{S_\varphi(0)}{S_f(0)}; \quad (6)$$

$$\mu_0 = \frac{8\xi_1^3 r_1^2}{\gamma_x} \cdot \frac{S_x(0)}{S_f(0)}, \quad \xi_1 = \xi_2,$$

$$\gamma_x = \frac{T_x}{r_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_x} = \frac{\omega_1}{\omega_x}, \quad \Omega_x = T_x^{-1}. \quad (7)$$

Здесь: r_1, r_2 - формирующие параметры (масштабные множители) соответственно первого и второго каналов, имеющие размерность времени [4]; в этом случае собственная частота $\Omega_i = r_i^{-1}$ ($i=1,2$) определяет полосу пропускания соответствующего i -го канала с эталонной настройкой, c^{-1} ; ξ_2 - коэффициент демпфирования первого канала с эталонной настройкой; $p = d/dt$ - оператор дифференцирования по времени.

Для удобства анализа влияния параметров входных воздействий на качество итерационной системы с заданным первым каналом ($r_1 = \text{const}$) спектральные плотности (1) могут быть представлены в виде

$$S_x(\omega) = \frac{S_x(0)}{\omega^2(\gamma_x^2 r_1^2 \omega^2 + 1)}, \quad S_f(\omega) = \frac{S_f(0)}{\gamma_f^2 r_1^2 \omega^2 + 1},$$

$$S_\varphi(\omega) = \frac{S_\varphi(0)}{\gamma_\varphi^2 r_1^2 \omega^2 + 1}, \quad (8)$$

где

$$\gamma_f = \frac{T_f}{r_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_f} = \frac{\omega_1}{\omega_f}, \quad \Omega_f = T_f^{-1};$$

$$\gamma_\varphi = \frac{T_\varphi}{r_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_\varphi} = \frac{\omega_1}{\omega_\varphi}, \quad \Omega_\varphi = T_\varphi^{-1}, \quad (9)$$

Из (6), (7), (9) следует, что безразмерный параметр z характеризует отношение полос пропускания точного и грубого каналов и определяется отношением их собственных частот; параметры γ_x и γ_f, γ_φ - отношение полосы пропускания основного (грубого) канала к ширине спектра производной полезного сигнала Ω_x и спектров помех Ω_f, Ω_φ соответственно. Обычно для воспроизводящих систем полезный сигнал $x(t)$ узкополосен, т. е. $T_x \gg r_1$ и $\gamma_x^{-1} \ll 1$, а помехи $f(t)$ и $\varphi(t)$ близки к процессам типа белого шума, т. е. $T_f \gg r_1, T_\varphi \gg r_1$ и $\gamma_f \ll 1, \gamma_\varphi \ll 1$.

Используем полученные результаты для подготовки решения общей задачи синтеза адаптивной итерационной двухканальной воспроизводящей системы с эталонной настройкой каналов управления. Для этого в рамках статьи рассмотрим экстремальные характеристики показателя эффективности G и получим законы самонастройки формирующего параметра r_2 точного канала при изменении интенсивности мешающих воздействий $f(t)$ и $\varphi(t)$ в каналах двухканальной системы.

1 ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОКАЗАТЕЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ G И ЗАКОНЫ САМОНАСТРОЙКИ ФОРМИРУЮЩЕГО ПАРАМЕТРА r_2 ТОЧНОГО КАНАЛА

Формулы выигрышей в точности (3) и (5) и результаты их предварительного анализа, полученные в [3], позволяют оценить целесообразность осуществления самонастройки точного канала W_2^* по одному параметру

$$z = \frac{r_1^*}{r_2} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1^*}, \quad \text{где } r_1^* = (\Omega_1^*)^{-1} = \text{const}, \quad \text{и определить}$$

законы самонастройки. Самонастраивающаяся система, работающая по тому или иному принципу, должна обеспечить настройку параметра компенсирующего (точного) канала z на оптимальное значение показателя эффективности G_{\max} при заданном оптимальном значении формирующего параметра основного канала $r_1 = r_1^*$.

Выбор значения r_1^* может быть осуществлен в результате решения задачи последовательного синтеза каналов итерационной системы [4].

Для более сложных структур оператора точного канала, отличающихся от эталонных, может иметь место несколько перестраиваемых параметров z_i . При этом для настройки параметров точного канала может быть применен метод градиента, при котором, в общем случае, $\vec{z}(t) = \vec{C} \cdot \text{grad}G[\vec{z}(t), \mu(t), \lambda(t)]$, где \vec{C} - вектор скалярных множителей; $\vec{z}(t)$ - вектор функции скоростей изменяемых параметров; $\mu(t) \equiv \mu[\mu_0(t), \gamma_x(t), \gamma_f(t)]$ и $\lambda(t) \equiv \lambda[\lambda_0(t), \gamma_f(t), \gamma_\varphi(t)]$ - параметры-функции, характеризующие относительную точность первого (основного) канала.

Для рассматриваемых случаев функционалов качества (3) и (5) с одним перестраиваемым параметром z и $\mu(t) = \mu_0, \lambda(t) = \lambda_0$ составляющая $\text{grad}G$ будет равна.

Для первого варианта (3):

$$\frac{\partial G_1}{\partial z} = \frac{1 + \mu_0}{2\xi_1 \lambda_0} \cdot \frac{P_0(z, \lambda_0)}{\left(z^3 + 2\xi_1 z^2 + z + \frac{1}{2\xi_1 \lambda_0}\right)^2}, \quad (10)$$

где

$$P_0(z, \lambda_0) = -z^4 - 4\xi_1 z^3 - 2(1 + 2\xi_1^2)z^2 + \frac{1}{\xi_1} \left(\frac{1}{\lambda_0} - 4\xi_1^2 \right) z + \frac{1}{\lambda_0} - 1.$$

Оптимальное значение $z = z_{\text{opt}}$, при котором достигается максимальное значение $G_{1\max}$, может быть определено из уравнения $P_0(z_{\text{opt}}, \lambda_0) = 0$. Для графического решения уравнения последнее удобно представить в виде

$$\frac{1}{\lambda_0} = 1 + \frac{z_{onm}^4 + 4\xi_1 z_{onm}^3 + 2(1 + 2\xi_1^2)z_{onm}^2 + \left(4\xi_1 - \frac{1}{\xi_1}\right)z_{onm}}{1 + \frac{1}{\xi_1}z_{onm}}. \quad (11)$$

Из (11) видно, что при $\xi_1 \geq 0,5$ экстремум имеет место для значений $\lambda_0 < 1$, т. е. при интенсивности помех в компенсирующем канале меньшей, чем в основном $S_\varphi(0) < S_f(0)$. Заметим, что в рассматриваемом случае при $\xi_1 = const$ оптимальные значения z_{onm} , определяющие закон самонастройки точного канала ($r_{2onm} = z_{onm}^{-1} r_1^*$), зависят только от отношения $\lambda_0 = S_\varphi(0) / S_f(0)$ спектральных плотностей мешающих воздействий $\varphi(t)$ и $f(t)$ на входе соответственно второго и первого каналов. Соответствующие графики зависимости z_{onm} от λ_0 при $\xi_1 = 0,1; \sqrt{2}/2$ приведены на рис. 1, а (кривые 1). Из (3), (11) найдем экстремальное (максимальное) значение $G_1 = G_{1max}$, зависимость которого $(1 + \mu_0)^{-1} G_{1max}$ от λ_0 при $\xi_1 = 0,1 \sqrt{2}/2$ приведена на рис. 1, б (кривые 1).

Для второго варианта (5)

$$\frac{\partial G_2}{\partial z} = \frac{1 + \mu_0}{\lambda_0} \cdot \frac{Q_0(z, \lambda_0)}{\left[z^4 + z^3 + z^2 + \left(1 + \frac{2}{\lambda_0}\right)z + \frac{1}{\lambda_0} \right]^2},$$

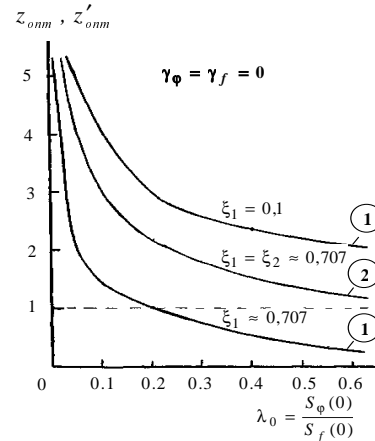
где

$$Q_0(z, \lambda_0) = -z^6 - 2z^5 - 3z^4 - 4\left(1 - \frac{1}{\lambda_0}\right)z^3 - 3\left(1 - \frac{5}{3\lambda_0}\right)z^2 - 2\left(1 - \frac{1}{\lambda_0}\right)z - \frac{1}{\lambda_0} - 1.$$

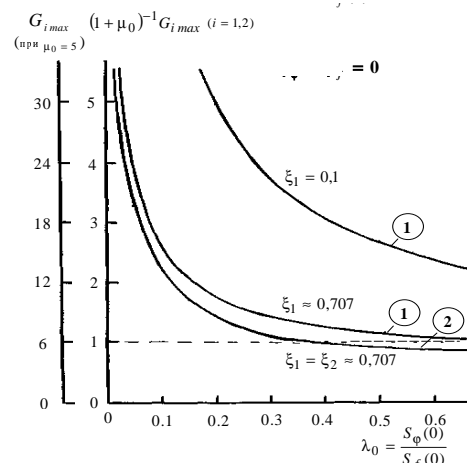
Решив уравнение $Q_0(z'_{onm}, \lambda_0) = 0$, найдем оптимальное значение $z = z'_{onm}$, при котором достигается максимальное значение G_{2max} . Уравнение удобно представить в виде

$$\frac{1}{\lambda_0} = 1 + \frac{(z'_{onm})^6 + 2(z'_{onm})^5 + 3(z'_{onm})^4 - 2(z'_{onm})^2 + 2}{4(z'_{onm})^3 + 5(z'_{onm})^2 + 2z'_{onm} - 1}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что в данном случае, при принятых $\xi_1 = \xi_2 = \sqrt{2}/2$ экстремум имеет место также для значений $\lambda_0 < 1$, т. е. при $S_\varphi(0) < S_f(0)$. Однако, в отличие от первого варианта, это условие выполняется уже только при $z'_{onm} \geq 0,3$. Графики зависимостей оптимальных значений z'_{onm} и $(1 + \mu_0)^{-1} G_{2max}$ от λ_0 приведены соответственно на рис. 1, а (кривая 2) и рис. 1, б (кривая 2).



а)



б)

Рисунок 1 - Графики экстремальных зависимостей $z_{onm} = z_{onm}(\lambda_0)$, $z'_{onm} = z'_{onm}(\lambda_0)$ - (а) и $(1 + \mu_0)^{-1} G_{1max} = \Psi_1(\lambda_0)$, $(1 + \mu_0)^{-1} G_{2max} = \Psi_2(\lambda_0)$ - (б) для первого (кривые 1) и второго (кривые 2) вариантов задания эталонных операторов итерационной двухканальной системы

Если отношение λ_0 может быть прямо или косвенно измерено, то при известных неизменяемых параметрах основного канала (ξ_1, r_1^*) зависимости

$$r_{2onm} = z_{onm}^{-1}(\lambda_0) r_1^*, \quad r'_{2onm} = [z'_{onm}(\lambda_0)]^{-1} r_1^*,$$

определяют законы самонастройки формирующего параметра точного канала итерационной двухканальной системы для соответствующих рассмотренных вариантов задания ее эталонных операторов.

Из рис. 1 следует, что эффективность введения точного канала W_2^* , оцениваемая по оптимальному значению выигрыша в точности G_{imax} ($i=1,2$), повышается с уменьшением λ_0 (с уменьшением интенсивности помехи $\varphi(t)$ во втором канале) и с увеличением μ_0 для обоих

рассмотренных вариантов. Так, например, при $\xi_1 = \xi_2 = \sqrt{2}/2$, $\lambda_0 = 0,2$ и $\mu_0 = 5$ имеем: $G_{1max} = 10,5$; $G_{2max} = 8,1$, т. е. дисперсия ошибки итерационной системы при оптимальной настройке параметров точного канала уменьшилась более чем в 10 раз (для первого варианта) и более чем в 8 раз (для второго варианта) по сравнению с дисперсией ошибки основного канала. Вместе с тем, в первом случае такое повышение точности имеет место при полосе пропускания второго канала, примерно равной полосе пропускания первого (при $\lambda_0 = 0,2$ $z_{onm} \approx 1$), а во втором случае - требует расширения полосы пропускания второго канала более чем в 2 раза по сравнению с первым (при $\lambda_0 = 0,2$ $z'_{onm} \approx 2,2$).

В связи с этим желательно, чтобы при узкополосном полезном сигнале $x(t)$ и широкополосной помехе $f(t)$ ($\Omega_1 \ll \Omega_f$) что имеет место в рассматриваемом случае, основная система (первый канал) W_1^* обеспечивала бы достаточно хорошее сглаживание помехи, при котором $\overline{\delta_f^2} < \overline{\delta_x^2}$ и $\mu_0 > 1$.

Практический интерес может представлять и случай, когда ширина спектра Ω_f помехи $f(t)$ в основном канале сопоставима с полосой пропускания канала Ω_1 . Тогда, полагая $\gamma_f \neq 0$ и $\gamma_\varphi = 0$, для выигрыша в точности G_1 вместо (3) получим [3]

$$G_1 = \frac{1+\mu}{2\xi_1\lambda_0\left(1+\frac{c\gamma_f}{2\xi_1}\right)} \cdot \{(z^2 + 2\xi_1 z + 1) \times (\gamma_f z + 1)\} / \{z(z^2 + 2\xi_1 z + 1)(\gamma_f z + 1) + \left[2\xi_1\lambda_0\left(1+\frac{c\gamma_f}{2\xi_1}\right)\right]^{-1} [(\gamma_f - c\gamma_f)z + 1]\}, \quad (13)$$

где

$$\mu = \mu_0 \frac{(2\xi_1 + c\gamma_f)(1 + a_{\xi_1} \gamma_x^{-1})}{2\xi_1(1 + 2\xi_1 \gamma_x^{-1} + \gamma_x^{-2})},$$

$$c\gamma_f = \frac{2\xi_1 \gamma_f^2}{1 + 2\xi_1 \gamma_f},$$

$$a_{\xi_1} = \frac{1 + 4\xi_1^2}{8\xi_1^3}.$$

После дифференцирования (13) и преобразования результата к удобному для дальнейшего анализа виду для найдем

$$\frac{\partial G_1}{\partial z} = \frac{1+\mu}{2\xi_1\lambda_0\left(1+\frac{c\gamma_f}{2\xi_1}\right)} \cdot [Q(z, \lambda_0, \gamma_f) - P(z, \lambda_0, \gamma_f)] / \left\{ \gamma_f z^4 + (1 + 2\xi_1 \gamma_f) z^3 + (2\xi_1 + \gamma_f) z^2 + \left[1 + \left[2\xi_1\lambda_0\left(1+\frac{c\gamma_f}{2\xi_1}\right)\right]^{-1} (\gamma_f - c\gamma_f)\right] z + \left[2\xi_1\lambda_0\left(1+\frac{c\gamma_f}{2\xi_1}\right)\right]^{-1} \right\}^2; \quad (14)$$

где

$$Q(z, \lambda_0, \gamma_f) = \frac{2\gamma_f z}{\lambda_0(1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2)} \times \left[\frac{\gamma_f}{4\xi_1} z^2 + \left(\frac{1}{\xi_1} + 2\gamma_f\right) z + 2(1 + \xi_1 \gamma_f) \right]; \quad (15)$$

$$P(z, \lambda_0, \gamma_f) = \gamma_f^2 z^6 + 2\gamma_f(1 + 2\xi_1 \gamma_f) z^5 + 2\left[\frac{1}{2} + 4\xi_1 \gamma_f + (1 + 2\xi_1^2) \gamma_f^2\right] z^4 + 4\xi_1 \left[1 + \left(\frac{1}{\xi_1} + 2\xi_1\right) \gamma_f + \gamma_f^2\right] z^3 + 2\left[1 + 2\xi_1^2 + 4\xi_1 \gamma_f + \frac{1}{2} \gamma_f^2\right] z^2 - \left\{ \left[\xi_1 \lambda_0 (1 + 2\xi_1 \gamma_f + \gamma_f^2) \right]^{-1} - 2(2\xi_1 + \gamma_f) \right\} z - \frac{1}{\lambda_0} + 1.$$

Оптимальное значение $z_{onm} = z_{onm}(\xi_1, \lambda_0, \gamma_f)$ может быть определено из уравнения

$$Q(z, \lambda_0, \gamma_f) = P(z, \lambda_0, \gamma_f). \quad (16)$$

Из (14) - (16) видно, что при $\gamma_f = \frac{\Omega_1}{\Omega_f} = 0$

$\Omega_f \rightarrow \infty$) и $\lambda_0 = \lambda_0^* = const$, когда $Q(z, \lambda_0^*, \gamma_f) = 0$, уравнение (14) совпадает с (10), а уравнение (17) - с (11), и z_{onm} может быть определено графически точками пересечения функции $P(z, \lambda_0^*)$ с осью абсцисс. При $\gamma_f = \gamma_f^* = const \neq 0$ z_{onm} определяется уже абсци-

ссами точек пересечения функций $Q(z, \lambda_0^*, \gamma_f)$ и $P(z, \lambda_0^*, \gamma_f)$.

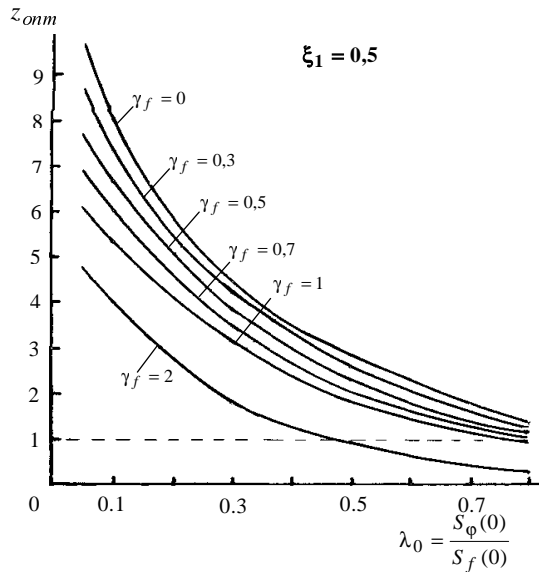


Рисунок 2 - График зависимости $z_{онм} = z_{онм}(\lambda_0, \gamma_f)$ при $\xi_1 = 0,5$

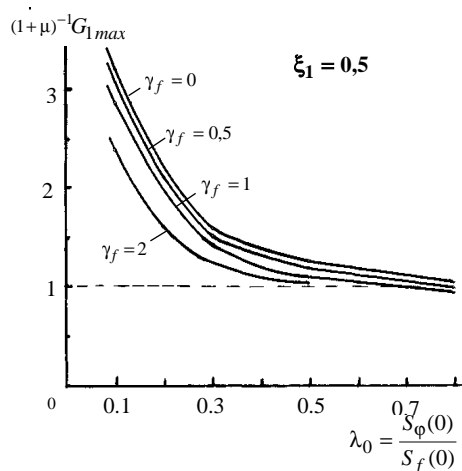


Рисунок 3 - График зависимости $(1 + \mu_0)^{-1} G_{1max} = F(\lambda_0, \gamma_f)$ при $\xi_1 = 0,5$

На рис.2 и рис.3 приведены результаты решения уравнения (17), полученные при $\xi_1 = 0,5$: графики оптимальных значений $z_{онм} = z_{онм}(\lambda_0, \gamma_f)$ (см. рис.2) и соответствующие максимальные значения величины $(1 + \mu_0)^{-1} G_1 = F(\lambda_0, \gamma_f)$ (см. рис.3), определяющей выигрыш в точности (13). Из графиков видно, что при $\lambda_0 = \text{const}$ с увеличением γ_f $z_{онм}$ уменьшается, что

физически очевидно. С ростом γ_f спектр сигнала, который должен воспроизводиться на выходе компенсирующего канала, сужается и это позволяет соответствующим образом уменьшить его полосу пропускания Ω_2 . Вместе с тем, легко заметить, что влияние γ_f несущественно для значений $0 < \gamma_f < 1$. При ширине спектра помехи $f(t)$, превышающем полосу пропускания основной системы ($\Omega_1 < \Omega_f$), имеет место закономерность: чем больше λ_0 , тем ближе $z_{онм}$ к его значению при белом шуме ($\gamma_f = 0$).

Обобщая, можно сказать, что слабая зависимость экстремальных характеристик функционала качества G от γ_f (см. рис.2,3) существенно облегчает решение задачи создания самонастраивающейся двухканальной системы, ибо изменение физических параметров второго, точного канала может производиться только в зависимости от одной относительной величины λ_0 , в основном определяющей влияние изменения интенсивности помех на оптимальные значения формирующего параметра точного канала $r_{2онм} = z_{онм}^{-1}(\lambda_0) r_1^*$.

2 РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Экспериментальное исследование итерационной двухканальной воспроизводящей системы с самонастройкой точного канала выполнено на аналоговой электронной модели согласно структурной схеме, приведенной в работе [4] (см. рис.2), для первого варианта (2) задания операторов автономных каналов W_1^* , W_2^* и мешающих воздействий $f(t)$, $\varphi(t)$, определяемых равенствами (8).

При этом $r_1 = r_1^* = 0,1$ с; $\xi_1 = 0,5$; $\gamma_f = \gamma_\varphi = 0,33$.

На рис.4 приведены осциллограммы изменения переходных характеристик итерационной двухканальной системы (выходной величины $y(t)$) по задающему воздействию $x(t)$ при изменении формирующего параметра точного канала $r_2^* = z_{онм}^{-1} r_1^*$ в рабочей области экстремальных характеристик системы: $z_{онм} = 1$ (вторая осциллограмма); $z_{онм} = 3,3$ (третья осциллограмма); $z_{онм} = 10$ (четвертая осциллограмма); (время развертки равно $T_{раз} = 9$ с). При этом на вход системы подавалась последовательность прямоугольных импульсов длительностью $T_u = 1,5$ с, которая при $z_{онм} \geq 10$ практически без искажений воспроизводилась на выходе $y(t)$. На первой осциллограмме показана ошибка $\delta_x(t) = \varepsilon_{1x}(t) = [1 - W_1^*(p)]x(t)$ основной системы W_1^* , поступающая для обработки на вход второго, точного канала W_2^* .

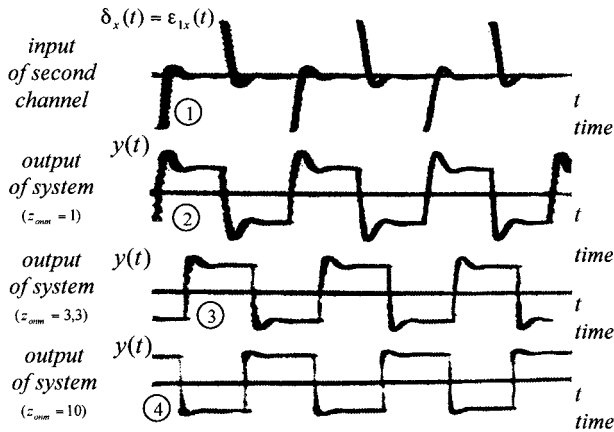


Рисунок 4 - Осциллограммы изменения переходных характеристик итерационной двухканальной системы при различных настройках второго, точного канала

На рис.5 показаны осциллограммы случайных процессов ошибок $\delta_f(t) = -W_1^*(p)f(t)$ и $\epsilon_f(t) = [1 - W_2^*(p)]\delta_f(t)$ итерационной системы по случайной помехе $f(t)$ при различных z_{omn} . Первая осциллограмма представляет внешнее воздействие $f(t)$; вторая (при $z_{omn} = 0$) соответствует ошибке одноканальной (грубой) системы $\delta_f(t) = \epsilon_{1f}(t)$; третья, четвертая, пятая и шестая - ошибке итерационной двухканальной системы $\epsilon_f(t)$ при $z_{omn} = 1; 2; 5; 10$ (время развертки равно $T_{раз} = 9$ с). Видно, что при $z_{omn} \geq 0$ ошибка $\epsilon_f(t)$ от действия помехи $f(t)$ на выходе системы практически отсутствует.

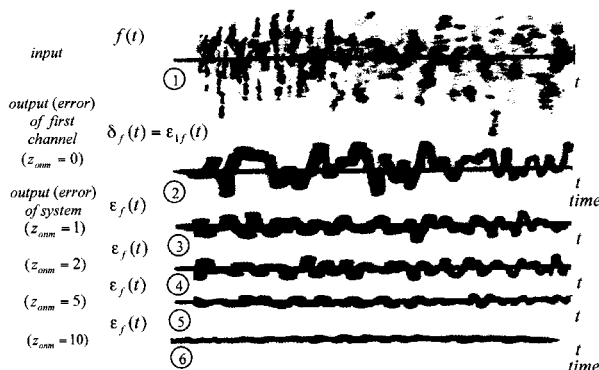


Рисунок 5 - Осциллограммы ошибок $\delta_f(t)$, $\epsilon_f(t)$ итерационной двухканальной системы по случайной помехе $f(t)$ при различных z_{omn}

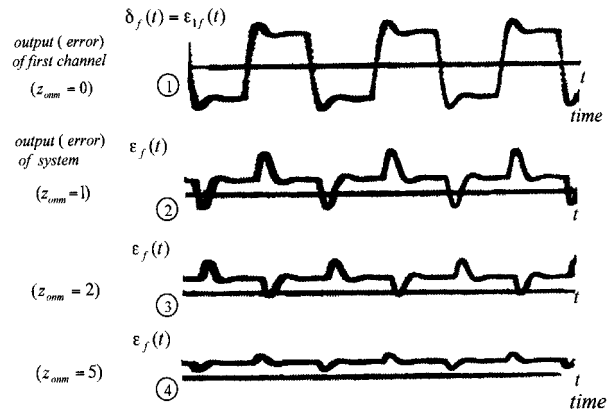


Рисунок 6 - Осциллограммы ошибок $\delta_f(t)$, $\epsilon_f(t)$ итерационной двухканальной системы по помехе в виде последовательности прямоугольных импульсов при $x(t) = 0$, $\varphi(t) = \text{const}$ и при различных z_{omn}

На рис.6 показаны осциллограммы для ошибок $\delta_f(t)$ и $\epsilon_f(t)$ итерационной системы, характеризующие процесс компенсации детерминированной помехи $f(t)$ в виде последовательности прямоугольных импульсов той же длительности $T_u = 1,5$ с при перестройке формирующего параметра точного канала r_2^* (при этом $x(t) = 0$, $\varphi(t) = \text{const}$): первая осциллограмма - при $z_{omn} = 0$ (первый, грубый канал); вторая, третья и четвертая - при значениях $z_{omn} = 1; 2; 5$.

Приведенные осциллограммы динамических процессов и другие результаты экспериментальных исследований подтверждают возможность компенсации ошибок и эффективность перестройки физических параметров точного канала итерационной двухканальной системы при изменении характеристик внешних воздействий. При этом возможная цепь самонастройки сравнительно проста и должна включать в себя два измерителя дисперсий сигналов $f(t)$, $\varphi(t)$ и делитель (определяющий их отношение), напряжение, с выхода которого может использоваться для изменения параметров настройки точного канала. Такое изменение параметров в процессе самонастройки не приводит к нарушению устойчивости двухканальной системы (если сохраняется устойчивость точного канала), а также не сопряжено с необходимостью параметрического или сигнального воздействия на основную систему (грубый канал), которая может иметь значительное усиление по мощности.

ВЫВОДЫ

1. Определены экстремальные характеристики показателя эффективности G и получены законы самонастройки $r_{2omn} = z_{omn}^{-1}(\lambda_0)r_1^*$, $r'_{2omn} = [z'_{omn}(\lambda_0)]^{-1}r_1^*$ формирующего параметра r_2 точного канала при

изменении интенсивности мешающих воздействий $f(t)$ и $\varphi(t)$ в каналах управления итерационной двухканальной системы. При этом максимальные значения выигрыша в точности G_{max} тем больше, чем больше параметр μ_0 и меньше параметр λ_0 .

2. Показано, что при заданных параметрах первого, грубого, канала ($r_1 = r_1^* = const, \xi_1 = const$) и широкополосной помехе $\varphi(t)$ в точном канале оптимальные значения перестраиваемого параметра точного канала r'_{2onm}, r'_{2onm} , определяющие оптимальную полосу пропускания двухканальной системы, зависят в основном от соотношения $\lambda_0 = S_\varphi(0)/S_f(0)$ интенсивностей помех в точном и грубом каналах и практически не зависят от постоянной времени корреляции T_f случайной помехи $f(t)$ в грубом канале системы.

3. Приведены результаты экспериментальных исследований, подтверждающие эффективность перестройки параметров точного канала для достижения максимальной степени компенсации ошибок итерационной двухканальной системы управления при изменении внешних воздействий.

УДК 681.511.46

Е.А. Шушляпин, О.Г. Подольская

УПРАВЛЕНИЕ ТЕРМИНАЛЬНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИСКРЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ МЕТОДОМ КОНЕЧНОГО СОСТОЯНИЯ

Предложена модификация метода конечных состояний для синтеза управлений многомерными нелинейными дискретными по времени терминальными системами с дифференцируемыми нелинейностями. Рассмотрен пример.

ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Многие модели динамических систем имеют описание в виде систем нелинейных конечно-разностных уравнений. Такие модели особенно характерны для описаний сложных систем, в частности, экономических процессов. В качестве примеров можно привести модели из работ [1 - 3]. Для управления подобными системами широко используются методы конечномерной оптимизации (математического программирования), поскольку в дискретных по времени задачах количество искомых значений управляющих воздействий конечно. Тем не менее, зачастую размерность таких задач чрезмерно велика даже для современных компьютеров и существует необходимость разработки более быстродействующих методов. Для решения задачи такого рода используются несколько подходов. Для задач с дискретными мно-

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Осмоловский П. Ф. Итерационные многоканальные системы автоматического управления. - М.: Сов. радио, 1969. - 256 с.
2. Худяев А. А. Критерии эффективности итерационных двухканальных воспроизводящих систем при случайных воздействиях // Электромашиностроение и электрооборудование. - 2002. - № 58. - С. 92 - 96.
3. Худяев А. А. Суммарные функционалы качества итерационных двухканальных систем управления с эталонной настройкой и при случайных воздействиях // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. - 2003. - № 3(9). - С. 142-149.
4. Худяев А. А., Гвоздева Е. В. Автоматизированное проектирование итерационных многоканальных систем с эталонной настройкой каналов // Вестник ХГПУ. Сборник научных трудов. Тематический выпуск 113. - Харьков: ХГПУ, 2000. - С. 49-56.

Надійшла 11.03.2003
Після доробки 15.10.2003

Розглядаються екстремальні характеристики показника ефективності і закони самонастроювання смуги пропускання другого, точного, каналу ітераційної двокальної системи керування при змінюванні інтенсивності випадкових завад в каналах.

Extreme responses of efficiency index and laws of second, precision channel bandwidth self-adjusting of the iterative type two-channel control system upon changing of random noise intensity in channels are considered.

жествами состояний существуют методы, объединенные названием "методы последовательного анализа вариантов", когда ищутся процедуры отбраковки на ранних стадиях просмотра неконкурентоспособных подмножеств вариантов. К ним относятся такие известные методы, как динамическое программирование, ветвей и границ и другие [4]. Задачи с непрерывными состояниями также можно приближенно решать этими методами, вводя дискретизацию состояний. Другое направление - замена тем или иным образом многомерной задачи математического программирования совокупностью задач меньшей размерности. Зачастую здесь существенную роль играют частные свойства моделей систем и постановок задач их оптимизации.

В данной работе предлагается метод, относящийся к последней из упомянутых групп, ориентированный на терминальные задачи вида

$$J = J(x_N) \rightarrow J^*,$$

$$x_j = \Phi(j, x_{j-1}) + B_j u_j, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad x_0 = x^0, \quad (1)$$

где x, u - соответственно n - и r - мерные векторы состояния и управления, x^0 - известный вектор начальных условий, j - индекс, указывающий на номер дискретной точки по оси времени, Φ - непрерывная вместе со своими частными производными первого порядка вектор-функция, B - ($n \times r$) - матрица коэффициентов при r - мерном векторе управления $u(t)$.

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ СОСТОЯНИЙ

Для решения аналогичных (1) задач в непрерывном времени нами предложен терминальный метод, названный "метод конечного состояния" [5-10], основанный на использовании интегрального соотношения В.М. Алексеева [11]. В этом соотношении, как и в методе конечного состояния, центральную роль играют так называемые переменные конечного состояния и соотношения, их определяющие. Так, для непрерывного аналога задачи (1)

$$J = J(x(t_f, t)) \rightarrow J, \quad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = \Phi(t, x) + B(t)u(t), \quad t \in [t_0, t_f], \quad x(t_0) = x^0$$

соотношение Алексеева имеет вид:

$$x(t_f) = \bar{x}(t_f, t, x(t)) + \int_t^{t_f} W(t_f, \tau, x(\tau)) B(\tau) u(\tau) d\tau, \quad (3)$$

где $\bar{x}(t_f, t, x(t))$ и есть упомянутая выше переменная конечного состояния, отображающая конечное состояние системы (2) в предположении, что в момент t система (1) имеет состояние $x(t)$ и на интервале $\tau \in [t, t_f]$ управление нулевое.

Уравнения, определяющие переменные конечного состояния и переходную матрицу W как функции первого аргумента для (2), получены Алексеевым и имеют вид

$$\frac{dW(\vartheta, t, x(t))}{d\vartheta} = \left[\frac{\partial \Phi(\vartheta, x)}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}(\vartheta, t, x(t))} \right] \cdot W(\vartheta, t, x(t)),$$

$$\frac{d\bar{x}(\vartheta, t, x(t))}{d\vartheta} = \Phi(\vartheta, t), \quad (4)$$

$$\vartheta \in [t, t_f], \quad W(t, t, x(t)) = I, \quad \bar{x}(t, t, x(t)) = x(t).$$

Опираясь на непрерывный аналог определения переменной конечного состояния из (4) как решение неуправляемой системы, следующей из (2) при $u(t) = 0$, определим переменную конечного состояния для дискретной системы (1) как функцию первого индекса

$$\bar{x}_{i,j-1}(x_{j-1}) = \Phi(i-1, \bar{x}_{i-1,j-1}(x_{j-1})),$$

$$i = j, j+1, \dots, (N-1), \quad (5)$$

$$\bar{x}_{j-1,j-1}(x_{j-1}) = x_{j-1}.$$

Следующая идея непрерывного аналога метода конечного состояния - замена аргумента в целевой функции критерия: вместо конечного состояния $x(t_f)$ подставляется переменная конечного состояния $\bar{x}(t_f, t, x(t))$ как функция второго аргумента. В результате вместо исходного критерия получаем критериальную функцию времени, которую в непрерывном случае обозначали $\bar{J}(t) = J(\bar{x}(t_f, t, x(t)))$. В силу свойства $\bar{x}(t, t, x(t)) = x(t)$ при любом t задача (2) эквивалентна задаче $\bar{J}(t_f) \rightarrow J^*$. Аналогичную операцию выполним для дискретной задачи (1), определив ее критериальную функцию следующим образом:

$$\bar{J}_j = J(\bar{x}_{N,j}(x_j)). \quad (6)$$

Для критериальной функции времени задаем желаемую траекторию во времени как решение конечно-разностного уравнения с некоторой правой частью f_j , которая, собственно, и определяет траекторию:

$$\bar{J}_j = f_j(\bar{J}_{j-1}). \quad (7)$$

Так, если задаться

$$f_j = \bar{J}_{j-1} + k(J^* - \bar{J}_{j-1}), \quad (8)$$

то решение (7) с увеличением индекса j будет по экспоненте с постоянной времени $1/k$ приближаться к J^* .

Дальнейший этап в применении метода конечного состояния для непрерывных систем и задачи (2) - получение векторно-матричного дифференциального уравнения для переменной конечного состояния как функции второго аргумента. Вычисляя производную по времени от (3) в силу системы (2), получаем

$$\frac{d\bar{x}(t_f, t, x(t))}{dt} = W(t_f, t, x(t)) B(t) u(t). \quad (9)$$

Получим аналогичное конечно-разностное уравнение для задачи (1). Из (1) и (5) следует

$$\bar{x}_{j,j-1}(x_{j-1}) = \Phi(j-1, \bar{x}_{j-1,j-1}(x_{j-1})) =$$

$$= \Phi(j-1, x_{j-1}) = x_j - B_j u_j =$$

$$= \bar{x}_{j,j}(x_j) - B_j u_j,$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Отсюда получаем

$$\bar{x}_{j,j}(x_j) - \bar{x}_{j,j-1}(x_{j-1}) = B_j u_j, \quad (10)$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Полученное соотношение не является аналогом (9), поскольку в нем первый и второй индексы зависимы в отличие от (9), где аргументы t_f и t могут изменяться независимо друг от друга при соблюдении ограничения $t_0 \leq t \leq t_f$. Общим же между (9) и (10) является то, что в обоих выражениях управление определяется через переменные конечного состояния как функции второго аргумента (индекса).

Начиная с выражения (10), аналогии между непрерывным и дискретным случаями заканчиваются и далее процедура получения терминального управления имеет особенности, характерные только для дискретного случая.

Исходя из определения (5) и выражения (10), получим последовательность аналогичных (10) выражений для увеличивающихся на единицу значений первого индекса.

Первое слагаемое левой части (10) с увеличенным первым индексом получим, полагая в (5) $i = j + 1$ и сдвигая на единицу индекс j

$$\bar{x}_{j+1,j}(x_j) = \Phi(j, \bar{x}_{j,j}(x_j)). \quad (11)$$

Второе слагаемое левой части (10) с увеличенным первым индексом получим, полагая в (5) $i = j + 1$:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{i+1,j-1}(x_{j-1}) &= \Phi(j, \bar{x}_{j,j-1}(x_{j-1})) = \\ &= \Phi(j, \Phi(j-1, \bar{x}_{j-1,j-1})) = \Phi(j, \Phi(j-1, x_j)). \end{aligned} \quad (12)$$

Вычитая (12) из (11), получаем

$$\begin{aligned} \bar{x}_{j+1,j}(x_j) - \bar{x}_{j+1,j-1}(x_{j-1}) &= \\ &= \Phi(j, x_j) - \Phi(j, \Phi(j-1, x_{j-1})). \end{aligned} \quad (13)$$

Для сокращения последующих записей введем обозначение

$$\Phi_j^{[k]}(x) \equiv \Phi(j, \Phi(j-1, \Phi(j-2, \dots, \Phi(j-k+1, x) \dots))), \quad (14)$$

где Φ имеет k рекурсивных вхождений, начиная с $\Phi_j^{[1]}(x) \equiv \Phi(j, x)$ и перепишем (13) в виде

$$\bar{x}_{j+1,j}(x_j) - \bar{x}_{j+1,j-1}(x_{j-1}) = \Phi_j^{[1]}(x_j) - \Phi_j^{[2]}(x_{j-1}).$$

Для того, чтобы увидеть закономерность, произведем еще одно увеличение на единицу первого индекса

$$\begin{aligned} \bar{x}_{j+2,j}(x_j) - \bar{x}_{j+2,j-1}(x_{j-1}) &= \Phi(j+1, \Phi(j, x_j)) - \\ &- \Phi(j+1, \Phi(j, \Phi(j-1, x_{j-1}))) = \\ &= \Phi_{j+1}^{[2]}(x_j) - \Phi_{j+1}^{[3]}(x_{j-1}). \end{aligned}$$

В общем случае получаем

$$\begin{aligned} \bar{x}_{j+k,j}(x_j) - \bar{x}_{j+k,j-1}(x_{j-1}) &= \\ &- \Phi_{j+k-1}^{[k]}(x_j) - \Phi_{j+k-1}^{[k+1]}(x_{j-1}). \end{aligned}$$

Из последнего выражения при $k = N - j$ следует

$$\begin{aligned} \bar{x}_{N,j}(x_j) - \bar{x}_{N,j-1}(x_{j-1}) &= \\ &= \Phi_{N-1}^{[N-j]}(x_j) - \Phi_{N-1}^{[N-j+1]}(x_{j-1}), \end{aligned} \quad (15)$$

Заменяя в правой части (15) x_j правой частью (1), получаем

$$\begin{aligned} \bar{x}_{N,j}(x_j) - \bar{x}_{N,j-1}(x_{j-1}) &= \Phi_{N-1}^{[N-j]}(\Phi(j, x_{j-1}) + \\ &+ B_j u_j) - \Phi_{N-1}^{[N-j+1]}(x_{j-1}). \end{aligned} \quad (16)$$

Выражение (16) является дискретным аналогом модели конечного состояния (9). Отметим одно важное принципиальное отличие (16) от (9): если в модели (9) управление в правую часть входит в виде сомножителя векторно-матричного произведения, то в (16) - на самом нижнем уровне рекурсии относительно вектор-функции Φ . Это обстоятельство подтверждает относительную сложность дискретных задач в сравнении с непрерывными, которая отмечена и в других задачах анализа и синтеза (например, в дискретном принципе максимума).

Вернемся к методу конечного состояния. В его непрерывном аналоге управление определяется из соотношения, получаемого приравнением производной от критериальной функции по времени в силу уравнений (9) желаемой производной критериальной функции, которую по аналогии с (7) обозначим $f_j(\bar{x}(t_f, t, x(t)))$, т. е.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}(t_f, t, x(t))} \times \\ \times W(t_f, t, x(t)) B(t) u(t) = f_j(J(\bar{x}(t_f, t, x(t))), \end{aligned}$$

откуда с помощью псевдообращения может быть определен вектор $u(t)$. В дискретном случае приравняем (8), где $\bar{J}_{j-1} \equiv J(\bar{x}_{N,j-1}(x_{j-1}))$, выражению для критериальной функции в силу конечно-разностного уравнения (16)

$$\begin{aligned} \bar{J}_{j-1} + k(J^* - \bar{J}_{j-1}) &= \\ &= J(\bar{x}_{N,j-1}(x_{j-1}) + \Phi_{N-1}^{[N-j]}(\Phi(j, x_{j-1}) + \\ &+ B_j u_j) - \Phi_{N-1}^{[N-j+1]}(x_{j-1})). \end{aligned} \quad (17)$$

Нелинейное относительно управления u_j уравнение (17) и является тем соотношением, из которого определяется искомое управление дискретным методом конечного состояния. В отличие от непрерывного случая, где управление получается в явном виде, здесь для его определения в каждый дискретный момент j необходимо решать скалярное нелинейное уравнение с r неизвестными (по числу компонент вектора u), т. е. фактически - r -мерную задачу нелинейного программирования. Сравнивая с традиционным способом решения задачи (1) методами математического программирования, когда размерность оптимизационной задачи равна $N \cdot r$, видим, что расчет МКС-управления в общем случае производится намного быстрее. Однако при этом усложняется подготовительная работа, поскольку "ручное" формирование уравнения (17) для сложных функций правых частей при достаточно большом N практически нереально. Выходом из этой ситуации является их автоматическое формирование на компьютере с использованием рекурсивных процедур. При этом нет необходимости формировать эти уравнения в аналитическое виде, если включить численный расчет рекурсий как составную часть метода решения нелинейного уравнения (17).

ПРИМЕР

Для демонстрации особенностей расчета дискретного МКС-управления рассмотрим простой пример. Пусть частный вид системы (1) следующий:

$$x_j = x_{j-1}^2 + u_j, \quad j = 1, 2, 3; \quad x_0 = x^0. \quad (18)$$

Требуется определить u_1, u_2 и u_3 такие, чтобы к дискретному моменту $j = N = 3$ переменная $x_N = x_3$ стала равной желаемому значению J^* . Ниже приведен листинг программы на языке MathCad, предназначенной для решения данной задачи. В указанном листинге функции Find и Minerr предназначены для решения систем алгебраических уравнений вида (17), записанных после служебного слова Given (Find - точного решения, Minerr - приближенного, с минимальной невязкой), на графиках показаны фактическое (сплошной линией) и теоретическое (пунктирной линией) поведение критериальной функции, которая в данном случае взята в виде (7), (8) при $\bar{J}_j = \bar{x}_{N,j}(x_j)$, поскольку целью является приведение координаты к заданному значению $J^* = 30$ (в листинге обозначено Jz).

Следуя (17), выпишем последовательно уравнения для $N = 3$ и $j = 1, 2, 3$ без нижних индексов для Φ , так как правая часть (18), где $\Phi \equiv x^2, B = 1$, от j не зависит. Для $j = 1$ имеем

$$\bar{x}_{N,j-1} + k(J^* - \bar{x}_{N,j-1}) = \bar{x}_{N,j-1} + \Phi^{[2]}(\Phi(x_0) + B_1 u_1) - \Phi^{[3]}(x_0).$$

В последнем выражении $\bar{x}_{N,j-1}$ сокращается,

$$\begin{aligned} \Phi^{[1]}(x_0^2 + u_1) &\equiv (x_0^2 + u_1)^2, \quad \Phi^{[2]}(x_0^2 + u_1) \equiv \\ &\equiv \Phi(\Phi^{[1]}(x_0^2 + u_1)) = (x_0^2 + u_1)^4, \quad \Phi^{[1]}(x_0) = x_0^2, \\ \Phi^{[2]}(x_0) &= \Phi(x_0^2) = x_0^4, \quad \Phi^{[3]}(x_0) = \Phi(\Phi^{[2]}(x_0^2)) = \\ &= (x_0^4)^2 = x_0^8, \quad \bar{x}_{1,0} = x_0^2, \quad \bar{x}_{2,0} = (\bar{x}_{1,0})^2 = x_0^4, \\ \bar{x}_{3,0} &= (\bar{x}_{2,0})^2 = x_0^8. \end{aligned}$$

Окончательное уравнение для определения u_i имеет вид

$$(x_0^2 + u_1)^4 - x_0^8 - k(J^* - x_0^8) = 0.$$

Решение этого уравнения $u_1 = -1,66$, а $x_1 = x_0^2 + u_1 = 2^2 - 1,66 = 2,34$.

Остальные уравнения составляются и решаются аналогично.

МКС-управление дискретной системой: $\underline{x}_j = (x_{j-1})^2 + u_j$

k := 0.5 N := 3 x0 := 2 Jz := 30 u1 := 0 u2 := 0 u3 := 0

Расчет МКС - управления u1, u2, u3

Given $(x0^2 + u1)^4 - x0^8 - k \cdot (Jz - x0^8) = 0$

u1 := find(u1) u1 = -0.542 x1 := x0^2 + u1 x1 = 3.458

Given $(x1^2 + u2)^2 - x1^4 - k \cdot (Jz - x1^4) = 0$

u2 := find(u2) u2 = -2.658 x2 := x1^2 + u2 x2 = 9.301

Given $(x2^2 + u3)^1 - x2^2 - k \cdot (Jz - x2^2) = 0$

u3 := minerr(u3) u3 = -28.25 x3 := x2^2 + u3 x3 = 58.25

Фактическое поведение переменной конечного состояния как функции второго аргумента $\underline{z}_j, j=0, 1, 2, 3$

$$z := [x0^8, x1^4, x2^2, x3^1]$$

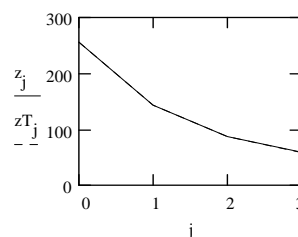
Желаемое поведение переменной конечного состояния как функции второго аргумента $\underline{zT}_j, j=0, 1, 2, 3$

$$zT := [x0T, x1T, x2T, x3T]$$

x0T := x0^8 x1T := x0T + k \cdot (Jz - x0T) x2T := x1T + k \cdot (Jz - x1T)

x3T := x2T + k \cdot (Jz - x2T)

j := 0..N



На приведенном выше графике видно, что теоретическое и фактическое поведение критериальной функции, заданной в виде $\bar{x}_{N,j}$, полностью совпадают, а значение $\bar{x}_{3,3} = x_3 = 30$ равно заданному значению.

ВЫВОДЫ

1. Получена модель конечного состояния (16) для дискретных систем вида (1).

2. Получена модификация метода конечных состояний (17) для синтеза управлений многомерными нелинейными дискретными по времени терминальными системами с дифференцируемыми нелинейностями (дискретное МКС-управление).

3. Дискретное МКС-управление реализуется в виде последовательности из N r -мерных задач математического программирования в отличие от решения данной задачи "в лоб", когда решается одна задача математического программирования размерности $N \cdot r$.

4. В отличие от метода динамического программирования, где также многомерная задача заменяется последовательностью задач меньшей размерности, при расчете дискретного МКС-управления нет необходимости сохранять промежуточные результаты как функции состояния в дискретные моменты времени.

5. Для относительно сложных задач необходимо автоматическое формирование уравнений типа (17), поскольку соответствующая "ручная" операция весьма трудоемка и чревата ошибками.

ПЕРСПЕКТИВЫ

Предложенный подход в совокупности с соответствующим программным обеспечением для автоматического формирования уравнений дискретного МКС существенно ускоряет процесс расчета терминальных управлений для задач вида (2) в сравнении в известными методами. Перспективным направлением развития метода является его обобщение на смешанные системы с математическим описанием в виде совокупностей нелинейных дифференциальных и конечноразностных

уравнений. Последний вид моделей применяется в случае компьютерного управления нелинейными непрерывными динамическими объектами как для социально-экономических, так и технических систем.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Маевский В. И., Каждан М. Я. Эволюция макроструктур // Экономика и математические методы.-1997.-№ 4.-С.153-164.
2. Абакумов А. И., Гиричева Е. Е. Моделирование демографических изменений при экономических ограничениях // Экономика и математические методы.-2002.-№ 4.-С.110-114.
3. Малыгин В. И. Математическое моделирование экономики: Учебно-практическое пособие.-М.: Изд-во УРАО, 1998.-160с.
4. Зайченко Ю. П. Исследование операций.-К.: Вища школа, 1979.-392с.
5. Шушляпин Е. А. Синтез линейных и нелинейных систем управления конечным положением на основе моделей конечного состояния // Проблемы управления и информатики . - 1997. - № 3. С.10-16.
6. Шушляпин Е.А., Канов Л.Н. Синтез управления переходными процессами в нелинейных системах электропривода // Радиоэлектроника. Информатика. Управление.-1999.-№ 1.-С.136-140.
7. Шушляпин Е.А., Канов Л.Н. Модели конечного состояния для непрерывно - дискретных систем//Радиоэлектроника. Информатика. Управление.-1999.-№ 2.-С.129-132.
8. Шушляпин Е.А., Канов Л.Н. Синтез терминального управления методом конечного состояния // Известия вузов "Электромеханика". - 2000. - № 1. - С.72-75.
9. Шушляпин Е.А. Терминальное управление системами с дифференциально-алгебраическими ограничениями методом конечного состояния // Радиоэлектроника. Информатика. Управление.-2000.-№ 1.-С.166-172.
10. Шушляпин Е.А., Канов Л.Н. Терминальное управление возбуждением синхронного генератора методом конечных состояний // Известия вузов "Электромеханика". - 2002. - № 2. - С.69-72.
11. Алексеев В.М. Об одной оценке возмущений обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестн. Москов. ун-та. Сер.1. Математика, механика. - 1961. - №2.-С.28-36.

Надійшла 22.09.2003

Запропонована модифікація методу кінцевих станів для синтезу керувань багатомірними нелінійними дискретними у часі термінальними системами з диференційованими нелінійностями. Розглянутий приклад.

There was offered a terminal state method modification for synthesis controls in multidimensional nonlinear terminal discrete systems with differentiable nonlinearities. The example is considered.

КЕРУВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

CONTROL IN TECHNICAL SYSTEM

УДК 62-55:681.515

В.И. Гостев, А.Ю. Кардаков, С.А. Маглюй

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЧАСТОТАМИ ВРАЩЕНИЯ РОТОРОВ ДВУХВАЛЬНОГО ДВУХКОНТУРНОГО ГТД ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Изложены результаты исследования систем автоматического управления частотами вращения роторов двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя с оптимальными по быстродействию и нечеткими цифровыми регуляторами при произвольном входном воздействии на различных базовых режимах работы двигателя методом математического моделирования

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Существующие способы регулирования газотурбинных двигателей ГТД основаны, в основном, на применении высоконадежных гидромеханических систем. Но компоненты этих систем требуют очень высокой точности изготовления и настройки, сигналы управления в них вычисляются механически, усовершенствование гидромеханических систем является весьма дорогостоящим, алгоритмы управления ограничены и трудно перестраиваемые. Появление все более сложных ГТД, работающих почти на пределе своих возможностей, разработка сверхминиатюрных твердотельных больших интегральных схем, повышение цен на топливо обусловило разработку электронных цифровых систем с полной "ответственностью". Такие системы проще и легче гидромеханических, их гораздо легче совершенствовать, причем значительно сокращается программа испытаний двигателя. Разработка и исследование цифровых систем

автоматического управления параметрами ГТД является актуальной проблемой. Решению этой проблемы посвящены работы [1-6]. В этих работах системы автоматического управления параметрами двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя исследованы при ступенчатых входных воздействиях, когда реакции систем характеризуют их быстродействие. Данная работа посвящена исследованию систем при произвольных входных воздействиях, когда качество систем, характеризующее точностью отработки входных воздействий, определяет текущая ошибка рассогласования.

2 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Представленная в интерактивной системе MATLAB структурная схема системы автоматического управления частотой вращения ротора вентилятора, состоящей из оптимального по быстродействию цифрового регулятора SubSystem и объекта управления (исполнительное устройство + ГТД), изображена на рис.1. Представленная в интерактивной системе MATLAB структурная схема системы автоматического управления частотой вращения ротора компрессора, состоящей из оптимального по быстродействию цифрового регулятора SubSystem и объекта управления (исполнительное устройство + ГТД), изображена на рис.2.

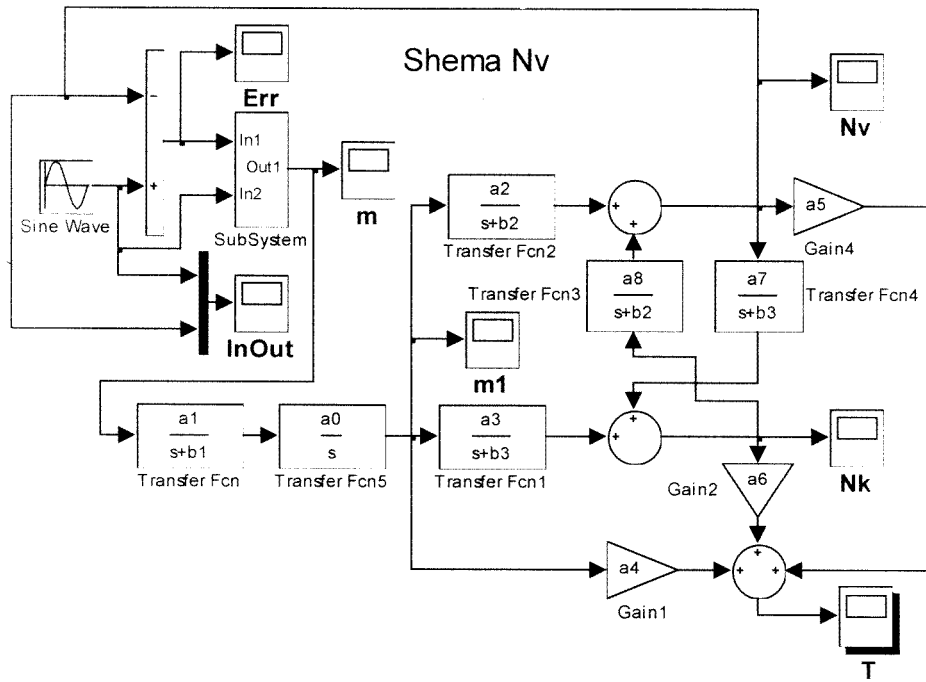


Рисунок 1

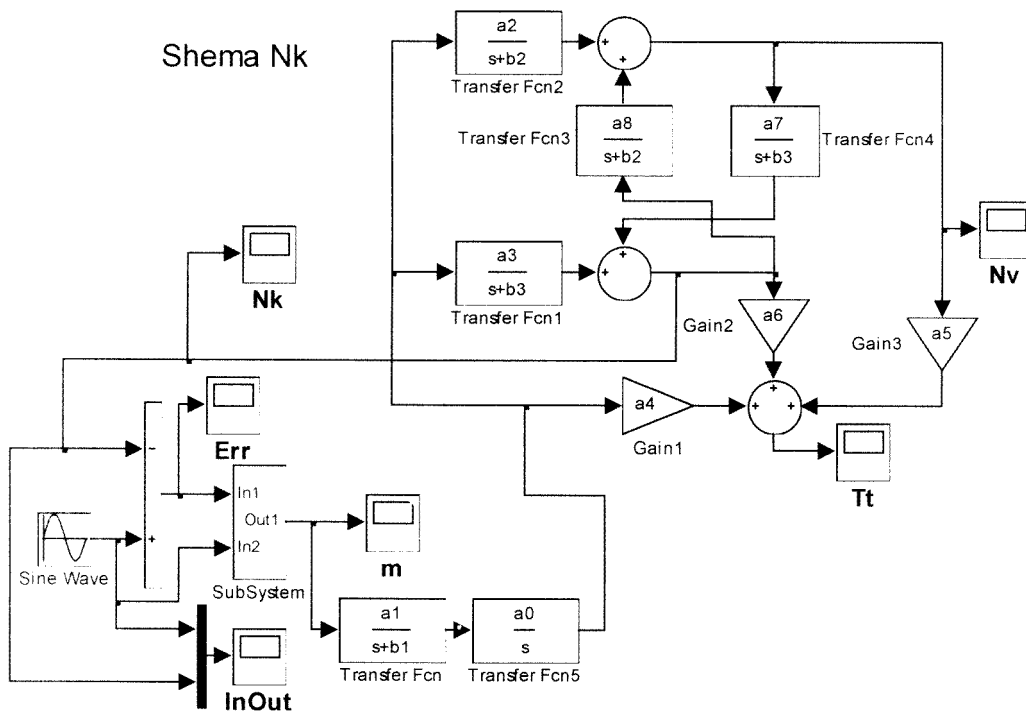


Рисунок 2

Общая передаточная функция объекта управления вместе с исполнительным устройством для этих систем определяется по формуле [2-4]

$$G_0(s) = \frac{x(s)}{m(s)} = \frac{\alpha(s+r)}{s(s^2+bs+a)(s+c)} e^{-\tau_1 s}, \quad (1)$$

где $\alpha \equiv \alpha_B = \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2$; $c = b_1$; $r \equiv r_B$ для системы

управления частотой вращения ротора вентилятора; $\alpha \equiv \alpha_K = \alpha_0 \alpha_1 \alpha_3$; $c = b_1$; $r \equiv r_K$ для системы управления частотой вращения ротора компрессора;

$$r_B = b_3 + \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \alpha_8; \quad r_K = b_2 + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \alpha_7;$$

$$b = b_2 + b_3; \quad a = b_2 b_3 - \alpha_7 \alpha_8.$$

Амплитуды импульсов длительностью h оптимального управляющего воздействия на объект управления при линейно изменяющемся сигнале на входе систем управления на n -м интервале регулирования определяются по формулам [7]

$$\begin{aligned} m_0 &= K_0(\Delta U + S_0\Delta\sigma) + R\sigma_{n-1}, \quad nt_p \leq t < nt_p + h; \\ m_1 &= K_0[q_1(\Delta U + S_0\Delta\sigma) + h\Delta\sigma] + R\sigma_{n-1}, \\ &\quad nt_p + h \leq t < nt_p + 2h; \\ m_2 &= K_0[q_2(\Delta U + S_0\Delta\sigma) + h\Delta\sigma(1 + q_1)] + R\sigma_{n-1}, \\ &\quad nt_p + 2h \leq t < nt_p + 3h; \\ m_3 &= K_0[q_3(\Delta U + S_0\Delta\sigma) + h\Delta\sigma(1 + q_1 + q_2)] + R\sigma_{n-1}, \\ &\quad nt_p + 3h \leq t \leq nt_p + 4h; \end{aligned} \quad (2)$$

где $K_0 = \frac{ac}{\alpha hr(1 - 2\sqrt{B}\cos\lambda h + B)(1 - C)}$; $R = \frac{ac}{ar}$;

$$S_0 = 4h - \frac{1}{r} + \frac{a + bc}{ac} - \frac{h(3 + 2q_1 + q_2)}{(1 - 2B\cos\lambda h + B)(1 - C)};$$

$$q_1 = -(2\sqrt{B}\cos\lambda h + C); \quad q_2 = B + 2C\sqrt{B}\cos\lambda h;$$

$$q_3 = -BC; \quad \lambda = \sqrt{a - \frac{b^2}{4}}; \quad B = e^{-bh}, \quad C = e^{-ch}.$$

h - шаг квантования. $\Delta U = \theta_n$, где θ_n - ошибка системы в момент nt_p . $t_p = Nh + \tau_1$. $N=4$ - порядок объекта управления (вместе с исполнительным устройством). $\Delta\sigma = \sigma_n - \sigma_{n-1}$ - приращение скорости на интервале регулирования $nt_p \leq t < (n+1)t_p$, где σ_n - первая разность (средняя скорость) входного воздействия на интервале регулирования $nt_p \leq t < (n+1)t_p$, σ_{n-1} - первая разность (средняя скорость) входного воздействия на интервале регулирования $(n-1)t_p \leq t < nt_p$.

Цифровой регулятор на каждом подынтервале $nt_p \leq t < nt_p + Nh$ интервала регулирования $nt_p \leq t < (n+1)t_p$ можно описать передаточной функцией

$$W(z) = \frac{M(z)}{\theta(z)} = \frac{m_0 + m_1z^{-1} + m_2z^{-2} + m_3z^{-3}}{\Delta U(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3})} \quad (3)$$

или разностным уравнением

$$m_i = \left(\sum_{k=0}^3 m_k \theta_{i-k} - \Delta U \sum_{k=0}^3 m_{i-k} \right) / \Delta U, \quad (4)$$

Таблица 1

	α_B	α_K	r_B	r_K	b	a	c
MP	1,01	0,57	4,0821	3,5319	6,92	12,455	16,7
CP	0,66	0,32	6,2377	4,0216	7,45	13,651	16,7
PMГ	0,23	0,14	1,9352	1,2184	1,8	0,703	16,7

где $\theta = \Delta U$ при индексе $i - k \geq 0$ и $\theta = 0$, $m = 0$ при индексе $i - k < 0$.

Полученные в результате идентификации численные значения параметров общей передаточной функции объекта управления вместе с исполнительным устройством для базовых режимов работы газотурбинного двигателя - максимального режима MP, среднего (крейсерского) режима CP и режима малого газа PMГ приведены в таблице 1.

Составленная согласно формулам (2) для передаточной функции общего объекта управления (1) в интерактивной системе MATLAB структурная схема оптимального по быстродействию цифрового регулятора приведена на рис.3.

При произвольном входном воздействии $u(t)$ которое изменяется с максимальной скоростью ω_{max} и максимальным ускорением ϵ_{max} , удобно рассматривать эквивалентное гармоническое воздействие

$$u_{\text{э}}(t) = U_{\text{э}} \sin \omega_{\text{э}} t, \quad (5)$$

параметры которого определяются из соотношений [8]

$$U_{\text{э}} = \frac{\omega_{max}^2}{\epsilon_{max}}; \quad w_{\text{э}} = \frac{\epsilon_{max}}{\omega_{max}}. \quad (6)$$

В свою очередь, если заданы параметры эквивалентного гармонического воздействия, то максимальная скорость w_{max} и максимальное ускорение ϵ_{max} произвольного входного воздействия находятся из соотношений

$$\omega_{max} = U_{\text{э}} \omega_{\text{э}}; \quad \epsilon_{max} = U_{\text{э}} \omega_{\text{э}}^2. \quad (7)$$

Ниже представлены процессы в системах (см. рис.1 и 2) с оптимальным по быстродействию цифровым регулятором при поступлении на вход каждой системы эквивалентного гармонического воздействия $u_{\text{э}}(t) = 10 \sin\left(\frac{\pi t}{10}\right)$,

где $U_{\text{э}} = 10$; $\omega_{\text{э}} = \frac{\pi}{10} \approx 0,314 \text{ рад/с}$, при работе газотурбинного двигателя на максимальном (процессы на рис.4), крейсерском (процессы на рис.5) режимах и в режиме малого газа (процессы на рис.6). При таких параметрах гармонического воздействия произвольное входное воздействие имеет следующие максимальные скорость и ускорение: $\omega_{max} = U_{\text{э}} \omega_{\text{э}} = 0,314 \text{ рад/с}$; $\epsilon_{max} = U_{\text{э}} \omega_{\text{э}}^2 = 0,986 (\text{рад/с})^2$.

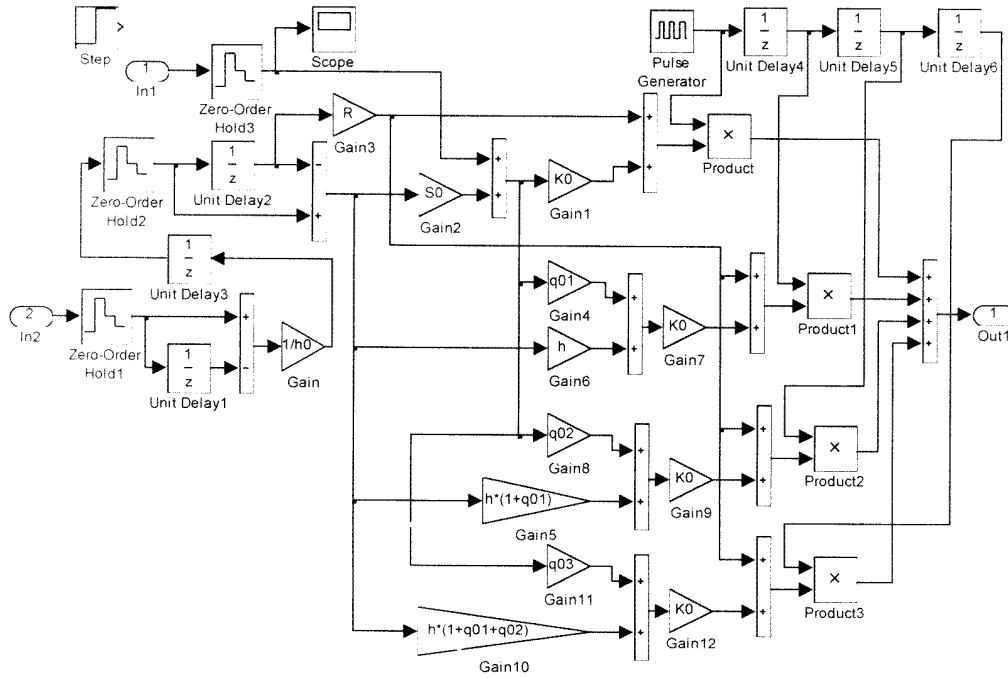
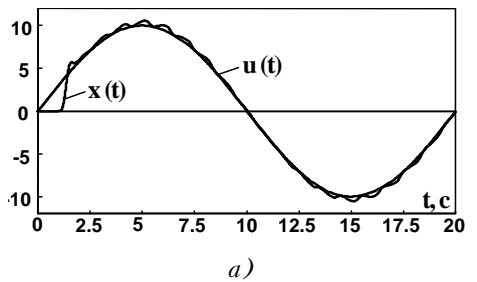


Рисунок 3

Процеси в системі (см. рис.1)



Процеси в системі (см. рис.2)

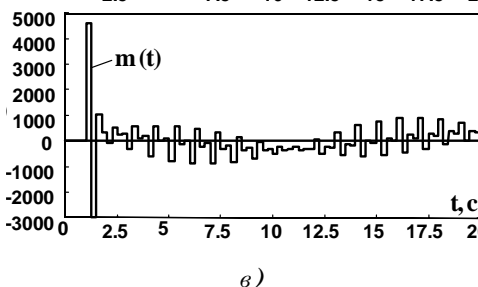
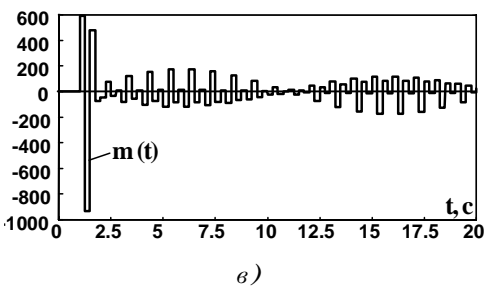
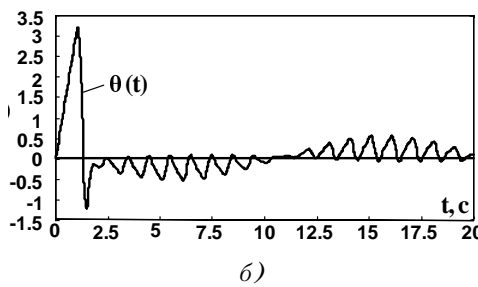
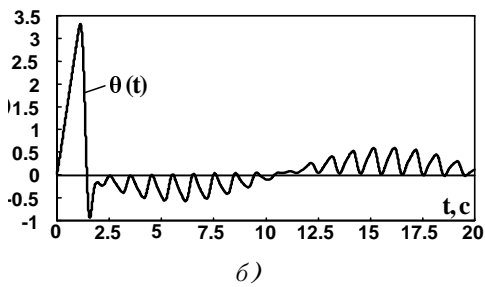
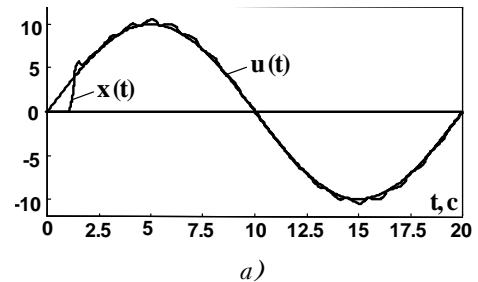


Рисунок 4

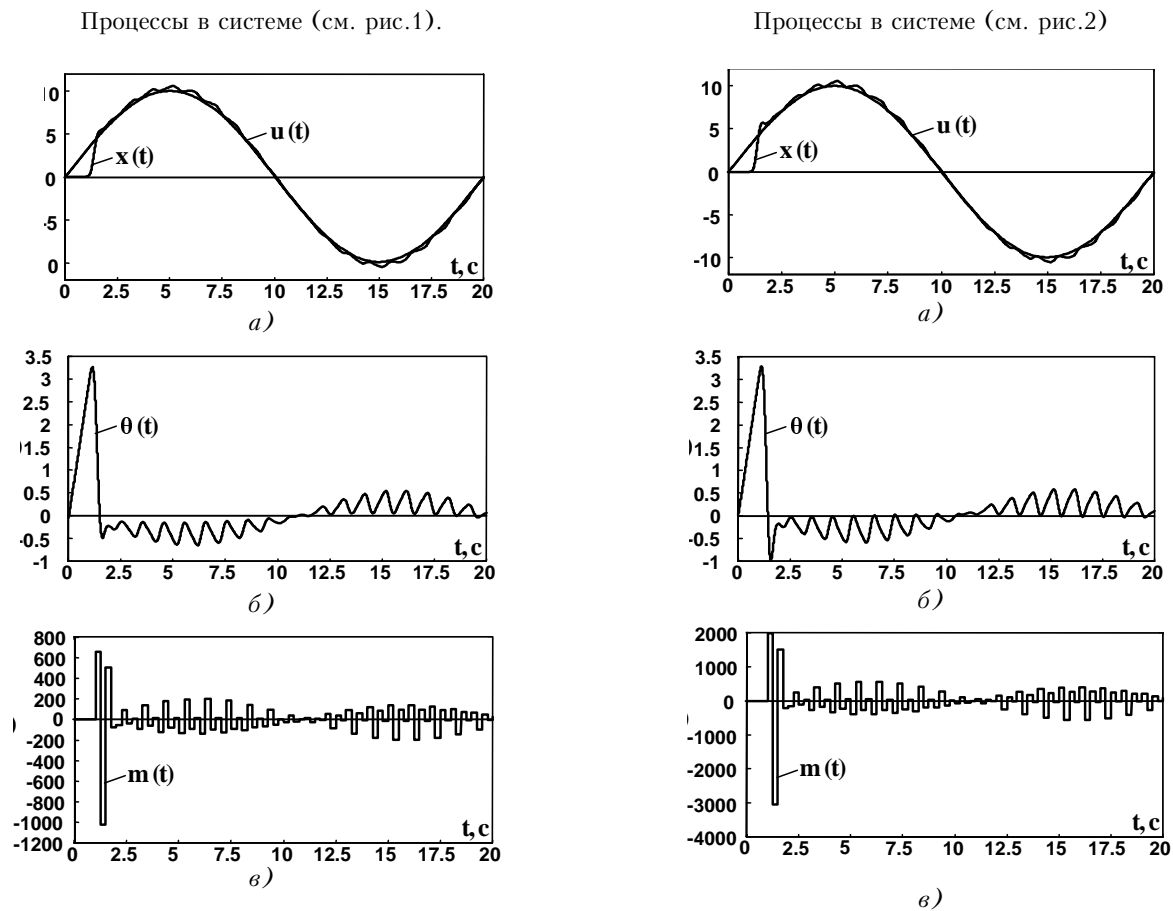


Рисунок 5

Оптимальные по быстродействию цифровые регуляторы в системах (см. рис.1 и 2) на всех режимах работы газотурбинного двигателя работают с шагом квантования $h=0,25$ с.

Длительность интервала регулирования при таком шаге квантования составляет $1c$ ($tp=Nh=1c$). Для такого интервала регулирования скорость изменения эквивалентного входного воздействия достаточно высокая.

Представленная в интерактивной системе MATLAB структурная схема системы автоматического управления частотой вращения ротора вентилятора, состоящей из нечеткого регулятора *Controller* и объекта управления (исполнительное устройство + ГТД), изображена на рис.7. Представленная в интерактивной системе MATLAB структурная схема системы автоматического управления частотой вращения ротора компрессора, состоящей из нечеткого регулятора *Controller* и объекта управления (исполнительное устройство + ГТД), изображена на рис.8.

Синтез нечетких (работающих на базе нечеткой логики) регуляторов НР для систем (см. рис.7 и 8) выполняем по формулам (5.16)-(5.30) из работы [9] для экспоненциальных функций принадлежности с шагом квантования (с шагом поступления данных в нечеткий регулятор) $h=0,01$ с. Ошибка на выходе АЦП $\theta(k)$, ее первая $\dot{\theta}(k) = [\theta(k) - \theta(k-1)]/h$ и вторая $\ddot{\theta}(k) = [\dot{\theta}(k) - \dot{\theta}(k-1)]/h$ разности подаются на вход НР. Сигнал с выхода НР поступает на ЦАП (фиксатор

нулевого порядка с передаточной функцией $H(s) = (1 - e^{-hs})/s$ и далее на непрерывную часть системы (общий объект управления - исполнительное устройство + двигатель). В нечетком регуляторе настраиваются диапазоны изменения входных и выходной переменных $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, $[\dot{\theta}_{\min}, \dot{\theta}_{\max}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}, \ddot{\theta}_{\max}]$, $[m_{\min}, m_{\max}]$ и параметр c для всех экспоненциальных функций принадлежности: $\mu^1(u) = \exp(-cu)$, $\mu^2(u) = \exp(-c(1-u))$ где u - параметр (элемент) единого универсального множества $U=[0,1]$ Для уменьшения числа параметров настройки нечеткого регулятора диапазоны изменения переменных приняты симметричными: $\theta_{\min} = -\theta_{\max}$, $\dot{\theta}_{\min} = -\dot{\theta}_{\max}$ и т. д.

При поступлении на вход систем (см. рис.7 и 8) эквивалентного гармонического воздействия настройка нечетких цифровых регуляторов производилась с целью получения минимальной текущей ошибки рассогласования.

Ниже представлены процессы в системах (см. рис.7 и 8) с нечеткими цифровыми регуляторами при поступлении на вход каждой системы эквивалентного гармонического воздействия $u_3(t) = 10 \sin(\pi t/10)$, где $\omega_3 = \frac{\pi}{10} \approx 0,314 \text{ рад/с}$, при работе газотурбинного двигателя на максимальном (процессы на рис.9), крейсерском (процессы на рис.10) режимах и в режиме малого газа (процессы на рис.11).

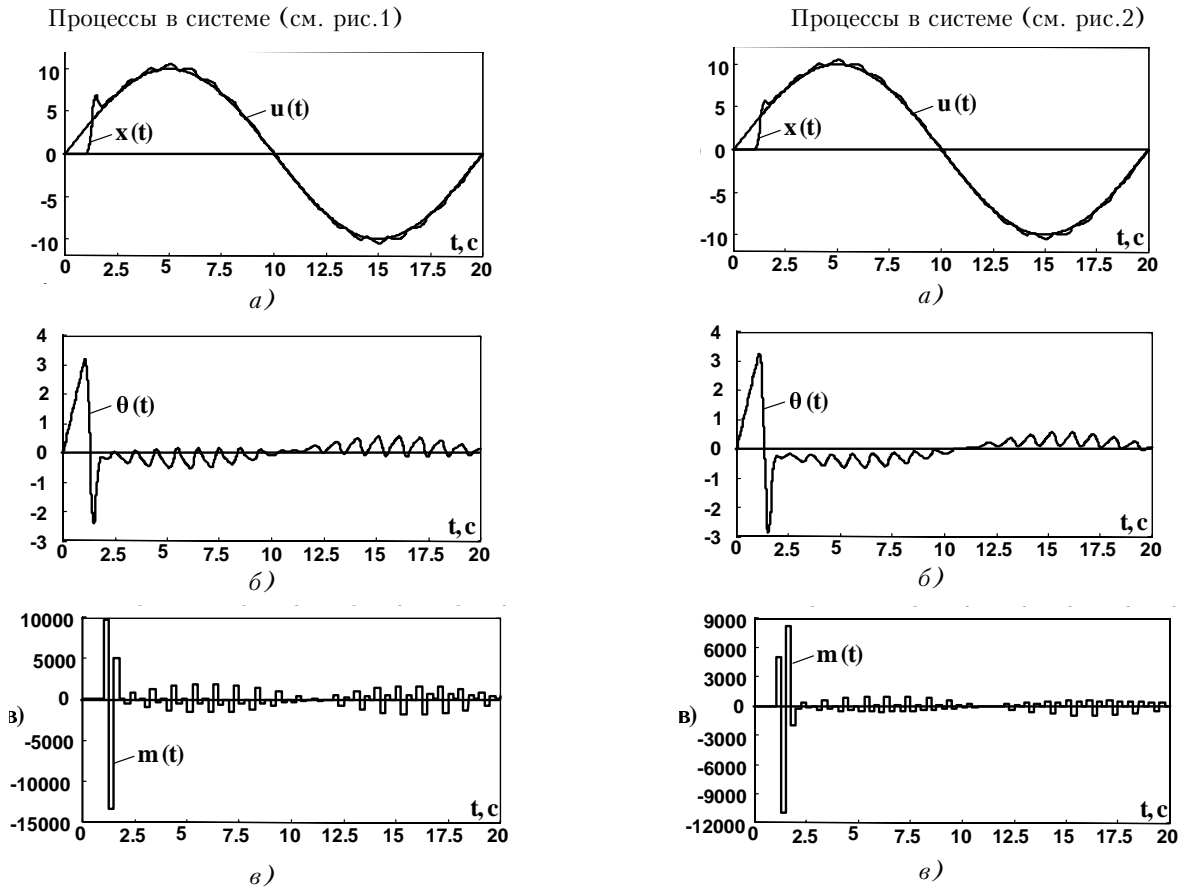


Рисунок 6

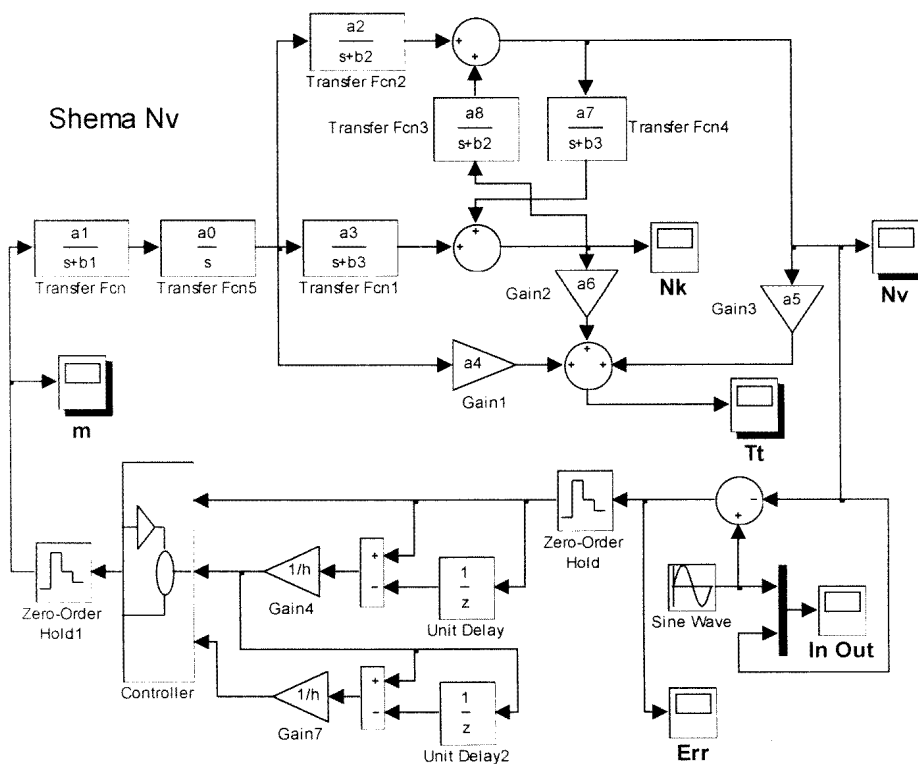


Рисунок 7

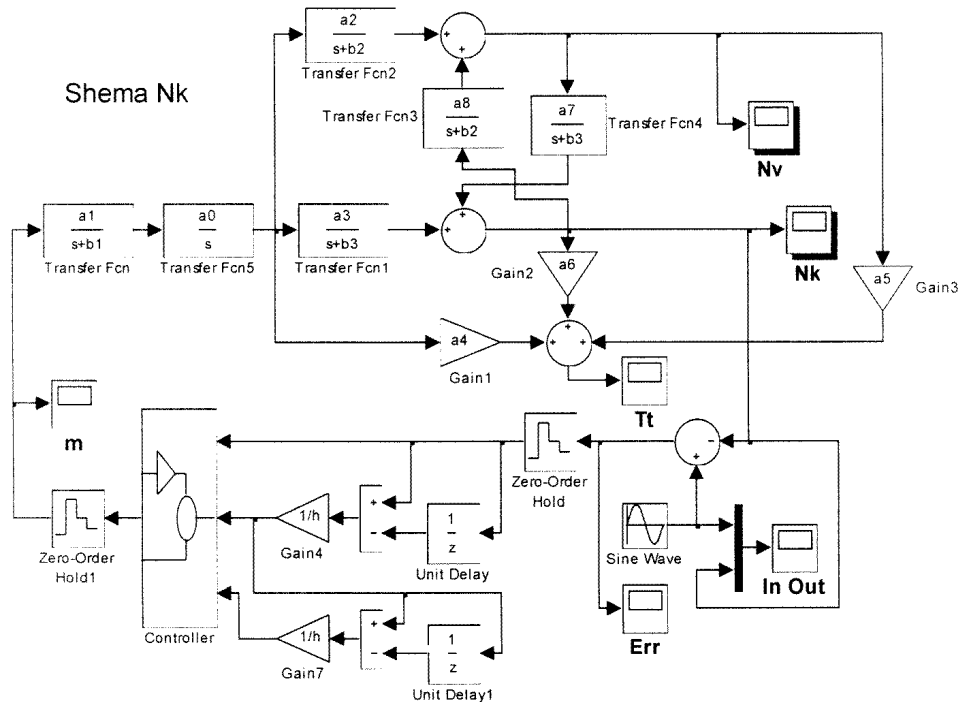


Рисунок 8

Оптимальные параметры нечеткого цифрового регулятора $[\theta_{\min}]$, $[\dot{\theta}_{\min}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}]$, $[m_{\min}]$ в системе (см. рис.7) на максимальном режиме имеют следующие числовые значения: [-1,15], [-1,4], [-25], [-100]; оптимальные параметры нечеткого цифрового регулятора $[\theta_{\min}]$, $[\dot{\theta}_{\min}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}]$, $[m_{\min}]$ в системе (см. рис.8) на максимальном режиме имеют следующие числовые значения: [-0,17], [-2,5], [-100], [-1000].

Оптимальные параметры нечеткого цифрового регулятора $[\theta_{\min}]$, $[\dot{\theta}_{\min}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}]$, $[m_{\min}]$ в системе (см. рис.7) на среднем (крейсерском) режиме имеют следующие числовые значения [-0,15], [-1,8], [-50], [-800]; оптимальные параметры нечеткого цифрового регулятора $[\theta_{\min}]$, $[\dot{\theta}_{\min}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}]$, $[m_{\min}]$ в системе (см. рис.8) на среднем (крейсерском) режиме имеют следующие числовые значения: [-0,22], [-4,2], [-70], [-1600].

Оптимальные параметры нечеткого цифрового регулятора $[\theta_{\min}]$, $[\dot{\theta}_{\min}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}]$, $[m_{\min}]$ в системе (см. рис.7) в режиме малого газа имеют следующие числовые значения: [-1], [-3,5], [-100], [-800]; оптимальные параметры нечеткого цифрового регулятора $[\theta_{\min}]$, $[\dot{\theta}_{\min}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}]$, $[m_{\min}]$ в системе (см. рис.8) в режиме малого газа имеют следующие числовые значения: [-0,4], [-2,5], [-100], [-1600].

Оптимальные параметры нечеткого цифрового регулятора $[m_{\min}]$ в системе (см. рис.8) в режиме малого газа имеют следующие числовые значения: [-0,4], [-2,5], [-100], [-1600].

На всех базовых режимах работы газотурбинного двигателя оптимальный параметр [c] в нечетких регуляторах выбран равным [20].

Следует отметить, что после настройки нечетких регуляторов в системах (см. рис.7 и 8) оптимальные параметры регуляторов $[\theta_{\min}]$, $[\dot{\theta}_{\min}]$, $[\ddot{\theta}_{\min}]$, $[m_{\min}]$ на базовых режимах работы газотурбинного двигателя оказываются различными, т.е. для каждого режима необходима своя настройка. Более того, настройка нужна и при различных воздействиях на входе систем.

Процессы, представленные на рис.4-6, для систем управления частотами вращения роторов вентилятора (см. рис.1) и компрессора (см. рис.2) ГТД с оптимальными по быстродействию цифровыми регуляторами и процессы, представленные на рис.9-11, для систем управления частотами вращения роторов вентилятора (см. рис.7) и компрессора (см. рис.8) ГТД с нечеткими цифровыми регуляторами определяют качество указанных систем (характеризуемое величиной текущей ошибки) и дают возможность сравнить эффективность работы регуляторов.

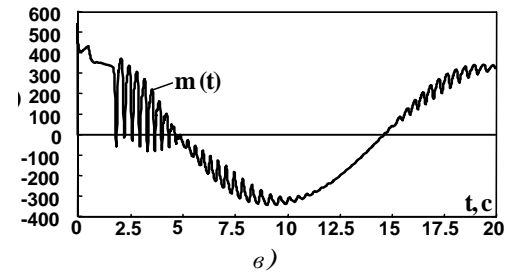
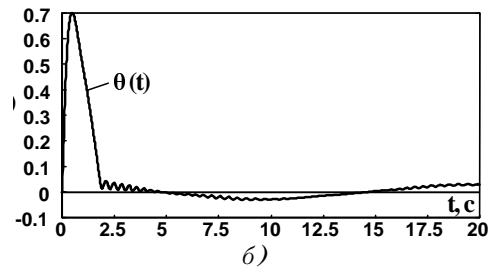
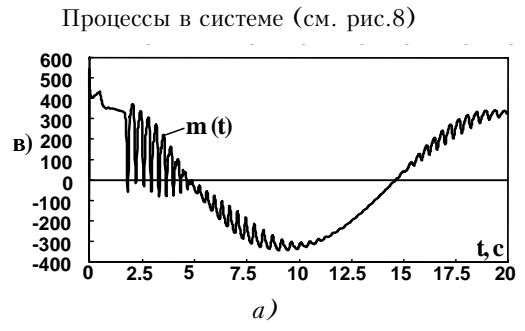
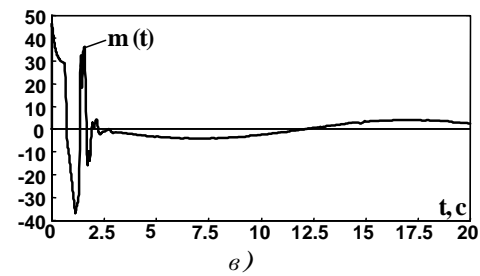
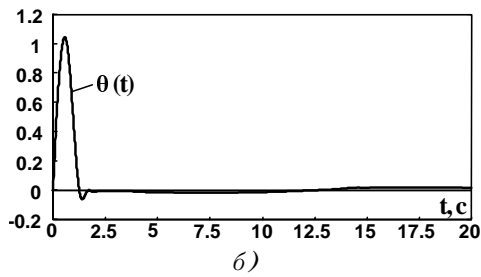
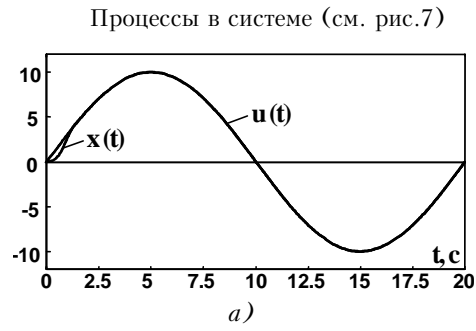


Рисунок 9

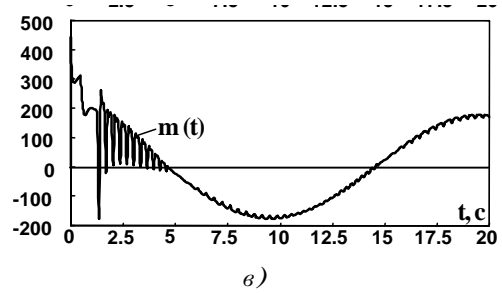
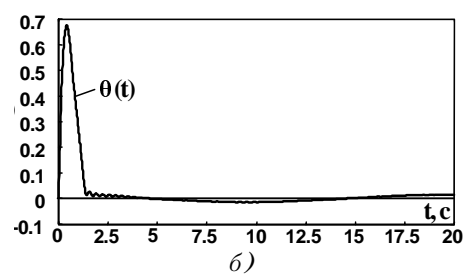
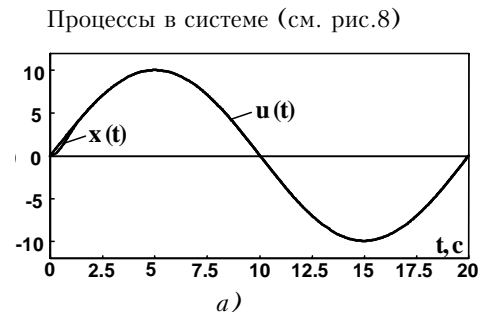
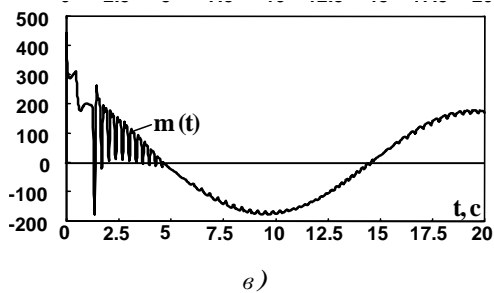
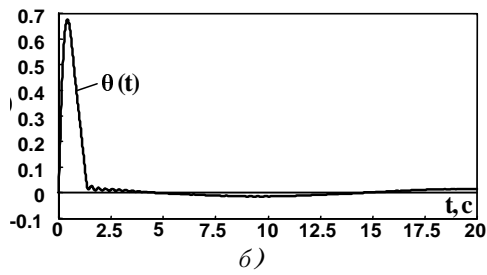
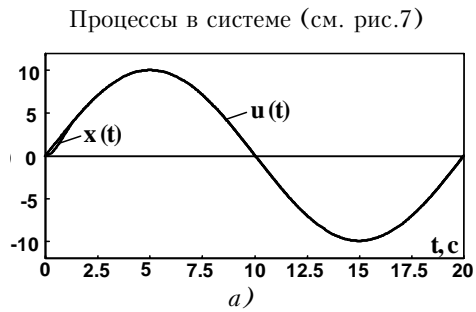


Рисунок 10

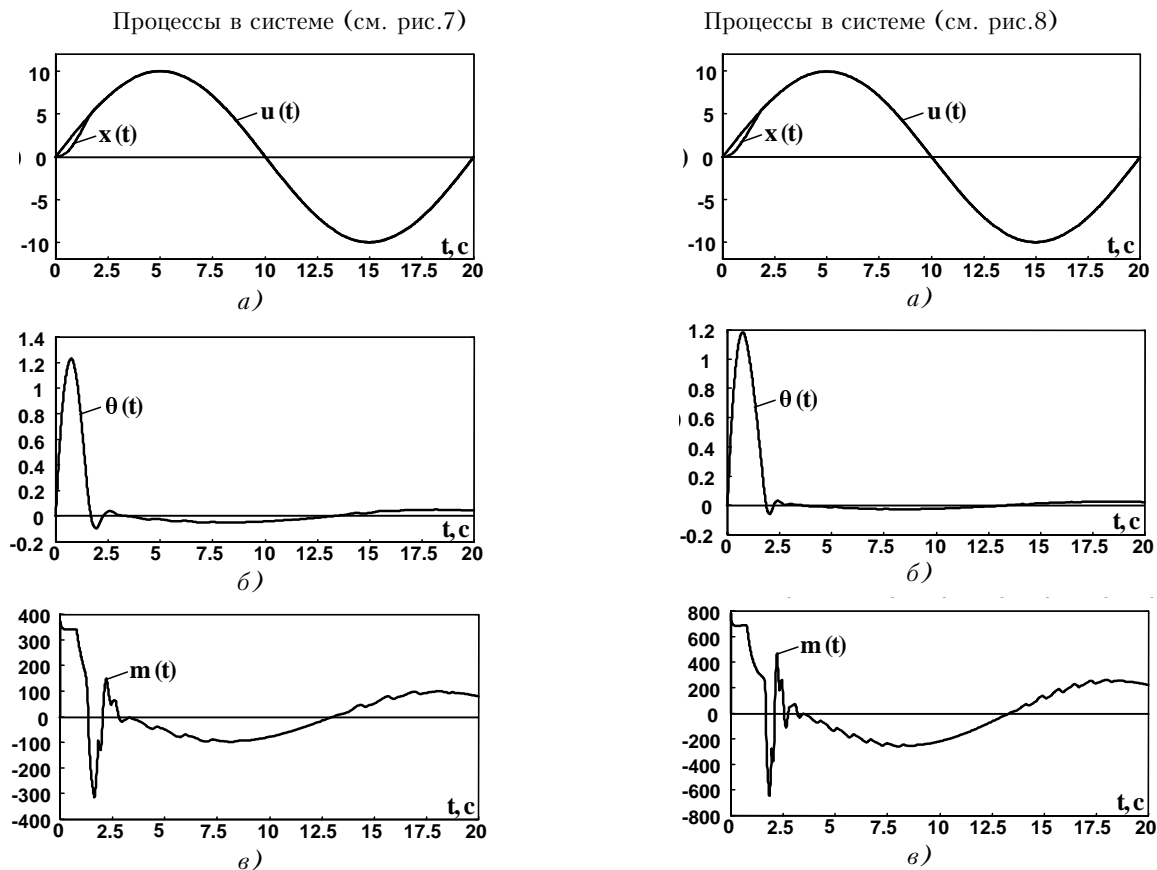


Рисунок 11

Максимальная текущая ошибка (без учета начального выброса в момент захвата входного сигнала) в системах (см. рис.1 и 2) с оптимальными по быстродействию цифровыми регуляторами на всех режимах работы ГТД составляет примерно 5-7%, а начальные выбросы ошибки составляют 30-33% от амплитуды входного сигнала. Особенно велики начальные амплитуды управляющих импульсов на входе объекта управления.

Максимальная текущая ошибка (без учета начального выброса в момент захвата входного сигнала) в системах (см. рис.7 и 8) с нечеткими цифровыми регуляторами на всех режимах работы ГТД примерно на порядок меньше, а начальные выбросы ошибки составляют 7-12% от амплитуды входного сигнала. Начальные амплитуды управляющих импульсов на входе объекта управления в системах с нечеткими цифровыми регуляторами также во много раз меньше по величине.

ВЫВОДЫ

На основании проведенных исследований методом математического моделирования можно заключить, что цифровые нечеткие регуляторы обладают значительным преимуществом по сравнению с оптимальными по быстродействию цифровыми регуляторами, обеспечивая более высокое качество систем при обработке входных воздействий типа эквивалентной синусоиды, которой аппроксимируется произвольное входное воздействие с ограниченными скоростью изменения и ускорением. По мере увеличения скорости изменения и ускорения

произвольного входного воздействия (увеличения частоты и амплитуды эквивалентной синусоиды) качество системы (определяемое величиной текущей ошибки) с оптимальными по быстродействию цифровыми регуляторами резко ухудшается и работа систем становится неустойчивой, в то время как системы с цифровыми нечеткими регуляторами сохраняют высокое качество работы и при достаточно больших значениях скорости изменения и ускорения входного воздействия.

Результаты проведенных исследований позволяют сделать вывод о перспективности теоретических и практических разработок цифровых систем автоматического управления параметрами газотурбинных двигателей с цифровыми нечеткими регуляторами.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / Елифанов С.В., Кузнецов Б.И., Богаенко И.Н., Грабовский Г.Г., Дюков В.А., Кузьменко С.А., Рюмшин Н.А., Самецкий А.А. - К.: Техніка, 1998. - 312с.
2. Гостев В.И., Маглюй С.А., Успенский А.А. Фаззи-системы управления частотами вращения роторов двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя на базовых режимах работы // Вісник Черкаського державного технологічного університету. - 2002, №2. - С.63-67.
3. Гостев В.И., Маглюй С.А., Иванченко В.А. Оптимальное управление частотами вращения роторов двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя на базовых режимах работы // Автоматизація виробничих процесів. 2002. №2 (15). - С.140-148.
4. Гостев В.И., Кардаков А.Ю. Двухмерная система оптимального управления частотами вращения роторов двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя на базовых режимах работы // Радиоелектроника. Информатика. Управление. - 2002. - №2. - С.127-134.

5. Гостев В.И., Маглюй С.А., Иванченко В.А. Оптимальное управление температурой газа двухвального двухконтурного газотурбинного двигателя на базовых режимах работы // Механіка та машинобудування. - 2002. - №1. - С.107-117.
6. Гостев В.И., Маглюй С.А., Успенский А.А. Оптимальное управление температурой газа в ГТД на базовых режимах работы при компенсации динамических свойств датчика температуры // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. - 2002. - №2. - С.139-142.
7. Гостев В.И., Стеклов В.К. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами: Справочник. - К.: "Радиоаматор", 1998.-704 с.
8. Бесекинский В.А. Динамический синтез систем автоматического регулирования. - М.: Наука, 1970.- 576 с.
9. Гостев В.И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления. - К.: Издательство "Радиоаматор", 2001.-240 с.

Надійшла 24.01.2003
Після доробки 23.04.2003

Викладено результати дослідження систем автоматичного керування частотами обертання роторів двовального двоконтурного газотурбінного двигуна з оптимальними за швидкістю і нечіткими цифровими регуляторами при довільному вхідному впливі на різних базових режимах роботи двигуна методом математичного моделювання.

The outcomes of research of automatic control systems of rotation frequencies of curls two-spool (double-rotor) and double-loop gas-turbine engine with optimum on speed and fuzzy digital controllers are explained at arbitrary entry effect on various base power setting by a method of mathematical simulation.

УДК 62-83-52

Д.Н. Дочвири

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИКИ ТИРИСТОРНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С УПРУГИМ ЗВЕНОМ ПО КРИТЕРИЯМ КАЛМАНА-ФРОБЕНЬЮСА

Разработаны методы оптимизации переходных процессов для тиристорного электропривода с упругим звеном на основе современной теории автоматического управления. Выведены формулы для расчета оптимальных коэффициентов регуляторов (обратных связей) системы. Разработана схема последовательного корректирующего устройства на базе двух операционных усилителей, которая обеспечивает максимальное быстродействие привода. Приведены кривые переходных процессов систем приводов.

Ученые России, Германии и других стран мира для компенсации упругих колебаний и получения максимального быстродействия систем тиристорных электроприводов предлагают различные корректирующие устройства в основном в виде четырехполюсников состоящих из R, L, C и элементов [1-3]. При практической реализации $R-L-C$ фильтра необходима катушка с большой индуктивностью (в пределах 30-50 Гн), а коррекция на входе регулятора скорости при емкости $C > 0,1$ мкФ генерирует высокочастотные сигналы помех. Это вызывает срыв работы системы импульсно-фазового управления тиристорного преобразователя (СИФУ ТП).

Целью статьи является повышение помехозащищенности системы, ее точности и оптимизация переходных процессов.

Оптимизация переходных процессов тиристорного электропривода с упругим механическим звеном может быть осуществлена и без традиционных методов, если использовать теоремы Калмана-Фробеньюса [4]. Оптимальное управление обеспечивается введением линейных обратных связей по всем переменным состояниям системы электропривода. Для определения опти-

мальных коэффициентов обратных связей (регуляторов) по критериям Калмана-Фробеньюса необходимо уравнения динамики привода представить в форме Коши

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Cf, \quad (1)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_c} & 0 & \frac{1}{T_c} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{1}{T_1} \\ 0 & 0 & -\frac{K_e K_{\text{я}}}{T_{\text{я}}} & -\frac{1}{T_{\text{я}}} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_{\text{П}} K_{\text{я}}}{T_{\text{я}}} \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$x^T = [\omega_2 M_y \omega_1 M]$; $f = M_{CT}$; u - сигнал управления; $\omega_1, \omega_2, M, M_{CT}$ и M_y относительные изменения угловых скоростей и моментов электродвигателя и механизма, а также упругого момента соединительного вала; T_1 и T_2 механические постоянные времени двигателя и механизма; T_c и $T_{\text{я}}$ постоянные времени упругого вала и якорной цепи двигателя; $K_{\text{П}}, K_e$ и $K_{\text{я}}$ и коэффициенты передач ТП и двигателя (по внутренней о. с. и прямому каналу) [1,3].

Рассматриваемая система является полностью управляемой и наблюдаемой, т. к. матрицы

$$V = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & A^3B \end{bmatrix} \quad (2)$$

и

$$Q = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & (A^T)^2 C^T & (A^T)^3 C^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

имеют $rank V = rank Q = 4$.

Согласно теореме Калмана-Фробеньюса [4] вначале необходимо составление следующих специальных матриц:

$$\begin{cases} \theta_1 = A\theta_2 + \alpha_1 B; \\ \theta_2 = A\theta_3 + \alpha_2 B; \\ \theta_3 = A\theta_4 + \alpha_3 B; \\ \theta_4 = B \end{cases} \quad (4)$$

где α_1, α_2 и α_3 коэффициенты характеристического полинома ($D = s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0$) матрицы A , которые имеют следующие конкретные значения:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{T_\Sigma}{T_1 T_2 T_\gamma T_c}; & \alpha_2 &= \frac{K_e K_\gamma}{T_1 T_\gamma} + \frac{T_\Sigma}{T_1 T_2 T_c}; \\ \alpha_3 &= \frac{1}{T_\gamma}; & \alpha_0 &= \frac{K_e K_\gamma}{T_1 T_2 T_\gamma T_c}. \end{aligned} \quad (5)$$

где $T_\Sigma = T_1 + T_2$ суммарная механическая постоянная времени привода,

Если желаемое распределение полюсов системы выбрать по закону Баттерворта с коэффициентами $\tilde{\alpha}_i$, $i = \overline{0;3}$ то для решения задачи требуется определить следующие разности указанных коэффициентов:

$$\begin{cases} r_1 = \tilde{\alpha}_0 - \alpha_0 = \omega_0^4 - \frac{k_e k_\gamma}{T_1 T_2 T_\gamma T_c}; \\ r_2 = \tilde{\alpha}_1 - \alpha_1 = 2\omega_0^3 - \frac{T_\Sigma}{T_1 T_2 T_\gamma T_c}; \\ r_3 = \tilde{\alpha}_2 - \alpha_2 = 3\omega_0^2 - \frac{k_e k_\gamma}{T_1 T_\gamma} - \frac{T_\Sigma}{T_1 T_2 T_c}; \\ r_4 = \tilde{\alpha}_3 - \alpha_3 = \omega_0 - \frac{1}{T_\gamma}, \end{cases} \quad (6)$$

где ω_0 частота, определяющая быстродействие системы (для данной системы $\omega_0 = 1, 61(T_1 T_c)^{-1/2}$ [5]).

С помощью (4) составляется матрица типа $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]$, т. е.

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \theta_{21} & \theta_{22} & 0 & 0 \\ \theta_{31} & \theta_{32} & \theta_{33} & 0 \\ \theta_{41} & \theta_{42} & \theta_{43} & \theta_{44} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{21} \\ \theta_{31} \\ \theta_{41} \end{bmatrix} = \frac{K_\Pi K_\gamma}{T_\gamma} \begin{bmatrix} \frac{1}{T_1 T_2 T_c} \\ 0 \\ \frac{1}{T_1 T_2 T_c} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\theta_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{22} \\ \theta_{32} \\ \theta_{42} \end{bmatrix} = \frac{K_\Pi K_\gamma}{T_\gamma} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_1 T_2 T_c} \\ 0 \\ \frac{T_\Sigma}{T_1 T_2 T_c} \end{bmatrix};$$

$$\theta_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_{33} \\ \theta_{43} \end{bmatrix} = \frac{K_\Pi K_\gamma}{T_\gamma} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_1} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \theta_4 = B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_\Pi K_\gamma}{T_\gamma} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Коэффициенты регуляторов (обратных связей) системы определяются выражением

$$R = \tilde{R}\theta^{-1}, \quad (9)$$

где $\tilde{R} = [r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4]$.

Обратная матрицы θ с учетом (7) имеет вид

$$\theta^{-1} = \frac{1}{det\theta} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\theta}_{21} & \tilde{\theta}_{22} & 0 & 0 \\ \tilde{\theta}_{31} & \tilde{\theta}_{32} & \tilde{\theta}_{33} & 0 \\ \tilde{\theta}_{41} & \tilde{\theta}_{42} & \tilde{\theta}_{43} & \tilde{\theta}_{44} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где

$$\begin{cases} det\theta = \left(\frac{k_\Pi k_\gamma}{T_\gamma}\right)^4 \frac{1}{T_1^3 T_2 T_c^2}; & \tilde{\theta}_{11} = \theta_{22} \theta_{33} \theta_{44}; \\ \tilde{\theta}_{21} = -\theta_{44} \theta_{21} \theta_{33}; & \tilde{\theta}_{22} = \theta_{33} \theta_{44} \theta_{11}; \\ \tilde{\theta}_{31} = \theta_{44} (\theta_{21} \theta_{32} - \theta_{31} \theta_{32}); & \tilde{\theta}_{32} = -\theta_{11} \theta_{32} \theta_{44}; \\ \tilde{\theta}_{33} = \theta_{44} \theta_{11} \theta_{22}; & \tilde{\theta}_{41} = - \begin{bmatrix} \theta_{21} & \theta_{22} & 0 \\ \theta_{31} & \theta_{32} & \theta_{33} \\ \theta_{41} & \theta_{42} & \theta_{43} \end{bmatrix}; \\ \tilde{\theta}_{42} = \theta_{11} (\theta_{32} \theta_{43} - \theta_{33} \theta_{42}); & \\ \tilde{\theta}_{43} = -\theta_{11} \theta_{22} \theta_{43}; & \tilde{\theta}_{44} = \theta_{33} \theta_{11} \theta_{22}. \end{cases} \quad (11)$$

Согласно (6), (9) и (11) общие выражения для определения оптимальных коэффициентов обратных связей (регуляторов) системы примут вид

$$\begin{cases} R_1 = \frac{1}{\det\theta}(r_1\tilde{\theta}_{11} + r_2\tilde{\theta}_{21} + r_3\tilde{\theta}_{31} + r_4\tilde{\theta}_{41}); \\ R_2 = \frac{1}{\det\theta}(r_2\tilde{\theta}_{22} + r_3\tilde{\theta}_{32} + r_4\tilde{\theta}_{42}); \\ R_3 = \frac{1}{\det\theta}(r_3\tilde{\theta}_{33} + r_4\tilde{\theta}_{43}); \\ R_4 = \frac{1}{\det\theta}r_4\tilde{\theta}_{44}; \end{cases} \quad (12)$$

Подставляя значения θ_{ij} из (11) в (12) с учетом (8), определим расчетные формулы оптимальных коэффициентов регуляторов (обратных связей) системы электропривода

$$\begin{cases} R_1 = \frac{T_1 T_2 T_{\Sigma} T_c \omega_0^4 - K_e K_{\Sigma}}{K_{\Pi} K_{\Sigma}}; \\ R_2 = \frac{\omega_0}{K_{\Pi} K_{\Sigma}} \left(2 T_1 T_2 T_c \omega_0^3 - \frac{T_{\Sigma} T_{\Sigma}}{T_2} \right); \\ R_3 = \frac{T_1 T_{\Sigma}}{K_{\Pi} K_{\Sigma}} \left(3 \omega_0^2 - \frac{K_e K_{\Sigma}}{T_1 T_{\Sigma}} - \frac{T_{\Sigma}}{T_1 T_2 T_c} \right); \\ R_4 = \frac{T_{\Sigma} \omega_0 - 1}{K_{\Pi} K_{\Sigma}}. \end{cases} \quad (13)$$

Исследования переходных процессов рассматриваемого привода на компьютере производились на базе данных $T_1 = 1,5c.$; $T_2 = 10c.$; $T_{\Sigma} = 0,01c.$;

$T_c = 4 \cdot 10^{-4}c.$; $K_e = 0,92$; $K_{\Sigma} = 14$; $K_{\Pi} = 50$; $\omega_0 = 66c^{-1}$ и полученных выше из (13) значений коэффициентов регуляторов $R_1 = 16,2$; $R_2 = 0,04$; $R_3 = 3,3$ и $R_4 = 0,01$. Схема компьютерной модели привода представлена на рис. 1. Кривые переходных процессов системы с обратными связями только по току якоря и скорости двигателя, представленные на рис. 2, а, б далеки от оптимальных, т. к. сопровождаются сильными крутильными колебаниями. При работе системы привода со всеми обратными связями переходные процессы значительно улучшаются (упругие колебания почти полностью погашены) и становятся близкими к оптимизированным (рис. 3, а, б).

Отрицательной чертой оптимизации переходных процессов по критерию Калмана-Фробенюса является сложность измерения упругого момента и угловой скорости для ряда механизмов. Однако оценочные величины M_y и ω_2 можно получить при помощи наблюдательного устройства, построенного по принципу фильтра Калмана-Бьюси на базе эталонной модели механической части электропривода. Схема наблюдателя содержит четыре интегратора и три операционных усилителя [6]. Для получения высокоточных оценочных величин $\tilde{\omega}_2$ и \tilde{M}_y наблюдатель снабжен собственными обратными связями с коэффициентами передачи $K_i, i = \overline{1;3}$.

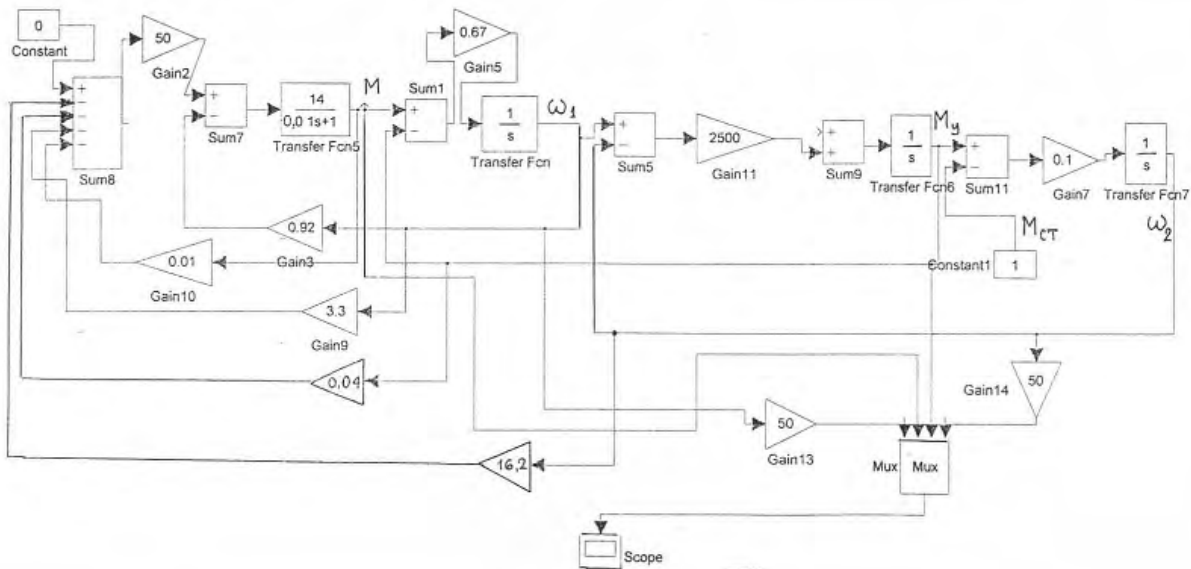


Рисунок 1 - Структурная схема тиристорного электропривода с упругим механическим звеном и регуляторами в обратных связях.

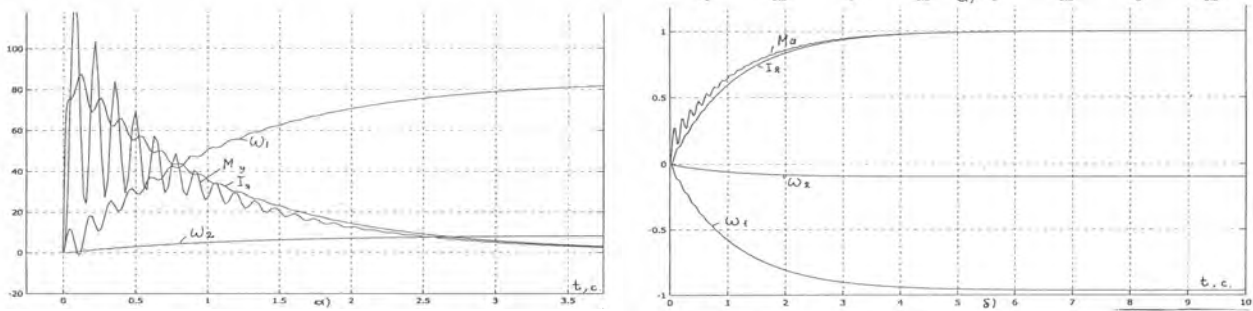


Рисунок 2 - Переходные процессы упругого электропривода при обратных связях только по току якоря и скорости двигателя: а) при ступенчатом управлении; б) при набросе нагрузки.

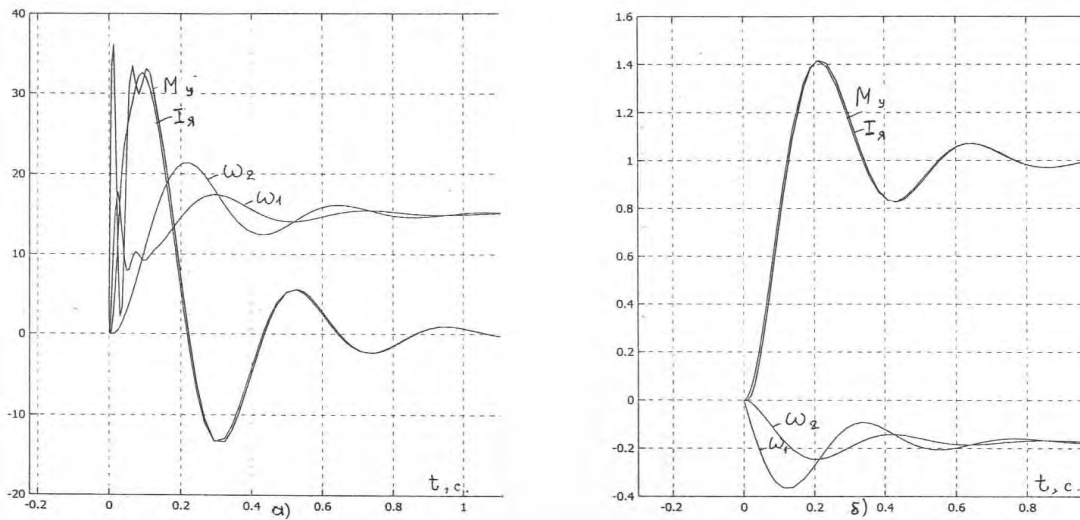


Рисунок 3 - Переходные процессы упругого электропривода при всех обратных связях: а) при управляющем воздействии; б) при набросе нагрузки.

Синтез наблюдателя при учете возмущения привода где производится согласно уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x} + K(y - \tilde{y}) + L\tilde{M}_{CT}; \\ \tilde{M}_{CT} &= \int (y - \tilde{y}) dt, \end{aligned} \quad (14)$$

где y и \tilde{y} выходные сигналы объекта и фильтра Калмана-Бьюси ($y = C^*x$ и $\tilde{y} = C^*\tilde{x}$, $C^* = [0 \ 0 \ 1]$)

$$L^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad K^T = [K_1 \ K_2 \ K_3].$$

Для выбора оптимальных коэффициентов обратных связей наблюдателя (K_1, K_2, K_3) используется квадратичный функционал

$$J = \int_0^{\infty} (x^T N x + u^T R u) dt \rightarrow \min \quad (15)$$

$$N = \text{diag} \left\{ \left[\max_{t \in [0;3]} x_1(t) \right]^{-2}, \left[\max_{t \in [0;3]} x_2(t) \right]^{-2}, \left[\max_{t \in [0;3]} x_3(t) \right]^{-2} \right\};$$

$$R = \left[\max_{t \in [0;3]} \ddot{U}(t) \right]^{-2}.$$

Для приводов буммашин и непрерывных прокатных станов

$$N = \text{diag}[0, 76; 0, 25; 0, 76] \quad \text{и} \quad R = 0, 25.$$

По критериям Калмана-Бьюси коэффициенты обратных связей наблюдателя K_i , $i = \overline{1;3}$ определяются формулой

$$K = P * C^{*T} R^{-1}, \quad (16)$$

где P^* – положительно определенная матрица, являющаяся решением следующего уравнения Риккати:

$$A^T P + PA - PAR^{-1}P + N = 0. \quad (17)$$

Аналитическое решение (17) весьма затруднительно, вследствие его нелинейности. Трудность можно преодолеть при применении матрицы Гамильтона

$$H = \begin{bmatrix} -A^T & C^{*T} R^{-1} C^* \\ N & A \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Характеристическое уравнение матрицы H всегда можно представить в виде следующих сомножителей:

$$\det(sE - H) = (-1)^n h(s)h(-s), \quad (19)$$

где $h(s)$ полином n -го порядка системы, корни которого имеют отрицательные действительные части, $h(-s)$ сопрягающий полином $h(s)$. Заменяя в полиноме оператор "s" на матрицу H и решив линейное матричное уравнение

$$[-P^*, E]h(H) = 0, \quad (20)$$

определяем значения P^* , которые удовлетворяют уравнению Риккати (17). Таким путем найденные значения P^* вводятся в (16), с помощью которых определяются оптимальные коэффициенты обратных связей, обеспечивающие минимизацию ошибки выходных сигналов наблюдателя и объекта регулирования системы.

Для рассматриваемого электропривода [6]

$$K = P^* \cdot C^{*T} \cdot R^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0517 & -5,7199 & -0,0586 \\ 530,5601 & 7596 & 539,4802 \\ 0,7045 & 17,2854 & 0,7285 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,2344 \\ 2158 \\ 2,9 \end{bmatrix},$$

т. е. $K_1 = -0,2344$; $K_2 = 2158$; $K_3 = 2,9$.

Исследования динамики (на компьютере в программе Mat Lab) рассмотренного привода показали, что кривые переходных процессов системы с наблюдательным устройством по характеру являются почти такими же, каковы переходные процессы у системы привода (рис. 1), представленные на рис.3,а,б. Оптимальное управление системы обеспечивается и при 10-15 %-ом дрейфе параметров настройки наблюдателя от параметров объекта электропривода.

Высокоэффективное, с точки зрения подавления упругих колебаний и получения максимального быстродействия, а также надежное в эксплуатации корректирующее устройство можно конструировать на базе двух интеграторов и трех операционных усилителей. Для этой цели записываются уравнения движения привода с

учетом вязкоупругой механической передачи в операторном виде

$$\begin{cases} s \cdot X(s) = A^* \cdot X(s) + B^* U(s) \\ Y(s) = C^* X(s) \end{cases} \quad (21)$$

где

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_2} & 0 \\ -\frac{1}{T_c} & -\frac{T_d T_\Sigma}{T_c T_1 T_2} & \frac{1}{T_c} \\ 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 \end{bmatrix}; \quad B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_d}{T_1 T_c} \\ \frac{1}{T_1} \end{bmatrix}; \quad C^{*T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Y - выходной сигнал объекта (т. е. ω_2); T_d - постоянная времени вязкого трения механической передачи привода. Решение (21) выражается, как

$$Y(s) = C^* (sE - A^*)^{-1} B^* U(s). \quad (22)$$

Вводя значения A^* , B^* и C^* в (22), определяем передаточную функцию объекта

$$W_0(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_\Sigma s} \frac{T_1'^2 s^2 + T_d s + 1}{T_2'^2 s^2 + T_d s + 1}, \quad (23)$$

где $T_1' = (T_2 \cdot T_c)^{1/2}$; $T_2' = (T_1 T_2 T_c / T_\Sigma)^{1/2}$.

Так как корректор должен компенсировать влияние второго сомножителя в (23), передаточная функция корректора должна выглядеть так

$$W_k(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{T_3^2 s^2 + T_4 s + 1}{T_5^2 s^2 + T_6 s + 1}, \quad (24)$$

где $U_1(s)$ и $U_2(s)$ - соответственно входной и выходной сигналы корректора. Из (24) вытекает следующее равенство:

$$U_2(P) = \frac{1}{T_5 \cdot s} \left[\frac{U_1(s) - U_2(s)}{T_5 \cdot s} + \frac{T_4}{T_5} U_1(s) - \frac{T_6}{T_5} U_2(s) \right] + \left(\frac{T_3}{T_5} \right)^2 U_1(s). \quad (25)$$

Соответствующая уравнению (25) структурная схема корректора представлена на рис.4, частотный анализ которой дал возможность установить ее оптимальные параметры [7]

$$T_3 = T_5 = T_1'; \quad T_4 = T_d, \quad T_6 = 17,5 \cdot T_d \quad (26)$$

Полученное корректирующее устройство является последовательным и его необходимо включить на входе регулятора скорости так же, как это сделано в схеме (рис.5) для тиристорного привода с подчиненным регулированием.

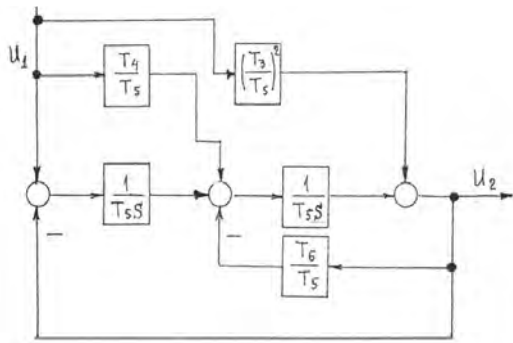


Рисунок 4 - Структурная схема последовательного корректирующего устройства упругого электропривода

Результаты исследования системы привода (рис.5) на компьютере представлены на рис. 6 и 7. Кривые переходных процессов, приведенные на рис. 6, а и б, соответствуют точной настройке корректора по условиям (26). Эти кривые свободны от упругих колебаний и являются оптимизированными и по быстродействию. Кривые переходных процессов, приведенные на рис. 7 а и б, получены при дрейфе параметров коррекции от их оптимальных значений. Процессы в этом случае при управляющем воздействии являются сильноколебательными и неприемлемыми для практических целей.

Для подтверждения полученных выше теоретических результатов были проведены экспериментальные исследования на действующей бумагоделательной машине. Кривые, показанные на рис.8 а, б, в, соответствуют рабо-те секционных приводов без коррекции, а кривые на рис.9 а,б, в получены после включения корректора (рис.4) на входе регуляторов скорости приводов.

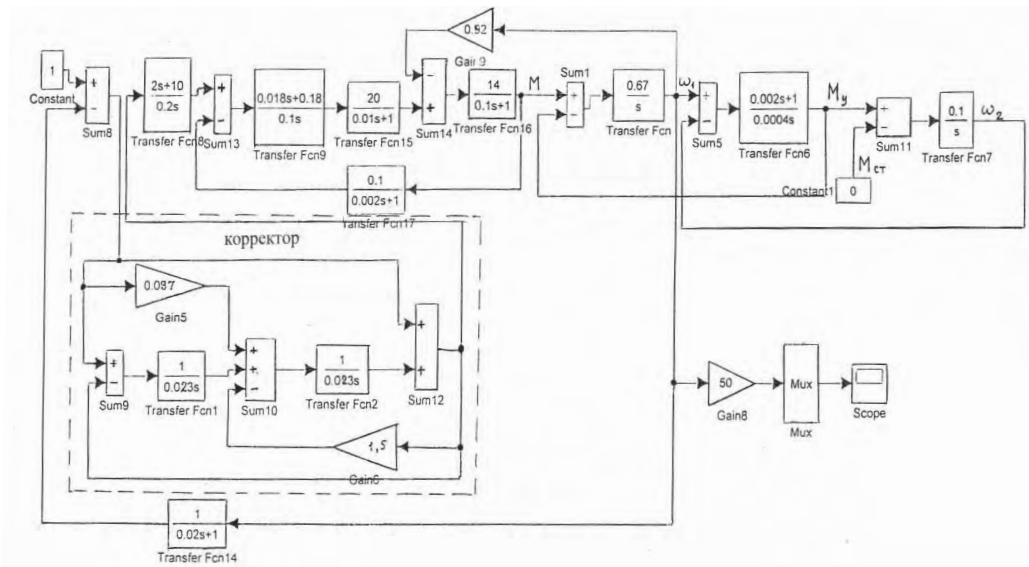


Рисунок 5 - Компьютерная модель упругого тиристорного электропривода с подчиненным и последовательным корректирующим звеном

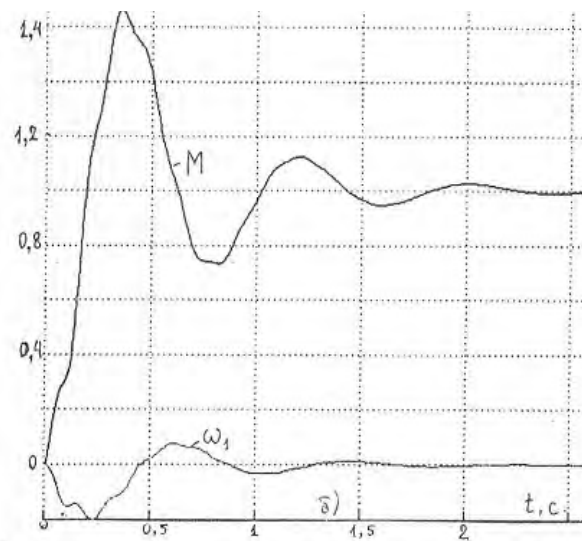
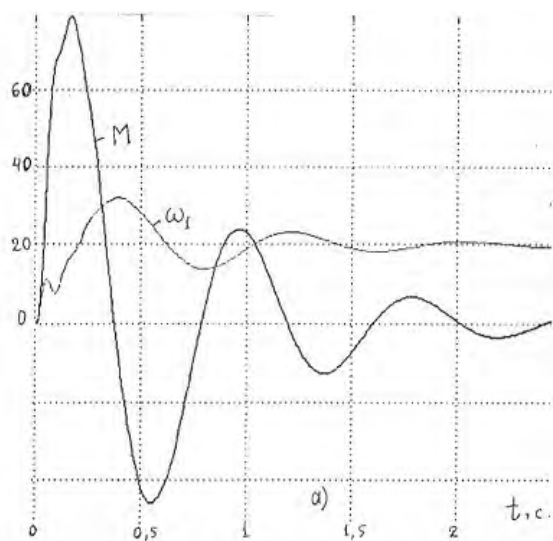


Рисунок 6 - Переходные процессы упругого электропривода с точной настройкой коррекции при ступенчатом воздействии: а) по управлению и б) по нагрузке

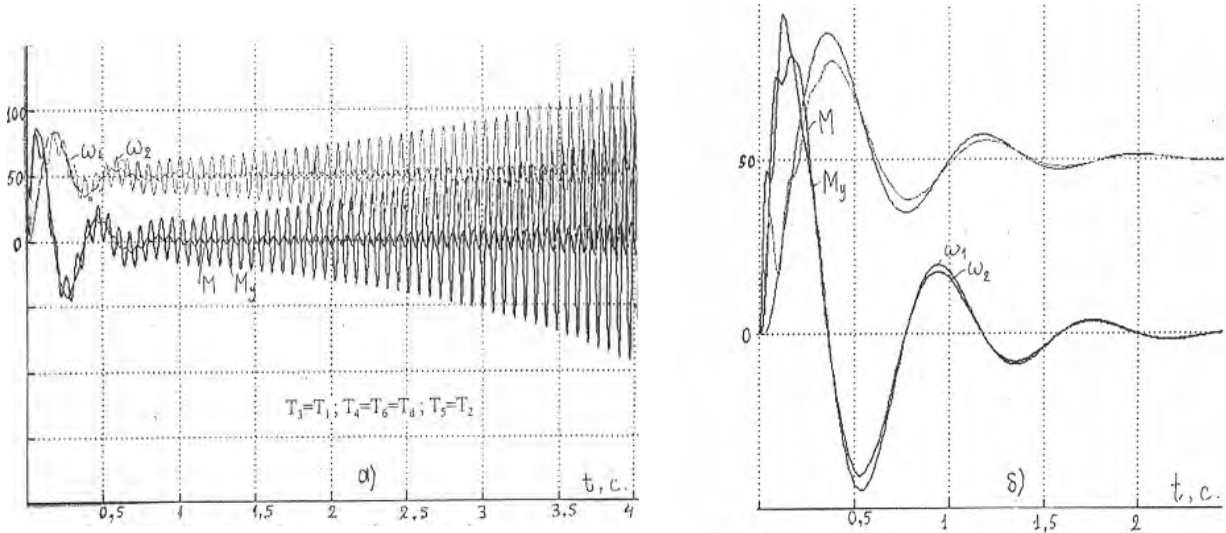


Рисунок 7 - Переходные процессы упругого электропривода при дрейфе параметров коррекции ($T_3 = T_1; T_4 = T_6 = T_8; T_5 = T_2$) от параметров объекта при: а) управляющем и б) возмущающем воздействии

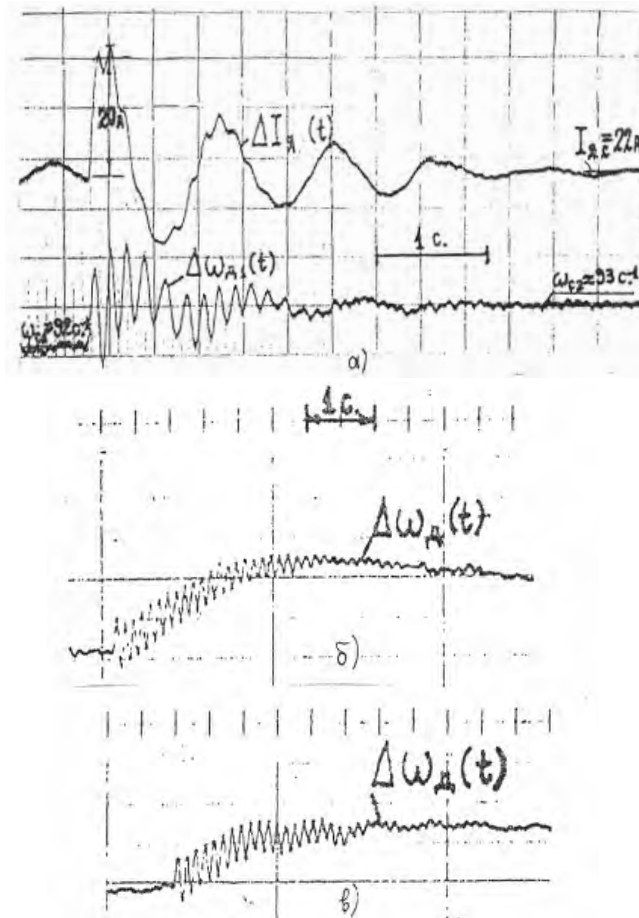


Рисунок 8 - Экспериментальные кривые переходных процессов упругих электроприводов буммашины без коррекции: а) прессовой секции; б) и в) сушильной секции

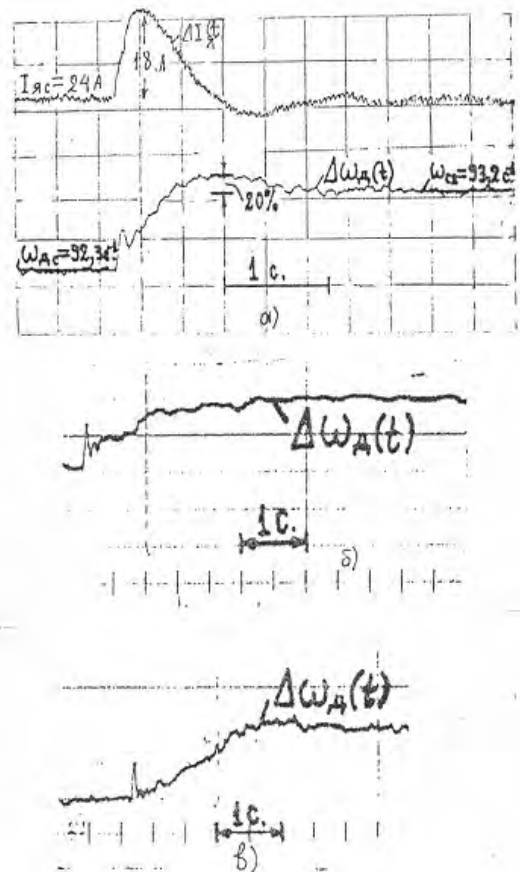


Рисунок 9 - Экспериментальные кривые переходных процессов упругих приводов с корректором последовательного типа: а) прессовой секции; б) и в) сушильной секции

ВЫВОДЫ

1. На основании теорем Калмана-Фробенюса выведены обобщенные выражения для расчета оптимальных значений коэффициентов основных обратных связей тиристорного электропривода с упругим звеном;

2. Определены оптимальные коэффициенты собственных обратных связей наблюдателя (фильтра Калмана-Бьюси) решением уравнения Риккати и с помощью Гамильтоновой матрицы. Использование гибкой обратной связи по оценочному сигналу производной скорости двигателя (от наблюдателя) эффективно подавляет сильные упругие колебания в силовой электро-механической части привода. Этим обеспечивается и помехозащищенность СИФУ ТП;

3. С целью получения предельного быстродействия и эффективного гашения упругих колебаний в системе привода аналитическим путем разработана структурная схема последовательного корректирующего устройства на базе двух интеграторов и трех операционных усилителей.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Барышников В. Д., Волков А. М., Дочвири Д. Н., Куликов С. Н. Современные автоматизированные тиристорные электроприводы бумагоделательных машин // Л., АДНТП, 1979.
2. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями // С-Пб, Энергоатомиздат, 1992.
3. Raatz E. Regelung Von Antrieben Mit Elastischer Verbindung Zur Arbeitsmaschinen // ENZ, 1981, A92, N 4, pp. 211-216.
4. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления // М., Наука, 1986.
5. Dochviri J. Optimization of Dynamics of Electromechanical Drive with Modal Control // Bull. Georg. Acad. Sci., 2002, v. 165, N 3, pp. 537-539.
6. Дочвири Д. Н. Оптимальное управление упругого электро-механического привода с фильтром Калмана-Бьюси // Изв. АЭТИ сер. Электротехника, С-Пб. 2001, № 1, с. 33-40.
7. Dochviri J. A Corrector of Elastic Electromechanical Drive on the Base Operational Amplifiers // Bull. Georg. Acad. Sci., 2002, v. 165, N 2, pp. 82-85.

Надійшла 13.09.2003

In the work on the base of modern theory of automatic control are elaborated methods for optimization of transient processes of thyristor electrical drive with elastic section. The formulas for calculation of optimal coefficients of regulators (feedback connections) of the system are deduced. Scheme of successive corrector, with two integrators and three operational amplifiers, which make sure maximal quickaction of drive, is elaborated. The curves of transient processes for the drive systems are given.

УДК 62-83:621.313.333

Е.Е. Потапенко, А.В. Соломаха, А.А. Куликов

ОЦЕНКА ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЙ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ НАЛИЧИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ

Синтезированы алгоритмы оценки потокосцеплений ротора и статора асинхронных двигателей при наличии постоянных погрешностей измерения тока и напряжения. Алгоритмы устраняют известную проблему "чистого" интегрирования и минимизируют объём вычислений. Рассмотрены вопросы помехозащищенности от эффекта квантования в преобразователе частоты с широтно-импульсной модуляцией.

ВВЕДЕНИЕ

В современных системах управления асинхронными двигателями (АД) (векторное управление и прямое управление моментом и потокосцеплением) ключевыми координатами их вектора состояния являются проекции векторов потокосцеплений ротора и (или) статора на оси различных базисов и скорости вращения этих векторов. Известно, что потокосцепление можно найти интегрированием ЭДС. Однако, при "чистом" интегрировании возникают ошибки из-за неизвестных начальных условий и интегралов от погрешностей датчиков тока и напряжения. Для устранения ошибок от начальных условий и ограничения ошибок от смещения нулей

датчиков в работе [1] предложено звенья "чистого" интегрирования заменить на инерционные звенья первого порядка. Однако, при низких частотах такая замена приводит к недопустимо большим погрешностям амплитуды и фазы потокосцепления. В работах [2, 3] предложены другие методы обхождения проблемы "чистого" интегрирования, которые не устраняют ошибки от смещения нулей датчиков и обладают вычислительной сложностью. В работе [4] синтезированы простые алгоритмы устранения проблемы начальных условий и ограничения влияния смещения нулей.

Целью данной статьи является модернизация алгоритмов работы [4] с целью устранения влияния смещения нулей датчиков.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В предположении, что скорость изменения модуля вектора потокосцепления ротора (ψ) гораздо меньше скорости его изменения за счет вращения в статорном базисе (α, β) со скоростью ω_0 , уравнения изменения

вектора потокосцепления имеют следующий вид:

$$0 = -JL_{rm}e_0. \quad (9)$$

$$\dot{\psi} = \omega_0 J \psi. \quad (1)$$

Вектор ψ связан с вектором ЭДС e уравнением

$$\dot{\psi} = L_{rm}e, \quad (2)$$

а ЭДС, в свою очередь, определяется выражением

$$e = u - R_s i - \sigma L_s p i. \quad (3)$$

В (1) - (3) и далее приняты следующие обозначения: u, i - векторы тока и напряжения статора (эти и другие векторы заданы проекциями на оси базиса $((\alpha, \beta))$, L_s, L_r - индуктивности статора и ротора, L_m - взаимная индуктивность статора и ротора, R_s - сопротивление статора, σ - коэффициент рассеивания, p - оператор дифференцирования,

$$J = -J^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$O_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, L_{rm} = \frac{L_r}{L_m}, \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}. \quad (4)$$

Уравнения (1) и (2) вследствие обратимости матрицы J позволяют записать

$$\psi = -\omega_0^{-1} J L_{rm} e. \quad (5)$$

Предполагается, что датчики, измеряющие u, i , имеют смещения нулей, приводящие к смещению выражения (3) на постоянный вектор e_0 , описываемый уравнением

$$\dot{e}_0 = 0. \quad (6)$$

Поэтому измерением вектора ψ будем считать выражения

$$y = -\omega_0^{-1} J L_{rm} (e + e_0) = \psi - \omega_0^{-1} J L_{rm} e_0. \quad (7)$$

Целью данной статьи является оценка ψ и e_0 по выражениям (1), (6), (7).

2 СИНТЕЗ ФИЛЬТРОВ ОЦЕНКИ

Будем рассматривать (1) и (6) как уравнения объекта, а (7) как измерение. Прежде чем приступить к синтезу фильтра, исследуем восстанавливаемость системы (1), (6), (7). В соответствии с теоремой [5], для полной восстанавливаемости необходимо и достаточно, чтобы при $y \equiv 0$ из системы (1), (6), (7) следовало $e_0 \equiv \psi \equiv 0$. Пусть $y \equiv 0$, тогда из (7) следует

$$\psi \equiv -\omega_0^{-1} J L_{rm} e_0. \quad (8)$$

Подстановка (8) в (1) с учетом (6) дает

Поскольку $JJ = -E$ то при $\omega_0 \neq 0$ из (9) и (8) следует $e_0 \equiv \psi \equiv 0$. Следовательно, система (1), (6), (7) является полностью восстанавливаемой при $\omega_0 \neq 0$ и для нее можно построить наблюдатель [6, 7] в виде

$$\dot{\hat{\psi}} = \omega_0 J \hat{\psi} + L_\psi (\hat{\psi} - \omega_0^{-1} J L_{rm} \hat{e}_0 - y), \quad (10)$$

$$\dot{\hat{e}}_0 = L_e (\hat{\psi} - \omega_0^{-1} J L_{rm} \hat{e}_0 - y), \quad (11)$$

где знаком " ^ " обозначены оценки соответствующих переменных; L_ψ, L_e - матрицы коэффициентов усиления наблюдателя размером 2×2 . Для снижения объема вычислений при реализации наблюдателя в соответствии с [8, 9] представим его в виде двух блоков: наблюдателя преобразованного вектора потокосцепления ψ_*

$$\dot{\hat{\psi}}_* = \omega_0 J \hat{\psi}_* + L_* (\hat{\psi}_* - y) \quad (12)$$

и наблюдателя погрешностей ЭДС (в дальнейшем просто погрешностей). В (12) L_* - постоянная матрица коэффициентов усиления наблюдателя. Для разделения наблюдателя вводится неособое преобразование [8, 9]

$$\begin{bmatrix} \hat{\psi} \\ \hat{e}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & S \\ 0_2 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\psi}_* \\ \hat{e}_0 \end{bmatrix}.$$

Здесь $S \in R^{2 \times 2}$ - постоянная матрица, определенная ниже. В соответствии с этим преобразованием

$$\hat{\psi} = \hat{\psi}_* + S \hat{e}_0. \quad (13)$$

Подстановка (13) в (10) с учетом (11) и сравнение с (12) дают уравнения

$$L_* = L_\psi - S L_e, \quad (14)$$

$$(L_* + \omega_0 J) S = L_* \omega_0^{-1} J L_{rm}. \quad (15)$$

Выше было показано, что система (1), (6), (7) при $\omega_0 \neq 0$ является полностью восстанавливаемой. Поэтому при $\omega_0 \neq 0$ выбором матрицы L_* матрицу $L_* + \omega_0 J$ можно сделать гурвицевой, задав ей любой желаемый спектр. Вследствие гурвицевости матрица $L_* + \omega_0 J$ будет обратимой. Тогда из (15) можно записать

$$S = (L_* + \omega_0 J)^{-1} L_* \omega_0^{-1} J L_{rm}. \quad (16)$$

Подстановка (13) в (11) дает уравнение наблюдателя погрешностей

$$\dot{\hat{e}}_0 = L_e (S - \omega_0^{-1} J L_{rm}) \hat{e}_0 + L_e (\hat{\psi}_* - y). \quad (17)$$

Поскольку неособое преобразование (13) не нарушает полной восстанавливаемости системы, то спектр матри-

цы перед \hat{e}_0 можно задавать произвольно. Таким образом, наблюдатель разделен на две части: (12) и (17), причем уравнение (12) независимо от уравнения (17), вследствие чего эти уравнения интегрируются последовательно, что существенно снижает загрузку вычислителя. Вектор ψ оценивается по зависимости (13). Следует отметить, что уравнение (12) полностью соответствует системе (3) работы [4], синтезированной без учета смещения \hat{e}_0 .

Выше при синтезе наблюдателя предполагалось, что скорость ω_0 известна. В том случае, когда она не известна, ее можно оценить следующим образом. Умножим слева уравнение (1) на $\psi^T J$. Из полученного можно найти

$$\omega_0 = -\frac{\psi^T J \dot{\psi}}{|\psi|^2}. \quad (18)$$

Заменив в (18) ψ на его оценку $\hat{\psi}$, получим

$$\hat{\omega}_0 = -\frac{\hat{\psi}^T J \dot{\hat{\psi}}}{|\hat{\psi}|^2}. \quad (19)$$

Система уравнений (12), (16), (17), (19) образует адаптивный фильтр для оценки ψ , e_0 , ω_0 .

Рассмотрим вопрос помехозащищенности синтезированных алгоритмов. В выражение (3) входит производная от тока, который содержит высокочастотную помеху, обусловленную широтно-импульсной модуляцией преобразователя частоты. Устранить эту проблему можно двумя методами. Во-первых, можно воспользоваться выражением [10]

$$p_i = \omega_i J i. \quad (20)$$

где ω_i - скорость вращения вектора тока в статорном базисе, причем с достаточной степенью точности можно полагать

$$\omega_i \approx \omega_0. \quad (21)$$

Последовательные подстановки (21) в (20), (20) в (3), а (3) в (7) устраняют проблему дифференцирования. Во-вторых, вместо уравнений потокосцепления ротора (1) - (3) можно рассматривать уравнения потокосцепления статора

$$\dot{\psi}_s = \omega_s J \psi_s, \quad \dot{\psi}_s = e_s, \quad e_s = u - R_s i,$$

которые не содержат производной тока. Потокосцепления ротора и статора связаны соотношением

$$\psi = L_m (\psi_s - \sigma L_s i).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезированы алгоритмы оценки потокосцеплений ротора и статора асинхронных двигателей при наличии постоянных погрешностей измерения тока и напряжения. Оценка осуществляется с помощью наблюдателя

четвертого порядка. В отличие от классического наблюдателя, синтезированный наблюдатель представлен в виде двух подсистем второго порядка каждая, причем одна подсистема независима от другой. Это позволяет интегрировать их последовательно. Известно [11], что объем вычислений при интегрировании системы дифференциальных уравнений пропорционален кубу порядка системы. Поэтому в классическом наблюдателе объем вычислений пропорционален $4^3=64$. Объем вычислений в синтезированном наблюдателе пропорционален $2^3+2^3=16$, т. е. достигнуто снижение объема вычислений в 4 раза. В статье также предложены модификации синтезированных алгоритмов, повышающие их помехозащищенность.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. X. Xu, R. De Doncker and D. W. Novotny. Stator Flux Orientation Control of Induction Machines in the Field Weakening Region// IEE-IAS Annual Meeting Conf. Rec. - 1988. - Pp. 437-443.
2. T. Ohtani, N. Tacada and K. Tanaka. Vector Control of Induction Motor without Shaft Encoder// IEEE Trans. Indust. Applic. - 1992. - Vol. 28, № 1. - Pp. 157-164.
3. J. O. P. Pinto, B. K. Bose and L. E. Borges da Silva. A Stator-Flux-Oriented Vector-Controlled Induction Motor Drives with Space-Vector PWM and Flux-Vector Synthesis by Neural Networks// IEEE Trans. Industry Applications. - 2001. - Vol.37, № 5. - Pp. 1308-1317.
4. Потапенко Е. М., Потапенко Е. Е. Оценка векторов потокосцеплений и их скоростей в двигателях переменного тока// Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний вип. "Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика". - Харків: НТУ "ХПІ", 2003. - Т.1, № 10 С.105-107.
5. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. - М.: Мир, 1977. - 650 с.
6. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами. - М.: Гл. ред. физ. - мат. лит. изд-ва "Наука", 1976. - 424 с.
7. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. - М.: Машиностроение, 1976. - 184 с.
8. Friedland B. Treatment of Bias in Recursive Filtering// IEEE Trans. on Automatic Control. - 1969. - Vol. AC-14, № 4. - Pp. 359-367.
9. Потапенко Е. М. Робастные комбинированные системы управления с наблюдателями// Проблемы управления и информатики. - 1995. - № 2. - С. 36 - 43.
10. Потапенко Е. Е., Потапенко Е. М. Синтез быстродействующих алгоритмов оценки вектора состояния асинхронного двигателя// Технічна електродинаміка. Спец. випуск: Проблеми сучасної електродинаміки. - 2002. - Част.4. - С. 33 - 36.
11. Шмидт Дж. Линейные и нелинейные методы фильтрации / Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах/ Под ред. К. Т. Леондеса. - М.: Мир, 1980. - С. 49 - 73.

Надійшла 20.08.03
Після доробки 26.09.03

Синтезовано алгоритми оцінки потокосцеплень ротора і статора асинхронних двигунів при наявності постійних похибок виміру струму і напруги. Алгоритми усувають відому проблему "чистого" інтегрування і мінімізують обсяг обчислень. Розглянуто питання перешкодо-захисності від ефекту квантування в перетворювачі частоти із широтно-імпульсною модуляцією.

Algorithms of an estimation of flux linkages of the rotor and the stator of induction motors are synthesized at presence of constant values of measuring errors of a current and a voltage. Algorithms eliminate a known problem of a "pure" integration and minimize volume of calculations. Questions of a noise-immunity from effect of quantization in the frequency converter with a pulse-width modulation are considered.

АВТОРЫ НОМЕРА

Candik Marek

Ph.D., assistant professor of Institute of Information Technologies of Tomas Bata University in Zlin, Czech Republic

Danijela R. Aleksic

postgraduate student, University of Nis, Serbia and Montenegro

Zoran H. Peric

Dr. Professor at Department of University of Nis, Serbia and Montenegro

Андреев Михаил Викторович

кандидат физико-математических наук, доцент Днепропетровского национального университета

Архипов Александр Евгеньевич

доктор технических наук, профессор Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт"

Архипова София Анатольевна

кандидат технических наук, доцент Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт"

Бабенко Елисей Андреевич

аспирант Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт"

Бондарев Борис Николаевич

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Бондарев Виктор Павлович

кандидат физико-математических наук, доцент национального горного университета, г. Днепропетровск

Борulyкo Валентин Федорович

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Днепропетровского национального университета

Воропай Алексей Юрьевич

аспирант Запорожского национального технического университета

Галько Сергей Витальевич

кандидат технических наук, декан Таврической государственной агротехнической академии, г. Мелитополь

Гапоненко Николай Прокофьевич

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Гниленко Алексей Борисович

кандидат физико-математических наук, доцент Днепропетровского национального университета

Гостев Владимир Иванович

доктор технических наук, заведующий кафедрой Государственного университета информационно-коммуникационных технологий, г. Киев

Грядун Виктор Иванович

старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Гулин Сергей Петрович

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Дочвири Джумбер Николаевич

доктор технических наук Грузинского технического университета, г. Тбилиси

Дробахин Олег Олегович

доктор физико-математических наук, профессор Днепропетровского национального университета

Дубовик Сергей Андреевич

кандидат технических наук, доцент Севастопольского национального технического университета

Залевский Алексей Павлович

аспирант Запорожского национального технического университета

Кардаков Александр Юрьевич

президент закрытого акционерного общества "Информационные компьютерные системы"

Карпуков Леонид Матвеевич

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Козырев Владимир Георгиевич

кандидат технических наук, доцент Севастопольского национального технического университета

Кондратьев Евгений Вячеславович

аспирант Днепропетровского национального университета

Короткая Валентина Григорьевна

старший преподаватель Днепропетровского национального университета

Крищук Владимир Николаевич

кандидат технических наук, заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

Куликов Андрей Александрович

магистрант Запорожского национального технического университета

Логачева Людмила Михайловна

старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Маглюй Сергей Анатольевич

директор ЗАО "Информационные компьютерные системы"

Магро Валерий Иванович

кандидат физико-математических наук, доцент Днепропетровского национального технического университета

Морозов Валентин Михайлович

кандидат физико-математических наук, доцент Днепропетровского национального технического университета

Носок Светлана Александровна

аспирант Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт"

Онуфриенко Владимир Михайлович

кандидат физико-математических наук, декан Запорожского национального технического университета

Орлов Владимир Викторович

кандидат технических наук, доцент Одесского национального политехнического университета

Палий Олег Викторович

аспирант Днепропетровского национального университета

Пишко Игорь Владимирович

военнослужащий, начальник учебной части, г. Киев

Пица Дмитрий Макарович

доктор технических наук, проректор Запорожского национального технического университета

Подольская Ольга Георгиевна

старший преподаватель Керченского экономико-гуманитарного института

Потапенко Евгений Евгеньевич

аспирант Запорожского национального технического университета

Рихтер Валентин Михайлович

аспирант Днепропетровского национального университета

Рыбин Вадим Олегович

старший преподаватель Запорожского национального технического университета

Романенко Сергей Николаевич

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Салтыков Дмитрий Юрьевич

старший преподаватель Днепропетровского национального университета

Солдатов Борис Трофимович

доцент Запорожского национального технического университета

Соломаха Александр Викторович

магистрант Запорожского национального технического университета

Субботин Сергей Александрович

преподаватель Запорожского национального
технического университета

Чернобородова Наталья Петровна

ассистент Запорожского национального
технического университета

Тумило-Денисович Евгений Валерьевич

аспирант Новосибирского государственного
университета

Шаповалов Виталий Павлович

доктор физико-математических наук,
профессор Запорожского национального
технического университета

Фарафонов Алексей Юрьевич

аспирант Запорожского национального
технического университета

Шило Галина Николаевна

кандидат технических наук, старший пре-
подаватель Запорожского национального
технического университета

Филинский Леонид Антонович

старший научный сотрудник Днепро-
петровского национального университета

Штефан Татьяна Александровна

ассистент Запорожского национального
технического университета

Худяев Александр Андреевич

кандидат технических наук, доцент Укра-
инской инженерно-педагогической акаде-
мии, г. Харьков

Шушлятин Евгений Андреевич

доктор технических наук, профессор
Севастопольского национального техни-
ческого университета

Цыганков Владимир Дмитриевич

кандидат технических наук, начальник
отдела ЦНИТИ, г. Москва

Яременко Владимир Николаевич

адъюнкт Военного института Киевского
национального университета им. Тараса
Шевченко

Чернобородов Михаил Петрович

аспирант Запорожского национального
технического университета