

Запорізький національний технічний університет



# Радіоелектроніка Інформатика Управління

**1(15)'2006**

## Науковий журнал

Видається двічі на рік

Зареєстрований **29 січня 2003 року**  
Державним комітетом інформаційної політики,  
телебачення та радіомовлення України.  
Свідоцтво – серія **КВ № 6904**.

Засновник і видавник – Запорізький національний технічний університет

Запоріжжя, ЗНТУ  
2006

**Передплатний індекс – 22914**

Журнал «Радіоелектроніка. Інформатика. Управління» видається з 1999 року.

Журнал входить до переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук та фізико-математичних наук за спеціальністю «Радіофізика». Статті, що публікуються в журналі, реферуються в базах даних та РЖ ВІНІТІ (Росія) і «Джерело» (Україна)

## **РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ**

**Головний редактор** – д.т.н. Потапенко Є. М.

**Заст. головного редактора** – к.т.н. Дубровін В. І.

**Члени редколегії :**

д.ф.-м.н. Ахметшин А. М.  
д.т.н. Волков О. В.  
д.ф.-м.н. Горбань О. М.  
д.ф.-м.н. Горр Г. В.  
д.т.н. Гостев В. І.  
д.ф.-м.н. Дробахин О. О.  
д.ф.-м.н. Ковалев О. М.

д.ф.-м.н. Корніч Г. В.  
д.ф.-м.н. Онуфрієнко В. М.  
д.т.н. Павлов О. А.  
д.т.н. Піза Д. М.  
д.ф.-м.н. Погосов В. В.  
д.т.н. Труфанов І. Д.  
д.ф.-м.н. Чумаченко В. П.

**Редакційно-видавнича рада:**

Бєліков С. Б., Внуков Ю. М., Піза Д. М., Яримбаш С. Т., Потапенко Є. М., Дубровін В. І., Петруша Ю. П., Флора В. Д., Соболь Ю. О., Дедков М. В., Рибіна Ю. А., Табунщик Г. В., М'ясников М. Л., Богданова Л. Ф., Кобзар Н. М., Федоренко Е. С.

Рекомендовано до видання вченого радою Запорізького національного технічного університету, протокол № 8 від 17.05.2006 р.

Рукописи проходять незалежне рецензування з залученням провідних фахівців, за результатами якого редакційна колегія приймає рішення про опублікування

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом  
Запорізького національного технічного університету

**Адреса редакції:** 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64, ЗНТУ,  
редакція журналу «РІУ»

Тел: (061)7-698-2-96 – редакційно-видавничий відділ  
Факс: (0612)64-21-41  
E-mail: rvv@zntu.edu.ua  
TQM@zntu.edu.ua

---

## ЗМІСТ

РАДІОФІЗИКА .....	5
<i>O. В. Крапивний, В. П. Чумаченко,     B. M. Onufriienko</i> ПРО ОЦІНЮВАННЯ ПОЛЯ, РОЗСІЮВАНОГО ОПУКЛИМ ІМПЕДАНСНИМ ЦИЛІНДРОМ .....	5
РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ .....	14
<i>B. H. Бондарев, D. M. Пиза</i> ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ В РАДИОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОСВЯЗИ .....	14
<i>O. Ю. Воропай</i> ПРИЗНАЧЕННЯ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДОПУСКІВ ДЛЯ НЕМОНОТОННИХ ВИХІДНИХ ФУНКЦІЙ .....	19
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ .....	33
<i>A. A. Баркалов, I. Я. Зеленева, A. A. Гриценко</i> АДАПТАЦІЯ МДА ДЛЯ МОДЕЛІРОВАННЯ УПРАВЛЯЮЩИХ АВТОМАТОВ В СТАНДАРТАХ UML .....	33
<i>A. A. Баркалов, A. A. Красичков, B. A. Бойков</i> ОПТИМИЗАЦІЯ СХЕМЫ МИКРОПРОГРАММНОГО АВТОМАТА МИЛИ НА FPGA .....	38
<i>A. A. Голдобин</i> КВАЗИГОМОМОРФНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИПЕРГРАФОВ В АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ УПРАВЛЕНИЯ .....	41
<i>C. H. Гребенюк, B. B. Киричевский</i> СИНГУЛЯРНЫЙ КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ СЕРЕНДИПОВА СЕМЕЙСТВА ДЛЯ КОМПОЗИТА С ТРЕЩИНОЙ .....	48
<i>D. A. Зайцев, M. B. Березюк</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АДРЕСНОГО ПРОСТРАНСТВА ПРОТОКОЛА BLUETOOTH....	57
<i>B. M. Онуфрієнко, A. O. Місюра</i> ПОЛЯРИЗОВАНІСТЬ ТА НАМАГНІЧЕНІСТЬ НЕСУЦІЛЬНОГО ФРАКТАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА .....	9
<i>A. H. Горбань, B. B. Кравчина, A. I. Коляда,     D. M. Гомольський, A. I. Солодовник</i> ВЛИЯНИЕ ОБРАБОТОК ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИН SI НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛОВЫХ ДИОДНЫХ СТРУКТУР, ОБЛУЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОНАМИ .....	23
<i>G. H. Шило, D. A. Коваленко, H. P. Гапоненко</i> РАСЧЕТ ДОПУСКОВ МЕТОДОМ КАСАТЕЛЬНЫХ ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СВЯЗИ .....	29
<i>M. B. Ільяшенко</i> РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ПРОВЕРКИ ГРАФ-ПОДГРАФ ИЗОМОРФИЗМА .....	63
<i>I. B. Козин</i> ФРАГМЕНТАРНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ СИММЕТРИЧНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ .....	69
<i>O. A. Криводубский, R. T. Газимов</i> ПРАВИЛА РАЦИОНАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ПАМЯТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ .....	73
<i>P. K. Кудерметов, N. D. Маслова</i> МЕТОДИКА И ПРОГРАММНАЯ БИБЛИОТЕКА ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ БЛОЧНЫМИ МЕТОДАМИ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ .....	78
<i>G. B. Табунщик, E. B. Кирсанова</i> РОБАСТНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В МЕДИЦИНСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ .....	85

---

<b>НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ .....</b>	<b>89</b>
<i>В. И. Дубровин</i> ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ КОЭФФИЦИЕНТА УПРОЧНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ АВИАДВИГАТЕЛЕЙ .....	89
<i>Р. К. Кудерметов, А. М. Щербаков, М. Ю. Юрич</i> СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ОПЕРАЦІЙНИХ МОДУЛІВ МОДУЛЯРНОЇ АРИФМЕТИКИ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ .....	102
<i>Г. Ф. Кривуля, О. С. Коробко, А. И. Липчанский, Д. Е. Шуклин</i> ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ НА БАЗЕ СЕМАНТИЧЕСКОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ .....	95
<b>ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ .....</b>	<b>107</b>
<i>А. И. Вершина, Г. Г. Киричек, Д. М. Пиза</i> ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....	107
<i>Г. И. Никулищев, Г. Л. Козина</i> КРИПТОАНАЛИЗ БЛОЧНО-ПОТОКОВОГО ШИФРА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО СВОЙСТВ ....	118
<i>А. В. Неласая</i> ПРОТОКОЛ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ НА ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ .....	113
<i>А. В. Переверзев, О. В. Василенко, Р. В. Прокопенко</i> ЗАПОБІГАННЯ АЛГОРИТМІЧНИХ ЗБОЇВ СИСТЕМ ECAD .....	123
<b>ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ .....</b>	<b>129</b>
<i>Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко, А. Е. Казурова</i> РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ .....	129
<b>КЕРУВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ .....</b>	<b>137</b>
<i>В. И. Гостев, С. Н. Скуртов, А. Н. Чайзов, С. С. Баранов</i> ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХМЕРНОЙ САУ ЧАСТОТОЙ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА ВЕНТИЛЯТОРА И СТЕПЕНЬЮ ПОВЫШЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ВЕНТИЛЯТОРЕ ДВУХРОТОРНОГО ГТД ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ .....	137
<i>И. А. Орловский</i> МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА НА РЕКУРРЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ .....	151
<i>В. А. Толбатов</i> СУЧASNІ ПРОБЛЕМИ ІНТЕГРАЦІЇ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВ МАШИНОБУДІВНОЇ ГАЛУЗІ .....	159
<i>В. Ф. Кудин, А. В. Торопов</i> СУБОПТИМАЛЬНОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОНТУРОМ СТАБИЛИЗАЦИИ УСИЛИЯ РЕЗАНИЯ В МЕТАЛЛООБРАБОТКЕ, ИНВАРИАНТНОЕ В ОТНОШЕНИИ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ .....	144
<b>АВТОРЫ НОМЕРА .....</b>	<b>162</b>

# РАДІОФІЗИКА

## РАДІОФІЗИКА

### RADIOPHYSICS

УДК 537.874.6

О. В. Крапивний, В. П. Чумаченко, В. М. Онуфрієнко

## ПРО ОЦІНЮВАННЯ ПОЛЯ, РОЗСІЮВАНОГО ОПУКЛИМ ІМПЕДАНСНИМ ЦИЛІНДРОМ

Розглядається задача наближеної оцінки високочастотного поля, розсіяного опуклим імпедансним циліндром. Використовуються властивості локальності короткохвильового поля на поверхні розсіювача і приймається до уваги його кривизна. Запропонований підхід є більш точним, ніж наближення фізичної оптики (ФО), однак зберігає порівнянну з ним простоту.

### ВСТУП

Серед асимптотичних методів, що використовуються в області коротких хвиль [1, 2, 3] метод ФО є одним з найбільш простих. Поступаючись більш довершеним методам в точності, він дає зручний та ефективний інструмент для наближеного розрахунку електромагнітного поля, що розсіюється гладким тілом, яке має розміри значно більші за довжину хвилі. При цьому передбачається, що на кожному елементі освітленої частини перешкоди поверхневе поле буде таким же, як і на нескінченій площині, дотичній до цього елементу. На затемненій частині це поле передбачається таким, що дорівнює нулю. Розсіяне поле у дальній зоні знаходиться потім шляхом обчислення визначеного вигляду інтеграла по поверхні перешкоди.

В даній роботі розглядається задача розсіювання плоскої хвилі опуклим імпедансним циліндром. Подібно до метода ФО, ми використовуємо локальний характер поля на поверхні, приймаючи, однак, до уваги її кривизну і не передбачаючи обернення на нуль поля у затемненій частині циліндра. В результаті, зберігши порівнянну з методом ФО простоту розв'язку, вдається помітно покращити точність розрахунку розсіяного поля. Метод забезпечує достатню точність для багатьох практичних цілей поки радіуси кривизни не менші за

довжину хвилі. Для ідеально провідних циліндрів подібний підхід був використаний в [4]. На відміну від [4], в цій роботі розв'язок отримано у формі, що дозволяє надіятись на успішне застосування цього підходу і у випадку тривимірних об'єктів.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай  $(x, y, z)$  є базовою системою координат, а  $S$  – граничний контур опуклого імпедансного циліндра з гладкою поверхнею і напрямною вздовж  $\hat{z}$  (див. рис. 1). Циліндр збуджується  $E$ -або  $H$ -поляризованою плоскою хвилею з  $\hat{z}$ -компонентою

$$u_0(x, y) = \exp(-ik\hat{r}), \quad (1)$$

де  $\hat{k} = -k(\cos\alpha \cdot \hat{x} + \sin\alpha \cdot \hat{y})$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  і  $\hat{r} = x \cdot \hat{x} + y \times \hat{y}$ . Кут падіння  $\alpha$  визначається, як кут між  $\hat{x}$  і  $(-\hat{k})$ . Часову залежність обрано у вигляді  $\exp(i\omega t)$  і далі не записується. Поздовжню компоненту розсіяного поля позначимо  $u_S$ .

На поверхні циліндра повне поле

$$u = u_0 + u_S \quad (2)$$

задовільняє імпедансну граничну умову

$$\frac{\partial u}{\partial \hat{n}} = ik\chi u, \quad (3)$$

де  $\hat{n}$  позначає зовнішню по відношенню до перешкоди нормаль з напрямним кутом  $\beta$ ,

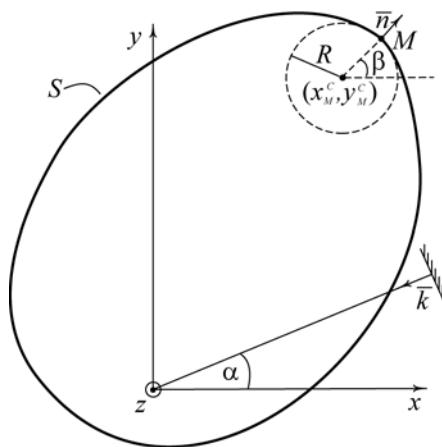


Рисунок 1 – Геометрична модель

$$\chi = \begin{cases} Z_0/Z_S & \text{для } E\text{-поляризації}, \\ Z_S/Z_0 & \text{для } H\text{-поляризації}, \end{cases} \quad (4)$$

а  $Z_S$  і  $Z_0$  є відповідно поверхневим імпедансом циліндра і хвильовим імпедансом вільного простору. Зовні циліндра розсіяне поле запишемо у формі інтегралу

$$u_S(P) = \int_S \left[ \frac{\partial g(P, M)}{\partial n_M} - ik\chi g(P, M) \right] u(M) dS_M, \quad (5)$$

де

$$g(P, M) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(k|\vec{r}_P - \vec{r}_M|). \quad (6)$$

Таким чином, задача зводиться до знаходження поля  $u(M)$  на поверхні розсіювача.

### АЛГОРИТМ

В околі точки  $M$ , що належить до поверхні  $S$ , ми введемо полярні координати  $(\rho, \phi)$  з полюсом  $(x_M^c, y_M^c)$  в центрі кривизни та полярною віссю вздовж  $\hat{x}$  (рис. 1). Тоді  $\frac{\partial(\cdot)}{\partial n} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial \rho}$ , а положення точки  $M$  може бути описано як  $(\rho, \phi) = (R, \beta)$ , де  $R$  – радіус кривизни. У вказаному околі при  $\rho = R$  вираз (1) подається у вигляді

$$u_0 = \exp[ik(x_M^c \cos \alpha + y_M^c \sin \alpha + R \cos(\phi - \alpha))]. \quad (7)$$

Поблизу точки  $M$  наближаємо  $u_S$  за допомогою розв'язку рівняння Гельмгольца, який задоволяє умові випромінювання

$$u_S = CX(\rho) \exp[-i\mu(\phi - \beta)], \quad (8)$$

де  $X(\rho) = \frac{H_{\mu}^{(2)}(k\rho)}{H_{\mu}^{(2)}(kR)}$ , а сталі  $C$  і  $\mu$  необхідно знайти.

Значення  $\mu$  ми знайдемо, вважаючи що в малому околі  $M$  функціональні залежності  $u_0$  і  $u_S$  вздовж поверхні однакові з точністю до сталого множника. Розвинувши  $\cos(\phi - \alpha)$  за степенями  $(\phi - \beta)$ , ми отримаємо

$$\cos(\phi - \alpha) = \cos(\beta - \alpha) - \sin(\beta - \alpha) \cdot (\phi - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\beta - \alpha) \cdot (\phi - \beta)^2 + \dots \quad (9)$$

Нехтуючи далі нескінченно малими вищих порядків і, порівнюючи (8) при  $\rho = R$ , з (7) і (9) знаходимо

$$\mu = kR \sin \gamma, \quad \gamma = \beta - \alpha. \quad (10)$$

Вимагаючи виконання в точці  $M$  граничної умови (3), маємо

$$C = ik u_0(M) \frac{\chi - \cos \gamma}{X'(R) - ik\chi}. \quad (11)$$

Підставивши знайдені значення  $\mu$  і  $C$  в (8) і (2), отримуємо наступний вираз для поля на поверхні

$$u(M) = u_0(M) \frac{X'(R)/k - i \cos \gamma}{X'(R)/k - ik\chi}, \quad (12)$$

де позначено

$$X'(R) = k \cdot \left[ \sin \gamma - \frac{H_{|\mu|+1}^{(2)}(kR)}{H_{|\mu|}^{(2)}(kR)} \right]. \quad (13)$$

Знайдемо також наближення для  $X'(R)$ , яке може виявитись корисним при дослідженні більш загальних об'єктів. Функція  $X(\rho)$  задовільняє рівняння

$$X'' + \frac{1}{\rho} X' + \left( k^2 - \frac{\mu^2}{\rho^2} \right) X = 0. \quad (14)$$

Введемо нову змінну  $s = \rho - R$  і за допомогою підстановки

$$X = \sqrt{\frac{R}{R+s}} \vartheta \quad (15)$$

приведемо (14) до вигляду

$$\vartheta'' + F(s)\vartheta = 0, \quad (16)$$

де

$$F(s) = k^2 + \frac{\left( \frac{1}{4} - \mu^2 \right)}{R^2 \left( 1 + \frac{s}{R} \right)^2}. \quad (17)$$

При  $s \rightarrow 0$  можна вважати, що  $1/(1+s/R)^2 \approx 1 - 2s/R$  і  $F(s)$  набирає вигляду

$$F(s) \approx b^2 - cs, \quad (18)$$

де

$$b^2 = k^2 + \frac{\left(\frac{1}{4} - \mu^2\right)}{R^3} = k^2 \cos^2 \gamma + \frac{1}{4R^2}, \quad (19)$$

$$c = \frac{2\left(\frac{1}{4} - \mu^2\right)}{R^3}. \quad (20)$$

Підстановка

$$s - \frac{b^2}{c} = \frac{\varsigma}{\sqrt[3]{c}} \quad (21)$$

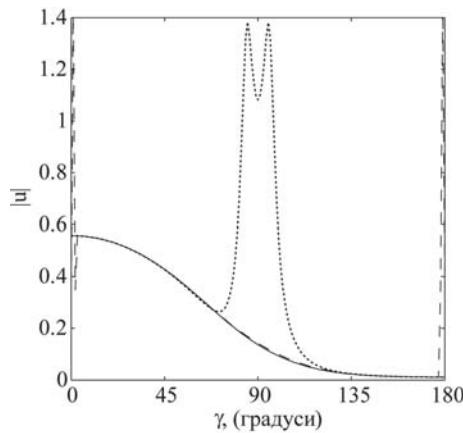
приводить рівняння (16), (18) до рівняння Ейрі [1, 5]

$$\frac{d^2\vartheta}{d\varsigma^2} - \varsigma\vartheta = 0, \quad (22)$$

розв'язок якого має вигляд

$$\vartheta = \frac{\text{Ai}(\varsigma)}{\text{Ai}(-b^2/c^{2/3})} = \frac{\text{Ai}(c^{1/3}s - b^2/c^{2/3})}{\text{Ai}(-b^2/c^{2/3})}, \quad (23)$$

де  $\text{Ai}(\varsigma)$  – функція Ейрі, а множник  $\frac{1}{\text{Ai}(-b^2/c^{2/3})}$  вибраний забезпечення рівності  $X|_{\rho=R} = 1$ . Підставимо (23) в (15) і знаходимо



$$X(R) = \frac{dX}{d\rho} \Big|_{\rho=R} = \frac{dX}{ds} \Big|_{s=0} = -\frac{1}{2R} + \frac{\text{Ai}'(-b^2/c^{2/3})}{\text{Ai}(-b^2/c^{2/3})} \sqrt[3]{c}. \quad (24)$$

Підстановка (21) за значень  $c = 0$  не може бути застосована. За малих  $c$  для визначення  $\vartheta$  використаємо метод BWK [6]:

$$\vartheta \approx \sqrt[4]{\frac{F(0)}{F(s)}} \exp \left[ -i \int_0^s \sqrt{F(s)} ds \right]. \quad (25)$$

Підстановка (25) в (15) і диференціювання дає

$$X'(R) = -\frac{k^2}{2Rb^2} - ib. \quad (26)$$

## ЧИСЕЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

На рис. 2 зображені результати розрахунку поверхневого поля  $u_M$  на круглому циліндрі за формулою (12) з використанням зображень (13), (24) і (26) при  $R/\lambda = 2$  і  $\chi = 2 + 2i$ . Видно, що області, де замість (13) можна застосовувати (24) або (26), перекриваються в доволі широкому діапазоні зміни кута  $\gamma$  і, отже, значень  $c$ . У всіх наступних обчисленнях були використані зображення (24) для  $|c| \geq 1$  і (26) для  $|c| < 1$ .

На рис. 3 показані результати обчислення поверхневого поля  $u_M$  на круглому циліндрі і їх порівняння з полем, обчисленним методом ФО, та точним розв'язком, одержаним методом відокремлення змінних.

Результати, отримані запропонованим методом, виявилися несподівано точними. При однаковій складно-

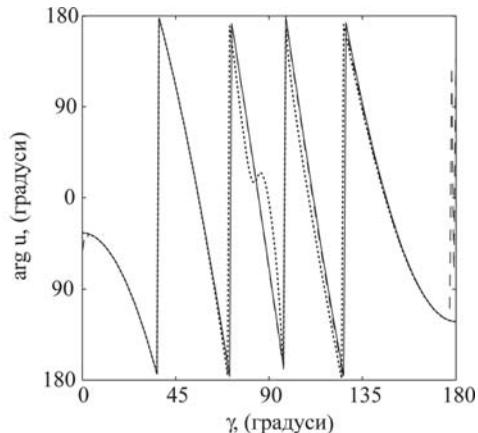
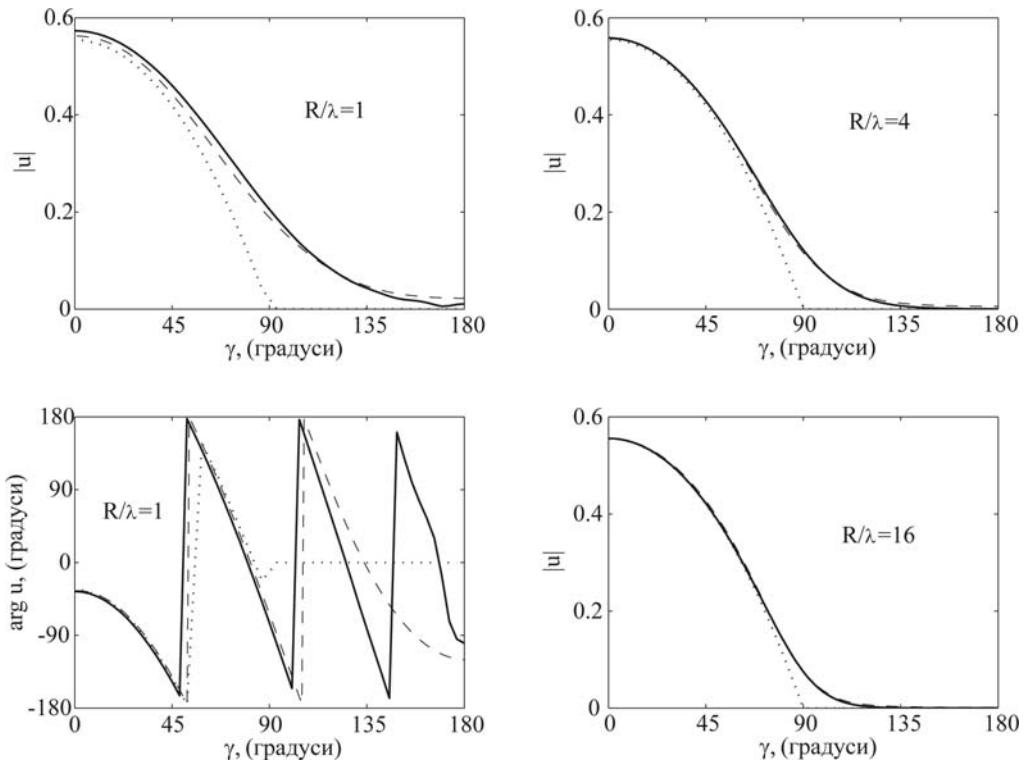
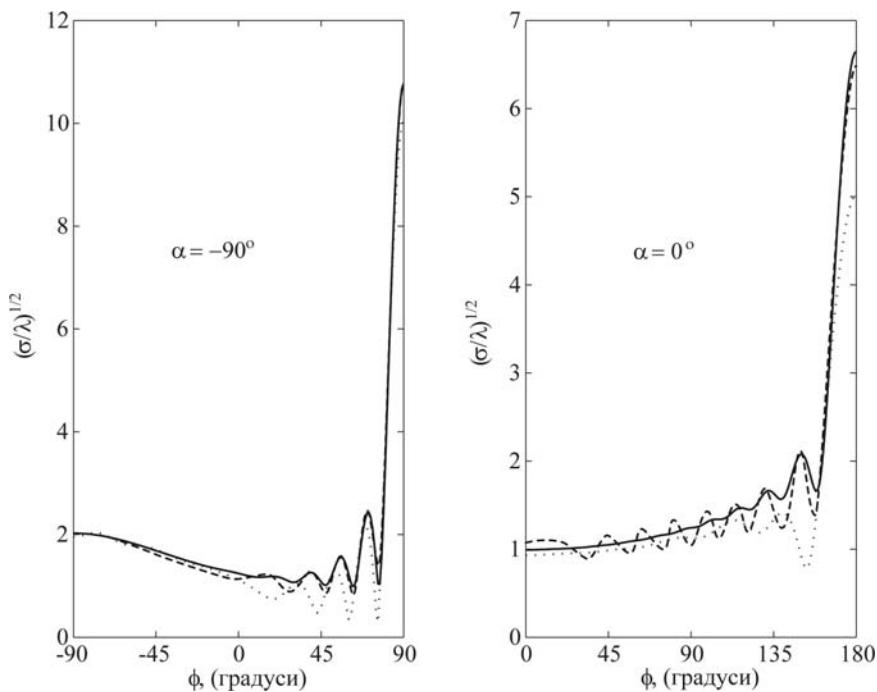


Рисунок 2 – Поверхневе поле на круглому циліндрі для  $R/\lambda = 2$  і  $\chi = 2 + 2i$ : суцільні лінії – обчислення по формулі (13); пунктирні лінії – по формулі (24); точкові лінії – по (26)



*Рисунок 3 – Поверхневе поле на круглому циліндрі для  $\chi = 2 + 2i$ :  
суцільні лінії – точний розв’язок; точкові лінії – наближення ФО; пунктирні лінії – метод, що розглядається*



*Рисунок 4 – Поле в дальній зоні від еліптичного циліндра для  $\chi' = 2 + 2i$ :  
 $\sigma$  – бістатичний поперечник; кути  $\alpha$  і  $\phi$  відираховуються від напряму більшої осі; більша напіввісь =  $2\lambda$ , менша напіввісь =  $\lambda$ ;  
суцільні лінії – точний розв’язок; точкові лінії – наближення ФО; пунктирні лінії – метод, що розглядається*

сті обчислень, вони є набагато кращими даних, отриманих наближенням фізичної оптики. Метод дає коректні результати навіть в тіньовій частині циліндра (за виключенням значень фази поля біля кутів  $180^\circ$ ).

На рис. 4 представлені характеристики розсіювання на еліптичному циліндрі для двох напрямів падаючої хвилі: вздовж малої і великої осей. Нормований імпеданс має вигляд  $\chi = \chi' / \sqrt{ch^2 \xi_0 - \cos^2 \eta}$ , де  $\xi_0$  визначає циліндричну поверхню в еліптичних координатах  $(\xi, \eta)$ . Чисельні експерименти з обраним тілом розсіювання дозволяють зробити висновки, як і у випадку круглого циліндра. Переваги запропонованого методу особливо помітні коли циліндр збуджується вздовж великої осі.

## ВИСНОВКИ

В роботі подано розв'язок задачі наближеного знаходження поля розсіяного імпедансним циліндром при його збудженні плоскою хвилею  $E$ - або  $H$ -поляризації. Як і у випадку ФО, застосований метод використовує локальний характер поля на поверхні перешкоди при короткохвильовому розсіянні. При цьому, однак, приймається до уваги кривизна поверхні і не вважається, що поле в тіньовій частині циліндра перетворюється в нуль. В порівнянні з наближенням фізичної оптики метод є більш точним і потребує такого ж обсягу обчислень.

УДК 537.86:517.5.53

В. М. Онуфрієнко, А. О. Місюра

# ПОЛЯРИЗОВАНІСТЬ ТА НАМАГНІЧЕНІСТЬ НЕСУЦІЛЬНОГО ФРАКТАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

Для опису поляризації та намагнічуваності неоднорідних структур розглянуто фрактальні множини у метриці Хаусдорфа. Записано рівняння Максвела для поля в неоднорідному фрактальному середовищі з диференціальними розподілами комплексних матеріальних параметрів. Показано, що виділення поляризаційних фрактальних струмів в неоднорідному фрактальному середовищі дозволяє розглядати рівняння моделі однорідного середовища. Обговорюються перспективи застосування методу для опису поля у штучних метаматеріалах.

## ВСТУП

Успішно розвивається сучасний напрям вивчення властивостей високочастотних електромагнітних хвиль у взаємодіях зі штучним комплексним середовищем. Новими конкретними реалізаціями є біанізотропне,

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. – М.: Сов. Радио, 1970. – 520 с.
- Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. – М.: Связь, 1978. – 248 с.
- Knott E. F., Shaeffer J. F. and Tuley M. T. Radar cross section. – Norwood, MA: Artech House, 1993. – 611 p.
- Chumachenko V. P. On the estimation of scattering from convex conducting cylinders // Microwave Opt. Tech. Lett. – 2005. – V. 45, No. 3. – Pp. 191–194.
- Справочник по специальнym функціям / Под. ред. Абрамовича М. и Стиган И. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
- Машковцев Б. М., Цибизов К. Н., Емелин Б. Ф. Теория волноводов. – М. – Л.: Наука, 1966. – 352 с.

Надійшла 20.02.06

Рассматривается задача приближенной оценки высокочастотного поля, рассеянного выпуклым импедансным цилиндром. Используются свойства локальности коротковолнового поля на поверхности рассеивателя и принимается во внимание его кривизна. Развиваемый подход является более точным, чем приближение физической оптики (ФО), однако сохраняет сравниваемую с ним простоту.

The problem of prediction of the high-frequency field scattered by a convex impedance cylinder is considered. The theory is based on the locality property of the short-wave scattering and takes into account the curvature of the scatterer's surface. The approach is more accurate than the physical optics (PO) approximation and requires the PO-comparable computational costs.

кіральне середовище,  $\Omega$ -середовища та ін., які використовуються в сучасній надвисокочастотній техніці у вигляді покріттів із поглинальними, відбивальними та іншими спеціальними властивостями [1]. Актуалізується застосування в електродинамічних пристроях фізично реалізованих властивостей аномалій поверхневого ефекту, мікро- та нанотехнологічних комплексних середовищ та інших нових неоднорідно розподілених на поверхні штучних матеріалів, що допускають можливість управління електродинамічними параметрами.

Вибір адекватної фізико-математичної моделі фрактальної будови середовища дозволить розглянути взаємодію структурованої речовини з електромагнітним полем, взаємодію з контурами, поверхнями і тілами

штучно сконструйованих джерел поля, що створює умови формування елементної бази нового сучасного напряму – фрактальної електродинаміки, що реалізується у постановках задач випромінювання, розповсюдження і дифракції електромагнітних хвиль у середовищах із фрактальною геометрією.

Розробка математичних методів розрахунків інтегро-диференціальних моделей електромагнітних полів у фрактальному середовищі виступає визначальним фактором у розвитку нових методів аналізу існуючих і створення нових зразків штучного середовища та елементів випромінювання енергії, що успішно використовуються в сучасних конструкціях фрактальних антен. Одержані у цьому напрямку результати [2]–[8] важливі як для поглиблення та вдосконалення теоретичних уявлень про процеси взаємодії і випромінювання електромагнітного поля відповідними структурами, так і для правильного вибору адекватних принципів функціонування та способів технічної реалізації нових створюваних геометрично фрактальних елементів.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У подальшому розгляді можливостей опису фрактальних множин за допомогою інтегро-диференціального числення будемо використовувати означення фракталу  $F$ , що базується на переліку його геометричних властивостей [9], а саме:  $F$  має тонку структуру (тобто з деталями будь яких малих розмірів);  $F$  є занадто нерегулярним, щоб бути описаним у традиційній геометричній термінології у місцевому масштабі і глобально;  $F$  має деяку форму самоподібності, можливо, наблизено чи статистично; визначена деяким чином фрактальна розмірність  $F$  більша його топологічної розмірності; у більшості застосовних у теорії поля випадків  $F$  визначається достатньо простим, можливо рекурсивним способом.

У практиці для вимірювання довжини кривої, площини поверхні або об'єму розглядають покриття геометричних об'єктів кубами з ребрами  $\varepsilon_i$ , сферами з діаметром  $\varepsilon_i$  ( $\max \varepsilon_i \leq \varepsilon$ ) тощо. Міра величини множини одержується як кількість достатньо малих сфер з центрами в точках множини, коли точки, що знаходяться в околах на відстані  $r < \varepsilon/2$ , покриваються цими сферами. Як результат, таким чином відбувається узагальнення міри величини множини, пов'язане з вибором деякої пробної степеневої функції  $H_\varepsilon^\alpha = \gamma(\alpha) \times \varepsilon^\alpha$  з ваговим коефіцієнтом  $\gamma(\alpha)$  (геометрично відповідним мірі відрізка прямої, квадрата, круга, кулі, куба) і покриттям зазначеними компактами розглядуваної множини точок з утворенням  $\alpha$ -міри Хаусдорфа  $H^\alpha = \sum H_\varepsilon^\alpha$ . У загальному випадку покриття множини точок  $E$  компактами  $B_i$  з діаметром  $r_i$  дає можливість конструювання  $\alpha$ -міри Хаусдорфа

$$\begin{aligned} H^\alpha(E) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_\varepsilon^\alpha(E) = \\ &= \inf \left\{ \gamma(\alpha) \sum_i r_i^\alpha : E \subset \bigcup B_i, r_i < \varepsilon \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

що виступає мірою фрактальних властивостей множини.

Порівняння (1) з формулами дробового інтеграла  $({}_a I_x^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt$  та похідної  $({}_a D_x^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt = \frac{d}{dx} ({}_a I_x^{1-\alpha} f)(x)$  (див., наприклад, [10]) дає можливість записати нам диферінтеграл дуги [11]

$$\begin{aligned} d^\beta(l-a) &= D^\beta(l-a)dl = \frac{1}{\Gamma(2-\beta)} \frac{1}{(l-a)^{\beta-1}} dl = \\ &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(l-a)^{1-\alpha}} dl, \end{aligned}$$

$$\alpha = 2 - \beta, \quad 0 < \beta < 1.$$

Розглянемо фізичну модель зарядів і струмів у неоднорідному середовищі, яка ґрунтується на урахуванні скейлінгових співвідношень у вимірюванні протяжності неоднорідної множини точок. Для наближення в описах неоднорідної природної структури зарядів і струмів будемо використовувати масштабно інваріантні множини. Для побудови фізичних моделей зарядів та струмів у неоднорідному середовищі використаємо положення про можливість визначення точкових множин, наділених властивостями інваріантності відносно паралельних переносів у будь-якому напрямку та відносно зміни масштабів довжини для площини та об'єму. Модель просторової геометричної неоднорідності точки, заповненої сукупністю зарядів  $q_i$  використаємо для визначення фізичного змісту заряду неоднорідних точок, що заповнюють деякий об'єм  $\Delta V^\alpha = \Delta x_1^{1+\alpha_1} \times \Delta x_2^{1+\alpha_2} \Delta x_3^{1+\alpha_3}$ , де  $0 < \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 < 1$ , з властивостями масштабної інваріантності, які характеризуються скейлінговим показником  $\alpha$ . Середня густина зарядів у кожній комірці визначається як  $\rho^\alpha(\vec{r}_i) = \sum_{j=1}^N q_j / \Delta V_i^\alpha$ , де підсумування виконується по всіх зарядах в  $\Delta V_i^\alpha$ , а  $\vec{r}_i$  визначає центр  $i$ -ї комірки. Після визначення таким чином середньої щільності у центрі кожної комірки можна побудувати неперервну функцію  $\rho^\alpha(\vec{r}) [l^{-\alpha} \text{Кл}/m^{3-\alpha}]$ , що досягає заданих значень

у центрах комірок та зберігає неперервність та гладкість між цими централами (коєфіцієнт  $l^{-\alpha}$  введено для вирівнювання розмірностей).

## ФІЗИКО-ГЕОМЕТРИЧНІ ОСНОВИ

Визначимо  $\alpha$ -польний момент поляризованої нейтральної множини формулою  $\vec{P}^\alpha(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N q_i \vec{d}_i^\alpha = Q \vec{d}^\alpha$ ,

де підсумовування проводиться по всіх  $N$  зарядах у множині, а  $\vec{d}_i^\alpha$  – вектори, що проведені з центра множини до зарядів.

Об'ємно щільністю  $\alpha$ -польного моменту (поляризованістю)  $\vec{P}^\alpha(\vec{r}_i) = \sum_{j=1}^N q_j \vec{d}_j^\alpha / \Delta V_i^\alpha$  визначається усереднений макроскопічний стан поляризації в околі кожної точки заповненої матеріальної області.

У твердих тілах (металах) з вільними електронами, в іонізованих рідинах (електролітах) та іонізованих газах, у плазмі, в області просторового заряду між електродами можна викликати впорядкований рух частинок одного знаку або обох знаків шляхом прикладання до зарядів відповідних зовнішніх сил. Середня макроскопічна характеристика такого потоку заряджених частинок  $q_j$  в об'ємі  $\Delta V_i$  представляється неперервною повільно змінюваною векторною функцією – об'ємною густину струму  $\vec{J}^\alpha(\vec{r}) [l^{-\alpha} \text{A/m}^{2-\alpha}]$ . Вона визначається інтерполяцією по величині і напрямку дискретних значень, що задаються в центрах об'ємних комірок  $\Delta V_i$  (з координатами центрів, що визначаються векторами  $\vec{r}_i$ ):  $\vec{J}^\alpha(\vec{r}) = \sum q_j \vec{v}_j^\alpha / \Delta V_i$ , де  $\vec{v}_j^\alpha$  – швидкість заряду  $q_j$ . Для розрізнення поверхневих струмів, зосереджених у тонких неоднорідних шарах, введено поверхневу густину рухомих зарядів  $\vec{K}^\alpha(\vec{r}) [l^{-\alpha} \text{A/m}^{1-\alpha}]$ , що визначається шляхом двовимірної інтерполяції дискретних значень:  $\vec{K}^\alpha(\vec{r}_s) = d_c^{\alpha_c} \sum q_j \vec{v}_j^\alpha / \Delta V_s$ , де підсумовування проводиться по всіх зарядах з паралельними поверхні швидкостями  $\vec{v}_j^\alpha$  у тонкій поверхневій комірці  $\Delta V_s = d_c^{\alpha_c} d_i^{\alpha_i}$ , координати центра якої визначаються вектором  $\vec{r}_s$ .

Магнітний момент, що виникає за рахунок упорядкованого мікроскопічного кругового зі швидкістю  $\vec{v}_j^\alpha$  руху зарядів  $q_j$  відносно загальної осі в елементі об'єму  $\Delta V_i^\alpha$ , означимо як  $\vec{m}_c^\alpha(\vec{r}_i) = \sum \langle [\vec{r}_j \times q_j \vec{v}_j^\alpha] / 2 \rangle$ , де вектор  $\vec{r}_i$  визначає координати центра об'ємної комірки. Інтерполяцією дискретних значень одержано неперервну і повільно змінювану об'ємну щільність магнітного

моменту  $\vec{M}_c^\alpha(\vec{r})$ , або *намагніченість* (обумовлену циркуляцією зарядів)  $\vec{M}_c^\alpha(\vec{r}_i) = \vec{m}_c(\vec{r}_i) / \Delta V_i^\alpha$ .

Розроблена модель неоднорідностей з масштабною інваріантністю та введення структурованих  $\alpha$ -полів надає можливості узагальнити відомі класичні моделі розподілів (квадруполів, октуполів та мультиполів у загальному випадку), що складаються з двох близько розміщених рівних і антипаралельних електричних або магнітних  $\alpha$ -польних моментів.

Для введеної нової математичної моделі поля у неоднорідному середовищі виявлено існування деяких інваріантних величин, що не залежать від способу розділення на комірки, якщо середовище складається з нейтральних множин із сильно зв'язаними зарядами (круговими струмами). Таким величинами є: в середині об'єму – густина зарядів  $\rho_s^\alpha(\vec{r}) - \operatorname{div} \vec{P}^\alpha(\vec{r})$  та струмів  $\vec{J}_s^\alpha(\vec{r}) + \operatorname{rot} \vec{M}^\alpha(\vec{r})$ ; на поверхні – густина зарядів  $\eta_s^\alpha(\vec{r}) + \vec{n} \cdot \vec{P}^\alpha(\vec{r})$  та струмів  $\vec{K}_s^\alpha(\vec{r}) - \vec{n} \times \vec{M}^\alpha(\vec{r})$ , де  $\vec{n}$  – зовнішня нормаль до поверхні області, в якій визначається  $\vec{P}^\alpha(\vec{r})$  та  $\vec{M}^\alpha(\vec{r})$ ,

$$\operatorname{div} \vec{P}^\alpha = \lim_{\substack{\sigma^\alpha \\ \Delta V^\alpha \rightarrow 0}} \frac{\int \vec{n} \cdot \vec{P} d\sigma^\alpha}{\Delta V^\alpha};$$

$$\operatorname{rot} \vec{M}^\alpha = \lim_{\substack{\sigma^\alpha \\ \Delta V^\alpha \rightarrow 0}} \frac{\int \vec{n} \times \vec{M} d\sigma^\alpha}{\Delta V^\alpha},$$

де  $\sigma^\alpha$  – замкнута навколо об'єму  $\Delta V^\alpha$  поверхня.

## НЕОДНОРІДНІСТЬ ШТУЧНОГО ФРАКТАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

Запишемо співвідношення між індукціями та напруженостями поля у вигляді

$$\vec{D}^{(\alpha)} = \epsilon^{(\alpha)} \vec{E}, \quad \vec{B}^{(\alpha)} = \mu^{(\alpha)} \vec{H}, \quad (2)$$

де  $\epsilon^{(\alpha)} = \epsilon_0(1 + \chi_e^{(\alpha)})$ ,  $\mu^{(\alpha)} = \mu_0(1 + \chi_m^{(\alpha)})$  і введемо таким чином у розгляд діелектричну  $\epsilon^{(\alpha)}$  та магнітну  $\mu^{(\alpha)}$  проникності фрактального середовища. Для порівняння з вакуумом можна розглядати відносні проникності  $\epsilon_r^{(\alpha)} = 1 + \chi_e^{(\alpha)}$ ,  $\mu_r^{(\alpha)} = 1 + \chi_m^{(\alpha)}$ . Як і у класичному випадку, означені проникності відіграють у рівняннях електродинаміки роль характеристик фрактального середовища і у конкретних випадках визначаються як результат вимірювань.

У неоднорідному неперервному середовищі з діелектричною  $\varepsilon^{(\alpha)}$  і магнітною  $\mu^{(\alpha)}$  проникностями і сторонніми джерелами електричного  $\vec{j}_{e(cm)}^{(\alpha)}$  і магнітного  $\vec{j}_{m(cm)}^{(\alpha)}$  струмів введенням у рівняння Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H}^{(\alpha)} &= i\omega \varepsilon^{(\alpha)} \vec{E}^{(\alpha)} + \vec{j}_{e(cm)}^{(\alpha)}; \\ \text{rot} \vec{E}^{(\alpha)} &= -i\omega \mu^{(\alpha)} \vec{H}^{(\alpha)} + \vec{j}_{m(cm)}^{(\alpha)} \end{aligned} \quad (3)$$

поляризаційних фрактальних струмів (електричного  $\vec{j}_e^{(\alpha)}$  і магнітного  $\vec{j}_m^{(\alpha)}$ )

$$\vec{j}_e^{(\alpha)} = i\omega(\varepsilon^{(\alpha)} - \varepsilon) \vec{E}^{(\alpha)}; \quad \vec{j}_m^{(\alpha)} = i\omega(\mu^{(\alpha)} - \mu) \vec{H}^{(\alpha)},$$

де  $\varepsilon$  і  $\mu$  – довільно вибрані (наприклад такі, як у суцільному середовищі) сталі діелектрична і магнітна проникності, неоднорідне середовище зводиться до моделі однорідного з відповідними рівняннями

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H}^{(\alpha)} &= i\omega \varepsilon \vec{E}^{(\alpha)} + \vec{j}_e^{(\alpha)} + \vec{j}_{e(cm)}^{(\alpha)}; \\ \text{rot} \vec{E}^{(\alpha)} &= -i\omega \mu \vec{H}^{(\alpha)} - \vec{j}_m^{(\alpha)} - \vec{j}_{m(cm)}^{(\alpha)}. \end{aligned}$$

Коли  $\alpha = 0$ , одержуємо класичний випадок лінійного середовища з виразами для поляризації, намагнічування та струму у вигляді

$$\begin{aligned} \vec{P}^{(0)}(\vec{r}, t) &= \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}(\vec{r}, t), \quad \vec{M}^{(0)}(\vec{r}, t) = \mu_0^{-1} \chi_m \vec{B}(\vec{r}, t), \\ \vec{j}^{(0)}(\vec{r}, t) &= \sigma \vec{E}(\vec{r}, t). \end{aligned}$$

Для  $\alpha \neq 0$ , що відповідає випадку фрактально структурованого середовища, з (2) видно, що діелектрична  $\varepsilon^{(\alpha)}$  та магнітна  $\mu^{(\alpha)}$  проникності залежать від координат. Цим визначається специфіка інтегро-диференціальної моделі фрактального середовища: таке середовище завжди є неоднорідним, а теоретична модель у термінах диференціалів відповідає формам математичної моделі для однорідного середовища.

Комплексні діелектричну  $\dot{\varepsilon}^{(\alpha)}$ , магнітну  $\dot{\mu}^{(\alpha)}$  проникності та провідність  $\dot{\sigma}^{(\alpha)}$  можна розкласти на дійсну та уявну частини

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}^{(\alpha)} &= \varepsilon'^{(\alpha)} - j\varepsilon''^{(\alpha)}, \quad \dot{\mu}^{(\alpha)} = \mu'^{(\alpha)} - j\mu''^{(\alpha)}, \\ \dot{\sigma}^{(\alpha)} &= \sigma'^{(\alpha)} - j\sigma''^{(\alpha)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким чином, електромагнітне поле у неоднорідному фрактальному середовищі з інтегро-диференціальними розподілами комплексних матеріальних параметрів описується рівняннями Максвелла у формі

$$\begin{aligned} \text{rot}(D^\alpha \vec{E})(\vec{r}) &= -j\omega(D^\alpha \vec{B})(\vec{r}), \\ \text{div}(D^\alpha \vec{E})(\vec{r}) &= (D^\alpha \dot{\varepsilon}^{-1(\alpha)} \rho)(\vec{r}), \\ \text{rot}(D^\alpha \vec{B})(\vec{r}) &= (D^\alpha \dot{\mu}^{(\alpha)} (\dot{\sigma}^{(\alpha)} + j\omega \dot{\varepsilon}^{(\alpha)})) \vec{E}(\vec{r}), \\ \text{div}(D^\alpha \vec{B})(\vec{r}) &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

або, з урахуванням властивостей інтегро-диференціалів щодо сталих множників, що входять до визначених проникностей та провідностей, у формі для лінійного однорідного ізотропного середовища

$$\begin{aligned} \text{rot}(D^\alpha \vec{E})(\vec{r}) &= -j\omega(D^\alpha \vec{B})(\vec{r}), \\ \text{div}(D^\alpha \vec{E})(\vec{r}) &= \dot{\varepsilon}^{-1}(D^\alpha \rho)(\vec{r}), \\ \text{rot}(D^\alpha \vec{B})(\vec{r}) &= \dot{\mu}(\dot{\sigma} + j\omega \dot{\varepsilon})(D^\alpha \vec{E})(\vec{r}), \\ \text{div}(D^\alpha \vec{B})(\vec{r}) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Відповідні умови на межі фрактальних середовищ 1 та 2 мають вид

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 \vec{n}_1 \cdot (D^\alpha \vec{E}_1)(\vec{r}) + \dot{\varepsilon}_2 \vec{n}_2 \cdot (D^\alpha \vec{E}_2)(\vec{r}) &= \\ &= -(D^\alpha \eta_1)(\vec{r}) - (D^\alpha \eta_2)(\vec{r}), \\ \vec{n}_1 \times (D^\alpha \vec{E}_1)(\vec{r}) + \vec{n}_2 \times (D^\alpha \vec{E}_2)(\vec{r}) &= 0, \\ \dot{\mu}_1^{-1} \vec{n}_1 \times (D^\alpha \vec{B}_1)(\vec{r}) + \dot{\mu}_2^{-1} \vec{n}_2 \times (D^\alpha \vec{B}_2)(\vec{r}) &= -(D^\alpha \vec{K})(\vec{r}), \\ \vec{n}_1 \cdot (D^\alpha \vec{B}_1)(\vec{r}) + \vec{n}_2 \cdot (D^\alpha \vec{B}_2)(\vec{r}) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Як і у випадку класичних суцільних середовищ, густота  $(D^\alpha \vec{K})(\vec{r})$  входить до спiввiдношень (7), коли один з матерiалiв є фрактально структурованим iдеально провiдним. Ale на вiдмiну вiд класичних вiпадkiv, для яких вiдомo, що тiльки iдеальний провiдник може нести вiльний поверхневий струм у тонкому шарi (що спонукає вводити поверхневу густину струму), i тiльки одне з двох середовищ 1 чи 2 може бути iдеальним провiдником, з (7) можна зробити висновок про можливiсть iснування поверхневого струму у тон-

кому фрактальному шарі і для штучного фрактально структурованого ідеально провідними елементами середовища.

Якщо для суцільного середовища відсутність ідеально провідного середовища означає у моделі межових умов відсутність поверхневого струму, то для фрактально структурованих меж середовищ умова  $(D^\alpha \vec{K})(\vec{r}) = 0$  за рахунок особливих властивостей інтегро-диференціалів, які відмічались раніше, може означати наявність у тонкому фрактальному шарі  $D^\alpha \delta(\vec{r})$  – подібних просторово розподілених ненульових джерел струмів. У зв'язку з цим, у межах розглядуваної моделі всередині ідеально провідного середовища вектори  $(D^\alpha \vec{E})(\vec{r})$  та  $(D^\alpha \vec{B})(\vec{r})$  теж перетворюються в нуль, але самі вектори  $\vec{E}^{(\alpha)}(\vec{r})$  та  $\vec{B}^{(\alpha)}(\vec{r})$  досягають нульових значень на нескінченості.

Для внутрішніх точок фрактального середовища запишемо рівняння неперервності у вигляді

$$\operatorname{div}(D^\alpha \vec{J})(\vec{r}) + j\omega(D^\alpha \rho)(\vec{r}) = (\sigma + j\omega\epsilon)\operatorname{div}(D^\alpha \vec{E})(\vec{r}) = 0,$$

звідки  $\operatorname{div}(D^\alpha \vec{E})(\vec{r}) = 0$ , а з рівнянь Максвела вилучаються усі густини.

## ВИСНОВКИ

Для математичного обґрунтування застосування інтегро-диференціалів для опису поляризації та намагніченості фрактальних структур розглянуто фрактальні множини у метриці Хаусдорфа. У неоднорідному неперервному середовищі з діелектричною  $\epsilon^{(\alpha)}$  і магнітною  $\mu^{(\alpha)}$  проникностями і сторонніми джерелами електричного  $\vec{j}_{e(cm)}^{(\alpha)}$  і магнітного  $\vec{j}_{m(cm)}^{(\alpha)}$  струмів введенням у рівняння Максвелла поляризаційних фрактальних струмів (електричного  $\vec{j}_e^{(\alpha)}$  і магнітного  $\vec{j}_m^{(\alpha)}$ ) неоднорідне середовище зводиться до моделі однорідного з відповідними рівняннями. Виявлено специфіку диферінтегральної моделі фрактального середовища: таке середовище завжди є неоднорідним, а теоретична модель у термінах диферінтегралів відповідає формам математичної моделі для однорідного середовища. Рівняння Максвелла для електромагнітного поля у неоднорідному фрактальному середовищі з диферінтегральними розподілами комплексних матеріальних параметрів є основою для розв'язування нового класу за-

дач про визначення поля поблизу імпедансних контурів та у штучних метасередовищах.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Ziolkowski R. W., Engheta N. Metamaterial Special Issue Introduction // IEEE on Antennas and Propagation. – Vol. 51, No. 10. – Pp. 2546–2547.
2. Onufriienko V. M. Physical and Geometric Interpretation of Electromagnetic Field's  $\alpha$ -Characteristics // TC&RE. – 1999. – Vol. 53, No. 4–5. – Pp. 136–139.
3. Onufriienko V. M. Interaction of a Plane Electromagnetic Wave with a Metallized Fractal Surface // TC&RE. – 2001. – Vol. 55, No. 3. – Pp. 27–32.
4. Onufriienko V. M., Samolchev P. A., Slyusarova T. I. Estimating the Attenuation Factor in Guiding Structures with Fractal Properties of the Boundaries // TC&RE. – 2001. – Vol. 55, No. 6–7. – Pp. 91–97.
5. Onufriienko V. M. Absorption of the Plane Electromagnetic Wave Energy by a Fractal Conducting Surface // TC&RE. – 2001. – Vol. 55, No. 6–7. – Pp. 98–103.
6. Onufriienko V. M. The Differintegral Model for Describing Fractal Coupling Between Waveguide Surfaces // TC&RE. – 2002. – Vol. 57, No. 1. – Pp. 30–36.
7. Onufriienko V. M., Slyusarova T. I. An Integro-Differential Model for the Interaction of a Monochromatic Wave with a Circular Cylinder // TC&RE. – 2002. – Vol. 57, No. 10–11. – Pp. 23–30.
8. Misura A. O., Onufriienko V. M. Calculation of the Magnetic Wave Attenuation in a Rectangular Waveguide with Fractal Walls // TC&RE. – 2003. – Vol. 59, No. 10–12. – Pp. 25–30.
9. Falconer K. J. The Geometry of Fractal Sets. – Cambr. Univ. Press, Cambridge, 1985. – 337 p.
10. Самко С. Г., Кілбас А. А., Маричев О. І. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Мінск: Наука і техніка, 1987. – 688 с.
11. Онуфрієнко В. М. Близьке поле фрактального розподілення токів однопроводної лінії // Ізв. вищ. учб. заведень. Радіоелектроніка. – 2002. – Т. 45, № 9. – С. 47–53.

Надійшла 1.02.06

Після доробки 9.03.06

Для описания поляризации и намагниченности неоднородных структур рассмотрены фрактальные множества в метрике Хаусдорфа. Записано уравнения Максвелла для поля в неоднородной фрактальной среде с дифферентегральными распределениями комплексных материальных параметров. Показано, что выделение поляризационных фрактальных токов в неоднородной фрактальной среде позволяет рассматривать уравнения модели однородной среды. Обсуждаются перспективы применения метода для описания поля в искусственных метаматериалах.

The fractal sets in Hausdorff metrics have been considered for description of polarization and magnetization of inhomogeneous structures. The Maxwell equations have been written for the field in inhomogeneous fractal medium with differintegral distributions of complex material parameters. It is shown, that allocation polarizing fractal currents in inhomogeneous medium allows considering the equations of the homogeneous medium model. Prospects of application method for the description of a field in artificial metamaterials are discussed.

# РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

# РАДИОЕЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

# RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 621.391

Б. Н. Бондарев, Д. М. Пиза

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ В РАДИОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОСВЯЗИ

Проведен анализ использующихся понятий и определений для спектров сигналов. Показано, что при определении спектра сигнала на большом временном интервале, не связанном с параметрами электрических цепей, можно получить искаженные результаты. Поскольку любая электрическая цепь имеет конечное время «памяти», то и определение спектра сигнала должно производиться с учетом этого интервала.

### ВВЕДЕНИЕ

В радиотехнике и электросвязи широко используется спектральный анализ сигналов (ряд и интеграл Фурье). При исследовании процессов прохождения сигналов через линейные электрические цепи используются спектральный метод и метод интеграла наложения (интеграла Диомеля). При этом спектральные и временные функции ( $S(j\omega)$  и  $S(t)$ ,  $K(j\omega)$  и  $g(t)$ ) сигналов и цепей связаны между собой парами преобразования Фурье [1]. К спектрам сигналов и их временным функциям на входе и выходе линейной электрической цепи применим принцип суперпозиции (суммирования).

В настоящее время общепринятым является определение спектра сигнала через интеграл Фурье с пределами интегрирования на всем интервале времени воз-

можного существования сигнала. Это является естественным в случае простых импульсных (одиночных) сигналов. Однако в последнее время все большее применение находят различные сложные, широкополосные сигналы, в том числе «составные» в виде псевдослучайных импульсных последовательностей. Спектры (энергетические) таких сигналов получают путем усреднения на больших интервалах времени. В то же время линейные электрические цепи имеют конечные полосы пропускания, импульсные реакции конечной длительности и, следовательно, конечное время «памяти». Результаты вычислений спектров сигналов на больших временных интервалах для таких цепей трудно использовать на практике, поскольку они могут не соответствовать действительности.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В фундаментальной по спектральному анализу работе [1] дополнительно к обычному определению спектра приведены другие. Одним из них вводится понятие текущего спектра

$$S(j\omega, t) = \int_{-\infty}^t S(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt \quad (1)$$

с изменяющимся верхним пределом интегрирования.

Другой из них называется мгновенным спектром и определяется интегралом с постоянным интервалом интегрирования  $T$ :

$$S_T(j\omega, t) = \int_t^{t+T} S(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt. \quad (2)$$

Заметим, что вычисление текущего спектра по выражению (1) не вызывает принципиальных затруднений. Однако вычисление мгновенного спектра по выражению (2) затруднительно, т. к. этой формулой сигнал как бы «разрывается» из-за того, что предшествующая часть сигнала совсем не учитывается. Выражение (2), с учетом (1), удобнее переписать в виде

$$S_T(j\omega, t) = \int_{-\infty}^{t+T} S(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt - \int_{-\infty}^t S(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt, \quad (3)$$

т. е. представить в виде разности двух текущих спектров.

В [1] предложено также еще одно выражение для определения спектра сигнала

$$S(j\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau) \cdot g(t - \tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) d\tau, \quad (4)$$

где  $g(\tau)$  – некоторая весовая («скользящая») функция, учитывающая все прошлое процесса в электрических цепях, определяющая время «памяти цепи».

Очевидно, что существуют различные подходы к спектральному анализу при проектировании различных систем. Выбор метода должен определяться типом сигналов (простые, сложные), назначением системы (извлечение информации, передача и прием информации) и т. д. Поэтому представляет интерес провести

анализ разных подходов и разработать рекомендации по их использованию.

## РЕШЕНИЕ

Целесообразность использования выражений (2) или (4) можно пояснить следующим примером. На приведенном ниже рис. 1 сплошной линией показан некоторый сигнал в виде последовательности нескольких элементарных прямоугольных импульсов. На этом же рисунке пунктирной линией показан сигнал на выходе некоторой линейной (интегрирующей) электрической цепи минимально-фазового типа. Выходной сигнал оказывается искаженным по сравнению с входным. Однако принципиально более важным для нормального функционирования радиотехнических систем различного назначения является явление наложения соседних импульсов друг на друга, называемое межсимвольной интерференцией. Интерференционные явления определяются соотношением между шириной спектра сигнала и полосой пропускания цепи, а также типом цепи (канала, линии связи).

Для систем передачи информации явление межсимвольной интерференции необходимо рассматривать как случайный процесс. Для случайных процессов используется понятие усредненного спектра – спектра средней мощности (энергетического спектра). Однако энергетический спектр не может быть использован для расчетов переходных процессов (как и вообще для расчетов формы сигналов на выходе цепей).

Обратим снова внимание на временные диаграммы рис. 1. К моменту прихода сигнала  $S_5(t)$  переходные процессы от сигнала  $S_1(t)$  полностью закончены. При этом спектры сигналов  $S_1(t)$  и  $S_5(t)$  на входе, как и их спектры после прохождения линейной электрической цепи, существуют неодновременно. И хотя с уменьшением полосы пропускания канала (электрической цепи) длительность переходных процессов увеличивается, в формировании отклика в каждый момент времени участвует лишь конечное число соседних импульсов. Поэтому возникает возможность и необходимость вычисления спектров на интервалах времени с учетом длительности переходных процессов в цепи (канале).

Электрические цепи неминимально-фазового типа позволяют независимо формировать амплитудно-час-

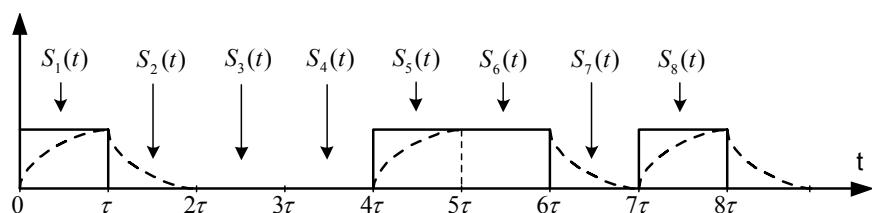


Рисунок 1

тотную и фазочастотную характеристики и ослабить явление межсимвольной интерференции в определенные (тактовые, отсчетные) моменты времени. Поэтому в реальных частотно-ограниченных (особенно проводных) каналах часто производят коррекцию амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик с помощью цепей (звеньев) неминимально-фазового типа [2, 3].

Отметим также, что в абсолютном большинстве работ по теории помехоустойчивости, в том числе и в классических [4], предполагается бесконечно большая полоса пропускания каналов. Частотная ограниченность реальных каналов приводит, как отмечалось выше, к переходным процессам (межсимвольной интерференции) и к существенному снижению помехоустойчивости [5].

В [5] для характеристики случайных сигналов (информационных последовательностей) используются понятия: зависимые сигналы и независимые сигналы. Термин «зависимость» означает, что поведение (форма, вид) текущего элемента (символа) последовательности зависит от предыдущих символов. Наличие зависимости позволяет улучшить спектральные характеристики сигналов.

Одним из основных требований, предъявляемых к радиосигналам, является требование минимума внеполосного излучения (межканальные и межсистемные помехи). Это требование обычно обеспечивается выбором и сглаживанием формы сигналов. Так, например, в [6] сужение полосы занимаемых частот обеспечивается сглаживанием закона изменения огибающей (при АМ) или частоты (при ЧМ). В [7] предлагалось сглаживание (по разным траекториям) закона изменения фазы (при ФМ). Такое сглаживание используется и при формировании сигналов MSK и GMSK [8, 9].

Проанализируем спектры двух прямоугольных импульсов при разных временных интервалах между ними. В этом случае для одного импульса длительностью  $\tau_i$  (рис. 1) комплексная спектральная плотность будет определяться известным выражением

$$\begin{aligned} S(j\omega) &= h \frac{1 - \exp(-j\omega \cdot \tau_i)}{j\omega} = \\ &= h\tau \frac{\sin(\omega \cdot \tau_i/2)}{\omega \cdot \tau_i/2} \cdot \exp(-j\omega \cdot \tau_i/2), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $h$  – амплитуда импульса.

Для  $k$ -го импульса, сдвинутого относительно первого на произвольное время  $T_3$ , комплексная спектральная плотность будет равна

$$S_k(j\omega) = S(j\omega) \cdot \exp(-j\omega T_3). \quad (6)$$

Комплексная спектральная плотность суммы двух указанных импульсов, согласно [1], будет определяться выражением

$$\begin{aligned} S_\Sigma(j\omega) &= S_1(j\omega) \cdot [1 + \exp(-j\omega T_3)] = \\ &= h \cdot \frac{[1 - \exp(-j\omega \cdot \tau_i)]}{j\omega} \cdot [1 + \exp(-j\omega T_3)]. \end{aligned} \quad (7)$$

После несложных преобразований вместо (7) получим

$$\begin{aligned} S_\Sigma(j\omega) &= h\tau_i \frac{\sin(\omega \cdot \tau_i/2)}{\omega \cdot \tau_i/2} \cdot \cos\left(\frac{\omega T_3}{2}\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{j\omega \cdot \tau_i}{2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{j\omega T_3}{2}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Замечаем, что выражение (7) состоит из двух сомножителей. Первый сомножитель представляет собой спектральную плотность одиночного импульса (в общем случае произвольной формы). Второй сомножитель отражает факт суммирования спектров двух (в общем случае нескольких) одинаковых импульсов. В [6] первый сомножитель выражения (7) назван фактором формы импульса, а второй (в виде суммы) – фактором повторения.

Спектральная плотность амплитуд суммы двух несоприкасающихся импульсов ( $T_3 > \tau_i$ ) вместо (7) будет определяться более простым выражением

$$S_\Sigma(\omega) = h\tau_i \frac{\sin(\omega \cdot \tau_i/2)}{\omega \cdot \tau_i/2} \cdot \cos(\omega T_3/2). \quad (9)$$

Для двух соприкасающихся импульсов ( $T_3 = \tau_i$ ), т. е. для одного импульса удвоенной длительности из (7) получим

$$\begin{aligned} S_1(j\omega) &= h \frac{1 - \exp(-j2\omega \cdot \tau_i)}{j\omega} = \\ &= 2h\tau \frac{\sin(\omega \cdot \tau_i)}{\omega \cdot \tau_i} \cdot \exp(-j\omega \cdot \tau_i), \end{aligned} \quad (10)$$

т. е. спектр будет убывать в 2 раза быстрее, что и следовало ожидать.

На рис. 2, в соответствии с (6) и (9), пунктирной линией показана спектральная плотность  $S_1(\omega)$  для одного из прямоугольных импульсов длительностью  $\tau_i$  (рис. 1), а сплошной линией – спектральная плотность  $S_\Sigma(\omega)$  для суммы двух импульсов ( $S_1(t)$  и  $S_5(t)$ ) при  $T_3 = 4\tau_i$  ( $k = 5$ ).

Приведенный график спектра суммы двух импульсов при  $T_3 >> \tau_i$  с математической точки зрения не вызывает существенных возражений. Однако с физической точки зрения он не всегда имеет смысл, поскольку отклики цепи на сигналы  $S_1(t)$  и  $S_5(t)$  (см. рис. 1) су-

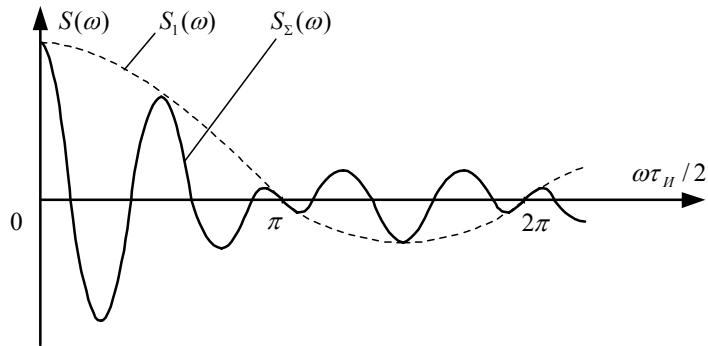


Рисунок 2

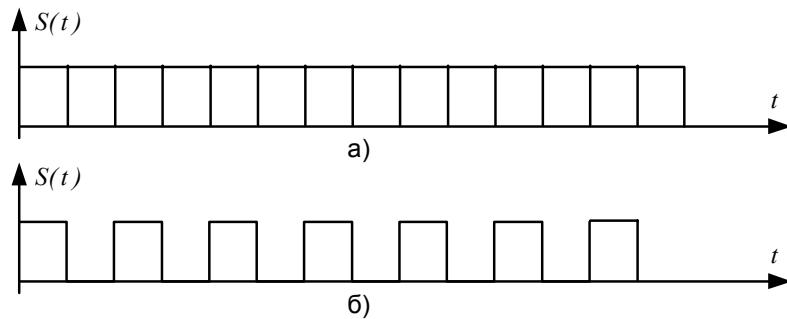


Рисунок 3

щественно разнесены по времени. Разнесены во времени на величину  $T_3 = 4t_i$  и их амплитудные спектры.

Сумму спектров двух (или более) импульсов необходимо рассматривать с учетом алгоритмов обработки (приема) сигналов и поставленных задач. Например, при так называемом «поэлементном» приеме [4] в «своей» системе или при определении уровня внеполосного излучения для других систем можно использовать спектры, вычисленные на интервале, равном длительности одиночного импульса  $t_i$ .

В случае использования зависимых, сложных составных сигналов и при приеме «в целом» (на согласованный фильтр), спектры необходимо вычислять на больших интервалах, равных времени памяти устройств обработки сигнала (не меньшем длительности всего сигнала). Однако при определении уровня внеполосного излучения для других систем и для таких сигналов корректным будет вычисление спектра на малых интервалах.

Некорректность вычисления и усреднения спектров для больших интервалов времени можно просто проиллюстрировать и с помощью следующего примера (рис. 3). Две информационные последовательности, условно записанные как

а) 11111111111111  
б) 10101010101010

имеют совершенно различные числовые (временные) и спектральные характеристики.

Теперь отметим следующий интересный факт. Понятие, близкое к понятию текущего спектра по определению (2) уже давно используется в теории цифровой обработки сигналов (с целью сокращения объемов вычислений). Так, в [10] со ссылкой на [11] и предположением нестационарности речевых сигналов использованы понятия «кратковременный спектр» и «кратковременный спектральный анализ». При этом в формулу дискретного преобразования Фурье (ДПФ) вводится некоторая весовая функция, называемая «временным окном». Формы «окон» могут быть разными [11, 12].

В [11] для сигналов, спектр которых меняется во времени, предложен способ измерений (вычислений) спектра, названный «скользящим» спектральным измерением. Этот способ предполагает постоянное смещение временного окна на один отсчет вперед. Более того, для сокращения вычислений с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ) там же вместо «скользящего» БПФ предложен метод «скачущего» БПФ (без перекрытия (рис. 4, а) или с частичным перекрытием (рис. 4, б, в)). Используется также термин «кратковременное преобразование Фурье» и указаны области его применения: графическое изображение речи с помощью спектрограмм и анализ-синтез речи (фазовые вокодеры).

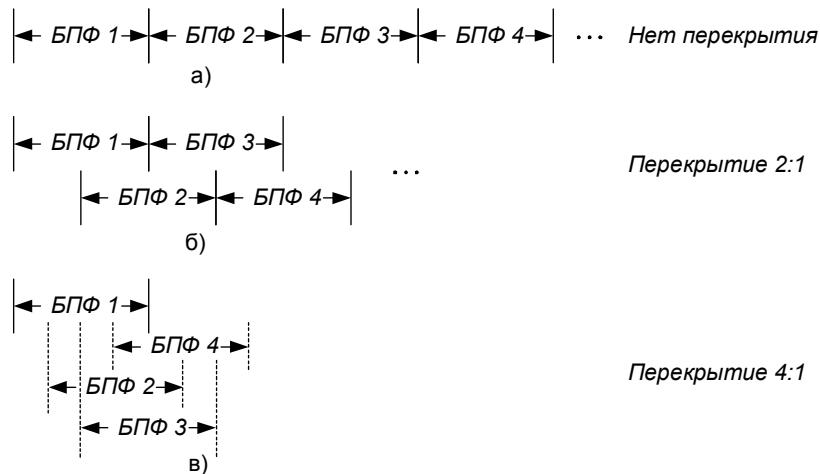


Рисунок 4

Все вышеизложенное указывает на целесообразность перехода к использованию мгновенных спектров, определяемых выражениями (2) или (3).

## ВЫВОДЫ

Проведен анализ использующихся понятий и определений для спектров сигналов. Показано, что определение спектра сигнала на большом временном интервале, не связанном с параметрами электрических цепей (каналов), дает в некоторых случаях искаженные результаты. Поскольку любая электрическая цепь имеет конечное время «памяти», то и определение спектра сигнала должно производиться с учетом этого интервала. Вычисляемые при этом спектры в [1] названы мгновенными.

Мгновенные спектры и определяемые на их основе энергетические спектры позволяют более точно оценить уровни внеполосного излучения в широкополосных системах, уровни межканальных и межсистемных помех.

Доказательством некорректности вычисления спектра на неограниченном интервале времени являются приводимые во многих источниках графики спектров зависимых сигналов MSK и GMSK [9], на которых отмечается минимум спектральной плотности при  $\Delta F = 0,75/\tau_n$ . В то же время интервал корреляционной обработки этих сигналов равен трем длительностям импульсов (тактовым интервалам). Проведенные авторами «эксперименты» (на персональных компьютерах) показывают отсутствие ярко выраженной особой точки на оси частот. Но это является материалом следующей статьи.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- Харкевич А. А. Спектры и анализ. – М.: Физматгиз, 1962. – 236 с.
- Кисель В. А. Синтез гармонических корректоров для высокочастотных систем связи. – М.: Связь, 1979. – 230 с.
- Михайлов А. В. Высокоэффективные оптимальные системы связи. – М.: Связь, 1980. – 344 с.
- Финк Л. М. Теория передачи дискретных сигналов. – 2-е изд. – М.: Советское радио, 1970. – 728 с.
- Макаров С. Б., Цикин И. А. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания. – М.: Радио и связь, 1988. – 304 с.
- Гуревич М. С. Спектры радиосигналов. – М.: ГИТАЛ, 1963. – 308 с.
- Петрович Н. Т., Размахнин М. К. Фазовая телеграфия с плавной манипуляцией фазы // Фазовая и относительная фазовая телеграфия. Сборник статей. – М.: Связь, 1967. – С. 23–29.
- Немировский Э. Э., Портной С. Я. Полосно-эффективное кодирование и модуляция для гауссового канала связи. Ч. II. Полосно-эффективная модуляция. // Зарубежная радиоэлектроника. – 1985. – № 6. – С. 30–42.
- Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра. – М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.
- Цифровые фильтры в радиотехнике и электросвязи. / А. В. Брунченко, Ю. Т. Бутыльский, Л. М. Гольденберг и др. / Под ред. Л. М. Гольденберга. – М.: Радио и связь, 1982. – 224 с.
- Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
- Мейстер Ю. Л., Пиза Д. М. Весовые функции для малоочечных ДПФ в системах приема и обработки радиолокационных сигналов // Радиоэлектроніка. Інформатика. Управління. – 2001. – № 1. – С. 8–12.

Надійшла 30.01.06

Проведено аналіз понять, що використовуються, і визначені для спектрів сигналів. Показано, що при визначенні спектра сигналу на великому часовому інтервалі, не пов'язаному з параметрами електричних кіл, можна отримати спотворені результати. Оскільки будь-яке електричне коло має кінцевий час «пам'яті», то й визначення спектра сигналу повинне вироблятися з урахуванням цього інтервалу.

The analysis of used concepts and definitions for signal spectra is accomplished. It is shown that the definition of the signal spectrum in large time interval not connected with the electric circuit parameters gives in some cases sen-

seless results. As any electric circuit has finite «memory» time, the definition of the signal spectrum should be made in view of this interval.

УДК 621.396.6.004 : 004.942

О. Ю. Воропай

## ПРИЗНАЧЕННЯ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДОПУСКІВ ДЛЯ НЕМОНОТОННИХ ВИХІДНИХ ФУНКЦІЙ

---

Розроблено метод призначення оптимальних гарантованих допусків для вихідних функцій з екстремумами. Умовна оптимізація об'єму допускової області зведена до задачі безумовної оптимізації, для чого запропоновано алгоритм пошуку точок дотику областей працездатності та допусків.

### ВСТУП

Створення сучасної та конкурентноздатної радіоелектронної продукції є неможливим без застосування технологій наскрізного проектування і підтримки життєвого циклу виробів – CALS технології. Вона передбачає використання однієї програмної системи для автоматизації проектування пристрою і розробки його опису на всіх етапах життєвого циклу. Використання CALS технології дозволяє підвищити якість і низькотемпературну стійкість виробів, однак потребує автоматизації кожної проектної процедури, в тому числі і процедури призначення допусків. Таким чином, використання універсальних і ефективних алгоритмів призначення допусків робить САПР систему комерційно більш успішною.

Серед методів призначення допусків найбільш ефективними є методи, засновані на використанні лінійних інтервальних моделей [1, 2]. Проведення зовнішньої інтерполяції при побудові моделі [3] дозволяє врахувати нелінійність вихідної функції, а ітераційні процедури – отримати результат необхідної точності. При цьому використовується властивість монотонності вихідної функції на інтервалі допуску вихідних параметрів. Основний недолік таких методів – неможливість роботи з вихідними функціями, які містять один чи декілька екстремумів в інтервалі їх допуску. На практиці такі вихідні функції зустрічаються доволі часто, наприклад, при роботі з пристроями радіочастотної селекції. Існуючі методи дозволяють проводити аналіз допусків для такого класу вихідних функцій [4], алгоритми ж допускового синтезу досі залишаються не розробленими.

Метою даної роботи є розробка точного і ефективного методу призначення допусків для будь-якого класу вихідних функцій. Для вирішення поставленої задачі необхідно розробити форму опису обмежень області працездатності, найбільш придатної для максимізації об'єму допускової області, а також врахувати особливості цих обмежень при пошуку оптимального рішення. Для з'ясування ефективності розробленої методики необхідно провести чисельний експеримент.

### 1 ОСОБЛИВОСТІ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ

Задача призначення допускової області максимального об'єму ставиться як задача оптимізації за наявністю обмежень у вигляді нерівностей. Цільова функція має вигляд:

$$G(\underline{w}x_1, \dots, \underline{w}x_n, \bar{w}x_1, \dots, \bar{w}x_n) = \prod_{i=1}^n \underline{w}x_i \cdot \bar{w}x_i \rightarrow \max, \quad (1)$$

при обмеженнях:

$$\underline{\varphi}(x_1, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_n) - \underline{y} \geq 0;$$

$$\bar{\varphi}(x_1, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_n) - \bar{y} \leq 0;$$

$$\forall x_i \in [x_{ir} - \underline{w}x_i, x_{ir} + \bar{w}x_i]; \quad (2)$$

$$\underline{w}x_i \leq \underline{w}x_{ib}; \quad \bar{w}x_i \leq \bar{w}x_{ib}, \quad (3)$$

де  $n$  – кількість вихідних параметрів;  $X = (x_1, \dots, x_n)$  – вектор вихідних параметрів;  $\underline{w}x_i = x_{ir} - \underline{x}_i$ ,  $\bar{w}x_i = \bar{x}_i - x_{ir}$  – ширина відхилення вихідного параметру;  $X_r = (x_{1r}, \dots, x_{nr})$ ,  $\underline{X} = (\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n)$ ,  $\bar{X} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$  – вектори номінальних, нижніх та верхніх значень вихідних параметрів;  $f(x_1, \dots, x_n)$  – вихідна функція системи, що

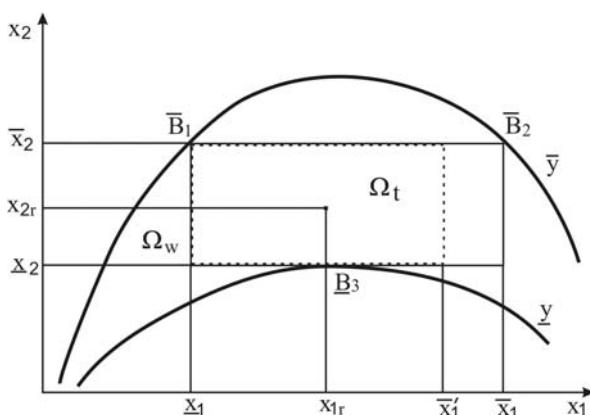


Рисунок 1 – Розташування областей працездатності та допусків для немонотонної вихідної функції

проектується;  $y, \bar{y}$  – нижнє та верхнє значення вихідної функції;  $\underline{\Omega}_w(x_1, \dots, x_n), \bar{\Omega}(x_1, \dots, x_n)$  – нижня та верхня межі області працездатності;  $\underline{w}x_{ib}, \bar{w}x_{ib}$  – максимальні значення відхилень. У випадку монотонної вихідної функції її межові значення відповідають протилежним вершинам гіперпаралелепіпеду області допусків. Це дозволяє застосовувати лінійні інтервальні моделі та ітераційні алгоритми [1, 2] для знаходження оптимальних значень допусків на вхідні параметри. Крім того, оптимізаційну задачу можна спростити, вирішуючи її окремо для верхніх та нижніх відхилень вихідної функції.

На рис. 1 зображене взаємне розташування областей працездатності  $\Omega_w$  та допускової області  $\Omega_t$  для вихідної функції  $f(x_1, \dots, x_n)$ , яка має екстремуми на інтервалі  $[y, \bar{y}]$ .  $B_1, B_2$  та  $B_3$  – точки дотику даних областей. В цьому випадку межові значення не завжди лежать на протилежних вершинах гіперпаралелепіпеду області допусків  $\Omega_t$ . Гіперповерхні, що обмежують область працездатності, можуть мати складу структуру, тому точок дотику цих областей може бути більше двох. Це робить неможливим використання алгоритмів, заснованих на застосуванні інтервальних моделей [3].

Для вирішення задачі (1) у цьому випадку призначенні методи умовної оптимізації. До них відносяться такі методи, як метод штрафних функцій, множників Лагранжа, можливих напрямків, проекції градієнта, симплекс метод та інші [5–8].

Існуючі методи умовної оптимізації показують найбільшу ефективність тоді, коли із всієї множини обмежень виключені ті, які явно не можуть бути перебільшенні. Обмеження, що залишились, називаються активними. Для обмежень, заданих виразом (2), можуть бути знайдені найбільш імовірні точки дотику областей працездатності і допусків. Це дозволяє спростити обмеження (2) і полегшити вирішення задачі (1).

## 2 ВИЗНАЧЕННЯ АКТИВНИХ ОБМЕЖЕНЬ

Для знаходження мінімального та максимального значень вихідної функції на інтервалі початкових значень допуску на вхідні параметри може бути використаний модифікований метод Бродена-Флетчера-Гольдфарба-Шенно (БФГШ) [4]. При наявності декількох локальних екстремумів рекомендується використовувати алгоритми випадкового пошуку [9]. На рис. 1 наведений випадок, коли початкової області допусків  $[x_1, x_2] = [\bar{x}_1, \bar{x}_2]$  ці значення не відповідають протилежним вершинам гіперпаралелепіпеду. Деякі вхідні параметри залишаються вільними і їх відхилення можуть бути збільшенні, що дозволяє розширити об'єм допускової області. Наприклад, згідно рис. 1 значення параметру  $x_1$  може бути збільшено з  $\bar{x}_1$  до  $\bar{x}_1'$ .

Для найбільш повного використання допускової області необхідно послідовно знаходити екстремуми вихідної функції, які містять вільні параметри. Параметри, що визначають даний екстремум, фіксуються, а відхилення вільних параметрів, що залишились, збільшуються. Наведена процедура повторюється до тих пір, поки залишаються вільні параметри, відхилення яких не вийшли за обмеження (3). Знайдені екстремуми і будуть точками дотику областей працездатності і допусків.

Таким чином, алгоритм визначення активних обмежень має вигляд:

1. Вибір початкових значень вхідних параметрів  $X^{(0)}, \bar{X}^{(0)}, j = 0$ .

2. Знаходження точки  $X_{\text{extr}}$  гіперпаралелепіпеду  $|X^{(j)}, \bar{X}^{(j)}|$  області допусків, найбільш віддаленої від меж області працездатності.

2.1.  $i = 0$  – лічильник ітерацій знаходження локальних екстремумів із випадковим пошуком [9],  $wy_{\text{extr}}^{(j)} = \bar{y} - y$  – початкове значення відстані між шуканою точкою і межами області працездатності.

2.2. Випадковий вибір початкової точки пошуку екстремуму вихідної функції.

2.3. Знаходження за допомогою метода [4] точок  $X_{\max}^{(i)}$  та  $X_{\min}^{(i)}$ , які містять хоча б один незафікований вхідний параметр і забезпечують максимальне  $y_{\max}^{(i)}$  і мінімальне  $y_{\min}^{(i)}$ .

2.4. Якщо  $\bar{y} - y_{\max}^{(i)} < wy_{\text{extr}}^{(j)}$ , то  $wy_{\text{extr}}^{(j)} = \bar{y} - y_{\max}^{(i)}$ ,  $X_{\text{extr}}^{(j)} = X_{\max}^{(i)}$ ,  $y_{\text{extr}}^{(j)} = y_{\max}^{(i)}$ .

Якщо  $y_{\min}^{(i)} - \underline{y} < wy_{\text{extr}}^{(j)}$ , то  $wy_{\text{extr}}^{(j)} = y_{\min}^{(i)} - \underline{y}$ ,  $X_{\text{extr}}^{(j)} = X_{\min}^{(i)}$ ,  $y_{\text{extr}}^{(j)} = y_{\min}^{(i)}$ .

2.5. Якщо  $i$  менше за максимальну кількість ітерацій випадкового пошуку, то  $i = i + 1$ , перехід до п. 2.2.

3. Наближення знайденої точки до меж області працездатності

$$3.1. \text{ step} = 1, k^{(j)} = \frac{y_{\text{extr}}^{(j)}}{\sum_{i=1}^n a_i^{(j)} \cdot x_{i\text{extr}}^{(j)}}, a_i^{(j)} = \left. \frac{df(X)}{x_i} \right|_{X_{\text{extr}}^{(1)}}.$$

3.2. Якщо параметр  $x_{i\text{extr}}^{(j)}$  не зафікований, то  $x_i^{(j)} = x_{i\text{extr}}^{(j)}(1 + k^{(j)} \cdot \text{step})$ , інакше  $x_i^{(j)} = x_{i\text{extr}}^{(j)}$ .

3.3. Перевірка відповідності отриманої точки обмеженням (3): якщо  $x_i^{(j)} < x_{ir} - \underline{w}x_{ib}$ , то  $x_i^{(j)} = x_{ir} - \underline{w}x_{ib}$ ; якщо  $x_i^{(j)} > x_{ir} + \overline{w}x_{ib}$ , то  $x_i^{(j)} = x_{ir} + \overline{w}x_{ib}$ .

3.4.  $y'^{(j)} = f(X'^{(j)})$ . Якщо  $y'^{(j)}$  більше обмежень (2) ніж  $y_{\text{extr}}^{(j)}$ , то  $X_{\text{extr}}^{(j)} = X'^{(j)}$ , інакше  $\text{step} = \text{step}/2$ , перехід до п. 3.2.

4. Збереження знайденої точки та фіксація вхідних параметрів.

4.1. Зміна області допусків: якщо  $x_i^{(j)} = \bar{x}_i^{(j)}$ , то  $\bar{x}_i^{(j)} = x_i^{(j)}$ ; якщо  $x_i^{(j)} = \underline{x}_i^{(j)}$ , то  $\underline{x}_i^{(j)} = x_i^{(j)}$ .

4.2. Якщо знайдена точка недостатньо близька до меж області працездатності:

$$|y'^{(j)} - \bar{y}| > \bar{y} \cdot \partial y \text{ або } |y'^{(j)} - \underline{y}| > \underline{y} \cdot \partial y,$$

то перехід до п. 2.

4.3. Фіксація параметрів, межове значення яких забезпечує екстремум вихідної функції: якщо  $x_i^{(j)} = \bar{x}_i^{(j)}$ , то фіксація параметру  $\bar{x}_i$ ; якщо  $x_i^{(j)} = \underline{x}_i^{(j)}$ , то фіксація параметру  $\underline{x}_i$ .

4.4. Включення точки  $X'^{(j)}$  до списку точок дотику.

5. Перевірка умов виходу: якщо усі параметри зафіковані – кінець роботи; якщо для усіх незафікованих параметрів виконується умова

$$\bar{x}_i^{(j)} = x_{ir} + \overline{w}x_{ib} \text{ або } \underline{x}_i^{(j)} = x_{ir} + \underline{w}x_{ib},$$

то кінець роботи, інакше перехід до п. 2.

Лінеаризація обмежень (2) в точках дотику дозволяє переписати задачу (1) у вигляді

$$G'(wx'_1, wx'_{2n}) = \prod_{i=1}^{2n} wx'_i \rightarrow \max, \quad (4)$$

при обмеженнях

$$\varphi_j(wx'_1, \dots, wx'_{2n}) = a_{0j} - \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot wx'_i = 0; \quad j = \overline{1, m}, \\ wx'_i \leq \underline{w}x_{ib}; \quad wx'_{i+n} \leq \overline{w}x_{ib}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

де  $m$  – кількість точок дотику,  $wx'_i$  відповідає нижнім відхиленням вхідних параметрів для  $i \leq n$  і верхнім відхиленням – при  $i > n$ .

Оскільки відхилення  $wx'_i$  відповідають точкам дотику областей працездатності та допусків, то обмеження (5) мають форму рівнянь, що спрощує вирішення задачі оптимізації.

### 3 ПРИЗНАЧЕННЯ ДОПУСКІВ

Існуючі методи умовної оптимізації призначені для вирішення широкого класу задач і тому не враховують особливостей конкретної задачі.

Більш ефективним шляхом вирішення задачі (4) буде розв'язання рівнянь (5) відносно параметрів  $wx'_1, \dots, wx'_m$  як функцій від  $wx'_{m+1}, \dots, wx'_{2n}$ :

$$wx'_j = g_j(wx'_{m+1}, \dots, wx'_{2n}), \quad j = \overline{1, m}, \quad (6)$$

де  $b_{ij}$  – шукані коефіцієнти.

Обмеження (5) дозволяють сформувати систему лінійних рівнянь

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot wx_i = -a_{0j} - \sum_{k=m+2}^{2n} a_{kj} \cdot wx_k, \quad j = \overline{1, m}. \quad (7)$$

Розв'язання системи методом Гауса дозволяє записати залежності (6) та (7) у вигляді

$$wx'_j = g_j(wx'_{m+1}, \dots, wx'_{2n}) = b_{0j} + \sum_{i=m+1}^{2n} b_{ij} \cdot wx'_i, \quad j = \overline{1, m}. \quad (8)$$

Підстановка виразів (8) у цільову функцію (4)

$$G'(wx'_1, wx'_{2n}) = \prod_{i=1}^m g_i(wx'_{m+1}, wx'_{2n}) \cdot \prod_{i=m+1}^{2n} wx'_i = \\ = \prod_{j=1}^m \left( b_{0j} + \sum_{i=m+1}^{2n} b_{ij} \cdot wx'_i \right) \cdot \prod_{k=m+1}^{2n} wx'_k \quad (9)$$

дозволяє зменшити кількість незалежних параметрів і знайти їх оптимальні значення за допомогою ефективних методів безумовної оптимізації. Значення параметрів  $wx'_1, \dots, wx'_m$  визначаються співвідношеннями (8).

Для оптимізації цільової функції, записаної у вигляді (9), може бути використаний алгоритм, заснований на модифікованому методі БФГШ [4]. У якості межових значень вхідних параметрів можуть бути взяті обмеження (3). Оскільки лінеаризація вихідної функції  $f(X)$  призводить до похиби обчислень, на кожній ітерації пошуку необхідно уточнювати коефі-

цієнти  $a_{ij}$  і  $b_{ij}$ . Крім того, необхідно перевіряти активні обмеження. З метою підвищення швидкодії така перевірка може проводитись не на кожній ітерації, а тільки якщо відстань між поточною точкою пошуку  $wx'_i$  і точкою  $wx'_{ai}$ , в якій були визначені активні обмеження, перевищить деяке задане значення:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{2n} wx'_i - wx'_{ai}} \geq r. \quad (10)$$

Умови виходу із алгоритму пошуку аналогічні умовам для алгоритму [4]. Початкові значення вхідних параметрів можуть бути вибрані так же, як і в алгоритмах [1, 2]. Якщо область працездатності має складну форму, для підвищення імовірності знаходження глобального оптимуму можуть застосовуватися методи випадкового локального пошуку [9]. У цьому випадку оптимізація повторюється для випадкового набору початкових значень відхилень вхідних параметрів.

Таким чином, алгоритм призначення допусків має вигляд:

1.  $k = 0$ , вибір початкових значень  $wx_i^{(0)}$ , матриці  $D^{(0)}$ .
2. Якщо виконується умова (10), то пошук активних обмежень  $wx'_{ai}$ ,  $wx_i^{(k)} = wx'_{ai}$ .
3. Лінеаризація вихідної функції в точках  $x_{ri} \pm wx_i^{(k)}$ .
4. Уточнення коефіцієнтів  $b_{ij}^{(k)}$  розв'язанням системи рівнянь (7).
5. Визначення градієнта цільової функції (9) в точці  $wx_i^{(k)}$ .
6. Визначення точки  $wx_i^{(k+1)}$  згідно алгоритму [4].
7. Уточнення матриці  $D^{(k)}$  згідно алгоритму [4].
8. Перевірка умови виходу згідно алгоритму [4], інакше –  $k = k + 1$ , перехід до шагу 2.

#### 4 ПРИКЛАД ЗАСТОСУВАНЯ

Розроблена методика була використана при призначенні допусків на коефіцієнт передачі коливального контуру. Схема коливального контуру наведена на рис. 2. Його коефіцієнт передачі визначається за допомогою виразу:

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{(1 + R_1/R_2)^2 + R_1^2 \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}\right)^2}},$$

де  $\omega$  – кутова частота;  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C$  і  $L$  – параметри елементів.

Нормовані номінальні значення вхідних параметрів дорівнювали  $R_1 = 1,05$ ,  $R_2 = 1,05$ ,  $L = 1,05$ ,  $C = 1,05$ ,

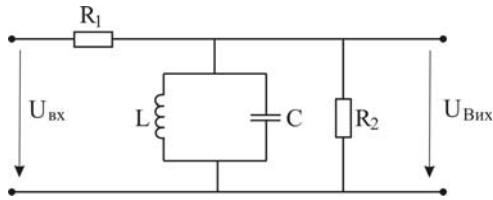


Рисунок 2 – Схема коливального контуру

розрахунок проводився на частоті  $\omega = 1,05$ . Максимальні значення допусків  $\underline{w}x_{ib}$ ,  $\bar{w}x_{ib}$  задавались  $\pm 20\%$ . Номінальним значенням вхідних параметрів відповідав коефіцієнт передачі коливального контуру  $y_n = 0,4974$ .

Призначення допусків проводилось для відхилень вихідної функції  $\bar{y} = 0,561$  та  $\underline{y} = 0,459$ . Початкові відхилення вхідних параметрів також задавались  $\pm 10\%$ . Обчислені для них координати точок дотику областей працездатності і допусків наведені у таблиці 1. Отримані значення допусків на вхідні параметри наведені у таблиці 2.

Таблиця 1 – Координати точок дотику областей працездатності та допусків

№ точки	$R_1$	$R_2$	$C$	$L$	$H$
1	1,0717	0,9229	1,0825	1,0825	0,459
2	1,0717	0,9229	0,8336	0,8336	0,459
3	0,8799	1,1249	0,8775	1,0336	0,561

Таблиця 2 – Значення допусків на параметри коливального контуру

Параметр	$R_1$	$R_2$	$C$	$L$
$\underline{w}x_i$ , %	10,87	4,96	20	20
$\bar{w}x_i$ , %	4,77	13,89	15,68	20

#### ВИСНОВКИ

Запропоновано метод призначення допусків для вихідних функцій, які містять екстремуми на інтервалі допуску вхідних параметрів. Він базується на зведенні умовної оптимізації об'єму допускової області до безумовної шляхом спрощення обмежень на вихідну функцію і модифікації цільової функції, для чого розроблені відповідні алгоритми. Оптимальне значення такої модифікованої цільової функції може бути знайдене за допомогою ефективних методів безумовної оптимізації.

Запропонований метод має більш широку сферу застосування у порівнянні з інтервальними методами, які мають обмеження на монотонність вихідної функції. Наприклад, він дозволяє призначати допуски на вихідні функції НВЧ пристроїв. Запропонована схема спрощення оптимізаційної задачі шляхом пошуку активних

обмежень може бути застосована і для вирішення інших задач, пов'язаних із призначенням допусків. Наприклад, для призначення допусків при нормальному законі розподілення вхідних параметрів або призначення допусків із врахуванням коефіцієнтів зовнішніх впливів. Схема придатна також для випадку, коли область працездатності задана системою вихідних функцій.

4. Гапоненко Н. П., Воропай А. Ю. Аналіз допусков для немонотонних вихідних функцій // Радіоелектроніка і информатика. – 2005. – № 2. – С. 29–33.
5. Бертсекас Д. Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа. – М: «Радио и связь», 1987. – 398 с.
6. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – М: «Мир», 1982. – 583 с.
7. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. – М.: Радио и связь, 1998. – 128 с.
8. Карманов В. Г. Математическое программирование. – М.: ФИЗМАТЛІТ, 2004. – 264 с.
9. Растрігін Л. А. Адаптация сложных систем. Методы и приложения. – Рига: «Зинатне», 1981. – 394 с.

Найдішла 9.01.06  
Після доробки 24.02.06

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Шило Г. М., Воропай О. Ю., Гапоненко М. П. Інтервальні методи призначення експлуатаційних допусків // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2003. – № 2. – С. 78–82.
2. Крищук В. М., Шило Г. М., Гапоненко М. П. Інтервальні методи оптимізації допусків // Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика: Вісник державного університету «Львівська політехніка». – Львів. – 1999. – № 373. – С. 196–201.
3. Шило Г. М. Формування інтервальних моделей для обчислення допусків // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2002. – № 1. – С. 90–95.

УДК 21.382-541.5

А. Н. Горбань, В. В. Кравчина, А. И. Коляда, Д. М. Гомольский, А. И. Солодовник

# ВЛИЯНИЕ ОБРАБОТОК ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИН SI НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛОВЫХ ДИОДНЫХ СТРУКТУР, ОБЛУЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОНАМИ

---

Диоды с наименьшим временем восстановления и максимальным коэффициентом формы  $K_{tr}$  тока восстановления получены на диодных структурах изготовленных на пластинах после резки (кремний 70 Ом·см), которые имеют наименьший рельеф поверхности. Отсутствие операций шлифовки, отжиг РЦ при более низкой температуре позволяют упростить технологию изготовления силовых диодов, но требуют ее доработки на этапе кассетной пайки. При помощи исследования спектров НЕСГУ показано, что после отжига травленых и шлифованных пластин кремния доминирующими являются уровни  $H_1(0,21)$  и  $E_4(0,37)$ , причем для травленой поверхности наблюдается значительная концентрация рекомбинационных центров  $H_1(0,21)$ , а для шлифованной поверхности характерна преобладающая концентрация рекомбинационных центров с энергией  $E_4(0,37)$ .

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из способов регулирования времени жизни носителей заряда в полупроводниках является электрон-

ное облучение [1–4]. Такой способ не вносит дополнительных загрязнений, поддается большему контролю и унификации, чем технология диффузии золота и платины. Это представляется особенно важным при изготовлении диодных структур. В процессе облучения кремния электронами высокой энергии в запрещенной зоне кремния появляется несколько энергетических уровней, связанных с образующимися дефектами-вакансиями (V) и собственными междоузельными атомами (I). При этом междоузельные атомы вступают в реакции замещения с некоторыми примесями [3], вытесняя их в междоузельное положение ( $C_i$  и  $B_i$ ). Вторичные дефекты, мигрируя в кремний, в свою очередь вступают в различные реакции, образуя устойчивые при комнатной температуре дефекты. К ним относятся комплексы углерод-кислород  $C_iO_i$ , (К-центры) с  $H$  (0,36), пары бор-кислород  $B_iO_i$  с  $E$ (0,25), пары бор-бор  $B_iB_s$  с  $H$ (0,30) и метастабильные комплексы углерод-углерод  $C_sC_i$  с  $E$ (0,1/0,17) и  $H$ (0,05/0,09) [3]. Вакансии трансфор-

мируются в комплексы вакансия-кислород V–O (A-центры) с  $E_f(0,17)$  и дивакансии ( $V_2^-$ ) с  $E_2(0,23)$ ,  $E_4(0,4)$  и  $H_1(0,21)$  [3, 4]. При этом соотношение стабильных радиационных дефектов в кремнике сильно зависит от примесного состава исходного кристалла. Здесь и далее энергия  $E$  определяется положением энергетического уровня дефекта относительно дна зоны проводимости  $E_c$ , а  $H$  – энергия относительно потолка валентной зоны  $E_v$ . Энергия выражена в эВ.

Нестационарная емкостная спектроскопия глубоких уровней (НЕСГУ) позволяет производить количественную оценку параметров глубоких уровней в объеме или на поверхности для:  $p^+ - n$  и  $n^+ - p$  переходов или для диодов Шоттки [3]. При измерении спектров имеется возможность количественной оценки сечения захвата уровня  $y_n$ , энергии активации уровня  $E_t$  (положение уровня в запрещенной зоне), концентрации ловушек  $N_t$ . Для определения этих параметров использовали соотношение [2]:

$$\ln(\tau T^2) = -\ln(\sigma_n b_n) + (E_c - E_t)/kT, \quad (1)$$

где  $\tau$  – постоянная времени эмиссии носителей заряда, определяющая время релаксации заполнения уровня,  $b_n$  – параметр полупроводника, для кремния равный  $6,6 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ К}^{-2}$ . Тангенс угла наклона прямой, описываемой уравнением (1) в координатах  $\ln(\tau T^2)$  и  $1/kT$ , равен энергии ионизации глубокого центра, а сама прямая отсекает на оси ординат отрезок, равный  $-\ln(\sigma_n b_n)$ . Постоянная времени  $\tau$  определялась при помощи аппроксимационной формулы, приведенной в работе [2] для скорости электронной эмиссии при достижении пика НЕСГУ, наблюдаемого с использованием установки DLS 82E:

$$1/\tau = e(T_{\max}) = 2,17/t_0, \quad (2)$$

где  $T_{\max}$  – температура, соответствующая максимуму пика сигнала НЕСГУ,  $t_0$  – период повторения задаваемых импульсов. Концентрацию ловушек  $N_t$  определяли при помощи формулы [2]:

$$N_t = 2[C_c - C(t)] N_d / C_c, \quad (3)$$

где  $C_c$  – значение стационарной емкости при использовании напряжения смещения,  $C(t)$  – значение емкости при измерении сигнала НЕСГУ,  $N_d$  – концентрация исходной донорной примеси в базе диода.

Метод НЕСГУ в случае исследования структуры металл-полупроводник позволяет наблюдать только центры захвата основных носителей заряда, т. е. в кристаллах  $p$ -типа можно тестировать лишь центры с глубокими уровнями, расположенными в нижней половине запрещенной зоны, а в кристаллах  $n$ -типа – центры,

расположенные в ее верхней половине [1]. При исследовании структур с  $p-n$  переходом, изменяя величину прикладываемых потенциалов, можно обеспечить как режим обеднения, так и режим инжеекции, а значит, и исследовать центры, расположенные в верхней и нижней половинах запрещенной зоны. Параметры основных радиационных дефектов в кремнике, по данным [1, 3], приведены в таблице 1, где  $\Omega_n$  и  $\Omega_p$  сечения захвата уровней соответственно для электронов и дырок.

Таблица 1 – Параметры основных радиационных дефектов в кремнике

Дефект	Энергия уровня, эВ	$\Omega_n$ , см <sup>2</sup>	$\Omega_p$ , см <sup>2</sup>
Вакансия-кислород V–O (A-центры)	$E_1(0,17)$	$1,5 \cdot 10^{-14}$	$1,5 \cdot 10^{-14}$
Дивакансии $V_2^-$	$E_2(0,23)$	$4 \cdot 10^{-15}$	$4 \cdot 10^{-14}$
	$E_3(0,41)$	$3 \cdot 10^{-16}$	$3 \cdot 10^{-15}$
	$H_1(0,21)$	$4 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-15}$
Е-центр	$E_4(0,44)$	$5 \cdot 10^{-15}$	$3 \cdot 10^{-13}$
К-центр	$H_3(0,36)$	$3 \cdot 10^{-15}$	$2 \cdot 10^{-16}$

Вопрос о том, какой из этих рекомбинационных уровней является доминирующим, уже долгое время обсуждается в литературе [5–8]. В работе [6], используя методику НЕСГУ и измерения времени жизни для изучения  $p^+ - n - n^+$  структур, получили результаты, которые свидетельствуют о том, что доминирующий рекомбинационный центр (РЦ) представляет собой дивакансии с уровнем  $E_4(0,41)$ . Авторы более поздней работы [7] сделали вывод о том, что и А-центры и дивакансии ( $V_2^-$ ) принимают активное участие в рекомбинации.

Наиболее важные параметры силовых полупроводниковых приборов – это прямые падения напряжения во включенном состоянии, пробивные обратные напряжения, время  $t_{rr}$  и ток  $I_{rr}$  обратного восстановления, коэффициент формы тока обратного восстановления  $K_{rr}$ , определяемый как [9]:

$$K_{rr} = \left( \frac{di}{dt} \right)_S / \max \left[ \left( \frac{di}{dt} \right)_F \right], \quad (4)$$

где  $(di/dt)_S$  – скорость изменения анодного тока на фазе нарастания импульсного тока обратного восстановления;  $(di/dt)_F$  – скорость изменения анодного тока на фазе спада импульсного тока обратного восстановления.

В работах [5, 8] показано, что прямое падение напряжения является функцией времени жизни неосновных носителей заряда (ннз) при высоком уровне инжеекции  $\tau_{HL}$ , а время восстановления зависит от  $\tau_{HL}$ , но в основном определяется временем жизни ннз при

низком уровне инжекции  $\tau_{LL}$ . Большое значение  $\tau_{HL}$  определяет малую величину прямого падения напряжения, малое значение  $\tau_{LL}$  – быстрое восстановление. Большая величина отношения  $\tau_{HL}/\tau_{LL}$  желательна для достижения хорошего соотношения между прямым падением напряжения и временем восстановления. Одновременно, большая величина отношения времени пространственной генерации  $\tau_{SC}$  и  $\tau_{LL}$  желательна для получения малых токов утечки.

Целью работы явилось определение технологических и конструкторских особенностей изготовления силовых приборов, позволяющих улучшить их частотные характеристики.

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В работе проводилось исследование различных серийных диодных структур ООО «Элемент-Преобразователь», которые формировались на пластинах толщиной 270–350 мкм из кремния *n*-типа с удельным сопротивлением 40 и 70 Ом·см. Кремний с сопротивлением 40 Ом·см использовался для изготовления диодных структур на пластинах двух типов: шлифованных с высотой микрорельефа поверхности 30–40 мкм и полированных при помощи химического травления в растворе кислот в соотношении HF:HNO<sub>3</sub>:CH<sub>3</sub>COOH = 1:4:2 с микрорельефом поверхности высотой 10–15 мкм. Пластины из кремния с сопротивлением 70 Ом·см использовались после резки на специальном оборудовании, обеспечивающим микрорельеф поверхности ~10 мкм. Со стороны анода проводилась диффузия бора с алюминием на глубину 60–110 мкм, а со стороны катода – диффузия фосфора на глубину 50–70 мкм. Одновременная диффузия акцепторной и донорной примеси проводилась при температуре 1250 °C с помощью легированных окисных пленок. После диффузии в пластины кремния с разной обработкой поверхности определялось распределение легирующей примеси по глубине при помощи послойного шлифования диффузационной области и замера изменения удельного сопротивления. Боковая защита *p-n*-перехода выполнялась путем формирования меза-фаски со стеклопассивацией или путем создания классической фаски с защитой органическими компаундами. Омические контакты анода и катода получали путем нанесения слоев никеля и их последующих температурных обработок. Далее готовые структуры, с целью модификации времени жизни носителей заряда, облучали по стандартной технологии [1, 4] моноэнергетическими электронами с энергиями 4 или 10 МэВ. Доза электронной обработки выбиралась в диапазоне от 10<sup>13</sup> до 10<sup>15</sup> см<sup>-2</sup>. Структуры подвергались отжигу различными способами: путем освещения структуры импульсным некогерентным излучением в течение промежутка времени от 10 до 40 с на установке ускоренного отжига

УСТО1 при температуре 360–390 °C или путем термического отжига при температурах от 320 до 450 °C. Время и температура отжига выбирались из необходимости задания требуемого времени жизни неосновных носителей заряда. В процессе изготовления диодных структур проводили замеры их основных параметров. НЕСГУ спектры получали на измерительном комплексе DLS-82E.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для повышения точности идентификации глубоких уровней были сняты спектры в режиме импульсов основных носителей заряда (ос. н. з) и в режиме инжеции неосновных носителей заряда (ннз). При отрицательных значениях напряжения смещения  $U_g = -5,1$  В и отрицательных значениях импульса основных носителей  $U_1 = -1,2$  В обеспечивается случай обеднения и наблюдаемые спектры соответствуют ловушкам основных носителей заряда в кремнии *n*-типа. В исходном кристалле доминирующими определяются ловушки четырех типов: Е-центры, диваканси, А- и К-центры. После снятия серии спектров, соответствующих различным скоростям термической эмиссии, и построения графиков в координатах Аррениуса, производилась идентификация глубоких уровней. Рекомбинационные центры (РЦ), наблюдаемые в диодных структурах после их облучения в режиме ос. н. з., были идентифицированы как ловушки с уровнями  $E_1(0,17)$ ,  $E_2(0,23)$ ,  $E_4(0,37)$  и  $E_3(0,43)$  [4–7].

Перезарядку уровней в режиме инжеции в базу неосновных носителей заряда исследовали при подаче положительных импульсов  $U_1 = +1,0$ –3,0 В. В этом случае, как видно из спектров на рис. 1, для исследуемых структур дополнительно наблюдаются основные пики  $H_1(0,21)$ ,  $H_2(0,28)$  и  $H_3(0,32)$ , соответствующие ловушкам ннз.

Рассмотрим модификацию рекомбинационных центров, полученных при облучении  $e^-$  энергией 10 МэВ и дозе 6–8·10<sup>14</sup> см<sup>-2</sup>. При отжиге структур происходит уменьшение концентрации ловушек  $E_3(0,43)$ , соответствующих Е-центру. Пик  $E_1$  связан комплексом вакансия-кислород (А-центр). Его энергия ионизации  $E_1 = 0,17$  эВ, сечение захвата  $\sigma_n = 1 \cdot 10^{14}$  см<sup>2</sup>, концентрация  $2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. При отжиге структур происходит увеличение до максимума, а затем уменьшение пика, соответствующего А-центрам. Наряду с изменением концентрации А-центров происходит одновременное увеличение концентрации дефектов с уровнем  $E_4(0,37)$ . Его величина, достигая достаточно быстро максимума, в дальнейшем не зависит от уменьшения пика  $E_1$ .

На диодных структурах с различными механическими обработками поверхности, подвергнутым радиационной обработке электронами, одновременно с наблюдением НЕСГУ проводилось исследование процессов

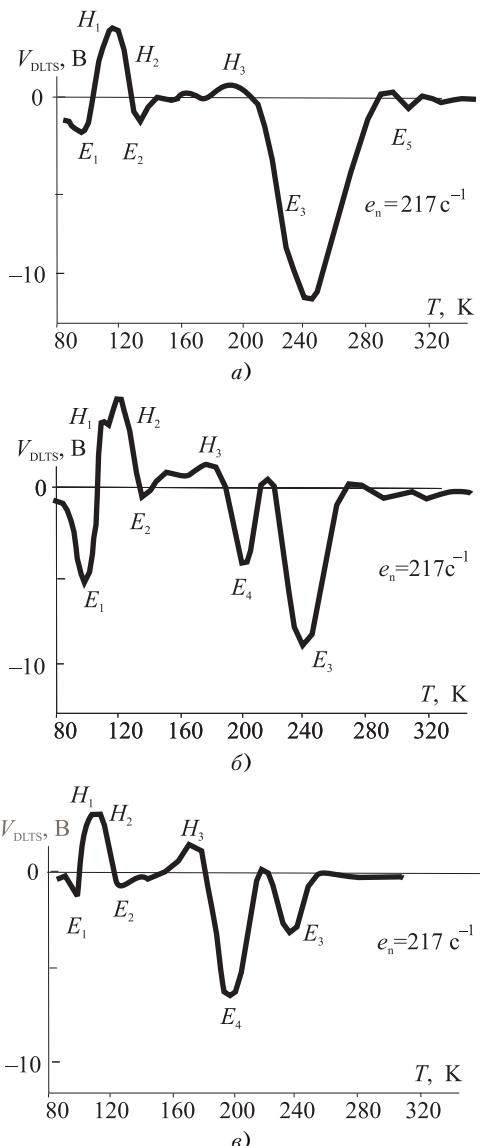


Рисунок 1 – НЕСГУ спектри диодних структур, облучених електронами з енергією 10 МэВ з дозою  $6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$  після отжига в печі СДОМ-3 в течіє 10 (а), 15 (б) и 20 (в) минут ( $T = 390^\circ\text{C}$ ). Режим НЕСГУ –  $U_1 = 1,2 \text{ В}$ ,  $U_r = -5,1 \text{ В}$

переключения. Для структур после шлифовки поверхности (30–40 мкм) наблюдаются более высокие значения тока и времени восстановления, и меньшие значения коэффициента формы тока обратного восстановления  $K_{tr}$ , чем на структурах после резки с высотой микрорельефа поверхности 10–15 мкм. Эти особенности токового восстановления показаны на рис. 2. При исследовании с применением процессов травления (высота микрорельефа 10–15 мкм) наблюдается второй пик всплеска тока восстановления. Для установления причин его появления исследовались спектры НЕСГУ. Основными пиками, которые наблюдались в спектрах,

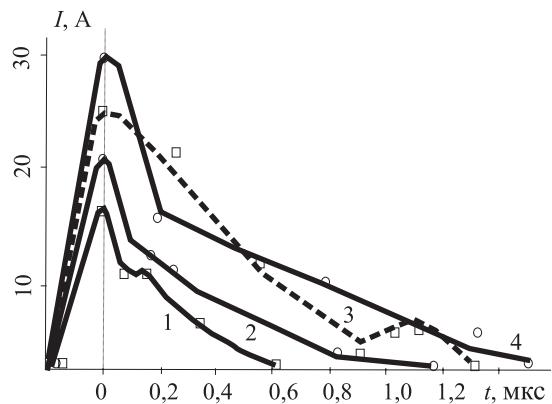


Рисунок 2 – Змінення тока і часу восстановлення для диодних структур, изготовленных на пластинках кремнія, після обробок: резки (1) і шлифовки (2)  $\tau_p = 0,7\text{--}0,8 \text{ мкс}$ ; травлення (3) і шлифовки (4)  $\tau_p = 0,8\text{--}0,9 \text{ мкс}$ . Іспитання проводились при температурі  $T_p = 125^\circ\text{C}$

показанных на рис. 3, рис. 4, были максимумы  $H_1$ ,  $H_3$ ,  $E_2$ ,  $E_4$ , при этом доминирующими при низком уровне инжеекции ( $U_1 = 1,0 \text{ В}$ ) являлись  $H_1$  и  $E_4$ , но для структур после травления поверхности наблюдается большая концентрация дефектов с донорными уровнями  $H_1(0,21)$ ,  $N_t = 2,0\text{--}6,0 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (для  $E_4(0,37)$   $N_t = 1,0\text{--}3,0 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ), а для поверхности после шлифовки характерна преобладающая концентрация дефектов с уровнями  $E_4(0,37)$ ,  $N_t = 3,0\text{--}6,0 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , (для  $H_1(0,21)$   $N_t = 1,0\text{--}3,0 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ).

При поэтапном отжиге и контроле спектров НЕСГУ для диодных структур для всех видов обработки поверхности наблюдается рост концентрации дефектов с уровнем  $E_4$  с последующим их становлением доминирующими рекомбинационными центрами (рис. 3, рис. 4). Для структур с поверхностью после резки наблюдается одновременный рост пиков  $E_4$  и  $H_1$ , причем концентрация  $E_4$  дефектов меньше, чем для поверхности после шлифовки. Такое различие в концентрации ловушек  $E_4$  рассматриваемых диодных структур обусловлено различием концентраций ловушек  $E_4$  в исходных структурах после облучения электронами. При НЕСГУ исследовании диодных травленых структур кремния непосредственно после облучения электронами с энергией 10 МэВ наблюдается образование ловушек основных носителей заряда с энергией  $E_3(0,43)$  и  $E_2(0,23)$ ,  $H_1(20)$  а для структур после шлифовки характерно образование пиков, соответствующих ловушкам с энергией  $E_3(0,43)$  и  $E_4(0,37\text{--}0,40)$ ,  $H_1(20)$ ,  $E_2(0,23)$ . Для структур после шлифовки при модификации в процессе отжига происходит уменьшение концентрации РЦ с энергией  $E_3(0,43)$  и увеличение РЦ с  $E_4(0,37)$ ,  $H_1(20)$ . Для этих структур происходит суммирование сигналов DLTS от исходных ловушек

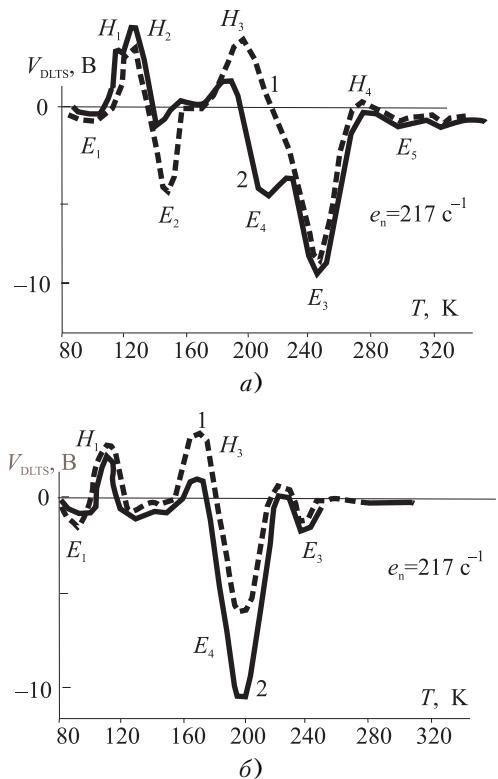


Рисунок 3 – Сравнение НЕСГУ спектров диодных структур: после радиационной обработки электронами с энергией 10 МэВ, дозой  $6 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (а); после термического отжига при температуре 380 °С на протяжении 20 минут (б)

1 и 2 – обозначены диодные структуры соответственно с травленной и шлифованной поверхностью Si

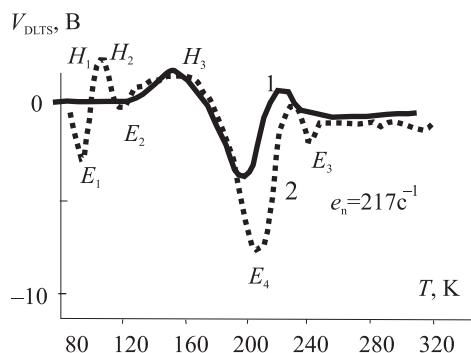


Рисунок 4 – НЕСГУ спектры диодных структур, сформированных на пластинах кремния после резки (1) и шлифовки (2), после отжига на протяжении 3 часов при температуре 320 °С

$E_4(0,37)$  с сигналом DLTS от ловушек, образуемых в процессе отжига, в результате после отжига структур со шлифованной поверхностью достигается наибольшая общая концентрация дефектов в области пика  $E_4$ .

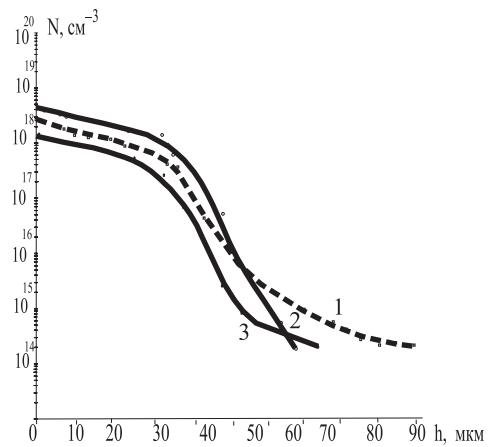


Рисунок 5 – Распределение примеси после диффузии примеси B+Al для пластин кремния с микрорельефом поверхности после шлифовки (1), травления (2) и после резки (3)

При радиационной обработке травленых пластин РЦ  $E_4(0,37)$  не образуются. При сравнении особенностей спектров дефектов для структур после травления раздельно только анодной или только катодной шлифованной поверхности необходимо отметить увеличение концентрации центров рекомбинации  $E_2(0,23)$  для пластин, травленных со стороны анода. В работе [3] рассматривается образование водородсодержащих РЦ, где, как и в нашем случае, использовалось травление поверхности кремния. В этом случае [3] рассматривается внедрение водорода при травлении кремния с последующим образованием различных соединений, в том числе и пар бор-водород. Радиационное образование РЦ  $E_4(0,37)$  возможно при взаимодействии создаваемых обработкой быстрыми электронами  $e^-$  в области кристалла  $p$ -Si: Al междуузельных атомов кремния Si с узловыми атомами примеси Al и вытеснение их в междоузлие, что создает механические напряжения в кристаллической решетке. Поэтому при исследовании изменений концентрации РЦ необходимо учитывать особенности распределения легирующей примеси после диффузии в травленую и шлифованную поверхность и их влияние на образование исследуемых дефектов. Диффузионные профили для пластин кремния после различных обработок показаны на рис. 5. Наибольшая глубина  $p$ - $n$  перехода наблюдается для шлифованных пластин (кривая 1 рис. 5), где формирование  $p$ -области на глубинах 80–100 мкм происходит при помощи примеси Al за счет ее преимущественной диффузии для поверхности с максимальным рельефом. Формирование  $p$ - $n$  перехода преимущественно за счет примеси Al может приводить к образованию повышенной плотности дефектов [1], что может изменять в диодной структуре распределение механических напряжений. В тоже время в случае  $p$ - $n$  перехода, формируемого Al, рас-

пределение примеси у перехода менее асимметрично, чем в случае травленной поверхности при формировании *p-n* перехода за счет примеси B+Al. В случае резаной поверхности распределение примеси у *p-n* перехода занимает промежуточное положение относительно травленой и шлифованной поверхности. В диодных структурах с различным распределением примеси у *p-n* переходов при их облучении наблюдается формирование РЦ с уровнем  $E_4(0,37)$  с различной концентрацией. Максимальная концентрация наблюдается в случае менее асимметричного распределения примеси Al, а минимальная при более асимметричном распределении примеси B для травленых структур. Структуры с разным распределением примеси у *p-n* перехода могут отличаться распределением как механических, так и электрических [10] полей. Для исходных диодных структур без облучения концентрация дефектов  $E_4(0,37)$  составляет  $1-2 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$  для низкочастотных диодов и  $2-4 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$  для лавинных диодов. Поэтому вызывает интерес исследование эффективного сечения взаимодействия высокогенеретических электронов с кристаллической решеткой и эффективности образования интересующих нас ЦР в зависимости от распределения механических и электрических полей в исходной решетке или исходных полупроводниковых приборах.

Наилучшее восстановление диодных структур наблюдается для кремния с удельным сопротивлением 70 Ом·см на пластинах после резки. В этом случае, как это показано в таблице 2, использование поверхности с минимальным рельефом позволяет получить для диодных структур минимальные значения тока и времени восстановления, необходимые напряжения включения в прямом направлении.

Таблица 2

Параметры диодных структур D112 ( <i>p<sup>+</sup>-n-n<sup>+</sup></i> )	Тип пластин: кремния	
	КОФ 45–50	КОФ 70
Время жизни $\tau_p$ в базе до облучения электронами	17–20 мкс	23–27 мкс
Время жизни $\tau_p$ в базе после облучения электронами	0,2 мкс	0,2 мкс
Время и температура отжига	3,0 ч., 330°C	3,0 ч., 330°C
Время жизни $\tau_p$ в базе после отжига	0,7 мкс	0,9–1,2 мкс
Напряжение при прямом включении, ( $I_f = 50 \text{ A}$ )	2,2 В	2,0 В
Ток восстановления, $I_{rr}$ ( $\frac{dI}{dt} = 50 \text{ A/c}$ , $T = 125 \text{ °C}$ )	20,4 А	18 А
Время восстановления, $t_{rr}$ ( $\frac{dI}{dt} = 50 \text{ A/c}$ , $T = 125 \text{ °C}$ )	0,6 мкс	0,8 мкс

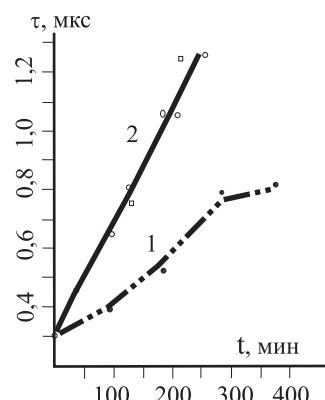


Рисунок 6 – Изменение времени жизни неосновных носителей заряда облученных диодных структур в зависимости от времени отжига при температуре 320 °C

1 и 2 – обозначены диодные структуры с поверхностью Si соответственно после операций шлифовки и резки

Для поверхности пластин кремния с высотой микрорельефа 10 мкм характерно образование узлов микротрешин, на которых в процессе диффузии примесей происходит как генерирование дислокаций, так и их торможение, что приводит к образованию локальных дислокационных сеток. Такие локальные образования позволяют улучшить сток зарядов в процессе переключения полярности напряжения. Для этих структур большие времена жизни неосновных носителей заряда и необходимые концентрации РЦ достигаются путем отжига при меньшей температуре (330 °C) (рис. 6), чем для структур на шлифованных пластинах.

Диоды с наименьшим временем восстановления и максимальным коэффициентом формы  $K_{rr}$  тока восстановления получены на диодных структурах, изготовленных на пластинах после резки (кремний 70 Ом·см), которые имеют наименьший рельеф поверхности. Отсутствие операций шлифовки, отжиг РЦ при более низкой температуре позволяют упростить технологию изготовления силовых диодов, но требуют ее доработки на этапе кассетной пайки.

## ВЫВОДЫ

После облучения электронами и отжига травленых и шлифованных диодных структур кремния доминирующими являлись рекомбинационные центры  $H_1(0,21)$ ,  $H_3(0,32-0,36)$  и  $E_4(0,37)$ . В диодных структурах с различным распределением примеси у *p-n* переходов наблюдается формирование РЦ с уровнем  $E_4(0,37-0,40)$  с различной концентрацией, причем на шлифованных структурах кремния наблюдается большая концентрация РЦ  $E_4(0,37)$  по сравнению со структурами с травленой поверхностью. Показано, что во время радиаци-

онной обработки быстрыми электронами РЦ  $E_4(0,37)$  образуются только на структурах, где  $p-n$  переход формируется при помощи примеси Al. Диодные структуры, сформированные на резаных пластинах кремния с промежуточным значением рельефа, имеют относительно травленных и шлифованных диодных структур промежуточные значения распределения у  $p-n$  перехода примеси Al и концентрации РЦ  $E_4(0,37)$ .

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Берман Л. С., Лебедев А. А. Емкостная спектроскопия глубоких центров. – Л.: Наука. – 1981. – 176 с.
2. Dmowsky K., Lepley B., Losson E., Bouabdellati M. A method to correct for leakage current effects in deep level transient spectroscopy measurements on Schottky diodes // Applied Physics – 1993. – V. 74, No. 6. – P. 3936–3941.
3. Феклисова О. В., Ярыкин Н. А. Взаимодействие водорода с радиационными дефектами в кремнии  $p$ -типа проводимости // Физика и техника полупроводников. – 2001. – Т. 35, вып. 12. – С. 1417–1422.
4. Баранський П. І., Федосов А. В., Гайдар Г. П. Фізичні властивості кристалів кремнію та германію в полях ефективного зовнішнього впливу. – Луцьк: «Надтир'я». – 2000. – 278 с.
5. Gorban A. N., Kravchina V. V., Kolyada A. I., Solodovnik A. I. The influence of surfaces processes of wafers Si property of the electron-irradiated power diodes structures // 2nd International Conference on physics of Laser Crystals. – ICPLC 2005. – Yalta, Crimea, 25–30 September. – P. NT9 (77).
6. Baliga B. J., Krishna S. Optimization of recombination levels and there capture cross section in power rectifiers and thyristors // Solid State Electronics. – 1977. – V. 20, No. 4. – P. 225–232.
7. Ewaraye A. O., Baliga B. J. The dominant recombination centers in electron-irradiated semiconductors devices // Journal of the Electrochemical Society: Solid State Science and Technology. – 1977. – V. 124, No. 6. – P. 913–916.
8. Brotherton S. D., Bradley P. Defect production and lifetime control in electron and gamma-irradiated silicon // Journal of Applied Physics. – 1982. – V. 53, No. 8. – P. 5720–5730.

УДК 621.396.6.004 : 004.942

Г. Н. Шило, Д. А. Коваленко, Н. П. Гапоненко

# РАСЧЕТ ДОПУСКОВ МЕТОДОМ КАСАТЕЛЬНЫХ ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СВЯЗИ

Рассматриваются особенности формирования допусковой области при нормальном законе распределения и корреляционной связи между параметрами элементов. Приводятся соотношения для применения метода касательных. Предлагаются итерационные алгоритмы для анализа допусков. Оценивается влияние корреляционных связей на величину допуска выходной функции.

## ВВЕДЕНИЕ

Анализ допусков является одной из важнейших процедур при проектировании радиоэлектронной аппаратуры.

© Шило Г. Н., Коваленко Д. А., Гапоненко Н. П., 2006

9. Губарев В. Н., Сурма А. М. Исследование характеристики обратного восстановления мощных быстродействующих тиристоров, облученных электронами и протонами // Прикладная физика. – 2001. – № 4. – С. 85–92.
10. Малер Р., Кейминс Т. Элементы интегральных схем. – М: «Мир». – 1989. – 349 с.

Надійшла 27.01.06  
Після доробки 22.03.06

Діоди з найменшим часом відновлення й максимальним коефіцієнтом форми  $K_{tr}$  струму відновлення отримані на діодних структурах виготовлених на пластинах після різання (кремній 70 Ом см.), які мають найменший рельєф поверхні. Відсутність операцій шліфування, відпалу РЦ при більше низькій температурі дозволяють спростити технологію виготовлення силових діодів, але вимагають її доробки на етапі касетної пайки. За допомогою дослідження спектрів НЕСГУ показано, що після відпалу травленіх і шліфованих пластин кремнію домінуючими є рівні  $H_1(0,21)$  і  $E_4(0,37)$ , причому для травленої поверхні спостерігається значна концентрація рекомбінаційних центрів  $H_1(0,21)$ , а для шліфованої поверхні характерна більша концентрація рекомбінаційних центрів з енергією  $E_4(0,37)$ .

Diodes with minimum recovery time and the maximum coefficient of the form a recovery current are received on the diodes structures made on wafers after cutting (silicon 70 Ohm sm) which have the smallest relief of a surface. Absence of polishing, RC annealing at lower temperature allow to simplify manufacturing techniques of power diodes, but it needs completion at a stage of the cassette soldering. By means of research of DLTS spectra it is shown, that after the annealing of the etched and the polishing wafers of silicon, levels  $H_1(0,21)$  and  $E_4(0,37)$  were dominant. And for an etched surface significant concentration of RC centers  $H_1(0,21)$  is observed, and for the polishing surface prevailing concentration of the RC centers with energy  $E_4(0,37)$  is characteristic.

Жесткие допуски значительно повышают стоимость аппаратуры, могут привести к отказу от многих схемотехнических решений. Повышение качества экспертных оценок, увеличение выхода годных или уменьшение непродуктивных допусковых запасов достигается при высокой точности расчета допусков.

В связи с тем, что на допускаемое отклонение существенное влияние оказывает функция распределения параметров, задача повышения точности решается различным образом для различных законов распределения [1, 2]. При равномерной плотности распределения

используются интервальные модели, позволяющие проводить анализ гарантированных допусков [1]. Для этого случая предложены алгоритмы, учитывающие нелинейность выходных функций и особенности элементной базы.

Анализ допусков с высокой точностью при нормальном законе распределения обеспечивает метод касательных [2]. Метод разработан для взаимонезависимых законов распределения параметров. Это позволяет использовать его при проектировании аппаратуры преимущественно на навесных элементах. При микрэлектронной реализации необходимо учитывать корреляционные связи между параметрами элементов, обусловленные групповыми технологическими процессами.

Целью работы является повышение точности анализа допусков при нормальном законе распределения и корреляционной связи между параметрами элементов. Для решения поставленной задачи необходимо установить конфигурацию допусковой области при корреляционной связи между параметрами и соотношения между параметрами допусковой области и параметрами выходной функции, разработать алгоритмы анализа допусков.

### 1 СВОЙСТВА ДОПУСКОВОЇ ОБЛАСТИ

Нормальному закону распределения и корреляционной связи между параметрами соответствует функция распределения [3]

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2D} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_{ij} \frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \frac{x_j - m_j}{\sigma_j}\right]}{(2\pi)^{n/2} D^{1/2} \prod_{i=1}^n \sigma_i}, \quad (1)$$

где  $x_i$ ,  $m_i$  и  $\sigma_i$  – входные параметры, их математические ожидания и среднеквадратические отклонения;  $D$  – определитель матрицы  $R$  корреляционных коэффициентов;  $D_{ij}$  – алгебраические дополнения элемента  $R_{ij}$  этой матрицы.

На границе допусковой области плотность распределения постоянна:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{\exp(-\gamma^2/2)}{(2\pi)^{n/2} D^{1/2} \prod_{i=1}^n \sigma_i}, \quad (2)$$

где  $\gamma$  – коэффициент поля рассеяния.

Условия равенства показателей степени в (1) и (2) позволяют получить уравнение для гиперповерхности допусковой области в виде эллипсоида:

$$\frac{1}{D} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_{ij} \frac{W_i}{l_i} \frac{W_j}{l_j} = 1, \quad (3)$$

где  $w_i = x_i - m_i$  – отклонения параметров элементов;  $l_i = \gamma \sigma_i$  – полуось эллипса.

Влияние коэффициентов корреляции на конфигурацию допусковой области показано на рис. 1, где  $y_R$  и  $\bar{y}_R$  – нижнее и верхнее значения выходной функции  $y(X)$  при коэффициенте корреляции  $R_{1,2}$ ;  $X = (x_1, \dots, x_n)$  – множество параметров элементов. Как видно из рис. 1, увеличение коэффициента корреляции приводит к сужению допусковой области. При  $R_{1,2} = 1$  эта область вырождается в прямую линию. Одновременно с изменением коэффициента корреляции изменяется положение граничных гиперповерхностей и допустимые отклонения выходной функции. Если граничная гиперповерхность описывается возрастающей функцией, то увеличение коэффициента корреляции приводит к уменьшению ширины отклонений выходной функции. Убывающей функции граничной гиперповерхности и увеличению коэффициента корреляции соответствует увеличение ширины отклонений выходной функции.

Уравнение касательной к выходной функции можно записать в виде

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{b} w_i = 1, \quad (4)$$

где  $a_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \Big|_{x_b}$  – линейные коэффициенты модели выходной функции в точке  $X_b = (x_{b1}, \dots, x_{bn})$ ;  $b = y(X) - y(X_b) + \sum_{i=1}^n a_i w_i$ ;  $w_i = x_{bi} - m_i$ .

Уравнение касательной к эллипсоиду (3) имеет следующий вид:

$$\frac{1}{D} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_{ij} \frac{w_i w_j}{l_i l_j} = 1. \quad (5)$$

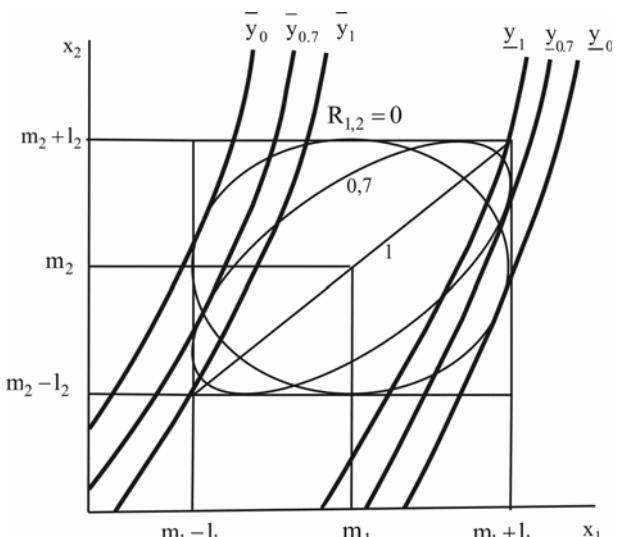


Рисунок 1 – Конфигурация допусковой области

Уравнения (4) и (5) совпадают, если выполняются следующие условия:

$$\frac{1}{Dl_i} \sum_{j=1}^n D_{ij} \frac{w_{bj}}{l_j} = \frac{a_i}{b}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Система уравнений (6) может быть записана в матричном виде:

$$R^{-1} W = \frac{A}{b}, \quad (7)$$

где  $W = \left[ \frac{w_1}{l_1}, \dots, \frac{w_n}{l_n} \right]^T$ ;  $A = [a_1 l_1, \dots, a_n l_n]^T$  – нормированные векторы отклонений и коэффициентов модели выходной функции.

Решением системы уравнений (7) являются отклонения параметров элементов

$$w_i = \frac{l_i}{b} \sum_{j=1}^n R_{ij} a_j l_j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

Подстановка отклонений (8) в уравнение касательной (4) приводит к выражению

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R_{ij} a_i a_j l_i l_j = b^2. \quad (9)$$

Соотношения (8) и (9) устанавливают связь между параметрами эллипсоидной допусковой области и параметрами модели выходной функции. Для линейной выходной функции они однозначно определяют положение точки касания граничной гиперповерхности выходной функции и эллипсоидной допусковой области. В случае нелинейных выходных функций используется итерационный алгоритм.

## 2 РАСЧЕТ ОТКЛОНЕНИЙ ВЫХОДНОЙ ФУНКЦИИ

Задача расчета допусков выходной функции ставится как задача определения ее граничных значений при заданных полуосевых параметрах допусковой области. Она будет решена, если установлены координаты точки касания граничной гиперповерхности выходной функции и эллипсоида. Эти координаты рассчитываются с помощью соотношения (8), в которое подставляется известное значение параметра

$$b = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R_{ij} a_i a_j l_i l_j}. \quad (10)$$

Знак параметра  $b$  принимается положительным при расчете максимального значения выходной функции и отрицательным – при расчете минимального значе-

ния. Для нелинейных выходных функций значения коэффициентов  $a_i$  зависят от выбранных координат точки касания граничной гиперповерхности и допускового эллипса. Они могут устанавливаться с помощью итерационного алгоритма

$$\begin{aligned} w_{bi}^{(k)} &= \frac{l_i}{b^{(k-1)}} \sum_{j=1}^n R_{ij} a_j^{(k-1)} l_j; \\ x_{bi}^{(k)} &= m_i + w_{bi}^{(k)}; \quad y_b^{(k)} = y(X_b^{(k)}); \quad a_i^{(k)} = \left. \frac{\partial y}{\partial x_i} \right|_{x_b^{(k)}}; \\ b^{(k)} &= \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R_{ij} a_i^{(k)} a_j^{(k)} l_i l_j}^{1/2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Начальные координаты точки касания выбираются с использованием интервальных алгоритмов [1]. Завершается алгоритм (11) при достижении заданной точности определения граничного значения выходной функции

$$\left| \frac{y_b^{(k)} - y_b^{(k-1)}}{y_b^{(k)}} \right| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – заданное значение точности расчета граничного значения выходной функции.

Точность алгоритма оценивалась сравнением с результатами расчета интегральным методом. При одинаковых тестовых функциях с работой [2] оказалось, что корреляционная связь может несколько увеличить погрешность расчета. Но эта ошибка была на два порядка меньше, чем обеспечивает метод моментов.

## 3 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА

Предложенный метод использовался для анализа допусков на коэффициент передачи семизвездного микрополоскового фильтра нижних частот. Эскиз топологии фильтра приведен на рис. 2, где  $h_i$  и  $d_i$  – длина и ширина звеньев. Технические данные фильтра соответствовали приведенным в [4].

Учитывалось, что толщина подложки, ее диэлектрическая проницаемость, длина звеньев  $h_2, h_4, h_6$  изменилась взаимонезависимо. Коэффициент корреляции между рядом расположеными параллельными (емкостными) участками составлял 0,9. Далее он уменьшался на 0,1 от звена к звену. Коэффициент корреляции параметров перпендикулярно рядом расположенных звеньев составлял 0,8 и дальше уменьшался на 0,2. Результаты расчета приведены в табл. 1, где  $\delta_{xi}$  – допуски на параметры звеньев,  $\underline{\delta}_H$  и  $\bar{\delta}_H$  – нижние и верхние допуски на коэффициент передачи.

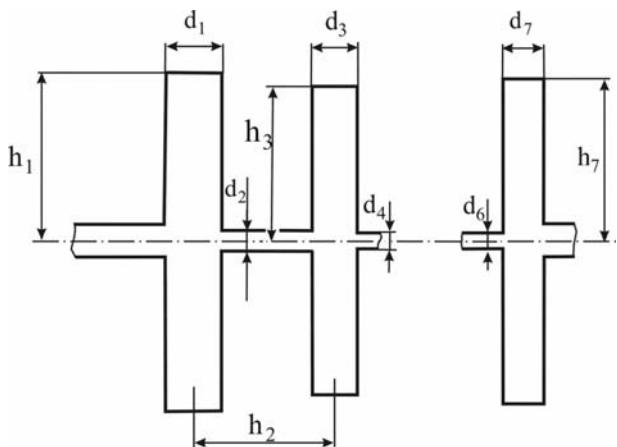


Рисунок 2 – Микрополосковий фільтр нижніх частот

Таблиця 1 – Розрахунок дopusків при кореляційній зв'язці

$\delta_{xi}$ , %	Метод моментов		Метод касательних	
	$\underline{\delta}_H$ , %	$\bar{\delta}_H$ , %	$\underline{\delta}_H$ , %	$\bar{\delta}_H$ , %
1	5,58	5,58	5,42	5,73
2	11,15	11,15	10,55	11,79
5	27,89	27,89	24,25	31,99

Результати розрахунку інтервалюваних дopusків та нормальних дopusків при відсутності кореляційної зв'язці приведені в таблиці 2.

Таблиця 2 – Розрахунок дopusків при незалежних параметрах

$\delta_{xi}$ , %	Інтервальний метод		Метод касательних	
	$\underline{\delta}_H$ , %	$\bar{\delta}_H$ , %	$\underline{\delta}_H$ , %	$\bar{\delta}_H$ , %
1	11,97	13,80	4,50	4,71
2	22,26	29,59	8,81	9,64
5	44,40	90,90	20,54	25,79

Из таблиц слідує, що кореляційна зв'язь між параметрами елементів приводить до зменшення обсягу дopusкової області. С іншої сторони, вплив нормального розподілення параметрів проявляється в зменшенні дopusків по порівнянню з інтервальними (гарантованими) практично в 2,5 раза. Метод касательних точніше визначає дopusки, учижає нелинейні властивості функцій.

## ВЫВОДЫ

Предложенный алгоритм анализа допусков учитывает изменение конфигурации эллипсоидной допусковой области при возникновении корреляционной связи между параметрами элементов. Алгоритм работы является итерационным. В процессе итераций уточняется положение точки касания эллипсоидной допусковой области и граничной гиперповерхности.

При корреляционной связи метод касательных имеет несколько меньшую точность. Но она по прежнему почти на два порядка выше точности метода моментов.

Корреляционная связь при большом количестве параметров приводит к некоторому увеличению допусков на выходную функцию. Однако это увеличение намного меньше, чем обусловленное законом распределения параметров. Примером этого служат гарантированные допуски, соответствующие равномерному закону распределения.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Шило Г. М., Воропай О. Ю., Гапоненко М. П. Інтервальні методи призначення експлуатаційних допусків.// Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2003. – № 2. – С. 78–82.
2. G. Shilo, O. Voropay, M. Gaponenko, Calculating tolerances by tangent methods // Proceedings of the VII<sup>th</sup> International Conference CADSM 2005 «The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics», 23–26 February 2005, Lviv–Polyana, Ukraine. – Р. 116–118.
3. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высш. школа, 1983. – 536 с.
4. Крищук В. М., Фарафонов О. Ю., Шило Г. М., Гапоненко М. П. Оптимізація дopusків мікросмужкових фільтрів // Вісн. НУ «Львівська політехніка». – 2003. – № 470. – С. 173–178.

Надійшла 23.12.05

Після доробки 13.02.06

Розглядаються особливості формування дopusкової області при нормальному законі розподілу та кореляційному зв'язку між параметрами елементів. Приведені співвідношення для використання методу дотичних. Пропонуються ітераційні алгоритми для аналізу дopusків. Оцінюється вплив кореляційних зв'язків на величину дopusку вихідної функції.

The creating of the tolerance domain is considered under normal law of the distribution and correlation between parameters of elements. Ratios for using the tangent method are produced. The iteration algorithms are offered for analysis tolerance. Influence of the correlation is valued on extent of the tolerances for output function.

# МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

---

УДК 681.324

А. А. Баркалов, И. Я. Зеленева, А. А. Гриценко

## АДАПТАЦИЯ MDA ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ АВТОМАТОВ В СТАНДАРТАХ UML

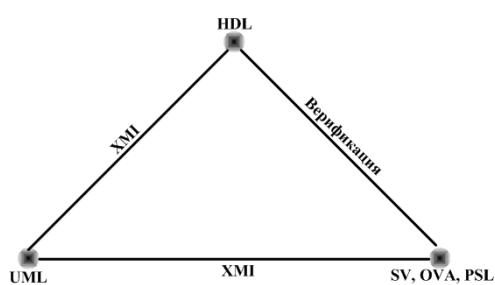
---

*Предложен подход к адаптации технологии MDA для моделирования цифровых систем, в частности управляемых автоматов, и разработана методика применения UML в качестве языка описания системы.*

### ВВЕДЕНИЕ

Управляющий автомат (УА) является неотъемлемой частью любой цифровой системы, т. к. определяет алгоритм ее функционирования согласно принципу микропрограммного управления [1]. Современный уровень разработки цифровых систем (ЦС) характеризуется ростом сложности этих систем, требований к постоянному расширению и поддержке существующих и разрабатываемых систем, высококачественному документированию, снижению стоимости отдельных единиц продукции, сокращению цикла разработки и постоянному обновлению версий. В связи с этим наблюдается тенденция к более тесной корреляции с процессами разработки программных систем. Современный уровень развития аппаратных средств позволяет использо-

вать для решения аппаратных задач методы и технологии, изначально спроектированные для программных областей. Предпосылками для этого стало появление высокопродуктивных аппаратных платформ, в частности, речь идет о современных FPGA (Field Programmable Gate Array), которые на данный момент располагают миллионами логических вентилей на кристалле, и средств описания аппаратных систем. После возникновения UML (Unified Modeling Language) и MDA (Model-Driven Architecture) технологий возник вопрос о возможности их использования для проектирования цифровых систем [2, 4, 7, 8]. Постановка вопроса состоялась в 2002 году [9], результатом чего стала организация отдельной секции DATE (Design, Automation and Test in Europe), предназначено для обсуждения проблем описания аппаратных систем с использованием унифицированного языка моделирования и применения управляемой моделью архитектуры для разработки таких систем.



*Рисунок 1 – Модель взаимодействия MDA ориентированных средств и современных средств проектирования цифровых систем*

Важным фактором развития цифровых систем стало появление средств верификации и их интеграция в средства проектирования и имплементации (рис. 1). Средства верификации позволяют осуществлять полноценный автоматизированный контроль качества и правильности функционирования всего проекта: от его начала и до момента реализации. В связи с этим все более актуальной становится задача разработки средств проектирования нового поколения для цифровых систем. Одной из наиболее перспективных технологий в данном направлении является управляемая моделями архитектура (MDA).

На данный момент существует достаточно много сред, поддерживающих управляемую моделями архитектуру, которые ориентированы на моделирование программного обеспечения [8]. В данной статье рассматривается спектр вопросов, связанных с использованием MDA технологий для моделирования цифровых систем, в частности, управляющих автоматов, и предлагаются алгоритмы для построения таких моделей.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Процесс формирования подхода к адаптации MDA технологий для проектирования и реализации управляющих автоматов включает решение следующих задач:

- адаптация MDA модели для решения аппаратных задач: анализ существующей MDA модели и ее составляющих, разработка подхода для использования данной модели в области синтеза логических схем УА;
- разработка методик профилирования и адаптации унифицированного языка моделирования для управляющих автоматов, проведение анализа возможности использования UML для моделирования схем УА и разработка соответствующего алгоритма, анализ структуры среды моделирования.

### ПРИМЕНЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОЙ МОДЕЛЯМИ АРХИТЕКТУРЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ

Управляемая моделями архитектура (MDA) была предложена группой OMG (Object Management Group) в 2000 году [6, 7]. Основной идеей управляемой моделями архитектуры в приложении к программным продуктам было описание сложных систем в виде набора моделей, стоящих на различных уровнях абстракции относительно друг друга, и возможность трансформации моделей, т. е. преобразование моделей одного уровня в модели другого уровня [5, 6]. Результатом таких трансформаций в приложении к цифровым системам является получение имплементации независимой от платформы (т. е. от элементного базиса) модели. Полученную таким образом модель можно впоследствии использовать для различных платформ.

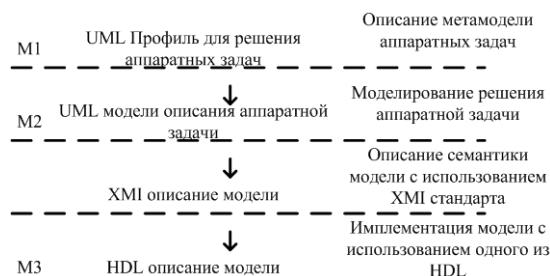
MDA модели классифицируются по типам и уровням [5, 6]. Для цифровых систем (ЦС), в частности, для управляющих автоматов, типы моделей предлагаются определять как:

- независимая от вычислений модель (Computation Independent Model, CIM) – вычислительная метамодель, описывающая требования к системе (управляющему актуатору) и ее окружению;
- независимая от платформы модель (Platform Independent Model, PIM) – проект системы, основанный на наборе UML представлений, позволяющий получить модель работы системы (в частности, УА) достаточного уровня точности;
- ориентированная на платформу модель (Platform Specific Model, PSM) – описание системы, основанной на одном из языков описания аппаратуры.

Классификация уровней моделей для цифровых систем представлена на рис. 2.

В предложенной иерархии CIM соответствует уровень M1, PSM – уровень M2, PIM – уровень M3.

Уровень построения метамодели цифровых систем – механизм профилирования моделей, используемый для построения метамодели, которая расширяет существующую UML семантику для применения в области ЦС. На данный момент OMG не предлагает стандарт-



*Рисунок 2 – Адаптация уровней моделей MDA при проектировании цифровых систем*

тов аппаратных профилей UML (по состоянию на февраль 2006, [7]). Например, данный уровень может являться базовым при описании управляемых автоматов и должен определять всю доступную область, задающую СИМ. Данная метамодель может включать профиль для верификации аппаратных систем. Включение профиля верификации дает возможность интегрировать процесс моделирования аппаратной системы и построения тестов для нее.

Уровень моделирования цифровых систем – описание модели конкретной системы, по сути, есть моделирование поведения этой системы и ее взаимодействия с аппаратным окружением. Для управляемых автоматов – это взаимодействие с операционной частью и внешними устройствами. Данный уровень соответствует PIM. Моделирование конкретного управляемого автомата производится на базе его метамодели. Моделирование УА может включать также и моделирование верификационных тестов для него.

Уровень моделируемой системы, описание аппаратной системы с использованием языков описания аппаратуры – уровень, который описывает моделируемую аппаратную задачу с использованием одного из HDL (Hardware Description Language), определяя PSM. Данный уровень определяет результат моделирования – моделируемую систему, которая представляет собой имплементацию управляемого автомата и набора тестов для нее на одном из языков верификации.

Промежуточный уровень описания семантики моделей – данный уровень вводится для увеличения гибкости системы. Описание XMI (XML Metadata Interchange) полностью передает семантику UML моделей (согласно стандартам [5]). Этот уровень определяет интерфейс между моделями разных типов, что дает возможность использовать независимые средства для моделирования УА и трансформации моделей. Кроме того, введение этого уровня решает вопросы переносимости между различными MDA ориентированными средствами.

Одним, из наиболее важных процессов является трансформация моделей [6]. Трансформация моделей – преобразование модели из одного типа в другой с полным сохранением семантической информации. Согласно [6] и спецификации MDA, приоритетным является PIM-to-PSM трансформация, которая определяется как преобразование независимой от платформы модели в соответствии с требованиями целевой платформы, на которой она будет реализована (рис. 3). Это свойство может быть широко использовано при проектировании и оптимизации логических схем управляемых автоматов для заданного элементного базиса (платформы).

Предлагается общий алгоритм использования MDA архитектуры для разработки HDL систем, который описывает порядок этой разработки (рис. 4). Ступени

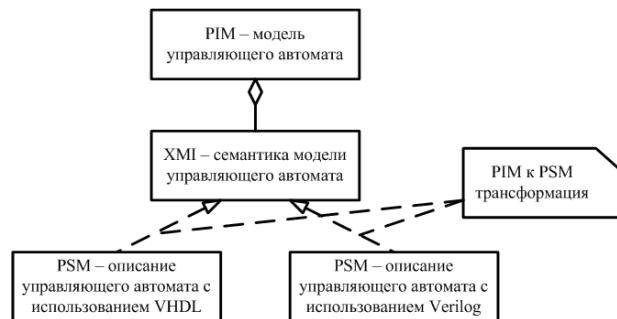


Рисунок 3 – Связь моделей различных уровней при описании управляемых автоматов

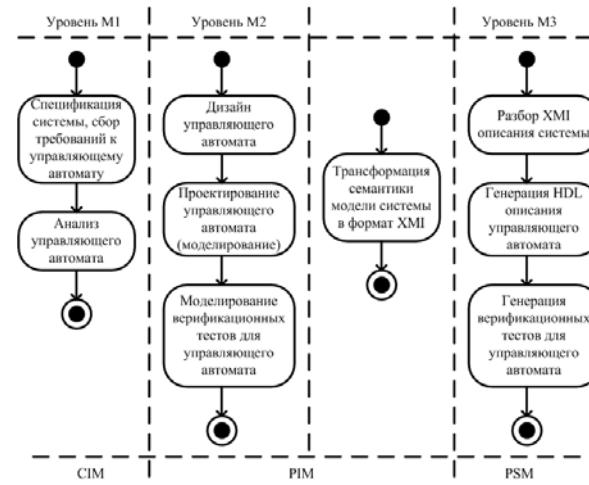


Рисунок 4 – Алгоритм MDA проектирования, моделирования и реализации управляемого автомата

алгоритма соответствуют порядку следования уровней MDA, но расширяются в соответствии с современными требованиями к разработке сложных систем [2, 3, 8].

Уровню метамодели системы соответствует сбор информации о системе и анализ полученных данных. Результатом данного уровня является получение СИМ системы.

Уровню моделирования соответствует дизайн и проектирование системы [4]. Результатом данного уровня является получение PIM системы (управляющего автомата) и соответствующего набора тестов. Результаты выполнения алгоритмов данного уровня преобразуются в XMI формат.

Уровню моделируемой системы соответствует разбор XMI описания и генерация HDL кода, а также верификационных тестов системы, что определяет PSM системы, в частности, УА. Полученная система готова к имплементации и тестированию. Имплементация и тестирование полученных систем (схем УА) может производиться с использованием широкого спектра существующих средств.

## МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ УНИФИЦИРОВАННОГО ЯЗЫКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ УПРАВЛЯЮЩИХ АВТОМАТОВ

Возможность описания моделей с использованием UML основана на использовании семантической информации, предоставляемой различными представлениями UML [2]. Данная семантическая информация может использоваться для преобразования независимой от платформы модели в модель, ориентированную на заданную платформу. Для управляющих автоматов это означает возможность получения моделируемой системы, ориентированной на заданный элементный базис без изменения самой модели УА.

При описании УА как аппаратных систем, структурное описание определяет декомпозицию УА и составление базовых интерфейсов с двойной формой контроля, называемых в дальнейшем контрактами, в виде определения системы запросов (моделирования сигналов). Динамическое описание определяет работу управляющего автомата – взаимодействие с аппаратным окружением, взаимодействие отдельных компонент системы и их поведение. Физическое описание определяет ограничения на работу УА как части цифровой системы. Описание управления моделью определяет пакеты компонент и группирует аппаратные компоненты системы.

Важным аспектом является использование физической области. Определение параметров развертывания является описанием набора ограничений, которым должна удовлетворять модель управляющего автомата, т. к. по своей сути это есть модель аппаратной системы. Большинство аппаратных систем характеризуется

некоторым набором физических ограничений. Параметры развертывания являются артефактом, присущим в большей степени аппаратным, а не программным системам. Наличие этого артефакта в первую очередь обусловлено тем, что в любой момент времени аппаратура обладает набором физических ограничений, которые определяются на стадии анализа требований к системе и влияют на ее дальнейшее построение.

Физическое описание дает независимую от остальных описаний семантическую информацию, т. е. оно не может влиять на независимую от элементного базиса модель УА, но используется при трансформации моделей.

Для описания HDL-систем управляющих автоматов предлагается использовать следующий набор представлений (на основе [2]):

1. Моделирование прецедентов (Use Cases diagram) – данное описание используется для определения интерфейса моделируемого УА с внешними системами, т. е. определение внешних контрактов.
2. Статическое моделирование (Class diagram) – моделирует все контракты (внешние и внутренние интерфейсы) УА путем моделирования его сигналов.
3. Моделирование компонент (Component diagram) – моделирует структурную декомпозицию УА.
4. Моделирование взаимодействия (Collaboration diagram, Sequence diagram) – моделирует контракты взаимодействия между компонентами УА, т. е. его структурное описание.
5. Моделирование поведения компонент (State chart diagram) – моделирует поведенческое описание отдельных аппаратных компонент УА, а также определяет архитектуру компонента.

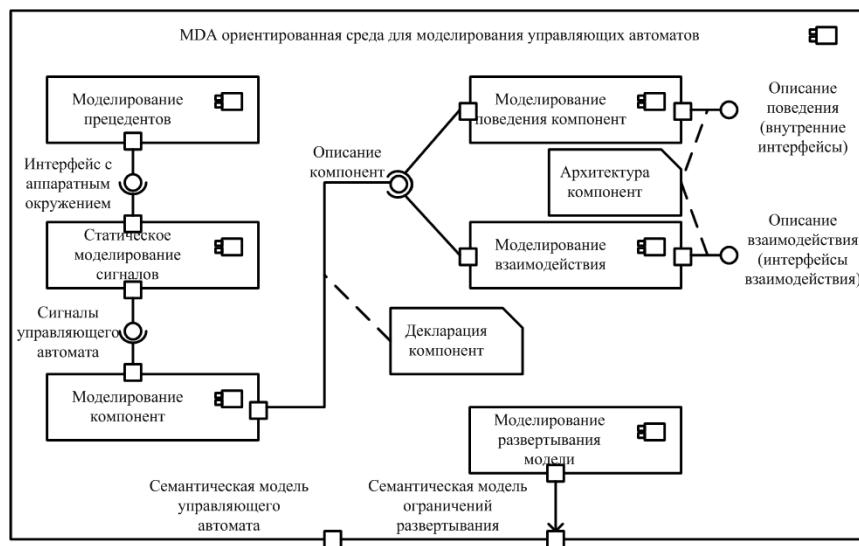


Рисунок 5 – Использование MDA ориентированной среды на базе UML  
для моделирования управляющих автоматов



Рисунок 6 – Алгоритм моделирования управляющего автомата с использованием MDA технологии

6. Разворачивание модели (Deployment diagram) – моделирует аппаратные ограничения схемы УА. Специфицирует аппаратные требования к модели, в том числе требования к оптимизации схемы.

Набор связанных представлений (рис. 5) использует не все доступные представления UML, а только необходимые описания управляющих автоматов (что согласуется с [7]). Все модели имеют интерфейсы между собой, исключая независимое моделирование развертывания.

Дополнительно используются представление профилирования и представление управления моделью УА. Представление профилирования в полной мере относится к метамодели и используется на СИМ уровне. Представление управления моделью используется для формирования пакетов.

Согласно рассмотренным представлениям, предлагается соответствующий алгоритм (рис. 6) разработки модели управляющего автомата. Предлагаемый подход минимизирует интерфейсы, которые связывают отдельные компоненты, что облегчает управление моделью, контроль правильности модели и поддержку различных парадигм разработки систем.

## ВЫВОДЫ И ПЕРСПЕКТИВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ

В данной работе предлагается концепция применения MDA для построения моделей цифровых систем и управляющих автоматов в частности. В рамках пред-

ложенного подхода рассмотрен круг задач, позволяющий в определенной степени осветить все аспекты предлагаемого решения. Предложены и рассмотрены алгоритмы проектирования и моделирования управляющих автоматов с использованием современной MDA-технологии.

Дальнейшие направления работы лежат в нескольких областях:

- рассмотрение вопросов построения аппаратного и верификационного профилей UML на основе анализа решений, предложенных в [5] для других областей;

- разработка полнофункциональной системы лексико-синтаксического анализа XMI описания модели и ее трансформации в описание схемы управляющего автомата с использованием какого-либо из имеющихся средств моделирования.

Предложенный подход и алгоритмы предназначаются для использования при разработке модельно-ориентированных САПР УА и предусматривают как расширение возможностей среды моделирования, так и построение эффективных конструкторов и сред оптимизации логических схем управляющих автоматов.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Баркалов О. О. Синтез пристройв керування на програмованих логічних пристроях. – Донецьк: РВА ДонНТУ, 2002. – 262 с.
2. Буч Г., Якобсон А., Рамбо Дж. UML. Классика CS. 2-е изд. / Пер. с англ.; под общей редакцией проф. С. Орлова. – СПб.: Питер, 2006 – 736 с.: ил.
3. Coyle P. F., Thornton A. M. From UML to HDL: a Model Driven Architectural Approach to Hardware-Software Co-Design. – Dallas, Southern Methodist University, 2005. – 6 р.
4. Fowler M. UML Distilled, 3d ed. – A Brief Guide to the Standard Object Modeling Language – Boston, MA: Addison-Wesley, 2003. – 220 р.
5. MDA Guide Version 1.0.1 [Электронный ресурс] / Editors Miller J., Mukerji J. – Электрон. дан. – OMG, 2003. – Режим доступа: <http://www.omg.org/docs/omg/03-06-01.pdf>, свободный. – Загл. с экрана. – Англ.
6. Pierantonio A. Formal Model Transformations in Model Driven Architecture – L'Aquila, Universita degli Studi dell'Aquila, 2004. – 32 р.
7. Tabeling P. Model-Based Development – Beyond Model Transformation. – Hasso-Plattner-Institute for Software Systems Engineering, Potsdam, Germany, 2004 – 2 р.
8. Tariq N. A., Akhter N. Comparison of Model Driven Architecture (MDA) based tools. – Department of Computer and Systems Sciences, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2005. – 74 р.
9. Design, Automation and Test in Europe [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – DATE. 2006. – Режим доступа: <http://www.date-conference.com/>, свободный. – Загл. с экрана. – Англ.

Надійшла 6.02.06

*Запропоновано підхід щодо адаптації технології MDA для моделювання цифрових систем, зокрема, керуючих автоматів, та розроблено методику застосування UML в якості мови опису системи.*

*The approach to MDA technologies adaptation for digital systems, particularly control unit modeling is proposed. The methods of UML using for system description are developed.*

А. А. Баркалов, А. А. Красичков, В. А. Бойков

## ОПТИМИЗАЦІЯ СХЕМЫ МИКРОПРОГРАММНОГО АВТОМАТА МИЛИ НА FPGA

*Предложен метод оптимизации автомата Мили кодированием полей совместимых микроопераций. Метод основан на вертикализации исходной граф-схемы алгоритма, которая обеспечивает полную совместимость всех микроопераций управляющего алгоритма. Для улучшения быстродействия цифровой системы на базе такого автомата предложено преобразование унитарного кодирования микроопераций в параллельный код микроинструкций.*

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время появилась возможность реализации цифровой системы, используя одну микросхему типа «система-на-кристалле» (SoC, system-on-chip) [1]. Как правило, произвольная логика в SoC реализуется на FPGA (field programmable gate array), которые состоят из элементов табличного типа (LUT, look-up table) [2] с ограниченным числом входов. Такое ограничение приводит к необходимости использования функциональной декомпозиции [3] систем реализуемых булевых функций, что снижает быстродействие цифровой системы. Важной частью любой цифровой системы является устройство управления, которое может быть реализовано в виде микропрограммного автомата (МПА) Мили [4]. Стремление к уменьшению числа LUT-элементов в схеме МПА при сохранении заданного быстродействия системы приводит к реализации МПА в виде многоуровневой структуры [5]. Одним из таких методов является кодирование полей совместимых микроопераций [6], при котором система микроопераций реализуется на дешифраторах. В настоящей работе предлагаются две структуры схем МПА Мили, основанных на вертикализации [6] исходного алгоритма управления и позволяющих уменьшить число дешифраторов до одного.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть алгоритм управления цифровой системы представлен в виде граф-схемы алгоритма (ГСА) Г [4], вершины которой содержат микрооперации (МО) из множества  $Y = \{y_1, \dots, y_N\}$  и логические условия (ЛУ) из множества  $X = \{x_1, \dots, x_L\}$ . Микрооперации  $y_i, y_j \in Y$  называются совместимыми микрооперациями (СМО), если они всегда находятся в разных вер-

шинах ГСА Г. Пусть  $\Pi_Y = \{Y_1, \dots, Y_I\}$  – разбиение множества  $Y$  на классы СМО. Закодируем микрооперации  $y_n^i \in Y_i$  двоичными кодами  $K(y_n^i)$  разрядности  $G_i = \lceil \log_2(|Y_i| + 1) \rceil$  и используем элементы множества  $Z = \{z_1, \dots, z_G\}$  для такого кодирования, где  $G = G_1 + G_2 + \dots + G_I$ . В этом случае МПА Мили реализуется в виде PD-автомата (рис. 1), в котором схема D состоит из  $I$  дешифраторов и  $i$ -й дешифратор реализует микрооперации  $y_n^i \in Y^i$  ( $i = 1, \dots, I$ ).

Здесь регистр RG хранит коды  $K(a_m)$  состояний МПА Мили  $a_m \in A = \{a_1, \dots, a_M\}$  разрядности  $R = \lceil \log_2 M \rceil$ , регистр RS необходим для организации устойчивой работы цифровой системы [7]. Схема P реализует систему функций возбуждения триггеров RG

$$\Phi = \Phi(T, X) \quad (1)$$

и систему функций

$$Z = Z(T, X), \quad (2)$$

использующих для формирования микроопераций  $Y$

$$Y = Y(Z). \quad (3)$$

Здесь  $T = \{T_1, \dots, T_R\}$  – множество внутренних переменных, используемых для кодирования состояний  $a_m \in A$ . По сигналу Start в RG записывается код начального состояния  $a_1 \in A$ , по сигналу Clock происходит смена кодов состояний в RG, по сигналу Clock1 микрооперации  $Y$  записываются в RS и стабильные МО  $Y_S$  поступают в различные блоки цифровой системы.

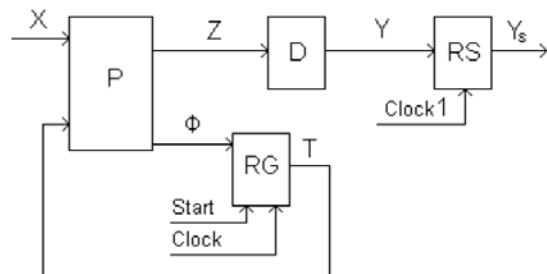


Рисунок 1 – Структурная схема PD-автомата Мили

Основным достоинством PD-автомата, по сравнению с одноуровневой схемой Р-автомата, где

$$\Phi = \Phi(T, X), \quad (4)$$

$$Y = Y(T, X), \quad (5)$$

является уменьшение числа функций, зависящих от переменных  $T$  и  $X$ . Как правило, для реализации системы (5) требуется гораздо больше LUT-элементов, чем для реализации системы (3). Кроме того, дешифраторы являются регулярными библиотечными элементами, что упрощает процесс проектирования МПА. Недостатком PD-автомата, по сравнению с Р-автоматом, является потенциальная возможность увеличения времени такта за счет введения дополнительного уровня.

В настоящей работе предлагается ряд структур схемы PD-автомата, которые основаны на вертикализации [6] исходной ГСА  $\Gamma$ .

### ОСНОВНАЯ ИДЕЯ МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ

Граф-схема алгоритма  $\Gamma$  называется вертикальной ГСА (ВГСА), если каждая ее операторная вершина содержит не более одной микрооперации [6]. В этом случае все микрооперации  $y_n \in Y$  являются попарно совместимыми и для их кодирования достаточно

$$Q = \lceil \log_2 N \rceil \quad (6)$$

элементов множества  $Z$ .

В общем случае произвольная ГСА  $\Gamma$  не является вертикальной, однако, полная совместимость МО может быть достигнута за счет вертикализации ГСА  $\Gamma$  и формирования вертикализированной ГСА  $V(\Gamma)$  [6]. Процесс вертикализации заключается в ращеплении операторной вершины  $b_k \in B$  на  $n_k$  операторных вершин, где  $n_k = |Y(b_k)|$ . Здесь  $B$  – множество операторных вершин ГСА  $\Gamma$ ,  $Y(b_k) \subseteq Y$  – набор микроопераций, содержащихся в вершине  $b_k \in B$ ,  $|B| = K$ .

На рис. 2, а показан фрагмент ГСА  $\Gamma_1$  и два способа отметки состояний вертикализованной ГСА  $V(\Gamma_1)$  (рис. 2, б, в).

В обоих случаях вершине  $b_5$  соответствует последовательность вершин  $\beta_5 = \langle b_5^1, b_5^2, b_5^3 \rangle$ , но в одном случае (метод  $U_1$ ) вводятся новые состояния МПА Мили (рис. 2, б), а во втором случае (метод  $U_2$ ) сохраняется исходная отметка (рис. 2, в). Назначение сигнала  $y_0$  рассмотрим несколько позже.

Автомат Мили, синтезированный по ВГСА  $V(\Gamma)$ , требует больше времени для выполнения алгоритма управления, чем МПА, синтезированный по ГСА  $\Gamma$ . Кроме того, последовательное выполнение микроопе-

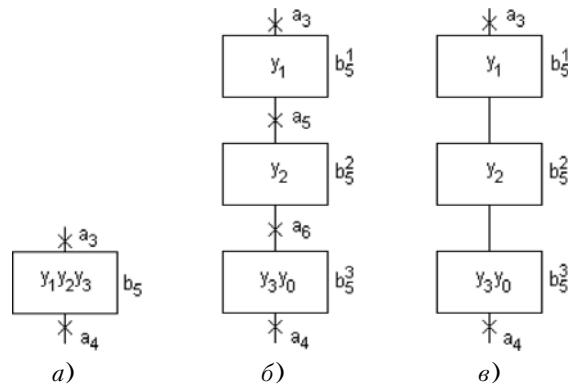


Рисунок 2 – Фрагмент ГСА  $\Gamma_1$  до (а) и после (б, в) вертикализации

раций  $y_n \in Y(b_k)$  не всегда возможно из-за возможной зависимости МО по данным [6]. Первый недостаток можно уменьшить, а второй можно устраниТЬ, для чего в работе предлагается преобразование последовательности  $\beta_k$  в параллельный код  $Y(b_k)$  и запуск операционного автомата системы только после формирования всех микроопераций  $y_n \in Y(b_k)$  ( $k = 1, \dots, K$ ). Признаком окончания формирования микроопераций  $y_n \in Y(b_k)$  служит сигнал  $y_0 = 1$ . Параллельный код последовательно загружается в регистр RS, для чего используется возможность локальной синхронизации триггеров, входящих в состав SoC [1].

### ПОЛУЧЕННЫЕ СТРУКТУРЫ МПА МИЛИ

На рис. 3 показана структурная схема PD<sub>1</sub>-автомата Мили, основанная на методе  $U_1$ . В этом случае схема Р реализует системы (1), (2) и функцию  $y_0 = y_0(T, X)$ , для чего требуется

$$t_1 = R_1 + Q + 1 \quad (7)$$

выходов. Здесь  $R_1 = \lceil \log_2 M_1 \rceil$ , где  $M_1$  – число состояний PD<sub>1</sub>-автомата:

$$M_1 = M + \sum_{k=1}^K (n_k - 1). \quad (8)$$

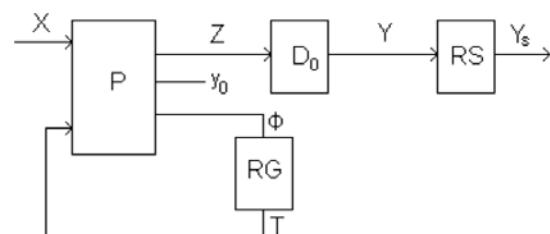


Рисунок 3 – Структурная схема PD<sub>1</sub>-автомата Мили

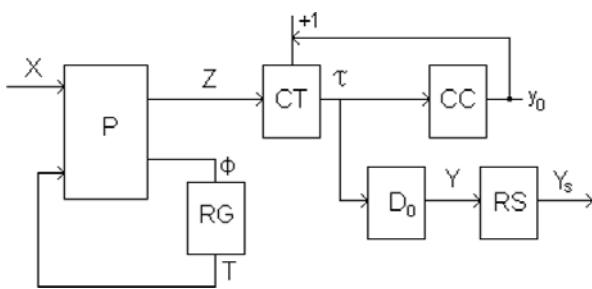


Рисунок 4 – Структурна схема PD-автомата Мили

Дешифратор  $D_0$  имеет  $Q$  входов и  $N$  выходов. Схема синхронизации  $RG$ ,  $RS$  и операционного автомата здесь не показана. Отметим, что в общем случае  $M_1 > M$  и  $R_1 \geq R$ .

На рис. 4 показана структурная схема  $PD_2$ -автомата Мили, основанная на методе  $U_2$ .

В этом случае схема  $P$  реализует системы (1) и (2), схема  $CC$  (Combinational circuit) формирует сигнал

$$y_0 = y_0(\tau), \quad (9)$$

где  $\tau$  – выходы счетчика  $CT$  (Counter), формирующего коды микроопераций  $y_n \in Y(b_k)$  ( $k = 1, \dots, K$ ). Микрооперации формируются дешифратором  $D_0$  в виде

$$Y = Y(\tau), \quad (10)$$

а функции  $Z$  используются как функции возбуждения  $CT$ .

Теперь схема  $P$  имеет

$$t_2 = R + Q_1 \quad (11)$$

выходов, где  $Q_1 \geq Q$  – число переменных, необходимое для уникального кодирования микроопераций  $y_n^k \in Y(b_k)$  ( $k = 1, \dots, K$ ).

Параметр  $Q_1$  может быть найден следующим образом. Из принципа организации  $PD_2$ -автомата следует, что внутри каждой последовательности  $\beta_k$  коды микроопераций должны возрастать на единицу. Например, если  $Q_1 = 4$ , то для последовательности  $\beta_5$  при коде  $K(y_1^5) = 0100$  код  $K(y_2^5) = 0101$  и код  $K(y_3^5) = 0110$ . Таким образом, кодированию подлежат микрооперации из множества  $Y_0$ , объединяющего микрооперации уникальных микрокоманд (наборов микроопераций). Это следует из того, что при равенстве  $Y(b_i) = Y(b_j)$  одинаковые микрооперации из множеств  $Y(b_i)$  и  $Y(b_j)$  могут иметь одинаковые коды. Пусть ГСА  $\Gamma$  имеет  $J$  уникальных наборов микроопераций, тогда множество  $Y_0$  ВГСА  $V(\Gamma)$  содержит

$$N_0 = \sum_{j=1}^J n_j \quad (12)$$

элементов. Следовательно,  $Q = \lceil \log_2 N_0 \rceil$ .

Очевидно, что схема управления регистром  $RS$  в  $PD_2$ -автомате сложнее, чем в  $PD_1$ -автомате, так как выходы дешифратора, соответствующие микрооперации  $y_n \in Y$  с разными верхними индексами должны быть объединены по схеме «ИЛИ» или с использованием трехстабильных буферов. Отметим, что рост числа кодирующих переменных  $Z$  в  $PD_2$ -автомате компенсируется уменьшением числа входов схемы  $P$  по сравнению с  $PD_1$ -автоматом Мили. Кроме того, принцип кодирования микроопераций в  $PD_2$ -автомате позволяет использовать методы оптимизации схемы  $CC$ , аналогичные методам оптимизации композиционных микропрограммных устройств управления [5].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемые в работе методы организации схем автоматов Мили позволяют уменьшить число LUT-элементов схемы по сравнению с  $PD$ -автоматом, основанным на кодировании полей совместимых микроопераций. Предлагаемые методы основаны на вертикализации исходной граф-схемы алгоритма, что позволяет использовать только один дешифратор для реализации системы микроопераций. Проведенные авторами исследования показали, что применение  $PD_1$ -автомата эффективно, если  $R_1 = R$ , то есть при совпадении числа переменных обратной связи автоматов. В противном случае более эффективно применение модели  $PD_2$ -автомата Мили. Отметим, что конкретный выигрыш зависит от характеристик самой ГСА, определяющих параметры  $t_1$  и  $t_2$ . Как показали исследования авторов, лучшая в конкретных условиях модель автомата Мили ( $PD_1$  или  $PD_2$ ) позволяет на 24–32 % уменьшить число LUT-элементов по сравнению с  $PD$ -автоматом.

Уменьшение аппаратурных затрат в данном случае сопровождается увеличением времени выполнения алгоритма управления по сравнению с  $PD$ -автоматом. Предложенный в работе метод преобразования последовательности микроопераций в параллельный код, соответствующий микрооперациям для конкретной операторной вершины ГСА, позволяет уменьшить влияние вертикализации на производительность цифровой системы.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- Грушвицкий Р. И., Мурсаев А. Х., Угрюмов Е. П. Проектирование систем на микросхемах программируемой логики. – Петербург: БХВ, 2002. – 636 с.
- Salcic Z. VHDL and FPGAs in digital systems design, prototyping and customization. – Kluwer Academic Publishers, 1998. – 576 p.
- Sasao T. Switching theory for logic synthesis. – Kluwer Academic Publishers, 1999. – 355 p.
- Baranov S. Logic Synthesis for Control Automata. – Kluwer Academic Publishers, 1994. – 405 p.

5. Баркалов А. А. Синтез устройств управления на программируемых логических устройствах. – Донецк: ДонНТУ, 2002. – 262 с.
6. Баркалов А. А., Палагин А. В. Синтез микропрограммных устройств управления – Киев: ИК НАН Украины, 1997. – 136 с.
7. Баркалов А. А. Синтез операционных устройств. – Донецк: ДонНТУ, 2003. – 306 с.

Надійшла 6.02.06

Запропоновано метод оптимізації автомата Мілі кодуванням полів сумісних мікрооперацій. Метод засновано на вертикализації вихідної граф-схеми алгоритму, яка забезпечить повну сумісність усіх мікрооперацій керуючого алгоритму. Для поліпшення швидкодії цифрової системи

на базі такого автомата запропоновано перетворення унітарного кодування мікрооперацій до паралельного коду мікроінструкцій.

*The method of Mealy FSM with encoding of the fields of compatible microoperations is proposed. Method is based on verticalization of initial flow-chart of algorithm that provides the total compatibility of all microoperations of control algorithm. The transformation of serial hot-one code of microoperation into parallel code of microinstruction is proposed to improve the performance of a digital system with such control unit.*

УДК 681.3

А. А. Голдобин

## КВАЗИГОМОМОРФНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИПЕРГРАФОВ В АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ УПРАВЛЕНИЯ

---

Предлагается эффективный метод разработки схемных устройств управления. Преимуществом модифицированной алгебры абстрактных автоматов является простота перехода от описания граф-схемы алгоритма к гиперграфу переходов параллельного автомата посредством квазигомоморфного преобразования ориентированных гиперграфов. Новизна метода заключается в использовании для преобразования специального операторного пространства.

### ВВЕДЕНИЕ

Возможности современных систем автоматизации проектирования (САПР) цифровых устройств на программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС) позволяют резко сократить сроки разработки изделий, значительно повысить качество проекта. Для описания компонентов проекта может быть использован один или несколько языков описания аппаратуры [1–4]. Широкое распространение получил язык VHDL (IEEE 1076–1993).

Использование открытых спецификаций и библиотек готовых инженерных решений имеет целью унифицировать процесс автоматизированного проектирования. Существуют условия для внедрения проблемноориентированных пакетов прикладных программ, снабженных программным интерфейсом, который обеспечивает интеграцию в современные САПР ПЛИС.

Одной из актуальных проблем, стоящих перед специалистами в области синтеза цифровых устройств на ПЛИС, является задача оптимизации аппаратурных

затрат в схемах устройств управления (УУ). Практическая ценность решения этой задачи заключается в получении УУ с меньшей стоимостью. Для оценки стоимости реализации комбинационной части цифровых устройств обычно применяют цену по Квайну.

Цена по Квайну [5] равняется суммарному числу входов всех элементов комбинационной схемы, реализующей булеву функцию (БФ). Цена по Квайну равна сумме переменных, входящих в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) БФ, плюс количество импlicant.

В настоящей работе предлагается эффективный метод разработки схемных устройств управления. Общая методология проектирования сходна применению математического аппарата алгебры абстрактных автоматов [6]. Преимуществом модифицированной алгебры абстрактных автоматов (МА<sup>3</sup>) является простота перехода от описания граф-схемы алгоритма (ГСА) к гиперграфу переходов параллельного автомата посредством квазигомоморфного преобразования ориентированных гиперграфов. Новизна метода заключается в использовании для преобразования специального операторного пространства.

Следует отметить, что гомоморфизм графов относится к классу NP-трудных задач. Суть гомоморфного преобразования [7] заключается в отождествлении двух несмежных вершин  $p$  и  $q$  – замене их одной вершиной, соединенной с теми вершинами, с которыми были соединены  $p$  и  $q$ .

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть во время функционирования устройства управления  $S_1$  последовательно принимает одно из шести состояний  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ . Переключение между состояниями осуществляется сигналами  $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}$ . Старт УУ происходит по специальному сигналу «#». Предположим, что в качестве формальной модели реализации  $S_1$  избран автомат Мура. Граф переходов  $\Gamma(S_1)$  и вариант кодирования состояний приведены на рис. 1. Для вершин графа применено экономичное кодирование состояний – расстояние Хемминга [8] между кодами смежных вершин  $\Gamma(S_1)$  минимально – равно 1.

По определению [9] в автомате Мура множество состояний  $A$  сюръективно отображается на выходной алфавит  $W$ . Поэтому, для удобства дальнейшего изложения, из модели абстрактного автомата Мура, описывающей устройство управления  $S_1$ , можно исключить выходной алфавит  $W$  и функцию выхода  $\lambda: w_k = \lambda(a_s)$ . Формально автомат  $S_1$  будем описывать четверкой

$$S_1 = \langle A, Z, \delta, a_1 \rangle, \quad (1)$$

где  $A = \{a_i\}; i = \overline{1, M}$  – множество состояний;  $Z = \{z_j\}; j = \overline{1, N}$  – входной алфавит;  $\delta: a_m = \delta(z_j, a_s)$  – функция переходов;  $a_1$  – начальное состояние.

Основной недостаток тривиальной реализации автомата  $S_1$  на шести триггерах очевиден – неоптимальные аппаратурные затраты. На практике эквивалентный автомат часто реализуют на меньшем количестве элементов памяти, используя, например, канонический метод структурного синтеза (КМСС).

Следование канонам КМСС [5, 8, 9] предполагает выполнение основных этапов проектирования автомата:

- 1) анализ и разметка ГСА;
- 2) составление графа переходов и мнемонической формы структурной таблицы;
- 3) минимизация числа состояний автомата;

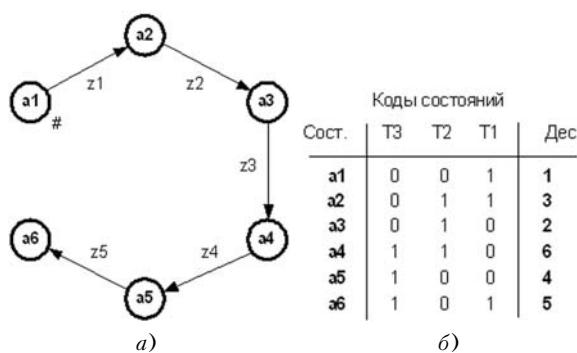


Рисунок 1 – Граф переходов:

а – граф переходов  $\Gamma(S_1)$ ; б – кодирование состояний

4) кодирование состояний, логических условий и микрокоманд;

5) составление кодированной формы структурной таблицы;

6) структурная минимизация и формирование структурных алфавитов;

7) составление системы БФ автомата;

8) минимизация системы БФ автомата;

9) синтез логической схемы структурного автомата с учетом ограничений элементного базиса целевой ПЛИС.

Применение КМСС для синтеза структурного автомата  $S_1$  дает требующую минимизации систему БФ возбуждения элементов памяти, собранную на триггерах  $T_i; I = \overline{1, R}$ :

$$D_1 = T_1 \overline{T_2} \overline{T_4} z_1 \vee \overline{T_1} \overline{T_2} T_4 z_5; \quad (2)$$

$$D_2 = T_1 \overline{T_2} \overline{T_4} z_1 \vee T_1 T_2 \overline{T_4} z_2 \vee \overline{T_1} T_2 \overline{T_4} z_3; \quad (3)$$

$$D_4 = \overline{T_1} T_2 \overline{T_4} z_3 \vee \overline{T_1} T_2 T_4 z_4 \vee \overline{T_1} \overline{T_2} T_4 z_5. \quad (4)$$

Цена составленной на основе (2)–(4) комбинационной части автомата  $S_1$  по Квайну равна  $C_k = (4 + 4 + 2) + (4 + 4 + 4 + 3) + (4 + 4 + 4 + 3) = 40$ . Для простой топологии ГСА данный результат нельзя считать удовлетворительным. Существующие методы логической и структурной минимизации [5, 8] позволяют улучшить показатель стоимости реализации комбинационной части устройства управления. С точки зрения аппаратурных затрат эффективной является скобочная форма записи БФ. Этап выполнения минимизации БФ в КМСС является обязательным.

Ориентированным гиперграфом  $H$  называется четырехверка множеств:

$$H = \langle X, U, P_1, P_2 \rangle, \quad (5)$$

где  $X = \{x_i\}; i = \overline{1, M}$  – множество вершин;  $U = \{u_j\}, j = \overline{1, N}$  – множество дуг;  $P_1, P_2$  – двуместные предикаты, определенные на множестве всех пар  $(x, u)$ ,  $x \in X, u \in U$ , которые называются инциденторами. Инцидентор  $P_1$  сопоставляет каждой дуге  $u \in U$  вершину  $x$ , называемую началом дуги. Инцидентор  $P_2$  сопоставляет каждой дуге  $u \in U$  вершину  $x$ , называемую концом дуги.

Гиперграф, допускающий петли и кратные дуги, называется псевдогиперграфом. В дальнейшем, для краткости, ориентированный псевдогиперграф будем называть гиперграфом.

**Определение 1.** Эквивалентным способом задания гиперграфа является матрица  $R_H = \|r_{ij}\|_{M \times N}$ , где  $r_{ij}$  может принимать значения:

2 – дуга входит в вершину;

- 1 – дуга представляет собой петлю;
- 0 – дуга и вершина не являются смежными;
- 1 – дуга выходит из вершины.

Матрица  $R_H$  называется матрицей инциденций гиперграфа.

Матрица инциденций может использоваться для составления описания объекта, моделью которого является гиперграф. Например, табл. 1 представляет матрицу инциденций графа переходов УУ (рис. 1). Строки матрицы  $R$  соответствуют вершинам графа (состояниям УУ). Столбцы матрицы  $R$  соответствуют дугам (переходам автомата).

Таблица 1 – Матрица инциденций  $R$

$A$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$
$a_1$	-1	0	0	0	0
$a_2$	2	-1	0	0	0
$a_3$	0	2	-1	0	0
$a_4$	0	0	2	-1	0
$a_5$	0	0	0	2	-1
$a_6$	0	0	0	0	2

Компактное представление алгоритма функционирования УУ осуществляется матрицей инциденций  $R$ . Схемная реализация алгоритма может быть представлена своей матрицей инциденций  $R(S_1)$ , если строки матрицы  $R(S_1)$  будут соответствовать разрядам кода состояний. Число столбцов матриц  $R$  и  $R(S_1)$  постоянное – равно числу переходов  $N$ . Количество строк матрицы  $R(S_1)$  рассчитывается по формуле:

$$R = \lceil \log_2 M \rceil, \quad (6)$$

где  $R$  – разрядность кода состояния (число элементов памяти автомата);  $M$  – количество состояний автомата Мура.

Так как  $M > R$ , то можно сказать, что строки матрицы  $R$  отображаются сюръективно в строки матрицы  $R(S_1)$ . Между столбцами матрицы  $R$  и матрицы  $R(S_1)$  установлена биекция.

Гиперграфы  $H_1 = (X, U, P)$  и  $H_2 = (Y, V, F)$  называются гомоморфными, если существуют однозначные отображения  $f : X \rightarrow Y$  и  $g : U \rightarrow V$ , такие, что имеет место

$$\begin{aligned} (\forall x \in X)(\forall y \in Y)(\forall u \in U)(\forall v \in V) \times \\ \times (y = f(x) \& v = g(u) \& P(x, u) \rightarrow F(y, v)). \end{aligned} \quad (7)$$

Отображения  $f$  и  $g$  задают гомоморфизм между гиперграфами  $H_1$  и  $H_2$ . Если  $f$  и  $g$  – инъективные отображения и имеет место (7), то отображения  $f$  и  $g$  задают мономорфизм между гиперграфами  $H_1$  и  $H_2$ . Если  $f$  и  $g$  – сюръективные отображения и выполняется

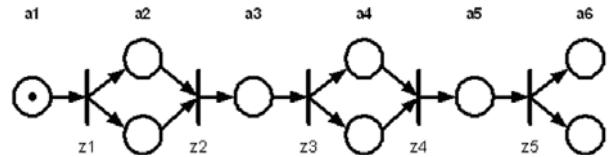


Рисунок 2 – Сеть Петри  $P(S_1)$

(7), между гиперграфами  $H_1$  и  $H_2$  устанавливается эпиморфизм. Если  $f$  и  $g$  – биекции и имеет место (7), то отображения  $f$  и  $g$  задают изоморфизм гиперграфов  $H_1$  и  $H_2$ .

**Определение 2.** В терминах теории графов задачу структурного синтеза схемного УУ можно сформулировать следующим образом. «Выполнить квазигомоморфное преобразование гиперграфа алгоритма управления в гиперграф смены кодов состояний. Относительно дуг эти гиперграфы должны быть изоморфными, относительно вершин – эпиморфными».

По аналогии с матрицей инциденций  $R$ , строки новой матрицы инциденций можно ассоциировать с состояниями некоего нового автомата  $S_1$ . В отличие от последовательного автомата, кодирование состояний которого выполняется ортогонально, коды состояний автомата  $S_1$  могут совмещаться. Такие схемные УУ принято называть секвенциальными или булевыми автоматами. Под состоянием секвенциального автомата [11] понимается структурное состояние соответствующего ему параллельного автомата.

Процесс смены структурных состояний (кодов состояний) можно рассматривать в терминах параллельных автоматов. В параллельном автомате одновременно могут быть активными более одного состояния. Принцип работы такого автомата подобен распространению маркера в сети Петри. Например, сеть Петри  $P(S_1)$ , характеризующая порядок смены кодов состояний автомата  $S_1$ , представлена на рис. 2. Она содержит периодически повторяющиеся переходы ветвления и синхронизации.

## 2 МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Необходимо разработать способ квазигомоморфного преобразования гиперграфа, моделирующего ГСА устройства управления, в гиперграф, описывающий логическую схему параллельного автомата смены структурных состояний.

КМСС рассматривает объект проектирования – структурный автомат – вне контекста происходящих в его памяти процессов. Для описания процессов, происходящих в памяти, может быть предложен математический аппарат, допускающий параллелизм исполнения операций – модифицированная алгебра абстрактных автоматов. В отличие от алгебры абстрактных

автоматов [6], для представления объекта моделирования в терминах МА<sup>3</sup> применяется гиперграф.

Гиперграф переходов параллельного автомата  $H(S_1)$  изображен на рис. 3. Справа приведена таблица переходов, поясняющая работу УУ.

Между дугами и вершинами гиперграфа устанавливаются отношения, образующие множество  $E = \{2, 1, 0, -1\}$ . Матрица инциденций  $R_1(S_1)$  параллельного автомата приведена в табл. 2.

Таблица 2 – Матрица  $R_1(S_1)$

$K(A)$	Z				
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$
1:	0	0	2	1	0
2:	2	1	1	-1	0
4:	1	-1	0	0	2

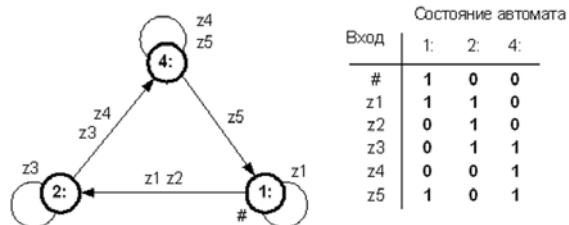


Рисунок 3 – Ориентированный гиперграф  $H(S_1)$

Таблица 3 – Правила интерпретации пар  $\langle z_j^s, z_j^m \rangle$

$z_j^s$	$z_j^m$		$z_j^s$	$z_j^m$	
0	1		-1	2	
1	0		2	-1	

Каждый  $j$ -й столбец матрицы  $R_1(S_1)$  представляет собой кортеж  $z_j = \langle z_j^1, z_j^2, \dots, z_j^R \rangle$ . Правила интерпретации отношений, установленных в матрице инциденций  $R_1(S_1)$  для любой пары  $\langle z_j^s, z_j^m \rangle \in z_j$  показаны в табл. 3.

В модифицированной алгебре абстрактных автоматов определено операторное пространство, образованное специальными функциями, областью допустимых значений которых является множество  $E = \{2, 1, 0, -1\}$ . Таблицы истинности этих функций приведены на рис. 4.

Функция **add(x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>)** – слияние, используется для модификации ранее установленных в матрице инциденций отношений.

Функция **not(x)** – инверсия, применяется для обращения ранее установленного отношения.

Функция **in(x)** – вход, осуществляет поиск входов в гиперграфе.

Функция **out(x)** – выход, выполняет поиск выходов в гиперграфе.

Функция **loop(x)** – петля, используется для поиска петель в гиперграфе.

Задача схемной реализации алгоритма логического управления заключается в получении его структурной модели – описания в терминах булевых переменных или языка VHDL. В МА<sup>3</sup> синтез логической схемы УУ реализуется квазигомоморфным преобразованием (КГП) гиперграфа ГСА в гиперграф параллельного автомата. В САПР ПЛИС это преобразование целесообразно реализовать в матричном представлении (рис. 5).

$z_j^s$	$z_j^m$		$z_j^s$	$z_j^m$		$z_j^s$	$z_j^m$	
-1	1		2	1		2	1	
1	-1		1	-1		1	2	

add (x <sub>1</sub> , x <sub>2</sub> )		not (x)		loop (x)		in (x)		out (x)	
2	1	0	-1	2	-1	2	0	2	0
2	2	2	1	1	0	2	2	1	-1
1	2	2	1	1	1	1	2	1	-1
0	2	1	0	0	1	0	0	0	0
-1	1	0	-1	-1	2	-1	0	-1	-1

Рисунок 4 – Таблицы истинности функций

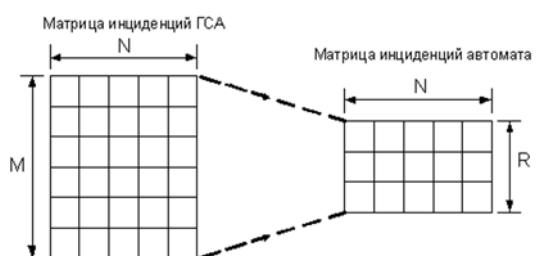


Рисунок 5 – Квазигомоморфное преобразование

Необходимые условия получения КГП матриц инциденций:

1) состояния устройства управления должны быть закодированы, разрядность кода рассчитывается по формуле (6);

2) для кодирования состояний обязательно должны быть применены коды, содержащие одну единицу.

Для начального состояния рекомендуется использовать код, содержащий одну единицу. Коды состояний, содержащие все единицы и все нули, в параллельном автомате применять не рекомендуется. Их можно использовать в качестве признаков нарушения безопасности и живучести – для сигнализации о неисправности.

#### Алгоритм 1. Квазигомоморфное преобразование.

1. По заданному алгоритму управления составляется матрица инциденций  $R = \|r_{mn}\|_{M \times N}$ , где  $M$  – число состояний,  $N$  – количество переходов. Для обозначения отношений между смежными вершинами и дугами используется алфавит  $E = \{2, 1, 0, -1\}$ .

2. Выполняется кодирование состояний. Результаты кодирования записываются в матрицу  $K = \|k_{mr}\|_{M \times R}$ , где  $M$  – число состояний,  $R = \lceil \log_2 M \rceil$ , – разрядность кодов состояний. Строки матрицы  $K$  сортируются в порядке возрастания десятичных эквивалентов кодов.

3. Строки матрицы  $R$  располагаются в том же порядке, что и строки матрицы  $K$ .

4. Инициализируется глобальная переменная:  $\text{ONES} = 1$ .

5. Если  $\text{ONES} = 1$ , то, начиная с первой строки, в матрице  $K$  выполняется поиск номеров строк, содержащих  $\text{ONES}$  единиц в коде состояния. Из матрицы инциденций  $R$  извлекаются строки с найденными номерами. Создается и заполняется справочная матрица  $S = \|s_{rn}\|_{R \times N}$ , где  $R$  – разрядность кодов состояний,  $N$  – количество переходов. Извлеченные из матрицы  $R$  строки помещаются в матрицу  $S$ . Так как строки матрицы  $K$  ранее были отсортированы в порядке возрастания десятичных эквивалентов кодов, в таком же порядке будут расположены строки справочной матрицы  $S$ . Строки, попавшие в справочную матрицу  $S$ , вычеркиваются из матрицы  $R$ .

6. Если  $1 < \text{ONES}$ , то, начиная с первой строки, в матрице  $K$  выполняется поиск номеров строк, содержащих  $\text{ONES}$  единиц в коде состояния. Из матрицы инциденций  $R$  извлекаются строки с найденными номерами. Создается рабочая матрица  $T_{\text{ONES}} = \|t_{rn}\|_{R \times N}$ , где  $R$  – разрядность кодов состояний,  $N$  – количество переходов. Строки рабочей матрицы  $T_{\text{ONES}}$  заполняются нулями.

7. Если  $1 < \text{ONES}$ , то извлеченные из матрицы  $R$  строки помещаются в матрицу  $T_{\text{ONES}}$ . Так как строки матрицы  $K$  ранее были отсортированы в порядке возрастания десятичных эквивалентов кодов, в таком же порядке будут расположены строки матрицы  $T_{\text{ONES}}$ .

Строки, попавшие в рабочую матрицу  $T_{\text{ONES}}$ , вычеркиваются из матрицы  $R$ .

8. Если  $\text{ONES} < R - 1$ , то значение глобальной переменной инкрементируется:  $\text{ONES} = \text{ONES} + 1$ , и выполняется переход на п. 5.

9. После выполнения пп. 5–8 были получены справочная матрица и  $R - 2$  рабочих матриц. Строки всех матриц отсортированы в порядке возрастания десятичного эквивалента кодов состояний.

10. Создается матрица инциденций параллельного автомата  $R_1 = \|r_{rn}\|_{R \times N}$ , где  $R$  – разрядность кодов состояний,  $N$  – количество переходов. Строки матрицы  $R_1$  заполняются нулями.

Поток данных, соответствующий пп. 1–10 показан на рис. 6.

11. Выполняется КГП. Инициализируется переменная:  $\text{ONES} = 2$ .

12. Начиная с первой, анализируются строки рабочей матрицы  $T_{\text{ONES}}$ . Десятичный эквивалент соответствующего строке матрицы  $T_{\text{ONES}}$  кода состояния раскладывается в сумму слагаемых, степеней двойки. Слагаемые адресуют строки справочной матрицы  $S$ , которые принимают участие в КГП. На рис. 7, например, показан порядок получения второй строки матрицы инциденций  $R_1$  автомата  $S_1$ .

13. С помощью функции  $\text{add}(x1, x2)$  выполняется слияние отношений, установленных для текущей строки рабочей матрицы  $T_{\text{ONES}}$ , текущей строки матрицы  $R_1$ , а также выбранных строк справочной матрицы  $S$ . Результат слияния инвертируется функцией  $\text{not}(x)$  и записывается в матрицу инциденций  $R_1$ .

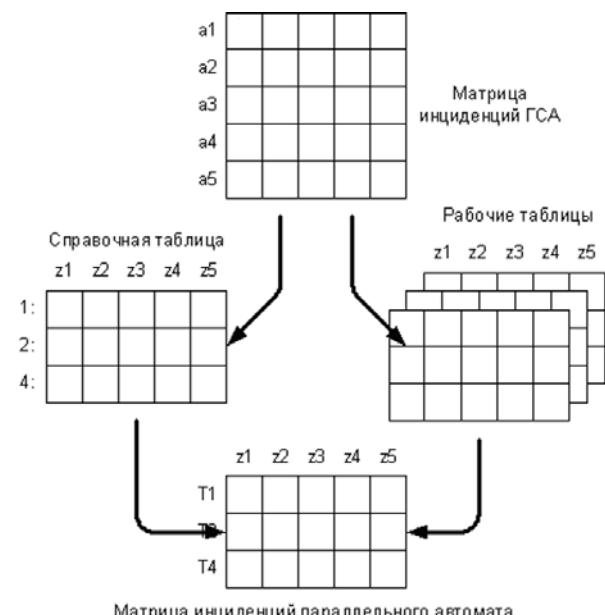


Рисунок 6 – Поток данных КГП

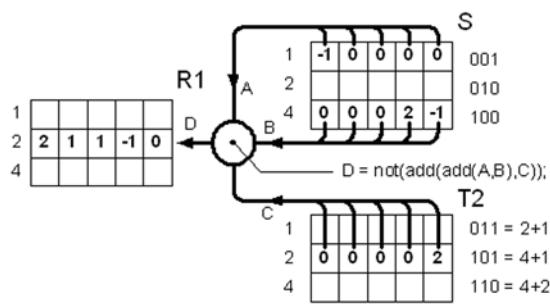


Рисунок 7 – КГП строки рабочей таблицы

14. Если  $\text{ONES} < R - 1$ , то значение переменной инкрементируется:  $\text{ONES} = \text{ONES} + 1$ , и выполняется переход на п. 12.

15. Получен результат – матрица инциденций  $R_1$  параллельного автомата.

Практический аспект применения КГП в САРП ПЛИС рассмотрим на примере синтеза логической схемы автомата  $S_1$ .

Задана матрица инциденций  $R$  ГСА. Она представляет собой таблицу (табл. 3), в поле  $A$  которой записаны обозначения состояний, в поле  $K(A)$  соответствующие состояниям коды, а поле  $Z$  представляет собственно матрицу инциденций. Строки таблицы отсортированы в порядке возрастания десятичного эквивалента кода состояний. Число строк матрицы  $R_{\text{ГСА}}$  равно  $M$  – количеству состояний. Число столбцов –  $R + N$ , где  $R$  – разрядность кода состояний,  $N$  – мощность входного алфавита  $Z$ .

Таблица 3 – Матрица  $R$ 

$A$	$K(A)$			$Z$				
	4:	2:	1:	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$
$a_1$	0	0	1	-1	0	0	0	0
$a_3$	0	1	0	0	2	-1	0	0
$a_2$	0	1	1	2	-1	0	0	0
$a_5$	1	0	0	0	0	0	2	-1
$a_6$	1	0	1	0	0	0	0	2
$a_4$	1	1	0	0	0	2	-1	0

Справочная таблица (табл. 4), матрица  $S$ , содержит строки матрицы  $R$ , соответствующие структурным состояниям  $K(A)$ , представленным степенями двойки (такие коды содержат одну единицу). Количество строк справочной таблицы равно  $R$ . Количество столбцов –  $N$ . В справочной таблице не должно быть пустых строк. Строки таблицы отсортированы в порядке возрастания десятичного эквивалента кода состояний.

Если  $R$  – разрядность кода состояния, то составляется  $R - 2$  рабочих таблиц. В данном случае из оставшихся строк матрицы  $R$  образуется одна рабочая таб-

лица  $R_2$ . В рабочую таблицу копируются строки матрицы  $R$ , соответствующие структурным состояниям  $K(A)$ , содержащим одинаковое число единиц (в данном случае – две единицы). Количество строк таблицы  $R_2$  равно разрядности кода; строки отсортированы в порядке возрастания десятичного эквивалента кода состояний. Если в матрице  $R$  не хватает строк, в рабочей таблице появляются строки, соответствующие кодам несуществующих псевдосостояний. Строки псевдосостояний содержат только нули. Матрица  $R_2$  автомата  $S_1$  приведена в табл. 5.

Таблица 4 – Матрица  $S$ 

$K(A)$	Z				
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$
1:	-1	0	0	0	0
2:	0	2	-1	0	0
4:	0	0	0	2	-1

Таблица 5 – Матрица  $R_2$ 

$A$	$K(A)$			Z				
	4:	2:	1:	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$
$a_2$	0	1	1	2	-1	0	0	0
$a_6$	1	0	1	0	0	0	0	2
$a_4$	1	1	0	0	0	2	-1	0

Создается матрица инциденций  $R_1$ , строки которой заполнены нулями, и выполняется КГП. По содержанию матрицы  $R_2$  выполняется слияние ранее установленных отношений для каждого состояния отдельно. Складывается содержимое поля  $Z$  матриц  $R_2$  и  $R_1$  (обозначаются  $R_2.Z_A$  и  $R_1.Z_A$ , соответственно) и строки матрицы  $S$ . Участвуют только те строки матрицы  $S$ , на которые указывают единицы в поле  $K(A)$  матрицы  $R_2$ . Если для обозначения функции слияния  $\text{add}(x_1, x_2)$  применить оператор «+», для обозначения функции  $\text{not}(x)$  применять оператор дополнения (подчеркивание сверху), то построчное выполнение КГП можно представить формулой:

$$R_1.Z_A = R_1.Z_A + R_2.Z_A + \sum_{R2.K(A)=1} S.Z. \quad (8)$$

Результат квазигомоморфного преобразования записывается в матрицу инциденций  $R_1$  параллельного автомата (табл. 1).

Перед тем, как приступить к синтезу логической схемы параллельного автомата, необходимо сформировать матрицы  $I$ ,  $O$ ,  $L$ .

Матрица входов  $I = |i_m|_{R \times N}$  получается применением к элементам матрицы инциденций  $R_1$  функции  $\text{in}(x)$ .

$R_1$	Матрица инцидентий	$O$	Матрица выходов
	$\begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \\ 4: & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2: & 2 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1: & 1 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{matrix}$		$\begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \\ 4: & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 2: & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1: & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$
$I$	Матрица входов	$L$	Матрица петель
	$\begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \\ 4: & 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 2: & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1: & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{matrix}$		$\begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \\ 4: & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2: & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1: & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

Рисунок 8 – Семейство матриц параллельного автомата

$$I.Z_{K(A)} = \text{in}(R_1.Z_{K(A)}); \quad (9)$$

Матрица выходов  $O = \|o_m\|_{R \times N}$  получается применением к элементам матрицы инцидентий  $R_1$  функции  $\text{out}(x)$ .

$$O.Z_{K(A)} = \text{out}(R_1.Z_{K(A)}); \quad (10)$$

Матрица петель  $L = \|l_{rn}\|_{R \times N}$  получается применением к элементам матрицы инцидентий  $R_1$  функции  $\text{loop}(x)$ .

$$L.Z_{K(A)} = \text{loop}(R_1.Z_{K(A)}). \quad (11)$$

Здесь  $R$  – разрядность кодов состояний,  $N$  – количество переходов.

В данном случае в результате КГП получено семейство матриц  $\langle R_1, O, I, L \rangle$  (рис. 8).

#### Алгоритм 2. Синтез логической схемы.

1. Входной алфавит  $Z = \{z_j\}; j = \overline{1, N}$  разбивается на классы выходов  $T_i; i = \overline{1, R}$ . Класс выходов  $T_i$  соответствует  $i$ -й строке матрицы выходов  $O$ . Класс формируют символы  $z_j \in Z$ , такие, что в  $i$ -й строке матрицы выходов  $O$  принимают значение  $-1$ .

2. Выполняется анализ матрицы входов  $I$ , и на основе классов выходов  $T_i; i = \overline{1, R}$  формируются классы входов  $D_i; i = \overline{1, R}$ . Класс  $D_i$  соответствует  $i$ -й строке матрицы входов  $I$ . Его образуют классы  $T_i$ , такие, что содержат  $z_j \in Z$ , которые в  $i$ -й строке матрицы  $I$  принимают значение  $2$ .

3. Синтез логической схемы выполняется единообразно по шаблону для всех триггеров (рис. 9).

Шаблон проектирования состоит из четырех частей:

- D-триггер – элемент памяти автомата  $T_i; i = \overline{1, R}$  (на рис. 10 тактовый вход  $C$  не показан);
- схема А – разрешение передачи значения  $T_i$  на магистраль с помощью символов  $z_j \in T_i$ ;
- схема В –  $i$ -й затвор, управляющий передачей значения  $T_i$  на магистраль;
- схема С – разрешение передачи значения  $D_i$  на вход элемента памяти.

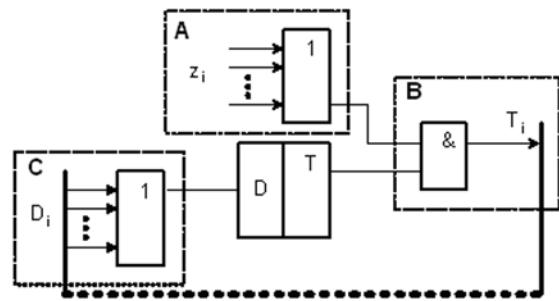


Рисунок 9 – Шаблон проектирования УУ

Цена по Квайну  $C_k$  логической схемы синтезированного автомата

$$C_k = \sum_{i=1}^R (|T_i| + |D_i| + 2). \quad (12)$$

где:  $|T_i|$  – мощность  $i$ -го класса выходов;  $|D_i|$  – мощность  $i$ -го класса входов;  $R$  – количество триггеров, образующих память автомата.

Логическая схема автомата  $S_1$  приведена на рис. 10. Система БФ возбуждения элементов памяти УУ, синтезированного с использованием МА<sup>3</sup>, представлена в скобочной форме. Она не требует минимизации:

$$D_4 = T_1(z_1 \vee z_2) \vee T_4(z_4 \vee z_5); \quad (13)$$

$$D_2 = T_2(z_2 \vee z_3 \vee z_4) \vee T_1(z_1 \vee z_2); \quad (14)$$

$$D_2 = T_2(z_2 \vee z_3 \vee z_4) \vee T_4(z_4 \vee z_5). \quad (15)$$

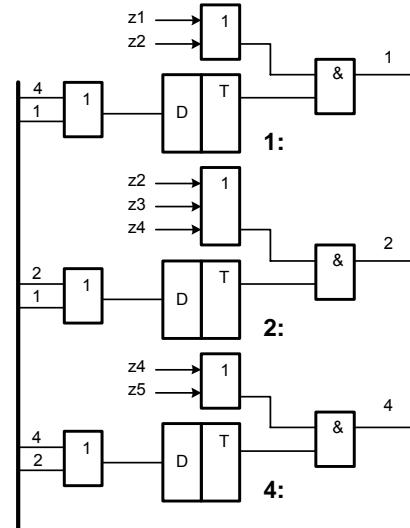


Рисунок 10 – Логическая схема УУ

Цена комбинационной части автомата  $S_1$  по Квайну равна  $C_k = 6 + 7 + 6 = 19$ . Этот показатель более чем в два раза лучше того, что был получен с применением КМСС.

Комбинационная часть автомата, реализующая систему БФ возбуждения триггеров, представляет собой единообразно организованную трехкаскадную схему. Задержка распространения сигнала в такой схеме незначительная. Однородная организация системы БФ позволяет реализовать ее на ПЛИС.

## ВЫВОДЫ

Функциональное моделирование УУ, разработанных с применением МА<sup>3</sup>, подтверждает эквивалентность поведения объекта проектирования с изделиями, синтезированными с помощью КМСС.

1. Разработан эффективный метод квазигомоморфного преобразования с помощью специального проблемно-ориентированного операторного пространства.

2. Цена по Квайну  $C_k$  комбинационной части автомата, полученного методом МА<sup>3</sup>, значительно ниже стоимостных характеристик схем, синтезированных методом КМСС.

3. Применение метода позволяет не выполнять минимизацию системы БФ возбуждения элементов памяти. Сокращается время разработки УУ.

4. Комбинационная часть автомата, реализующая систему БФ возбуждения триггеров, представляет собой единообразно организованную трехкаскадную схему, что позволяет реализовать ее на ПЛИС.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Уэйкерли Дж. Ф. Проектирование цифровых устройств. В 2-х тт. М.: Постмаркет, 2002. – 544 с.

УДК 539.3

С. Н. Гребенюк, В. В. Киричевский

## СИНГУЛЯРНЫЙ КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ СЕРЕНДИПОВА СЕМЕЙСТВА ДЛЯ КОМПОЗИТА С ТРЕЩИНОЙ

*Рассмотрен вывод коэффициентов матрицы жесткости сингулярного конечного элемента серендипова семейства для композита с трещиной на основе вариационного принципа Лагранжа. Сингулярность полей деформаций и напряжений моделировалась путем смещения промежуточных узлов конечного элемента на 1/4 длины стороны по направлению к вершине трещины.*

© Гребенюк С. Н., Киричевский В. В., 2006

2. Перельройзен Е. З. Проектируем на VHDL. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 448 с.
3. Суворова Е. А., Шейнин Ю. Е. Проектирование цифровых систем на VHDL. – СПб: БХВ-Петербург, 2003. – 676 с.
4. Грушвицкий Р. И., Мурсаев А. Х., Угрюмов Е. П. Проектирование систем на микросхемах программируемой логики. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.
5. Баркалов А. А. Синтез устройств управления на программируемых логических устройствах. – Донецк: ДонНТУ, 2002 – 262 с.
6. Мелихов А. Н. Ориентированные графы и конечные автоматы. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1971. – 416 с.
7. Касьянов В. Н., Евстигнеев В. А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 1104 с.
8. Баранов С. И. Синтез микропрограммных автоматов. – Л.: Энергия, 1979. – 232 с.
9. Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. – М.: Физматгиз, 1962. – 476 с.
10. Мелихов А. Н., Берштейн Л. С. Гиперграфы в автоматизации проектирования дискретных устройств. – Изд. Ростовского университета, 1981. – 112 с.
11. Черемисинова Л. Д. Реализация параллельных алгоритмов логического управления. – Минск: Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 2002. – 246 с.

Надійшла 1.12.05

Після доробки 6.03.06

*Пропонується ефективний метод розробки схемних пристрій керування. Перевагою модифікованої алгебри абстрактних автоматів є простота переходу від опису граф-схеми алгоритму до гіперграфу переходів паралельного автомата за допомогою квазігомоморфного перетворення орієнтованих гіперграфів. Новизна методу полягає у використанні для перетворення спеціального операторного простору.*

*The effective method of development of hardwired control units is offered. Advantage of the updated algebra of abstract automata is the simplicity of passage from representation of the control-flow graph to the hypergraph of transitions of a parallel automata by means of quasihomomorphic conversion of the oriented hypergraphs. Novelty of the method consists in usage for conversion of special operator space.*

В последнее время широкое применение получили композиционные материалы (КМ), используемые в проектировании и изготовлении различных конструктивных элементов в авиастроении, машиностроении, судостроении, ракетостроении и других областях.

В настоящей работе будут рассмотрены ортотропные (ортогонально анизотропные материалы), которые характеризуются наличием в каждом элементарном объеме трех взаимно перпендикулярных плоскостей симметрии свойств. К ним можно также отнести с некоторой степенью точности КМ, армированные последовательно чередующимися слоями волокон в двух взаимно перпендикулярных направлениях, а также слоистые КМ, армированные в двух неортогональных направлениях под определенным углом с правильным чередованием слоев.

В процессе эксплуатации конструктивных элементов указанных КМ в них возникают трещины, которые могут приводить к разрушению конструкции в целом. Для КМ рассматриваемого типа наибольший интерес представляет усталостное разрушение. Этот тип разрушения сопровождается зарождением усталостных трещин, их развитием и отказом работы конструкции вследствие потери несущей способности или непригодности к эксплуатации.

Моделирование поведения трещин в КМ является основной задачей механики разрушения, характеризуемой такими параметрами как коэффициенты интенсивности напряжений, величина раскрытия трещины,  $J$ -интеграл, для вычисления которых необходимы знания напряженно-деформированного состояния около вершины трещины. Как известно вблизи фронта трещины возникает сингулярность полей деформаций и напряжений типа  $1/\sqrt{r}$  ( $r$  – расстояние до вершины трещины). Из существующих численных методов определения напряженно-деформированного состояния важное место занимает метод конечных элементов (МКЭ). Сингулярность вблизи вершины трещины методом конечных элементов может быть учтена двумя способами: методом сгущения сетки конечных элементов (КЭ) вблизи трещины; применения сингулярных КЭ.

Первый способ предусматривает применения обычных КМ с уменьшением его размеров  $l/10-l/250$  ( $l$  – характерный размер трещины).

Второй способ учитывает сингулярность полей деформации и напряжений вблизи вершины трещины пут-

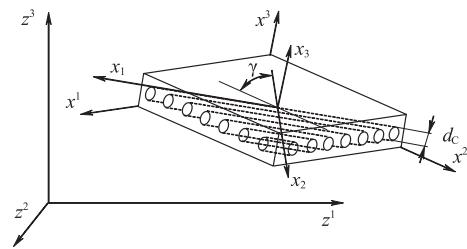


Рисунок 1 – Элемент композита косоугольной намотки в базисной  $z^i$ , местной  $x^i$  системе координат и системе армирования  $x_m$

тем модернизации самих КЭ. В литературе такие КЭ получили название сингулярных КЭ.

Воспользуемся одним из таких подходов построения сингулярных КЭ композита, в котором промежуточные узлы квадратичного КМ смещаются на  $1/4$  длины стороны по направлению к вершине трещины, чем достигается сингулярность упомянутых полей. Следует отметить, что полученные таким образом сингулярные КЭ полностью совместны с обычными квадратичными элементами, отображают движения как жесткого целого и для них справедливы теоремы о сходимости решения к точному как для обычных элементов.

Рассмотрим композиционный материал перекрестной косоугольной намотки с углом армирования  $\gamma$  (рис. 1).

Напряженно-деформированное состояние (НДС) композиционного материала определяется обобщенным законом Гука

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (1)$$

где  $C^{ijkl}$  – компоненты тензора упругих постоянных (в общем случае 81 составляющая).

Если описать НДС в системе координат армирования (рис. 1), то компоненты тензора упругих постоянных в системе армирования несколько упростятся и запишутся в виде матрицы

$$\tilde{C}^{ijkl} = \begin{bmatrix} \tilde{C}^{1111} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{1122} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{1133} \\ 0 & \tilde{C}^{1212} & 0 & \tilde{C}^{1221} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}^{1313} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{1331} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{C}^{2112} & 0 & \tilde{C}^{2121} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}^{2211} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{2222} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{2233} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{2323} & 0 & \tilde{C}^{2332} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}^{1331} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{3113} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{3223} & 0 & \tilde{C}^{3232} & 0 \\ \tilde{C}^{3311} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{3322} & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}^{3333} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

компоненты которой согласно [1, 2] вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{C}^{1111} &= \frac{E_1}{\Delta^*}(1 - v_{23}v_{32}); \quad \tilde{C}^{1122} = \frac{E_2}{\Delta^*}(v_{21} + v_{31}v_{23}); \\ \tilde{C}^{1133} &= \frac{E_3}{\Delta^*}(v_{21}v_{32} + v_{31}); \quad \tilde{C}^{2211} = \frac{E_1}{\Delta^*}(v_{12} + v_{13}v_{32}); \\ \tilde{C}^{2222} &= \frac{E_2}{\Delta^*}(1 - v_{13}v_{31}); \quad \tilde{C}^{2233} = \frac{E_3}{\Delta^*}(v_{32} + v_{12}v_{31}); \\ \tilde{C}^{3311} &= \frac{E_1}{\Delta^*}(v_{12}v_{23} + v_{13}); \quad \tilde{C}^{3322} = \frac{E_2}{\Delta^*}(v_{23} + v_{13}v_{21}); \\ \tilde{C}^{3333} &= \frac{E_3}{\Delta^*}(1 - v_{21}v_{12}); \quad \tilde{C}^{1212} = \frac{G_{12}}{2}; \\ \tilde{C}^{1313} &= \frac{G_{13}}{2}; \quad \tilde{C}^{2323} = \frac{G_{23}}{2},\end{aligned}\quad (3)$$

где

$$\Delta^* = (1 - v_{23}v_{32} - v_{12}v_{21} - v_{12}v_{23}v_{31} - v_{13}v_{21}v_{32} - v_{13}v_{31}).$$

Здесь  $E_1, E_2, E_3$  – модули упругости в соответствующих направлениях;  $G_{ij}$  – модуль сдвига материала;  $v_{ij}$  – коэффициенты Пуассона; первый индекс указывает направление действующего напряжения, а второй – направление возникающей при этом поперечной деформации.

Необходимо учитывать, что тензор упругих постоянных обладает свойством симметрии:

$$\tilde{C}^{ijkl} = \tilde{C}^{jikl}; \quad \tilde{C}^{ijkl} = \tilde{C}^{jilk}; \quad \tilde{C}^{ijkl} = \tilde{C}^{klij}. \quad (4)$$

Заданные компоненты тензора упругих постоянных  $\tilde{C}^{mnpq}$  в системе армирования  $x_m$  при переходе в местную систему координат  $x^i$ ; компоненты тензора деформаций  $\epsilon_{ij}$  при переходе к системе армирования и компоненты тензора напряжений в местной системе координат ( $x_1, x_2, x_3$ ) преобразуются по следующим формулам [1]:

$$C^{ijkl} = \tilde{C}^{mnpq} a_m^i a_n^j a_p^k a_q^l; \quad (5)$$

$$\epsilon_{i'j'} = \epsilon_{ij} a_{i'i} a_{j'j}; \quad (6)$$

$$\sigma^{ij} = \sigma^{i'j'} b^{i'i} b^{j'j} \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (7)$$

где  $a_m^i$  – компоненты тензора поворота системы координат, который связан с тензором преобразования координат  $b_m^i = \frac{dx^i}{dx'_m}$  (рис. 1) следующим соотношением

$$a_m^i = \frac{b_m^i}{\sqrt{g_{mm}}}, \quad g_{mm} – компоненты метрического тензора,$$

матрица преобразования  $[b]$  является обратной по отношению к матрице преобразования  $[a]$ :

$$[b] = [a]^{-1}. \quad (8)$$

При повороте осей (2, 3) на угол армирования  $\gamma$  матрица преобразования  $[a]$  имеет следующий вид:

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Напряжения в системе армирования вычисляются с учетом тензора упругих постоянных и тензора деформаций (компоненты, вычисленные в системе армирования). При этом, вычислив, согласно (5) и (8), коэффициенты упругости  $C^{ijkl}$  можно определить физические характеристики приведенного ортотропного композиционного материала в системе координат  $x^i$  конечного элемента ( $i = 1, 2, 3$ ) [2]:

$$\begin{aligned}E_1 &= \frac{\Delta}{\Delta_{11}}, \quad E_2 = \frac{\Delta}{\Delta_{22}}, \quad E_3 = \frac{\Delta}{\Delta_{33}}, \\ v_{13} &= \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{33}}, \quad v_{12} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{22}}, \quad v_{23} = \frac{\Delta_{23}}{\Delta_{33}}, \\ G_{12} &= 2 \left( \tilde{C}^{1212} - \frac{(\tilde{C}^{3312})^2}{\tilde{C}^{3333}} \right); \quad G_{13} = 2 \left( \tilde{C}^{1313} - \frac{(\tilde{C}^{1323})^2}{\tilde{C}^{2323}} \right); \\ G_{23} &= 2 \left( \tilde{C}^{2323} - \frac{(\tilde{C}^{1323})^2}{\tilde{C}^{1313}} \right),\end{aligned}\quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} \tilde{C}^{1111} & \tilde{C}^{1122} & \tilde{C}^{1133} \\ \tilde{C}^{2211} & \tilde{C}^{2222} & \tilde{C}^{2233} \\ \tilde{C}^{3311} & \tilde{C}^{3322} & \tilde{C}^{3333} \end{vmatrix}; \\ \Delta_{11} &= \tilde{C}^{2222} \tilde{C}^{3333} - (\tilde{C}^{2233})^2; \\ \Delta_{22} &= \tilde{C}^{1111} \tilde{C}^{3333} - (\tilde{C}^{1122})^2; \\ \Delta_{33} &= \tilde{C}^{1111} \tilde{C}^{2222} - (\tilde{C}^{1133})^2; \\ \Delta_{12} &= \tilde{C}^{1122} \tilde{C}^{3333} - \tilde{C}^{1133} \tilde{C}^{2233}; \\ \Delta_{13} &= \tilde{C}^{1133} \tilde{C}^{2222} - \tilde{C}^{1122} \tilde{C}^{2233}; \\ \Delta_{23} &= \tilde{C}^{1111} \tilde{C}^{2233} - \tilde{C}^{1122} \tilde{C}^{1133}.\end{aligned}$$

Слоистые структуры образуются последовательной укладкой пропитанных связующим однонаправленных монослоев в одной плоскости – плоскости укладки.

Наличие арматуры с различными жесткостью и прочностью значительно расширяет диапазон композиционных материалов с пространственной схемой армирования.

Свойства композиционных материалов формируются не только арматурой (ее свойствами), но и в большей степени ее укладкой. Варьируя угол укладки арматуры (слоя), можно получить заданную степень анизотропии свойств, а изменения порядок укладки слоев и угол укладки их по толщине, можно эффективно управлять изгибными и крутильными жесткостями композиционного материала [2].

Однонаправленный композиционный материал можно рассматривать как ортотропную среду (рис. 1). Для простейшей модели КМ – системы жестко связанных чередующихся изотропных стержней, обладающих характеристиками волокна, и матрицы – продольный модуль упругости  $E_1$  рассчитывается по уравнению аддитивности, или правилу смесей [3]:

$$E_1 = E_C \psi_C + E_R (1 - \psi_C); \quad (11)$$

где  $E_C$  – модуль упругости материала волокна;  $E_R$  – модуль упругости материала матрицы;  $\psi_C$  – коэффициент армирования, характеризующий относительное – объемное содержание волокон:

$$\psi_C = \frac{\pi d_C^2}{4 h_0} i_C; \quad (12)$$

где  $d_C$  – диаметр волокон;  $h_0$  – толщина армированного слоя;  $i_C$  – частота армирования.

Для более сложной модели (цилиндрический стержень – волокно в коаксиальной оболочке – матрице) учитываются различия в коэффициентах Пуассона матрицы и волокон:

$$E_1 = E_C \psi_C + E_R (1 - \psi_C) + \\ + \frac{2(\nu_C - \nu_R)^2 E_R E_C \psi_C (1 - \nu_C)}{E_R (1 - \nu_R) L_C + [L_R (1 - \psi_C) + (1 - \nu_R)] E_C}, \quad (13)$$

где  $L_R = 1 - \nu_R - 2\nu_R^2$ ;  $L_C = 1 - \nu_C - 2\nu_C^2$ .

Поперечные модули упругости  $E_2$  и  $E_3$ , для наиболее простой модели КМ, определяются выражением:

$$E_2 = E_3 = \frac{E_C E_R}{[E_R \psi_C + (1 - \psi_C)]}. \quad (14)$$

При совпадении оси 1 с направлением укладки волокон модули сдвига  $G_{12}$  и  $G_{13}$  характеризуют упругие сдвиги материала в плоскостях 1–2 и 1–3 параллельных волокнам. Правило аддитивности для композиционного

материала со сплошными волокнами следующее:

$$G_{12} = G_{13} = \frac{G_C G_R}{[G_C (1 - \psi_C) + G_R \psi_C]}, \quad (15)$$

где  $G_C$  и  $G_R$  – модули сдвига, соответственно, материалов волокон и матрицы.

Модуль сдвига  $G_{23}$ , характеризующий связь между касательными напряжениями и деформацией сдвига в плоскости 2–3, перпендикулярной оси волокон определяется по формуле:

$$G_{23} = G_R \frac{K_R + \psi_C + (1 - \psi_C) G_R / G_C}{\psi_R K_R + (1 + \psi_C K_R) G_R / G_C}, \quad (16)$$

где  $K_R = 3 - 4\nu_R$ ;  $\nu_R$  – коэффициент Пуассона для материала матрицы.

Коэффициент Пуассона для однонаправленного композиционного материала определяется по формуле [4]:

$$\nu_{12} = \nu_C \psi_C + \nu_R (1 - \psi_C). \quad (17)$$

Элементарный однонаправленно армированный слой обладает тремя ортогональными плоскостями упругой симметрии, называется ортотропным (рис. 1). Он характеризуется девятью упругими постоянными, поскольку:

$$E_i \nu_{ji} = E_j \nu_{ij}. \quad (18)$$

Покажем процедуру построения матрицы жесткости квадратичного КЭ серендицова семейства композита с трещиной (рис. 1). Заметим, что КЭ лагранжевого типа приводит к громоздким выкладкам и является неоправданными при сравнении скорости сходимости МКЭ и как следствие требующим большего затрат компьютерного времени.

Для вычислений коэффициентов матрицы жесткости воспользуемся моментной схемой конечных элементов (МСКЭ). Для этого помещаем начало произвольной местной системы  $x^1, x^2, x^3$  в центр куба, оси которой совпадают с направлением ребер куба (рис. 2), отнесенного к базисной декартовой системе  $z^s$ .

Для вычисления коэффициентов матрицы жесткости достаточно иметь вариацию энергии упругой деформации:

$$\delta W = \int \int \int \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv, \quad (19)$$

либо на основании (1)

$$\delta W = \int \int \int C^{ijkl} \varepsilon_{kl} \delta \varepsilon_{ij} dv. \quad (20)$$

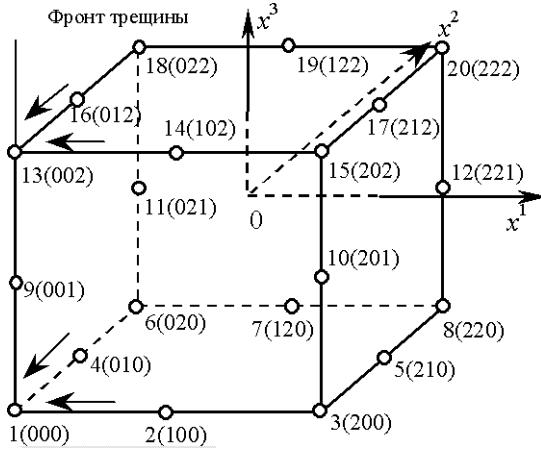


Рисунок 2 – Сингулярний квадратичний конечний елемент і индексация узлов

Аппроксимацию перемещений для квадратичного КЭ серендипова семейства (рис. 2) представим в виде квадратичного закона:

$$\begin{aligned} u_{k'} = \sum_{pqr}^{lmn} \omega_{k'}^{(pqr)} \psi_k^{(pqr)} &= \omega_{k'}^{(000)} + \omega_{k'}^{(100)} \psi^{(100)} + \\ &+ \omega_{k'}^{(010)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(001)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(200)} \psi^{(200)} + \\ &+ \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(110)} + \omega_{k'}^{(020)} \psi^{(020)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(101)} + \\ &+ \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(011)} + \omega_{k'}^{(002)} \psi^{(002)} + \omega_{k'}^{(210)} \psi^{(210)} + \\ &+ \omega_{k'}^{(201)} \psi^{(201)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(111)} + \omega_{k'}^{(120)} \psi^{(120)} + \\ &+ \omega_{k'}^{(021)} \psi^{(021)} + \omega_{k'}^{(102)} \psi^{(102)} + \omega_{k'}^{(012)} \psi^{(012)} + \\ &+ \omega_{k'}^{(211)} \psi^{(211)} + \omega_{k'}^{(121)} \psi^{(121)} + \omega_{k'}^{(112)} \psi^{(112)}, \quad (21) \end{aligned}$$

где  $\omega_{k'}^{(pqr)}$  – коэффициенты разложения;  $\psi^{(pqr)}$  – набор степенных координатных функций вида

$$\psi^{(pqr)} = \frac{(\xi)^p (\eta)^q (\zeta)^r}{p! q! r!}. \quad (22)$$

Для вывода матрицы жесткости применим моментную схему конечных элементов, согласно которой компоненты тензора деформаций  $\{\varepsilon_{ij}\}$ , представляются следующей аппроксимацией [5]:

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{p=0}^{M_{ij}} \sum_{q=0}^{N_{ij}} \sum_{r=0}^{L_{ij}} e_{ij}^{(pqr)} \psi^{(pqr)}, \quad (23)$$

где  $e_{ij}^{(pqr)}$  – коэффициенты разложения,  $M_{ij}$ ,  $N_{ij}$ ,  $L_{ij}$  – индексы, определяемые согласно по формулам

$$\begin{aligned} M_{ij} &= \begin{cases} M-1 & \text{при } i = 1 \vee j = 1, \\ M & \text{при } i \neq 1 \vee j \neq 1, \end{cases} \\ N_{ij} &= \begin{cases} N-1 & \text{при } i = 2 \vee j = 2, \\ N & \text{при } i \neq 2 \vee j \neq 2, \end{cases} \\ L_{ij} &= \begin{cases} L-1 & \text{при } i = 3 \vee j = 3, \\ L & \text{при } i \neq 3 \vee j \neq 3. \end{cases} \quad (24) \end{aligned}$$

Здесь  $M$ ,  $N$ ,  $L$  – степени аппроксимирующих полиномов (в нашем случае  $M = N = L = 2$ ).

Коэффициенты разложения  $e_{ij}^{(pqr)}$  согласно МСКЭ вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} e_{11}^{(pqr)} &= \sum_{\mu\nu\lambda}^{pqr} \omega_{s'}^{(\mu+1\nu\lambda)} b_{(p+1-\mu q-v r-\lambda)}^{s'}, \\ e_{22}^{(pqr)} &= \sum_{\mu\nu\lambda}^{pqr} \omega_{s'}^{(\mu\nu+1\lambda)} b_{(p-\mu q+1-v r-\lambda)}^{s'}, \\ e_{33}^{(pqr)} &= \sum_{\mu\nu\lambda}^{pqr} \omega_{s'}^{(\mu\nu\lambda+1)} b_{(p-\mu q-v r+1-\lambda)}^{s'}, \\ e_{12}^{(pqr)} &= 1/2 \sum_{\mu\nu\lambda}^{pqr} \omega_{s'}^{(\mu\nu+1\lambda)} b_{(p+1-\mu q-v r-\lambda)}^{s'} + \\ &+ \omega_{s'}^{(\mu+1\nu\lambda)} b_{(p-\mu q+1-v r-\lambda)}^{s'}, \\ e_{13}^{(pqr)} &= 1/2 \sum_{\mu\nu\lambda}^{pqr} \omega_{s'}^{(\mu\nu\lambda+1)} b_{(p+1-\mu q-v r-\lambda)}^{s'} + \\ &+ \omega_{s'}^{(\mu+1\nu\lambda)} b_{(p-\mu q-v r+1-\lambda)}^{s'}, \quad (25) \end{aligned}$$

где

$$b_{(\mu\nu\lambda)}^{s'} = \left. \frac{\partial^{(\mu+\nu+\lambda)} z^{s'}}{(\partial\xi)^\mu (\partial\eta)^\nu (\partial\zeta)^\lambda} \right|_{\xi=\eta=\zeta=0}. \quad (26)$$

Для построения матрицы жесткости перейдем от коэффициентов разложения  $\omega_{k'}$  к значениям перемещений  $u_k$  в узлах конечного элемента с помощью матрицы преобразования  $[A]$ :

$$\{\omega_{k'}\} = [A]\{u_k\}. \quad (27)$$

Матрица  $[A]$  задает связь между аппроксимирующими функциями Лагранжа (функции формы  $N_L$ ) и степенными функциями  $\psi^{(pqr)}$ . Она определяется на основе принятого закона аппроксимации перемещений:

$$\{N_L\} = [A]\{\psi\}, \quad (28)$$

$$\{u\} = \{N_L\}\{u_k\}. \quad (29)$$

Вариация энергии упругой деформации (19) теперь запишется в виде:

$$\delta W = \delta \{u_{s'}\}^T [A]^T [F_{ij}^{s'}] [H^{ijkl}] [F_{kl}^{t'}] [A] \{u_{t'}\} = \delta \{u_{s'}\}^T [K^{s't'}] \{u_{t'}\}, \quad (30)$$

где

$$[K^{s't'}] = [A]^T [F_{ij}^{s'}] [H^{ijkl}] [F_{kl}^{t'}] [A] \quad (31)$$

— матрица жесткости КЭ.

Здесь  $[H^{ijkl}]$  с учетом соотношения (3) имеют вид:

$$\begin{aligned} [H^{1111}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{11}\}^T \left[ \frac{E_1}{\Delta_*} (1 - v_{23}v_{32}) \right] \{\Psi_{11}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{1122}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{22}\}^T \left[ \frac{E_2}{\Delta_*} (v_{21} + v_{31}v_{32}) \right] \{\Psi_{11}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{1133}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{33}\}^T \left[ \frac{E_3}{\Delta_*} (v_{21}v_{32} + v_{31}) \right] \{\Psi_{11}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{2211}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{11}\}^T \left[ \frac{E_1}{\Delta_*} (v_{12} + v_{12}v_{32}) \right] \{\Psi_{22}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{2222}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{22}\}^T \left[ \frac{E_2}{\Delta_*} (1 - v_{13}v_{31}) \right] \{\Psi_{22}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{2233}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{33}\}^T \left[ \frac{E_3}{\Delta_*} (v_{32} + v_{12}v_{31}) \right] \{\Psi_{22}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{3311}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{11}\}^T \left[ \frac{E_1}{\Delta_*} (v_{12}v_{32} + v_{13}) \right] \{\Psi_{33}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{3322}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{22}\}^T \left[ \frac{E_2}{\Delta_*} (v_{32} + v_{13}v_{21}) \right] \{\Psi_{33}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{3333}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{33}\}^T \left[ \frac{E_3}{\Delta_*} (1 - v_{12}v_{21}) \right] \{\Psi_{33}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{1212}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{12}\}^T \left[ \frac{G_{12}}{2} \right] \{\Psi_{12}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{1313}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{13}\}^T \left[ \frac{G_{13}}{2} \right] \{\Psi_{13}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3; \\ [H^{2323}] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\Psi_{23}\}^T \left[ \frac{G_{23}}{2} \right] \{\Psi_{23}\} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3. \end{aligned} \quad (32)$$

Необходимо также учитывать симметрию:

$$\begin{aligned} [H^{ijkl}] &= [H^{jikl}], \quad [H^{ijkl}] = [H^{jilk}], \\ [H^{ijkl}] &= [H^{klij}]. \end{aligned} \quad (33)$$

Из выражения (33) видно, что для построения матрицы жесткости  $[K^{s't'}]$  необходимо определить две специальные матрицы  $[F_{ij}^{s'}]$  и  $[A]$ .

Построение матрицы  $[F_{ij}^{s'}]$ . Расписав каждую из компонент  $e_{ij}^{(pqr)}$ , можно заметить, что не все коэффициенты  $\omega_{s'}^{(pqr)}$  входят в разложение для аппроксимации перемещений (21) и их производных. Поэтому коэффициенты разложения  $e_{ij}^{(pqr)}$ , имеющие такие  $\omega_{s'}^{(pqr)}$ , должны быть опущены при разложении выражения (25). В результате имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= e^{(000)} 11 + e^{(001)} 11 \psi^{(001)} + e^{(002)} 11 \psi^{(002)} + \\ &+ e^{(010)} 11 \psi^{(010)} + e^{(011)} 11 \psi^{(011)} + e^{(012)} 11 \psi^{(012)} + \\ &+ e^{(020)} 11 \psi^{(020)} + e^{(021)} 11 \psi^{(021)} + e^{(100)} 11 \psi^{(100)} + \\ &+ e^{(101)} 11 \psi^{(101)} + e^{(110)} 11 \psi^{(110)} + e^{(111)} 11 \psi^{(111)}, \\ \varepsilon_{22} &= e^{(000)} 22 + e^{(001)} 22 \psi^{(001)} + e^{(002)} 22 \psi^{(002)} + \\ &+ e^{(010)} 22 \psi^{(010)} + e^{(011)} 22 \psi^{(011)} + e^{(100)} 22 \psi^{(100)} + \\ &+ e^{(101)} 22 \psi^{(101)} + e^{(102)} 22 \psi^{(102)} + e^{(110)} 22 \psi^{(110)} + \\ &+ e^{(111)} 22 \psi^{(111)} + e^{(200)} 22 \psi^{(200)} + e^{(201)} 22 \psi^{(201)}, \\ \varepsilon_{33} &= e^{(000)} 33 + e^{(001)} 33 \psi^{(001)} + e^{(010)} 33 \psi^{(010)} + \\ &+ e^{(011)} 33 \psi^{(011)} + e^{(020)} 33 \psi^{(020)} + e^{(100)} 33 \psi^{(100)} + \\ &+ e^{(101)} 33 \psi^{(101)} + e^{(110)} 33 \psi^{(110)} + e^{(111)} 33 \psi^{(111)} + \\ &+ e^{(120)} 33 \psi^{(120)} + e^{(200)} 33 \psi^{(200)}, \\ \varepsilon_{12} &= e^{(000)} 12 + e^{(001)} 12 \psi^{(001)} + e^{(002)} 12 \psi^{(002)} + \\ &+ e^{(010)} 12 \psi^{(010)} + e^{(011)} 12 \psi^{(011)} + e^{(100)} 12 \psi^{(100)} + \\ &+ e^{(101)} 12 \psi^{(101)} + e^{(110)} 12 \psi^{(110)} + e^{(111)} 12 \psi^{(111)}, \\ \varepsilon_{13} &= e^{(000)} 13 + e^{(001)} 13 \psi^{(001)} + e^{(010)} 13 \psi^{(010)} + \\ &+ e^{(011)} 13 \psi^{(011)} + e^{(020)} 13 \psi^{(020)} + e^{(100)} 13 \psi^{(100)} + \\ &+ e^{(101)} 13 \psi^{(101)} + e^{(110)} 13 \psi^{(110)}, \\ \varepsilon_{23} &= e^{(000)} 23 + e^{(001)} 23 \psi^{(001)} + e^{(010)} 23 \psi^{(010)} + \\ &+ e^{(011)} 23 \psi^{(011)} + e^{(100)} 23 \psi^{(100)} + e^{(101)} 23 \psi^{(101)} + \\ &+ e^{(110)} 23 \psi^{(110)} + e^{(111)} 23 \psi^{(111)} + e^{(200)} 23 \psi^{(200)}. \end{aligned}$$

Функцию перемещения пространственного изопараметрического конечного элемента с квадратичной аппроксимацией, согласно (21), представим в ином виде (через функции формы  $N_i$ ):

$$u_{s'} = \sum_{i=1}^{20} u_{s'i} N_i. \quad (34)$$

Учитывая изопараметричность КЭ, координаты узлов  $z_i^{S'}$  в базисной системе выражаются аналогично (21):

$$z^{S'} = \sum_{i=1}^{20} z_i^{S'} N_i. \quad (35)$$

Функции формы  $N_i$  для каждого из узлов с учетом принятого их расположения в местной системе координат принимаем согласно [5], в виде:

– для узловых точек

$$N_L = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi^L)(1 + \eta\eta^L)(1 + \zeta\zeta^L)(\xi\xi^L + \eta\eta^L + \zeta\zeta^L - 2) \quad (L = 1, 3, 5, 7, 13, 15, 17, 19);$$

– для срединных точек

$$N_L = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi^L)(1 + \eta\eta^L)(1 + \zeta\zeta^L) \times \\ \times [1 - (\xi\eta^L\zeta^L)^2 - (\eta\xi^L\zeta^L)^2 - (\zeta\xi^L\eta^L)^2] \quad (L = 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 20). \quad (36)$$

Соответствие индексов  $(pqr)$  в (21) и  $L$  в (37) показано на рис. 2, соответствие индексов в (22) и номеров узлов КЭ приведено в таблице 1.

*Таблица 1 – Соответствие индексов степенного полинома и номеров узлов КЭ*

Номер узла	$pqr$	Номер узла	$pqr$	Номер узла	$pqr$
1	000	7	020	14	211
2	100	8	120	15	021
3	200	9	001	16	121
4	010	10	101	17	002
5	110	11	201	18	102
6	210	12	011	19	012
		13	111	20	112

Расписывая выражение (36) по узлам КЭ, получаем

$$z^{S'} = N_1 z_1^{S'} + N_2 z_2^{S'} + N_3 z_3^{S'} + N_4 z_4^{S'} + N_5 z_5^{S'} + N_6 z_6^{S'} + \\ + N_7 z_7^{S'} + N_8 z_8^{S'} + N_9 z_9^{S'} + N_{10} z_{10}^{S'} + N_{11} z_{11}^{S'} + N_{12} z_{12}^{S'} + \\ + N_{13} z_{13}^{S'} + N_{14} z_{14}^{S'} + N_{15} z_{15}^{S'} + N_{16} z_{16}^{S'} + N_{17} z_{17}^{S'} + \\ + N_{18} z_{18}^{S'} + N_{19} z_{19}^{S'} + N_{20} z_{20}^{S'}. \quad (37)$$

Далее допустим, что квадратичный элемент в узлах 1 и 13 примыкает к берегу трещины или угловые узлы 1 и 13 являются вершиной трещины. Тогда сместим промежуточные узлы 2, 4 и 14, 16 к вершине трещины на  $1/4$  длины ребра элемента (рис. 2). Базисные коор-

динаты теперь смещенных узлов вычисляются по следующим формулам:

$$z_2^{S'} = (3z_1^{S'} + z_3^{S'})/4, \quad z_4^{S'} = (3z_1^{S'} + z_6^{S'})/4, \\ z_{14}^{S'} = (3z_{13}^{S'} + z_{15}^{S'})/4, \quad z_{16}^{S'} = (3z_{13}^{S'} + z_{18}^{S'})/4. \quad (38)$$

С учетом (39) выражение (38) представим в виде:

$$z^{S'} = (N_1 + 3/4N_2 + 3/4N_4)z_1^{S'} + (N_2/4 + N_3)z_3^{S'} + \\ + N_5 z_5^{S'} + (N_4/4 + N_6)z_6^{S'} + N_7 z_7^{S'} + N_8 z_8^{S'} + N_9 z_9^{S'} + \\ + N_{10} z_{10}^{S'} + N_{11} z_{11}^{S'} + N_{12} z_{12}^{S'} + (3/4N_{14} + 3/4N_{16} + N_{13})z_{13}^{S'} + \\ + (N_{14}/4 + N_{15})z_{15}^{S'} + N_{17} z_{17}^{S'} + (N_{16}/4 + N_{18})z_{18}^{S'} + \\ + N_{19} z_{19}^{S'} + N_{20} z_{20}^{S'}. \quad (39)$$

Перейдем к построению матрицы  $[F_{ij}^{S'}]$ , которая представляет собой матрицу связи коэффициентов разложения  $\{e_{ij}\}$  компонент тензора деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и коэффициентов разложения  $\{\omega_{S'}\}$  полей перемещений  $u_s$ , и определяется из матричного уравнения:

$$\{e_{ij}\} = [F_{ij}^{S'}] \{\omega_{S'}\}. \quad (40)$$

Для нахождения коэффициентов матриц  $[F_{ij}^{S'}]$  сингулярного КЭ, воспользуемся формулами (26) и (37), (40). После преобразования имеем:

$$b_{(\mu\nu\lambda)}^{S'} = \partial^{(\mu+\nu+\lambda)} [1/16(-\xi-\eta-4\xi-\xi^2-\eta^2+2\xi^2+ \\ + 3\eta\xi+3\eta\xi+\xi\eta^2-2\xi\xi^2+\eta\xi^2-2\eta\xi^2+\zeta\xi^2+\zeta\xi^2- \\ - 2\xi\eta\xi-\xi^2\xi-\xi\eta^2\xi+2\xi\eta\xi^2+2)Z_1^{S'} + 1/16(-2\xi+\eta+ \\ + \zeta+\xi^2-2\eta^2+2\xi^2+\eta\xi+2\xi\eta^2+2\xi\xi^2-\eta\xi^2-2\xi-2\eta^2- \\ - 2\xi\xi-2\xi\eta^2+2\eta^2\xi-2\xi\eta^2\xi-3)Z_3^{S'} + 1/8(2+2\xi-2\xi- \\ - 2\eta^2-2\xi\xi-2\xi\eta^2+2\eta^2\xi-2\xi\eta^2\xi)Z_5^{S'} + 1/16(-\xi-2\eta+ \\ + 2\xi^2+\eta^2+2\xi^2+\xi\xi-\xi\eta^2-2\xi\xi^2+2\eta\xi^2+2\eta\xi^2-\zeta\xi^2- \\ - \zeta\eta^2+2\xi\eta\xi-2\xi^2\eta\xi+\xi\eta^2\xi+2\xi\eta\xi^2-3)Z_6^{S'} + 1/8(2+ \\ + 2\eta-2\xi-2\xi^2-2\eta\xi-2\xi^2\eta+2\xi^2\xi+2\xi^2\eta\xi)Z_7^{S'} + \\ + 1/8(-\xi-\eta+\xi^2+\eta^2+\zeta^2+\xi\xi^2+\xi\xi^2+\eta\xi^2+\eta\xi^2- \\ - \zeta\xi^2-\zeta\eta^2-\xi\eta\xi-\xi^2\eta\xi-\xi\eta^2\xi+\xi\eta\xi^2-2)Z_8^{S'} + \\ + 1/8(2-2\xi-2\eta-2\xi^2+2\xi\eta+2\eta\xi^2+2\xi\xi^2-2\xi^2\eta\xi)Z_9^{S'} + \\ + 1/8(2+2\xi-2\eta-2\xi^2-2\xi\eta+2\eta\xi^2-2\xi\xi^2+2\xi^2\eta\xi)Z_{10}^{S'} + \\ + 1/8(2-2\xi+2\eta-2\xi^2-2\xi\eta-2\eta\xi^2+2\xi\xi^2+2\xi^2\eta\xi)Z_{11}^{S'} + \\ + 1/8(2+2\xi+2\eta-2\xi^2+2\xi\eta-2\eta\xi^2-2\xi\xi^2+2\xi^2\eta\xi)Z_{12}^{S'} + \\ + 1/16(-\xi-\eta+4\xi-\xi^2-\eta^2+2\xi^2-3\eta\xi-3\eta\xi+\xi\eta^2- \\ - 2\xi\xi^2+\eta\xi^2-2\eta\xi^2-\zeta\xi^2+\zeta\eta^2+2\xi\eta\xi+2\xi^2\eta\xi+\xi\eta^2\xi+$$

$$\begin{aligned}
 & + 2\xi\eta\xi^2 + 2)Z_{13}^{S'} + 1/16(-2\xi + 2\eta - \zeta + \xi^2 + 2\eta^2 + 2\xi^2 - \\
 & - \eta\xi - 2\xi\eta^2 + 2\xi\xi^2 - \eta\xi^2 - 2\eta\xi^2 + \zeta\xi^2 + 2\xi\eta^2 - 2\xi\eta\zeta - \\
 & - \xi^2\eta\xi + 2\xi\eta^2\zeta + 2\xi\eta\xi^2 + 3)Z_{15}^{S'} + 1/8(2 + 2\xi + 2\zeta - 2\eta^2 + \\
 & + 2\xi\xi^2 - 2\xi\eta^2 - 2\eta\xi^2 - 2\xi\eta^2\zeta)Z_{17}^{S'} + 1/16(\xi - 2\eta - \zeta + \\
 & + 2\xi^2 + \eta^2 + 2\xi^2 - \xi\eta^2 - 2\xi\xi^2 + 2\eta\xi^2 + 2\eta\xi^2 + 2\xi\xi^2 + \\
 & + \zeta\eta^2 - 2\xi\eta\xi + 2\xi^2\eta\xi - \xi\eta^2\zeta - 2\xi\eta\xi^2 - 3)Z_{18}^{S'} + 1/8(2 + \\
 & + 2\eta + 2\xi - 2\xi^2 + 2\eta\xi - 2\eta\xi^2 - 2\xi^2\eta\xi)Z_{19}^{S'} + 1/8(-\xi - \eta - \\
 & - \zeta + \xi^2 + \eta^2 + \xi^2 + \xi\eta^2 + \xi\xi^2 + \eta\xi^2 + \eta\xi^2 + \zeta\xi^2 + \zeta\eta^2 + \\
 & + \xi\eta\xi + \xi^2\eta\xi + \xi\eta^2\zeta + \xi\eta\xi^2 - 2)Z_{20}^{S'}/(\partial\xi)^{\mu}(\partial\eta)^{\nu}(\partial\xi)^{\lambda}.
 \end{aligned} \tag{41}$$

Взяв частные производные по  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  в центре конечного элемента в выражении (42), получим следующие значения компонент  $b_{(\mu\nu\lambda)}^{s'}$ .

$$\begin{aligned}
 b_{(000)} = & \frac{1}{4}z_4 + \frac{1}{4}z_5 - \frac{1}{4}z_6 + \frac{1}{4}z_7 - \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{4}z_9 - \frac{1}{4}z_{10} + \frac{1}{4}z_{12} + \\
 & + \frac{1}{4}z_{17} + \frac{1}{4}z_{19} - \frac{1}{4}z_{20} - \frac{5}{16};
 \end{aligned}$$

$$b_{(001)} = -\frac{1}{4}z_5 - \frac{1}{4}z_7 + \frac{1}{8}z_8 + \frac{1}{4}z_{14} + \frac{1}{4}z_{19} - \frac{1}{8}z_{20} + \frac{1}{4};$$

$$\begin{aligned}
 b_{(002)} = & \frac{1}{4}z_1 + \frac{1}{4}z_3 + \frac{1}{4}z_6 + \frac{1}{4}z_8 - \frac{1}{2}z_9 - \frac{1}{4}z_{10} - \frac{1}{2}z_{11} - \frac{1}{2}z_{12} + \\
 & + \frac{1}{4}z_{13} + \frac{1}{4}z_{15} + \frac{1}{4}z_{18} + \frac{1}{4}z_{20};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_{(010)} = & -\frac{1}{8}z_6 + \frac{1}{4}z_7 - \frac{1}{8}z_8 - \frac{1}{4}z_9 - \frac{1}{4}z_{10} + \frac{1}{4}z_{11} + \frac{1}{4}z_{12} - \\
 & - \frac{1}{8}z_{18} + \frac{1}{4}z_{19} - \frac{1}{8}z_{20};
 \end{aligned}$$

$$b_{(011)} = -\frac{1}{4}z_7 + \frac{1}{4}z_{19} - \frac{1}{8};$$

$$\begin{aligned}
 b_{(012)} = & -\frac{1}{4}z_1 - \frac{1}{4}z_3 + \frac{1}{4}z_6 + \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{2}z_9 - \frac{1}{4}z_{10} - \frac{1}{2}z_{11} - \\
 & - \frac{1}{2}z_{12} - \frac{1}{4}z_{13} - \frac{1}{4}z_{15} + \frac{1}{4}z_{18} + \frac{1}{4}z_{20};
 \end{aligned}$$

$$b_{(020)} = \frac{1}{4}z_3 - \frac{1}{2}z_5 + \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{4}z_{15} - \frac{1}{2}z_{17} + \frac{1}{4}z_{20};$$

$$b_{(021)} = \frac{1}{2}z_5 - \frac{1}{4}z_8 - \frac{1}{2}z_{17} + \frac{1}{4}z_{20};$$

$$\begin{aligned}
 b_{(100)} = & -\frac{1}{8}z_3 + \frac{1}{4}z_5 - \frac{1}{8}z_8 - \frac{1}{4}z_9 + \frac{1}{4}z_{10} - \frac{1}{4}z_{11} + \frac{1}{4}z_{12} - \\
 & - \frac{1}{8}z_{15} + \frac{1}{4}z_{17} + \frac{1}{8}z_{18} - \frac{1}{8}z_{20};
 \end{aligned}$$

$$b_{(101)} = -\frac{1}{4}z_5 - \frac{1}{4}z_{16} + \frac{1}{4}z_{17} - \frac{1}{16}z_{18};$$

$$\begin{aligned}
 b_{(102)} = & -\frac{1}{4}z_1 + \frac{1}{4}z_3 - \frac{1}{4}z_6 + \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{2}z_9 - \frac{1}{4}z_{10} + \frac{1}{2}z_{11} - \\
 & - \frac{1}{2}z_{12} - \frac{1}{4}z_{13} - \frac{1}{4}z_{18} + \frac{1}{4}z_{20} - \frac{1}{4};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_{(110)} = & \frac{1}{4}z_9 - \frac{1}{4}z_{10} - \frac{1}{4}z_{11} + \frac{1}{4}z_{12}; \\
 b_{(111)} = & \frac{1}{8}z_3 + \frac{1}{8}z_6 - \frac{1}{8}z_8 + \frac{1}{8}z_{13} - \frac{1}{8}z_{15} - \frac{1}{8}z_{18} + \frac{1}{8}z_{20} - \frac{1}{8}; \\
 b_{(112)} = & -\frac{1}{4}z_3 + \frac{1}{4}z_8 - \frac{1}{2}z_9 + \frac{1}{4}z_{10} + \frac{1}{2}z_{11} - \frac{1}{2}z_{12} + \frac{1}{4}z_{13} - \\
 & - \frac{1}{4}z_{15} - \frac{1}{4}z_{18} + \frac{1}{4}z_{20} + \frac{1}{8}; \\
 b_{(120)} = & \frac{1}{4}z_3 - \frac{1}{2}z_5 - \frac{1}{8}z_6 + \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{4}z_{15} - \frac{1}{2}z_{17} + \frac{1}{4}z_{20} + \frac{1}{4}; \\
 b_{(121)} = & -\frac{1}{4}z_3 + \frac{1}{2}z_5 - \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{4}z_{15} - \frac{1}{2}z_{17} + \frac{1}{4}z_{20} + \frac{1}{2}; \\
 b_{(200)} = & \frac{1}{4}z_6 - \frac{1}{2}z_7 + \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{4}z_{18} - \frac{1}{2}z_{19} + \frac{1}{4}z_{20} + \frac{1}{4}; \\
 b_{(201)} = & -\frac{1}{4}z_6 + \frac{1}{2}z_7 - \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{8}z_{15} + \frac{1}{4}z_{18} - \frac{1}{2}z_{19} + \frac{1}{4}z_{20}; \\
 b_{(210)} = & \frac{1}{4}z_6 - \frac{1}{2}z_7 + \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{8}z_{13} - \frac{1}{4}z_{18} - \frac{1}{2}z_{19} + \frac{1}{4}z_{20}; \\
 b_{(211)} = & -\frac{1}{4}z_5 + \frac{1}{2}z_7 - \frac{1}{4}z_8 + \frac{1}{2}z_{14} + \frac{1}{4}z_{18} - \frac{1}{2}z_{19} + \frac{1}{4}z_{20}.
 \end{aligned} \tag{42}$$

Матрица  $[A]$  – матрица перехода от одной системы координатных функций  $\{N\}$  к другой  $\{\psi\}$  находится из матричного уравнения:

$$\{N\} = [A]^T \{\psi\} \tag{43}$$

с учетом выражений (23), (37).

Таким образом, с учетом полученных матриц  $[F_{ij}^{s'}]$ ,  $[A]$  по формуле (31) строится матрица жесткости КЭ  $[K^{s't'}]$ , размерность которой  $60 \times 60$ .

Данная матрица сингулярного КЭ композита реализована в программном комплексе «МИРЕЛА+» [6] для РС IBM, с помощью которого решена следующая задача.

Исследовано напряженно-деформированное состояние ортотропной композиционной балки с трещиной. Расчетная схема приведена на рис. 3. Размеры балки:

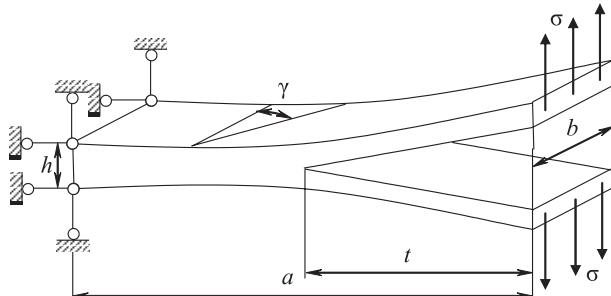


Рисунок 3 – Расчетная схема композитной балки

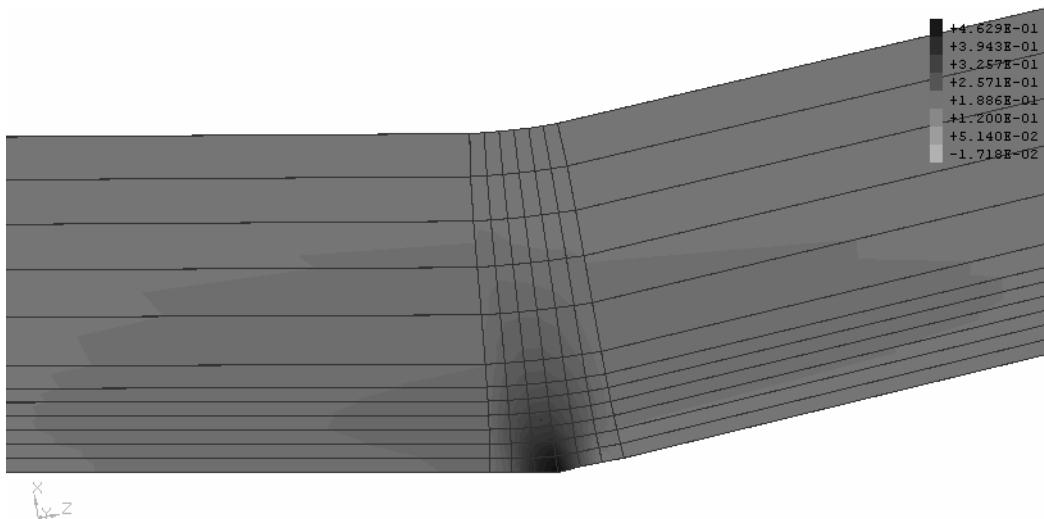


Рисунок 4 – Напряженно-деформированное состояние конструкции при  $\gamma = 0^\circ$

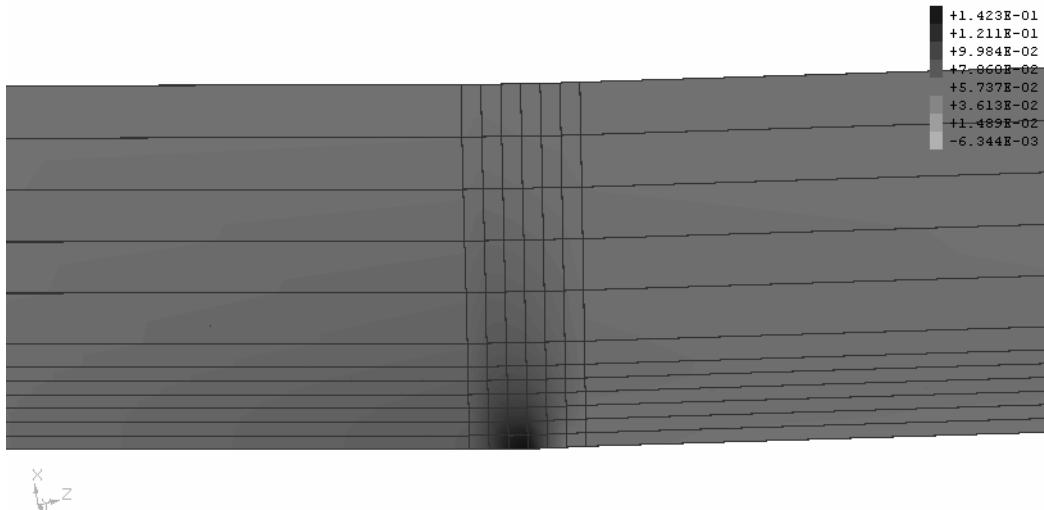


Рисунок 5 – Напряженно-деформированное состояние конструкции при  $\gamma = 90^\circ$

длина  $a = 0,5$  м; ширина  $b = 0,06$  м; толщина  $h = 0,065$  м, длина трещины  $t = 0,25$  м.

Упругие постоянные материалов: материала матрицы – модуль упругости  $E_R = 4,4$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu_R = 0,4$ ; материала волокон – модуль упругости  $E_C = 1277,5$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu_C = 0,3$ . Диаметр волокон  $d_C = 0,0007$  м, частота армирования  $i_C = 2900$  нитей/м, приложенная нагрузка  $\sigma = 0,0154$  МПа.

Деформированное состояние и распределение нормальных напряжений в конструкции в направлении действия внешней нагрузки для углов армирования  $\gamma = 0^\circ$  и  $\gamma = 90^\circ$  около вершины трещины приведены на рисунках 4 и 5 соответственно.

Таким образом, раскрытие трещины и величина напряжений вблизи вершины значительно больше при угле армирования  $\gamma = 0^\circ$ , чем при  $\gamma = 90^\circ$ . Это связано с тем, что сопротивление нормальному отрыву в первом случае оказывает в основном материал матрицы, а во втором – материал армирующих волокон.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Киричевский В. В., Дохняк Б. М., Карпушин О. Д. Матрица жесткости пространственного конечного элемента для исследования конструкций из композиционных материалов // Вісник Східноукр. держ. ун-ту. – 1999. – № 3(18). – С. 109–116.
2. Механика композитных материалов и элементов конструкций. В 3 т. / Гузь А. Н., Хорошун Л. П., Ванин Г. А.

- и др. – Т.1: Механика материалов. – К.: Наук. думка, 1982. – 368 с.
3. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. А. т. н., проф. Д. М. Карпиноса. – К.: Наук. думка, 1985. – 592 с.
  4. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
  5. Метод конечных элементов в механике твердых тел / А. С. Сахаров, В. Н. Кислоокий, В. В. Киричевский и др. / Под ред. А. С. Сахарова и И. А. Алтэнбаха. – К.: Вища школа, 1982. – 480 с.
  6. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МІРЕЛА+» / В. В. Киричевский, Б. М. Дохняк, Ю. Г. Коуб, С. И. Гоменюк, Р. В. Киричевский, С. Н. Гребенюк. – К.: Наук. думка, 2005. – 403 с.

Надійшла 17.02.06  
Після доробки 2.04.06

Розглянуто виведення коефіцієнтів матриці жорсткості сингулярного скінченного елементу серендипова сімейства для композита з тріщинкою на основі варіаційного принципу Лагранжа. Сингулярність полів деформації та напружень моделювалось шляхом зсуву проміжних вузлів скінченного елемента на 1/4 довжини сторони за направленням до вершини тріщини.

The conclusion of rigidity matrix factors of singular finite Serendip element for a composite with a crack is considered on the basis of a variational Lagrange principle. Singular of fields of deformations and stresses was simulated by displacement of intermediate sites of finite element on 1/4 party lengths in the direction of crack top.

УДК 519.74, 681.51

Д. А. Зайцев, М. В. Березюк

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АДРЕСНОГО ПРОСТРАНСТВА ПРОТОКОЛА BLUETOOTH

---

В настоящей работе построены модели Петри ведущего и ведомых устройств, реализующих протокол Bluetooth. На примере моделей пикосетей с различным числом ведомых устройств выполнена оценка эффективности использования адресного пространства протокола. Для построения и исследования моделей использована промышленная моделирующая система CPN Tools. Выявлена возможность пробужковки обмена информацией при росте числа подключенных к пикосети ведомых устройств.

### ВВЕДЕНИЕ

На начальной стадии своего развития протокол Bluetooth [1, 2] ввиду высокой стоимости реализующих его устройств имел в основном военное и специальное применение как один из основных протоколов сетей мобильных сенсорных устройств. Он использовался для сбора информации от автономно работающих датчиков, распределенных в радиусе до одного километра, и применялся для визуального наблюдения, прослушивания, радиационного мониторинга. В [3] отмечается применение протокола Bluetooth для создания панорам возможных районов проведения военных операций.

В настоящее время в связи с удушевлением Bluetooth устройств протокол находит широкое офисное применение для создания беспроводных пикосетей. На рынке представлен широкий выбор периферийного оборудования компьютеров, поддерживающих обмен информацией по протоколу Bluetooth: принтеры, клавиатура, манипуляторы «мышь», акустические системы.

Достаточно распространенной является Bluetooth гарнитура мобильных телефонов «свободные руки».

Так как построение аналитических моделей Bluetooth сетей затруднено ввиду сравнительно высокой сложности технологии, имитационное моделирование является перспективным направлением исследований. Известно применение специализированной моделирующей системы Network Simulation (ns) для исследования режимов энергосбережения Bluetooth [3]. Однако применение специализированных систем моделирования имеет ряд недостатков, основной из которых состоит в сложности интеграции моделей при исследовании гетерогенных сетей. Раскрашенные сети Петри [4, 5] моделирующей системы CPN Tools [6] являются универсальной алгоритмической системой и позволяют моделировать телекоммуникационные устройства и сети [7–12]. Предложенный ранее метод измерительных фрагментов [9, 10] обеспечивает измерение нетривиальных характеристик моделируемого объекта в процессе имитации динамики сети Петри.

Целью настоящей работы является построение типовых моделей ведущего и ведомого Bluetooth устройств в форме раскрашенных сетей Петри, а также оценка эффективности использования адресного пространства протокола.

### ОБЗОР ТЕХНОЛОГИИ BLUETOOTH

В настоящее время объемы продаж Bluetooth оборудования значительно превышают объемы продаж обо-

рудования IEEE 802.11 – известного стандарта беспроводных локальных сетей WLAN (Wireless Local Area Network). Организация IEEE создала специальную группу для разработки стандарта 802.15, во многом основанного на спецификациях Bluetooth, и названного стандартом беспроводных сетей персонального использования WPAN (Wireless Personal Area Networks), также именуемых пиконет.

Разработку и сопровождение стандартов Bluetooth выполняет специальная группа интересов SIG (Special Interest Group), образованная в мае 1998 года такими фирмами, как Intel, 3COM, Ericsson, IBM, Motorola, Nokia, Toshiba. Основные спецификации протокола представлены в документах [1]. Архитектура протокола [2] изображена на рис. 1.

Интерфейс протокола с эфиром представлен уровнем радиочастот RF (Radio Frequency). Номинальная мощность антенны находится в диапазоне 1–100 mW, что обеспечивает радиус действия 10–100 метров. Протокол использует прыгающие частоты в нелицензируемом диапазоне от 2.402 до 2.480 GHz. Всего предусмотрено 79 уровней рабочих частот (каналов) в указанном диапазоне. Уровень радиопередачи Baseband предусматривает случайную последовательность каналов для обеспечения передачи информации и процедуру согласования последовательности. Случайная последовательность смены каналов обеспечивает совместную работу нескольких пикосетей в одном и том же диапазоне частот. Каждая пикосеть образуется одним ведущим устройством (Master) и несколькими ведомыми устройствами (Slave). Пакет передаваемой информации составляется из нескольких слотов (1, 3 или 5); передача слота занимает 625 us, каждый из слотов может передаваться по собственному каналу. Стандартная частота смены каналов 1600 каналов в секунду, что обеспечивает скорости обмена информацией до

721 Kbits/s. Каждое устройство имеет уникальный 48-битовый адрес, совместимый с IEEE 802. Для создания согласованного шаблона смены частот используется глобальный идентификатор пикосети Global ID, который ведущее устройство сообщает всем ведомым. Диаграмма состояний устройств пикосети, предусмотренная LMP (Link Management Protocol), представлена на рис. 2.

Устройство, не присоединенное к пикосети, находится в состоянии Standby. В этом состоянии устройство слушает анонсы существующих пикосетей Inquiry либо запросы на присоединение к пикосети Page. Для подключения к пикосети устройство посылает пакет Page с указанием Global ID. После подключения к пикосети устройству выделяется трехбитовый активный адрес AMA (Active Member Address), который используется при передаче данных. Таким образом, в одной пикосети может быть до восьми одновременно активных устройств. При необходимости обмена с новыми устройствами ведущее устройство посылает пакет Park одному из ведомых устройств, принуждая его вернуть свой AMA в пул и назначает ему восьмибитовый пассивный адрес PMA (Passive MemberAddress). Таким образом, пиконет может содержать до 256 подключенных устройств. Предусмотрено три энергосберегающих состояния: Park, Sniff, Hold. В состоянии Hold устройство не освобождает AMA, в состоянии Sniff устройство может передавать данные через заданный интервал времени. Контроллеры Bluetooth должны поддерживать стандартный интерфейс Host Controller Interface.

В соединенном состоянии Connected в соответствии с L2CAP (Logical Link Control and Adaptation Protocol) предусматриваются два вида пакетов передачи данных: синхронные SCO (Synchronous Connection Oriented) и асинхронные ACL (Asynchronous Connectionless).

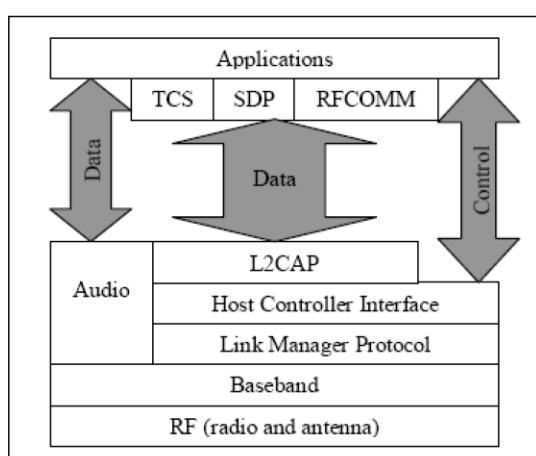


Рисунок 1 – Архитектура протокола Bluetooth

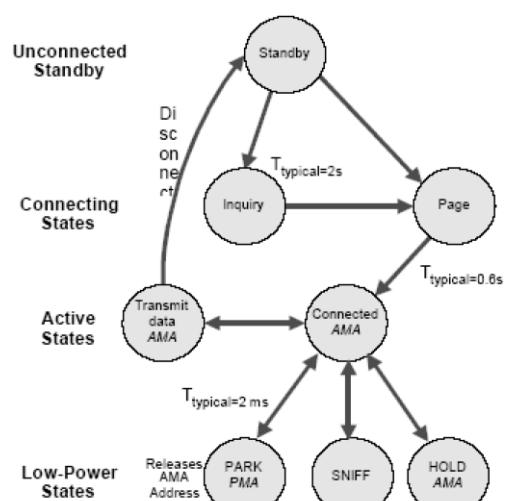


Рисунок 2 – Диаграмма состояний устройств пикосети

SCO пакеты ориентированы на установление соединений и используется для передачи потоковых данных, например, голосовых; ACL пакеты применяются для передачи коротких сообщений. Длястыковки с протоколами прикладного уровня используется ряд вспомогательных протоколов, например, протокол обнаружения сервисов SDP (Service Discovery Protocol), протокол эмуляции последовательного кабеля RFCOMM и другие.

### МОДЕЛЬ ВЕДОМОГО УСТРОЙСТВА

Раскрашенная сеть Петри моделирующей сети CPN Tools [6] представляет собой комбинацию графа сети Петри [4] и языка программирования CPN ML [5], используемого для описания атрибутов элементов сети. Сети Петри, в которых фишка не является элементарной, а может иметь индивидуальные характеристики, традиционно называют раскрашенными. В CPN Tools

фишка является объектом абстрактного типа данных. Кроме того, в качестве атрибутов переходов и дуг сети указывают функции, проверяющие либо преобразующие характеристики фишек.

Модель ведомого Bluetooth устройства представлена на рис. 3. Существенным для понимания организации модели является описание используемых типов, переменных и функций, представленное на рис. 4. Основным типом (colset) фишек в настоящей работе является **pkt**, моделирующий пакеты протокола, передаваемые между ведомым и ведущим устройствами. Заметим, что в модели представлены только заголовки пакетов, содержащие AMA отправителя **srcama**, AMA получателя **dstama**, тип сообщения **mtype** и для некоторых типов сообщений РМА ведомого устройства **pma**. Адреса и тип пакета моделируются целыми числами. Представлены следующие типы пакетов: выделение AMA (**mtype=1**), освобождение AMA (**mtype=2**), передача данных (**mtype=3**).

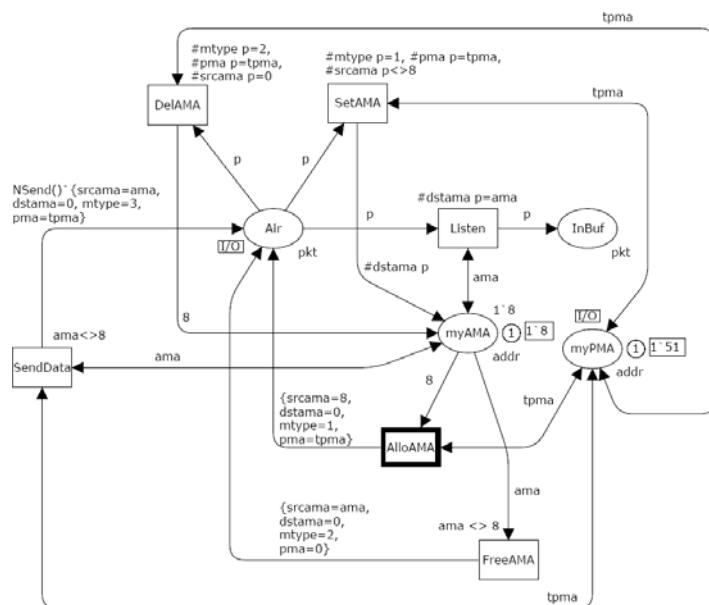


Рисунок 3 – Модель ведомого устройства (slave)

```

colset addr=INT;
colset ptype=INT;
colset pkt = record
srcama:addr*dstama:addr*mtype:ptype*pma:addr;
var p:pkt;
var ama,pma,tpma:addr;
colset amatab=product addr*addr;
var i:INT;
colset npkt=int with 20..30;
fun NSend()=npkt.ran();

```

Рисунок 4 – Описания типов, переменных и функций

Рассмотрим организацию модели. Контактная позиция **myPMA** хранит PMA ведомого устройства. Позиция **myAMA** хранит AMA ведомого устройства; начальная маркировка этой позиции имеет значение 8, моделирующее отсутствие назначенного AMA. Контактная позиция **Air** моделирует эфир, в котором передаются пакеты. Переход **AlloAMA** посыпает запрос на выделение AMA для обмена информацией. Переход **FreeAMA** посыпает запрос на освобождение AMA по завершению обмена информацией. Переход **SendData** моделирует передачу пакетов данных. Заметим, что создается множество пакетов данных, количество которых задано случайной функцией **NSend()**, имеющей равномерное распределение в диапазоне от 20 до 30.

Переход **SetAMA** выполняет назначение AMA ведомого устройства при его получении от ведущего устройства; проверка включает распознавание типа сообщения (#mtype p=1), собственного PMA (#pma p=tptma) и отсутствие назначенного AMA (#srcama p>>8). Переход **DelAMA** моделирует освобождение AMA при получении соответствующего пакета (#mtype p=2). Заметим, что выполняется проверка AMA ведущего устройства (#srcama p=0) и запись специального значения 8, моделирующего отсутствие AMA, в позицию **myAMA**. Переход **Listen** моделирует получение пакетов данных и выполняет их размещение в буфере **InBuf**.

Заметим, что модель ведомого устройства содержит две контактных позиции **Air** и **myPMA**, помеченные тэгом I/O, используемые далее при компоновке моделей пикосетей.

## МОДЕЛЬ ВЕДУЩЕГО УСТРОЙСТВА

Модель ведущего устройства изображена на рис. 5. Ключевым элементом модели является таблица распределения AMA, представленная позицией **TabAMA**. Тип записи таблицы **amatab** сопоставляет каждому допустимому значению AMA ведомого устройства его PMA; свободные AMA помечены специальным значением PMA, равным нулю. Переход **Listen** слушает эфир и отбирает пакеты, отправляемые ведущему устройству (#dstama p=0). Полученные пакеты размещаются во временном буфере **InBuf**, а затем обрабатываются переходами **t1**, **t2**, **t3** в соответствии с типом полученного пакета. При получении запроса на выделение AMA (#mtype p=1) при наличии свободной записи ((ama, 0)) в таблице **TabAMA** выполняется назначение адреса, что отображается в таблице ((ama, #pma p)). Кроме того, формируется пакет ответа ведомому устройству с указанием назначенного AMA ({srcama=0, dstama=ama, mtype=1, pma=(#pma p)}). При получении запроса на освобождение AMA (#mtype p=2) соответствующая запись в таблице **TabAMA** обнуляется и формируется пакет подтверждения освобождения адреса ({srcama=0, dstama=ama, mtype=2, pma=tptma}). Обработка пакетов данных (#mtype p=1) представлена простым подсчетом их общего количества с помощью позиций **C2**.

Заметим, пара позиций **C1** и **C2** используется для накопления статистической информации и выполняет подсчет общего количества полученных пакетов и пакетов данных соответственно. Контактная позиция **Air** служит для обеспечения дальнейшей компоновки моделей пикосетей.

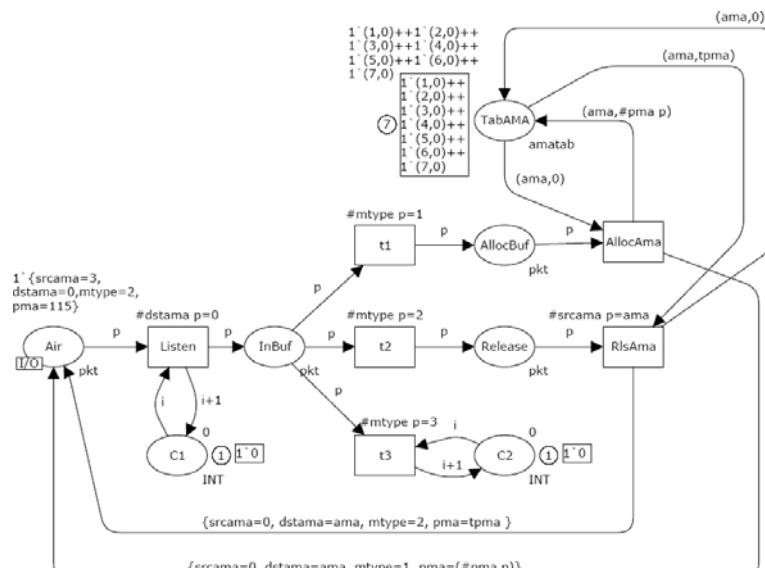


Рисунок 5 – Модель ведущего устройства (master)

## МОДЕЛИ ПИКОСЕТЕЙ

Предложено собирать модели пикосетей из ранее построенных подмоделей ведущего (Master) и ведомых (slave) устройств для заданного конкретного количества ведомых устройств и их адресов PMA. На рис. 6 представлен пример модели пикосети с восьмью ведомыми устройствами. Моделирующая система CPN Tools предоставляет средства построения иерархических моделей путем подстановки переходов. Тэг с наименованием подмодели указывается возле соответствующего перехода. При подстановке перехода выполняется слияние (объединение) соответствующих контактных позиций.

Заметим, что контактная позиция **твРМА** подмоделей ведомых устройств отображается в позиции **pma1–pma8**, задающие конкретные адреса устройств пикосети. Для отладки модели использован режим пошаговой имитации динамики сети Петри моделирующей системы CPN Tools. Выполнена трассировка прохождения всех типов пакетов между парами взаимодействующих устройств. Примеры представления процессов пошаговой имитации для моделей Ethernet рассмотрены в [11, 12].

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АДРЕСНОГО ПРОСТРАНСТВА

Заметим, что, так как целью настоящей работы являлась оценка эффективности использования адресного пространства протокола Bluetooth, применен класс невременных сетей Петри. Применение временных сетей моделирующей системы CPN Tools и измеритель-

ных фрагментов для оценки времени отклика в Ethernet описано в [9, 10].

Напомним, что статистическая информация накапливается в позициях **C1**, **C2** подмодели ведущего устройства (Master). В качестве основной характеристики эффективности использования адресного пространства оценивалась доля полезной информации, передаваемой в сети, представленная величиной  $E=C2/C1$  и названная коэффициентом эффективности обмена информацией. Для измерения среднего значения коэффициента выполнялось не менее двадцати имитационных экспериментов с каждой моделью (рис. 7) с количеством шагов, обеспечивающим достижение стационарного режима [9, 10]. Тенденция снижения коэффициента эффективности с ростом числа ведомых устройств хорошо прослеживается на графике, представленном на рис. 8.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод, что при росте количества подключенных устройств наблюдается общее снижение эффективности информационного обмена и практическое его блокирование при количестве ведомых устройств более 200. Наблюдаемый эффект (по аналогии с терминологией операционных систем) назван пробуксовкой обмена информацией.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе построены типовые модели ведущего и ведомого Bluetooth устройств, предназначенные для оценки эффективности использования адресного пространства протокола. На серии моделей

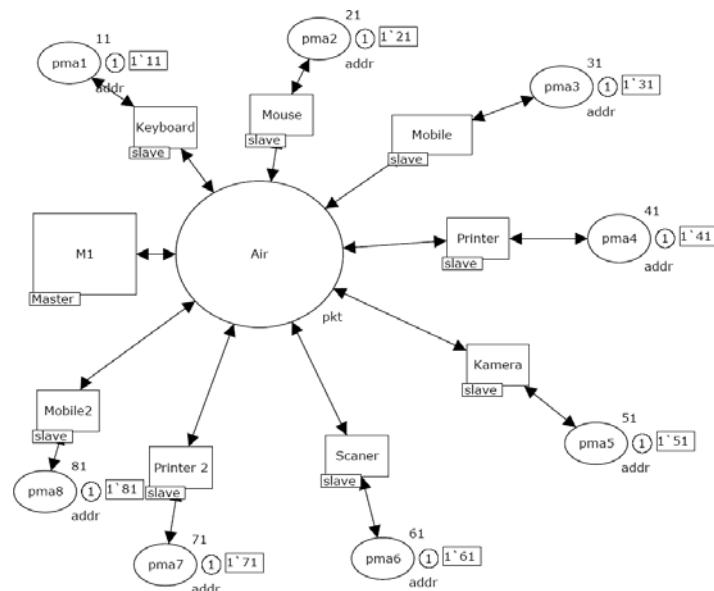


Рисунок 6 – Модель пикосети

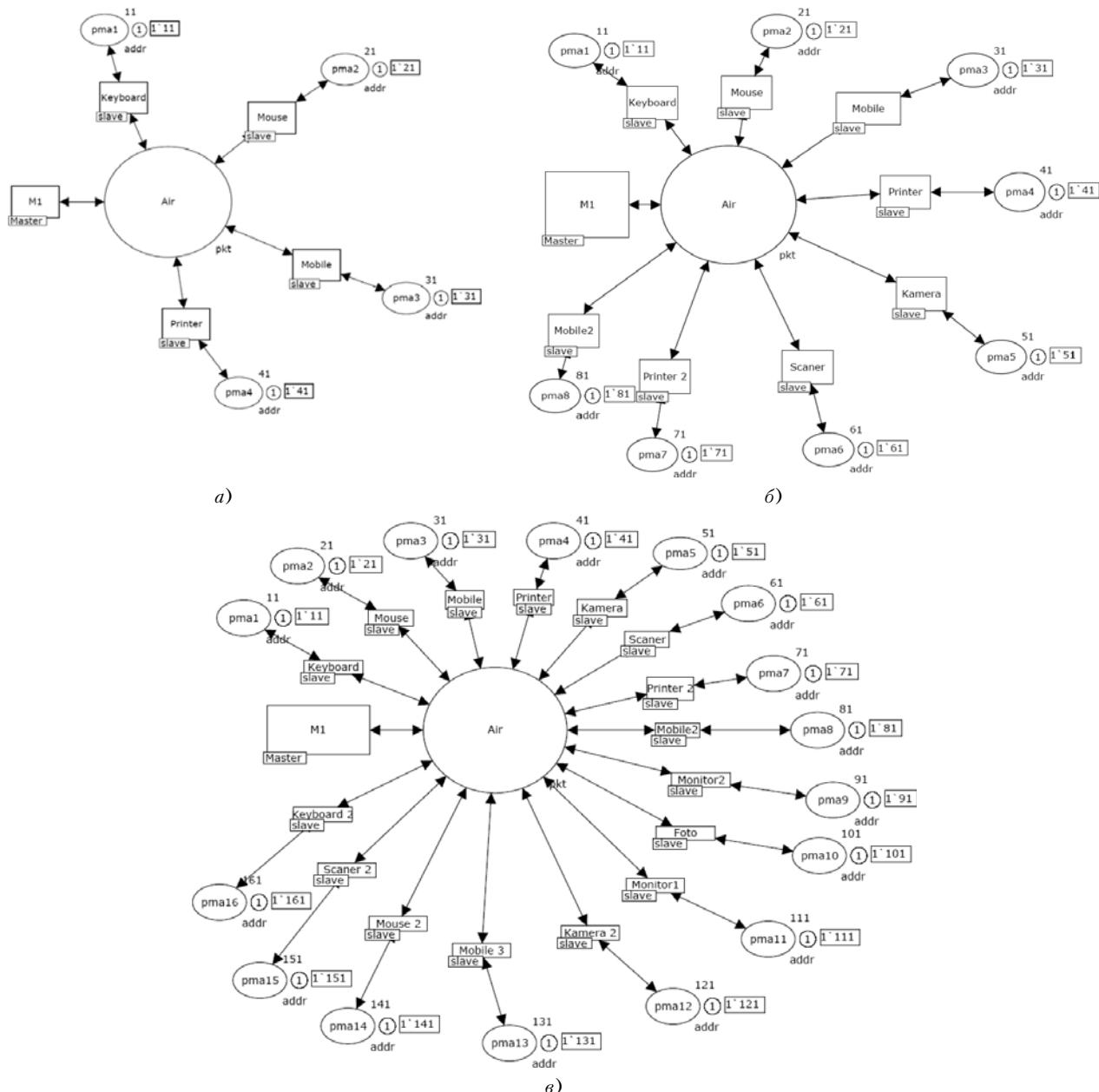


Рисунок 7 – Модели пикостетей с различным количеством ведомых устройств (4, 8, 16)

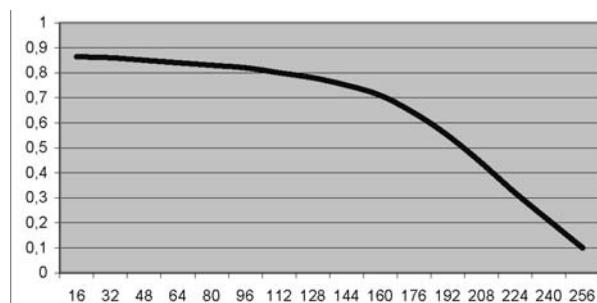


Рисунок 8 – График зависимости коэффициента эффективности от количества ведомых устройств

пикосетей для различного числа ведомых устройств выполнена оценка эффективности использования адресного пространства. Наблюдается общая тенденция снижения эффективности при росте количества ведомых устройств и пробуксовка обмена информацией при количестве ведомых устройств слишком к максимальному. Общий подход к построению моделей может быть использован при исследовании иных аспектов протокола Bluetooth и других протоколов.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Bluetooth Special Interest Group, Specification of the Bluetooth System. November, 2004. – Электрон. дан. – Bluetooth Special Interest Group. – Режим доступа: <http://www.bluetooth.com>, свободный. Загл. с экрана.
2. Kardach J. Bluetooth Architecture Overview. – Mobile Computing Group, Intel Corporation, 2002. – 7 р.
3. Zhang X., Riley G. F. «Bluetooth Simulations for Wireless Sensor Networks using GTNetS», Proceedings of 12th Annual Meeting of the IEEE / ACM International Symposium on Modeling, Analysis, and Simulation of Computer and Telecommunication Systems, October 5–7, 2004, Volendam, Netherlands. – Рр. 375–382.
4. Мурата Т. Сети Петри: Свойства, анализ, приложения // ТИИЭР. – 1989. – Т. 77, № 4. – С. 41–85.
5. Jensen K. Colored Petri Nets – Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use. – Vol. 1–3. – Springer-Verlag, 1997. – 637 р.
6. Beaudouin-Lafon M., Mackay W. E., Jensen M. et al. CPN Tools: A Tool for Editing and Simulating Coloured Petri Nets. LNCS 2031: Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems, 2001, pp. 574–580. – Электрон. дан. – CPN Tools Kit. – Режим доступа: <http://www.daimi.au.dk/CPNTools>, свободный. Загл. с экрана.
7. Zaitsev D. A. Switched LAN simulation by colored Petri nets // Mathematics and Computers in Simulation. – 2004. – Vol. 65, No. 3. – Рр. 245–249.
8. Зайцев Д. А., Шмелева Т. Р. Моделирование коммутируемой локальной сети раскрашенными сетями Петри // Зв'язок. – 2004. – № 2 (46). – С. 56–60.
9. Zaitsev D. A. An Evaluation of Network Response Time using a Coloured Petri Net Model of Switched LAN // Proceedings of Fifth Workshop and Tutorial on Practical Use of Coloured Petri Nets and the CPN Tools, October 8–11, Aarhus, Denmark. – Рр. 157–167.
10. Зайцев Д. А. Измерительные фрагменты в моделях Петри телекоммуникационных сетей // Зв'язок. – 2005. – № 2 (54). – С. 65–71.
11. Зайцев Д. А., Шмелева Т. Р. Параметрическая модель Петри одноуровневой коммутируемой сети // Труды Одесской национальной академии связи им. А. С. Попова. – 2005. – № 1. – С. 33–40.
12. Зайцев Д. А., Шмелева Т. Р. Основы построения параметрических моделей Петри коммутируемых сетей // Моделирование и компьютерная графика: Материалы 1-й международной научно-технической конференции, 4–7 октября 2005, Донецк. – ДонНТУ, 2005. – С. 207–215.

Надійшла 22.12.05

Після доробки 11.03.06

У даній роботі побудовано моделі Петрі ведучого та відомого пристрій, реалізуючих протокол Bluetooth. На прикладі моделей пікомереж з різною кількістю відомих пристрій виконано оцінку ефективності використання адресного простору протоколу. Для побудови та дослідження моделей використана промислова моделююча система CPN Tools. Виявлено можливість пробуксовки обміну інформацією при рості кількості підключених до пікомережі відомих пристрій.

In the present work the Petri net models of master and slave devices implementing protocol Bluetooth were built. On the examples of piconets' models with various number of slave devices the evaluation of address space usage efficiency was implemented. For models' construction and investigation the enterprise-level simulation system CPN Tools was used. It was found the possibility of information exchange slipping with the growth of number of attached to piconet slave devices.

УДК 681.3

М. Б. Ильяшенко

# РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ПРОВЕРКИ ГРАФ-ПОДГРАФ ИЗОМОРФИЗМА

---

В работе представлен алгоритм проверки граф-подграф изоморфизма и его параллельная реализация, разработанные с целью решения задачи на графах большого размера. После детального описания последовательного алгоритма приводится его сравнение с аналогичными алгоритмами других авторов по данным экспериментов на базе графов для оценки производительности алгоритмов установления изоморфности. Для параллельной реализации приводятся оценка эффективности распараллеливания.

## ВВЕДЕНИЕ

Задача граф-подграф изоморфизма – общая форма задач точного сравнения графов. Граф-подграф изоморфизм это обобщение многих важных задач на графах, включая поиск Гамильтоновых путей, клик и периметров графов. Варианты алгоритмов граф-подграф изоморфизма также используются в таких практических задачах, как сравнение молекулярных структур [1], тестирование интегральных схем [2], оптимизации

микроконтроллеров [3], анализе китайской письменности [4], планировании движений роботов [5], семантическом сетевом поиске [6] и распознавании многогранных объектов [7].

Проблема граф-подграф изоморфизма относится к классу NP-трудных [8], при этом в худшем случае затраты времени на сравнение графов растут экспоненциально с ростом размеров графов, что накладывает ограничения на многие области практического применения алгоритма, позволяя обрабатывать лишь небольшие графы (порядка десятков или сотен вершин).

Алгоритмы с низкими вычислительными затратами были предметом исследований в последние три десятилетия. Некоторые из предложенных алгоритмов имеют меньшую вычислительную сложность за счет наложения топологических ограничений на сравниваемые графы (например, планарные графы [9], деревья [10] или графы с ограниченной степенью вершин [11]). Предложены алгоритмы, сводящие проблему граф-подграф изоморфизма к другим задачам, например нахождению наибольшей клики [12].

Среди точных алгоритмов для графов общего вида широко известен алгоритм Улмана [13], основанный на процедуре поиска с возвратом, на базе эффективной функции «заглядывания наперед», уменьшающей пространство поиска. Этот алгоритм пригоден для двух видов морфизмов (изоморфизма и граф-подграф изоморфизма), и, несмотря на достаточный возраст, до сих пор является одним из наиболее широко применяемых алгоритмов для точного сравнения графов [14].

Одними из последних и наиболее эффективных алгоритмов, разработанных для задач изоморфизма и граф-подграф изоморфизма, являются алгоритмы VF и VF2 [15], разработанные Паскалем Фогия. Это точные алгоритмы, основанные, как и алгоритм Улмана, на поиске в пространстве состояний, но в качестве ограничивающего условия используется количество входящих и исходящих дуг, инцидентных уже совмещенным вершинам графов. Этот алгоритм входит в состав библиотеки для работы с графиками LEDA [16].

Целью данной работы была разработка усовершенствованного алгоритма, способного решать задачу граф-подграф изоморфизма для больших графов, порядка тысяч вершин, что позволяет применять графовые методы при решении практических задач. Для этого был усовершенствован алгоритм установления граф-подграф изоморфизма и разработана его параллельная реализация.

## 1 АЛГОРИТМ

Граф-подграф изоморфизм. Пусть даны графы  $G_1 = (V_1, E_1)$  и  $G_2 = (V_2, E_2)$ . Граф  $G_1$  изоморфен подграфу графа  $G_2$  (обозначается, как  $G_1 \cong S_2 \subseteq G_2$ ), если существует подстановка  $\phi: V_2 \rightarrow V_1$ , такая, что

для каждой пары вершин  $v_i, v_j \in V_2$ , если  $(v_i, v_j) \in E_2$ , то  $(\phi(v_i), \phi(v_j)) \in E_1$ .

Алгоритм установления граф-подграф изоморфизма удобно описывать в терминах поиска в пространстве состояний. Каждое состояние  $s$  процесса совмещения вершин соответствует частичной подстановке  $\phi(s)$ , которая содержит лишь часть вершин полной подстановки. Каждому состоянию так же соответствуют подграфы  $G_1(s)$  и  $G_2(s)$ , полученные из вершин графов  $G_1$  и  $G_2$ , вошедших в частичную подстановку  $\phi(s)$ , и ребер, соединяющих эти вершины. В дальнейшем обозначим через  $\phi_1(s)$  и  $\phi_2(s)$  проекции подстановки  $\phi(s)$  на  $V_1$  и  $V_2$ .

Алгоритм состоит из предварительной и основной части. В предварительной части выполняются операции упорядочивания вершин графов и выполнения однократных, по ходу алгоритма, операций, призванных сократить область поиска основной, переборной части алгоритма.

### 1.1 Предварительная часть алгоритма

Основные действия, выполняемые в предварительной части алгоритма – сортировка вершин графов и формирование матрицы возможных совмещений.

Матрица возможных совмещений  $M_{i,j}$  – это бинарная таблица размером  $|V_1| \times |V_2|$ . Каждому элементу таблицы соответствует пара вершин исходных графов  $V_{1,i}$  и  $V_{2,j}$ . Значения матрицы формируются следующим образом:

$M_{i,j} = 0$ , если на основании предварительных проверок вершины  $V_{1,i}$  и  $V_{2,j}$  совместить нельзя;

$M_{i,j} = 1$  в противном случае.

Смысл матрицы возможных совмещений в том, чтобы выполнить однократно в рамках предварительной части алгоритма все проверки, не основанные на информации, полученной в процессе совмещения вершин, тем самым, ускорить обработку соответствующих ограничений, сведя ее к одной операции сравнения.

В программе реализованы следующие предварительные проверки:

1.  $M_{i,j} = 0$ , если  $|V_{1,i}| < |V_{2,j}|$ , где  $|V_{X,Y}|$  – степень вершины  $Y$  графа  $X$ .

2.  $M_{i,j} = 0$ , если  $|V_{1,i}^{in}| < |V_{2,j}^{in}|$ , где  $|V_{X,Y}^{in}|$  – число входящих ребер вершины  $Y$  графа  $X$ .

3.  $M_{i,j} = 0$ , если  $|V_{1,i}^{out}| < |V_{2,j}^{out}|$ , где  $|V_{X,Y}^{out}|$  – число исходящих ребер вершины  $Y$  графа  $X$ .

4.  $M_{i,j} = 0$ , если  $|W_{1,i}^{vertex}| < |W_{2,j}^{vertex}|$ , где  $|W_{X,Y}^{vertex}|$  – число вершин в волновом разложении графа  $X$  начиная с вершины  $Y$ .

5.  $M_{i,j} = 0$ , если  $\sum_{l=1}^k |W_{1,i,l}^{vertex}| < \sum_{l=1}^k |W_{2,j,l}^{vertex}|$ ,  $k = 1..|W_{2,j}^{vertex}|$ , где  $|W_{X,Y,l}^{vertex}|$  – число вершин в  $l$ -й волне волнового разложения графа  $X$  начиная с вершины  $Y$ .

6.  $M_{i,j} = 0$ , если  $|W_{1,i}^{ribes}| < |W_{2,j}^{ribes}|$ , где  $|W_{X,Y}^{ribes}|$  – число ребер в волновом разложении графа  $X$  начиная с вершины  $Y$ .
7.  $M_{i,j} = 0$ , если  $\sum_{l=1}^k |W_{1,i,l}^{ribes}| < \sum_{l=1}^k |W_{2,j,l}^{ribes}|$ ,  $k = 1..|W_{2,j}^{ribes}|$ , где  $|W_{X,Y}^{ribes}|$  – число ребер в 1-й волне волнового разложения графа  $X$  начиная с вершины  $Y$ .

Возможно использование и других критериев для оценки возможности совмещения вершин графов. Метод разработки таких критериев основан на волновом разложении графов, начиная с заданной вершины [17]. По мере распространения волны получаются подграфы окружения вершин. Сравнивая параметры соответствующих подграфов окружения вершин графов, которые предполагается совмещать, делается вывод о потенциальной возможности или принципиальной невозможности такого совмещения. В приведенных критериях для этого использовались сумма вершин и ребер в подграфах окружения сравниваемых вершин для всех этапов распространения волны.

Сортировка вершин графов производится с целью ускорения нахождения изоморфной подстановки, в случае, если такая подстановка существует. В переборной части алгоритма переставляются только вершины большего графа, в то время, как порядок вершин меньшего графа не меняется. Порядок следования вершин меньшего графа определяется в предварительной части алгоритма.

Пусть  $T_{2,i}$  – количество ребер инцидентных вершинам с меньшими номерами и  $P_{2,i} = \sum_{j=1}^{|V_i|} M_{j,i}$  – суммарное количество вариантов совмещения вершины  $i$  графа  $G_2$  с вершинами графа  $G_1$ . Тогда порядок сортировки вершин графа  $G_2$  следующий:  $V_{2,i} = V_{2,k}$ , где  $T_{2,k} = \min_{j=i+1}^{|V_2|} (T_{2,j})$ .

Если  $T_{2,i} = T_{2,j}$ , то  $V_{2,i} = V_{2,k}$ , где  $P_{2,k} = \min(P_{2,i}, P_{2,j})$ . Т. е. вершины графа  $G_2$  сортируются в порядке убывания количества связей с вершинами имеющими меньшие номера, или в порядке убывания количества вариантов совмещения вершин, если количество связей одинаково. Такой порядок следования вершин обусловлен тем, что чем больше связей, с уже совмещенными имеет вершина, тем жестче будет ограничивающее условие, включающее эту вершину, и, соответственно, меньше общее количество совмещений, которые необходимо перебрать.

## 1.2 Основная часть алгоритма

Основная часть алгоритма представляет собой последовательное наложение вершин с возвратом, описы-

вать которое удобно в терминах метода поиска в пространстве состояний.

Вершины графа  $G_2$  остаются нетронутыми и каждой из них ставиться в соответствие одна из вершин графа  $G_1$ . При этом проверяется допустимость такого совмещения. Если удается найти соответствие всем вершинам графа  $G_2$ , при этом выполнено условие граф-подграф изоморфизма, то найденное состояние возвращается как искомая подстановка.

Пусть  $T_{1,i}$  – количество связей вершины  $i$  графа  $G_1$  с вершинами  $V_{1,i} \in \Phi_1(s)$ , а  $T_{2,i}$  – количество связей вершины  $i$  графа  $G_2$ , с вершинами  $V_{2,j} \in \Phi_2(s)$ .

Начальному состоянию  $\Phi(s)_0 = 0$  соответствует состояние, при котором не совмещено еще ни одной пары вершин.

Для получения  $i$ -го состояния для вершины  $V_{2,i}$  ищется соответствие среди вершин  $V_{1,j}$ , таких что:

1.  $M_{i,j} = 1$ , т. е. вершины совместимы на основании предварительных проверок.

2.  $T_{1,i} \geq T_{2,j}$ .

3. Для  $k = 1..i$ , если  $(v_i, v_k) \in E_1$ , то  $(\phi(v_1), \phi(v_k)) \in E_2$ .

Если выполнены все три условия, из которых 3-е является прямым следствием определения граф-подграф изоморфизма, то соответствующая пара вершин входит в частичную подстановку и формируется новое состояние  $\Phi(s)_i$ .

Перебор состояний производится методом поиска в глубину.

## 2 БАЗА ГРАФОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПРОВЕРКИ НА ИЗОМОРФНОСТЬ

Для сравнения производительности алгоритмов проверки на изоморфность, установления граф-подграф изоморфизма и нахождения наибольшего общего подграфа, была предложена эталонная база графов [18].

В состав базы вошли наборы графов, приведенные в таблице 1.

Наборы для различных размеров подграфов (20 %, 40 % и 60 % от большего) одинаковы. В таблице приведен состав одного такого набора.

Для сравнения использовались алгоритмы:

– ULL – алгоритм Уламана [13];

– VF и VF2 – алгоритмы Паскаля Фогия [15].

Результаты исследования показали, что разработанный алгоритм имеет наибольшую, среди сравниваемых, производительность для графов, не обладающих специальными свойствами и нерегулярных 2D сетей. На наборах специальных графов разработанный алгоритм имел производительность либо наибольшую, либо сравнимую с наиболее быстрым из аналогов. Поскольку использованный для сравнения алгоритм VF2

Таблица 1 – Состав набора графов эталонной базы графов

Тип графов	Количество пар	Параметры	Размеры (вершин)
Случайно сгенерированные графы (3000)	1000	$\eta = 0,01$	20–1000
	1000	$\eta = 0,005$	20–1000
	1000	$\eta = 0,001$	20–1000
Регулярные сети	1000	2D сеть	16–1024
	800	3D сеть	27–1000
	500	4D сеть	16–1296
Нерегулярные сети	3000	Нерегулярные 2D сети $\rho = \{0,2, 0,4, 0,6\}$	16–1024
	2400	нерегулярные 3D сети $\rho = \{0,2, 0,4, 0,6\}$	27–1000
	1500	Нерегулярные 4D сети $\rho = \{0,2, 0,4, 0,6\}$	16–1296
Регулярные графы с ограниченной степенью вершин	1000	степень = 3	20–1000
	1000	степень = 6	20–1000
	1000	степень = 9	20–1000
Нерегулярные графы с ограниченной степенью вершин	1000	степень = 3, $\alpha = 0,1$	20–1000
	1000	степень = 6, $\alpha = 0,1$	20–1000
	1000	степень = 9, $\alpha = 0,1$	20–1000
Итого	18200		

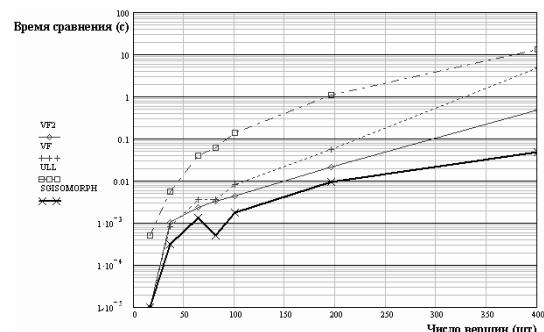


Рисунок 2 – Нерегулярные 2D сети

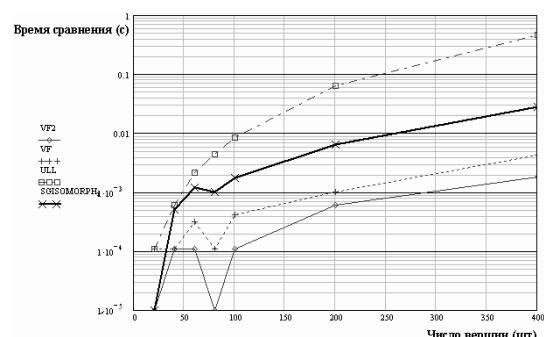


Рисунок 3 – Регулярные графы с ограниченной степенью вершин

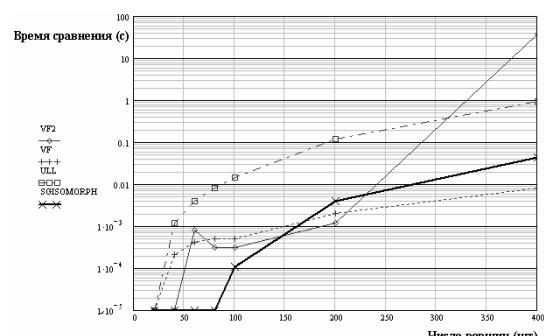


Рисунок 4 – Нерегулярные графы с ограниченной степенью вершин

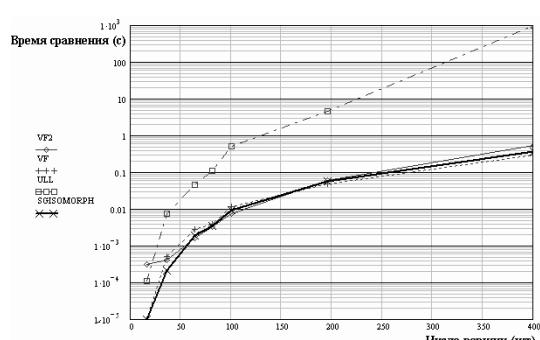


Рисунок 1 – Регулярные 2D сети

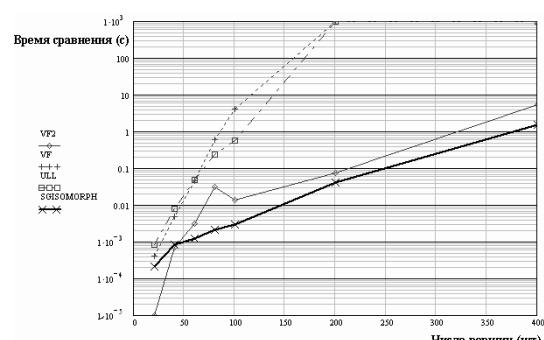


Рисунок 5 – Случайно сгенерированные графы

является наиболее быстрым из точных переборных алгоритмов установления граф-подграф изоморфизма для графов общего вида, следовательно, для не регулярных 2D сетей, а также графов, не обладающих специальными свойствами, разработанный алгоритм является наиболее быстрым среди точных переборных алгоритмов.

Характерные результаты для каждого класса графов эталонной базы приведены на рисунках 1–5.

### 3 ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ УСТАНОВЛЕНИЯ ГРАФ-ПОДГРАФ ИЗОМОРФИЗМА

С целью дальнейшего повышения производительности алгоритма при обработке больших графов, была разработана параллельная реализация изложенного алгоритма средствами MPI [19].

Для параллельного алгоритма, исходная задача разбивается на множество более мелких подзадач. Каждой из таких подзадач является поиск полной подстановки  $\varphi(s)$ , начиная с некоторой частичной подстановки  $\varphi(s)_i$ , получаемой в качестве исходного состояния процессом.

В программе выделяются два типа процессов:

1. Корневой процесс, который генерирует частичные начальные подстановки и рассыпает их для дальнейшей обработки дочерним процессом.

2. Дочерние процессы, которые получают от корневого частичные подстановки, в качестве начального состояния, и продолжают их обработку, согласно изложенному выше алгоритму поиска в пространстве состояний.

Корневой процесс последовательно перебирает состояния, с числом совмещенных вершин не более некоторого параметра  $d$  – глубины последовательного просмотра. В зависимости от количества вершин в совмещаемых графах и количества используемых дочерних процессов, этот параметр может варьироваться, с целью получения количества частичных совмещений в несколько раз превосходящее число используемых дочерних процессов.

Обработка различных частичных совмещений может занять различное время в зависимости от числа порождаемых состояний, которое невозможно точно оценить заранее. Поэтому возможен дисбаланс в нагрузке на дочерние процессы. Этот дисбаланс преодолевается тем, что корневой процесс генерирует в несколько раз больше начальных состояний, чем число дочерних процессов и рассыпает новые состояния не равномерно, а по мере освобождения дочерних процессов.

Результаты численного эксперимента, приведенные на рис. 6, 7, показали, что чем больше глубина последовательного просмотра пространства состояний, тем



Рисунок 6 – Количество порождаемых состояний для  $d = 1$

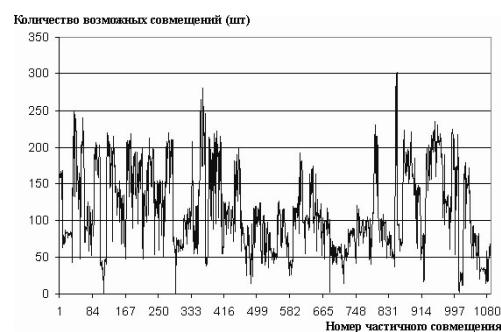


Рисунок 7 – Количество порождаемых состояний для  $d = 2$

более равномерно распределение числа порождаемых состояний для каждого частичного совмещения.

В случае глубины последовательного просмотра  $d = 1$ , максимальное число порождаемых состояний 1251, для  $d = 2$ , максимальное число порождаемых состояний 302. Чем равномернее распределение количества порождаемых состояний, тем более сбалансированным будет параллельный алгоритм. Однако это приводит к увеличению длительности последовательной части программы и объема трафика в сети.

При достаточно большом числе пересыпаемых состояний, заметными становятся накладные расходы, связанные с задержками сети. Для преодоления этого эффекта, каждый из дочерних процессов имеет очередь для входящих состояний, подлежащих обработке, которая пополняется асинхронными пересылками, не задерживающими дочерний алгоритм при приеме данных. Корневой процесс постоянно контролирует загруженность очередей дочерних процессов и досыпает состояния для обработки по мере необходимости. Параметр  $q$  определяет длину очереди у дочерних процессов.

Для исследования параллельного алгоритма использовались пары графов из состава эталонной базы, для сравнения которых потребовалось более 10 секунд машинного времени. Результаты исследования характе-

ристик параллельного алгоритма приведены в таблице 2.

Интерес представляет значение эффективности 1,09 для 3 процессоров. Значение больше 1 объясняется тем, что при последовательном переборе состояний вначале анализируются несколько частичных состояний, не приводящих к решению, но на это затрачивается время. А при параллельном вычислении одновременно начинают просчитываться и первые, не приводящие к решению, состояния и очередное, приводящее к решению. Эффективность выше 1 объясняется тем, что время, затраченное на обработку состояния приводящего к решению, меньше среднего времени на обработку одного состояния. Поскольку при нахождении решения программа сразу же прерывает свою работу, то ее эффективность оказывается выше 1.

*Таблица 2 – Результаты исследования характеристик параллельного алгоритма (усредненные данные на основе сравнения 37 пар графов; параметры алгоритма  $d = 2$ ,  $q = 1$ )*

Число процессоров	Время работы (сек)	Ускорение	Эффективность
1 (последовательный)	1080,31	–	–
3	328,23	3,29	1,09
7	228,04	4,73	0,67
11	182,69	5,91	0,54
15	172,90	6,24	0,42
19	159,75	6,76	0,36

Падение эффективности алгоритма с ростом числа процессоров участвующих в вычислениях связано с неравномерным распределением количества порождаемых состояний для различных генерируемых начальных состояний. При большом количестве дочерних процессов не хватает быстро обрабатываемых состояний для полноценной загрузки свободных процессоров, в то время как несколько процессоров системы остаются загруженными.

## ВЫВОДЫ

В работе представлен новый алгоритм установления граф-подграфа изоморфизма, основанный на использовании матрицы возможных совмещений и более жесткого ограничивающего условия переборной части. Предложен подход к формированию дополнительных проверок для матрицы возможных совмещений на основании волнового разложения графов.

Произведено сравнение разработанного алгоритма с аналогами, результаты которого показали, что это наиболее быстрый среди точных переборных алгоритмов для графов без специальных характеристик и нерегулярных 2D сетей.

Представлена параллельная реализация алгоритма и приведено исследование характеристик параллельного алгоритма.

Дальнейшие усилия будут приложены к преодолению дисбаланса при росте числа процессоров для параллельного алгоритма, разработке новых ограничивающих условий, как для матрицы возможных совмещений, так и для переборной части алгоритма. Построение на основе представленного алгоритма установления граф-подграфа изоморфизма, алгоритма нахождения наибольшего общего подграфа.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- P. J. Artymiuk, P. A. Bath, H. M. Grindley, C. A. Pepperrell, A. R. Poirrette, D. W. Rice, D. A. Thorner, D. J. Wild, P. Willett, F. H. Allen, and R. Taylor. Similarity searching in databases of three-dimensional molecules and macromolecules // *J. Chemical Information and Computer Sciences*. – 1992. – No. 32. – P. 617–630.
- D. Brown and P. R. Thomas. Goal-oriented subgraph isomorphism technique for IC device recognition // *IEE Proceedings I (Solid-State and Electron Devices)*. – 1988. – No. 135. – P. 141–150.
- Guha. Optimizing codes for concurrent fault detection in microprogrammed controllers // *Proc. IEEE Intl. Conf. Computer Design: VLSI in Computers and Processors (ICCD '87)*. – 1987. – P. 486–489.
- Dong Hong, Wu Youshou, and Ding Xiaoqiang. An ARG representation for Chinese characters and a radical extraction based on the representation // *9th IEEE Intl. Conf. Pattern Recognition*. – 1988. – No. 2. – P. 920–922.
- S. Y. T. Lang and A. K. C. Wong. A sensor model registration technique for mobile robot localization // *Proc. 1991 IEEE Intl. Symp. Intelligent Control*. – 1991. – P. 298–305.
- R. Levinson. Pattern associativity and the retrieval of semantic networks // *Computers & Mathematics with Applications*. – 1992. – No. 23. – P. 573–600.
- T. Stahs and F. Wahl. Recognition of polyhedral objects under perspective views // *Computers and Artificial Intelligence*. – 1992. – No. 11. – P. 155–172.
- M. R. Garey and D. S. Johnson. Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness. – W. H. Freeman, 1979. – 251 p.
- Eppstein. Subgraph isomorphism in planar graphs and related problems // *Proceedings of the 6th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, San Francisco, California. 1995. – P. 632–640.
- W. Yang. Identifying syntactic differences between two programs // *Software—Practice and Experience*. – 1991. – No. 21(7). – P. 739–755.
- Messmer B. T. and Bunke H. Subgraph Isomorphism in Polynomial Time. [Электронный ресурс] / Institute of Computer Science and Applied Mathematics; Faculty of Science, University of Bern. – Электрон. дан. – Режим доступа: <http://www.iam.unibe.ch/publikationen/tech-reports/1995/iam-95-003> свободный. – Загл. с экрана. – Яз. англ.
- Chao-Wen Kevin Chen, David Y. Y. Yun. Unifying Graph Matching Problems with a Practical Solution. [Электронный ресурс] / Scientific Literature Digital Library; Hosted by Penn State's School of Information Sciences and Technology. – Электрон. дан. – Режим доступа: <http://citeseer.ist.psu.edu/chen98unifying.html>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. англ.
- J. R. Ullmann. An Algorithm for Subgraph Isomorphism // *Journal of the Association for Computing Machinery*. – 1976. – N 23. – P. 31–42.
- T. Messmer. Efficient Graph Matching Algorithms for Preprocessed Model Graphs. Ph. D. Thesis, Inst. of Comp. Sci. and Applied Mathematics, University of Bern. – 1996. – 272 p.
- P. Foggia, C. Sansone, M. Vento. An Improved Algorithm for Matching Large Graphs [Электронный ресурс] / Site

- Manager: Prof. M. Vento. – Электрон. дан. – The Laboratory of Intelligent Systems and Artificial Vision (S. I. V. A.). – Режим доступа: <http://amalfi.dis.unina.it/graph/db/papers/vf-algorithm.pdf> свободный. – Загл. с экрана. – Яз. англ.
16. Mehlhorn, K., and Naher, S. LEDA: A platform for combinatorial and geometric computing // Comm. of the ACM 38. – 1995. – N 1. – P. 96–102.
17. Пинчук В. П. Основанная на волновом разложении система инвариантов для простых графов и алгоритм распознавания изоморфности. – Киев, 1995. – Деп. в ГНТБ Украины 10. 05. 95, N 1002 – Ук95.
18. P. Foggia, C. Sansone, M. Vento. A Database of Graphs for Isomorphism and Sub-Graph Isomorphism Benchmarking [Электронный ресурс] / Site Manager: Prof. M. Vento. – Электрон. дан. – The Laboratory of Intelligent Systems and Artificial Vision (S. I. V. A.). – Режим доступа: <http://amalfi.dis.unina.it/graph/db/papers/database.pdf> свободный. – Загл. с экрана. – Яз. англ.
19. M. Snir, S. Otto, S. Huss-Lederman, D. W. Walker and J. Dongarra. MPI: The complete reference [Электронный ресурс] / Netlib Repository at UTK and ORNL; Netlib Maintainers netlib\_maintainers@netlib.org. – Электрон. дан. – Режим доступа: <http://www.netlib.org/utk/papers/mpi-book/mpi-book.html>, свободный. – Загл. с экрана.

Надійшла 22.02.06  
Після доробки 3.04.06

В роботі представлено алгоритм перевірки граф-подграф ізоморфізма та його паралельна реалізація, розроблені із метою вирішення задач на графах великого розміру. Після детального опису послідовного алгоритму находитьться його порівняння із аналогічними алгоритмами інших авторів за даними випробувань на базі графів для оцінки швидкості алгоритмів встановлення ізоморфності. Для паралельної реалізації наводиться оцінка ефективності розпаралелювання.

This paper presents an algorithm for testing graph-subgraph isomorphism and it's parallel realization, developed with a goal to solve this problem on large size graphs. After detailed description of sequential algorithm, there is a comparison of invented algorithm with analogs of other authors, based on experiments on graphs from database for productivity comparison of graph isomorphism algorithms. Evaluation for effectiveness of parallel algorithm also presents.

УДК 519.6

И. В. Козин

## ФРАГМЕНТАРНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ СИММЕТРИЧНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ

В работе рассматривается задача размещения в прямоугольнике прямоугольных блоков заданных размеров. В качестве критерия качества решения берется критерий симметрии определенного вида. Получен фрагментарный алгоритм поиска симметричных размещений. Описана информационная система для решения задачи симметричного размещения блоков, которая может применяться при подготовке рекламных изданий.

### ВВЕДЕНИЕ

Задача, которая рассматривается в настоящей работе, является особым случаем задачи прямоугольного раскроя. Обычно в задачах раскроя в качестве критерия качества раскроя [1] выбирается критерий минимума отходов. В настоящей работе рассматривается критерий, который является трудноформализуемым – критерий симметричного размещения. Проблема принятия решений в такой задаче является, по сути, проблемой искусственного интеллекта и должна решаться путем использования накапливаемых баз знаний. Эта проблема оказывается настолько неформальной, настолько сложной для алгоритмического подхода, что единственным звеном системы, которое может поставить точку при принятии решений остается человек – лицо принимающее решение (ЛПР). С другой стороны

при подготовке решения необходимо обработать такие объемы информации, с которым не под силу справится не только человеку, но и сложным компьютерным системам. Если в системе принятия решений присутствует человек, то это налагает определенные требования на процессы, протекающие на всех уровнях решения задачи. Соответственно и алгоритмы, которые применяются для отыскания оптимальных решений или поиска альтернативных вариантов в таких системах должны обладать рядом свойств, позволяющих с одной стороны максимально автоматизировать процесс принятия решения, с другой дать возможность человеку вмешиваться в процесс принятия решения практически на каждом этапе, конкретизируя понятие оптимума и отсекая посторонние альтернативы.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача, формулируется следующим образом: на прямоугольном листе разместить заданный набор прямоугольных блоков наиболее симметричным образом. Примеры симметричных размещений блоков изображены на рис. 1, 2.

Разумеется, решение задачи симметричного размещения может быть лишь приближенным. Поэтому

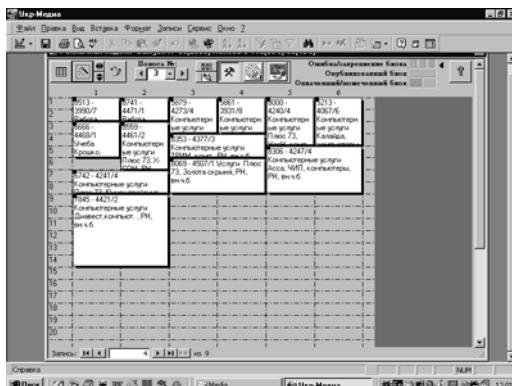


Рисунок 1 – Верхнетреугольное размещение

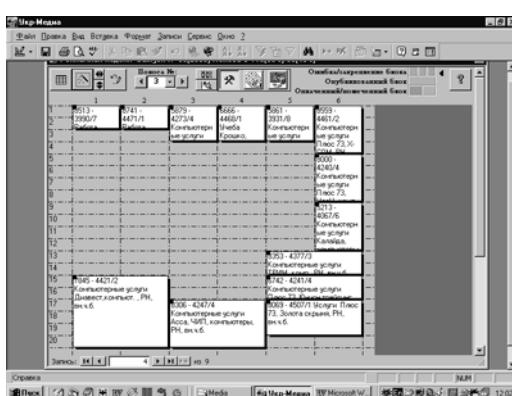


Рисунок 2 – Периметрическое размещение

в первую очередь необходимо определить критерии качества решения. Без формального критерия качества автоматизация процесса размещения будет просто невозможна.

Вторая проблема – сам алгоритм размещения, который давал бы симметричные решения. К числу основных требований к алгоритму такого типа относятся:

а) небольшое число шагов алгоритма с возможностью коррекции процесса поиска решения на каждом шаге;

б) высокая скорость выполнения алгоритма. Низкие скорости для диалога «Человек-машина» неприемлемы, так как при большом времени ожидания отклика меняются целевые установки исполнителя, и критерий быстроты выполнения расчета может приобрести ключевую роль в ущерб другим критериям качества;

в) возможность проигрывания различных вариантов расчета. На любом шаге могут измениться как первоначальная система ограничений, так и целевая функция ЛПР. Поэтому необходимо предусмотреть возможность перехода, как на предыдущие шаги расчета,

так и на новые правила поиска решения, начиная с текущего шага.

Эффективными алгоритмами такого класса являются «жадные» алгоритмы (Greedy algorithms) [2, 3] и построенные на их основе фрагментарные алгоритмы, которые за малое число шагов приводят к квазиподходящему решению оптимизационных задач.

## 2 ГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ РЕШЕТКИ

Прямоугольную решетку будем рассматривать как граф  $P = (V, E)$  определенного типа. Каждой ячейке решетки соответствует вершина графа – элемент множества  $V$ . Две вершины графа соединены ребром (пара вершин принадлежит множеству  $E$ ) в том и только в том случае, когда соответствующие им ячейки решетки имеют общую сторону (рис. 3).

Напомним, что изоморфизмом графа называется такое взаимно однозначное отображение его вершин, при котором сохраняется отношение смежности вершин. Полную группу преобразований решетки определим как группу  $\Gamma$  изоморфизмов ее графа. Нейтральным (единичным) элементом этой группы служит тождественный изоморфизм  $id(x) = x \forall x \in V$ . Подмножество преобразований, замкнутое относительно операции суперпозиции и операции обратного преобразования – подгруппа группы  $\Gamma$ . Такую подгруппу будем называть группой преобразований.

Пусть  $G$  – произвольная группа преобразований решетки. Определим действия элемента  $g \in G$  на элемент  $x \in V$  следующим образом:  $g \cdot x = g(x)$ .

По аналогии определим действие элемента  $g \in G$  на подмножество  $A \subseteq V$ , а именно:

$$g \cdot A = \{y | y = g(x), x \in A\}.$$

Для каждого элемента  $x \in V$  определено множество  $O_x = \{y | y = g \cdot x, g \in G\}$ . Это множество называется орбитой элемента  $x$  при действии группы  $G$ . Очевидно, орбиты любых двух элементов множества  $V$  либо

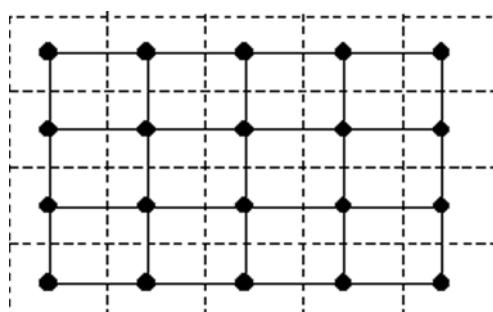


Рисунок 3 – Граф решетки

не пересекаются, либо совпадают. Таким образом, все множество  $V$  оказывается разбитым на классы попарно непересекающихся между собой орбит.

Множество  $A \subseteq V$  называется инвариантным или  $G$ -симметричным относительно действия группы преобразований  $G$  (или  $G$ -инвариантным), если  $\forall x \in A$  и  $\forall g \in G$ ,  $g \cdot x \in A$ . Другими словами, множество  $A$  инвариантно относительно действия группы  $G$ , если орбита любого элемента этого множества при действии группы  $G$  является подмножеством множества  $A$ , или  $\forall g \in G$ ,  $g \cdot A = A$ .

Множество  $A \subseteq V$  называется  $G$ -асимметричным относительно действия группы преобразований  $G$ , если  $\forall x \in A$  и  $\forall g \in G$ ,  $g \cdot x \notin A$ . Другими словами, множество  $A$  является  $G$ -ассиметричным, в том и только в том случае, когда  $\forall g \in G$ ,  $g \cdot A \cap A = \emptyset$ .

**Определение.** Мерой симметрии непустого подмножества  $A \subseteq V$  называется число  $\mu_G(A)$ , которое определяется формулой:

$$\mu_G(A) = \frac{|A|}{\left| \bigcup_{g \in G} g \cdot A \right|}.$$

Здесь  $|X|$  – число элементов во множестве  $X$ . Из (1) вытекает, что  $\forall A \subseteq V$   $0 \leq \mu_G(A) \leq 1$ . Причем для  $G$ -симметричного множества  $A$  его мера симметрии  $\mu_G(A) = 1$ .

Теперь верхнетреугольное размещение (рис. 1) можно определить, как подмножество  $A \subseteq V$ , асимметричное относительно группы преобразования – порожденной диагональным отражением решетки (диагональ, соединяющая левый нижний с правым верхним углом). Периметрическое размещение – подмножество инвариантное относительно группы всех осевых отражений решетки. То есть, каждое размещение может теперь характеризоваться его мерой симметрии относительно действия определенной группы преобразований.

### 3 ФРАГМЕНТАРНЫЕ АЛГОРИТМЫ

В ряде систем поддержки принятия решений (в частности, [4–6]) удалось построить эффективные эвристические алгоритмы, которые удовлетворяют практически всем требованиям, перечисленным в предыдущем выше.

Общая схема построения таких алгоритмов следующая:

а) Определяется множество фрагментов решений  $\{f\}$  и внешняя операция  $\oplus$  соединения фрагментов (соединение фрагментов, как правило, фрагментом не является). Каждое допустимое решение задачи состоит из конечного числа фрагментов из заданного множества фрагментов, соединенных путем внешней операции.

б) Задается ряд отношений линейного порядка  $\{\preceq\}$  на множестве фрагментов и эффективная процедура упорядочения фрагментов, которая позволяет получать производить упорядочение фрагментов по разным порядкам в соответствии с выбранными правилами.

в) Задаются условия присоединения фрагмента, которые могут быть как детерминированными, так и динамическими, меняющимися на каждом шаге. Для уже выбранного подмножества фрагментов задается эффективная процедура проверки возможности присоединения фрагмента, не принадлежащего выбранному подмножеству.

Алгоритмы, которые строятся по указанной выше схеме, будем называть фрагментарными.

Каждый шаг фрагментарного алгоритма состоит в следующем: выбирается отношение порядка из заданного множества отношений. Просматриваются все еще не выбранные фрагменты, упорядоченные по выбранному отношению порядка. Выбирается первый из фрагментов, который удовлетворяет условиям присоединения и добавляется к множеству. Условие остановки алгоритма – не удалось найти очередной фрагмент.

С фрагментарного алгоритма снято основное требование – условие оптимальности. Определение понятия оптимальности переносится на ЛПР (лицо принимающее решение). Причем это условие может меняться на отдельных этапах работы алгоритма в зависимости от построенного множества фрагментов.

Оценим сложность фрагментарного алгоритма. Пусть общее число фрагментов, которые используются при отыскании решения задачи  $N$ . Обозначим верхнюю оценку трудоемкость проверки условия присоединения на каждом шаге –  $m$ , а  $n$  – верхняя оценка числа фрагментов, составляющих решение задачи. Тогда трудоемкость фрагментарного алгоритма оценивается числом  $N \cdot L n N \cdot m \cdot n$ .

### 4 ФРАГМЕНТАРНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ

Перейдем теперь к задаче размещения прямоугольных блоков. Для этой задачи имеется естественная фрагментация. Фрагментом решения является размещение одного прямоугольного блока. В качестве порядка на множестве фрагментов рассматривались следующие правила упорядочивания:

- а) по возрастанию (убыванию) площади блоков;
- б) по возрастанию (убыванию) периметров блоков;
- в) по возрастанию (убыванию) ширины блоков;
- г) по возрастанию (убыванию) высоты блоков.

Для конкретной реализации алгоритмов размещения предлагались и другие правила, связанные с особенностями прикладной задачи.

Условием присоединения блока к уже имеющемуся набору фрагментов следующие: а) отсутствие пересечений

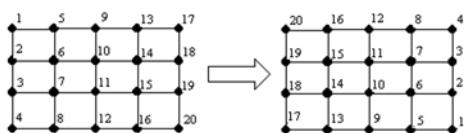


Рисунок 4 – Образующая группы центральной симметрии

с любым из уже выбранных фрагментов; б) максимум (или минимум) меры симметрии относительно выбранной группы преобразований. Дополнительным условием может быть условие общей границы хотя бы с одним из уже существующих блоков.

Группы преобразований решетки, которые могут быть применены в этой задаче:

- группа  $G_1$  – группа осевой симметрии относительно вертикальной оси;
- группа  $G_2$  – группа осевой симметрии относительно горизонтальной оси;
- группа  $G_3$  – группа центральной симметрии относительно центра решетки. Для отдельных видов решеток могут быть и другие группы. На рис. 4 изображен пример – изоморфизм, который является образующей группы преобразований  $G_3$ .

## 5 ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА «МЕДІА»

Фрагментарный алгоритм, который рассматривался выше, был реализован в информационной системе «Медіа», пред назначенной для приема заявок на размещение рекламы и размещения рекламных блоков на страницах рекламных изданий. Внедрение этого алгоритма позволило поднять производительность труда в несколько раз.

Кроме перечисленных выше свойств алгоритм позволяет закреплять при размещении отдельные блоки на фиксированных местах, упорядочивать блоки по тематике, номерам заказов и др., вручную производить перемещение блоков после окончания работы алгоритма.

Окно описаний параметров фрагментарного алгоритма размещения блоков изображено на рис. 5.

Реализованы алгоритмы следующих типов размещения: верхнепрямоугольное, нижнепрямоугольное, левопрямоугольное, правопрямоугольное, верхнеправотреугольное, верхнелевотреугольное, нижнеправотреугольное, нижнелевотреугольное, периметрическое, центральное и случайное.

Во фрагментарном алгоритме могут быть использованы следующие правила упорядочивания блоков рекламы: по ширине блока, по высоте блока, по площади блока, по номеру блока, по отношению ширины к вы-



Рисунок 5 – Выбор параметров алгоритма

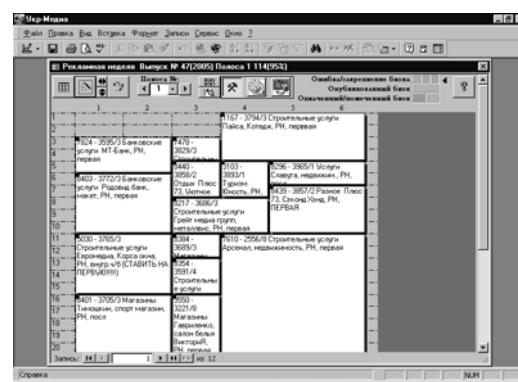


Рисунок 6 – Плотная упаковка, полученная с помощью фрагментарного алгоритма

соте блока, по тематике рекламы. Упорядочивания могут быть по возрастанию и по убыванию.

Условием присоединения блока является возможность его размещения на листе без пересечений с остальными блоками. Проверка этой возможности осуществляется путем простого перебора свободных ячеек в направлении «по» или «против» часовой стрелки.

Интересным свойством алгоритма оказалось то, что он, как правило, позволяет решить и другую задачу – задачу максимально плотного размещения блоков из заданного набора на странице (рис. 6).

## ВЫВОДЫ

Метод создания фрагментарных алгоритмов, который описан в настоящей работе, может быть перенесен на ряд дискретных прикладных задач теории принятия решений, и теории графов [7]. Простота формализации делает возможным создание на основе фрагментарного подхода систем поддержки принятия решений в таких трудно формализуемых, а порой и труднорешаемых задачах, как задачи составления оптимальных

расписаний, задачи оптимального размещения объектов, задачи упаковки объектов сложной формы и множество других.

Фрагментарный алгоритм оставляет ЛПР два основных механизма вмешательства в процесс поиска оптимального решения – это способ упорядочивания фрагментов и условие присоединения. Благодаря этой свободе можно в процессе принятия решений ввести нечеткие, «лингвистические» требования, такие как «самый лучший», «наиболее подходящий», «красивый с точки зрения ЛПР» и т. д.

Таким образом, во фрагментарных алгоритмах нечеткость и размытость некоторых формулировок может быть совмещена с жесткими правилами упорядочивания и присоединения фрагментов. Это позволяет надеяться, что механизм фрагментарных алгоритмов получит широкое применение в создание систем поддержки принятия решений в разных областях применения интеллектуальных компьютерных систем.

### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Мухачева Э. А. Рациональный раскрой промышленных материалов. Применение АСУ. – М.: «Машиностроение», 1984. – 178 с.
2. Сигал И. Ч., Иванова А. П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 240 с.
3. Пападимитроу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М., «Мир», 1985. – 512 с.

УДК 004.93'14:004.932.1:004.932.72

О. А. Криводубский, Р. Т. Газимов

## ПРАВИЛА РАЦИОНАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ПАМЯТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

---

*В статье рассматриваются принципы фиксации, размещения и хранения визуальной информации. При их рассмотрении вводится основная единица визуальной информации – «событие» и предлагается способ его представления как группы изображений. Для предложенного представления события определяется и формализуется понятие «размещение» и критерии его оптимальности.*

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Решение научных и технических задач требует обработки значительных объемов графической информации. Ее хранение в памяти технических систем (ТС) в неструктурированном виде приводит к нераци-

4. Козин И. В. Автоматизация банковской деятельности // Банковские технологии. Компьютеры + программы. – 1995. – № 1. – С. 8–10.
5. Баштанник О. И., Козин И. В., Максишко Н. К., Медведь С. Н. Региональная информационная система управления финансами // Сборник трудов первой международной научно-практической конференции «Проблемы становления рыночной экономики: информационное и финансовое обеспечение деятельности предпринимательских структур» – 6–8 мая 1998 г. – Ч. II. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, – 1998. – С. 176–180.
6. Баштанник О. И., Козин И. В., Максишко Н. К., Медведь С. Н. О создании автоматизированной системы учета и управления земельными ресурсами Запорожской области // Модели управления в рыночной экономике: Сборник научных трудов. – ДонНУ. – 2002. – С. 11–16
7. Заховалко Т. В. Задача покрытия графа типовыми подграфами с заданными свойствами симметрии // Питання прикладної математики та математичного моделювання. – Дніпропетровськ: ДНУ. – 2005. – С. 87–89.

Надійшла 21.12.05  
Після доробки 27.02.06

*У роботі розглядається задача розміщення в прямокутнику прямокутних блоків заданих розмірів. Як критерій якості рішення береться критерій симетрії певного вигляду. Одержані фрагментарний алгоритм пошуку симетричних розміщень. Описана інформаційна система для вирішення задачі симетричного розміщення блоків, яка може застосовуватися при підготовці рекламних видань.*

*The placing task in the rectangle of rectangular blocks of the set sizes is examined in work. The symmetry criterion of certain kind undertakes as a criterion of quality placing. The fragmentary algorithm of search of the symmetric placing is got. The informative system for the decision task of the symmetric placing of blocks is described. This system can be used at preparation of publicity editions.*

ональному использованию их ресурсов – процесс поиска изображений в базах данных (БД) большой размерности потребляет большую часть времени принятия решений в целом. Поэтому актуально определение правил размещения изображений, предусматривающих эффективность их последующего поиска.

### АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Для реализации систем размещения визуальной информации используются специализированные СУБД

изображений. При проведении анализа существующих СУБД, таких как QBIC [1], Photobook [2], Virage [3], Candid [4] и Chabot [5], было выяснено, что основным недостатком «систем технического размещения и хранения изображений», определяющим низкую эффективность их функционирования, является контекстная независимость хранимых изображений, т. е. при занесении изображения в память ТС не учитываются условия, в которых оно было зафиксировано системой. Это определяет постановку задачи исследования.

### **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Объектом данного исследования является система хранения изображений (СХИ) функционально декомпозированная на системы восприятия (СВ) и размещения (СР).

Соответственно, цель данного исследования – выделить принципы функционирования СВ и СР, позволяющие сформировать на их основе правила рационального размещения изображений.

Согласно цели, осуществляется следующая постановка задач исследования:

- провести анализ природы визуальной информации;
- формализовать основные механизмы восприятия изображений современными системами;
- определить понятие «размещение»;
- сформулировать принципы размещения формализованного изображения в памяти СХИ;
- сформировать критерии размещения.

### **ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

Физической основой функционирования СВ, является визуальная информация об окружающем мире, воспринимаемая системой как отображение картины окружающего мира.

Рассматривая картину окружающего мира как пространственно-временной континуум, формально представим его в виде (1):

$$RW = \langle RWS, WSI \rangle, \quad (1)$$

где  $RWS$  – предметная область – множество предметов окружающего мира, изображения которых необходимы для решения задач системы,  $WSI$  – множество взаимодействий между данными предметами в пространстве-времени.

В виду ограниченности поля единовременного восприятия картины мира в современных системах, она представляется в СВ как последовательность пространственно-временных квантов, называемых событиями.

**Определение 1.** Событие ( $EVT$ ) может быть представлено информацией об ограниченном в пространстве-времени множестве предметов, которые, на протяжении некоторого достаточно малого промежутка времени находятся во взаимодействии между собой и окружающей их средой.

Эта информация может содержать множества: предметов ( $ES$ ), участвующих в событии ( $ES \subset RWS$ ); взаимодействий между предметами ( $EII$ ); взаимодействий между предметами и окружающей пространственно-временной средой ( $EEI$ ). Тогда формально событие можно представить в виде (2):

$$EVT = \langle ES, EII, EEI \rangle. \quad (2)$$

В основе визуальной информации, воспринимаемой СВ является свет, отражающийся от группы предметов, принадлежащих  $ES$ .

Относительно природы света можно выделить три типа предметов участвующих в визуальном событии (3):  $ELSI$  – источник света,  $ESS$  – множество предметов отражающих свет,  $EOI$  – система восприятия события.

$$ES = ELSI \cup ESS \cup EOI. \quad (3)$$

Фактическое восприятие события происходит путем последовательного смещения точки наблюдения внутри области пространства и времени, ограничивающей данное событие. При этом само событие в свою очередь квантуется на пространственные реализации, называемые сценами ( $SCN$ ), а информация об их взаимодействиях в явном виде утрачивается.

Процесс выделения сцены из события рассматривается как применение функции проецирования континуального события на статическое трехмерное пространство (4):

$$SCN_i = f_{disp}(EVT^k, t_i), \quad i = \overline{1 \dots m}, \quad (4)$$

где  $t_i$  – момент времени, в который наблюдалась  $i$ -я сцена ( $SCN_i$ ),  $m$  – общее число изображений, отображающих  $k$ -е событие.

Согласно определениям, используемым в машинной графике [6], сцену можно рассматривать как набор (5), состоящий из множества характеристик: источника света сцены ( $LSI$ ), предметов сцены, отражающих свет ( $SS$ ), и системы восприятия сцены – «камеры» ( $OI$ ), функционально взаимосвязанные (6–8) с множествами  $ELSI$ ,  $ESS$  и  $EOI$  соответственно.

$$SCN_i = \langle LSI_i, OI_i, SS_i \rangle, \quad (5)$$

$$LSI_i = f_{disp}^{lsi}(ELSI^k, t_i), \quad (6)$$

$$SS_i = f_{disp}^{ss}(ESS^k, t_i), \quad (7)$$

$$OI_i = f_{disp}^{oi}(EOI^k, t_i). \quad (8)$$

Тогда множество  $ES$  преобразуется в набор сцен вида (9), а множества  $EII$  и  $EEI$  определяются вычислением разности между последовательными сценами, образуя сценарий взаимодействий (10).

$$ES^k = \cup SCN_i, \quad (9)$$

$$\langle EII^k, EEI^k \rangle = \cup csd(SCN_i, SCN_{i-1}), i = \overline{1 \dots m}, \quad (10)$$

где  $csd(\ )$  – функция определения различий в положении и характеристиках предметов между двумя сценами.

Сопоставив эти рассуждения, введем следующее определение.

**Определение 2.** Сцена – отображение континуального события на трехмерное пространство, в виде информации: о геометрических и цветовых характеристиках предметов сцены; положении источника света и «камеры».

Большинство детекторов, которыми оснащаются современные системы восприятия, не в состоянии воспринимать трехмерные сцены в явном виде, в связи с чем понятие сцены в таких системах подменяется понятием изображения ( $SCN \Rightarrow IMG$ ).

**Определение 3.** Изображение – плоская проекция сцены на физический носитель.

Изображение фиксируется путем проецирования (11), отраженного света на некоторую плоскость, нормаль которой совпадает с визиром «камеры», и все кванты света, пересекающие данную плоскость, регистрируются ее соответствующими детекторами.

$$IMG(t_i) = f_{prj}(SCN_i) = f_{prj}(f_{disp}(EVT, t_i)). \quad (11)$$

Таким образом, в момент времени  $t_i$  одна «камера» может зафиксировать лишь одно изображение. В свою очередь событие может фиксироваться множеством «камер». Тогда событие, как набор изображений, имеет вид (12).

$$EVT^k = \cup IMG(t_i, cam), \quad (12)$$

где  $cam$  – номер «камеры», фиксирующей изображения  $k$ -го события.

Зафиксированные изображения заносятся в память СХИ, где они группируются как реализации некоторого события, формируя его синтетический образ

( $SEF$ ) вида (13), являющийся отображением реального события ( $EVT$ ),  $EVT^k \Rightarrow SEF^k$ .

$$SEF^k = \cup IMG_i^k, i = \overline{1 \dots m}. \quad (13)$$

Образ (13) формируется в процессе размещения осуществляющегося в СР.

В общем случае, «размещение» (от. лат. locatio) – это определение местоположения объекта в некотором пространстве [7].

Если объект размещения представлен множеством изображений события, а долговременная память систем (НЖМД) рассматривается как пространство то для размещения изображений необходимо определить их соотношения. В данном случае, понятие «размещение изображений» необходимо рассматривать в двух аспектах:

– «размещение в малом», если изображения представлены в памяти как информационные объекты;

– «размещение в большом», если множества изображений представлены в памяти как группы, формирующие образ события.

**Определение 4.** Размещение в малом – определение местоположения изображения в долговременной памяти системы, организованной как упорядоченное координатное пространство.

При размещении в малом, в качестве координат, определяющих местоположение в пространстве, используются контекстные ( $IP$ ) и концептуальные ( $IC$ ) характеристики изображения.

Такое деление вызвано двойственной природой изображения, которое с одной стороны является атомарной информационной единицей, обладающей некоторыми свойствами, а с другой стороны – сложной структурой, состоящей из множества элементов, имеющих собственные свойства. В зависимости от типа решаемых задач, могут учитываться как первая так и вторая сторона двойственности.

Эта двойственность обуславливает порядок формирования контекстных характеристик (проект) изображения. Его формирование производится посредством последовательного применения функций определения параметров «камеры» (14) и обработки изображения (15).

$$PRS = f_{param}(cam), \quad (14)$$

$$IP = f_{proc}(IMG_i, t_i, PRS). \quad (15)$$

Необходимость применения этих функций определяется особенностям механизма фиксации изображения, описанными в определениях 2 и 3.

В соответствии с этим механизмом, зарегистрированные детекторами кванты света формируют изображение  $IMG$ , как множество элементов (16).

$$IMG = \cup elem_j, j = \overline{1...n}, \quad (16)$$

где  $n$  – общее число элементов изображения. Структура и свойства данных элементов зависят от природы детекторов света, как реализаций функции проецирования  $f_{prj}$ .

Проект изображения (17) представлен множеством пространственно-временных характеристик изображенного события.

$$IP = \langle t_i, OI_i^{cam}, ELS_i, SP_i \rangle, \quad (17)$$

где  $ELS_i$  – множество изображенных «фигур» (18),  $SP_i$  – множество пространственных отношений (19) между «фигурами»,  $OI_i^{cam}$  – координаты «камеры», определяющие координаты зафиксированного события.

$$ELS = \cup blob_r, \quad (18)$$

$$SP = \cup blob_l, l = \overline{1...nsp}, \quad (19)$$

$$sp = \langle ct, blob_r, blob_q \rangle, r, q = \overline{1...nes}, \quad (20)$$

где  $blob$  – «фигура», обозначаемая как 1-я, 2-я и т. д.,  $nes$  – размерность множества  $ELS$ ,  $ct$  – тип пространственной связи ( $ct = \{\text{выше}|\text{правее}|\text{перед}\}$ ).

Фигура определяется как геометрическая форма (21), соответствующая предмету из изображенного события, но не связанная с его смысловым содержанием [8].

$$blob_r = \{elem_j : elem_j \text{ SATISFY } rule_r\}, \quad (21)$$

где  $rule_r$  – правило, определяющее принадлежность элемента фигуре.

Переменная  $sp$  описывает пространственные связи между еще не опознанными предметами типа: «фигура 1 выше фигура 2», «фигура 2 перед фигуруй 3» и т. д.

То есть, проект изображения содержит информацию о форме и положении предметов в пространстве и времени без привязки к их функциональному назначению.

Назначение изображенных предметов определяется из концептуальных характеристик (концепта) изображения, которые рассчитываются в СР при размещении полученных от СВ изображений, и содержат информацию об изображенных предметах и их свойствах (22).

$$\begin{cases} IC = \cup prs_{ii}, ii = \overline{1...nes}, \\ prs_{ii} = \cup pr_{ki}, ki = \overline{1...nii}, \\ pr_{ki} = f_{prop}(blob_b, ssi_{jj}), \\ jj = \overline{1...nss}, ssi_{jj} \in SSI, \end{cases} \quad (22)$$

где  $ssi_{jj}$  – индекс и  $jj$ -го предмета из множества воспринимаемых системой предметов  $SSI$ , в качестве которого опознана  $l$ -я форма;  $prs_i$  – набор свойств предмета  $pr_{ki}$  ( $nii$  – общее число свойств  $ii$ -го предмета), образующих концепт изображения;  $f_{prop}()$  – функция извлечения необходимых свойств.

Механизм получения концептов формально представляется как функция анализа изображения  $IMG$  (23).

$$IC = f_{anal}(IP, IMG, SSI). \quad (23)$$

Тогда каждое размещаемое изображение, можно представить как пару – проект и концепт изображения (24).

$$I = \langle IP, IC \rangle. \quad (24)$$

В таком случае процесс размещения подчиняется теоремам 1 и 2.

**Теорема 1.** Если размещаемое изображение представляется как набор характеристик (24), то преобразованный с помощью функции  $f_{cpr}$  (25) вектор координат  $\overline{crd}$  – единственный.

$$\overline{crd} = f_{cpr}(I). \quad (25)$$

То есть, изображение представляется как набор координат (точка). Объединение таких наборов в группы по признакам, формирующим образ события, определяет понятие «размещение в большом».

**Определение 5.** Размещение в большом – пространственная организация множества изображений, позволяющая инкапсулировать группы изображений, являющихся реализациями единого события.

Согласно определениям 4 и 5, процесс размещения в большом аддитивен относительно процесса размещения в малом. Т. е. пространство изображений должно быть упорядочено на основании множества  $CRD$  имеющихся векторов координат (26).

$$CRD = \cup crd_i, i = \overline{1...tn}, \quad (26)$$

где  $tn$  – общее число изображений, хранимых в долговременной памяти СХИ.

Процесс упорядочивания пространства подчинен теореме 2.

**Теорема 2.** Если множество точек ( $CRD$ ) содержит подмножества точек ( $GR_k \subset CRD$ ) являющихся группами некоторых событий, то в результате реализации размещения в большом, функционально представленного  $f_{er}$  (27), пересечения любых двух групп пусто (28).

$$\langle \overline{CLS}, \overline{EG_{CLS}} \rangle = f_{er}(CRD), \quad (27)$$

$$\forall k, IGR_k \cap GR_l = \emptyset, \quad (28)$$

где  $\overline{CLS}$  – множество классов событий, а  $\overline{EG_{CLS}}$  – множество групп-реализаций событий из некоторого класса.

Тогда процесс рационального размещения отдельного изображения определяется в виде системы (29).

$$\begin{cases} \overline{crd} = f_{pl}^1(I), \\ ClInd = f_{pl}^2(\overline{crd}), \\ EGInd = f_{pl}^3(\overline{crd}, ClInd), \\ ImInd = f_{pl}^4(\overline{crd}, ClInd, EGInd), \end{cases} \quad (29)$$

где  $ClInd$  – индекс класса события, в который входит данное событие, являющееся группой изображений с индексом  $EGInd$ , к которой принадлежит размещаемое изображение, имеющее индекс  $ImInd$ .

Т. е. процесс размещения изображения – это процесс определения его координат, классовой и групповой принадлежности и его положения в группе. Тогда изображение, как элемент синтетического образа события, имеет вид (30).

$$sef = \langle ClInd, EGInd, ImInd, \overline{crd} \rangle. \quad (30)$$

Проведенный анализ процессов восприятия и размещения позволяет заключить следующее:

– восприятие и размещение – процессы-антагонисты: если первый происходит с мерой (31) потерь информации о событии, обусловленной несовершенством современных детекторов, то второй организован как процесс ее восполнения из множества реализаций события по запросу;

$$\mu_{loss} = f_{idm}(SEF^k, EVT^k), \quad (31)$$

где  $f_{idm}()$  – функция определения информационного расстояния;

– парный процесс восприятие-размещение приводит к формированию синтетического образа события (32), являющегося отображением (33) реального события в памяти системы, формирующего картину окружающего мира для пользователей системы хранения;

$$\begin{aligned} SEF^k &= \langle CNS_k, GR_k \rangle, \quad GR_k = sef_i^k, \\ CNS_k &= \cup csd(sef_i^k, sef_j^k); \end{aligned} \quad (32)$$

$$sef_i^k = f_{pl}(f_{cpr}(f_{prj}(f_{disp}(EVT^k, t_i)))) ; \quad (33)$$

– соответствие образа событию определяется: соответствием (34) множества воспринимаемых предметов  $SSI$  и предметной области  $RWS$ , качеством функционирования систем восприятия и размещения (35);

$$RWS \cap SSI \rightarrow RWS; \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \mu_{qv} &= f_{quol}(sef_i^k, EVT^k, t_i), \\ \mu_{time} &= f_{ptm}(SEF^k), \end{aligned} \quad (35)$$

где  $f_{quol}()$  – функция определения качества образа,  $f_{ptm}()$  – функция определения времени размещения.

Тогда критерии оптимальности размещения имеют вид (36):

$$\begin{cases} \mu_{loss} \rightarrow \min, \\ \mu_{qv} \rightarrow \max, \\ \mu_{time} \rightarrow \min, \\ RWS \cap SSI \rightarrow RWS. \end{cases} \quad (36)$$

Ввиду противоречия между скоростными и качественными критериями, необходимо решить задачу определения рационального размещения, приемлемого как по информационной близости, так и по качеству времени.

Для его реализации, в дальнейшей работе необходимо создать представление структуры пространства изображений, формально определить его как реляционную БД.

## ВЫВОДЫ

В работе рассмотрен механизм процессов отображения визуальной информации на долговременную память систем (от фиксации изображений «камерами» до их упорядоченного представления в памяти), определены основные характеристики изображений и группы изображений как объектов размещения.

Научная новизна работы определяется тем, что впервые процессы восприятия и размещения визуальной информации были представлены в контексте организации множеств изображений как реализаций некоторых событий, и формально закреплены в виде наборов характеристик и правил рационального размещения.

Сформированные в работе правила позволяют формализовать процедуры оптимального размещения и поиска изображений в долговременной памяти системы, что определяет практическую значимость работы.

**ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК**

1. W. Niblack et al. The QBIC project: querying images by content using colour, texture and shape // SPIE Proc. Storage and Retrieval for Image and Video Databases. – 1993. – Pp. 173–187.
2. A. Pentland, R. Picard, and S. Sclaroff. Photobook: Content-based manipulation of image databases. // Int. J. Comp. Vis. – 1996. – No. 18(3). – Pp. 233–254.
3. A. Gupta and R. Jain. Visual information retrieval // Comm. Assoc. Comp. Mach. – No. 40(5). – 1997. – Pp. 70–79.
4. P. Kelly, M. Cannon, and D. Hush. Query by image example: the CANDID approach // SPIE Proc. Storage and Retrieval for Image and Video Databases. – 1995. – Pp. 238–248.
5. V. Ogle and M. Stonebraker. Chabot. Retrieval from a relational database of images // IEEE Computer. – No. 28(9). – 1995. – Pp. 40–48.
6. Вельтмандер П. В. Машинная графика: Учебное пособие. В 3-х книгах. Книга 2. Основные алгоритмы компьютерной графики. – Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 1997.
7. Большая советская энциклопедия / Под. ред. А. М. Прохорова. Т. 14. – 3-е изд. – М.: «Советская энциклопедия», 1973. – 624 с.

8. Image Databases: Search and Retrieval of Digital Imagery / Edited by Vittorio Castelli, Lawrence D. Bergman. – John Wiley & Sons, Inc, 2002. – P. 166.

Надійшла 10.02.05

Після доробки 2.04.06

У статті розглядаються принципи фіксації, розміщення і зберігання візуальної інформації. При їх розгляді вводиться основна одиниця візуальної інформації – «подія» і пропонується спосіб його представлення як групи зображень. Для запропонованого представлення події визначається і формалізується поняття «розміщення» та критерії його оптимальності.

In the article are considered principles of fixation, placing and storage of visual information. At their consideration is entered basic visual information unit – “event” and offered the form of its representation as group of images. For the offered representation of event there are determined and formalized notion “placing” and criteria of its optimum.

УДК 681.3.06

Р. К. Кудерметов, Н. Д. Маслова

# МЕТОДИКА И ПРОГРАММНАЯ БИБЛИОТЕКА ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ БЛОЧНЫМИ МЕТОДАМИ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В статье представлена библиотека функций для моделирования сложных динамических объектов на параллельных вычислительных системах. В качестве базовых алгоритмов библиотека использует параллельные блочные методы. Для организации обмена данными между параллельными процессорами используется стандарт MPI.

**ВВЕДЕНИЕ**

Необходимость решения сложных задач с большим объемом вычислений и принципиальная ограниченность быстродействия классических однопроцессорных компьютеров обусловили появление параллельных вычислительных систем. Использование многопроцессорных систем позволяет существенно увеличивать производительность компьютерных систем при любом существующем уровне развития аппаратного обеспечения. В ближайшие годы прогнозируется бурный рост и широкое распространение параллельных компьютерных технологий. При этом необходимы «параллельные» технологии решения задач. Так, численные

методы, в случае параллельных вычислительных систем, должны проектироваться как системы параллельных и взаимодействующих между собой процессов, ориентированных на выполнение независимыми процессорами. Применяемые алгоритмические языки, прикладное и системное программное обеспечение должны обеспечивать создание параллельных программ, организовывать синхронизацию и взаимоисключение асинхронных процессов и т. п.

Достаточно большой класс прикладных задач моделирования сложных динамических систем и объектов сводится к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений. Для параллельных процессоров разработаны параллельные блочные методы интегрирования. В работах Л. П. Фельдмана и О. А. Дмитриевой [1] исследована сходимость и получены оценки погрешностей данных методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Авторами данной статьи экспериментально оценены характеристики точности и быстродействия данных

методов для моделирования движения сложного динамического объекта – космического аппарата [2]. Экспериментальные исследования показали, что моделирование динамических объектов на параллельных вычислительных системах с помощью параллельных блочных методов интегрирования эффективно по точности и быстродействию при определенных значениях производительности процессоров, коммуникационных средств и сложности модели. В продолжение развития данной работы создана библиотека для моделирования на параллельных вычислительных системах, которая представлена в данной статье.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основными требованиями, предъявляемыми к библиотеке, являются:

- обеспечение возможности решения задач в реальном и ускоренном времени;
- совместимость со стандартом MPI-1 (Message Passing Interface);
- поддержка работы на параллельных и распределенных компьютерных системах на базе операционных платформ Windows, Linux, Unix.

Целевыми областями использования библиотеки предполагаются:

- бортовые и встроенные мультипроцессорные системы управления динамическими объектами и технологическими процессами;
- сверхоперативные системы поддержки принятия решений для управления динамическими объектами.

Библиотека должна обеспечивать выполнение функций, реализующих одношаговые, многошаговые и комбинированные блочные методы. Для понимания дальнейшего изложения реализации библиотеки кратко рассмотрим параллельные блочные методы.

Если уравнения динамического объекта рассматривать как систему дифференциальных уравнений в общей постановке задачи Коши (1):

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad t > 0, \quad y(0) = y_0, \quad (1)$$

где  $y$  – вектор состояния параметров динамического объекта;  $f$  – функция правых частей уравнений, то для описания численных параллельных блочных методов

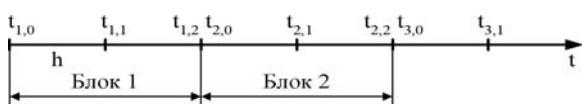


Рисунок 1 – Разбиение интервала интегрирования на блоки из двух точек

введем равномерную сетку  $\omega_h = \{t_m = mh, m = 1, 2, \dots\}$ , которую разобьем на блоки, состоящие из  $k$  точек (рис. 1). Точки внутри блоков перенумеруем так, что  $i = 0, 1, \dots, k$ . Тогда каждую точку сетки  $\omega_h$  можно обозначить с помощью номера блока  $n$  и номера точки  $i$  внутри блока как  $t_{n,i}$ .

Особенностью блочных методов является возможность одновременного вычисления значений функции и решения во всех  $k$  точках блока. Данная особенность методов согласуется с архитектурой параллельных вычислительных систем. Метод является одношаговым, если для расчета значений в новом блоке используется только последняя точка предшествующего блока. Если для расчета значений в новом блоке используются все точки предшествующего блока, то метод является многошаговым.

Итерационные формулы для одношаговых методов для блока из  $k$  точек имеют вид

$$y_{n,i,0} = y_{n,0} + ihf_{n,0}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (2)$$

$$y_{n,i,s+1} = y_{n,0} + ih \left( b_{i,0}f_{n,0} + \sum_{j=1}^k a_{i,j}f_{n,j,s} \right), \\ i = \overline{1, k}, \quad s = \overline{0, k-1}. \quad (3)$$

Многошаговые методы для блока из  $k$  точек определяются следующими формулами:

$$y_{n,i,0} = y_{n,0} + ih \sum_{j=1}^k c_{i,j}f_{n-1,j}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (4)$$

$$y_{n,i,s+1} = y_{n,0} + ih \left( \sum_{j=1}^k b_{i,j}f_{n-1,j} + \sum_{j=1}^k a_{i,j}f_{n,j,s} \right), \\ i = \overline{1, k}, \quad s = \overline{0, 2k-1}. \quad (5)$$

Здесь  $f_{n,j} = f(t_n + jh, y(t_n + jh))$ ;  $s$  – номер итерации;  $a_{i,j}$ ,  $b_{i,j}$ ,  $c_{i,j}$  – элементы матриц  $A$ ,  $B$  и  $C$ , зависящих от выбранного метода,  $i, j = \overline{1, k}$ .

## РЕАЛИЗАЦИЯ БИБЛИОТЕКИ ФУНКЦИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Библиотека функций (рис. 2) включает в себя реализацию параллельных блочных методов: одношаговых, многошаговых и комбинированных. Комбинированные методы представляют собой последовательности одношагового блочного метода и одного или нескольких многошаговых блочных методов.

Для обеспечения поддержки многоплатформенности разрабатываемой библиотеки в качестве программного



Рисунок 2 – Структура бібліотеки функцій

```

int Block2(double h, int len, double *StateV, PF f, MPI_Comm B2_Comm)
{
    double *y[2], *F[2], *FO;
    MPI_Status status;
    int_size, rank, i, k;
    MPI_Comm_size(B2_Comm, &size);
    MPI_Comm_rank(B2_Comm, &rank);
    static const int ds=(rank+1)%2;
    if (size!=2)
    { if(rank==0)
        printf("Two processes must be in communicator instead of %d\n", size);
        MPI_Barrier(B2_Comm);
        MPI_Abort(B2_Comm, MPI_ERR_OTHER);
        return -1;
    }

    if (!(*FO = (double*) malloc(len*sizeof(double)))) terminate_block(B2_Comm);
    for(i=0; i<2; i++)
    if( !(y[i]=(double*) malloc(len*sizeof(double)))) || !(F[i]=(double*) malloc(len*sizeof(double)))) terminate_block(B2_Comm);

    (*f)(StateV,FO);
    for(i=0;i<len;i++) y[rank][i]=StateV[i]+(rank+1)*h*FO[i];
    for(k=0;k<3;k++)
    {
        (*f)(y[rank],F[k]);
        MPI_Sendrecv(F[rank], len, MPI_DOUBLE, ds, tagf[rank][k], F[ds], len,
                    MPI_DOUBLE, ds, tagf[ds][k], B2_Comm, &status);
        if(rank==0) for(i=0;i<len;i++)
                    y[0][i]=StateV[i]+(h/12.)*(5.*FO[i]+8.*F[0][i]-F[1][i]);
        else for(i=0;i<len;i++)
                    y[1][i]=StateV[i]+(h/3.)*(FO[i]+4.*F[0][i]+F[1][i]);
    }

    for(i=0;i<len;i++) StateV[i]=y[rank][i];
    if(rank==1) MPI_Send(StateV,len,MPI_DOUBLE,0,tagp,B2_Comm);
    else MPI_Recv(StateV,len,MPI_DOUBLE,1,tagp,B2_Comm,&status);

    free(FO);
    for(i=0;i<2;i++)
    {
        free(y[i]);
        free(F[i]);
    }
    return 0;
}

```

Рисунок 3 – Функція Block2() для двухточечного метода

инструментария применяется язык программирования C++ и библиотека параллельного программирования MPI реализации mpich 1.2.4 (MPI Chameleon) Аргонской национальной лаборатории США.

Прототип функции, реализующей выбранный параллельный блочный метод интегрирования, имеет вид:

```
int Block(double h, int len,
double *StateV, PF f, MPI_Comm P_Comm),
```

где  $h$  – шаг моделирования;  $len$  – размер вектора состояния;  $*StateV$  – указатель на вектор состояния;  $f$  – указатель на функцию вычисления правых частей уравнений динамического объекта;  $P_Comm$  – коммуникатор, необходимый для указания области связи процессов, участвующих в вычислениях для данного метода интегрирования, используемый для обеспечения модульности.

Для представления параллельной программной модели системы дифференциальных уравнений динамического объекта формируется в функции:

```
void Function (const double InVec [],
               double OutVec [,],
```

где  $InVec$  – вектор состояния системы (глобальный параметр  $StateV$ );  $OutVec$  – производная вектора состояния, вычисляемая на текущем шаге моделирования.

Функция правых частей  $Function()$  программируется согласно задаче моделирования с учетом алгоритма итерационного процесса, описываемого формулами (2)–(3) или (4)–(5).

Для обеспечения связи между функцией интегрирования и функцией вычисления правых частей уравнений динамического объекта используется указатель на функцию, с помощью которого адрес функции вычисления правых частей передается в функцию интегрирования в качестве параметра. Тип указателя на функцию  $PF$  определен следующим образом:

```
typedef void (*PF)(const double [],
                    double [,]).
```

Для параллельного одношагового двухточечного блочного метода предложена реализация функции  $Block2()$ , представленная на рис. 3.

В данной функции выделяется динамическая память для векторов решений  $U$  и их производных  $F$ , реализуются вычисления по формулам блочного одношагового двухточечного метода (2)–(3).

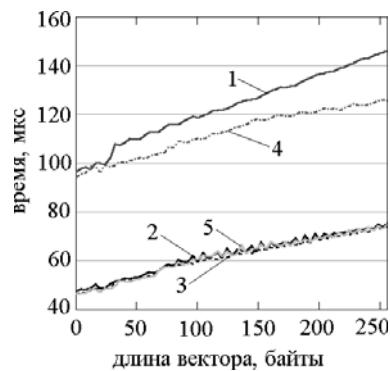
Для обмена данными в двухточечном методе, согласно алгоритму, необходимо использовать двунаправленную передачу сообщений, которая может быть

организована при помощи множества функций библиотеки MPI. На рис. 4 представлены результаты экспериментальных исследований затрат времени на передачу вектора состояния длиной от 0 до 256 байт для различных функций двунаправленного обмена MPI. Это реальный диапазон длины сообщений, передаваемых между процессорами, для моделирования движения космического аппарата. Для проводимых экспериментов длина вектора составляла 104 байта – передавался вектор из 13 элементов типа  $double$  (длина вектора определяется порядком системы дифференциальных уравнений).

Данные, представленные на рис. 4, получены на параллельной вычислительной системе, организованной на сети Fast Ethernet. Подобный характер зависимостей между затратами времени на выполнение перечисленных функций MPI имеет место и для других параллельных вычислительных систем (SCI-кластера, суперкомпьютера Cray T3E). Исходя из соотношений «затраты времени / надежность доставки сообщений», для обмена результатами вычисленных функций правых частей уравнений (первые два обмена) выбрана функция совмещенного приема/передачи сообщений –  $MPI_Sendrecv()$ , а для пересылки решения, полученного в процессе 1 (третий обмен), выбраны функции приема/передачи сообщений с блокировкой –  $MPI_Send()$  и  $MPI_Recv()$ .

Для параллельного одношагового четырехточечного блочного метода предлагается реализация функции  $Block4()$  в виде, представленном на рис. 5.

В соответствии с формулами параллельного одношагового четырехточечного блочного метода на каждой итерации шага моделирования для получения решения



*Рисунок 4 – Затраты времени на двунаправленные обмены:*

1 – прием/передача сообщений с блокировкой:  $MPI_Send()$ ,  $MPI_Recv()$ ; 2 – совмещенный прием/передача сообщений:  $MPI_Sendrecv()$ ; 3 – прием/передача сообщений без блокировки:  $MPI_Isend()$ ,  $MPI_Irecv()$ ; 4 – передача сообщений по готовности:  $MPI_Irecv()$ ,  $MPI_Irsend()$ ; 5 – отложенные обмены сообщений:  $MPI_Send_init()$ ,  $MPI_Recv_init()$

```

int Block4(double h, int len, double *StateV, PF f, MPI_Comm B4_Comm)
{
    int rank, size, i, k;
    double *y[4], *F, *FO, *temp; const int index2=2*len, index3=3*len;
    MPI_Comm_size(B4_Comm, &size);
    MPI_Comm_rank(B4_Comm, &rank);
    if (size!=4)
        if (rank==0) printf("Four processes must be in communicator\n");
        MPI_Barrier(B4_Comm);
        MPI_Abort(B4_Comm, MPI_ERR_OTHER);
    }
    if( (!(FO = (double* )malloc(len*sizeof(double)))) ||
        (!(temp = (double* )malloc(len*sizeof(double)))) ||
        (!(F=(double* )malloc(4*len*sizeof(double))))) ||
        terminate_block(B4_Comm);
    for(i=0;i<4;i++)
        if(! (y[i]=(double* )malloc(len*sizeof(double))))
            terminate_block(B4_Comm);

    if(rank == 3) (*f)(StateV,FO);
    MPI_Bcast(FO,len,MPI_DOUBLE,3,B4_Comm);

    for(i=0;i<len;i++) y[rank][i]=StateV[i]+h*(rank+1)*FO[i];
    for(k=0;k<5;k++)
    {
        (*f)(y[rank],temp);
        MPI_Allgather(temp,len,MPI_DOUBLE,F,len,MPI_DOUBLE,B4_Comm);
        switch(rank)
        {
        case 0:for(i=0;i<len;i++)
            y[0][i]=StateV[i]+(h/720)*(251*FO[i]+646*(F+i)-
            264*(F+len+i))+106*(F+index2+i)-19*(F+index3+i));
            break;
        case 1:for(i=0;i<len;i++)
            y[1][i]=StateV[i]+(h/90)*(29*FO[i]+124*(F+i)-
            24*(F+len+i))+4*(F+index2+i)-(F+index3+i));
            break;
        case 2:for(i=0;i<len;i++)
            y[2][i]=StateV[i]+(3*h/80)*(9*FO[i]+34*(F+i)-
            24*(F+len+i))+14*(F+index2+i)-(F+index3+i));
            break;
        case 3:for(i=0;i<len;i++)
            y[3][i]=StateV[i]+(2*h/45)*(7*FO[i]+32*(F+i)-
            12*(F+len+i))+32*(F+index2+i)+7*(F+index3+i));
            break;
        } //switch(rank)
    } //for(k)

    for(i=0;i<len;i++) StateV[i]=y[rank][i];
    MPI_Bcast(StateV,len,MPI_DOUBLE,3,B4_Comm);
    free(FO); free(temp); free(F);
    for(i=0;i<4;i++) free(y[i]);
    return 0;
}

```

Рисунок 5 – Функція Block4() для чотирехточочного метода

в кождой точке блока:  $y_{n+1,s+1}$ ,  $y_{n+2,s+1}$ ,  $y_{n+3,s+1}$ ,  $y_{n+4,s+1}$  необходимо иметь значения функции во всех точках блока:  $f_{n+1,s}$ ,  $f_{n+2,s}$ ,  $f_{n+3,s}$ ,  $f_{n+4,s}$ . Для этого каждый из процессов после вычисления функции в своей точке блока должен разослать полученный результат остальным трем процессам, и в то же время получить от этих трех процессов вычисленные значения функции. Для реализации данных операций выбрана функция MPI\_Allgather().

Для рассылки решения (последний обмен) выбрана функция MPI\_Bcast() – рассылка сообщения от одного процесса всем процессам.

Такой выбор функций обосновывается следующим. Использование одной функции MPI\_Allgather() заменяет 4 вызова функции MPI\_Bcast(). При этом проведенные экспериментальные оценки на парал-

лельных вычислительных системах показывают, что время выполнения функции MPI\_Allgather() превышает время выполнения функции MPI\_Bcast() не более чем в 3 раза (табл. 1). Таким образом, использование одной функции MPI\_Allgather() более эффективно, чем вызов четырех функций MPI\_Bcast().

В табл. 1 представлены результаты экспериментов, проведенные на четырех процессорах различных параллельных вычислительных систем при пересылке данных типа double. Для SCI-клUSTERа представлены две строки: первая строка отображает результаты при использовании одного процессора каждого из четырех двухпроцессорных узлов и трех связей SCI между ними, вторая строка – результаты при использовании обеих процессоров двух двухпроцессорных узлов и одной связи SCI.

Таблица 1 – Затраты времени на выполнение функций MPI\_Allgather() и MPI\_Bcast()

Параллельная вычислительная система	Время выполнения функции MPI, мкс		Соотношение затрат времени MPI_Allgather() / MPI_Bcast()
	MPI_Allgather()	MPI_Bcast()	
Fast Ethernet	481,5	318,9	1,5
SCI-кластер	54,1	18,4	2,9
SCI-кластер (SMP)	32,4	15,6	2,1
CRAY	51,5	22,1	2,3

### ТЕСТИРОВАНИЕ РАЗРАБОТАННОЙ БИБЛИОТЕКИ ФУНКЦИЙ

Для проверки работоспособности разработанной библиотеки осуществлялось моделирование движения космического аппарата. Для тестирования выбраны четыре параллельных вычислительных системы, которые представляют основные типы современных высокопроизводительных систем:

- 1) компьютерная сеть Fast Ethernet (ОС Windows);
- 2) SCI-кластер (Петродворцовый телекоммуникационный центр Санкт-Петербургского государственного университета (СПбГУ)) (ОС Linux);
- 3) SMP-узлы (symmetric multiprocessors – симметричные мультипроцессоры, кластер Нижегородского государственного университета (ННГУ)) (ОС Windows);
- 4) суперкомпьютер CRAY T3E (Штутгартский вычислительный центр) (ОС UNIX).

Тестирование библиотеки проводилось на конфигурациях параллельных вычислительных систем, представленных на рис. 6–9 (серым цветом обозначены неиспользуемые процессоры). В составе кластера ННГУ (рис. 7) исследовалась реализация параллельной модели движения космического аппарата на процессорах в режиме SMP. NN-two и NN-four – обозначения вариантов конфигураций, в которых используются двухпроцессорные и четырехпроцессорные узлы кластера, соответственно.

Для исследования на SCI-кластере (Scalable Coherent Interface – масштабируемый когерентный интерфейс) были проведены два варианта экспериментов, условно названные single и double (рис. 8). В варианте single на каждом узле кластера использовался только один процессор, т. е. для двухточечного метода интегрирования был задействован один канал SCI, а для четырехточечного – три канала SCI. В варианте double использовались два процессора в узлах кластера, т. е.

двуточечный метод интегрирования выполнялся в режиме SMP на одном узле, а четырехточечный – с использованием двух узлов в режиме SMP и одного канала SCI между узлами.

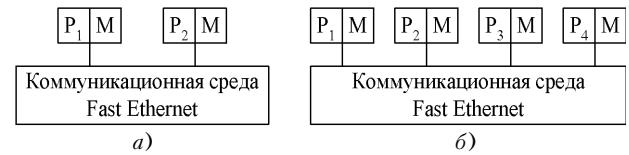


Рисунок 6 – Сеть Fast Ethernet (Intel Pentium IV 1,76 ГГц):

a – два процессора; б – четыре процессора

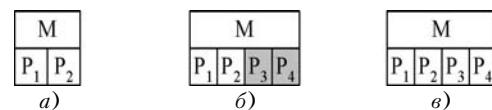


Рисунок 7 – Конфигурации процессоров при экспериментах на кластере ННГУ (двуточечный узел: Intel Pentium III Xeon 1000 МГц, четырехточечный узел: Intel Pentium III Xeon 700 МГц):

a – два процессора, вариант NN-two; б – два процессора, вариант NN-four; в – четыре процессора, вариант NN-four

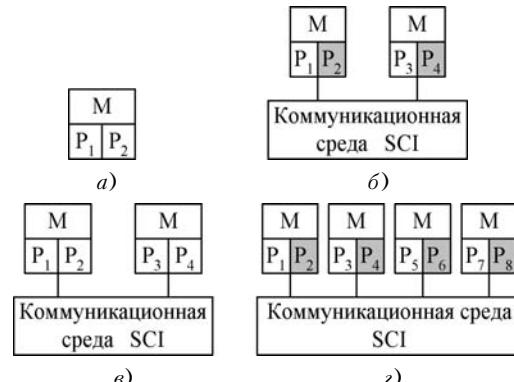


Рисунок 8 – Конфигурации процессоров при экспериментах на SCI-кластере (Intel Pentium III Copernine 933 МГц):

a – два процессора, вариант double; б – два процессора, вариант single; в – четыре процессора, вариант double; г – четыре процессора, вариант single

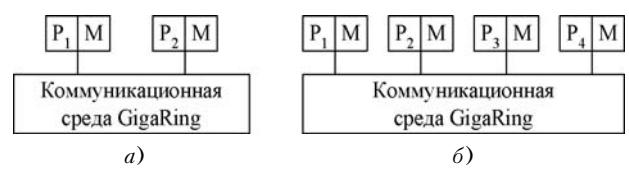


Рисунок 9 – Конфигурации процессоров в экспериментах на CRAY T3E:

a – два процессора; б – четыре процессора

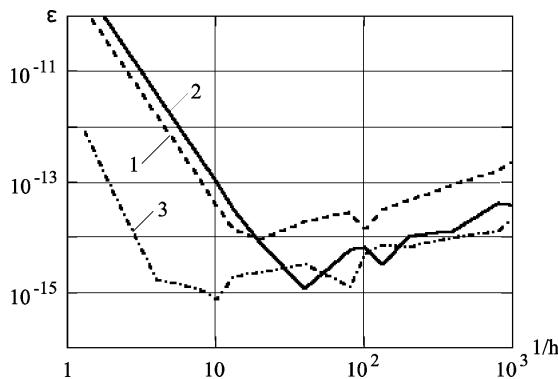


Рисунок 10 – Погрешности одношаговых блочных методов:

1 – метод Рунге-Кутта; 2 – двухточечный; 3 – четырехточечный

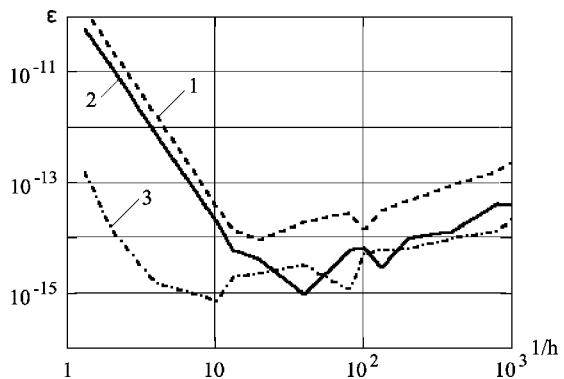


Рисунок 11 – Погрешности многошаговых блочных методов:

1 – метод Рунге-Кутта; 2 – двухточечный; 3 – четырехточечный

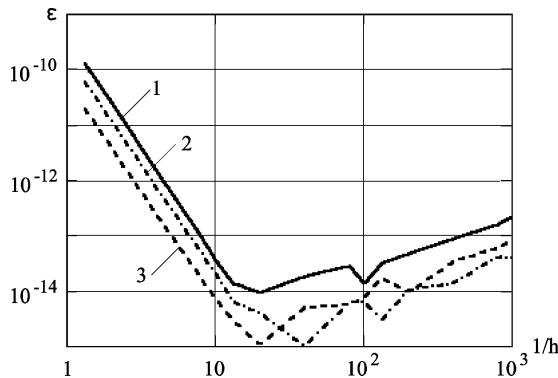


Рисунок 12 – Погрешности:

1 - метод Рунге-Кутта четвертого порядка; 2 – многошаговый двухточечный блочный метод; 3 – одношаговый двухточечный блочный метод с шагом  $h_{\text{однош}} = 0,5h_{\text{многош}}$

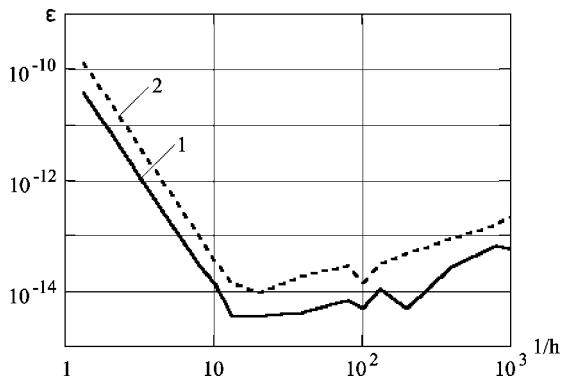


Рисунок 13 – Комбинированный метод:

1 – комбинированный метод; 2 – метод Рунге-Кутта четвертого порядка

На рис. 10–13 представлены результаты исследования характеристик точности.

На рис. 14 представлены результаты исследования характеристик быстродействия.

Результаты тестирования библиотеки функций, которые проводились на различных типах параллельных вычислительных систем, хорошо согласуются с результатами, полученными с применением классических методов Рунге-Кутта на компьютерах с последовательной архитектурой (рис. 10–13). Также достоверность результатов работы подтверждается их совпадением с теоретическими положениями параллельных вычислений: для двухточечного метода ускорение стремится к двум, для четырехточечного – к четырем (рис. 14).

## ВЫВОДЫ

Разработанная библиотека предназначена для организации параллельного моделирования сложных

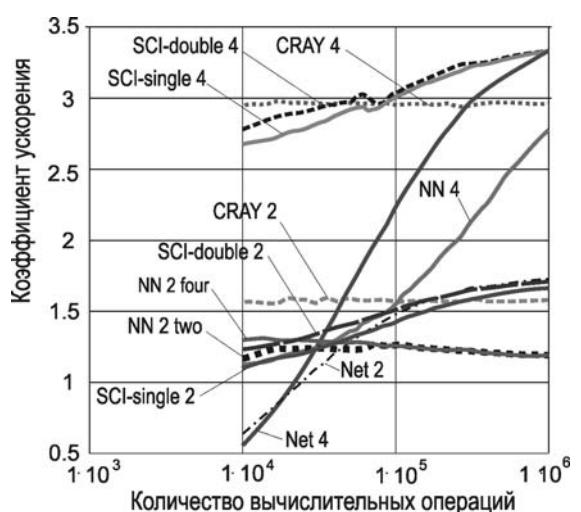


Рисунок 14 – Зависимость коэффициента ускорения

динамических систем в реальном и ускоренном времени, поддерживает работу на параллельных и распределенных компьютерных системах на базе операционных платформ Windows, Linux, Unix. Библиотека может быть использована в бортовых и встроенных мультипроцессорных системах управления динамическими объектами и технологическими процессами, а также сверхоперативных системах поддержки принятия решений для управления динамическими объектами.

### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Фельдман Л. П., Дмитриева О. А. Разработка и обоснование параллельных блочных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений на SIMD-структурах // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – Донецьк, 2001. – Вип. 29. – С. 70–79.

2. Пиза Н. Д., Кудерметов Р. К. Решение задачи моделирования движения космического аппарата на параллельных вычислительных системах // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы IV международного науч.-практич. семинара / Под ред. чл.-кор. РАН В. А. Сойфера. – Самара: «Издательство СНЦ РАН», 2004. – С. 226–232.

Надійшла 16.01.06  
Після доробки 2.03.06

*В статті подана бібліотека функцій для моделювання складних динамічних об'єктів на паралельних обчислювальних системах. Як базові алгоритми бібліотека використовує паралельні блочні методи. Для організації обміну даними між паралельними процесорами використовується стандарт MPI.*

*In the article the software library for the simulation of complicated dynamic objects on parallel computing systems is represented. Parallel block methods are used as base algorithms in the library. MPI standard is applied for implementation of the data exchange among the parallel processors.*

УДК 519.2:681.3

Г. В. Табунщик, Е. В. Кирсанова

## РОБАСТНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В МЕДИЦИНСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

---

*В статье исследуется зависимость показателей здоровья детей от степени загрязненности района проживания. Для решения данной задачи в работе используется робастное планирование эксперимента, так как требуется исключить влияние на показатели здоровья социально-бытовых факторов. Предложен метод формирования плана эксперимента, сочетающий основные концепции робастного планирования эксперимента и таблиц сопряженности.*

### ВВЕДЕНИЕ

Региональные экологические проблемы, сформировавшиеся в результате загрязнения окружающей среды, однозначно оказывают влияние на состояние здоровья населения, в том числе и на показатели здоровья детей. Однако оценка этого влияния представляет совсем непростую задачу. Это обусловлено тем, что часто при проведении исследований измерения выполняются с использованием номинальных и порядковых шкал. Это приводит к тому, что большинство классических методов используются в доказательной медицине довольно редко, в частности это относится и к теории планирования эксперимента (ПЭ).

Однако развитие информационных технологий стимулирует развитие таких статистических методов как ПЭ, так как снижается трудоемкость выполняемых вычислений [1]. Примером может служить робастное

планирование эксперимента (РПЭ) [2], которое значительно расширяет область применения классической теории ПЭ.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

При изучении воздействия уровня загрязненности различных районов проживания на показатели здоровья населения перед исследователем возникла задача проверить изменяются ли показатели здоровья детей в возрасте от 7 до 10 лет в зависимости от района города. При этом требовалось, чтобы полученные результаты были устойчивы к социально-бытовым факторам.

Кроме района проживания в качестве исследуемых факторов были выбраны: возраст и пол детей. В качестве отклика решено рассматривать условный показатель здоровья – индекс напряженности.

На основе алгоритма нейросетевой оценки информативности признаков среди здоровьесформирующих, экологических и социально-бытовых, были определены наиболее значимые [3].

Среди значимых социально-бытовых признаков для дальнейших исследований были выбраны следующие: занимается ли ребенок спортом (1 – да, 2 – нет); средний доход на 1 члена семьи в месяц (1 – до 100 грн;

2 – от 101 до 500 грн; 3 – от 501 до 1000 грн; 4 – более 1000 грн); курит ли отец (1 – да, 2 – нет); курит ли мать (1 – да, 2 – нет); образование матери на момент родов (1 – высшее, 2 – незаконченное высшее, 3 – среднее специальное, 4 – среднее, 5 – начальное); тип семьи (1 – полная, 2 – неполная); сколько раз употребляет ребенок мясопродукты в день (1 – 5–7, 2 – 3–4, 3 – 1–2, 4 – 0).

Как видно, социально-бытовые факторы измерялись с использованием порядковых и номинальных шкал, что изначально ограничивает возможности анализа. Так как для анализа данных, измеренных в номинальных и порядковых шкалах, в основном применяются непараметрические методы, то в работе [4] был проведен анализ эффективности данных методов для исследования зависимости социально-бытовых факторов от района проживания. Поскольку полученные результаты не согласовались между собой, то для решения поставленной задачи было решено использовать РПЭ.

## 2 РОБАСТНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Робастное ПЭ позволяет заложить устойчивость отклика к шумовым воздействиям при проведении эксперимента [2].

При использовании РПЭ меняется традиционная схема планирования эксперимента, так как кроме матрицы планирования для исследуемых параметров используется матрица планирования для шум-факторов.

Под исследуемым техническим объектом в РПЭ понимается объект, схематическое изображение которого представлено на рис. 1, где  $\mathbf{X}$  – входные параметры,  $\mathbf{H}$  – исследуемые виды шумовых воздействий,  $\varepsilon$  – случайные возмущения,  $Y$  – показатель качества технического объекта.

В работе [2] предложена классификация шум-факторов в зависимости от направленности. То есть, из

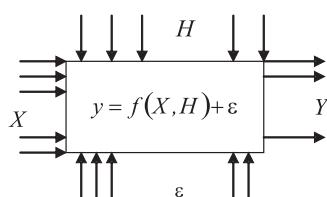


Рисунок 1 – Технічний об’єкт

множества шумових воздействий будем рассматривать подмножество шум-факторов  $\mathbf{h} = (\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3)$ , где  $\mathbf{h}_1$  – шум, действующий на входные параметры;  $\mathbf{h}_2$  – шум, действующий на выходную характеристику;  $\mathbf{h}_3$  – шум, действующий на исследуемый сложный технический объект в целом. В тех случаях, когда прямая направленность шумовых воздействий не известна, мы будем говорить о воздействии шумов на исследуемый технический объект в целом.

Пусть исследуемый технический объект в соответствии со стратегией робастного планирования эксперимента [2] описывается выражением:

$$y = f^T(X_1, \dots, X_m; H_1, \dots, H_p) \bullet \Theta^T + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $y$  – зависимая переменная;  $\Theta^T$  – вектор неизвестных параметров;  $f^T(X_1, \dots, X_m; H_1, \dots, H_p) \bullet \Theta^T = \{f_1(X_1, \dots, X_m; H_1, \dots, H_p), \dots, f_k(X_1, \dots, X_m; H_1, \dots, H_p)\}$  – вектор известных функций;  $m$  – количество входных параметров;  $p$  – количество контролируемых шум-факторов.

Результаты  $N$  наблюдений  $y_1, \dots, y_N$  дают с ошибками  $\varepsilon_u (u = 1, \dots, N)$  значения

$$\eta_{ud} = \eta(X_{u1}, \dots, X_{um}; H_{l1}, \dots, H_{lp}), \quad (2)$$

где  $X_{u1}, \dots, X_{um}$  – значения, которые принимают соответственно переменные  $X_1, \dots, X_m$  в  $u$ -м эксперименте;  $H_{l1}, \dots, H_{lp}$  – значения, которые принимают соответственно в  $l$ -м опыте переменные, соответствующие шум-факторам  $H_1, \dots, H_p$ .

В соответствии со стратегией робастного планирования эксперимента, кроме матрицы плана (МП) для контролируемых параметров

$$\mathbf{D}_X = \begin{vmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n_11} & \cdots & X_{n_1m} \end{vmatrix},$$

используется МП для шум-факторов

$$\mathbf{D}_H = \begin{vmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n_21} & \cdots & X_{n_2p} \end{vmatrix},$$

где  $n_1, n_2$  – соответственно количество опытов в МП для контролируемых параметров и шум-факторов.

Тогда

$$\mathbf{X}_H = \begin{vmatrix} f_1(X_{11}, \dots, X_{1m}; H_{11}, \dots, H_{1p}) & \cdots & f_k(X_{11}, \dots, X_{1m}; H_{n_21}, \dots, H_{n_2p}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(X_{n_11}, \dots, X_{n_1m}; H_{11}, \dots, H_{1p}) & \cdots & f_k(X_{n_11}, \dots, X_{n_1m}; H_{n_21}, \dots, H_{n_2p}) \end{vmatrix}.$$

Запишем модель исследуемого технического объекта как

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}_H \Theta + \varepsilon, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  – матрица неконтролируемых шум-факторов, для которых, как и ранее, будем полагать  $E\varepsilon_i = 0$ ;  $E\varepsilon_i\varepsilon_j = 0$ ;  $E\varepsilon_i^2 = \sigma^2$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ . Соответственно

$$\mathbf{Y} = \begin{vmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n_2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n_11} & \cdots & y_{n_1n_2} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Рассмотрим способ формирования плана эксперимента для поставленной задачи.

### 3 ПОСТРОЕНИЕ ПЛНА ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЗДОРОВЬЯ ДЕТЕЙ ОТ РАЙОНА ПРОЖИВАНИЯ

Для контролируемых факторов, приведенных в таблице 1, построим МП  $\mathbf{D}_X$ , соответствующую ортогональной таблице  $L_{16}(2^1 3^1 4^1)$ .

Таблица 1 – Контролируемые факторы

	Факторы		Кол-во уровней
1	F1	Район проживания	3
2	F2	Пол	2
3	F3	Возраст ребенка	4

Социально-бытовые факторы, приведенные в таблице 2, будем рассматривать как внешний шум  $\mathbf{h}_2$ .

Таблица 2 – Шум-факторы

	Факторы		Кол-во уровней
1	E1	Занимается ли ребенок спортом	2
2	E2	Средний доход на 1 члена семьи в месяц	4
3	E3	Курит ли отец	2
4	E4	Курит ли мать	2
5	E5	Образование матери на момент родов	
6	E6	Тип семьи	2
7	E7	Сколько раз употребляет ребенок мясопродукты в день	4

Поскольку значения факторов представлены в номинальных и порядковых шкалах, то для формирования МП  $\mathbf{D}_H$  возможно использовать принцип таблиц сопряженности [5].

Одним из свойств таблиц сопряженности является то, что матрицы эксперимента, построенные на их основании, представляют планы полного факторного эксперимента, в которых присутствуют все варианты сочетаний значений уровней между собой и вследствие этого все главные эффекты и эффекты взаимодействий ортогональны между собой [6].

Для матрицы планирования  $\mathbf{D}_X$  построим вспомогательные матрицы  $\mathbf{Z}_j$ ,  $j = 1, \dots, p$ , где  $p$  – количество контролируемых шум-факторов:

$$\mathbf{Z}_j = \begin{vmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n_11} & \cdots & z_{n_1q} \end{vmatrix},$$

где  $q$  – количество экспертов, которые участвуют в исследовании (для каждого шум фактора, количество опрашиваемых экспертов должно совпадать);  $z_{kl}$  – значение уровней исследуемых признаков,  $k = 1, \dots, q$ ,  $l = 1, \dots, n_1$ .

На основании таблиц сопряженности построим ортогональную таблицу  $L_{32}(2^4 4^2 5^1)$   $\mathbf{D}_H$ , и вспомогательные матрицы  $\tilde{\mathbf{Z}}$  и  $\tilde{\mathbf{Y}}$  размерности  $n_1 \times n_2$ , где соответственно элемент  $\tilde{z}_{il}$  – количество наблюдений из  $\mathbf{Z}_j$ , соответствующих условиям  $\mathbf{D}_X$  и  $\mathbf{D}_H$ , и элемент  $\tilde{y}_{il}$  – сумма значений индекса напряженности, для наблюдений, которым соответствуют условия эксперимента, заданные матрицами  $\mathbf{D}_X$  и  $\mathbf{D}_H$   $i = 1, \dots, n_1$ ;  $l = 1, \dots, n_2$ .

В результате выражение (4) примет вид:

$$\mathbf{Y} = \begin{vmatrix} \tilde{y}_{11}/\tilde{z}_{11} & \cdots & \tilde{y}_{1n_2}/\tilde{z}_{1n_2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{y}_{n_11}/\tilde{z}_{n_11} & \cdots & \tilde{y}_{n_1n_2}/\tilde{z}_{n_1n_2} \end{vmatrix}. \quad (5)$$

### 4 РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА РОБАСТНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В соответствии с методом анализа результатов робастного эксперимента [2] выражение (5) преобразовывается с использованием выражения

$$g(y_i) = \sigma_i^2/\mu_i^2 = \gamma_i^2,$$

где  $\sigma_i$  и  $\mu_i$  – соответственно дисперсия и математическое ожидание для  $i$ -й строки  $\mathbf{Y}$ , и получен вектор

$$\mathbf{G} = \begin{vmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_i \\ \gamma_{n_1} \end{vmatrix},$$

который использовался в качестве отклика для дальнейшего анализа. По результатам РПЭ можно сделать

вывод, что показатели здоровья детей возраста от 7 до 10 лет, проживающих в наиболее загрязненном районе города, значительно отличаются в худшую сторону относительно показателей здоровья детей, проживающих в других районах.

## **ВЫВОДЫ**

Для исключения зависимости социально-бытовых факторов от районов проживания для анализа данных было использовано робастное планирование эксперимента. Так как большинство факторов измеряются в номинальных и порядковых шкалах, для построения плана эксперимента использовались таблицы сопряженности, что позволило получить для матрицы планирования шум-факторов ортогональную таблицу.

Использование робастного планирования эксперимента для исследования влияния загрязненности района проживания на показатели здоровья детей позволило получить результаты, устойчивые к изменению социально-бытовых факторов.

## **ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК**

1. Тюрин Ю. Н., Макаров А. А. Анализ данных на компьютере. – М.: ИНФРА-М, – 2003. – 544 с.
2. Табунщик Г. В. Робастное планирование эксперимента в задачах моделирования технических объектов //
3. Кирсанова Е. В., Субботин С. А. Обобщенный метод кластер-регрессионной аппроксимации в задаче моделирования показателя здоровья детей // Радиоэлектроника. Информатика. Управління. – 2004. – № 1. – С. 90–94.
4. Tabunshchik G., Kirsanova O. Nonparametric Methods Analysis for Medico-ecological research // Proceedings of the International Conference TCSET'2006. – Lviv: Publishing house of Lviv Polytechnic. – 2006. – С. 657–658.
5. Флейс Дж. Статистические методы для изучения таблиц долей и пропорций. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 319 с.
6. Лапач С. Н., Пасечник М. Ф., Чубенко А. В. Статистические методы в фармакологии и маркетинге фармацевтического рынка. – К.: ЗАТ «Укрспецмонтажпроект», 1999. – 312 с.

Надійшла 12.12.05  
Після доробки 27.01.06

У статті досліджується зважомоз'язок показників здоров'я дітей від ступеню забруднення району проживання. Для вирішення даного завдання в роботі використовується робастне планування експерименту, тому що вимогається виключити вплив на показники здоров'я соціально-бітлових факторів. Запропонований метод формування плану експерименту, що поєднує основні концепції робастного планування експерименту та таблиць спряженості.

*The dependence between child's health rate and district fouling factor is under the study in the article. Because of necessity to exclude the influence of social factors on health rate, robust experimental design is offered for solving this task. Method for design construction based on basic concepts of robust design and contingency tables is described by the author.*

# НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

## НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

### NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 62.19:681.32

В. И. Дубровин

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ КОЭФФИЦИЕНТА УПРОЧНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ АВИАДВИГАТЕЛЕЙ

Рассмотрено решение задачи прогнозирования величины коэффициента упрочнения на основе нейронных сетей. Разработаны алгоритмы, позволяющие осуществлять оценку информативности и отбор информативных параметров.

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных задач при расчете запаса прочности деталей газотурбинных авиадвигателей (ГТД) и внедрении нового технологического процесса является предварительная оценка коэффициента упрочнения  $\beta^y$  – отношения пределов выносливости упрочненной детали  $\sigma_{-1}^y$  и детали, окончательно обработанной по серийной технологии шлифованием или полированием  $\sigma_{-1}$ :  $\beta^y = \sigma_{-1}^y / \sigma_{-1}$ .

Для определения коэффициента упрочнения необходимо провести испытания на усталость определенного числа деталей, что на стадии проектирования является дорогостоящей и трудновыполнимой задачей. В настоящее время расчет запаса прочности деталей выполняется по результатам испытания на усталость стандартных образцов с различными концентраторами напря-

жений. В этом случае не всегда соблюдается подобие напряженного состояния в зоне контакта при деформационном упрочнении и изменение коэффициента упрочнения  $\beta^y$  при переходе от упрочненного образца к детали.

Эффективность алмазного выглаживания, которое нашло применение в авиастроении, в значительной мере зависит от выбранных режимов, физико-механических и геометрических характеристик упрочняемых деталей и деформирующего инструмента.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В задачу предыдущих исследований, для решения данной задачи [1], входило получение с помощью теории подобия и анализа размерностей математической модели коэффициента упрочнения с участием параметров процесса алмазного выглаживания физико-механических характеристик материалов деталей и инструмента с учетом изменения эффективности упрочнения при наличии концентрации напряжений и масштабного фактора деталей на этапе проектирования и внедрения технологического процесса.

В качестве факторов, наиболее полно отражающих процесс алмазного выглаживания деталей, предлагалось использовать:

- 1) НВ, МПа – твердость материала;
- 2)  $q_{\max}$ , МПа – среднее контактное давление в зоне деформирования;
- 3)  $a$ , мм – полуось эллипса касания в зоне упругого контакта;
- 4)  $s$ , мм/об – подача при выглаживании;
- 5)  $\sigma_b$ , МПа – предел прочности;
- 6)  $\sigma_{0.2}$ , МПа – предел текучести материала;
- 7)  $n$  – показатель деформационного упрочнения;
- 8)  $\alpha_{\sigma}^{\text{техн}}$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений от следов обработки;
- 9)  $R_{al}$ , мкм – параметр исходной шероховатости детали;
- 10)  $P_y$ , Н – сила выглаживания;
- 11)  $R_{cф}$ , мм – радиус сферы алмазного инструмента;
- 12)  $R_{a2}$ , мкм – параметр шероховатости после выглаживания детали;
- 13)  $\alpha_o$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений натурной детали (образца);
- 14)  $d$ , мм – диаметр образца в опасном сечении;
- 15)  $r$ , мм – радиус скругления галтели или надреза;
- 16)  $\bar{G}$ , мм<sup>-1</sup> – относительный градиент первого главного напряжения;

На основе полученных экспериментальных данных в предыдущих исследованиях [2] строились статистические модели коэффициента упрочнения, которые в отдельных случаях допускали погрешность при расчете  $\beta^y$  выше 10 %, что является недостаточно точной оценкой  $\beta^y$ .

Задачей настоящего исследования было получение более точной модели коэффициента упрочнения деталей при алмазном выглаживании, а также оценка значимости (информативности) факторов, используемых при построении модели.

## НЕЙРОСЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для построения модели коэффициента упрочнения предлагается использовать искусственные нейронные сети (НС) [3–5], обладающие способностью к аппроксимации многомерных функциональных зависимостей по точечным данным. После построения нейросетевой модели можно осуществить анализ информативности факторов, на основе которых осуществляется оценка значения коэффициента упрочнения, с целью упрощения модели и повышения ее достоверности. Для этого предлагается использовать комбинацию корреляционного анализа с нейросетевой оценкой информативности признаков.

Для моделирования коэффициента упрочнения были использованы результаты испытаний на усталость 57 партий образцов диаметром от 7,5 до 60 мм, изготовленных из высоколегированных сталей и сплавов марок

40ХН2МАШ, 13Х11Н2В2МФШ, 12ХН3А, 14Х17Н2Ш, ХН77ТЮР, Х12НМБФШ, 18Х15Н3МАШ.

Алмазное выглаживание образцов производилось инструментами с радиусами сферы от 0,8 до 3 мм. Твердость исследуемых материалов находилась в пределах НВ = 2350–3300 МПа, предел прочности  $\sigma_b = 950$ –1150 МПа, предел текучести  $\sigma_{0.2} = 600$ –1000 МПа, показатель деформационного упрочнения  $n = 0,103$ –0,131, сила выглаживания  $P_y = 100$ –500 Н, подача  $s = 0,03$ –0,16 мм/об, относительный градиент первого главного напряжения  $G = 0,43$ –2,51 мм<sup>-1</sup>. Для гладких образцов  $G_0 = 0,5$  мм<sup>-1</sup> ( $d = 7,5$  мм и  $r = 10$  мм).

Испытания на усталость проводились на электромагнитной установке в режиме резонансных колебаний ( $v = 310$ –320 Гц) при плоском знакопеременном изгибе консольно закрепленного образца и при чистом изгибе с вращением на машине МВП-10000 ( $v = 50$  Гц). Для каждой партии (10–12 образцов) определяли пределы выносливости упрочненных образцов  $\sigma_{-1}^y$  и исходных образцов  $\sigma_{-1}$  для вероятности разрушения  $P = 50$  %.

Фрагмент результатов испытаний на усталость и значения факторов представлены в табл. 1.

Моделирование коэффициента упрочнения осуществлялось с помощью двуслойного персептрона, первый слой которого содержал 4 нейрона, а второй слой – 1 нейрон. Все нейроны имели сигмоидную функцию активации  $\Psi(x) = 1/(1 + e^{-x})$ .

На входы НС подавались значения факторов. На выход НС подавалось значение коэффициента упрочнения для соответствующего образца.

В качестве целевой функции при обучении использовался минимум среднеквадратической ошибки сети для всей выборки  $goal = 10^{-6}$ .

Обучение НС производилось на основе алгоритма Левенберга–Марквардта. При обучении НС значение  $\eta$  полагалось равным 0,9, шаг обучения 0,00001, максимальное число циклов обучения НС epochs = 500.

Матрица весовых коэффициентов, полученная в результате обучения НС, представлена в табл. 2.

Результаты нейросетевого моделирования коэффициента упрочнения приведены в табл. 3. Здесь  $\beta_{\text{эксп}}^y$  – значение коэффициента упрочнения, полученное экспериментально,  $\beta_{\text{расч}}^y$  – расчетное значение коэффициента упрочнения, полученное с помощью НС.

Время обучения НС составило 106,7 с, количество затраченных циклов обучения 339, среднеквадратическая ошибка  $9,94262 \cdot 10^{-4}$ .

## ОЦЕНКА ИНФОРМАТИВНОСТИ ФАКТОРОВ

После получения нейросетевой модели коэффициента упрочнения осуществлялась нейросетевая оценка информативности факторов, а также были найдены коэффициенты корреляции факторов и коэффициента

Таблица 1 – Фрагмент экспериментальных данных

Номер экземпляра	Номер признака																$\beta^y$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
1	2350	3390	0,14	0,08	900	650	0,116	1,45	1,1	100	3	0,25	1	10	10	0,43	1,16
6	3300	5630	0,219	0,085	1150	1000	0,126	1,35	0,85	400	3	0,12	1	10	10	0,43	1,39
10	2700	5570	0,22	0,08	950	600	0,103	1,35	0,85	400	3	0,6	1	10	10	0,43	1,51
12	3300	5110	0,199	0,06	1150	1000	1,126	1,35	0,85	300	3	0,1	1	10	10	0,43	1,38
20	2300	3900	0,126	0,08	950	850	0,106	1,25	0,23	110	3	0,14	1	7,5	10	0,50	1,27
21	3100	5500	0,202	0,08	960	850	0,131	1,45	1,1	300	2,5	0,19	1	10	10	0,43	1,45
22	2850	4860	0,196	0,08	1000	700	0,103	1,35	0,85	250	2,5	0,12	1	10	10	0,43	1,50
25	2600	3970	0,125	0,08	1000	800	0,126	1,3	0,7	110	3	0,07	1	7,5	10	0,5	1,44
27	3300	5630	0,219	0,08	1150	1000	0,126	1,45	1,15	400	3	0,14	1,15	10	6	0,575	1,29
30	2350	3140	0,40	0,08	950	850	0,106	1,25	0,63	200	2,5	0,40	1,45	60	10	0,30	1,57
32	2550	5330	0,224	0,08	960	770	0,115	1,25	0,65	400	3	0,11	1,0	10	10	0,43	1,47
33	3300	4810	0,176	0,085	1150	1000	0,126	1,8	2,8	200	2,5	1,0	1,0	10	10	0,43	1,43
38	2700	4780	0,177	0,08	950	600	0,103	1,8	2,8	200	2,5	0,35	1,0	10	10	0,43	1,49
44	2350	4620	0,18	0,08	900	650	0,116	1,8	2,8	200	2,5	0,35	1,0	10	10	0,43	1,66
50	2300	3900	0,126	0,08	950	850	0,106	1,7	2,5	110	3,0	0,6	1,0	7,5	10	0,5	1,20
52	2600	3970	0,125	0,1	1000	800	0,126	1,65	2,4	110	3	0,30	1,0	7,5	10	0,5	1,13
54	3300	3480	0,139	0,08	1180	1000	0,126	1,65	2,4	100	3	1,2	2,52	10	0,25	8,2	1,83
58	2550	5330	0,21	0,10	960	770	0,115	1,65	2,3	400	3	0,25	1,0	10	10	0,43	1,35

упрочнения. Результаты оценки информативностей факторов приведены в табл. 4.

На основе полученных значений коэффициентов корреляции и оценок информативностей факторов принимались решения о разделении факторов на две группы: информативные и малоинформационные. К информативным относились те факторы, информативности и коэффициенты корреляции которых превышали

определенные пороговые значения, а к малоинформационным относились те факторы, информативности и коэффициенты корреляции которых были меньше определенных пороговых значений. При принятии решения об информативности признаков принимались следующие пороги значимости: для коэффициентов корреляции = 0,1979, для нейросетевых оценок информативностей признаков = 0,0625.

Таблица 2 – Матриця весових коефіцієнтів НС  $\omega_j^{(\mu,i)}$  – параметров нейросетевої моделі коефіцієнта упрочнення

$j$ – номер входа нейрона	$i$ – номер нейрона в слове				$\mu$ – номер слоя
	1	2	3	4	
0	14,1894	-5,1831	-10,8277	-5,3176	1
1	-21,1447	4,6313	-0,7001	0,9456	
2	-7,8715	-3,2767	0,4041	3,4354	
3	-11,5879	35,883	6,7379	5,2636	
4	-2,8764	15,19	-1,1862	2,0939	
5	34,8108	-4,2685	0,3106	-2,1849	
6	-14,0461	11,9728	-0,4762	2,2898	
7	-1,3948	28,2757	-36,5509	19,7894	
8	-4,4415	-0,8422	-1,7184	3,4117	
9	-5,6667	-8,1141	13,0482	1,4346	
10	6,1819	-7,5646	-2,5819	-1,7134	
11	-1,5746	-10,854	-3,4903	2,2829	
12	10,664	4,4055	5,3613	-8,4166	
13	-0,7028	0,5237	-1,0671	1,2218	
14	-21,3477	15,2453	-8,8919	5,6718	
15	-0,9858	7,8709	15,4614	-2,6364	
16	0,4963	-7,2036	30,9704	0,4219	
0	-34,3184				2
1	37,3173				
2	-32,6482				
3	29,7206				
4	63,3830				

Таблица 3 – Результаты нейросетевого моделирования

Номер экземпляра	$\beta_{\text{эксп}}^y$	$\beta_{\text{расч}}^y$	Номер экземпляра	$\beta_{\text{эксп}}^y$	$\beta_{\text{расч}}^y$	номер экземпляра	$\beta_{\text{эксп}}^y$	$\beta_{\text{расч}}^y$
1	1,16	1,16	21	1,45	1,45	41	1,58	1,58
2	1,27	1,27	22	1,5	1,5	42	1,6	1,6
3	1,38	1,38	23	1,61	1,61	43	1,56	1,56
4	1,54	1,54	24	1,64	1,64	44	1,66	1,66
5	1,46	1,46	25	1,44	1,44	45	1,6	1,6
6	1,35	1,35	26	1,13	1,1304	46	1,59	1,59
7	1,39	1,39	27	1,29	1,29	47	1,55	1,55
8	1,35	1,35	28	1,29	1,29	48	1,56	1,56
9	1,21	1,21	29	1,32	1,32	49	1,53	1,53
10	1,51	1,51	30	1,42	1,42	50	1,2	1,2
11	1,51	1,51	31	1,57	1,57	51	1,19	1,19
12	1,38	1,38	32	1,47	1,47	52	1,15	1,1499
13	1,37	1,37	33	1,43	1,43	53	1,13	1,1306
14	1,21	1,21	34	1,4	1,4	54	1,83	1,83
15	1,38	1,38	35	1,48	1,48	55	1,75	1,75
16	1,38	1,38	36	1,52	1,52	56	1,23	1,23
17	1,38	1,38	37	1,48	1,48	57	1,22	1,22
18	1,37	1,37	38	1,49	1,49	58	1,39	1,39
19	1,33	1,33	39	1,45	1,45	59	1,35	1,35
20	1,27	1,27	40	1,6	1,6			

Таблица 4 – Результаты оценки информативности факторов

Номер признака	Коэффициенты корреляции факторов и прогнозируемого параметра	Нейросетевая оценка информативности фактора	Решение об уровне информативности фактора
1	-0,088	0,0456	малоинформационный
2	0,288	0,0380	информационный
3	0,3076	0,1033	информационный
4	-0,0769	0,0374	малоинформационный
5	-0,199	0,0736	информационный
6	-0,2947	0,0512	информационный
7	-0,042	0,2096	информационный
8	0,1979	0,0314	информационный
9	0,1665	0,0459	малоинформационный
10	0,2139	0,0330	информационный
11	-0,4946	0,0345	информационный
12	0,2442	0,0814	информационный
13	0,0428	0,0108	малоинформационный
14	0,1308	0,0993	информационный
15	-0,0919	0,0491	малоинформационный
16	0,2875	0,0558	информационный

После принятия решений об информативности признаков из обучающего множества были исключены малоинформационные признаки (1, 4, 9, 13, 15). Затем осуществлялось повторное моделирование коэффициента упрочнения на основе НС. При этом все параметры НС и процесса обучения были такими же, как и в предыдущем случае, за исключением максимального числа циклов обучения, которое было увеличено epochs = 1000.

Матрица весовых коэффициентов, полученная в результате обучения НС, представлена в табл. 5. Результаты нейросетевого моделирования коэффициента упрочнения приведены в табл. 6.

Время обучения НС составило 190,87 с для 1000 затраченных циклов обучения (для 500 циклов – 95,44 с), среднеквадратическая ошибка  $3,98 \cdot 10^{-4}$ .

Как видно из табл. 3 и 6, погрешность расчета коэффициента упрочнения по сравнению с предыдущим случаем несколько увеличилась, что связано с уменьшением памяти НС за счет сокращения весов удаленных признаков, а также удаления из обучающей выборки информации, содержавшейся в удаленных признаках.

Время обучения НС составило 190,87 с для 1000 затраченных циклов обучения (для 500 циклов – 95,44 с), среднеквадратическая ошибка  $3,98 \cdot 10^{-4}$ .

Как видно из табл. 3 и 6, погрешность расчета коэффициента упрочнения по сравнению с предыдущим

случаем несколько увеличилась, что связано с уменьшением памяти НС за счет сокращения весов удаленных признаков, а также удаления из обучающей выборки информации, содержавшейся в удаленных признаках.

С другой стороны, полученный результат является вполне приемлемым. Отметим также, что в последнем случае скорость обучения при фиксированном количестве циклов обучения и скорость работы НС повысились по сравнению с предыдущим случаем.

Коэффициент множественной корреляции для данных из табл. 4 составил 0,99(9), в то время, как для статистических моделей коэффициента упрочнения, полученных в предыдущих исследованиях он не превышал 0,95. Это свидетельствует о том, что полученная нейросетевая модель является более точной по сравнению со статистическими моделями.

## ВЫВОДЫ

Высокая точность, обеспечиваемая при моделировании коэффициента упрочнения на основе НС, позволяет рассчитывать предел выносливости деталей на стадии разработки технологического процесса. Результаты моделирования коэффициента упрочнения деталей

Таблица 5 – Матрица весовых коэффициентов НС  $\omega_f^{(\mu,i)}$  – параметров нейросетевой модели коэффициента упрочнения после исключения малоинформативных факторов

$j$ – номер входа нейрона	$i$ – номер нейрона в слое				$\mu$ – номер слоя
	1	2	3	4	
0	-5,542	-2,2031	13,5044	-8,3408	1
1	5,3587	0,5508	43,6335	13,2709	
2	-7,8206	4,0778	10,5403	-25,7152	
3	3,1711	0,6497	6,5934	6,4903	
4	-3,7075	-0,6608	-18,2564	-7,8339	
5	2,8267	2,7226	-0,4401	4,6906	
6	0,3677	-0,4689	-7,5889	1,222	
7	-6,3121	-2,4655	-8,942	-11,2141	
8	5,202	0,6805	-30,9099	9,7942	
9	-1,9664	-0,2499	-1,1736	-3,1426	
10	11,0803	-2,8783	29,7395	31,9021	
11	2,3601	0,5349	-4,6556	3,7072	
0	-1,4457				
1	213,0422	2			
2	-86,3955				
3	6,6419				
4	-70,9734				

Таблица 6 – Результаты нейросетевого моделирования после исключения малоинформативных факторов

Номер экземпляра	$\beta_{\text{эксп}}^y$	$\beta_{\text{расч}}^y$	Номер экземпляра	$\beta_{\text{эксп}}^y$	$\beta_{\text{расч}}^y$	Номер экземпляра	$\beta_{\text{эксп}}^y$	$\beta_{\text{расч}}^y$
1	1,16	1,1594	21	1,45	1,4503	41	1,58	1,5853
2	1,27	1,2706	22	1,5	1,5006	42	1,6	1,6004
3	1,38	1,38	23	1,61	1,61	43	1,56	1,5593
4	1,54	1,5396	24	1,64	1,6404	44	1,66	1,6572
5	1,46	1,4602	25	1,44	1,4398	45	1,6	1,6006
6	1,35	1,3499	26	1,13	1,1343	46	1,59	1,5912
7	1,39	1,3907	27	1,29	1,2901	47	1,55	1,5497
8	1,35	1,3492	28	1,29	1,29	48	1,56	1,5651
9	1,21	1,2103	29	1,32	1,3196	49	1,53	1,5251
10	1,51	1,5098	30	1,42	1,42	50	1,2	1,196
11	1,51	1,51	31	1,57	1,57	51	1,19	1,1929
12	1,38	1,38	32	1,47	1,47	52	1,15	1,1508
13	1,37	1,37	33	1,43	1,4283	53	1,13	1,1302
14	1,21	1,2094	34	1,4	1,4015	54	1,83	1,83
15	1,38	1,3805	35	1,48	1,4825	55	1,75	1,75
16	1,38	1,3805	36	1,52	1,5167	56	1,23	1,2295
17	1,38	1,3805	37	1,48	1,4809	57	1,22	1,2207
18	1,37	1,3683	38	1,49	1,4903	58	1,39	1,3919
19	1,33	1,3303	39	1,45	1,4499	59	1,35	1,3479
20	1,27	1,2704	40	1,6	1,5951			

ГТД на основе НС являются вполне приемлемыми для применения на практике.

Комбинированный анализ информативности факторов на основе НС и коэффициентов корреляции позволяет упростить и оптимизировать модель коэффициента упрочнения, а также повысить достоверность получаемых результатов.

3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
4. Оссовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 344 с.
5. Патент № 44662A Україна. Спосіб визначення коефіцієнта зміщення деталей після алмазного вигладжування / Богуслаєв О. В., Дубровін В. І., Субботін С. О., Сценко В. К. Заявлено 16. 10. 2001 р. Опубл. 15.02.2002 р., бюл. № 2 «Промислова власність». – 6 с.

Надійшла 10.02.06

*Розглянуто розв'язок задачі прогнозування коефіцієнта зміщення на основі нейтронної мережі. Розроблено алгоритми, що дозволяють здійснювати оцінку інформативності та відбір інформативних параметрів.*

*The solution of a problem of hardening coefficient forecasting on the basic of neural networks is considered. The algorithms allowing to execute valuation of selfdescriptiveness and selection of informative parameters are developed.*

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Яценко В. К., Зайцев Г. З., Притченко В. Ф. и др. Повышение несущей способности деталей машин алмазным выглаживанием. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.
2. Богуслаев В. А., Яценко В. К., Притченко В. Ф. Технологическое обеспечение и прогнозирование несущей способности деталей ГТД. – К.: Манускрипт, 1993. – 333 с.

УДК 519.713:681.326

Г. Ф. Кривуля, О. С. Коробко, А. И. Липчанский, Д. Е. Шуклин

# ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ НА БАЗЕ СЕМАНТИЧЕСКОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

---

*В работе рассматривается возможность применения экспертной системы на базе нейронной сети в целях диагностики компьютерной сети. Предлагается программное построение нейронной сети в виде многоуровневой системы. Каждый уровень указанной системы представляется совокупностью классов и методов, осуществляющих требуемые преобразования данных.*

## ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день экспертные системы (ЭС) широко применяются для решения значительного класса разнообразных задач. Как правило, в случае отсутствия каких-либо четких алгоритмов поиска решения либо в случае, когда найденное некоторыми алгоритмами решение является неудовлетворительным, использование ЭС является целесообразным. ЭС традиционно применяются в целях интерпретации данных, диагностики, мониторинга, проектирования, прогнозирования, планирования, обучения.

В данной работе рассмотрено использование ЭС, построенной на базе семантической нейронной сети (НС), для диагностики компьютерных систем и сетей [1]. В представленной работе приводится подробное

описание архитектуры НС, лежащей в основе ЭС, а также программная реализация ее структуры.

НС можно рассматривать как распределенную вычислительную систему, в которой нейроны соответствуют отдельным процессорам, а связи между нейронами соответствуют каналам передачи данных между этими процессорами. Подробное описание архитектуры нейрона в семантических НС приведено в работе [2].

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Авторами была разработана виртуальная машина, позволяющая моделировать различные НС в среде последовательной вычислительной системы. Компонентная архитектура ядра данной виртуальной машины рассматривается в работе [3]. В связи с широким распространением объектно-ориентированных методов разработки программного обеспечения представляется рациональным реализовать уровень НС в виде объектно-ориентированной базы данных (ООБД). Нейроны реализованы объектами, а связи между нейронами реализованы как ссылки между объектами. Для обеспечения максимальной гибкости перенастройки системы

виртуальна машина реалізована в виде нескільких рівнів, пов'язаних між собою через чітко визначені інтерфейси.

Основна мета даної розробки – створення виртуальної машини, підтримуючої нейронні мережі з свободною топологією та числом нейронів до 2 млрд. в одному хранілищі. Данна можливість забезпечується путем реалізації системи управління мережовою об'єктно-орієнтованою базою знань (СООБЗ). Поэтому тільки частина об'єктів знаходиться в цей момент в оперативній пам'яті. Більша частина об'єктів зберігається в файловому хранілищі.

Система управління мережовою об'єктно-орієнтованою базою знань повинна обладнати слідуючими можливостями:

- зберігати поточне станіння графа об'єктів або нейронної мережі в СООБЗ між сесіями роботи з користувачем. В цьому числі зберігається поточна топологія мережі об'єктів. При повторному запуску застосунку не буде потрібно створювати мережу заново;

- при величезному кількості екземплярів об'єктів обмежувати обсяг пам'яті, який використовується графом об'єктів або нейронної мережі. Найчастіше використовувані об'єкти залишаються в оперативній пам'яті, решта витесняється в файлове хранілище та завантажується в оперативну пам'ять лише при необхідності. При завантаженні екземпляра в оперативну пам'ять вони витеснюють інші, рідко використовувані об'єкти.

Ограничение обсягу пам'яті дозволяє відшвидчитися від використання файла підкачки оперативної системи, що значителіше підвищує продуктивність моделювання мереж з великим кількостію екземплярів об'єктів (при сумарному розмірі всіх екземплярів більшому, ніж розмір поточній вільної пам'яті в системі).

В разі, якщо обсяг мережі об'єктів менший за розмір поточній вільної пам'яті в системі, вся мережа знаходитьться в оперативній пам'яті та потерпає від продуктивності, пов'язаної з серіалізацією-десеріалізацією, які не виникають.

Применение СООБЗ не накладывает никаких ограничений на используемую бизнес логику или математическую модель нейрона, которую можно реализовать как методы об'єктов, находящихся в СООБЗ. Основное требование – организовать связи между об'єктами в сети не с помощью указателей, а с помощью идентификаторов об'єктов. При этом будет необходимо получать указатель на об'єкт, используя API СООБЗ.

## **2 РЕАЛИЗАЦІЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЇ СИСТЕМЫ**

Виртуальна машина, реалізуюча преобразування абстракцій нейронної мережі в абстракції оперативної системи реалізована в виде многоуровневої

системи [4]. Кожний рівень представлений набором функцій Application Programming Interface. Сумісність API всіх рівнів виртуальної машини, для определенности, названа Virtual Neural Programming Interface, далее VNPI. Ядро VNPI має 4 рівні: System Resource Manager (SRM) – рівень інтерфейсів оперативної системи; Virtual Memory Manager (VMM) – рівень управління пам'ятю та зборщик мусора. Virtual Cluster Manager (VCM) – рівень інтерфейсів управління файлом хранілища фреймів; Virtual Frame Manager (VFM) – рівень інтерфейсів кэширования фреймів.

Оперативна система представляє собою програму, виконуючу распределение ресурсов вычислительной системы между различными процессами. Уровень оперативной системы адаптирует функции, выполняемые операционной системой, под требования остальных уровней реализации. В уровне операционной системы реализованы такие функции, как управление файлами, памятью, вводом-выводом и потоками (потоками) выполнения программы,

Уровень SRM обеспечивает адаптацию функций API оперативной системы к нуждам виртуальной машины, реализующей семантическую нейронную сеть.

Уровень VMM обеспечивает управление памятью. Все блоки памяти располагаются в списке наиболее часто используемых блоков памяти. При нехватке ресурсов в системе этот список просматривается на предмет неименования часто используемых блоков. Если для размещенного блока памяти определена CALLBACK функция сборщика мусора, данный блок может быть разрушен подсистемой управления памятью. В этом случае для данного блока предварительно вызывается CALLBACK функция сборщика мусора с указанием блока памяти и причины вызова. Этот механизм используется для освобождения нейронов, которые наименее часто используются системой. Перед разрушением такого нейрона CALLBACK функция сборщика мусора сохраняет данные тела нейрона в хранілищі нейронів (VCM).

Уровень VCM обеспечивает функционирование функций API файла – хранілища фреймів. Хранілище даних представляє собою структуру довговременного хранення даних, в якій зберігаються дані, описуючі стан нейронів. На рівні оперативної системи хранілище даних представляє собою звичайний файл. Структура хранілища, організована таким чином, що стан нейронів зберігається цілісним незалежно від того, завантажені або не завантажені в пам'ять машини копії даних нейронів. Це досягається путем виключення з хранілища всіх контекстно-залежних даних, таких як файлові індекси та індикатори на блоки пам'яті. При створенні нового нейрона, в хранілищі нейронів проводиться пошук якогось вільного кластера. Адрес цього

кластера возвращается в качестве уникального идентификатора нейрона. Если нейрон в процессе своей жизни увеличивает свои размеры и выходит за пределы кластера, уровень управления хранилищем находит еще один свободный кластер и добавляет этот кластер в конец списка кластеров, используемых нейроном. Этим обеспечивается возможность хранить нейроны любого необходимого размера (в данной реализации ограничение на размер одного нейрона составляет до  $2^{31}$  байт – ограничение на размер целого со знаком, размещаемого в одном регистре процессора x86).

Физически нейрон реализуется в хранилище данных как поток данных (Data Stream). Благодаря этому каждый нейрон можно рассматривать как некоторый файл. В результате работы с нейроном ведется посредством функций работы с файлами, такими как чтение блока данных, запись блока данных, перемещение файлового указателя.

Внутренняя структура нейрона представлена на рис. 1.

Каждая секция нейрона может рассматриваться как поток данных (или как файл, отображенный в память) и интерпретироваться другими уровнями любым способом.

Идентификация, поиск, управление и обработка нейронов в хранилище обеспечивается с помощью идентификаторов нейронов.

Уровень VFM обеспечивает функционирование функций API кэширования фреймов. Тела нейронов на этом уровне представляют собой фреймы, находящиеся в хранилище. Уровень VFM загружает данные нейрона из хранилища в оперативную память системы. При необходимости освободить блок памяти некоторого нейрона подсистема управления памятью обращается через CALLBACK функцию к уровню кэширования. Уровень кэширования сохраняет данные тела нейрона в хранилище и освобождает блок памяти для использования в других целях. Таким образом, в виртуальной машине реализуется вытесняющий алгоритм кэширования нейронов.

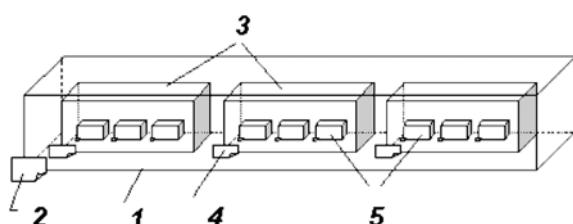


Рисунок 1 – Внутренняя структура нейрона:

1 – данные тела нейрона; 2 – идентификатор нейрона в хранилище;  
3 – данные тела секции; 4 – идентификатор типа секции;  
5 – данные других уровней, расположенные в теле секции

### 3 ПРЕДСТАВЛЕНИЕ УРОВНЯ ИНТЕРФЕЙСОВ ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Для реализации SRM-уровня введем понятие «поток». Здесь поток – это некоторая последовательность байт, расположенных в некотором порядке. Потоки могут быть представлены как потоки данных в файле, памяти и т. д. Для реализации потоков в проекте был создан класс CSystemStream, являющийся файлом, размещенным в файловой системе. Данный класс должен содержать методы, поддерживающие операции чтения данных из потока и записи данных в поток (методы CSystemStream\_\_Obtain и CSystemStream\_\_Update соответственно).

В качестве входных параметров эти методы принимают следующие данные:

- объект менеджера потоков типа;
- дескриптор открытого потока, которым ведется работа;
- позиция с которой необходимо считывать или записывать данные;
- размер записываемых / читаемых данных;
- выходной параметр – количество реально обработанных данных.

Для осуществления чтения и записи данных в файл необходимо создать этот файл в системе, что выполняется посредством функции CSystemStream\_\_Extern. Указанная функция в качестве параметров принимает атрибуты создаваемого файла, его имя в формате UNICODE и описатель потока, с которым ведется работа.

Для закрытия файла используем метод CSystemStream\_\_Forget.

Кроме того, класс CSystemStream также предполагает наличие методов CSystemStream\_\_Length и CSystemStream\_\_Resize, предназначенных для определения и изменения длины потока соответственно.

Чтобы производить работу с потоком, необходимо хранить дескриптор этого потока и текущую позицию в потоке. При работе с потоком необходимо каждый раз корректировать текущую позицию. Это вполне возможно делать при каждой необходимости работы с потоком, однако это не удобно и громоздко. Для облегчения работы со потоком создается специальный объект CStreamReaderWriter.

Этот объект должен выполнять следующее:

- хранить в себе указатель на Stream с которым работает объект CStreamReaderWriter в переменной – члене класса Server;
- хранить в себе дескриптор открытого потока в переменной – члене класса Handle;

– хранить в себе текущую позицию Offset в потоке, благодаря чему отпадает необходимость хранить и корректировать эту позицию при каждом обращении к потоку;

Основными методами данного класса являются CStreamReaderWriter\_\_Obtain и CStreamReaderWri-

ter\_\_Update, позволяющие считывать данные из текущей позиции в потоке и, соответственно производить запись в поток. Отличие данных методов от аналогичных функций класса CSystemStream состоит в том, что функции-члены класса CStreamReaderWriter не получает в качестве входных данных Handle и Offset, так как указанные параметры уже хранятся в объекте класса.

Получать и устанавливать текущую позицию в потоке позволяют методы CStreamReaderWriter\_\_GetPosition и CStreamReaderWriter\_\_SetPosition. Параметр Offset данных функций представляет собой указатель, через который возвращается либо устанавливается текущая позиция. Возвращаемое / устанавливаемое значение текущей позиции является относительным. Параметр Origin задает метод относительной адресации этого значения. Он может принимать следующие значения:

```
#define VNPI_IO_ORIGIN_BEGIN 1
#define VNPI_IO_ORIGIN_CURRENT 2
#define VNPI_IO_ORIGIN_END 3
```

В случае VNPI\_IO\_ORIGIN\_BEGIN значение текущей позиции возвращается / устанавливается относительно начала потока.

В случае VNPI\_IO\_ORIGIN\_END при получении текущей позиции ее значение возвращается так: position = offset - stream\_length. Замечание: в данном случае возвращаемое значение меньше либо равно 0. При установлении текущей позиции ее значение устанавливается относительно конца потока offset = stream\_length + position.

В случае VNPI\_IO\_ORIGIN\_CURRENT при установлении текущей позиции ее значение устанавливается относительно текущей позиции offset = offset + position.

При получении позиции всегда возвращается 0, если значение параметра Origin равно VNPI\_IO\_ORIGIN\_CURRENT.

Класс CStreamReaderWriter также содержит методы CStreamReaderWriter\_\_SetServer и CStreamReaderWriter\_\_GetServer, CStreamReaderWriter\_\_GetHandle и CStreamReaderWriter\_\_SetHandle. Эти функции просто устанавливают или возвращают соответствующие значения.

Инициализация объекта CStreamReaderWriter производится через функцию конструктора CStreamReaderWriter\_\_ctor. При вызове конструктора в него передаются следующие параметры:

VNPIOBJECT Server – указатель на поток, с которым работает CStreamReaderWriter;

VNPIHANDLE Handle – дескриптор потока, с которым работает CStreamReaderWriter;

VNPIOFFSET Offset – текущая позиция чтения-записи в файле.

Конструктор инициализирует соответствующие члены передаваемыми параметрами.

Как было отмечено выше, поток может быть представлен не только как поток данных в файле, но и как поток данных в памяти. Для реализации потока в памяти создан специальный класс CSystemMemory. Данный класс содержит методы CSystemMemory\_\_Obtain и CSystemMemory\_\_Update, аналогичные методам CSystemStream\_\_Obtain и CSystemStream\_\_Update класса CSystemStream. Для выделения блока памяти необходимого размера из кучи используется функция CSystemMemory\_\_Create, в качестве параметра которой задается длина блока выделяемой памяти. Чтобы освободить выделенную память, используется функция CSystemMemory\_\_Remove. Метод CSystemMemory\_\_ReAlloc предназначен для того, чтобы изменить размер уже созданного блока памяти. Класс CSystemMemory также содержит метод CSystemMemory\_\_Length, позволяющий получить размер выделенной памяти в куче.

В ряде случаев существует необходимость вывода потока данных на дамповый терминал либо получения данных с клавиатуры. Для взаимодействия с консолью применяется класс

CSystemStdIO, содержащий всего два метода – CSystemStdIO\_\_Obtain, получающий ввод с потока stdin и CSystemStdIO\_\_Update – производящий вывод в поток stdout.

#### 4 РЕАЛИЗАЦІЯ УРОВНЯ УПРАВЛЕНИЯ ПАМЯТЬЮ

VMM – уровень виртуальной машины VNPI представлен посредством класса VMemoryManager, который работает с блоками памяти через класс CSystemMemory, представляя собой некоторый уровень абстракции системной памяти. Внутренняя реализация представлена в виде вектора, каждый элемент которого содержит ссылку на следующий и предыдущий элементы. Программно данный вектор отображается как структура struct \_s\_vsrm\_memory, содержащая следующие члены:

Handle – дескриптор объекта;

Access – модификатор доступа типа VNPIACCESS;

поле Data типа VNPIVOID \_\_VNPI\_PTR, содержащее массив данных в памяти;

LockCount типа VNPIOFFSET – количество вызванных операций Attach без Detach;

PrevEntry – указатель на предыдущую структуру \_s\_vsrm\_memory\_entry типа VSRM\_MEMORY\_ENTRY \_\_VNPI\_PTR;

NextEntry – указатель на следующую структуру \_s\_vsrm\_memory\_entry типа VSRM\_MEMORY\_ENTRY \_\_VNPI\_PTR.

Сам класс VMemoryManager имеет следующие данные-члены:

root – объект класса \_root\_GenericObject;

SystemMemory – ссылка на глобальный объект потока в памяти типа VNPIOBJECT;

MemoryCounter – количество выделенной памяти данных;

HandleCounter – количество выделенных блоков VSRM\_MEMORY\_ENTRY типа VNPINUMBER;

MemoryLimit – максимальный размер выделяемой памяти данных;

MaxCounter – максимальное количество объектов структуры VSRM\_MEMORY\_ENTRY;

VSRM\_MEMORY\_ENTRY \_\_VNPI\_PTR FirstEntry – указатель на первый блок из выделенных VSRM\_MEMORY\_ENTRY;

VSRM\_MEMORY\_ENTRY \_\_VNPI\_PTR LastEntry – указатель на последний блок из выделенных VSRM\_MEMORY\_ENTRY;

VSRM\_MEMORY\_ENTRY \_\_VNPI\_PTR BaseEntry – указатель на блок, являющийся первым реально (может отличаться от переменной FirstEntry);

VSRM\_MEMORY\_ENTRY \_\_VNPI\_PTR EmptyEntry – указатель на последний удаленный блок, в котором будет размещаться ссылка на следующую выделяемую память;

HandleCapacity типа VNPINUMBER – текущий размер блока, на который указывает BaseEntry. Данная переменная соответствует количеству структур VSRM\_MEMORY\_ENTRY в блоке.

Член класса VMemoryManager HandleCounter фактически содержит номер первого действительно свободного блока VSRM\_MEMORY\_ENTRY в векторе. А HandleCapacity задает размер этого вектора в этих блоках. Когда не останется ранее освобожденных блоков EmptyEntry и HandleCapacity = HandleCounter, то нам нужно нарастить следующий блок.

VMemoryManager\_\_ctor – конструктор класса VMemoryManager. Конструктор используется для инициализации начальных значений. Он создает блок памяти, в котором резервируется место для начального количества (задано переменной HandleCapacity, например 32 штуки) VSRM\_MEMORY\_ENTRY. После инициализации в данном блоке нет используемых структур VSRM\_MEMORY\_ENTRY. По мере размещения блоков в памяти с использованием VMemoryManager\_\_Create в выделенном блоке размещаются соответствующие блоки VSRM\_MEMORY\_ENTRY.

В методах VMemoryManager\_\_Create и VMemoryManager\_\_Resize реализуется проверка на отсутствие свободной памяти. В случае превышения допустимых значений параметров MemoryLimit или Handle-Limit запускается сборка мусора до устранения этого нарушения. Метод VMemoryManager\_\_Resize предназначен для изменения размеров блока памяти без очистки данных. Подразумевается, что при увеличении размера блока над данными не происходит никаких из-

менений, а при уменьшении отсекается «лишняя» порция данных.

Метод класса VMemoryManager\_\_Create отвечает за создание блока памяти. В функцию передается длина блока и дескриптор данного блока памяти. Удаление блока осуществляется посредством функции – члена VMemoryManager\_\_Remove. При этом происходит изменение указателей соседних структур VSRM\_MEMORY\_ENTRY на предыдущий и последующий объекты структуры VSRM\_MEMORY\_ENTRY. Что касается удаляемого объекта, – то он хранится в качестве ссылки параметра EmptyEntry менеджера памяти.

Кроме того, для чтения и обновления блока данных используются методы VMemoryManager\_\_Obtain и VMemoryManager\_\_Update. В качестве параметров данных функций задаются: длина считываемых и записываемых в память данных; буфер, из которого происходит считывание либо выполняется запись данных; количество реально скопированных данных.

Следует отметить, что вызов каждой из вышеперечисленных функций производится упорядочение списка VSRM\_MEMORY\_ENTRY (изменяются значения полей PrevEntry и NextEntry). Также в процессе своей работы VMemoryManager собирает статистику MemoryCounter и HandleCounter, что используется для контроля наличия свободной памяти.

## 5 РЕАЛИЗАЦИЯ УРОВНЯ VCM

Экспертная система может насчитывать миллиарды объектов. Даже если объем памяти, занимаемый одним объектом, невелик, емкости ОЗУ для хранения всех объектов не достаточно. Для преодоления указанного неудобства создается список наиболее часто используемых нейронов. За создание и хранение данного списка в памяти отвечает уровень VMM. В VMM существуют ограничения на количество присутствующих в списке объектов (Handle limit) и объем используемой памяти (Memory limit). Нейроны, не вошедшие в список, хранятся на жестком диске.

Для эффективного функционирования уровня VMM необходимо создание хранилища данных, в которое будет сбрасываться и считываться информация. Для этой цели был создан VCM – кластерный менеджер (хранилище потоков в файле).

VCM работает на основе файла. Одна база VCM представляет собой один файл в операционной системе. Данный файл содержит заголовок (header), в котором обозначен тип файла, его параметры, количество кластеров, номер первого свободного кластера.

Структура одного файла VCM представлена следующим образом: файл делится на блоки, содержащие  $m+1$  кластеров по  $n$  байт. Каждый первый кластер блока поделен на  $m$  слотов, причем имеется взаимоодноз-

начное соответствие между слотами и кластерами блока (рис. 2).

Пусть у нас имеются блоки, содержащие 4 слота по 4 байта. Один кластер имеет размер 16 байт.

Пусть 7 – номер первого свободного кластера (рис. 3). В 7-й кластер записываются первые 16 байт блока данных. В слоте, соответствующем 7-му кластеру, хранится номер следующего свободного кластера, в который помещаются следующие 16 байт блока данных. Следующий

свободный кластер имеет идентификатор 3. Слот, соответствующий номеру 3 содержит значение 9, Э и это будет номером кластера, в который будет помещена следующая порция данных. В том случае, если слот содержит значение 0 (не имеется свободных кластеров), в конец файла добавляется еще один блок  $m^*n$ .

Для обеспечения функционирования хранилища данных используется ряд следующих методов.

Метод Create позволяет создать цепочку кластеров указанной длины. Данная функция находит свободный блок, размещает блоки на величину указанной длины. Возвращаемым значением функции является номер первого свободного кластера. Методы Obtain и Update позволяют считывать и записывать данные в кластер соответственно. Функция Length возвращает длину хранилища (общий размер блоков в цепочке). Метод Resize позволяет изменить размер (длину) хранилища данных. Все вышеперечисленные методы реализуются с помощью набора API функций.

## 6 РЕАЛИЗАЦИЯ УРОВНЯ VFM

Уровень VFM позволяет кэшировать объекты в памяти. Каждый объект имеет свой идентификатор (Handle), что позволяет осуществлять к нему доступ.

Базовыми методами, позволяющими реализовать кэширование нейронов в памяти, являются Attach и Detach. Основными параметрами, принимаемыми данными функциями являются:

\_VFM – указатель на блок VFM;

Handle – номер объекта, на который указывает последний параметр, принимаемый функцией;

Access – атрибут, определяющий, для чтения или для записи устанавливается доступ к требуемому параметру;

pObj – указатель на объект внутри блока VFM.

Рассмотрим следующий пример. Пусть имеется указатель на объект (1) p1. Необходимо получить указатель p3 на объект (3). Это достигается путем использования функций:

`p1-> Attach (p1, (2), VPDATE, &p2);`

`p2-> Attach (p2, (3), VPDATE, &p3);`

Пусть имеется указатель p1 на объект, содержащий 4 потока по 10 байт каждый. Для копирования в буфер содержимого одного из потоков используется функция

`Obtain (pObj, Handle, Length, &Buffer),` где

pObj – указатель на объект внутри блока VFM;

Handle – номер потока внутри объекта;

Length – размер копируемого потока;

Buffer – буфер, в который осуществляется копирование данных.

В данном примере вызов функции чтения потока в буфер выглядит так:

`Obtain (p1, (4), 10, &Buffer).`

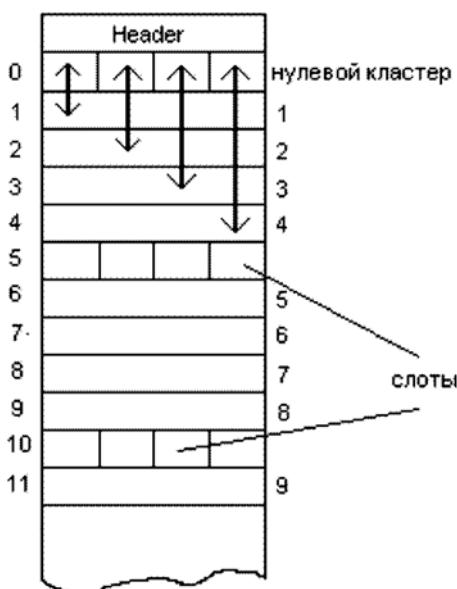


Рисунок 2 – Внутренняя организация хранилища потоков

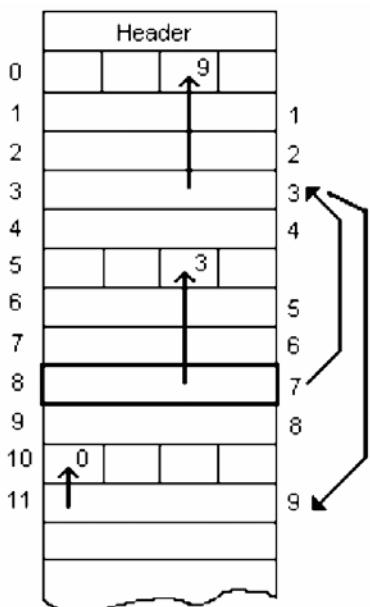


Рисунок 3 – Пример размещения данных в хранилище

Иерархия уровня VFM организована следующим образом. Существует один корневой блок без номера, на который имеется указатель: блок VFM, внутри – подблоки нейроны, на концах которых – потоки.

Пусть наша многоуровневая система насчитывает значительное количество нейронов (блоков). Задача состоит в необходимости получения указателя на конкретный объект. Это может быть достигнуто через уникальный идентификатор нейрона.

Пусть имеется объект с идентификатором 50. Представленный на рис. 4 нейрон содержит секции данных, имеющие номера (1), (2), (3)... По номеру некоторой секции можно получить на нее указатель. Тело секции представляет собой поток длиной 16 байт, состоящий из 4-х блоков по 4 байта. Таким образом, в каждую секцию может быть помещено четыре 32-битовых це-

лых числа, определяющих идентификаторы некоторых объектов. Иначе говоря, поток (4) содержит идентификаторы других нейронов. Так реализуется система связей между нейронами в базе.

## 7 ПРИМЕНЕНИЕ ЭС, РАЗРАБОТАННОЙ НА БАЗЕ НС, В ЦЕЛЯХ ДИАГНОСТИКИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

ЭС, построенная на основе разработанной нейронной сети, может быть использована в целях диагностирования средства диагностирования вычислительных сетей. Экспертные системы для решения задач диагностирования вычислительных сетей аккумулируют человеческие знания о выявлении причин аномальной работы сетей и возможных способах приведения сети в работоспособное состояние.

Рассматриваемая система распознает широкий ряд проблем, которые могут указать на наличие скрытого дефекта или узкого места в компоненте сети, выдает сообщения об их появлении, предоставляет рекомендации по их исправлению.

В табл. 1 приведена сравнительная характеристика наиболее популярных экспертных систем диагностирования сетей и разработанной на базе VNPI ЭС. Как правило, ЭС диагностирования сетей являются встроенным в анализаторы протоколов либо поставляются в виде отдельных подключаемых модулей.

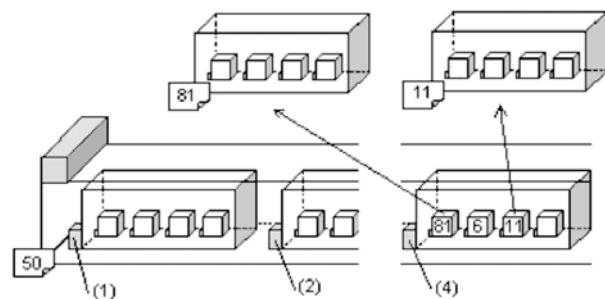


Рисунок 4 – Организация связей между объектами через идентификатор нейрона

Таблица 1 – Сравнительная характеристика экспертных систем диагностирования сетей

Характеристики \ Эксп. система	Observer Expert Extention	Prisma Lite	DSS Expert Analysis	Agilent Network Analyzer	OptiView Protocol Expert	ЭС на базе VNPI
Экспертный анализ в реальном режиме времени	+	+	+	+	+	+
Наличие задач-экспертов для стеков протоколов	+	-	+	-	+	-
Анализ временных интервалов	+	-	+	+	+	+
Режим моделирования характеристик сети	+	+	-	-	-	-
Функция оповещения	+	+	+	+	+	+
Интерпретация диагноза	+	+	+	+	+	+
Рекомендации по устранению проблемы	-	-	+	-	-	+
Функция планирования эксперимента	-	-	-	-	-	-
Удаленный анализ	+	+	+	-	+	+

## ВЫВОДЫ

В данной работе была представлена архитектура ядра виртуальной машины нейронной сети, проектируемой с целью построения ЭС на базе представленной модели. Ядро реализуется в парадигме компонентного программирования, этим обеспечивается возможность динамически изменять архитектуру ядра без перекомпиляции отдельных компонентов. Представленная виртуальная машина эмулирует параллельное выполнение нейронов в сети. Были описаны уровни VNPI, состоящие из набора классов и соответствующих методов.

Уровень интерфейсов операционной системы обеспечивает адаптацию функций API операционной системы к характеристикам виртуальной машины, реализующей семантическую нейронную сеть. На данном уровне рассматривается работа с потоками данных в файле, что отражает класс CSystemStream, либо памяти, что реализуется посредством класса CSystemMemory. Для упрощения работы с потоком создается специальный объект CStreamReaderWriter.

Уровень управления памятью и сборщик мусора обеспечивает распределение памяти. Реализация данного уровня достигается путем использования объектов VMemoryManager, представляющих собой связные списки, содержащие ссылку на следующий и предыдущий элементы.

Уровень интерфейсов управления файлом хранилища фреймов обеспечивает функционирование функций API файла – хранилища фреймов. Уровень интерфейсов кэширования фреймов обеспечивает функционирование функций API кэширования фреймов.

На основе представленной НС была реализована ЭС, используемая для диагностирования компьютер-

ных сетей. Недостатками данной ЭС является отсутствие режима моделирования характеристик сети и отсутствие задач-экспертов для стеков протоколов. К числу преимуществ данной ЭС можно отнести эффективность управления ресурсами ее виртуальной машины и эффективность организации связей между объектами.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Кривуля Г. Ф., Бабич А. В., Липчанский А. И., Шкиль А. С. Применение экспертных систем реального времени для диагностики компьютерных систем. // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2004. – № 1. – С. 56–62.
2. Аударъ З. В., Шуклин Д. Е. Реализация нейронов в семантических нейронных сетях // Радиоэлектроника и информатика. – 2000. – № 4. – С. 89–96.
3. Шуклин Д. Е. Принципы построения компонентной архитектуры ядра виртуальной машины эмулирующей семантическую нейронную сеть // 8-й международный молодежный форум «Радиоэлектроника и молодежь в ХХI веке». Ч. 2.: Сб. материалов форума. – Харьков: ХНУРЭ. 2004. – С. 101.

Надійшла 22.02.06

У роботі розглядається можливість використання експертної системи на базі нейронної мережі у цілях діагностики комп’ютерної мережі. Пропонується програмна побудова нейронної мережі у вигляді багаторівневої системи. Кожен рівень вказаної системи представляється сукупністю класів і методів, що виконують перетворення даних.

*The application possibility of the expert system, built on the basis of neuron net, is considered in the purposes of computer net diagnostics. The program construction of the neuron net in the form of multilevel system is proposed. Each level of the mentioned system is represented by the set of classes and data transformation fulfilling methods.*

УДК 681.3.06; 681.3.07

Р. К. Кудерметов, А. М. Щербаков, М. Ю. Юрич

## СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ОПЕРАЦІЙНИХ МОДУЛІВ МОДУЛЯРНОЇ АРИФМЕТИКИ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОбЧИСЛЕНЬ

Розглянута можливість розширення сфери застосування нейронних мереж для паралельної обробки даних у модульарній системі залишкових класів. Наведенні результати структурного синтезу операційного модуля ділення чисел модульарної арифметики.

## ВСТУП

Проектування параметричних інформаційних метасистем з управління швидкісними процесами не обходиться без вимоги контролю дійсних станів та прогнозування подальшої поведінки об'єктів у режимі реального часу.

Здійснення одночасного, контролю, наприклад, тільки координат траєкторії руху об'єкту та розрахун-

ки його прогнозованого напрямку, або корекції орієнтації в просторі, приводить до необхідності застосування методів паралельних обчислень різної степені глибини та створення багатопроцесорних систем.

Створення складних розподілених систем виявив нові тенденції розвитку кібернетики, які можна визначити двома напрямками:

– напрямок побудови і дослідження моделей поведінки складних об'єктів і способів керування ними за допомогою імітації механізмів природи живих істот. Наприклад, задачі високого рівня складності стали предметом дослідження дисциплін, які вивчають проблеми побудови штучного інтелекту на зразок роботи людського мозку;

– напрямок гіbridного підходу, який полягає у сумісному впровадженні різних методів або моделей для дослідження одного й того ж об'єкту. Парадигма такого підходу заснована на згоді з тим, що лише багатоаспекти вивчення об'єкту з інтеграцією одержаних результатів дозволить знайти необхідні знання або наблизитися до оптимального рішення.

Сучасний стан створення багатопроцесорних інформаційних систем визначається інтенсивним пошуком нових засобів та методів найшвидшої, паралельної обробки інформації, які орієнтовані на нові технології логічного синтезу та аналізу управління у нейромережному базисі.

Сформовані у рамках сучасної теорії інтелектуальних обчислень основні концепції нейронних мереж пов'язані з побудовою і вживанням штучних багатошарових моделей, прототип яких використовує структури і механізми функціонування біологічних нервових систем, і розглядаються як методологічний базис для створення архітектур швидкої паралельної обробки інформації.

Штучні нейронні мережі складаються з безлічі взаємодіючих простих процесорів [1]. Такі процесори зазвичай прості, порівняно з процесорами, в персональних комп'ютерах.

Кожний процесор-«нейрон» подібної мережі має справу тільки з одними сигналами, які він періодично одержує, і сигналами, які він періодично посилає іншим процесорам (рисунок 1).

Будучи сполученими в достатньо велику мережу з керованою взаємодією, такі локально прості процесори разом здатні виконувати досить складні задачі.

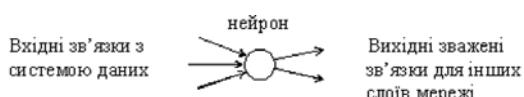


Рисунок 1 – Окремий елемент нейронної мережі

Найпростіші архітектури нейронних мереж обмежені правилами комбінування вхідних сигналів, структурою зв'язків та правилами передачі сигналів вагових значень, правилами навчання нейронів та обчислення сигналу його активації.

Найважливіша особливість мережі, що свідчить про її величезний потенціал, полягає в можливості паралельної обробки інформації всіма розподіленими кластерними ланками. У багатьох випадках стає можливим аналіз та перетворення сигналів у реальному часі.

При великому числі нейронних з'єднань мережа стає стійкою до помилок, що виникають на деяких лініях. Функції пошкоджених зв'язків беруть на себе справні лінії, внаслідок чого діяльність мережі не зазнає суттєвих впливів.

Інша не менше важлива властивість – здібність до навчання і узагальнення накопичених знань. Натренована на обмежений безлічі навчальних даних, мережа здатна узагальнювати одержану інформацію і показувати мінімальну близькість евклідової відстані поміж центрідами кластерів на даних, що не використовувалися в процесі навчання. Це дає можливість позбавитись складних процесів програмування контролю станів об'єкту при невизначеності його поведінки.

Характерна особливість мережі полягає також в можливості її реалізації із застосуванням технології великого ступеня інтеграції. Відмінність нейронних елементів мережі невелика, а їх повторюваність значна. Це відкриває перспективу створення універсального мікропроцесора з однорідною структурою, здатного в мережі переробляти різноманітну інформацію і виконувати функції: апроксимації; класифікації і розпізнавання образів; прогнозування; ідентифікації і оцінювання; асоціативного управління.

Перелічені властивості викликають обґрунтований інтерес до нейронних мереж і суттєвий прогрес у їх дослідженні.

### ЗАСТОСУВАННЯ МОДУЛЯРНИХ СИСТЕМ ЧИСЛЕННЯ В НЕЙРОННИХ МЕРЕЖАХ

З розвитком теорії нейронних мереж, зокрема рішення задачі застосування модуллярних систем числення на нейронні структури [2], з'явилася можливість використання переваг модуллярного кодування інформації при рішенні задач паралельних обчислень. Нейрокомп'ютери (НК) мають важливу особливість функціонування, суть якої полягає в збільшенні їх продуктивності при скороченні розрядності оброблюваних даних. Одним з можливих шляхів скорочення розрядності оброблюваних даних є представлення їх в кодах модуллярної системи числення залишкових класів із взаємно просимими модулями.

Крім того, модуллярне кодування дозволяє виконувати основні арифметичні операції обробки даних

паралельно на операційних блоках у нейромережному логічному базисі, що дозволяє одночасно використовувати режим реального часу для багатьох параметрів системи даних.

Кінцеву множину додатних цілих чисел  $p_i$ , взаємно простих поміж собою, приймають за базис основ  $P$  модулярної системи числення в залишкових класах [3]:

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}. \quad (1)$$

Число  $A$  в модулярному коді представляється у вигляді набору  $k$  залишків  $\alpha_i$ :

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k), \quad (2)$$

обчислених по модулю кожної з  $p_i$  основ непозиційної системи числення:

$$\alpha_i = A \bmod p_i = A - \left[ \frac{A}{p_i} \right], \text{ для } i = 1, 2, \dots, k, \quad (3)$$

де  $[ ]$  – ціла частина числа,  $k$  – кількість основ медулярної системи числення.

В позиційній системі числення число  $A$  адитивне і представляється у вигляді зв'язаних розрядів, які мають свою вагу:

$$A = \alpha_n q^n + \alpha_{n-1} q^{n-1} + \dots + \alpha_1 q^1 + \alpha_0 q^0 + \alpha_{-1} q^{-1} + \dots + \alpha_{-2} q^{-2} + \dots + \alpha_{-m} q^{-m} = \sum_{i=-m}^n \alpha_i q^i, \quad (4)$$

де  $q$  – основа позиційної системи,  $\alpha_i$  – коефіцієнт розряду числа,  $n, m$  – ступінь ваги.

Модулярна система числення не адитивна, модулярні розряди залишків не залежні один від одного і не мають зв'язків по переносу одиниці переповнення молодшого розряду до старшого.

Значення числа в модулярному коді (2) не залежить від місця знаходження кожного розряду в його представленні, а залежить тільки від значення модулярної основи  $p_i$  відповідного розряду. Таку непозиційну систему числення називають модулярною системою залишкових класів (МСЗК). Якщо основи в представленні  $(p_1, p_2, \dots, p_k)$  вибрati взаємно простими (найбільший загальний дільник дорівнює одиниці), то, згідно Китайській теоремі про залишки [3], це забезпечує однозначність представлення будь-яких цілих чисел з діапазону  $\{0, R\}$ , який визначається як:

$$R = \prod_{i=1}^k p_i. \quad (5)$$

Зворотній перехід модулярних чисел до позиційної десяткової системи здійснюється за допомогою ортогонального базису  $B = \{B_1, B_2, \dots, B_k\}$ , який визначається один раз для прийнятого базису модулярної системи по кожній основі  $p_i$  за виразом:

$$B_i = \left( \frac{m_i R}{p_i} \right), \quad (6)$$

де  $i = 1, 2, \dots, k$ ,  $m_i$  – вага ортогонального базису, ціле додатне число, значення якого підбирається таким, щоб була відповідність рівності:

$$\left( \frac{m_i R}{p_i} \right) \bmod p_i = 1, \quad (7)$$

де  $m_i = 1, 2, 3, \dots$

Десяткове число через ортогональний базис, який зберігається як константи, знаходить як:

$$A = (\alpha_1 B_1 + \alpha_2 B_2 + \dots + \alpha_k B_k) \bmod R. \quad (8)$$

Більшість арифметичних операцій, при застосуванні МСЗК в нейронних мережах, виконується паралельно по модульним розрядам, що забезпечує високу швидкість обчислень.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Утворення залишків числа по розрядах модулярної системи проводиться незалежно один від одного, тому кожний розряд містить в собі інформацію про все число в цілому. Теоретично, це дає можливість виявлення помилок та відновлення зіпсованих кодів в  $p_i$  розряді по значеннях інших розрядів модулярного базису. Виконання процесів переводу кодів в МСЗК, подальше перетворення інформації у нейронній мережі за допомогою простих арифметичних дій, зворотній перевід чисел до десяткової системи, виявлення та відновлення зіпсованих кодів, потребує ряд спеціалізованих операційних модулів апаратного забезпечення пристосованих для роботи в нейронних мережах з модулярним обчисленням.

Структура модулярного спеціалізованого нейропроцесора (НП) обробки і аналізу інформації [3] представлена на рисунку 2.

На вхід нейропроцесора надходить цифровий потік даних, який перетворюється блоком переводу чисел із позиційної системи числення у модулярну систему залишкових класів (ПСЧ-МСЗК). Дані, представлені в модулярному коді, надходять на вхід блоку аналізу і прийняття рішення. Через блок розширення основ модулярного коду вони поступають на блок емуляції НП. Блок емуляції НП складається з лінійної частини

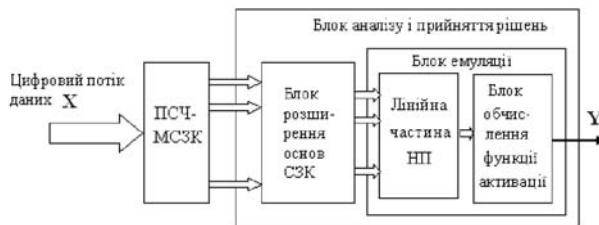


Рисунок 2 – Структура модулярного нейропроцесора

нейронної мережі та блоку обчислення функції активації. Саме в блоці обчислення функції активації розміщені операційні блоки виконання арифметичних дій з числами в модулярних кодах.

В роботі розглядається структурний синтез операційного модуля ділення чисел, представлених у модулярних кодах.

### СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ОПЕРАЦІЙНОГО МОДУЛЯ ДІЛЕННЯ ЧИСЕЛ В МСЗК

З урахуванням тенденцій розвитку нейрокомп'ютерних технологій [4], були проведені дослідження з питань структурного синтезу операційних модулів модулярної арифметики і розроблена структура модуля ділення чисел системи залишкових класів [5]. Структурна схема модуля приведена на рисунку 3.

Основним вузлом операційного модуля є блок ділення залишків 7, сукупність яких дозволяє виконувати операцію ділення цілих додатних чисел модулярної системи залишкових класів [4]:

$$A/B = C = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)/(b_1, b_2, \dots, b_k) = \\ = (c_1, c_2, \dots, c_k). \quad (9)$$

Алгоритм операції ділення виконується порозрядно блоками 7 за формулою:

$$c_i = (\alpha_i + k \cdot p_i) / b_i, \quad (10)$$

де  $\alpha_i$  – залишок діленого ( $i = 1, 2, 3\dots$ );  $b_i$  – залишок дільника;  $c_i$  – частка;  $k$  – коефіцієнт, який вибирається так, щоб частка була цілим числом ( $k = 0, 1, 2, \dots, p_{i-1}$ ).

Операції ділення (10) виконуються на модулярному суматорі додаткового коду за методом бінарної арифметики.

Операційний модуль містить регістри діленого 1, дільника 2, частки 3, блок керування 4, вузол корекції частки 5,  $n$  регістрів констант  $k \cdot p_i$  6,  $n$  блоків ділення залишків 7,  $n$  блоків аналізу частки 8.

Робота модуля здійснюється наступним чином. На вході регістра діленого 1 надходять дані діленого, представленого в системі залишкових класів. Регістр діленого

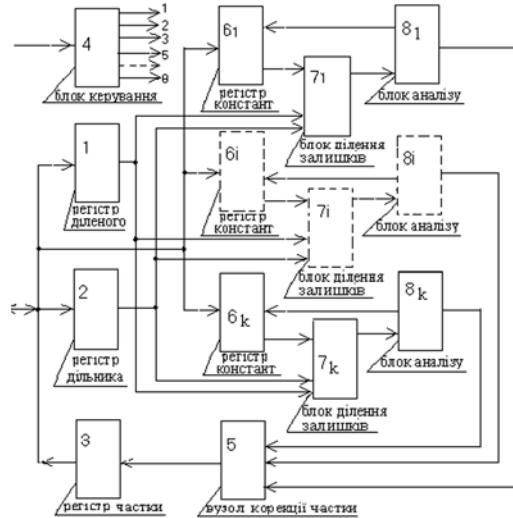


Рисунок 3 – Структурна схема операційного модуля ділення модулярних чисел

нога містить  $k$  залишків діленого  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ , де  $k$  – число базисних основ  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$  системи залишкових класів. Кожний залишок діленого  $\alpha_i$  надходить на вход своєго  $i$ -го блоку ділення залишків.

На регістр дільника 2 надходять дані дільника також представлені у системі залишкових класів. Регістр дільника містить  $k$  залишків числа  $B = (b_1, b_2, \dots, b_k)$ . Кожен залишок дільника  $b_i$  надходить на блок ділення залишків 7, де виконується ділення залишків діленого і дільника відповідно до формул (10).

Константи  $k \cdot p_i$  надходять до пристрою з каналу даних і зберігаються у регістрах 6.

Ділення по  $c_i$  розряду системи залишкових класів повинно виконуватися до цілого числа залишку частки. Перевірку цієї умови виконує блок аналізу 8. Якщо результат, отриманий з блоку ділення залишків 7 дорівнює цілому числу, тоді блок аналізу 8 передає результат ділення до вузла корекції частки 5. Якщо результат ділення дрібне число, то з блоку аналізу 8 передається сигнал на регістр констант 6. По цьому сигналу визначається наступна константа  $k \cdot p_i$ . Ця операція повторюється до одержання цілого значення частки модульного розряду.

Вузол корекції частки 5 записує результат ділення до регістру частки 3, інформація з якого знімається по інтерфейсному каналу нейропроцесора.

### ВИСНОВКИ

Дослідження нейронних мереж для застосування паралельної обробки даних у модулярній системі залишкових класів довели можливість побудови метасистем з управлінням швидкісними процесами, контролю дійсних

станів та прогнозування поведінки об'єктів у режимі реального часу за рахунок зменшення розрядності чисел при представленні їх залишками і можливості їх паралельної, одночасної обробки за рахунок відсутності зв'язків поміж ними.

Обґрунтована задача структурного синтезу операційних модулів модулярної арифметики. Представлені результати структурного синтезу операційного модуля ділення чисел залишкових класів довели можливість його функціонування в нейропроцесорах модулярної арифметики. Новизна дослідженъ підтверджена рішенням «Державного департаменту інтелектуальної власності» від 14. 12. 05 про видачу патенту на винахід № 2004032342 «Пристрій ділення чисел у системі залишкових класів». Винахід за № 2004032342 від 14.12.05. – Запоріжжя.: ЗНТУ, 2004. – 4 с.

2. Червяков Н. И., Шапошников А. В., Сахнюк П. А. и др. Применение модулярных вычислений для нейрообработки // Нейрокомпьютеры и их применение. М.: НКП. – 2002. – № 10. – С. 18–21.
3. Акушский И. Я., Юдицкий Д. А. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Высшая школа, 1968. – 453 с.
4. Червяков Н. И., Шапошников А. В., Сахнюк П. А. Модель и структура нейронной сети для реализации арифметики системы остаточных классов // Нейрокомпьютеры, разработка и их применение. – М.: НКП. – 2001. – № 10. – С. 12–17.
5. Щербаков А. М., Юрич М. Ю. Пристрій ділення чисел у системі залишкових класів. Винахід за № 2004032342 від 14.12.05. – Запоріжжя.: ЗНТУ, 2004. – 4 с.

Надійшла 2.02.06

Після доробки 28.03.06

*Рассмотрена возможность расширения сферы применения нейронных сетей для параллельной обработки данных в модулярной системе остаточных классов. Приведены результаты структурного синтеза операционного модуля деления чисел модулярной арифметики.*

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Калан Р. Основные концепции нейронных сетей. Перевод с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 287 с.

*The opportunity of expansion of sphere of application of neural networks for parallel data processing in modular to system of residual classes is considered. Results of structural synthesis of the operational module of division of numbers modular arithmetics are brought.*

# ПРОГРЕСІВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

## ПРОГРЕССИВНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES

---

---

УДК 519.2

А. И. Вершина, Г. Г. Киричек, Д. М. Пиза

## ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

---

*Использование информационных ресурсов в системе управления информационными потоками университета рассмотрено с позиции теории решения задач и представляется как иерархическая система, дающая возможность реализации процесса обучения на базе распределенных информационных ресурсов библиотеки. Каждый уровень получения информации описывается как процесс Маркова.*

### ВВЕДЕНИЕ

Потребность университета в едином информационно-образовательном пространстве ставит перед нами задачу создания информационной инфраструктуры. Ее представление в определенной степени отражает доступ участников образовательного процесса к информационным ресурсам. Если рассматривать учебный процесс в виде иерархической системы, то запросы на информационное обеспечение различных этапов процесса обучения также представляют иерархическую структуру. Библиотечные системы с их разнообразием литературы, огромным числом каталогов и подкаталогов, сложными связями между ними, могут рассматриваться как естественный объект для применения многоуровневых подходов. За последние годы объемы информации в библиотечных системах значительно воз-

росли, предоставляя при этом более качественные услуги пользователям библиотечных систем. В результате появляются большие и чрезвычайно сложные библиотечные системы, объединяющие тесно связанные между собой распределенные информационные ресурсы вузов. Анализ процесса обучения на различных этапах, с учетом специфики гуманитарного и технического направлений, видов выполняемых заданий, потребность в объемах и количестве требуемого материала, представляет достаточно сложную задачу, для решения которой необходимо создание математической модели. Модель должна позволять оценивать влияние размещения и предоставления определенных объемов информации разным участникам учебного процесса на качество обучения.

Рассмотрим данную задачу с позиции теории иерархических многоуровневых систем [1, 2] и теории решения задач [3, 4].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сложную информационную структуру вуза, основанную на распределенных информационных ресурсах

библиотечной системы, очень непросто описать полно и детально. Необходимо найти компромисс между простотой описания и необходимостью учета многочисленных поведенческих характеристик данной системы. Решение этой задачи можно найти в иерархическом описании всех взаимосвязанных компонентов структуры.

Модель информационного обеспечения тесно связана со структурой процесса обучения. В работе [5], процесс обучения представлен в виде иерархической системы принятия решений, структура которой представлена на рис. 1.

Иерархия информационной системы может быть представлена тремя уровнями. Первый уровень представляет собой хорошо укомплектованные и систематизированные с помощью УДК (Универсальная десятичная классификация) информационные ресурсы библиотеки, пользователями которых являются профессорско-преподавательский состав, студенты и сотрудники вуза. Второй уровень – это учебные планы, дисциплины, разработанные модули, ссылающиеся на первый уровень иерархии, пользователи этого уровня являются методический и учебный отделы, разработчики курсов и преподаватели. Третий уровень – это непосредственно учебный процесс со всеми формами обучения и отчетности, включая защиты курсовых и дипломных проектов [6]. Необходимо согласование этих уровней со структурой учебного процесса.

Отсюда ставится задача создания математической модели, учитывающей влияние информационной системы на эффективность учебного процесса.

## РЕШЕНІЯ ЗАДАЧІ

Учет информационных ресурсов в вузах ведется в едином электронном каталоге, который обеспечивает требуемую иерархическую классификацию, а также единую технологию ввода и представления информации. Хранение информационных ресурсов включает в себя механизмы их распределения в заданном информационном пространстве [7].

Каждый элемент иерархии функционально может принадлежать к нескольким другим различным иерархиям. Каждый уровень иерархии системы является верхним уровнем для иерархии подсистемы. Так как элементы системы могут группироваться в несвязанные множества [8]. Мы считаем, что элементы в каждой группе иерархии независимы.

Основные уровни могут быть представлены таким образом.

1. Заказ, комплектование (работа с организациями, кафедрами, учебными планами). Систематизация (сложная иерархия, УДК, ББК (разбиение по тематическим рубрикам и подрубрикам)) (здесь могут быть связи с учебными планами согласно изучаемых дис-

циплин, например: институт, факультет, кафедра, специальность, дисциплина или связи дисциплина-преподаватель, дисциплина-специальность). Распределение фонда:

- согласно расположению профилирующих кафедр;
- по тематическим разделам УДК;
- по специальностям (дисциплинам);
- с учетом вида и типа информации (периодическое издание, методическое указание, ГОСТ, электронное издание).

2. Разработка учебных пособий, курсов, модулей, конспектов лекций.

3. Процесс обучения:

- теоретический курс;
- лабораторные работы;
- практические занятия;
- курсовое проектирование;
- дипломное проектирование.

Переход на кредитно-модульную систему в современных образовательных курсах должен основываться на обеспечении связей с информационными базами данных и быстрым параллельном доступе, при изучении того или иного модуля, к информационным материалам по данной теме. К рассматриваемым видам данных следует отнести: бумажные документы, файлы данных различных форматов, электронные документы, аудио и видео материалы, базы данных, приложения для работы с электронными документами, информационные ресурсы Интернет и другие [9]. Интенсивная, целенаправленная и самостоятельная работа обучаемого предполагает возможность получения всей необходимой информации в достаточно полном объеме в короткий промежуток времени, используя самые разнообразные средства, формы и технологии доступа к информационным базам, определяемые спецификацией каждого конкретного случая. Структура информационного обеспечения учебного процесса приведена на рис. 2.

Влияние информационного обеспечения на процесс обучения тесно связано с решением вопросов перехода с уровня на уровень, поведения системы на одном уровне, влияния на соседние уровни. Эта задача связана с созданием математической модели объединяющей процесс обучения с информационным обеспечением.

В работе [7] полагалось, что вероятность  $\Delta k(t)$  усвоения элемента знаний в малом промежутке времени  $\Delta t$  пропорциональна величине этого промежутка. Влияние информационного обеспечения изменяет эту вероятность. Это изменение будем учитывать коэффициентом  $\eta$ , то есть

$$\Delta k(t) = k(t + \Delta t) - k(t) = [1 - k(t)]\eta\lambda\Delta t, \quad (1)$$

где  $k(t)$  – вероятность того, что элемент знаний за время  $t$  усвоен;  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности, который отражает интенсивность усвоения знаний;  $\eta$  –

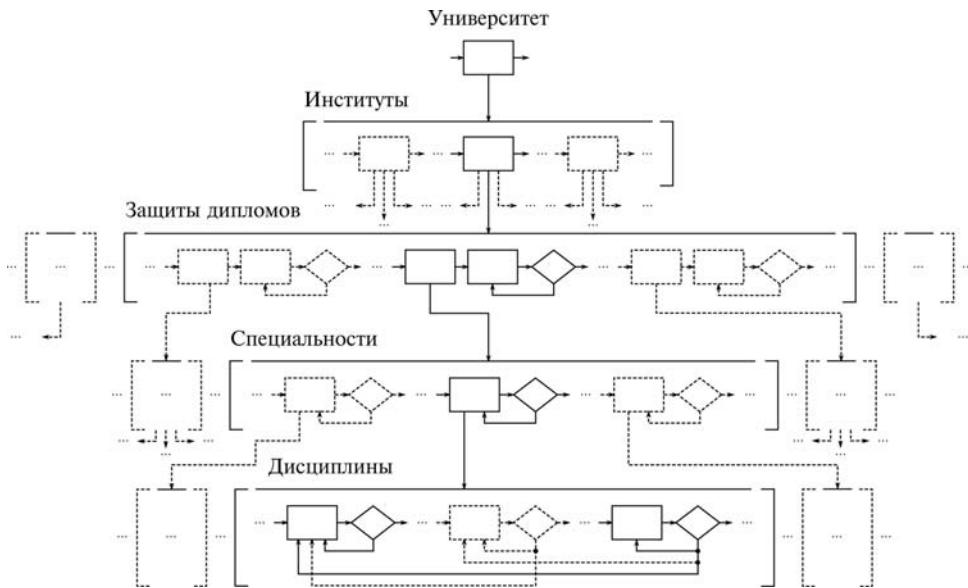


Рисунок 1 – Структура иерархической системы университета

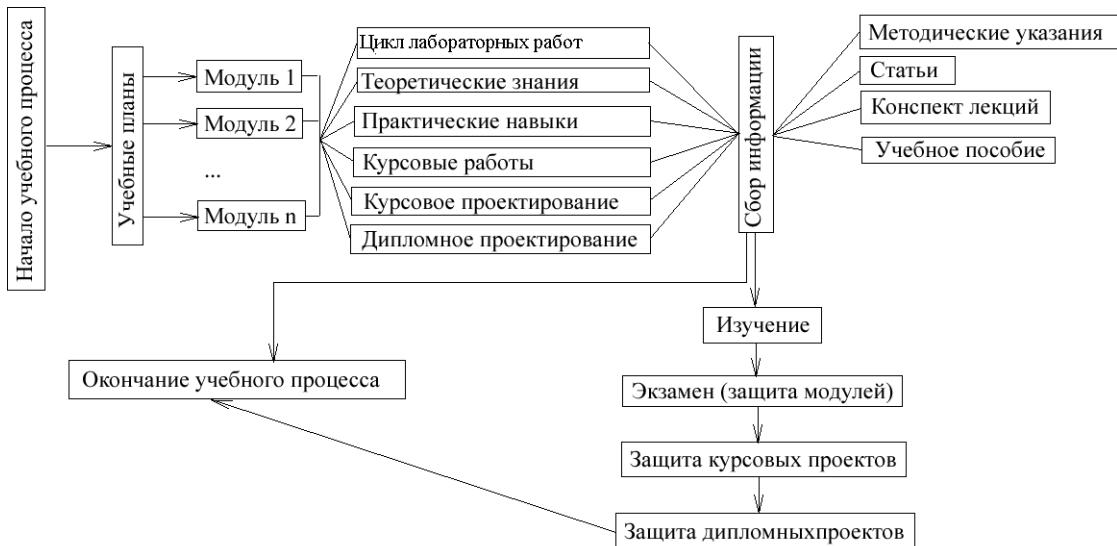


Рисунок 2 – Структура информационного обеспечения учебного процесса

коэффициент, учитывающий влияние информационного обеспечения на изменение  $\lambda$ . Переходя к пределу  $\Delta t \rightarrow 0$ , получим дифференциальное уравнение, решение которого приводит к экспоненциальному закону распределения. Плотность распределения времени на усвоение элемента знаний с учетом информационного обеспечения определяется выражением

$$p_k(t) = \frac{dk(t)}{dt} = \eta \lambda e^{-\eta \lambda t}, \quad (2)$$

то есть подчиняется экспоненциальному закону. Усвоение определенного объема знаний, представляющего собой совокупность  $\alpha$  элементов знаний приводит к гамма-распределению, которое в данном случае имеет вид

$$p(t) = \frac{(\eta \lambda)^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\eta \lambda t}, \quad (3)$$

где  $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$  – гамма-функция Эйлера.

Вероятность  $K(T)$  усвоения знаний определяется выражением

$$K(T) = \int_0^T p(t)dt = \frac{(\eta\lambda)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^T t^{\alpha-1} e^{-\eta\lambda t} dt. \quad (4)$$

Ожидаемое время на усвоение знаний равно

$$T_{yc} = \int_0^{\infty} t p(t)dt = \frac{(\eta\lambda)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} t^{\alpha} e^{-\eta\lambda t} dt = \frac{\alpha}{\eta\lambda}. \quad (5)$$

При выделении времени на обучение  $T_0$ , пропорционально ожидаемому времени на усвоение знаний  $T_{yc}$ , получим:

$$T_0 = \mu T_{yc} = \mu \frac{\alpha}{\eta\lambda}, \quad (6)$$

где  $\mu$  – коэффициент пропорциональности.

В этом случае имеем

$$K(T_0) = \int_0^{\frac{\mu\alpha}{\eta\lambda}} p(t)dt = \frac{(\eta\lambda)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\frac{\mu\alpha}{\eta\lambda}} t^{\alpha-1} e^{-\eta\lambda t} dt. \quad (7)$$

После внесения  $(\eta\lambda)^{\alpha}$  под знак интеграла, замены переменной  $z = \eta\lambda*t$  и изменения пределов интегрирования получим

$$K(T_0) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\frac{\mu\alpha}{\eta\lambda}} z^{\alpha-1} e^{-z} dz = K(\mu, \alpha). \quad (8)$$

При постоянстве  $\mu$  и  $\alpha$  имеем постоянство вероятности усвоения знаний, что позволяет описывать обучение как процесс Маркова.

Таким образом, влияние информационного обеспечения связано с выражением (5) и влияет на ожидаемое время усвоения знаний. С другой стороны, работа с системами информационного обеспечения требует определенных затрат  $T_{инф}$ , что должно отражаться в общих затратах на обучение.

В свою очередь, процесс обучения имеет итерационный характер, что приводит к многократному обращению к информационным системам. Представление процесса обучения в виде поглощающей цепи Маркова дает возможность оценить ожидаемое количество итераций [10]:

$$n_{1.1} = \frac{1}{1 - F}; \quad (9)$$

где  $F = (1 - K_0)\bar{A} + K_0(1 - A)$ ,  $K_0$  – вероятность усвоения знания;  $A$  и  $\bar{A}$  – вероятности качественной проверки усвоенных и неусвоенных знаний соответственно [10].

Общие затраты  $T_{\Sigma\text{инф}}$  на работу с информационной системой определяются выражением:

$$T_{\Sigma\text{инф}} = T_{\text{инф}} * n_{11}. \quad (10)$$

Таким образом, влияние информационных систем на процесс обучения будет на каждом этапе обучения двумя величинами  $\eta$  и  $T_{\text{инф}}$ .

В соответствии с вводимыми уровнями процесса обучения, информационное обеспечение также должно играть свою роль на каждом уровне.

В таблице 1 представлен пример взаимосвязи уровней обучения с системой информационного обеспечения.

Как мы видим, чем выше уровень процесса обучения тем требуется большее разнообразие видов и типов требуемой информации, поэтому необходимо определить влияние систематизации и распределения информационных ресурсов в сети вуза на процесс обучения. Поэтому приоритеты систематизации и размещения информационных ресурсов относительно каждой цели второго уровня получаются из матриц по парных сравнениях относительно этих целей, а полученные столбцы приоритетов взвешиваются затем при помощи столбца приоритетов второго уровня, что позволяет получить в итоге искомый составной столбец приоритетов третьего уровня.

Получение информационных ресурсов субъектом учебного процесса представляет собой сложную систему поиска информации, в которой присутствует определенный порядок [5]. Создание многоуровневой иерархической структуры данных подразумевает наличие расширенных возможностей структурирования информационной базы, при которых процесс поиска останется простым.

Образовательная информационная среда – совокупность информационных ресурсов и технологий их создания, сбора, передачи, хранения и обработки, используемых в образовательных целях. Информационные материалы хранятся в специальных хранилищах в виде объектов, упорядоченных иерархически.

Специфика содержания учебного материала должна основываться на иерархических отношениях между понятиями внутри одной предметной области, дисциплины, специальности и связях объектов, относящихся к контекстно связанным предметным областям, дисциплинам, специальностям. Уровень организационной иерархии дисциплин изображен на рис. 3.

Рост эффективности обучения схематически представлен на рис. 4.

Таблица 1 – Взаимосвязь уровней обучения с системой информационного обеспечения

Уровни процесса обучения от низшего к высшему	Вид информации	Тип информации	Методы получения информации
Изучение модуля	Методические указания	Учебная	Лекции. Традиционная библиотека. Электронная библиотека
	Книги	Справочники Учебники	Традиционная библиотека. Электронная библиотека
Изучение дисциплины (совокупность модулей)	Книги	Научные Научно-технические	Научные Научно-технические
	Конспекты лекций	Учебная	Лекции.
	Методические указания	Учебная	Традиционная библиотека. Электронная библиотека
	Периодические издания	Справочное Информационное Научное Научно-техническое Официальное	Традиционная библиотека. Электронная библиотека. Интернет
Изучение специальности (совокупность дисциплин)	ГОСТ	Научно-техническая	Традиционная библиотека. Электронная библиотека
	ДСТУ	Научно-техническая	
	Книги	Справочники Литературно-художественные Учебники Научные Научно-популярные Научно-технические	Традиционная библиотека. Электронная библиотека. Интернет
	Конспекты лекций	Учебная	Лекции.
	Методические указания	Учебная	Традиционная библиотека. Электронная библиотека
	Периодические издания	Справочное Информационное Литературно-художественное Научное Научно-популярное Научно-техническое Официальное Общественно-политическое	Традиционная библиотека. Электронная библиотека. Интернет

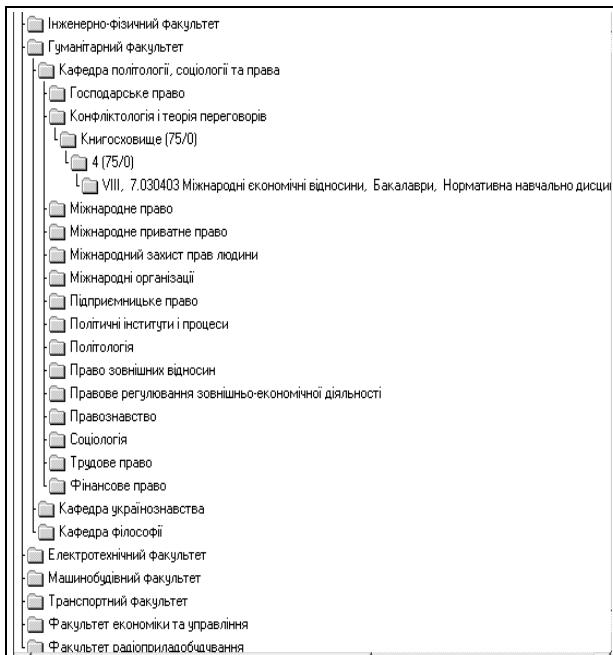


Рисунок 3 – Уровень організаційної ієрархії дисциплін

## РЕЗУЛЬТАТИ

Процесс систематизации и распределения информационных ресурсов библиотеки в сети вуза представлен как иерархическая система, перед которой стоит задача – рост эффективности процесса обучения, что соответствует поставленной цели – управление информационными потоками в системе открытого образования: предоставление информации для процесса обучения, сам процесс обучения (теоретическая и практическая подготовка, различные формы контроля знаний), систематизированные и распределенные в сети вуза информационные ресурсы.

Учет влияния информационного обеспечения представлен коэффициентом пропорциональности  $\eta$ , который учитывает влияние информационного обеспечения на интенсивность усвоения знаний в бесконечно малом промежутке времени, и затратами на поиск информации.

Использование информационных технологий и представление информации в виде иерархической структуры позволяет организовать единую систему навигации и поиска по информационным ресурсам. Имеются основания полагать, что построение данной модели иерархического представления информационных ресурсов для образовательного процесса позволит определить задачи управления информационными потоками в системах открытого обучения.

## ВЫВОДЫ

Решение задач информационного общества: создание единого образовательного пространства, управление знаниями, новейшие технологии обучения и т. д. остро ставит перед образовательной системой традиционные вопросы методологических и технологических основоположений, поиска эффективных путей их включения в информационно-образовательные процессы и управление информацией [9]. Поэтому оптимальным будет путь поиска и преобразований, который на физическом инфраструктурном уровне может иметь выражение в виде гибкой информационно-образовательной среды, которая обеспечивала бы возможность выбора как новейших, так и традиционных технологий и средств.

Сведение нами информационных, библиотечных и образовательных аспектов объясняется желанием увидеть глубинные процессы, которые зарождаются на стыках становления нового информационного общества и новых

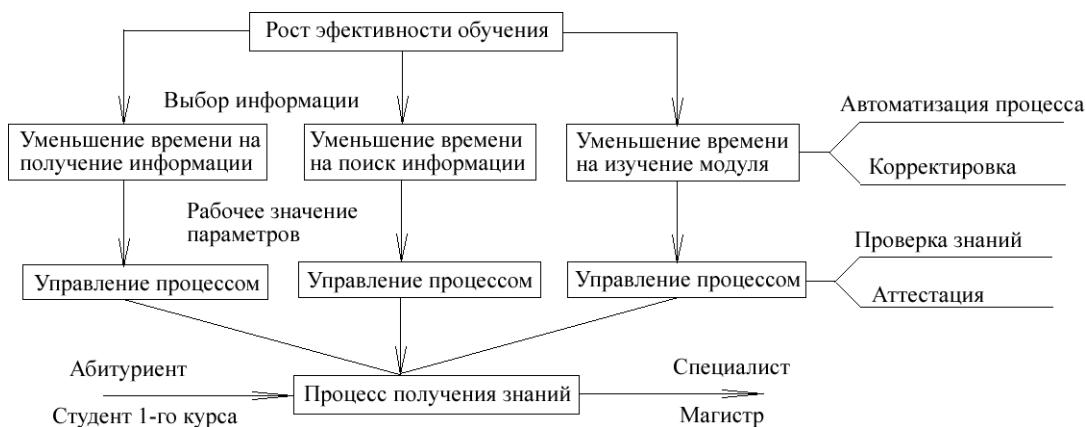


Рисунок 4 – Рост эффективности обучения

технологий обучения. Не вызывает сомнений интеграционный характер этих процессов, тем не менее разнообразие и сложность базовых элементов этих процессов выходит далеко за рамки возможностей аппарата традиционных серьезных научных исследований.

Дальнейшее применение рассмотренной иерархической системы предполагает:

- разработку структуры информационных ресурсов с учетом их оптимального размещения и использования;
- поэтапное размещение, представленной соответствующим образом информации, на серверах профилирующих кафедр;
- реализацию механизма дополнения и изменения информации авторизованными пользователями;
- оптимизацию управления потоками информации в распределенной системе.

#### **ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК**

1. Месарович М. Общая теория систем: математические основы / М. Месарович, Я. Такахара: Пер. с англ. Э. Л. Наппельбаума. Под ред. С. В. Емельянова. – М.: Мир, 1978. – 311 с.
2. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973. – 344 с.
3. Нильсон Н. Искусственный интеллект. Методы поиска решений. – М.: Мир, 1973. – 270 с.
4. Мангейм М. А. Иерархические структуры. – М.: Мир, 1970. – 180 с.
5. Вершина А. И., Солдатов Б. Т., Ермоленко А. А. Учебный процесс как иерархическая система // Радиоэлектроника. Інформатика. Управління. – 2004. – № 1. – С. 54–62.

6. Орлов П. І., Луганський О. М. Інформаційні системи і технології в управлінні, освіті, бібліотечній справі: Наук.-практ. посіб. – Донецьк: Альфа-прес, 2004. – 292 с.
7. Вершина А. И., Киричек Г. Г., Пиза Д. М. Модель информационного обеспечения учебного процесса университета // Радиоэлектроника. Інформатика. Управління. – 2004. – № 2. – С.64–68.
8. Шикин Е. В., Чхартишвили А. Г. Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. – 2-е изд., испр. – М.: Дело, 2002. – 440 с.
9. Киричек Г. Г. Організація інформаційного забезпечення навчального процесу. Інформаційні ресурси: створення, використання, доступ: Матеріали ІІ Міжнародної науково-практичної конференції «Informatio-2005». – К.: НПБ України, 2005. – 72 с.
10. Вершина А. И., Солдатов Б. Т. Моделирование процесса обучения // Радиоэлектроника. Інформатика. Управління. – 2003. – № 1. – С. 65–72.

Надійшла 3.01.06  
Після доробки 28.02.06

*Використання інформаційних ресурсів у системі керування інформаційними потоками університету розглянуто з позиції теорії розв'язання задач та представлено як ієрархична система, що надає можливість реалізації навчального процесу на базі розподілених інформаційних ресурсів бібліотеки. Кожний рівень отримання інформації описується як процес Маркова.*

*Use of information resources in a control system of information streams of university is considered from a position of the theory of the decision of problems and it is represented as the hierarchical system giving an opportunity of realization of process of training on the basis of distributed information resources of library. Each level of reception of the information describes as process Markova.*

УДК 681.3.06

А. В. Неласая

## **ПРОТОКОЛ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ НА ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ**

---

*В статье показана эволюция алгоритмов цифровой подписи. Продемонстрировано использование гиперэллиптических кривых в протоколе цифровой подписи. На примере показана корректность модифицированного с использованием гиперэллиптических кривых протокола цифровой подписи ДСТУ 4145.*

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Информатизация общества в настоящее время носит характер межгосударственного мирового процесса, характеризующегося широким внедрением передовых информационных технологий в наиболее ответственные государственные и коммерческие системы управле-

ния и связи. В настоящее время Украина активно включилась в этот процесс. Оперативный доступ к информационным и вычислительным ресурсам, поддерживаемым сетью Интернет, сегодня рассматривается как фактор преодоления международной экономической и культурной изоляции, фактор преодоления внутренней дезинтеграции, условие укрепления государственности, институтов гражданского общества, развития социальной инфраструктуры. Полноправное участие Украины в международных системах телекоммуникаций и информационного обмена невозможно без комплексного решения вопросов обеспечения информационной безопасности.

Одним из направлений защиты информации являются методы аутентификации сообщений. Информация считается аутентичной, когда потребитель имеет гарантии целостности и авторства информации. В процессе аутентификации объекта проверяется подлинность идентификатора, представленного с некоторыми данными. Такой идентификатор носит название электронной цифровой подписи. Цифровая подпись основана на применении асимметричных алгоритмов и представляет собой добавленные к информации данные, вычисленные посредством криптографического преобразования на секретном ключе отправителя защищаемой информации и параметров, наличие которых позволяет удостовериться в целостности информации и подлинности ее источника, а также обеспечить защиту от подлога со стороны получателя.

В 2003–2004 годах в Украине вступили в силу закон Украины «Про електронний цифровий підпис», который определяет правовой статус электронной цифровой подписи и регулирует отношения, возникающие при использовании электронной цифровой подписи, и закон Украины «Про електронні документи та електронний документообіг», который устанавливает основные организационно-правовые положения электронного документооборота и использования электронных документов. 17 января 2006 года было выдано первое в Украине свидетельство об аккредитации Центру сертификации ключей электронной цифровой подписи – Научно-производственной фирме «УНИС» [1, 2]. После этого был выдан еще ряд сертификатов. Теперь, когда электронный документооборот узаконен на государственном уровне, сертификат открытого ключа сможет получить практически любое юридическое или физическое лицо и такой сертификат будет иметь юридическую силу.

Для эффективной работы центров сертификации требуется решить ряд проблем:

- обеспечение достаточной стойкости криптографических средств, используемых для формирования и проверки цифровой подписи;
- обеспечение надежной (безотказной) работы центров сертификации;
- обеспечение достаточной скорости процедур генерации ключей, формирования и проверки цифровой подписи.

## **ЭВОЛЮЦІЯ АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЇ ПОДПИСІ**

В основу алгоритмов цифровой подписи положены несимметричные криптографические преобразования, стойкость которых основана на сложности решения некоторой математической задачи. Такими задачами, используемыми в настоящее время в криптографии, являются факторизация, нахождение дискретного лога-

рифма в кольцах и полях Галуа а также проблема вычисления дискретного логарифма на эллиптической кривой.

До недавнего времени популярными алгоритмами цифровой подписи были алгоритм подписи Ривеста-Шамира-Адельмана (RSA) и алгоритм Ель-Гамаля, на котором, в частности, построен «старый» российский стандарт на цифровую подпись ГОСТ Р 34.10–94.

Однако были найдены достаточно эффективные субэкспоненциальные алгоритмы факторизации целых чисел [3] (метод Диксона; алгоритм Бриллхарта-Моррисона; квадратичное решето; метод Шнорра-Ленстры; метод Ленстры-Померанса; алгоритмы решета числового поля; алгоритм Ленстры с помощью эллиптических кривых) и основанные на них методы дискретного логарифмирования. Это потребовало увеличения длины ключа преобразования, а, следовательно, привело к снижению скорости операций формирования и проверки цифровой подписи.

Выходом из сложившегося положения стали эллиптические кривые [4], определенные над конечными полями. Точки эллиптической кривой образуют аддитивную абелеву группу, пригодную для алгоритмов криптографических преобразований с открытым ключом. Стойкость криптографических протоколов на эллиптических кривых основана на большой вычислительной сложности задачи дискретного логарифмирования на эллиптической кривой. Однако точку эллиптической кривой нельзя факторизовать наподобие целого числа, поэтому многие методы дискретного логарифмирования в мультиплективной группе конечного поля оказались не пригодными для решения задачи дискретного логарифмирования на эллиптической кривой. Наилучший известный на сегодня метод решения задачи дискретного логарифмирования на эллиптической кривой  $\rho$ -Полларда имеет сложность  $I = \sqrt{\frac{\pi n}{4}}$ , где  $n$  – порядок группы точек.

К настоящему времени принято ряд стандартов цифровой подписи, основанных на эллиптических кривых, в частности [5–7]. Переход к эллиптическим кривым позволил значительно сократить длину ключа и соответственно скорость шифрования, хотя сами по себе групповые операции над точками кривой являются более медленными.

На сегодня криптопреобразования на эллиптических кривых вполне удовлетворяют требуемому уровню секретности. Однако увеличение мощности вычислительной техники и развитие методов криptoанализа в ближайшем будущем может привести к снижению стойкости таких преобразований.

Следовательно, актуальными являются задачи исследования стойкости и сложности криптоалгоритмов, лежащих в основе процедур формирования и проверки цифровой подписи, а также поиска новых математи-

ческих структур, являющихся источником абелевых групп для криптографических приложений и разработки криптографических систем на их основе.

В 1989 году Н. Коблиц предложил использовать в криптографии гиперэллиптические кривые. В отличие от эллиптических кривых, точки гиперэллиптической кривой не образуют группы. Однако аддитивную абелеву группу можно построить с использованием дивизоров. Порядок такой группы значительно превышает количество точек кривой, что позволяет достигать приемлемой стойкости при меньшем размере основного поля. Прямые и обратные криптографические преобразования в этом случае являются более сложными по сравнению с эллиптическими кривыми, однако длина элементов основного поля уменьшается до 50–80 бит в зависимости от рода кривой. Это делает гиперэллиптические кривые особенно привлекательными для аппаратного применения в устройствах с ограниченным объемом ресурсов. До недавнего времени считалось, что криптографические преобразования на гиперэллиптических кривых настолько сложны, что их скорость не может достичь практически приемлемого уровня. Однако анализ последних работ [8–10] показал, что применение современных методов вычислений в конечных полях позволяет значительно улучшить их скоростные показатели.

В настоящее время в мире ведутся интенсивные работы по изучению стойкости преобразований гиперэллиптических кривых. Возможно, этот математический аппарат будет использован в новых стандартах цифровой подписи и направленного шифрования.

Целью работы является демонстрация работы протокола цифровой подписи на гиперэллиптических кривых.

## ПОНЯТИЙНЫЙ АППАРАТ

Пусть  $F$  – конечное поле и пусть  $\bar{F}$  – алгебраическое замыкание  $F$ . Гиперэллиптическая кривая  $C$  рода  $g \geq 1$  над  $F$  представляет собой [11] набор решений  $(x, y) \in F \times F$  уравнения

$$C: y^2 + h(x)y = f(x), \quad (11)$$

где  $h(x) \in F[x]$  – полином степени не более  $g$ ,  $f(x) \in F[x]$  – нормированный полином степени  $2g+1$  и не существует решений  $(x, y) \in \bar{F} \times \bar{F}$ , которые бы одновременно удовлетворяли уравнению (1) и уравнениям с частными производными  $2y + h(x) = 0$  и  $h'(x)y - f'(x) = 0$ .

Эллиптическая кривая – это частный случай гиперэллиптической кривой при  $g = 1$ .

В качестве групповой структуры в случае гиперэллиптических кривых рассматривается якобиан кривой  $C$ . Каждый элемент якобиана – это класс эквивален-

тности дивизоров. Дивизор – это конечная формальная сумма точек кривой  $P_i \in C$

$$D = \sum_{P_i \in C} m_i P_i, m_i \in \mathbb{Z},$$

где только конечное число  $m_i$  не равно нулю. Каждый элемент якобиана может быть представлен уникально приведенным дивизором.

Приведенный дивизор есть дивизор формы

$$D = \sum_{P_i \in C} m_i P_i - \left( \sum_{P_i \in C} m_i \right) \infty, \quad (12)$$

в который входит только одна из противоположных точек и  $\sum_{P_i \in C} m_i \leq g$ .

При этом противоположной точкой для  $P(x, y) \in C$  является точка  $\bar{P}(x, -y - h(x)) \in C$ .

Дивизоры могут быть представлены как пары полиномов в форме Мамфорда [12].

Главной составляющей крипtosистем, основанных на проблеме дискретного логарифма в абелевой группе, является эффективный процесс вычисления  $cD$  для больших целых  $c$

$$cD = \underbrace{D + D + \dots + D}_{c \text{ раз}}$$

Эта операция называется скалярным умножением дивизора на число и состоит из групповых операций сложения и дублирования дивизоров. Существуют алгоритмы Кантора и Харли для выполнения групповых операций на якобиане гиперэллиптической кривой, однако в целях снижения вычислительной сложности в последние годы различными авторами разработаны явные формулы групповой операции для различных частных случаев, определяемых типом кривой и видами входных дивизоров.

Стойкость таких крипtosистем основана на большой вычислительной сложности решения задачи нахождения дискретного логарифма на якобиане гиперэллиптической кривой.

Канторовы групповые операции на якобиане определены следующим образом [13].

Операция сложения двух разных дивизоров:

Вход:  $D_1 = \text{div}(u_1, v_1)$ ,  $D_2 = \text{div}(u_2, v_2)$

Цель:  $D = \text{div}(u_3, v_3) = D_1 + D_2$

1:  $d := \text{gcd}(u_1, u_2, v_1 + v_2 + h) = s_1 u_1 + s_2 u_2 + s_3 (v_1 + v_2 + h)$

2:  $u'_0 = u_1 u_2 / d^2$

3:  $v'_0 = [s_1 u_1 v_2 + s_2 u_2 v_1 + s_3 (v_1 v_2 + f)] d^{-1} (\text{mod } u'_0)$

---

```

4:  $k = 0$ 
5: while  $\deg u'_k > g$  do
6:    $k = k + 1$ 
7:    $u'_k = \frac{f - v'_{k-1}h - (v'_{k-1})^2}{u'_{k-1}}$ 
8:    $v'_k \equiv (-h - v'_{k-1}) \pmod{u'_k}$ 
9: end while
10: Выход ( $u_3 = u'_k, v_3 = v'_k$ ).

```

При дублировании дивизора шаги 1–3 заменяются на следующие:

```

1:  $d = \gcd(u, 2v + h) = s_1u + s_3(2v + h)$ 
2:  $u' = u^2/d^2$ 
3:  $v' = [s_1uv + s_3(v^2 + f)]d^{-1} \pmod{u'}$ .

```

Таким образом, используя в качестве базовых криптографических преобразований операции с дивизорами на якобиане гиперэллиптической кривой, можно модифицировать протоколы цифровой подписи на эллиптических кривых. При этом операции с точками эллиптической кривой меняются на операции с дивизорами гиперэллиптической кривой.

### **ПРИМЕР МОДИФИЦИРОВАННОГО ПРОТОКОЛА ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ, ОСНОВАННОГО НА АРИФМЕТИКЕ ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ**

Рассмотрим гиперэллиптическую кривую рода 2:

$$y^2 = x^5 + 2x^2 + x + 3 \text{ над } GF(7). \quad (13)$$

Согласно [13] порядок якобиана этой кривой ограничен интервалом Хассе-Вейла

$$\left|(\sqrt{q}-1)^{2g}\right| \leq \#J/F_q \leq \left|(\sqrt{q}+1)^{2g}\right|,$$

где  $q$  – характеристика поля, над которым определена кривая,  $g$  – род кривой.

Подставляя параметры рассматриваемой кривой, получим:

$$\left|(\sqrt{7}-1)^{2 \cdot 2}\right| \leq \#J/F_7 \leq \left|(\sqrt{7}+1)^{2 \cdot 2}\right|,$$

$$8 \leq \#J/F_7 \leq 176.$$

Решениями уравнения (3) являются три точки с координатами в  $GF(7)$ , а именно:

$$P_1 = (1, 0), P_2 = (3, 1), P_3 = (3, 6).$$

Используя эти точки можно сформировать следующие приведенные дивизоры:

$$D1 = (1, 0) + (3, 1) - 2\infty,$$

$$D2 = (1, 0) + (3, 6) - 2\infty.$$

Представим  $D1$  в виде пары полиномов в форме Мамфорда

$$a(x) = (x-1)(x-3) = (x+6)(x+4) = x^2 + 3x + 3.$$

Для вычисления полинома  $b(x) = cx + d$  степени  $\leq 1$  необходимо определить его коэффициенты такие, что  $b(x_i) = y_i$  для всех  $i$ , для которых  $m_i \neq 0$ . Из этого получаем два уравнения с двумя неизвестными:

$$b(1) = cx + d = 0, \quad b(3) = cx + d = 1.$$

Отсюда  $c = 4$ ,  $d = 3$ . Следовательно, дивизор  $D1$  может быть представлен в виде

$$D1 = \text{div}(a, b) = (x^2 + 3x + 3, 4x + 3).$$

Аналогично получим

$$D2 = (x^2 + 3x + 3, 3x + 4).$$

Также каждая точка кривой порождает дивизор веса 1.

$$D3 = (1, 0) - \infty = (x-1, 0) = (x+6, 0),$$

$$D4 = (3, 1) - \infty = (x-3, 1) = (x+4, 1),$$

$$D5 = (3, 6) - \infty = (x-3, 6) = (x+4, 6).$$

Поскольку решениями уравнения (3) являются не только точки с координатами в  $GF(7)$  но и точки с координатами в его алгебраическом замыкании, последние также участвуют в формировании якобиана кривой.

Проведенные расчеты показали, что дивизор  $D1$  порождает группу порядка 34, содержащую единицу  $D0 = (1, 0)$ , один дивизор  $D3 = (x+6, 0)$  порядка 2, 16 дивизоров порядка 17 и 16 дивизоров порядка 34. Элементы якобиана кривой из уравнения (3) представлены в таблице 1.

Покажем, как можно реализовать протокол цифровой подписи на основе представленной группы дивизоров (якобиана) гиперэллиптической кривой из уравнения (3). Для этого несколько модифицируем протокол, описанный в стандарте [5], подставив вместо точек эллиптической кривой дивизоры гиперэллиптической кривой (таблица 2).

Таблица 1 – Представление дивизоров

Дивизор	Представление в форме Мамфорда
D0	(1, 0)
D1	( $x^2+3x+3$ , $4x+3$ )
D2	( $x^2+3x+3$ , $3x+4$ )
D3	( $x+6$ , 0)
D4	( $x+4$ , 1)
D5	( $x+4$ , 6)
D6	( $x^2+x+2$ , $6x+4$ )
D7	( $x^2+x+2$ , $x+3$ )
D8	( $x^2+5x+3$ , $5x$ )
D9	( $x^2+5x+3$ , $2x$ )
D10	( $x^2+3x+5$ , $x+2$ )
D11	( $x^2+3x+5$ , $6x+5$ )
D12	( $x^2+2$ , $6x+1$ )
D13	( $x^2+6x+3$ , $3x+5$ )
D14	( $x^2+2$ , $x+6$ )
D15	( $x^2+x+3$ , $5x+6$ )
D16	( $x^2+x+4$ , $2x+2$ )
D17	( $x^2+4x+6$ , $6x+3$ )
D18	( $x^2+x+4$ , $5x+5$ )
D19	( $x^2+5x+5$ , 2)
D20	( $x^2+4x+6$ , $x+4$ )
D21	( $x^2+2x+3$ , $5x+5$ )
D22	( $x^2+6x+3$ , $4x+2$ )
D23	( $x^2+5x+2$ , $5x$ )
D24	( $x^2+2x+2$ , $x+1$ )
D25	( $x^2+x+6$ , $6x+1$ )
D26	( $x^2+6x+6$ , $x$ )
D27	( $x^2+6x+6$ , $6x$ )
D28	( $x^2+x+6$ , $x+6$ )
D29	( $x^2+2x+2$ , $6x+6$ )
D30	( $x^2+5x+2$ , $2x$ )
D31	( $x^2+2x+3$ , $2x+2$ )
D32	( $x^2+5x+5$ , 5)
D33	( $x^2+x+3$ , $2x+1$ )

Таблица 2 – Модифицированный протокол «ДСТУ 4145»

Формирование подписи
<b>Вход:</b> секретный ключ $d$ , открытый ключ – дивизор $Q = -d \times G$ , общесистемные параметры.
<b>Выход:</b> цифровая подпись $\langle r, s \rangle$ для сообщения $M$ .
1. $w = h(M) \bmod n$ ; 2. Выбираем $e \in \{1, \dots, n-1\}$ ; 3. $e \times G = (u, v)$ ; 4. $F_e = \pi(u, v) \bmod n$ ; 5. $r = w F_e \bmod n$ ; 6. $s = (e + dr) \bmod n$ .
Верификация подписи
<b>Вход:</b> открытый ключ – дивизор $Q$ , общесистемные параметры, цифровая подпись $\langle r', s' \rangle$ , для сообщения $M'$ . <b>Выход:</b> Подпись действительна или нет.
1. $w' = h(M') \bmod n$ ; 2. $(u_R, v_R) = s' \times G + r' \times Q$ ; 3. $y = \pi(u_R, v_R) \bmod n$ ; 4. $v = w' y$ ; 5. $r' = v$ .

Здесь общесистемные параметры – базовый дивизор  $G$  и порядок базового дивизора  $n$ . Обозначения:  $h(M)$  – хеш-функция,  $\pi$  – функция преобразования дивизора в число.

В качестве базового выберем дивизор  $G = D4 = (x+4, 1)$ , порождающий подгруппу простого порядка 17.

Выберем секретный ключ  $d = 3$ .

Вычислим открытый ключ

$$Q = -dG = -3(x+4, 1) = -(x^2+x+6, x+6) = (x^2+x+6, 6x+1).$$

Пусть хеш сообщения  $h(M) = 325$ . Следуя приведенному алгоритму, вычисляем цифровую подпись.

$$w = 325 \bmod 17 = 2;$$

Выберем  $e = 5$ ;

$$5 \times G = (x^2+5x+2, 2x);$$

$$F_e = 152_7 \bmod 17 = (7^2 + 5 \cdot 7 + 2) \bmod 17 = 1;$$

$$r = (2 \cdot 1) \bmod 17 = 2;$$

$$s = (5 + 3 \cdot 2) \bmod 17 = 11.$$

Получили подпись  $\langle 2, 11 \rangle$ .

Проверка подписи:

$$w' = 325 \bmod 17 = 2;$$

$$(u_R, v_R) = 11 \times G + 2 \times Q = (x^2+5x+2, 2x);$$

$$y = 152_7 \bmod 17 = (7^2 + 5 \cdot 7 + 2) \bmod 17 = 1;$$

$$v = (2 \cdot 1) \bmod 17 = 2;$$

$2 = 2$ , подпись верна.

В целях демонстрации была выбрана кривая над малым полем. В реальных криптосистемах размер основного поля должен быть настолько большим, чтобы обеспечить достаточный уровень секретности.

Большинство криптографических приложений базируются на эллиптических или гиперэллиптических кривых с порядком группы не менее  $2^{160}$ . Следовательно, для криптосистем на гиперэллиптических кривых над  $F_q$  должно выполняться как минимум  $g \cdot \log_2 q \approx 160$ , где  $g$  – род кривой. В частности, для кривой рода 2, необходимо выбрать основное поле  $F_q$  с  $|F_q| \approx 2^{80}$ , то есть с длиной операндов 80 бит.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в протоколе формирования и верификации цифровой подписи группа точек эллиптической кривой была заменена на группу дивизоров (якобиан) гиперэллиптической кривой. На примере показана корректная работа такого протокола.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на доказательство стойкости криптоалгоритмов на гиперэллиптических кривых, на разработку подходов к выбору параметров этих протоколов, а также на разработку методов пониженной сложности выполнения прямых преобразований для достижения достаточной скорости процессов выработки ключей, формирования и верификации цифровой подписи.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Электронная цифровая подпись начала действовать // Пенсионный курьер. – № 5(143). – 2006 г. – С. 1.
2. Центр сертификации ключей [Электронный ресурс] / Специализированный центр сертификации ключей (СЦСК) ООО «НПФ «УНИС». – Электрон. дан. – Киев, 2004. – Режим доступа: <http://www.unis.org.ua/ru/main/ca>, свободный.– Загл. с экрана.– Яз. рус., укр.
3. Василенко О. Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии. – М.: МЦНМО, 2003. – 328 с.

УДК 621.391.7

Г. И. Никулищев, Г. Л. Козина

# КРИПТОАНАЛИЗ БЛОЧНО-ПОТОКОВОГО ШИФРА І ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО СВОЙСТВ

В статье проводится криптоанализ алгоритма шифрования с неизвестным крипто преобразованием по известным ключевым, входным и соответствующим выходным данным. В результате криптоанализа вскрыты алгоритм шифрования, найдены его слабые стороны и предлагаются рекомендации по повышению его стойкости.

© Никулищев Г. И., Козина Г. Л., 2006

4. Бессалов А. В., Телиженко А. Б. Криптосистемы на эллиптических кривых: Учебное пособие. – Киев, Политехника, 2004. – 223 с.
5. ДСТУ 4145–2002. Державний стандарт України. Інформаційні технології. Криптографічний захист інформації. Цифровий підпис, що ґрунтуються на еліптических кривих. Формування та перевірка. – Київ: Держстандарт України, 2003. – 39 с.
6. ГОСТ Р 34.10–2001. Государственный стандарт Российской Федерации. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процессы формирования и проверки цифровой подписи. – М.: Госстандарт России, 2001. – 18 с.
7. ANSI X9.62. Public Key Cryptography for the Financial Services Industry: The Elliptic Curve Digital Signature Algorithm (ECDSA). – 1998. – 182 с.
8. Wollinger T. Software and Hardware Implementation of Hyperelliptic Curve Cryptosystem. Dissertation for the Degree of Doctor-Ingenieur. – Bochum, Germany, 2004. – 201 p.
9. Pelzl J., Wollinger T., Guajardo J., Paar C. Hyperelliptic Curve Cryptosystems: Closing the Performance Gap to Elliptic Curves [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – 2003. – Режим доступа: <http://eprint.iacr.org/2003/026.pdf>, свободный.– Загл. с экрана.
10. Pelzl J., Wollinger T., Paar C. High Performance Arithmetic for Hyperelliptic Curve Cryptosystems of Genus Two [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – 2004. – Режим доступа: <http://eprint.iacr.org/2004/212.pdf>, свободный.– Загл. с экрана.
11. Menezes A., Wu Y., Zuccherato R. An Elementary Introduction to Hyperelliptic Curves. – Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1998. – 31 p.
12. Mumford D. Tata Lectures on Theta II // Prog. Math., Volume 43. – Birkhäuser, 1984. – P. 61–75.
13. Cantor D. G. Computing in Jacobian of a Hyperelliptic Curve // Mathematics of Computation. – Vol. 48(177). – January. – 1987. – P. 95–101.

Надійшла 14.12.05  
Після доробки 30.01.06

У статті показана еволюція алгоритмів цифрового підпису. Продемонстровано використання гипереліптических кривих у протоколі цифрового підпису. На прикладі показана коректність модифікованого з використанням гипереліптических кривих протоколу цифрового підпису ДСТУ 4145.

In paper the evolution of a digital signature algorithms is shown. Usage of hyperelliptic curves in the digital signature protocol is demonstrated. On an example the correctness of modified with usage of the hyperelliptic curve digital signature protocol ДСТУ 4145 is shown.

## ВВЕДЕНИЕ

Традиционно криптология включает в себя криптографию и криптоанализ [1]. Криптоанализ – это наука получения открытого текста без знания ключа. Успеш-

но проведенный криптоанализ может раскрыть открытый текст или скомпрометировать ключ, он также может обнаружить слабые места в криптосистемах. Основное предположение криптоанализа, впервые сформулированное в XIX веке А. Кирхгофом, состоит в том, что стойкость шифра должна быть обеспечена в том случае, когда криптоаналитику противника известен весь механизм шифрования за исключением секретного ключа [2]. Несмотря на это предположение, авторы некоторых современных криптоалгоритмов стремятся сохранить их втайне (например, алгоритм RC4, который в 1994 году был вскрыт независимыми криптоаналитиками) [1].

Авторами рассматривается одна из задач криптоанализа – раскрытие криптоалгоритма по известной ключевой информации и парам «открытый текст – шифртекст» [2].

В статье описано исследование программы, реализующей криптоалгоритм независимого автора. Ранее исследованием данного алгоритма не занимались, поэтому изначально об алгоритме ничего не известно. Программа дает возможность ввести ключ и зашифровать любой файл. При этом оказывается, что максимальная длина ключа составляет 44 символа. Таким образом, авторам известен ключ и соответствующие пары «открытый текст – шифртекст».

Исследование проходило в несколько этапов:

- вскрытие механизма шифрования;
- определение криптографических свойств алгоритма;
- разработка рекомендаций по повышению стойкости алгоритма.

### ВСКРЫТИЕ МЕХАНИЗМА ШИФРОВАНИЯ

Первым шагом вскрытия криптоалгоритма стало исследование взаимозависимости шифртекста и открытого текста при фиксированном ключе. Для этого в шифртексте изменялось некоторое количество бит, и анализировались изменения в расшифрованном тексте. Также на вход программы подавались различные варианты открытого текста и исследовались изменения в соответствующих шифртекстах. Для удобства обработки полученной информации вся информация представлялась не в символьном, а в шестнадцатеричном виде. Рассмотрим несколько пар «открытый текст – шифртекст» с ключом 34 ЕЕ (измененные байты выделены жирным):

Открытый текст:	00 00 00 00 00 00 00 00 00
Шифртекст:	2E 3C 96 18 FE F4 66 D0
Открытый текст:	01 00 02 00 03 00 00 00
Шифртекст:	2F 3C 98 18 <b>01</b> F4 66 D0
Открытый текст:	12 34 56 78 9A BC DE 0F
Шифртекст:	40 70 EC 90 98 B0 44 DF

Вносим ошибку  
в шифртекст:  
Результат расшиф-  
рования:

40 71 EC 90 **32** B0 4A EF  
12 35 56 78 **34** BC E4 1F

Как видно из примера, изменение одного бита шифртекста повлекло за собой изменение целого байта расшифрованного текста, значит шифр блочный. В тоже время, изменение целого байта изменяет только соответствующий байт. Отсюда следует, что размер блока – 1 байт (8 бит). Анализ шифртекстов, соответствующих незначительно измененному открытому тексту показывает, что каждый байт шифртекста является результатом сложения соответствующего байта открытого текста с некоторым фиксированным числом по модулю  $2^8$  (сложение осуществляется по модулю  $2^8$ , так как один байт информации может принимать 256 значений: от 0 до 255). Для байтов, стоящих на различных местах, это число различно. Значит, существует шифрующая последовательность (гамма – по аналогии с потоковыми шифрами) [3], накладываемая на открытый текст для получения шифртекста:

$$S_i = (T_i + G_i) \bmod 2^8, \quad (1)$$

где  $S_i$  – байт шифртекста,  $T_i$  – байт открытого текста,  $G_i$  – байт гаммы,  $0 \leq i \leq M - 1$ ,  $M$  – число байт в тексте.

Расшифрование реализуется соответствующим вычитанием:

$$T'_i = (S_i - G_i) \bmod 2^8, \quad (2)$$

где  $T'_i$  – байт расшифрованного текста.

Также видно, что при изменении одного байта открытого текста, меняется только соответствующий ему байт шифртекста, то есть гамма не зависит от текста, а формируется из ключа.

Соответственно, следующий этап анализа криптоалгоритма – исследование формирования гаммы. Для этого с помощью программы на различных ключах шифровалась последовательность нулей – при этом шифртекст представляет собой гамму. Проанализировав полученный массив данных, авторы пришли к выводу, что гамма состоит из двух частей – начального заполнения длиной  $N$  ( $N$  – количество байтов в ключе), получаемого из байтов ключа, и дальнейшей гаммы, получаемой из байтов начального заполнения по формуле:

$$G_i = (G_{i-N} + N \cdot P_j) \bmod 2^8, \quad (3)$$

где  $G_i$  –  $i$ -й блок гаммы,  $i = N, \dots, M - 1$ ;  $P_j$  –  $j$ -й байт ключа,  $j = i \bmod N$ .

Рассмотрим пример гаммы для ключа 34 ЕЕ:

2E 3C 96 18 FE F4 66 D0 CE AC 36 88 9E 64 06 40  
6E 1C D6 F8 3E D4 A6 B0 0E 8C 76 68 DE

Ключ состоит из 2-х байтов, значит начальное заполнение гаммы – ее первые два байта 2E 3C. Проверим формирование некоторых байтов гаммы:

$$G_2 = (2E + 2 \cdot 34) \bmod 28 = 96;$$

$$G_5 = (18 + 2 \cdot EE) \bmod 2^8 = F4;$$

$$G_{12} = (36 + 2 \cdot 34) \bmod 2^8 = 9E.$$

Для исследования формирования начального заполнения авторы незначительно изменяли ключ и анализировали влияние этих изменений на гамму. Рассмотрим пример исследования для ключа 34 ЕЕ (изменения выделены жирным):

Ключ:	<b>34 EE</b>
Гамма:	<b>2E 3C</b>
Ключ:	<b>44 EE</b>
Гамма:	<b>2E 3C</b>
Ключ:	<b>35 EE</b>
Гамма:	<b>FE 3C</b>
Ключ:	<b>34 FE</b>
Гамма:	<b>3E 5C</b>
Ключ:	<b>34 EF</b>
Гамма:	<b>2F 0E</b>

Таким образом, на гамму оказывает влияние изменение полубайтов ключа ( $i$ -й байт ключа записывается в виде конкатенации  $P_i = p_i \| q_i$ ), которые входят в начальное заполнение с различными весовыми коэффициентами. Байты начального заполнения гаммы  $G_i$  ( $i = 0 \dots N - 1$ ) формируются так:

$$G_i = (\alpha_i + \beta_i) \bmod 2^8, \quad (4)$$

где

$$\alpha_i = \left( 2^4 \cdot \left( i \cdot p_i - 3 \cdot q_i + \sum_{j=1}^{N-1} p_j \right) \right) \bmod 2^8 \quad (5)$$

$$\beta_i = \left( i \cdot q_i + \sum_{j=1}^{N-1} q_j \right) \bmod 2^8. \quad (6)$$

На этом этапе алгоритм шифрования полностью раскрыт: шифр блочный (размер блока 1 байт), основное криптообразование – гаммирование (выражения (1)–(2)), формирование гаммы происходит по из-

вестным законам (формулы (3)–(6)). Небольшие сроки вскрытия алгоритма (несколько суток) и небольшое количество использованных пар «открытый текст – шифртекст» (около 200 пар) делают бессмысленным сохранение алгоритма втайне.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИПТОГРАФИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АЛГОРИТМА

При гаммировании стойкость шифра определяется свойствами гаммы. Так как гамма представляет собой псевдослучайную последовательность, то основное ее свойство – периодичность. Только в рамках периода гамму можно считать случайной, поэтому чем больше период, тем выше стойкость шифра.

Из формулы (3) формирования гаммы видно, что она состоит из  $N$  последовательностей, каждая из которых порождается соответствующим байтом начального заполнения и ключа. В гамме каждый  $j$ -й байт  $i$ -й последовательности стоит на  $(i + j \cdot N)$ -м месте ( $0 \leq i \leq N - 1$ ,  $j = 0, 1, 2 \dots$ ) и формируется так:

$$G_{i+(j \cdot N)} = (G_i + (j \cdot N) \cdot P_i) \bmod 2^8, \quad (7)$$

где  $G_i$  – порождающий байт начального заполнения,  $P_i$  – образующий данную последовательность байт ключа.

Найдем период  $i$ -й последовательности  $T_i$  из условия:

$$G_{i+(j \cdot N)} = G_{i+(j \cdot N + T_i \cdot N)}$$

или

$$G_i + j \cdot N \cdot P_i = (G_i + (j + T_i) \cdot N \cdot P_i) \bmod 2^8.$$

Отсюда

$$T_i \cdot N \cdot P_i = 0 \bmod 2^8. \quad (8)$$

Из соотношения (8) следует, что  $T_i$  256 и минимально возможный период, удовлетворяющий условию (8), равен:

$$T_i = \frac{256}{\text{НОД}(256, N \cdot P_i)}. \quad (9)$$

Общий период  $T$  гаммы, состоящей из  $N$  последовательностей, с учетом (9), определяется как:

$$T = N \cdot \text{НОК}(T_0, T_1, \dots, T_i, \dots, T_{N-1}). \quad (10)$$

Максимальное значение  $T_i$  равно 256 байт, кроме того,  $T_i$  может принимать значения делителей 256. Исходя из формулы (10), максимальный период гаммы равен  $256 \cdot N$  байт. Он достигается, когда хотя бы одна

из составляющих последовательностей имеет максимальный период.

Оценим справедливость выведенных соотношений на примере гаммы, образованной двухбайтным ключом 34 EE ( $34_{16}=52_{10}$ ,  $EE_{16}=238_{10}$ ):

2E 3C 96 18 FE F4 66 D0 CE AC 36 88 9E 64 06 40  
6E 1C D6 F8 3E D4 A6 B0 0E 8C 76 68 DE 44 46 20 AE  
FC 16 D8 7E B4 E6 90 4E 6C B6 48 1E 24 86 00 EE DC  
56 B8 BE 94 26 70 8E 4C F6 28 5E 04 C6 E0 2E BC 96  
98 FE 74 66 50 CE 2C 36 08 9E E4 06 C0 6E 9C D6 78  
3E 54 A6 30 0E 0C 76 E8 DE C4 46 A0 AE 7C 16 58 7E  
34 E6 10 4E EC B6 C8 1E A4 86 80 EE 5C 56 38 BE 14  
26 F0 8E CC F6 A8 5E 84 C6 60 **2E 3C 96 18 ...**

Последовательность начинает повторяться через 128 байтов. Оценим период по формулам (9)–(10). Период последовательности, порожденной байтом  $34_{16} = 52_{10}$ , равен:

$$T_0 = \frac{256}{\text{НОД}(256, 2 \cdot 52)} = \frac{256}{8} = 32 \text{ байта},$$

а период последовательности, порожденной байтом  $EE_{16} = 238_{10}$ , равен:

$$T_1 = \frac{256}{\text{НОД}(256, 2 \cdot 238)} = \frac{256}{4} = 64 \text{ байта.}$$

Тогда общий период гаммы будет равен:

$$T = 2 \cdot \text{НОК}(32, 64) = 2 \cdot 64 = 128 \text{ байтов.}$$

Как видно из формулы (10), период последовательности, зависит от числа байт в ключе и от значения байта ключа, на котором она строится. Соотношение (9) показывает, что период образующей последовательности будет максимальным, если произведение  $N \cdot P_i$  будет взаимно просто с 256.

Определим зависимость периода гаммы от числа байтов в ключе. Для этого зафиксируем значение  $P_i$  так, чтобы  $\text{НОД}(256, P_i) = 1$ . Тогда формула (9) примет вид:

$$T_i = \frac{N \cdot 256}{\text{НОД}(256, N)}. \quad (11)$$

Из соотношения (11) можно определить, каким будет максимальный период гаммы при различных длинах ключа. Эта зависимость показана на рис. 1.

Определим зависимость периода гаммы от значения байтов ключа. Для этого зафиксируем значение  $N$  так, чтобы  $\text{НОД}(256, N) = 1$ . Тогда формула (9) примет вид:

$$T_i = \frac{256}{\text{НОД}(256, P_i)}. \quad (12)$$

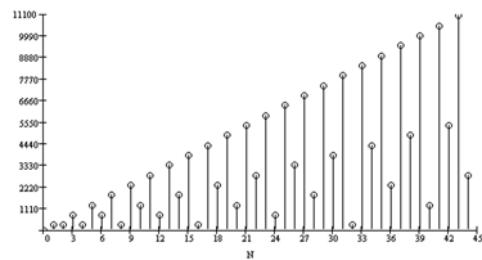


Рисунок 1 – Зависимость величины максимального периода гаммы от количества байтов в ключе

Если  $P_i$  имеет общий делитель  $d$  с 256, то максимальный период образующей последовательности уменьшается в  $d$  раз, как видно из табл. 1.

Поскольку общий период гаммы представляет собой наименьшее общее кратное периодов образующих последовательностей (соотношение (10)), то для того, чтобы он принял максимальное значение  $T_{\max} = 256 N$  байт, достаточно, чтобы хотя бы одна образующая последовательность имела период 256.

Очевидно, количество байтов ключа определяет максимально возможный период гаммы, а структура ключа определяет, будет ли он таковым или меньше, и во сколько раз.

Ключ можно представить как слово, составленное из  $N$  символов 256-буквенного алфавита или как  $N$ -значное число системы счисления с основанием 256. В любом случае количество различных ключей длины  $N$  будет равно  $256^N$ . Естественно, что среди этих ключей будут такие, что дадут гамму с максимальным периодом, и такие, что дадут гамму с существенно меньшим периодом. Исследуем распределение данных гамм по множеству ключей.

Образующую последовательность с периодом  $\frac{T_{\max}}{128}$  может породить всего один байт ключа, соответственно всего одна комбинация этих байтов даст общую гамму с этим периодом. Образующую последовательность с периодом  $\frac{T_{\max}}{64}$  могут породить уже 3 различных байта, соответственно из них можно составить  $3^N$  комбинаций, одна из которых совпадет с предыдущей. Значит гамму с периодом  $\frac{T_{\max}}{64}$  могут породить  $(3^N - 1)$  ключей. Продолжая подобные рассуждения, авторы получили таблицу распределения гамм различного периода по множеству ключей (см. табл. 2).

Рассмотрим процентное соотношение гамм с различным периодом для ключей длиной 6 байтов. При  $N = 6$  байтах количество возможных ключей  $256^6 = 28147497610656$ , а максимальный период составляет  $T_{\max} = 768$  байтов. Периоды гамм, порожденных

различными ключами длиной в байт, представлены в табл. 3.

Таким образом, авторами исследованы периодические свойства гаммы, определяющие стойкость алгоритма, и определена статистика распределения гамм с раз-

личным периодом по множеству ключей. На основе этой информации можно предложить некоторые рекомендации по усилению криптографических свойств шифра.

*Таблица 1 – Зависимость периода образующей последовательности от значения байтов ключа*

Период ( $T_i$ ), байт	Доля максимального периода ( $T_{\max}$ )	Значение байта ключа	Всего байтов
256	$T_{\max}$	1, 3, 5, ... (все нечетные до 255)	128
128	$\frac{T_{\max}}{2}$	2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58,, 62, 66, 70, 74, 78, 82, 86, 90, 94, 98, 102, 106, 110, 114, 118, 122, 126, 130, 134, 138, 142, 146, 150, 154, 158, 162, 166, 170, 174, 178, 182, 186, 190, 194, 198, 202, 206, 210, 214, 218, 222, 226, 230, 234, 238, 242, 246, 250, 254	64
64	$\frac{T_{\max}}{4}$	4, 12, 20, 28, 36, 44, 52, 60, 68, 76, 84, 92, 100, 108, 116, 124, 132, 140, 148, 156, 164, 172, 180, 188, 196, 204, 212, 220, 228, 236, 244, 252	32
32	$\frac{T_{\max}}{8}$	8, 24, 40, 56, 72, 88, 104, 120, 136, 152, 168, 184, 200, 216, 232, 248	16
16	$\frac{T_{\max}}{16}$	16, 48, 80, 112, 144, 176, 208, 240	8
8	$\frac{T_{\max}}{32}$	32, 96, 160, 224, 0 (по алгоритму, при формировании последовательностей байт пароля «0» заменяется на байт «32»)	5
4	$\frac{T_{\max}}{64}$	64, 184	2
2	$\frac{T_{\max}}{128}$	128	1

*Таблица 2 – Распределение периодов гаммы по множеству ключей*

Период гаммы, байтов	Количество паролей
$\frac{T_{\max}}{128}$	1
$\frac{T_{\max}}{64}$	$3^N - 1$
$\frac{T_{\max}}{32}$	$8^N - 3^N$
$\frac{T_{\max}}{16}$	$16^N - 8^N$
$\frac{T_{\max}}{8}$	$32^N - 16^N$
$\frac{T_{\max}}{4}$	$64^N - 32^N$
$\frac{T_{\max}}{2}$	$128^N - 64^N$
$T_{\max}$	$256^N - 128^N$
Общее число ключей	$256^N$

*Таблица 3 – Распределение периодов гаммы по множеству ключей длиной 6 байтов*

Период	Фактический период, байтов	Количество ключей, %	Количество ключей, шт
$\frac{T_{\max}}{128}$	6	$3,55e^{-13}$	1
$\frac{T_{\max}}{64}$	12	$2,59e^{-10}$	728
$\frac{T_{\max}}{32}$	24	$9,29e^{-8}$	261415
$\frac{T_{\max}}{16}$	48	0,000005867	16515072
$\frac{T_{\max}}{8}$	96	0,000376	1056964608
$\frac{T_{\max}}{4}$	192	0,024	67645734912
$\frac{T_{\max}}{2}$	384	1,538	4329327034368
$T_{\max}$	768	98,4375	277076930199552

## РЕКОМЕНДАЦІИ ПО ПОВЫШЕНИЮ СТОЙКОСТИ АЛГОРИТМА

Как видно из рис. 1 и табл. 1, алгоритм чувствителен к количеству байт в ключе и их значению. Максимально стойким криптопреобразование получается при использовании длинных ключей из нечетного числа байт, при этом значение всех байт в ключе тоже должно быть нечетным. Поэтому автор алгоритма должен рекомендовать его пользователям использовать именно такие ключи.

В то же время табл. 3 показывает, что процентное соотношение «слабых» ключей (порождающих гамму не с максимальным периодом) не очень велико.

Само криптопреобразование – гаммирование – также является уязвимым местом алгоритма. Если злоумышленнику удастся определить гамму шифра, то ему не нужен будет ключ шифрования для незаконного доступа к зашифрованным данным. Рекомендуется усилить криптопреобразование блоками подстановок или перестановок или наложением некоего секретного ключа (например, кода регистрации).

## ВЫВОДЫ

В результате проведенных исследований и проверок авторами был полностью вскрыт алгоритм криптопреобразования. Шифр оказался блочно-потоковым с размером блока 1 байт и основным криптопреобразованием – гаммированием.

УДК 621.314.632+658.512.011.56

А. В. Переверзєв, О. В. Василенко, Р. В. Прокопенко

# ЗАПОБІГАННЯ АЛГОРИТМИЧНИХ ЗБОЇВ СИСТЕМ ECAD

У статті проведено аналіз обчислювальних алгоритмів ECAD систем. Виявлено можливі збої алгоритму при моделюванні пристрій електронної техніки і запропоновано рекомендації по їх усуненню.

## ВСТУП

У даний час системи Electronics Computer Aide Design (ECAD) займають лідеруючі позиції в області моделювання електронної техніки завдяки інтуїтивно зрозумілому інтерфейсу, великим бібліотекам моделей компонентів, точності використовуваних чисельних методів, достатній кількості видів аналізу і т. д.

Точність і адекватність результатів моделювання залежить не тільки від точності використовуваних моделей і попереднього розрахунку параметрів схеми, але

© Переверзєв А. В., Василенко О. В., Прокопенко Р. В., 2006

Определена также периодичность гаммы и выявлены условия, при выполнении которых гамма получается слабой. Предложены рекомендации к выбору ключа для обеспечения максимально возможной стойкости алгоритма.

В дальнейшем авторами планируется исследование возможности и разработка методики извлечения ключа шифрования из гаммы.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Фергюсон Н., Шнайер Б. Практическая криптография. – М.: Диалектика, 2005. – 424 с.
2. Молдовян А. А., Молдовян Н. А., Советов Б. Я. Криптография. – Серия «Учебники для вузов. Специальная литература». – СПб.: Изд-во «Лань», 2000. – 224 с.
3. Браскар Ж. Современная криптология. – М.: Изд-во ПОЛИМЕД, 1999. – 180 с.

Надійшла 16.01.06

Після доробки 27.02.06

В статті проводиться криптоаналіз алгоритма шифрування з невідомим крипторетворенням за відомими ключовими, вхідними та відповідними вихідними даними. За результатами криптоаналіза розкритий алгоритм шифрування, знайдені його слабкості та вироблені рекомендації щодо посилення його стійкості.

The article deals with the cryptanalysis of cipher with the initially unknown encryption algorithm. Cryptanalysis is held on known input, output and key data. After cryptanalysis algorithm is revealed, its weaknesses found and some methods of cipher complexity improving suggested.

і від навичок використання систем ECAD, грамотного вибору параметрів роботи обчислювального процесора, тобто його настроювання на визначене завдання.

Вивчення алгоритму функціонування обчислювального процесора дає можливість сформулювати рекомендації з усунення алгоритмічних помилок систем ECAD.

Широке поширення одержала система Micro Cap. Аналізу алгоритмічних збоїв цього продукту і присвячена дійсна публікація.

## ВІДИ АЛГОРИТМІЧНИХ ЗБОЇВ

Етапи роботи розроблювача в ECAD можна звести до наступної послідовності дій.

1. Попередній розрахунок параметрів моделі схеми.
2. Побудова моделі схеми за допомогою графічного редактора схем.
3. Визначення необхідних видів аналізу і параметрів моделювання.
4. Виконання необхідних видів аналізу й обробка даних в обчислювальному процесорі.
5. Параметрична оптимізація моделюемої схеми.
6. У випадку явної неадекватності результатів, виявлення причин.
7. Встановлення оптимальних параметрів обчислювального процесора на основі отриманих результатів і корекція результатів.

При переході користувача до режиму аналізу відбувається автоматизована побудова математичної моделі схеми (MMC) по використовуваних моделях елементів і їх параметрів, її програмна верифікація і підготовка обчислювального процесу. Наявність помилок у MMC при побудові моделі схеми без урахування осobilivostей алгоритму обчислювального процесора, некоректне встановлення глобальних параметрів може привести до двох наслідків: програма інформує користувача через діалоговий інтерфейс і не виконує подальших дій при запуску заданого виду аналізу чи проводить аналіз з видачею некоректного результату.

У першому випадку – це поява діалогових вікон:

- the circuit missing a ground (у схемі немає заземлення);
- the matrix is singular (матриця сингулярна);
- internal time steep too small (внутрішній часовий крок дуже малий).

В другому випадку некоректне моделювання аналогових і цифрових генераторних систем, виникнення осциляцій, «провалів» перехідних характеристик, «зависання» системи моделювання в цілому.

Знання етапів рішення задач у ECAD, механізму «настроювання» алгоритму в залежності від проектованої схеми дозволяє гарантувати адекватність результатів і зменшення часу налагодження схеми.

### **СКЛАД МАТЕМАТИЧНОГО ЗАБЕСПЕЧЕННЯ СИСТЕМ ECAD**

Типове математичне забезпечення для моделювання електронних пристрій в системах ECAD складається з таких компонентів:

- БМП (бібліотека моделей і параметрів дискретних приладів та інтегральних мікросхем);
- алгоритм формування математичної моделі схеми (MMC);
- чисельні методи розв'язування нелінійних рівнянь MMC;
- чисельні методи інтерполяції та обробки даних в процесорі.

MMC являє собою систему рівнянь, що відбивають залежність між компонентами координатного базису і незалежних джерел напруги  $i$  або струму. Під координатним базисом тут розуміється сукупність напруг і струмів, що цілком визначають стан еквівалентної схеми, сформованої транслятором опису схеми, або вручну.

У програмному забезпеченні систем ECAD використовується модифікований метод вузлових потенціалів (ММВП), так званий розширенний однорідний координатний базис (РОКБ), що включає в себе:

- потенціали усіх вузлів еквівалентної схеми щодо базисного вузла ( $U$ );
- струми незалежних і залежних джерел напруги;
- струми індуктивностей;
- струми двополюсників, що є аргументами залежних джерел.

Ці струми є струмами осobilivих гілок ( $i_2$ ), додавання їх до координатного базису дозволяє запобігти, перш за все, появі в MMC інтегральних компонентних рівнянь, по-друге, зміні загальної форми залежності для компонентних рівнянь ( $i = f(u)$ ) у будь-яку іншу.

У загальному випадку MMC являє собою систему нелінійних алгебро-диференційних рівнянь:

$$\Phi(X, \dot{X}, t) = P(t), \quad (1)$$

де  $X$  – вектор координатного базису;  $P$  – вектор правих частин рівнянь, що включає значення незалежних джерел у даний момент часу;  $t$  – поточний час.

Узагальнений вираз рівняння ММВП має вид:

$$\begin{bmatrix} Y & a \\ b & Z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ E \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де вектор правих частин включає незалежні джерела струму та напруги, а матриця Якобі включає в себе провідності, опори та безрозмірні величини.

Математичні моделі схем при аналізі перехідних процесів отримують у вигляді СНДР, при аналізі за постійним струмом – у вигляді СНАР, при аналізі в малосигнальному режимі – у вигляді СЛАР, алгоритм розв'язання вихідних систем MMC в залежності від виду аналізу показано на рис. 1.

Розглянемо алгоритм детальніше.

Перший етап. Вихідна MMC у вигляді СНДР для кожного дискретного моменту часу замінюється системою нелінійних алгебраїчних рівнянь. Ця процедура називається алгебраїзацією і може бути виконана, якщо замість значення вектора похідних у момент часу  $t_{n+1}$  підставити його значення, що обумовлюється по формуулі неявного методу чисельного інтегрування. Для апроксимації значення інтеграла в області часу, в ECAD використовують чисельні методи:

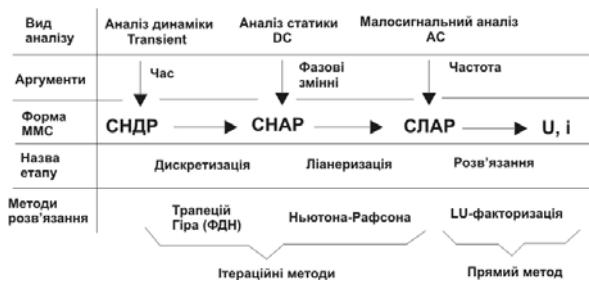


Рисунок 1 – Алгоритм формування та розв'язання систем математичних моделей схем в залежності від виду аналізу в ECAD

1. Метод трапеції зі змінним кроком.
2. Метод Гіра змінного порядку.
3. Метод Брайтона із застосуванням формул диференціювання назад (ФДН) із змінним кроком і порядком, який використовує для прогнозу явний метод Ейлера, а для корекції – неявний метод Гіра.

Нелінійні рівняння  $y = f(x)$ , що входять у отриману СНАР, розкладаються в околицях кожної точки  $X_{n+1}^{m+1}$  в ряд Тейлора:

$$Y_{n+1}^{m+1} = f(X_{n+1}^{m+1}) = f(X_{n+1}^m) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{X=X_{n+1}^{m+1}} \cdot (X_{n+1}^{m+1} - X_{n+1}^m) + R(X), \quad (3)$$

де  $m$  і  $m+1$  – індекси поточної і попередньої ітерації;  $R(X)$  – залишковий член.

Для лінеаризації в ECAD використовуються метод Ньютона-Рафсона із двома алгоритмами підвищення збіжності: Gmin-Stepping (мінімальної провідності) і Source-Stepping (приріст джерела), що допомагає знаходити координати робочої точки нелінійних схем. Це багатокрокові ітераційні алгоритми.

У першому алгоритмі, до діагональних елементів змінної вузлової матриці повної провідності додається незалежна провідність  $G_{\min}$ , яку дискретно змінюють від мінімальної величини до максимальної, у другому – ітерується незалежне джерело постійного струму, що дозволяє плавно підійти до робочої точки та точно розрахувати початкові умови в схемі. Перехід від одного до іншого алгоритму здійснюється автоматично.

Другий етап. Замість  $Y_{n+1}^{m+1}$  підставляється вираз (3) без залишкового члена, та на ті кроці чисельного інтегрування організується розв'язок ітераційним методом, еквівалентним методу Ньютона. На кожній ітерації система нелінійних алгебраїчних рівнянь замінюється системою лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$A_{n+1}^m \cdot X_{n+1}^{m+1} = B_{n+1}^m, \quad (4)$$

де  $A_{n+1}^m$  і  $B_{n+1}^m$  – матриця системи і вектор її правої частини, що залежать від величини поточного часу  $t_{n+1}$

і значення вектора  $X_{n+1}^m$  координатного базису на  $m$ -й ітерації.

Ця процедура називається лінеаризацією. Необхідно відзначити, що структури матриць  $A_{n+1}^m$  і вектора  $B_{n+1}^m$  для даної еквівалентної схеми не залежать від значень  $n+1$  і  $m$ . Багато елементів матриці  $A_{n+1}^m$  і вектора  $B_{n+1}^m$  виявляються рівними нулю для всіх етапів моделювання. Кожен ненульовий елемент  $a_{ij}$  матриці  $A_{n+1}^m$  та елемент  $b_i$  вектора  $B_{n+1}^m$  являє собою суму доданків виду  $\pm S$ . Кожен доданок відображає вплив одного з двополюсників еквівалентної схеми на даний елемент  $A_{n+1}^m$  чи  $B_{n+1}^m$ .

У блоках формування вхідної інформації систем ECAD по вихідних масивах транслятора вхідної мови згідно опису електричної принципової схеми (ЕЗ), визначається ненульова структура матриці  $A_{n+1}^m$ , тобто положення в ній ненульових елементів. Для двополюсників, вплив яких не міняється в ході процесу моделювання (лінійні опори і провідності, незалежні джерела постійної величини, безреактивні джерела, заданим лінійною функціональною залежністю і т. д.) визначаються значення доданків.

Аproxимація здійснюється за допомогою модифікованого ряду Тейлора. Порядок метода (до 6) змінюється автоматично обчислювальним процесором [1–3].

### ПРОБЛЕМИ ЕТАПІВ ЧИСЕЛЬНОГО АЛГОРИТМУ В ECAD

Для етапів відображеніх на малюнку 1 характерні наступні проблеми:

1. Алгебраїзація – втрата адекватності через чисельну хитливість.
2. Лінеаризація – відсутність збіжності ітерацій.
3. Розв'язок – переривання процесу моделювання через виродження матриці Якобі.
4. Інтерполяція у обчислювальному процесорі – «проскачування» важливих точок у зв'язку із надмірно високим кроком.

Розглянемо причини цих проблем детальніше.

Основними показниками ефективності методів чисельного розв'язування диференційних рівнянь є точність і економічність. Точність оцінюється похибою чисельного розв'язку

$$\varepsilon = \|V(t) - U(t)\|, \quad (5)$$

Розрізняють похиби накопичену  $\varepsilon_n$  до моменту  $t_k$  за всі попередні кроки інтегрування та локальну  $\varepsilon_k$ , допущену на одному  $k$ -му кроці. Похибка усічення разом із помилкою округлення, зумовленою кінцевою довжиною машинного слова в ЕОМ, складають локальну помилку інтегрування. При цьому крок обирається таким, щоб локальна похибка на цьому кроці не перевищувала задану величину. Зазвичай в меню

глобальних установок систем ECAD норма абсолютної похибки складає  $10^{-12}$ , відносної – не більше 0,001.

Точність розв'язку контролюють по локальних похибках. Факт не перевищення локальної похибки на кожному кроці допустимого її значення ще не гарантує відхилення чисельного розв'язку від точного на інтервалі інтегрування не більш ніж  $E_{\max}$ , тому що локальні помилки обчислюються на підставі чисельного, а не точного розв'язку. Зменшуючи крок інтегрування, теоретично можна отримати чисельний розв'язок як завгодно близьке до точного, але це призведе до збільшення числа кроків інтегрування і відповідно до збільшення витрат машинного часу. Однак точність не єдиний чинник, який впливає на величину кроку інтегрування. Якщо накопичена похибка має тенденцію збільшуватися від кроку до кроку, то обчислювальний процес стає хитливим. Чисельна хитливість часто значно сильніше обмежує величину кроку, ніж міркування точності. Нестійкість може привести до катастрофічного росту похибки.

Схеми з великим розкидом постійних часу, де максимальний крок інтегрування визначається мінімальною постійною часу, а час інтегрування – максимальною постійною часу, в багато раз більшу за мінімальну описаніся жорсткими СНДР. тому для явних методів навіть незначне збільшення значення  $h$  проти припустимого приводить до втрати обчислювальної стійкості – «вибуху похибки», тому в системах ECAD застосовуються в основному неявні методи інтегрування.

Слід відзначити, що виконання умов стійкості для чисельного методу, не означає правильності результатів розрахунку. Це тільки означає, що будь-яка похибка при обчисленнях не збільшиться на наступних кроках.

Метод Гіра (Gear) знаходить розв'язок точніше та швидше, ніж метод трапецій, подавляються помилкові осциляції та підвищується збіжність ітераційного процесу, використовується в SPICE3 алгоритмі. У процедурі автоматично вибираються порядок методу і крок по заданій точності обчислень, при чому порядок знижується при аналізі жорстких схем, та підвищується при необхідності отримання точних результатів. Якщо в деякий момент часу використовується метод ступеня  $k$ , то водночас оцінюється локальна похибка методів порядку  $p-1$ ,  $p+1$ . Надалі застосовується той метод, який при заданій точності дозволяє інтегрувати з найбільшим значенням кроку.

На рис. 2 приведені області стійкості для методу Гіра. Штрихування показане біля границь у середині областей стійкості. Числа 2, 3, 4 визначають порядок методу,  $\lambda_j = -1/\tau_j$ ,  $j$ -те власне значення матриці Якобі ( $\tau_j$  – постійні часу). Умови стійкості повинні виконуватися стосовно усіх  $\lambda_j$ , де  $\lambda$  – додатне дійсне число. Для явних методів штрихування буде всередині кіл.

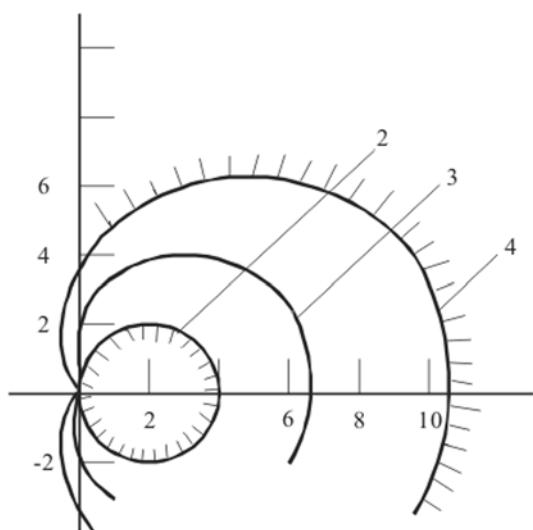


Рисунок 2 – Області стійкості обчислень по неявному методу Гіра

Значні збільшення кроку неявними методами виявляються обмеженими через різке зниження точності. Розв'язування системи алгебраїчних рівнянь є обов'язковою частиною практично всіх видів моделювання. При моделюванні в режимі постійного струму ММС отримується у вигляді СНАР, яку необхідно лінеаризувати, крім того, лінеаризація є один з етапів розв'язання отриманих при аналізі динаміки СНДР.

Основна проблема метода Ньютона-Рафсона – незбіжність ітераційного процесу. Відомо, що метод Ньютона-Рафсона збігається за 3–4 ітерації. Дослідження дозволили визначити в якості основної причини віддаленість початкового наближення від шуканої точки. Для коректного завдання початкового наближення необхідно використовувати вбудований в ECAD редактор зміни стану State variable editor (STA), який дозволяє власноруч змінювати значення потенціалів вузлів, струмів, тощо. В загальному випадку програма встановлює нульові початкові наближення.

В ECAD завдяки функції SLIDER користувач може встановлювати мінімальне та максимальне значення пасивних елементів для здіснення додаткових ітерацій при розрахунку схеми по постійному струму.

На практиці не прагнуть отримати точне рішення  $x^T$ . Для цього знадобиться дуже багато ітерацій. Обчислення припиняються, якщо  $x^{j+1} - x^j < \epsilon$ , де  $\epsilon$  досить мала величина (порядку 0,001). Отримані на кожній ітерації метода Ньютона-Рафсона СЛАР, розв'язуються методом LU-розділення, для підвищення точності якого діють алгоритми упорядкування, які дозволяють запобігти появи сингулярності матриці Якобі [4].

### **СКЛАД МЕНЮ GLOBAL SETTING**

По команді Global Setting чи натисканням віртуальної кнопки «G» відкривається діалогове вікно встановлення параметрів обчислювального процесора системи Micro Cap. Опис глобальних параметрів налагодження чисельних методів, що користувач повинний редагувати у випадку відсутності адекватності моделювання, обчислювального процесора зведені в табл. 1. Зміна значення глобальних параметрів при режимах Standard Default (стандартні значення глобальних параметрів) і Power Default (значення глобальних параметрів для моделювання схем з великими струмами) приведені в табл. 2 [5–9].

Таблиця 1 – Основні глобальні параметри

Назва параметру	Призначення
ABSTOL	Припустима хибка розрахунків струмів у режимі Transient
CHGTOL	Припустима помилка розрахунку заряду в режимі Transient
GMIN	Мінімальна провідність галузі ланцюга
ITL1	Максимальна кількість ітерацій у режимі DC
ITL2	Максимальна кількість ітерацій при розрахунку передатних функцій по постійному струмі
ITL4	Максимальна кількість ітерацій при переході до наступного моменту часу в режимі Transient
PIVREL	Відносна величина елемента рядка матриці необхідна для його виділення як ведучий елемент
PIVTOL	Абсолютна величина елемента рядка матриці необхідна для його виділення як ведучий елемент
RELTOL	Припустима відносна помилка розрахунку напруг і струмів у режимі Transient
RMIN	Мінімальне значення опору навантаження напівпровідниковых приладів
TRTOL	Коефіцієнт визначальний припустиму помилку усікання в режимі Transient
VNTOL	Припустима помилка розрахунку напруг у режимі Transient

### **МЕТОДИКА УСУНЕННЯ ЗБОЇВ ЧИСЕЛЬНОГО АЛГОРИТМУ**

На основі проведеного аналізу алгоритму запропонована методика усунення алгоритмічних збоїв обчислювального процесора.

Таблиця 2 – Значення основних глобальних параметрів

Назва параметру	Значення при Standard Default	Значення при Power Default
ABSTOL	1pA	1uA
CHGTOL	0,01pC	1nC
GMIN	1p	1n
ITL1	100	200
RELTOL	1m	10m
VNTOL	1u	1m
Метод	Trapezoidal	Gear

На етапі верифікації MMC можливі наступні збої:

1. Видача повідомлення «The circuit missing a ground» – оскільки MMC формується ММУП, те один з вузлів моделі схеми повинний бути заземлений, якщо на ЕЗ немає заземлення то необхідно сформувати окрему схему з землею, що б забезпечити незалежність інших вузлів.

2. Видача повідомлення «The matrix is singular» – усунення в моделі схеми елементів, що приводять до сингулярної матриці або введення нових елементів схеми що усувають сингулярність, не допускати великих розкидів постійних часу.

На етапі численного рішення заданої форми MMC можливі наступні збої:

1. Некоректне моделювання генераторних систем – для усунення цього необхідно задати в меню «state variable editor» чи меню параметрів компонентів початкові значення струмів, напруг, логічних рівнів компонентів.

2. Видача повідомлення «Internal time step too small» – пов’язано з малим кроком інтегрування який приводить до збільшення кількості ітерацій, у випадку нестійкості чисельного методу – до «зависання» системи. Для усунення цього необхідно щоб точність рішення була не більш ніж потрібно, або провести корекцію схеми з метою зменшення її жорсткості, або збільшити параметри ABSTOL, RELTOL.

3. Осциляції и «провали» характеристик – рекомендується використовувати чисельно більш стійкий метод Гира (режим Power Default); зменшення кроку в меню Analyses Limits.

4. Низька точність результату моделювання – рекомендується як ведучий елемент вибрати елемент із максимальною абсолютною величиною, пункт PIVTOL діалогового вікна GLOBAL SETTING.

5. Результати моделювання не адекватні – порядок величин ABSTOL і RELTOL, діалогового вікна GLOBAL SETTING, рекомендується пропорційно збільшувати зі зростанням порядку струмів і напруг які проті-

кають у моделюючій системі; збільшити кількість ітерацій параметра ITL1 до 1000.

## ВИСНОВКИ

На основі проведеного аналізу математичного забезпечення систем ECAD, від методів формування ММС і до рішення ММС чисельними методами, сформульовані рекомендації з усунення алгоритмічних збоїв обчислювального процесора. Це дозволяє підвищити точність і адекватність моделювання, скоротити час налагодження моделі схеми в 2–3 рази.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Системы автоматизированного проектирования: под ред. И. П. Норенкова. – М.: Радио и связь, 1986. – 368 с.
2. Автоматизация схемотехнического проектирования: под ред В. Н. Ильина. – М.: Радио и связь, 1987. – 388 с.
3. Сигорский В. П. Основы анализа электронных схем. – К.: Вища школа, 1971. – 567 с.
4. Г. Корн, Т Корн. Справочник по математике. – М.: Наука, 1978. – 832 с.
5. Разевиг В. Д. Система схемотехнического моделирования Mіcгo Cap 7. – М.: Солон, 2003. – 368 с.
6. Карлащук В. И. Электронная лаборатория на IBM PC (Программа Electronics Workbench 6.12 и ее применение). – М.: Солон-Р, 1999. – 506 с.
7. Разевиг В. Д. Система сквозного проектирования электронных устройств DesignLab 8.0. – М.: Солон, 1999. – 698 с.
8. Разевиг В. Д. Система сквозного проектирования цифровых устройств OrCAD. – М.: Солон, 2000. – 160 с.
9. Хайнеман Р. Р. Spice моделирование работы электронных схем. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 325 с.

Надійшла 14.02.06  
Після доробки 10.03.06

*В статье проведен анализ вычислительных алгоритмы ECAD систем. Выявлены возможные сбои алгоритма при моделировании устройств электронной техники и предложены рекомендации по их устранению.*

*The algorithm's peculiarity of ECAD system by construct a mathematic scheme's models and problems a equation systems solve are discuss in this article. Also propose recommendation by solving a problems of algorithm errors.*

# ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

## ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

## THEORY AND METHODS OF AUTOMATIC CONTROL

---

---

УДК 681.511.4

Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко, А. Е. Казурова

## РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

---

Рассматриваются процессы управления скоростью и перемещением. Исследованы робастные комбинированные системы управления с компенсаторами, состоящими из наблюдателя неопределенности и регулятора. В качестве единственного измерителя используется грубый инкрементный датчик перемещений. Для получения скорости движения используется асимптотический дифференциатор. Компьютерное моделирование подтвердило динамические характеристики синтезированных систем управления.

Микельанджело спросили, как ему удается из безформенной глыбы делать выдающиеся скульптуры. Скульптор ответил: «Беру глыбу и отсекаю все ненужное».

На практике все системы управления являются неопределенными. Неопределенности требуют применения робастных методов управления. Среди таковых наиболее часто рассматриваются адаптивные системы управления (АСУ) [1–3], системы с переменной структурой (СПС) [4–6] и ПИ-регуляторы [7–9]. АСУ требуют выполнения условий идентифицируемости, которые на практике не всегда и не в любой момент времени выполняются. Характерной особенностью СПС яв-

ляется наличие в системе управления скользящих режимов, которые, помимо обеспечения робастности, привносят и недостатки, такие как:

- наличие вибраций, снижающих надежность механических частей привода;
- наличие пульсаций напряжения, снижающих надежность электроизоляции и повышающих электропотребление;
- потеря работоспособности при наличии в системе управления паразитной динамики;
- плохая помехоустойчивость по отношению к высокочастотным помехам;
- отсутствие робастности на участке достижения поверхности переключения.

В работах [10–13] предлагается ряд мероприятий по устранению отдельных из перечисленных недостатков. Однако ни одно из них не устраивает сразу все недостатки.

ПИ-регуляторы просты и обеспечивают приемлемые динамические характеристики. Однако в ПИ-регуляторах, настроенных на апериодический переходный процесс при ликвидации начальных условий, имеет место

длительный переходный процесс при подаче ступенчатой нагрузки. Для уменьшения последнего первый должен носить колебательный характер. Этого недостатка лишены робастные комбинированные системы управления с наблюдателями неопределенности. Кроме того, они обладают более простой настройкой. Система такого типа впервые была предложена В. Д. Фурасовым [14]. Позднее Е. М. Потапенко был предложен и исследован ряд систем данного класса, как для линейных, так и для нелинейных нестационарных объектов управления с неполной информацией о векторе состояния [15–21]. Ниже будет использован последний метод.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Уравнения движения ротора АД и электромагнитного момента в соответствии с [22] определяются выражениями

$$I\dot{\omega} = m + m_l + m_i, \quad (1)$$

$$m = nL_m L_r^{-1} \psi_d i_q, \quad (2)$$

$$T_r \dot{\psi}_d + \psi_d = L_m i_d, \quad (3)$$

где  $m_l$  – момент нагрузки,  $m_i$  – момент, обусловленный электромагнитными процессами в стали,  $I$  – момент инерции,  $L_m$  – взаимная индуктивность статора и ротора,  $L_r$  – индуктивность ротора,  $i_d$ ,  $i_q$  – измеряемые намагничивающая и моментная составляющие тока,  $\psi_d$  – модуль потокосцепления ротора,  $T_r$  – постоянная времени ротора. Будет полагаться, что  $m_l$ ,  $m_i$  – неизвестны, а параметры системы неточно известны, причем

$$\begin{aligned} I &= I_0 + I_\delta, \quad m = m_0 + m_\delta, \quad L_m = L_{m0} + L_{m\delta}, \\ L_r &= L_{r0} + L_{r\delta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $I_0$ ,  $m_0$ ,  $L_{m0}$ ,  $L_{r0}$  – детерминированные части (номинальные значения),  $I_\delta$ ,  $m_\delta$ ,  $L_{m\delta}$ ,  $L_{r\delta}$  – кусочно-дифференцируемые неизвестные погрешности. В соответствии с (2), (3)

$$m = nL_m L_r^{-1} (L_m i_d - T_r \dot{\psi}_d) i_q. \quad (5)$$

Основной проблемой, стоящей на пути оптимизации системы в динамических режимах, является большая постоянная времени  $T_r$  в (3) и (5). С целью ее компенсации, а также компенсации влияния неопределенностей, за номинальный электромагнитный момент примем

$$m_0 = nL_{m0}^2 L_{r0}^{-1} i_d i_q. \quad (6)$$

В этом случае с учетом (4)–(6) уравнение (1) примет вид

$$I_0 \dot{\omega} = m_0 + f, \quad (7)$$

где

$$f = m_l + m_i - I_\delta \dot{\omega} + f_1(L_{m\delta}, L_{r\delta}, T_r \dot{\psi}_d, i_d, i_q). \quad (8)$$

## 2 СИНТЕЗ КОМПЕНСАТОРА

Под компенсатором понимается совокупность наблюдателя и регулятора. Уравнение (7) представляет собой уравнение полностью детерминированного объекта с номинальными параметрами, подверженного действию суммарной неопределенности  $f$ . Из (7) следует

$$f = I_0 \dot{\omega} - m_0. \quad (9)$$

В соответствии с [15–21], будем полагать быстродействие наблюдателя, оценивающего  $f$ , настолько большим, что в масштабе времени наблюдателя можно считать

$$\hat{f} = 0. \quad (10)$$

При условии, что имеется информация о  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $\omega$ , выражение (9) на языке динамических фильтров можно рассматривать как измерение для процесса (10). Тогда по уравнениям (10), (9) можно построить наблюдатель для оценки  $f$  в виде [23]

$$\dot{\hat{f}} = l(\hat{f} - f), \quad (11)$$

где  $\hat{f}$  – оценка  $f$ ,  $l$  – коэффициент передачи наблюдателя. Подстановка (9) в (11) дает

$$\dot{\hat{f}} = l(\hat{f} + m_0 - I_0 \dot{\omega}). \quad (12)$$

Для устранения необходимости дифференцировать  $\omega$  вводится обозначение

$$z = \hat{f} + lI_0 \omega \Rightarrow \dot{f} = z - lI_0 \omega, \quad (13)$$

с учетом которого уравнение (12) принимает вид

$$\dot{z} = l(\hat{f} + m_0). \quad (14)$$

$\hat{f}$  определяется по результату интегрирования уравнения (14) и второму выражению в (13). Пусть ошибка наблюдателя

$$\tilde{f} = \hat{f} - f. \quad (15)$$

Вычитая из уравнения (11) уравнение (10), получим уравнение  $\dot{\tilde{f}} = l\tilde{f}$  с решением

$$\tilde{f} = \tilde{f}(0)\exp(lt). \quad (16)$$

Из (16) следует, что при  $l < 0$  решение  $\tilde{f} = 0$  является асимптотически устойчивым, поэтому на основании (15) можно записать  $\lim \hat{f} = f$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Зная  $\hat{f}$ , в соответствии с (7), закону управления следует придать вид

$$m_0 = m_{00} - \hat{f}. \quad (17)$$

Подстановка (17) в (7) дает уравнение

$$I_0 \dot{\omega} = m_{00} + (f - \hat{f}). \quad (18)$$

При точной работе наблюдателя  $\lim \hat{f}$  при  $t \rightarrow \infty$  равен  $f$ . В этом случае уравнение (18) принимает вид

$$I_0 \dot{\omega} = m_{00}. \quad (19)$$

Уравнения компенсатора (13), (14), (17) можно преобразовать к виду

$$\dot{z} = lm_{00}, \quad \hat{f} = z - lI_0\omega, \quad m_0 = m_{00} - \hat{f}, \quad (20)$$

где первые два уравнения представляют наблюдатель неопределенности, а третье уравнение – регулятор.

Рассмотрим случай, когда  $m \equiv m_0$  и существует ограничение на управляющий момент. В этом случае уравнения (7), (9), (12), (14), (20) принимают соответственно вид

$$I_0 \dot{\omega} = \text{sat}(m_0) + f, \quad (21)$$

$$f = I_0 \dot{\omega} - \text{sat}(m_0), \quad (22)$$

$$\hat{f} = l(\hat{f} - I_0 \dot{\omega} + \text{sat}(m_0)), \quad (23)$$

$$\dot{z} = l(\hat{f} + \text{sat}(m_0)), \quad (24)$$

$$\hat{f} = z - lI_0\omega, \quad m_0 = m_{00} - \hat{f}. \quad (25)$$

### 3 УПРАВЛЕНИЕ СКОРОСТЬЮ

Пусть требуется отслеживать заданную (программную) траекторию скорости  $\omega_p$ . На основании (19) положим

$$m_{00} = -k_0(\omega - \omega_p) + I_0 \dot{\omega}_p. \quad (26)$$

Подстановка (26) в (19) порождает уравнение

$$I_0(\dot{\omega} - \dot{\omega}_p) + k_0(\omega - \omega_p) = 0. \quad (27)$$

При  $k_0 > 0$  ( $I_0$  всегда больше нуля) имеет место асимптотическая устойчивость нулевого решения уравнения (27), следовательно, при  $t \rightarrow \infty$   $\omega \rightarrow \omega_p$ . Качество переходного процесса определяется параметрами  $I_0$  и  $k_0$ . Решение уравнения (27) имеет вид

$$\omega - \omega_p = [\omega(0) - \omega_p(0)]\exp(-k_0 t/I_0). \quad (28)$$

Выражение (28) позволяет задавать время переходного процесса путем выбора  $k_0/I_0$ .

### 4 УПРАВЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЕМ

Пусть теперь требуется отслеживать траекторию перемещения  $\vartheta_p$ . Для этого случая вводятся обозначения

$$\omega \equiv \dot{\vartheta}, \quad \dot{\omega} \equiv \ddot{\vartheta}, \quad \omega_p \equiv \dot{\vartheta}_p, \quad \dot{\omega}_p \equiv \ddot{\vartheta}_p, \quad (29)$$

с учетом которых уравнение (19) принимает вид

$$I_0 \ddot{\vartheta} = m_{00}. \quad (30)$$

На основании (30) часть закона управления, формирующая вид переходного процесса, задается в виде

$$m_{00} = -k_1(\vartheta - \vartheta_p) - k_2(\dot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_p) + I_0 \ddot{\vartheta}_p. \quad (31)$$

Подстановка (31) в (30) дает

$$I_0 \ddot{\vartheta}_\delta + k_2 \dot{\vartheta}_\delta + k_1 \vartheta_\delta = 0, \quad (32)$$

где  $\vartheta_\delta = \vartheta - \vartheta_p$  – ошибка управления. Для асимптотической устойчивости нулевого решения уравнения (32) с учетом того, что  $I_0 > 0$ , достаточно выполнение условий  $k_1, k_2 > 0$ . Для формирования заданного вида переходного процесса воспользуемся модальным управлением [23] со стандартным характеристическим уравнением

$$p^2 + \alpha \Omega p + \Omega^2 = 0, \quad (33)$$

где  $p$  – оператор дифференцирования,  $\Omega$  – параметр, характеризующий быстродействие,  $\alpha$  – параметр, от которого зависит вид переходного процесса. Из сравнения уравнений (32) и (33) следует

$$k_2 = I_0 \alpha \Omega, \quad k_1 = I_0 \Omega^2. \quad (34)$$

Следует обратить внимание на то, что переходный процесс в (28) не зависит ни от одной из перечисленных выше неопределенностей, включенных в (8), в том числе и от инерционности процессов в магнитной цепи.

Если в  $L_{m0}$ ,  $L_{r0}$  не учтены эффекты магнитного насыщения, то управление оказывается робастным также к магнитному насыщению.

В отличие от классического ПИ-регулятора, при выборе параметров синтезированного компенсатора для управления скоростью исследуются два независимых уравнения первого порядка, а не одно уравнение второго порядка. Для управления перемещением исследуются два уравнения: второго и первого порядков – вместо одного уравнения третьего порядка при использовании ПИ-регулятора. Это позволяет независимо формировать характеры переходных процессов при ликвидации начальных условий и подаче ступенчатой нагрузки, с одной стороны, и компенсацию неопределенностей, с другой стороны. Синтезированные алгоритмы управления без перенастройки одинаково эффективно работают при различных видах нагрузки и помехи (постоянные, линейно, квадратично и т. д., зависящие от времени).

## 5 СИНТЕЗ АСИМПТОТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦІАТОРА

В данной работе принято, что измеряется лишь перемещение  $\vartheta$ . Измерение осуществляется с помощью инкрементного датчика перемещения. В синтезированных алгоритмах используется скорость. Скорость можно было бы получить путем непрерывного или дискретного дифференцирования сигнала перемещения. Это возможно только при непрерывном сигнале  $\vartheta$ . В случае инкрементного датчика перемещения время между импульсами может в несколько раз превышать такт счета. Это создает непреодолимое препятствие при оценке малых скоростей. В работе [24] для уменьшения этой проблемы предложен динамический фильтр, который работоспособен только при известных параметрах механической системы. В публикациях [25, 26] предлагается оценивать одновременно скорость и неизвестные параметры механической системы с помощью фильтра Калмана, что связано с большим объемом вычислений. Кроме того, сходимость фильтра Калмана не доказана. В данной работе предлагается получать скорость и ускорение с помощью асимптотического дифференциатора, синтезируемого ниже.

Введем обозначения

$$\vartheta = r_1, \omega = \dot{\vartheta} = r_2, \ddot{\vartheta} = \ddot{r} = r_3. \quad (35)$$

*Примечание.* Хотя для синтезированных выше алгоритмов требуется только скорость  $\omega$ , для улучшения фильтрации при получении  $\omega$  размер вектора состояния расширен с двух до трех. Полученную оценку ускорения  $\ddot{\vartheta}$  можно использовать в управлении.

В соответствии с обозначениями (35) запишем систему уравнений

$$\dot{r} = Ar, y = Cr, \quad (36)$$

где

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Легко убедиться в том, что при обозначениях (37) система (36) будет полностью наблюдаемой. Наблюдатель вектора состояния системы (36) имеет вид [23, 27, 28]

$$\dot{\hat{r}} = A\hat{r} + L_r(C\hat{r} - y), \quad (38)$$

где

$$L_r = [l_{r1}, l_{r2}, l_{r3}]^T \quad (39)$$

– матрица коэффициентов наблюдателя. Подстановка  $y$  из (36) в (38) дает уравнение

$$\dot{\hat{r}} = A\hat{r} + L_rC(\hat{r} - r). \quad (40)$$

Определим ошибки наблюдателя следующим образом:

$$\tilde{r} = \hat{r} - r. \quad (41)$$

Уравнение ошибок наблюдателя находится вычитанием из уравнения (40) первого уравнения в системе (36). Оно имеет вид

$$\dot{\tilde{r}} = (A + L_rC)\tilde{r}. \quad (42)$$

В операторном виде уравнение (42) выглядит так:

$$[Ep - (A + L_rC)]\tilde{r} = 0, \quad (43)$$

где  $p$  – оператор дифференцирования.

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (43), с учетом обозначений (37) имеет вид

$$p^3 - l_{r1}p^2 - l_{r2}p - l_{r3} = 0. \quad (44)$$

В соответствии с критерием Рауса-Гурвица необходимыми и достаточными условиями асимптотической устойчивости нулевого решения уравнения (43) будут условия

$$l_{r1}, l_{r2}, l_{r3} < 0, l_{r1}l_{r2} + l_{r3} > 0.$$

Для обеспечения заданного переходного процесса уравнения (43) следует коэффициенты  $-l_{r1}, -l_{r2}, -l_{r3}$  уравнения (44) приравнять соответствующим коэффи-

циентам выбранного стандартного характеристического уравнения [23].

С учетом обозначений (35) и выражения матрицы  $C$  из (37) уравнению наблюдателя (40) можно придать окончательный вид

$$\dot{\hat{r}} = A\hat{r} + L_r(\hat{r}_1 - \vartheta), \quad (45)$$

где

$$\hat{\vartheta} = \hat{r}_1, \hat{\omega} = \dot{\hat{\vartheta}} = \hat{r}_2, \dot{\hat{\omega}} = \ddot{\hat{\vartheta}} = \hat{r}_3. \quad (46)$$

Полученные оценки (46) используются в наблюдателях и регуляторах подразделов 2–4. Несмотря на то, что объединенные наблюдатели (20) и (45) представляют собой систему взаимосвязанных уравнений, выбор коэффициентов наблюдателя (20), с одной стороны, и наблюдателя (45), с другой стороны, осуществляется независимо. Можно порекомендовать делать быстродействие наблюдателя (45) несколько большим.

## 6 РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании принимались следующие параметры:  $I_0 = 1,17 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $I = (0,5; 1,0; 2,0)I_0$ ,  $f = 0 \dots 262 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , дискретность инкрементного датчика 0,0174 ( $1^\circ$ ).

При регулировании скорости моделировались следующие уравнения движения:

$$I\dot{\omega} = \text{sat}(m_0) + f, \dot{\omega} = (\text{sat}(m_0) + f)I^{-1}, \quad (47)$$

$$I = I_0 + I_\delta = \text{const}, I_0 = \text{const}, f = \text{const}, \quad (48)$$

$$I_0\dot{\omega} = \text{sat}(m_0) + f_\Sigma, \quad (49)$$

$$f_\Sigma = f - I_\delta\dot{\omega}, \quad (50)$$

$$m_0 = m_{00} - \hat{f}_\Sigma, \quad (51)$$

$$m_{00} = -k_0(\omega - \omega_p) + I_0\dot{\omega}_p, \quad (52)$$

$$\hat{f}_\Sigma = z - II_0\omega, \quad (53)$$

$$\dot{z} = l(\hat{f}_\Sigma + \text{sat}(m_0)). \quad (54)$$

При регулировании перемещения использовались следующие уравнения:

$$I\ddot{\vartheta} = \text{sat}(m_0) + f, \ddot{\vartheta} = (\text{sat}(m_0) + f)I^{-1}, \quad (55)$$

$$I = I_0 + I_\delta = \text{const}, I_0 = \text{const}, f = \text{const}, \quad (56)$$

$$I_0\ddot{\vartheta} = \text{sat}(m_0) + f_\Sigma, \quad (57)$$

$$f_\Sigma = f - I_\delta\ddot{\vartheta}, \quad (58)$$

$$m_0 = m_{00} - \hat{f}_\Sigma, \quad (59)$$

$$m_{00} = -k_1(\vartheta - \vartheta_p) - k_2(\dot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_p) + I_0\ddot{\vartheta}_p, \quad (60)$$

$$\hat{f}_\Sigma = z - II_0\dot{\vartheta}, \quad (61)$$

$$\dot{z} = l(\hat{f}_\Sigma + \text{sat}(m_0)). \quad (62)$$

Асимптотический дифференциатор описывался уравнениями

$$\dot{\hat{r}}_1 = \hat{r}_2 + l_{r1}(\hat{r}_1 - \vartheta), \quad (63)$$

$$\dot{\hat{r}}_2 = \hat{r}_3 + l_{r2}(\hat{r}_1 - \vartheta), \quad (64)$$

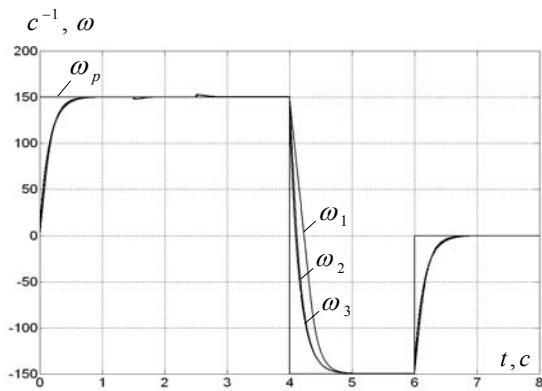
$$\dot{\hat{r}}_3 = l_{r3}(\hat{r}_1 - \vartheta). \quad (65)$$

Расчет коэффициентов законов управления и наблюдателей осуществлялся по стандартным полиномам Баттервортта

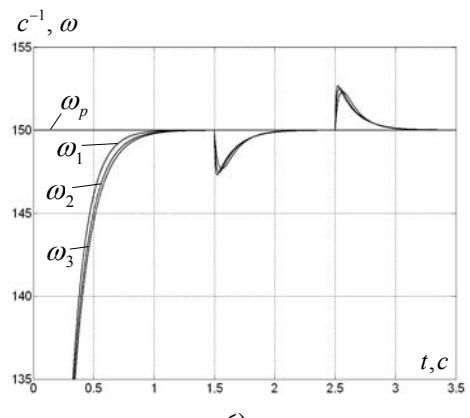
На рис. 1, 2 показаны переходные процессы, возникающие при подаче ступенчатого входного воздействия (заданная (программная) скорость) с ограничением на управляющий момент при управлении скоростью. Анализ графиков показывает, что синтезированный компенсатор обеспечивает апериодический переходный процесс при ликвидации начальных условий. Время переходного процесса соответствует расчетному. Особо следует отметить, что данный компенсатор обеспечивает робастность системы к изменению момента инерции и подаче ступенчатой нагрузки.

На рис. 3, 4 показаны переходные процессы, возникающие при подаче ступенчатого входного воздействия (заданное (программное) перемещение) с ограничением на управляющий момент при управлении перемещением. В данном случае синтезированный компенсатор также обеспечивает робастность системы к изменению момента инерции и подаче ступенчатой нагрузки. Переходные процессы соответствуют заданным.

На рис. 5, 6 показаны переходные процессы перемещения, скорости и их оценки. Из графиков видно, что синтезированный асимптотический дифференциатор обеспечивает слаженную оценку перемещения и скорости по информации инкрементного датчика перемещения с дискретностью 0,0174 ( $1^\circ$ ). Графики переходных



a)



б)

Рисунок 1 – Графики переходних процесів:

$\omega_p$  – угловая скорость задания (программная),  $\omega_1$  – угловая скорость объекта при  $I = 2I_0$ ,  $\omega_2$  – при  $I = I_0$ ,  $\omega_3$  – при  $I = 0,5I_0$

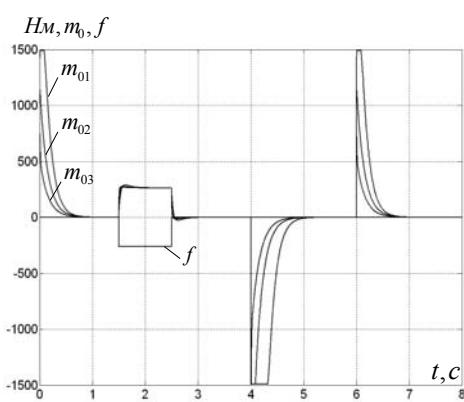


Рисунок 2 – Графики управляючих впливів при регулюванні швидкості і при обмеженні моменту:

$f$  – нагрузка;  $m_{01}$  – управляючий сигнал при  $I = 2I_0$ ,  
 $m_{02}$  – при  $I = I_0$ ,  $m_{03}$  – при  $I = 0,5I_0$

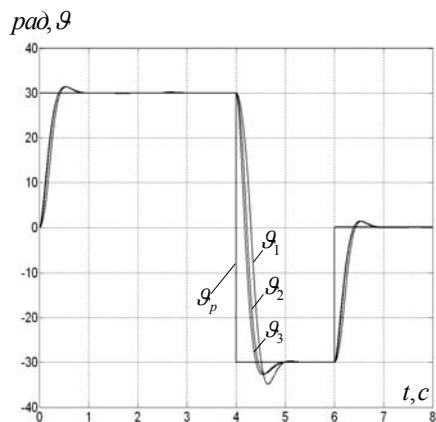


Рисунок 3 – Графики переходних процесів:

$\vartheta_p$  – заданное перемещение,  $\vartheta_1$  – перемещение объекта при  $I = 2I_0$ ,  $\vartheta_2$  – при  $I = I_0$ ,  $\vartheta_3$  – при  $I = 0,5I_0$

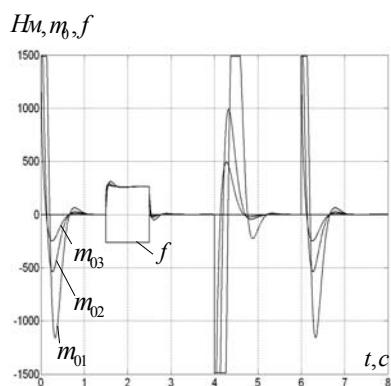


Рисунок 4 – Графики управляючих впливів при регулюванні переміщення і при обмеженні моменту:

$f$  – нагрузка;  $m_{01}$  – управляючий сигнал при  $I = 2I_0$ ,  
 $m_{02}$  – при  $I = I_0$ ,  $m_{03}$  – при  $I = 0,5I_0$

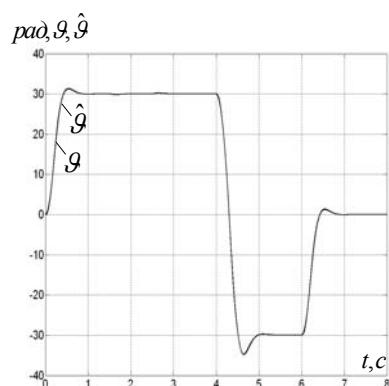


Рисунок 5 – Графики переходних процесів:

$\vartheta$  – переміщення;  $\hat{\vartheta}$  – його оцінка при  $I = 2I_0$

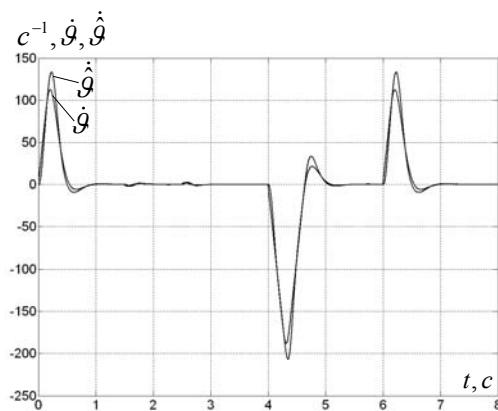


Рисунок 6 – Графики переходных процессов:

$\dot{\vartheta}$  – угловая скорость;  $\hat{\dot{\vartheta}}$  – ее оценка при  $I = 2I_0$

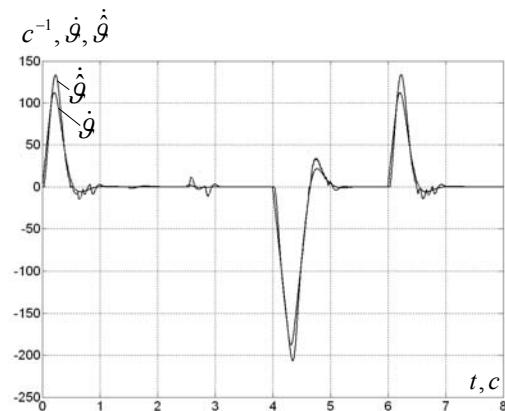
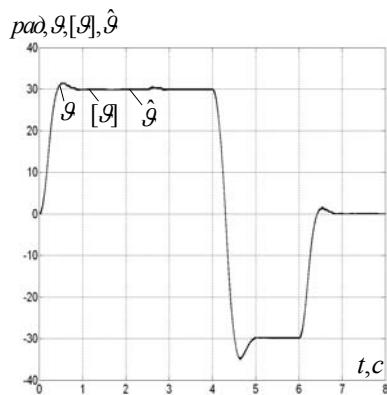
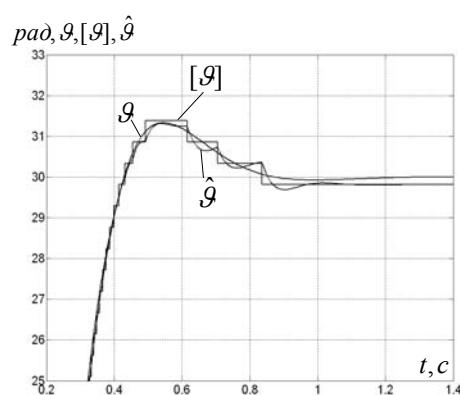


Рисунок 7 – Графики переходных процессов:

$\dot{\vartheta}$  – угловая скорость;  $\hat{\dot{\vartheta}}$  – ее оценка при  $I = 2I_0$



a)



б)

Рисунок 8 – Графики переходных процессов:

$\vartheta$  – перемещение,  $[\vartheta]$  – квантованный сигнал перемещения;  $\hat{\vartheta}$  – оценка при  $I = 2I_0$

процессов в случае, когда инкрементный датчик является более грубым (дискретность составляет 0,523 ( $30^\circ$ )), представлены на рис. 7, 8.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Синтезирован фильтр для непрерывной оценки скорости и ускорения по информации инкрементного датчика приращений перемещения, который при малых скоростях выдает информацию очень редко. Интересно отметить, что скорость и ускорение получаются по перемещению не путем дифференцирования, а путем интегрирования, за счет чего получается сглаженная информация.

2. Синтезированы два компенсатора для управления скоростью и положением, состоящие из наблюдателей неопределенности и регуляторов. Компенсаторы обеспечивают практически инвариантные заданные пере-

ходные процессы при неизвестных моментах инерции, лежащих в пределах 0,5...2 номинального момента инерции, неизвестных нагрузках при ограничениях управляющих воздействий.

3. Численное моделирование очень точно воспроизвело теоретически заданные переходные процессы. Численное моделирование показало, что даже при очень грубых инкрементных датчиках система обеспечивает качественное управление.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Borzov Y. A., Polyakov N. D., Sokolov P. V. Adaptive Control in Electrical Drives // Proc. IECON '98. – 1998. – P. 1980–1985.
2. M. Cipolla Ficarra, G. Griva, F. Profumo. Adaptive Predictive Speed Controller for Induction Motor Drives // In Proc. IECON '99. – 1999. – Paper № PE-10.
3. Шрейнер Р. Т., Поляков В. А. Адаптивная система векторного управления асинхронным электроприводом

- с ориентацией поля ротора // Электротехника. – 1998. – № 2. – С. 23–29.
4. Дацковский Л. Х., Роговой В. И., Абрамов Б. И., Моцохайн Б. И., Жижин С. П. Современное состояние и тенденции в частотно-регулируемом электроприводе (Краткий аналитический обзор) // Электротехника. – 1996. – № 10. – С. 18–28.
  5. Изосимов Д. Б. Многосвязный нелинейный идентификатор состояния асинхронного двигателя на скользящих режимах // Проблемы управления многосвязными системами. – М.: Наука, 1983. – С. 133–139.
  6. Изосимов Д. Б. Новые подходы к синтезу цифрового управления в электроприводах переменного тока // Приводная техника. – 1997. – № 4. – № 5. – С. 14–19.
  7. Шпиглер Л. А., Войтенко В. А., Ситникович В. М., Николаенко А. Н. Исследование момента асинхронного двигателя в электроприводе с косвенной ориентацией вектора потокосцепления ротора // Электротехника. – 1998. – № 2. – С. 54–57.
  8. G. Diana, D. R. Woodward, R. G. Harley, B. Hao. Field Oriented Control of an Induction Machine by a Transporter Based Digital Controller // Proc. IECON'94. – 1994. – V.1. – P. 56–60.
  9. Jinhyun Jung and Kwanghee Nam. A Dynamic Decoupling Control Scheme for High-Speed Operation of Induction Motors // IEEE Trans on Industrial Electronics. – 1999. – V. 46, № 1. – P. 100–110.
  10. T. C. Chen, J. U. Hsu. A Fuzzy Sliding Mode Control for Induction Motor Position Control // Proc. IECON'94. – 1994. – V. 1. – P. 44–49.
  11. Moon-Ho Kang, Nam-Jeong Kim, Ji-Yoon Yoo, Gwi-Tae Park and Sang-Yeop Yu. Variable Structure Approach for Induction Motor Control. Practical Implementation of DSP // Proc. IECON '94. – 1994. – V. 1. – P. 50–55.
  12. T. M. Nasab and M. M. Negm. Robust Performance for Induction Motor Using VSC Systems with Free Chattering // Preprints of Conference on «Control of Industrial Systems». Belfort, France. – 1997. – V. 1. – P. 223–229.
  13. C. C. Chan, Xue Feng, Wu Jie, W. C. Lo. Sliding-Mode Controlled Induction Motor Drive Using Gain-Adaptive Phase-Locked Loop Speed Control // Proc. IECON'99. – 1999. – Paper № PE-10.
  14. Фурасов В. Д. Устойчивость движения, оценки и стабилизация. – М: Наука, 1997. – 248 с.
  15. Потапенко Е. М. Сравнительная оценка робастных систем управления с различными типами наблюдателей // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1995. – № 1. – С. 109–117.
  16. Потапенко Е. М. Робастные комбинированные системы управления с наблюдателями // Проблемы управления и информатики. – 1995. – № 2. – С. 36–44.
  17. Потапенко Е. М. Исследование робастности систем управления с наблюдателями // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1996. – № 2. – С. 104–108.
  18. Потапенко Е. М. Синтез и анализ системы управления с переменной структурой // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1996. – № 3. – С. 47–50.
  19. Потапенко Е. М. Робастные системы управления с наблюдателями второго порядка // Автоматика и телемеханика. – 1996. – № 2. – С. 100–108.
  20. Потапенко Е. М. Синтез и сравнительный анализ робастных компенсаторов пониженного порядка // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1998. – № 4. – С. 65–74.
  21. Бичай В. Г., Потапенко Е. М. Об общности альтернативных робастных систем управления // Проблемы управления и информатики. – 1998. – № 5. – С. 27–30.
  22. G. O. Garcia, J. A. Santisteban and S. D. Brignone. Iron Losses Influence on a Field-Oriented Controller // Proc. IECON '94. – 1994. – V. 1. – P. 633–638.
  23. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
  24. P. Vas. Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines. – Oxford: Oxford University Press, 1993. – 360 pp.
  25. N.-J. Kim, D.-S. Hyun. Very Low Speed Control of Induction Machine by Instantaneous Speed and Inertia Estimation // IECON'94. – 1994. – V.1. – P. 605–610.
  26. M.-H. Shin and D.-S. Hyun. Speed Sensorless Stator Flux-Oriented Control of Induction Machine in the Field Weakening Region // IEEE Trans. On Power Electronics. – 2003. – V. 18, № 2. – P. 580–586.
  27. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1976. – 424 с.
  28. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. – М.: «Мир», 1977. – 650 с.

Надійшла 28.02.06

Розглядаються процеси керування швидкістю та переміщенням. Досліджені робастні комбіновані системи керування з компенсаторами, які складаються зі спостережника невизначеності та регулятора. В якості єдиного вимірювача використовується грубий інкрементний датчик переміщення. Для отримання швидкості руху використовується асимптотичний диференціатор. Комп'ютерне моделювання підтвердило динамічні характеристики синтезованих систем керування.

*Speed and position control processes are considered. Robust combined control systems with compensators, which consist of an observer of indefiniteness and regulator, are investigated. The rough incremental position sensor is used as the only measuring device. An asymptotical differentiator is used to obtain the speed information. Computer simulation confirms the dynamical characteristics of the synthesized control systems.*

# **КЕРУВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ**

## **УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

## **CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS**

---

УДК 62–55:681.515

В. И. Гостев, С. Н. Скуртов, А. Н. Чаузов, С. С. Баранов

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХМЕРНОЙ САУ ЧАСТОТОЙ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА ВЕНТИЛЯТОРА И СТЕПЕНЬЮ ПОВЫШЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ВЕНТИЛЯТОРЕ ДВУХРОТОРНОГО ГТД ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

---

*Изложены результаты исследования методом математического моделирования двухмерной системы автоматического управления частотой вращения ротора вентилятора и степенью повышения давления в вентиляторе двухроторного газотурбинного двигателя с цифровыми оптимальными по быстродействию регуляторами при произвольных входных воздействиях.*

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В работе [1] представлены структурные схемы двухроторного ГТД как двухмерного объекта управления, проведен синтез цифровых оптимальных по быстродействию регуляторов для такого объекта и исследованы процессы в двухмерной системе автоматического управления, когда выходными, регулируемыми переменными двигателя приняты либо частоты вращения роторов вентилятора и компрессора, либо одна из частот вращения и температура газа, а управляющими воздействиями являются расход топлива в основной камере сгорания и величина проходного сечения выходного сопла.

Ниже на основе математического аппарата, изложенного в работе [1], проведен синтез цифровых оптимальных по быстродействию регуляторов для двухроторного ГТД как двухмерного объекта управления и исследованы процессы в двухмерной системе автоматического управления, когда выходными, регулируемыми переменными двигателя приняты частота вращения ротора вентилятора и степень повышения давления в вентиляторе двигателя. Исследование проведено методом математического моделирования с использованием интерактивной системы MATLAB.

#### **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ**

Для упрощения математических расчетов примем, что на определенном базовом установленном режиме работы ГТД его параметры остаются постоянными. Кроме того, не будем учитывать процесс запаздывания выделения тепла в основной и в форсажной камерах сгорания. Тогда неполная система линейных уравнений

модели двигателя с учетом только инерции вращающихся масс роторов примет вид

$$\begin{cases} \dot{\bar{n}}_B = k_{BB}\bar{n}_B + k_{BK}\bar{n}_K + k_{BG}\bar{G}_T + k_{BF}F_{KP}; \\ \dot{\bar{n}}_K = k_{KB}\bar{n}_B + k_{KK}\bar{n}_K + k_{KG}\bar{G}_T + k_{KF}F_{KP}; \\ \dot{\bar{\pi}}_B = k_{\pi B}\bar{n}_B + k_{\pi K}\bar{n}_K + k_{\pi G}\bar{G}_T + k_{\pi F}F_{KP}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{n}_K = \Delta n_K/n_{K0}$  – относительное отклонение частоты вращения ротора компрессора;  $\bar{n}_B = \Delta n_B/n_{B0}$  – относительное отклонение частоты вращения ротора вентилятора;  $\bar{\pi}_B = \Delta \pi_B/\pi_{B0}$  – относительное отклонение степени повышения давления в вентиляторе двигателя;  $\bar{G}_T = \Delta G_T/G_{T0}$  – относительное отклонение расхода топлива в основной камере сгорания;  $\bar{F}_{KP} = \Delta F_{KP}/F_{KP0}$  – относительное отклонение величины проходного сечения выходного сопла;  $n_{K0}$ ,  $n_{B0}$ ,  $T_{T0}$ ,  $F_{KP0}$  – значения соответствующих параметров на базовом установившемся режиме работы двигателя;  $k$  – коэффициенты влияния, которые физически выражают изменение регулируемой величины в долях величины приложенного возмущения на установившемся режиме работы ГТД. На разных режимах работы и при различных внешних условиях коэффициенты влияния двигателя существенно изменяются, поэтому для каждого базового режима необходимо определять свои значения этих коэффициентов.

В уравнениях (1) регулируемыми являются три параметра газотурбинного двигателя (три выходных переменных): частота вращения ротора вентилятора  $n_B$ , частота вращения ротора компрессора  $n_K$  и степень повышения давления в вентиляторе двигателя  $\pi_B$ , а управляющими параметрами (управляющими воздействи-

ями) являются два: расход топлива в основной камере сгорания и  $G_T$  величина проходного сечения выходного сопла  $F_{KP}$ . Примем, что исполнительные устройства содержат по апериодическому звену спредаточной функцией  $G_1(s) = b_1/(s+b_1)$  и введем обозначения

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= b_1; \quad b_2 = -k_{BB}; \quad b_3 = -k_{KK}; \quad \alpha_2 = k_{BG}; \\ \alpha_3 &= k_{KG}; \quad \alpha_4 = k_{\pi G}; \quad \alpha_5 = k_{\pi B}; \quad \alpha_6 = k_{\pi K}; \\ \alpha_7 &= k_{KB}; \quad \alpha_8 = k_{BK}; \quad \alpha_9 = k_{BF}; \quad \alpha_{10} = k_{KF}. \end{aligned} \quad (2)$$

Составленная с учетом уравнений (1) и принятых обозначений (2) структурная схема ГТД как двухмерного объекта управления, представлена на рис. 1.

Используя математический аппарат, изложенный в работе [1], с. 371–376, 385–390, запишем уравнения ГТД в преобразованиях по Лапласу в матричной форме

$$\begin{vmatrix} n_B(s) \\ \pi_B(s) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G_{11}(s) & G_{21}(s) \\ G_{12}(s) & G_{22}(s) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} G_T(s) \\ F_{KP}(s) \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} G_{11}(s) &= \alpha_2 \frac{s+r_{11}}{s^2+bs+a}; \quad G_{21}(s) = \alpha_9 \frac{s+r_{21}}{s^2+bs+a}; \\ G_{12}(s) &= \alpha_4 \frac{s+q_1s+r_1}{s^2+bs+a}; \quad G_{22}(s) = \alpha_{11} \frac{s^2+q_2s+r_2}{s^2+bs+a}; \\ G_{GT}(s) &= \begin{vmatrix} G_{11}(s) & G_{21}(s) \\ G_{12}(s) & G_{22}(s) \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

– передаточная матрица газотурбинного двигателя как двухмерного объекта управления. Входящие в переда-

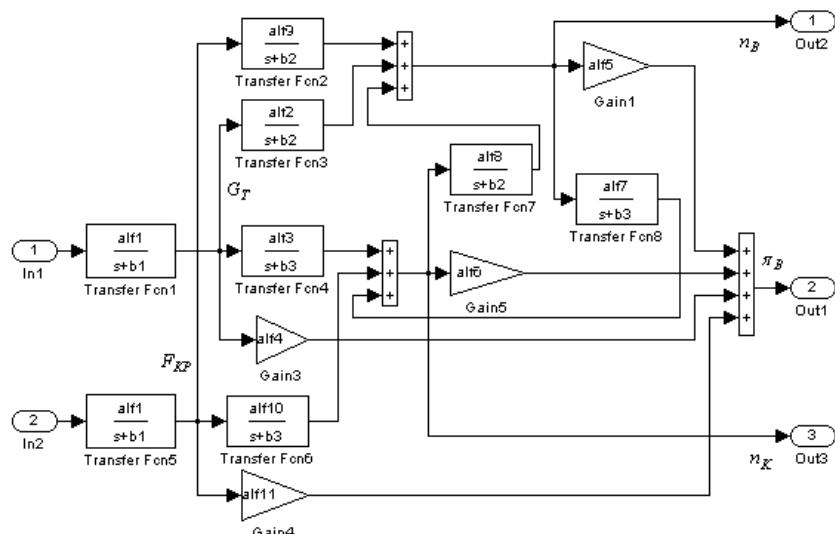


Рисунок 1

точные функции коэффициенты определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} b &= b_2 + b_3; \quad a = b_2 b_3 + \alpha_7 \alpha_8; \quad r_{11} = b_3 + \frac{\alpha_3 \alpha_8}{\alpha_2}; \\ r_{21} &= b_3 + \frac{\alpha_3 \alpha_{10}}{\alpha_9}; \quad r_{12} = b_2 + \frac{\alpha_2 \alpha_7}{\alpha_3}; \quad r_{22} = b_2 + \frac{\alpha_7 \alpha_9}{\alpha_{10}}; \\ q_1 &= b + \frac{\alpha_2 \alpha_5}{\alpha_4} + \frac{\alpha_3 \alpha_6}{\alpha_4}; \quad q_2 = b + \frac{\alpha_5 \alpha_9}{\alpha_{11}} + \frac{\alpha_6 \alpha_{10}}{\alpha_{11}}; \\ r_1 &= \alpha + \frac{\alpha_2 \alpha_5}{\alpha_4} r_{11} + \frac{\alpha_3 \alpha_6}{\alpha_4} r_{12}; \\ r_2 &= \alpha + \frac{\alpha_5 \alpha_9}{\alpha_{11}} r_{21} + \frac{\alpha_6 \alpha_{10}}{\alpha_{11}} r_{22}. \end{aligned}$$

Передаточная матрица газотурбинного двигателя с апериодическими звеньями

$$G_0(s) = \begin{bmatrix} G_1(s)G_{11}(s) & G_1(s)G_{21}(s) \\ G_1(s)G_{12}(s) & G_1(s)G_{22}(s) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Для развязки контуров (для отдельного управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $G_T \rightarrow n_B$  и степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$ ) введем перекрестные связи, определив матрицу перекрестных связей в виде

$$R(s) = \begin{bmatrix} 1 & R_{12}(s) \\ R_{12}(s) & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Структурная схема общего объекта управления с перекрестными связями приведена на рис. 2.

Для отдельного управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $G_T \rightarrow n_B$  и степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$  нужно выполнить условия:

$$R_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{22}}, \quad R_{21} = -\frac{G_{21}}{G_{11}}. \quad (7)$$

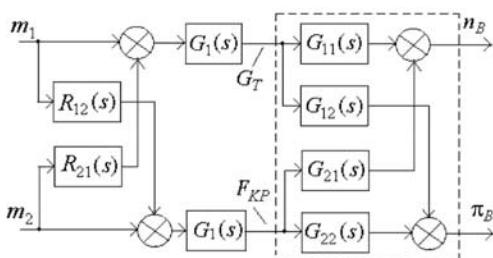


Рисунок 2

При этих условиях матрица  $G_0 R$  становится диагональной, а именно,

$$G_0 R = \begin{bmatrix} G_1 \left[ G_{11} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{22}} \right] & 0 \\ 0 & G_1 \left[ G_{22} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{11}} \right] \end{bmatrix}, \quad (8)$$

и таким образом, собственные движения разомкнутых контуров не влияют друг на друга, система развязана по сигналам задающих переменных и возможно отдельное управление частотой вращения ротора вентилятора и степенью повышения давления в вентиляторе.

Передаточные функции перекрестных связей определяются так:

$$\begin{aligned} R_{12}(s) &= -\frac{\alpha_4 s^2 + q_1 s + r_1}{\alpha_{11} s^2 + q_2 s + r_2}; \\ R_{21}(s) &= -\frac{\alpha_9 s + r_{21}}{\alpha_2 s + r_{11}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Передаточные функции в главной диагонали матрицы  $G_0 R$  определяются следующим образом:

– по каналу  $G_T \rightarrow n_B$

$$\begin{aligned} G_1 \left[ G_{22} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{11}} \right] &= \\ &= \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_{11}} \frac{s^3 + g_1 s^2 + g_2 s + g_3}{(s + b_1)(s^2 + bs + a)(s^2 + g_2 s + r_2)}; \end{aligned} \quad (10)$$

– по каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$

$$G_1 \left[ G_{22} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{11}} \right] = \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_2} \frac{s^3 + g_1 s^2 + g_2 s + g_3}{(s + b_1)(s^2 + bs + a)(s^2 + r_{11})}, \quad (11)$$

где

$$g_0 = \alpha_2 \alpha_{11} - \alpha_4 \alpha_9;$$

$$g_1 = [\alpha_2 \alpha_{11} (q_2 + r_{11}) - \alpha_4 \alpha_9 (q_1 + r_{21})]/g_0;$$

$$g_2 = [\alpha_2 \alpha_{11} (r_2 + q_2 r_{11}) - \alpha_4 \alpha_9 (r_1 + q_1 r_{21})]/g_0;$$

$$g_3 = (\alpha_2 \alpha_{11} r_2 r_{11} - \alpha_4 \alpha_9 r_1 r_{21})/g_0.$$

Таким образом, цифровой регулятор Р1 в первом контуре (контуре управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $G_T \rightarrow n_B$ ) нужно рассчитывать на объект с передаточной функцией (10), а цифровой регулятор Р2 во втором контуре (контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе по

каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$ ) нужно рассчитывать на объект с передаточной функцией (11).

Если в первый контур (контур управления частотой вращения ротора вентилятора) и во второй контур (контур управления степенью повышения давления в вентиляторе) общего двухмерного объекта управления ввести корректирующее устройство с передаточной функцией

$$G_K(s) = \frac{s^2 + bs + a}{s^3 + g_1 s^2 + g_2 s + g_3}, \quad (12)$$

то передаточные функции в главной диагонали матрицы  $G_0 R$  значительно упрощаются и принимают вид:

– по каналу  $G_T \rightarrow n_B$

$$G_K G_1 \left[ G_{11} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{22}} \right] = \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_{11}} \frac{1}{(s + b_1)(s^2 + q_2 s + r_2)}; \quad (13)$$

– по каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$

$$G_K G_1 \left[ G_{22} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{11}} \right] = \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_2} \frac{1}{(s + b_1)(s + r_{11})}. \quad (14)$$

В этом случае цифровой регулятор Р1 нужно рассчитывать на объект с передаточной функцией (13), а цифровой регулятор Р2 – на объект с передаточной функцией (14).

Структурная схема двухмерной системы управления показана на рис. 3.

Полученные в результате идентификации коэффициенты для форсажного режима работы ГТД типа АИ-222 в схеме на рис. 1 имеют следующие числовые значения:

$$\alpha_1 = b_1 = 10; b_2 = -k_{BB} = 4, 26; b_3 = -k_{KK} = 2, 49;$$

$$\alpha_2 = k_{BG} = 1, 01; \alpha_3 = k_{KG} = 0, 52;$$

$$\alpha_4 = k_{\pi G} = 0, 11; \alpha_5 = k_{\pi B} = 1, 08;$$

$$\alpha_6 = k_{\pi K} = 0, 08; \alpha_7 = k_{KB} = -0, 22;$$

$$\alpha_8 = k_{BK} = 2, 32; \alpha_9 = k_{BF} = 1, 23;$$

$$\alpha_{10} = k_{KF} = 0, 25; \alpha_{11} = k_{\pi F} = -0, 61.$$

При произвольном входном воздействии  $u(t)$ , которое изменяется с максимальной скоростью  $\omega_{max}$  и максимальным ускорением  $\varepsilon_{max}$ , удобно рассматривать эквивалентное гармоническое воздействие

$$u_\vartheta(t) = U_\vartheta \sin \omega_\vartheta t, \quad (15)$$

параметры которого определяются из соотношений [2]

$$U_\vartheta = \omega_{max}^2 / \varepsilon_{max}; \omega_\vartheta = \varepsilon_{max} / \omega_{max}. \quad (16)$$

В свою очередь, если заданы параметры эквивалентного гармонического воздействия, то максимальная скорость  $\omega_{max}$  и максимальное ускорение  $\varepsilon_{max}$  произвольного входного воздействия находятся из соотношений  $\omega_{max} = U_\vartheta \omega_\vartheta$ ;  $\varepsilon_{max} = U_\vartheta \omega_\vartheta^2$ .

При развязанных контурах управления (когда осуществляется отдельное управление частотой вращения ротора вентилятора и степенью повышения давления в вентиляторе) можно отдельно исследовать процессы в каждом контуре. Структурные схемы контуров управления представлены на рис. 4 и 5.

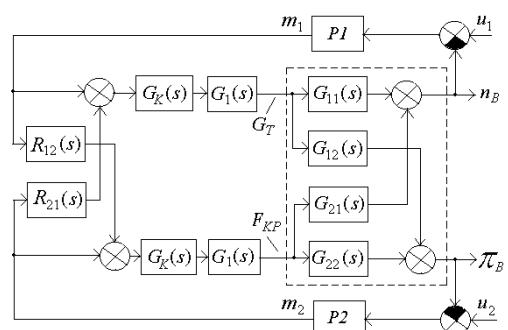


Рисунок 3

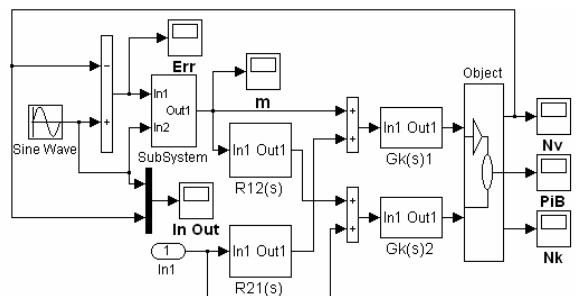


Рисунок 4

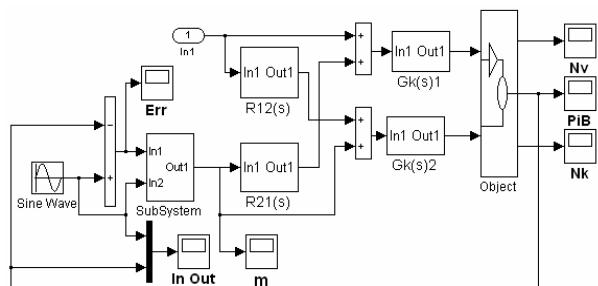


Рисунок 5

В первом контуре (контуре управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $G_T \rightarrow n_B$ ) для объекта управления используется оптимальный по быстродействию цифровой регулятор, структурная схема которого приведена на рис. 6.

Во втором контуре (контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$ ) для объекта управления используется оптимальный по быстродействию цифровой регулятор, структурная схема которого приведена на рис. 7.

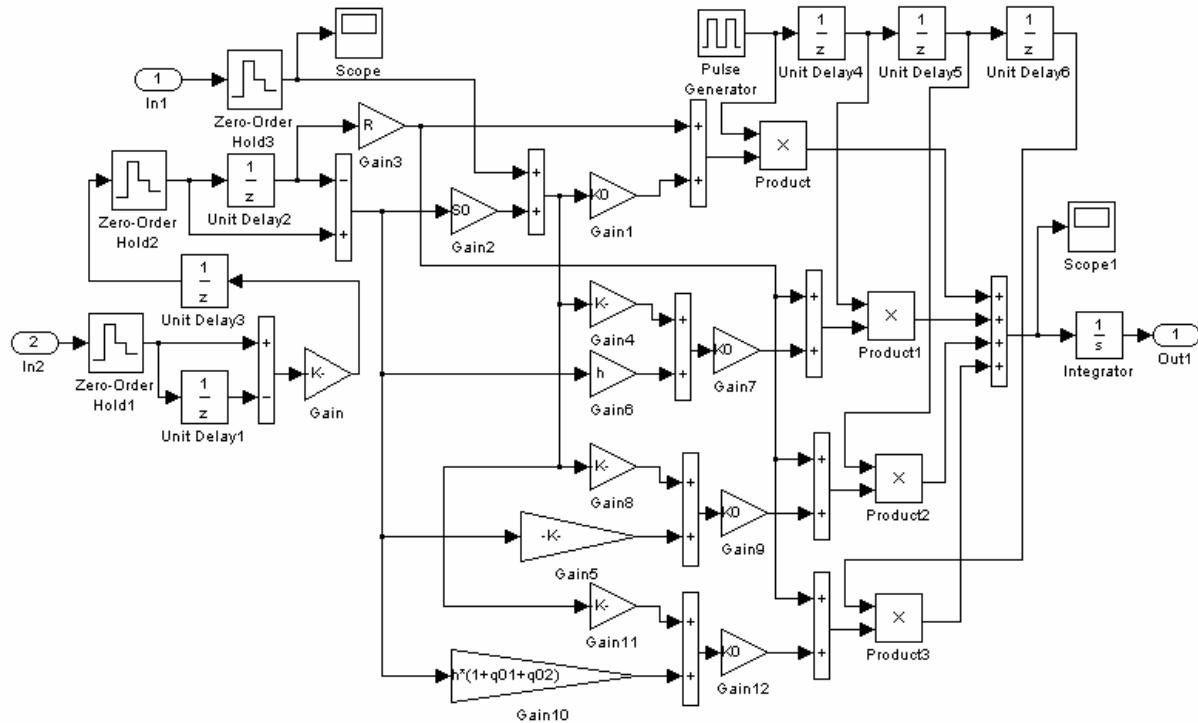


Рисунок 6

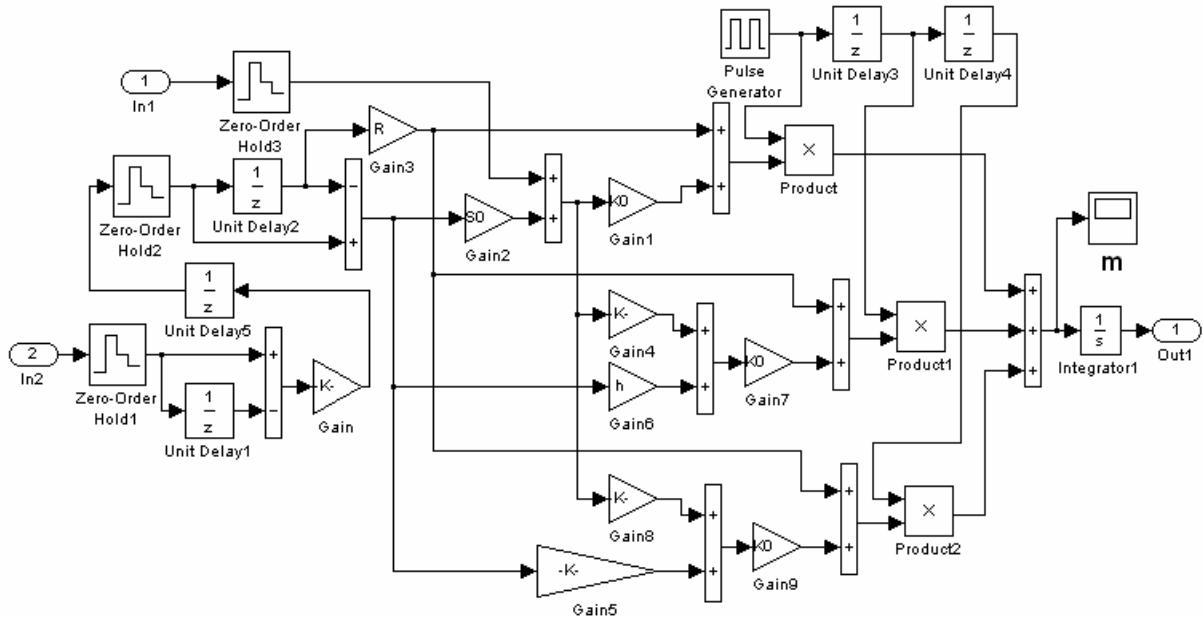


Рисунок 7

Синтез цифровых оптимальных по быстродействию регуляторов подробно описан в работе [1]. В схемах (см. рис. 4 и 5) регуляторы работают с шагом квантования  $h = 0,5\text{c}$

Структурная схема корректирующего устройства с передаточной функцией  $R_k(s)$ , которое используется как в первом, так и во втором контурах управления, приведена на рис. 8.

На рис. 9 представлены процессы в первом контуре (контуре управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $G_T \rightarrow n_B$ ) и во втором контуре (контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$ ) при подаче на вход каждого контура эквивалентного гармонического воздействия

$$u_0(t) = 1 \sin(\pi t / 45), \quad (17)$$

где  $U_0 = 1$ ;  $\omega_0 = \pi / 45 \approx 0,07 \text{ рад/с}$ .

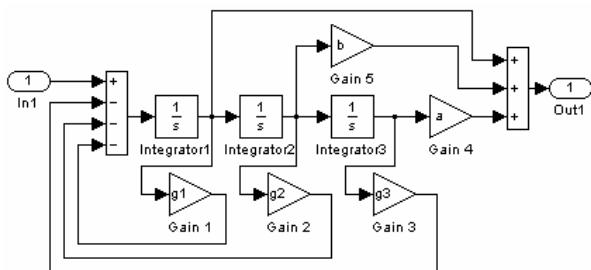


Рисунок 8

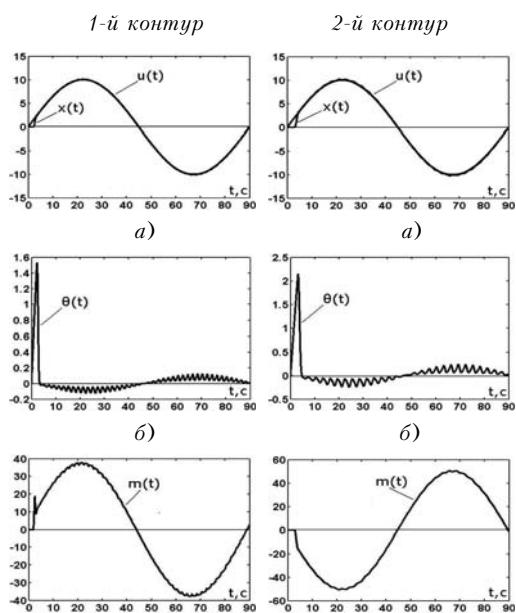


Рисунок 9

Максимальная текущая ошибка в контуре управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $G_T \rightarrow n_B$  (за исключением начального выброса в первый период захвата входного воздействия) не превышает 1,2 % от амплитуды эквивалентного гармонического воздействия. Максимальная текущая ошибка в контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $F_{KP} \rightarrow \pi_B$  (за исключением начального выброса в первый период захвата входного воздействия) не превышает 2,4 % от амплитуды эквивалентного гармонического воздействия. С уменьшением частоты эквивалентного гармонического воздействия текущие ошибки уменьшаются.

Можно управлять частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $F_{KP} \rightarrow n_B$ , а степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$ .

Для развязки контуров (для отдельного управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $F_{KP} \rightarrow n_B$  и степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$ ) введем перекрестные связи, определив матрицу перекрестных связей в виде

$$R(s) = \begin{bmatrix} R_{21}(s) & 1 \\ 1 & R_{12}(s) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Для отдельного управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $F_{KP} \rightarrow n_B$  и степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$  нужно выполнить условия

$$R_{12} = -\frac{G_{11}}{G_{21}}; \quad R_{21} = -\frac{G_{22}}{G_{12}}. \quad (19)$$

При этих условиях матрица  $G_0 R$  становится диагональной, а именно,

$$G_0 R = \begin{bmatrix} G_1 \left[ G_{21} - \frac{G_{11} G_{22}}{G_{12}} \right] & 0 \\ 0 & G_1 \left[ G_{12} - \frac{G_{11} G_{22}}{G_{21}} \right] \end{bmatrix}, \quad (20)$$

и, таким образом, собственные движения разомкнутых контуров не влияют друг на друга, система развязана по сигналам задающих переменных и возможно отдельное управление частотой вращения ротора вентилятора и степенью повышения давления в вентиляторе.

Передаточные функции перекрестных связей определяются так:

$$R_{12}(s) = -\frac{\alpha_2 s + r_{11}}{\alpha_9 s + r_{21}}; \quad R_{21}(s) = -\frac{\alpha_{11} s^2 + q_2 s + r_2}{\alpha_4 s^2 + q_1 s + r_1}. \quad (21)$$

Передаточные функции в главной диагонали матрицы  $G_0R$  определяются:

– по каналу  $F_{KP} \rightarrow n_B$

$$G_1 \left[ G_{21} - \frac{G_{11}G_{22}}{G_{12}} \right] = \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_4(s+b_1)(s^2+bs+a)(s^2+q_1s+r_1)} \frac{s^3 + g_1s^2 + g_2s + g_3}{.} . \quad (22)$$

– по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$

$$G_1 \left[ G_{12} - \frac{G_{11}G_{22}}{G_{21}} \right] = \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_9(s+b_1)(s^2+bs+a)(s^2+r_{21})} \frac{s^3 + g_1s^2 + g_2s + g_3}{.} \quad (23)$$

где

$$g_0 = \alpha_4\alpha_9 - \alpha_2\alpha_{11};$$

$$g_1 = [\alpha_4\alpha_9(q_1 + r_{21}) - \alpha_2\alpha_{11}(q_2 + r_{11})]/g_0;$$

$$g_2 = [\alpha_4\alpha_9(r_1 + q_1r_{21}) - \alpha_2\alpha_{11}(r_2 + q_2r_{11})]/g_0;$$

$$g_3 = [\alpha_4\alpha_9r_1r_{21} - \alpha_2\alpha_{11}r_2r_{11}]/g_0.$$

Таким образом, цифровой регулятор Р1 в первом контуре (контуре управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $F_{KP} \rightarrow n_B$ ) нужно рассчитывать для объекта с передаточной функцией (22), а цифровой регулятор Р2 во втором контуре (контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$ ) нужно рассчитывать для объекта с передаточной функцией (23).

Если в первый контур (контур управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу  $F_{KP} \rightarrow n_B$ ) и во второй контур (контур управления степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$ ) общего двухмерного объекта управления ввести корректирующее устройство с передаточной функцией (12), то передаточные функции в главной диагонали матрицы  $G_0R$  значительно упрощаются и принимают следующий вид:

– по каналу  $F_{KP} \rightarrow n_B$

$$G_K G_1 \left[ G_{21} - \frac{G_{11}G_{22}}{G_{12}} \right] = \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_4(s+b_1)(s^2+q_1s+r_1)} \frac{1}{}, \quad (24)$$

– по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$

$$G_K G_1 \left[ G_{12} - \frac{G_{11}G_{22}}{G_{21}} \right] = \frac{\alpha_1 g_0}{\alpha_9(s+b_1)(s^2+r_{21})} \frac{1}{}. \quad (25)$$

В этом случае цифровой регулятор Р1 нужно рассчитывать для объекта с передаточной функцией (24), а цифровой регулятор Р2 нужно рассчитывать для объекта с передаточной функцией (25). Структурная

схема двухмерной системы управления приведена на рис. 10.

При связанных контурах управления (когда осуществляется отдельное управление частотой вращения ротора вентилятора и степенью повышения давления в вентиляторе) можно отдельно исследовать процессы в каждом контуре. Структурные схемы контуров управления представлены на рис. 11 и 12 (сравните с рис. 4 и 5).

В первом контуре (контуре управления частотой вращения ротора вентилятора) для объекта управления используется оптимальный по быстродействию цифровой регулятор, структурная схема которого приведена на рис. 6. Во втором контуре (контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе) для объекта управления используется оптимальный по быстро-

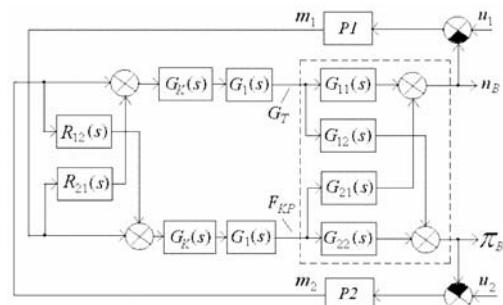


Рисунок 10

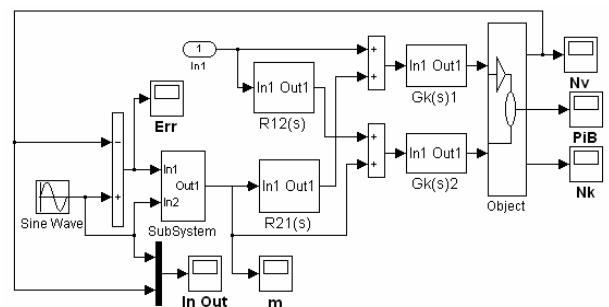


Рисунок 11

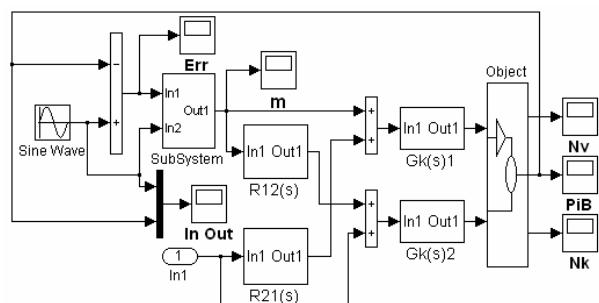


Рисунок 12

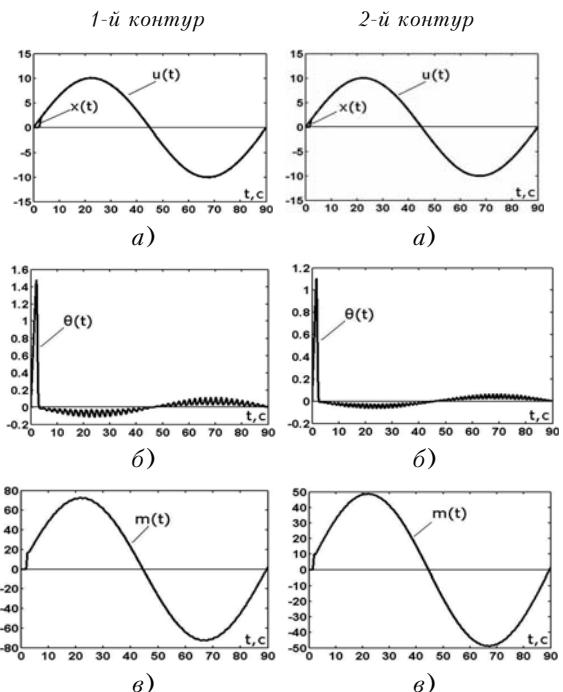


Рисунок 13

действию цифровой регулятора, структурная схема которого приведена на рис. 7. Цифровые регуляторы работают с шагом квантования  $h = 0,5\text{с}$ .

На рис. 13 представлены процессы в первом контуре (контуре управления частотой вращения ротора вентилятора) и во втором контуре (контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе) при подаче на вход каждого контура эквивалентного гармонического воздействия (17).

Максимальная текущая ошибка в контуре управления частотой вращения ротора вентилятора по каналу

$F_{\text{KP}} \rightarrow n_B$  (за исключением начального выброса в первый период захвата входного воздействия) не превышает 1,1 % от амплитуды эквивалентного гармонического воздействия. Максимальная текущая ошибка в контуре управления степенью повышения давления в вентиляторе по каналу  $G_T \rightarrow \pi_B$  (за исключением начального выброса в первый период захвата входного воздействия) не превышает 0,65 % от амплитуды эквивалентного гармонического воздействия.

## ВЫВОДЫ

По результатам моделирования можно заключить, что перекрестные связи обеспечивают автономность каналов регулирования, а оптимальные по быстродействию цифровые регуляторы обеспечивают достаточно высокое качество автономных контуров управления, характеризуемое малыми максимальными значениями текущих ошибок рассогласования.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- Гостев В. И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления. – К.: Издательство «Радиоатом», 2005. – 708 с.
- Бесекерский В. А. Динамический синтез систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1970. – 576 с.

Надійшла 23.12.05

*Викладені результати дослідження методом математичного моделювання двомірної системи автоматичного управління частотою обертання ротора вентилятора і ступенем підвищення тиску у вентиляторі двороторного газотурбінного двигуна з цифровими оптимальними за швидкодією регуляторами при довільних вхідних діянях.*

*The outcomes of research by a method of mathematical simulation of the two-dimensional system of automatic control of a rotation al speed a ventilator and degree of rise of pressure in the ventilator of double-rotor gas-turbine engine with digital optimum on speed controllers are explained at arbitrary entry effects.*

УДК 62–505

В. Ф. Кудин, А. В. Торопов

# СУБОПТИМАЛЬНОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОНТУРОМ СТАБИЛИЗАЦИИ УСИЛИЯ РЕЗАНИЯ В МЕТАЛЛООБРАБОТКЕ, ИНВАРИАНТНОЕ В ОТНОШЕНИИ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Рассмотрена задача синтеза субоптимального регулятора контура стабилизации усилия резания металло режущего станка. Спроектирован нелинейный субоптимальный регулятор на основе метода Беллмана-Ляпунова с использованием концепции метода «погружения», инвариантный в отношении внешних возмущений.

## ВВЕДЕНИЕ

Для повышения производительности технологических процессов металлообработки на токарных станках применяются системы стабилизации силовых парамет-

© Кудин В. Ф., Торопов А. В., 2006

ров [1]. Одной из наиболее распространенных систем является система стабилизации усилия резания. Применение этих систем позволяет обеспечить заданную шероховатость поверхности, а также отсутствие прижогов, и уменьшить машинное время по сравнению со временем точения на обычном станке.

Известно, что системы стабилизации усилия резания работают при наличии внешних и внутренних возмущений. В современной теории оптимального управления сложилось два основных подхода при решении задачи синтеза с учетом внешних возмущений. Первый из них связан с задачей стохастического оптимального управления и приводит в итоге к стохастическому уравнению Беллмана [2]. Если статические характеристики возмущающего воздействия отличны от «белого шума», то решается задача получения математической модели внешних возмущений в виде формирующего фильтра с последующим решением задачи наблюдения [3]. Второй подход к решению задачи построения инвариантных систем автоматического управления возникает в том случае, когда возмущающие воздействия являются детерминированными, регулярными. Как правило, природа возмущений, действующих на управляемый объект, неизвестна. Однако в некоторых случаях оказывается достаточным приближенное описание возмущающих воздействий. В системах стабилизации усилия резания большинство возмущений имеет волновообразный, то есть регулярный характер, вследствие вращательного движения обрабатываемой заготовки [4–6]. Поэтому, второй подход к решению задачи построения инвариантной системы является более предпочтительным.

На практике в системах стабилизации используются астатические регуляторы, обеспечивающие нулевую статическую ошибку по выходной координате [7, 8]. Однако применение таких регуляторов является целесообразным только при постоянном характере возмущающего воздействия. В случае периодических возмущений применение астатических регуляторов приводит к ухудшению характеристик системы и для уменьшения статической ошибки возникает необходимость использования управлений, поглощающих возмущения.

Перспективным направлением в настоящее время является разработка субоптимальных нелинейных законов управления, которые позволяют существенно уменьшить влияние возмущений, действующих в системе, а также учитывать наличие нелинейностей в контуре управления. В представленной статье решение задачи синтеза регулятора контура стабилизации усилия резания (КСУР) основано на методе Беллмана-Ляпунова с использованием концепции «метода погружения» [9–12].

Система стабилизации построена для тангенциальной составляющей усилия резания, являющейся наиболее существенной и составляющей около 70% от результирующего усилия.

## 1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КСУР И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Функциональное уравнение, описывающее динамику процесса резания, имеет вид

$$F_z = \gamma(\omega, t_p, V, \dot{F}_z, \ddot{F}_z, \dots, F_z^{(n)}), \quad (1)$$

где  $F_z$  – тангенциальная составляющая усилия резания, Н;  $t_p$  – глубина резания (припуск), мм;  $\omega$  – скорость вращения вала двигателя привода подачи, мм/об;  $V$  – скорость резания, м/мин,  $F_z^{(i)}$  –  $i$ -е производные от тангенциальной составляющей усилия резания. Уравнение установившегося состояния для процесса резания будет [1]

$$F_{z0} = 9,8 C_{F_z} t_{p0}^{x_{F_z}} \omega_0^{y_{F_z}} V^n k_{F_z}, \quad (2)$$

где  $C_{F_z}$ ,  $x_{F_z}$ ,  $y_{F_z}$ ,  $n$ ,  $k_{F_z}$  – коэффициенты и показатели степени, зависящие от обрабатываемого материала, вида обработки, материала режущего инструмента,  $F_{z0}$ ,  $t_{p0}$ ,  $\omega_0$  – тангенциальная составляющая усилия резания, припуск и скорость вращения вала двигателя привода подачи в установившемся режиме работы.

Осуществим линеаризацию нелинейного выражения (1) согласно методике, предложенной в [5, 13]. При этом полагаем, что скорость резания при обработке остается постоянной.

В основе линеаризации нелинейного уравнения лежит предположение о том, что в процессе резания переменные  $\omega, t_p, \dot{F}_z, \ddot{F}_z, \dots, F_z^{(n)}$  изменяются так, что их отклонения от установившихся значений остаются все время достаточно малыми.

Разложим выражение (1) в ряд Тейлора по степени малых отклонений области установившегося режима работы, рассматривая  $\omega, t_p, \dot{F}_z, \ddot{F}_z, \dots, F_z^{(n)}$  как независимые переменные. При этом представим усилие резания как сумму установившегося значения и его отклонения, а именно,

$$\begin{aligned} F_{z0} + \Delta F_z &\approx F_{z0} + (\partial F_z / \partial \omega)_0 \cdot \Delta \omega + (\partial F_z / \partial t_p)_0 \cdot \Delta t_p + \\ &+ \sum_{i=1}^n (\partial F_z / \partial F_z^{(i)})_0 \cdot \Delta F_z^{(i)} + \\ &+ 0(\omega, t_p, V, \dot{F}_z, \ddot{F}_z, \dots, F_z^{(n)}), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $(\partial F_z / \partial \omega)_0$ ,  $(\partial F_z / \partial t_p)_0$ ,  $\sum_{i=1}^n (\partial F_z / \partial F_z^{(i)})_0$  и  $0(\omega, t_p, V, \dot{F}_z, \ddot{F}_z, \dots, F_z^{(n)})$  – частные производные в установившемся режиме работы и производные высшего порядка малости от скорости вращения вала двигателя привода подачи, припуска, производных от тангенциальной составляющей усилия резания  $i$ -го порядка, соответственно;  $\Delta F_z$ ,  $\Delta \omega$ ,  $\Delta t_p$ ,  $\Delta F_z^{(i)}$  – отклонения тангенциальной составляющей усилия резания, скорости вращения вала двигателя привода подачи, припуска и производных от тангенциальной составляющей усилия резания  $i$ -го порядка.

При вычитании  $F_{z0}$  из левой и правой частей уравнения (3), и, пренебрегая производными высшего порядка малости, получим линеаризованное дифференциальное уравнение процесса резания в отклонениях

$$\begin{aligned} \Delta F_z \approx & (\partial F_z / \partial \omega)_0 \cdot \Delta \omega + (\partial F_z / \partial t_p)_0 \cdot \Delta t_p + \\ & + \sum_{i=1}^n (\partial F_z / \partial F_z^{(i)})_0 \cdot \Delta F_z^{(i)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Приведем выражение (4) к более удобному для анализа виду

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^n (\partial F_z / \partial F_z^{(i)})_0 \cdot \Delta F_z^{(i)} + \Delta F_z \approx \\ & \approx (\partial F_z / \partial \omega)_0 \cdot \Delta \omega + (\partial F_z / \partial t_p)_0 \cdot \Delta t_p. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражения для частных производных от усилия резания по скорости вращения вала двигателя привода подачи и припуска имеют вид [5]

$$\begin{aligned} (\partial F_z / \partial \omega)_0 & = 9,8 y_{F_z} C_{F_z} t_{p0}^{x_{F_z}-1} \omega_0^{y_{F_z}-1} V_0^n k_{F_z}, \\ (\partial F_z / \partial t_p)_0 & = 9,8 x_{F_z} C_{F_z} t_{p0}^{x_{F_z}-1} \omega_0^{y_{F_z}} V_0^n k_{F_z}. \end{aligned}$$

Значения частных производных от тангенциальной составляющей усилия резания в установившемся режиме работы первого и второго порядка были получены в [1, 14]. Производные высших порядков при подстановке численных значений имеют высший порядок малости и, поэтому, можно без существенных погрешностей ими пренебречь. С целью упрощения процедуры синтеза ограничимся только частной производной от тангенциальной составляющей усилия резания по ее первой производной, то есть  $(\partial F_z / \partial \dot{F}_z)_0$ .

Обозначим  $(\partial F_z / \partial \omega)_0 = K_{\text{рез}}$ ,  $(\partial F_z / \partial t_p)_0 = K_{\text{возм}}$ ,  $-(\partial F_z / \partial \dot{F}_z)_0 = T_{\text{рез}}$ ,  $t_p = \Delta m$ , где  $K_{\text{рез}}$  – коэффициент усиления по подаче,  $K_{\text{возм}}$  – коэффициент усиления

ния по возмущению,  $\Delta m$  – возмущающее воздействие,  $T_{\text{рез}}$  – постоянная времени процесса резания. Далее, переходя от приращений к абсолютным величинам, перепишем уравнение (5) в виде

$$T_{\text{рез}} \dot{F}_z + F_z \approx K_{\text{рез}} \cdot \omega + K_{\text{возм}} \cdot \Delta m. \quad (6)$$

В различных публикациях [4–6] возмущения, действующие в КСУР, представлены суммой гармонических составляющих различной частоты. Наибольший вес имеет составляющая, обусловленная несовпадением оси симметрии заготовки с осью ее вращения, то есть эксцентричным расположением круглого профиля. Поскольку учет каждой из гармоник приводит к увеличению порядка системы, что, в свою очередь, существенно усложняет процедуру синтеза регулятора, ограничимся учетом только этой составляющей. Опираясь на физическую природу внешних возмущений, их математическое описание можно реализовать в виде решения системы дифференциальных уравнений. Тогда математическая модель возмущений может быть представлена дифференциальным уравнением второго порядка, предложенным в работе Джонсона [15],

$$\Delta \ddot{m} + 2\xi \omega_1 \Delta \dot{m} + \omega_1^2 \Delta m = \delta(t), \quad (7)$$

где  $\omega_1$  – частота волнового возмущения. В нашем случае,  $\omega_1$  – скорость вращения вала двигателя привода главного движения;  $\delta(t)$  – последовательность полностью неизвестных импульсных функций случайной интенсивности.

Передаточная функция возмущающего воздействия запишется так:

$$W_m(p) = \frac{\Delta m(p)}{\delta(p)} = \frac{1}{p^2 + 2\xi \omega_1 p + \omega_1^2}. \quad (8)$$

Структурная схема КСУР с электроприводом постоянного тока при наличии возмущающих воздействий волнового характера изображена на рис. 1. Контуры регулирования скорости электропривода представлены колебательным звеном. Ограничение на выходе регулятора усилия резания описывается нелинейным звеном типа «насыщение». На рис. 1 введены следующие обозначения:  $K_c$  – коэффициент обратной связи по скорости;  $K_{\text{пп}}$  – коэффициент регулятора положения;  $T_\mu$  – постоянная времени преобразователя;  $K_{F_z}$  – коэффициент усиления датчика обратной связи по усилию резания;  $K_\phi$  – коэффициент обратной связи по положению;  $u_{\text{пп}}$  – выходное напряжение регулятора положения;  $\phi$  – угол поворота вала двигателя привода подачи;  $\sigma$  – выходное напряжение регулятора усилия резания без учетом ограничения;  $u_{\text{урп}}$  – выходное на-

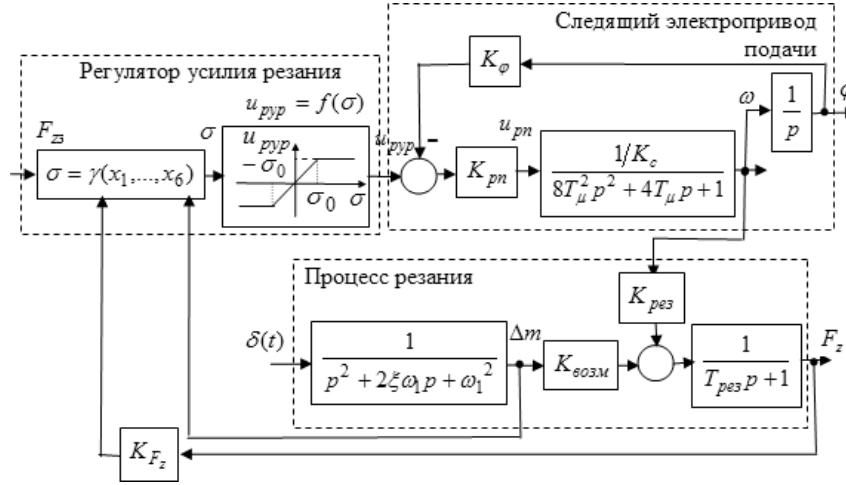


Рисунок 1 – Структурная схема контура стабилизации усилия резания с учетом возмущения волнового характера

пряжение регулятора усилия резания с учетом ограничения;  $u_{\text{пур}} = f(\sigma)$  – нелинейность типа «насыщение»;  $\sigma_0$  – напряжение перехода регулятора усилия резания в насыщение. Система дифференциальных уравнений, соответствующая структурной схеме на рис. 1, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dF_z}{dt} &= -\frac{1}{T_{\text{рез}}}F_z + \frac{K_{\text{рез}}}{T_{\text{рез}}}\omega + \frac{K_{\text{возм}}}{T_{\text{рез}}} \cdot \Delta m, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega, \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{K_{\text{пн}} \cdot K_{\varphi}}{K_c} \cdot \varphi - \frac{1}{8T_{\mu}^2} \omega - \frac{1}{2T_{\mu}} \varepsilon + \frac{K_{\text{пн}}}{K_c} f(\sigma), \\ \frac{d\Delta m}{dt} &= \Delta \dot{m}, \quad \frac{d\Delta \dot{m}}{dt} = -\omega_1^2 \Delta m - 2\xi\omega_1 \Delta \dot{m} + \delta(t), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение вала двигателя привода подачи.

Минимизируемый квадратичный функционал выбираем, исходя из требования минимизации динамической ошибки и минимума энергетических затрат на управление:

$$\min_{\sigma} J = \int_0^{\infty} \left( \sum_{i=1}^5 q_i x_i^2 + r \sigma^2 \right) dt, \quad (10)$$

где  $q_i$ ,  $r$  – весовые константы, определяющие ограничения на фазовые координаты и управляющие воздействия, соответственно.

Таким образом, ставится следующая задача. Для данной системы дифференциальных уравнений (9), описывающих возмущенные движения управляемого

объекта, и минимизируемого функционала (10) требуется найти управление  $\sigma = \gamma(x_1, \dots, x_6)$ , при котором невозмущенное движение  $X = 0$  асимптотически устойчиво и вдоль траектории системы (9) достигает минимума по  $\sigma$  функционал (10).

## 2 СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА КСУР

Система дифференциальных уравнений (10) является нелинейной, так как содержит нелинейное звено, описываемое уравнением  $u_{\text{пур}} = f(\sigma)$ . Вычислительная сложность методов аналитического конструирования (АК) для нелинейных систем резко возрастает при увеличении порядка объекта управления. Поэтому, возникает необходимость использования метода Беллмана-Ляпунова с использованием концепции «метода погружения», что позволяет в значительной степени снять проблему «проклятия размерности». При этом сложная нелинейная задача синтеза разлагается на ряд более простых линейных задач оптимального управления.

Осуществим линеаризацию вышеуказанной нелинейности методом секущих [16]. Тогда нелинейность  $u_{\text{пур}} = f(\sigma)$  аппроксимируется прямой вида  $u_{\text{пур}} = K_{\text{нас}}(\sigma) \cdot \sigma$ , где  $K_{\text{нас}}(\sigma)$  – коэффициент мгновенной линеаризации. Тогда система дифференциальных уравнений (10) примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 + a_2 x_3 + a_3 x_5, \quad \dot{x}_2 = x_3, \quad \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 &= -a_4 x_2 - a_5 x_3 - a_6 x_4 + b_1 \sigma, \\ \dot{x}_5 &= x_6, \\ \dot{x}_6 &= -a_7 x_5 - a_8 x_6 + \delta(t), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $x_1 = F_z$ ,  $x_2 = \varphi$ ,  $x_3 = \omega$ ,  $x_4 = \varepsilon$ ,  $x_5 = \Delta m$ ,  $x_6 = \Delta \dot{m}$ ;  $a_1 = T_{\text{рез}}^{-1}$ ;  $a_2 = K_{\text{рез}} \cdot T_{\text{рез}}^{-1}$ ;  $a_3 = K_{\text{возм}} \times T_{\text{рез}}^{-1}$ ;  $a_4 = K_{\text{пп}} \cdot K_{\varphi} \cdot K_c^{-1}$ ;  $a_5 = (8T_{\mu}^2)^{-1}$ ;  $a_6 = (2T_{\mu})^{-1}$ ;  $a_7 = \omega_1^2$ ;  $a_8 = 2\xi\omega_1$ ;  $b_1 = K_{\text{нac}}(\sigma) \times K_{\text{пп}} \cdot K_c^{-1}$ .

В матричном виде система (11) запишется так:

$$\dot{X} = AX + BU, \quad (12)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & a_2 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_7 & -a_8 \end{bmatrix};$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ b_1 \ 0 \ 0]^T; X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T;$$

$$U = [\sigma].$$

При этом коэффициент  $b_1$  матрицы  $B$  является функцией параметра линеаризации, то есть будет изменяться для различных областей фазового пространства.

Выбор весовых констант функционала (10) осуществим согласно методике, изложенной в [17]. Величины весовых констант, определяющих ограничения на фазовые координаты и управляющие воздействия, определяются, соответственно,  $q_i = x_{i\max}^{-2}$ ;  $r = \sigma_{\max}^{-2}$ .

В соответствии с методикой, изложенной в [9–12], процедуру синтеза с использованием метода «погружения» можно представить в виде следующей последовательности этапов.

1. Осуществление решения задачи аналитического конструирования «в малом» для модели (12) и функционала (10). При этом решается уравнение Риккати вида  $A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0$  и находится матрица коэффициентов обратных связей  $K_1 = R^{-1}B^T S$  для случая  $K_{\text{нac}}(\sigma) = K_{\text{нac1}}$ . Уравнение оптимального регулятора и компенсации возмущения будут иметь вид  $\sigma_1 = -\sum_{i=1}^6 k_i x_i$ .

2. Осуществление решения задачи АК «в большом». Аналогично решается уравнение Риккати и находится матрица обратных связей  $K_2 = R^{-1}B^T S$  для случая  $K_{\text{нac}}(\sigma) = K_{\text{нac2}}$ . Уравнение оптимального регулято-

ра и компенсации возмущения будут иметь вид  $\sigma_2 = -\sum_{i=1}^6 k'_i x_i$ .

3. Сшивание мгновенных значений и получение нелинейного закона управления. Определяются новые допустимые управлении и осуществляется сшивание «мгновенных значений» управляющих воздействий  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , справедливых для различных областей фазового пространства. Представим уравнение регулятора «в большом» в виде  $\sigma_2 = \sigma_1 + \Delta\sigma$ , где  $\Delta\sigma = -\sum_{i=1}^6 (k'_i - k_i) x_i = -\sum_{i=1}^6 \Delta k_i x_i$ . Поскольку коэффициенты регулятора  $k_1, \dots, k_6$  являются функциями переменных состояния, то управляющими воздействиями полагаем вариации параметров  $\Delta k_1, \dots, \Delta k_6$  [9–12]. Тогда управление «в большом» принимает вид

$$\sigma_2 = -\left( \sum_{i=1}^6 k_i x_i + \sum_{i=1}^6 \Delta k_i x_i \right). \quad (13)$$

Минимизируемый неклассический функционал выбираем, исходя из требования динамической точности и минимизации затрат на управления. Этим требованиям отвечает следующий обобщенный критерий работы А. А. Красовского [18], последнее слагаемого которого выражает собой «энергию» (обобщенную работу) оптимального управления:

$$\min_{\Delta k_1, \dots, \Delta k_6} J = \int_0^\infty \left[ \sum_{i=1}^6 q_i x_i^2 + \sum_{i=1}^6 c_i \Delta k_i^2 + \sum_{i=1}^5 \frac{x_i^2}{4c_i} \cdot \left( b_1 \frac{\partial V}{\partial x_4} \right)^2 \right] dt, \quad (14)$$

где  $c_i = \Delta k_{i\max}^{-2}$  – весовые коэффициенты.

Осуществляем замыкание исходной системы, то есть, подставляем выражение для  $\sigma_2$  в систему (11)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 + a_2 x_3 + a_3 x_5, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= -a_4 x_2 - a_5 x_3 - a_6 x_4 - b_1 \left( \sum_{i=1}^6 k_i x_i + \sum_{i=1}^6 \Delta k_i x_i \right), \\ \dot{x}_5 &= x_6, \\ \dot{x}_6 &= -a_7 x_5 - a_8 x_6. \end{aligned} \quad (15)$$

Для системы уравнений (15) и минимизируемого функционала (14) уравнение Беллмана имеет вид

$$\begin{aligned} \min_{\Delta k_1, \dots, \Delta k_6} & \left[ \sum_{i=1}^6 q_i x_i^2 + \sum_{i=1}^6 c_i \Delta k_i^2 + \sum_{i=1}^5 \frac{x_i^2}{4c_i} \cdot \left( b_1 \frac{\partial V}{\partial x_5} \right)^2 + \right. \\ & + \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot (-a_1 x_1 + a_2 x_3 + a_3 x_5) + \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} \cdot x_4 + \\ & + \frac{\partial V}{\partial x_4} \cdot \left( -a_4 x_2 - a_5 x_3 - a_6 x_4 - b_1 \left( \sum_{i=1}^6 k_i x_i + \sum_{i=1}^6 \Delta k_i x_i \right) \right) + \\ & \left. + \frac{\partial V}{\partial x_5} \cdot x_6 + \frac{\partial V}{\partial x_6} \cdot (-a_7 x_5 - a_8 x_6) \right] = 0. \quad (16) \end{aligned}$$

Реализуя процедуру минимизации, получим

$$\Delta k_i = \frac{b_1}{2c_i} \cdot \frac{\partial V}{\partial x_4} \cdot x_i, \quad i = \overline{1, 5}. \quad (17)$$

Модифицированное уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана примет вид

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 q_i x_i^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot (-a_1 x_1 + a_2 x_3 + a_3 x_5) + \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} \cdot x_4 + \\ + \frac{\partial V}{\partial x_4} \cdot \left( -a_4 x_2 - a_5 x_3 - a_6 x_4 - b_1 \left( \sum_{i=1}^6 k_i x_i \right) \right) + \\ + \frac{\partial V}{\partial x_5} \cdot x_6 + \frac{\partial V}{\partial x_6} \cdot (-a_7 x_5 - a_8 x_6) = 0. \quad (18) \end{aligned}$$

Решение этого уравнения будем искать в виде квадратичной формы

$$V(x_1, \dots, x_6) = \sum_{ij=1}^6 k_{ij} x_i x_j. \quad (19)$$

Реализуя дальнейшую процедуру АК регулятора, определяем коэффициенты квадратичной формы из системы линейных алгебраических уравнений.

Закон субоптимального управления в общем виде определяется следующим соотношением:

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & - \left( \sum_{i=1}^6 k_i x_i + \sum_{i=1}^6 \frac{b_1}{2c_i} \cdot \frac{\partial V}{\partial x_4} \cdot x_i^2 \right) = \\ = & - \left( \sum_{i=1}^6 k_i x_i + \sum_{i=1}^6 \frac{b_1}{c_i} x_i^2 \cdot \left( \sum_{j=1}^6 k_{j4} x_j \right) \right). \quad (20) \end{aligned}$$

В результате синтеза был получен нелинейный закон управления, содержащий фазовые координаты  $x_1, \dots, x_6$ . Однако, непосредственное измерение координат  $x_5$  и  $x_6$  является невозможным. Таким образом, возни-

кает необходимость использования наблюдателя для координат состояния, определяющих возмущения.

### 3 ПОСТРОЕНИЕ РЕДУЦИРОВАННОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ ДЛЯ НЕИЗМЕРЯЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Исследуемая система является нелинейной, так как содержит нелинейное звено типа «насыщение». Методы оценки неизмеряемых координат достаточно хорошо разработаны для линейных объектов; для нелинейных же динамических объектов имеется только ряд частных решений. Следовательно, целесообразно применять редуцированный наблюдатель для линейной части системы, содержащей неизмеряемые переменные состояния, определяемые воздействием возмущения. Процедура построения наблюдателя для измерения возмущений, имеющих волновую структуру, изложена С. Джонсоном в [15].

Осуществим построение наблюдателя для линейной части, описываемой системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 + a_2 x_3 + a_3 x_5, \\ \dot{x}_5 &= x_6, \\ \dot{x}_6 &= -a_7 x_5 - a_8 x_6 + \delta(t). \quad (21) \end{aligned}$$

В этой системе уравнений переменная состояния  $x_3$  является входным воздействием для системы.

Матрицы динамики линейной части, управления и измерения имеют вид

$$A_p = \begin{bmatrix} -a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_7 & -a_8 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_p = \begin{bmatrix} a_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Наблюдатель описывается матричным уравнением вида

$$\hat{\dot{X}} = (A - KC)\hat{X} + BU + KY \quad (22)$$

или в операторной форме

$$[pI - (A - KC)]\hat{X} = BU + KY,$$

где  $I$  – единичная матрица. Выбор элементов матрицы  $K$  означает определение вида характеристического уравнения наблюдателя  $H(p) = 0$ , то есть

$$\det[pI - (A - KC)] = 0. \quad (23)$$

Для выбора распределения корней характеристического уравнения используем форму Баттервортта третьего порядка

$$H(p) = p^3 + 2,0\omega_0 p^2 + 2,0\omega_0^2 p + \omega_0^3. \quad (24)$$

Записав выражение  $\det[pI - (A - KC)] = H(p)$  и, приводя коэффициенты при одинаковых степенях  $p$ , можно определить коэффициенты связей наблюдателя, являющихся элементами матрицы  $K$ . Значение частоты  $\omega_0$  выбирается таким образом, чтобы быстродействие наблюдателя было выше быстродействия системы.

Ошибки оценивания  $\varepsilon_{\Delta m}$  и  $\varepsilon_{\Delta \dot{m}}$  определяются системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{\Delta m}}{dt} &= \varepsilon_{\Delta \dot{m}}, \\ \frac{d\varepsilon_{\Delta \dot{m}}}{dt} &= -a_7\varepsilon_{\Delta m} - a_8\varepsilon_{\Delta \dot{m}} + \delta(t). \end{aligned} \quad (25)$$

#### 4 МОДЕЛИРОВАНИЕ КСУР ПРИ НАЛИЧИИ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Исследование динамики было проведено методом цифрового моделирования. При этом проводилось сравнение КСУР, содержащего ПИ-регулятор усилия резания, и КСУР с синтезированным нелинейным регулятором. Синтез регулятора и моделирование системы осуществлялось при следующих параметрах КСУР:  $T_\mu = 0,01$  с;  $\omega_1 = 104$  рад/с;  $\xi = 0,1$ ;  $K_\varphi = 1$  В/рад;  $K_c = 0,1$  Вс;  $\sigma = 1$  В;  $K_{\text{пр}} = 1,25$ ;  $C_p = 31,721$ ;  $x_p = 0,9$ ;  $y_p = 0,75$ ;  $n = -0,15$ ;  $t_p = 1$  мм;  $k_{F_z} = 1$ ;  $\omega = 10$  рад/с;  $V = 100$  м/мин;  $K_{\text{рез}} = 1314,2$  Н/мм;  $K_{\text{возб}} = 788,53$  Н/мм;  $T_{\text{рез}} = 0,087$  с. При моделировании на вход системы подавался линейно нарастающий сигнал задания  $F(t)$ . На вход системы в качестве возмущающего воздействия подавались функции Дирака с частотой 10 имп./с.

Переходной процесс в системе по выходной координате при использовании ПИ-регулятора представлен на рис. 2. Время переходного процесса составляет 0,4 с, присутствуют колебания, максимальная амплитуда которых составляет 10 % от номинальной величины усилия резания, что является недопустимым для КСУР. Переходной процесс при использовании нелинейного субоптимального регулятора представлен на рис. 3. Время переходного процесса составляет 0,45 с, но существенно уменьшается максимальная амплитуда колебаний до 1 %.

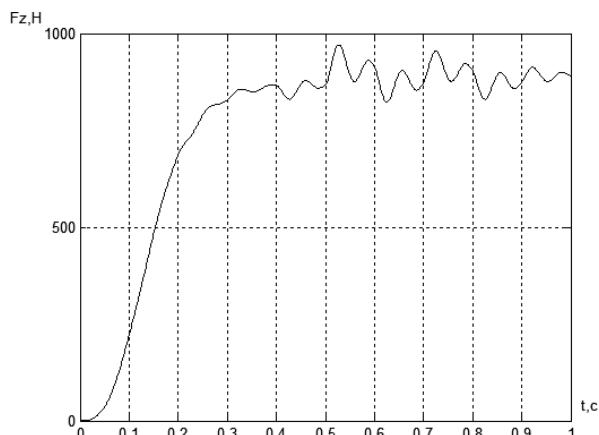


Рисунок 2 – Переходные процессы в системе с ПИ-регулятором

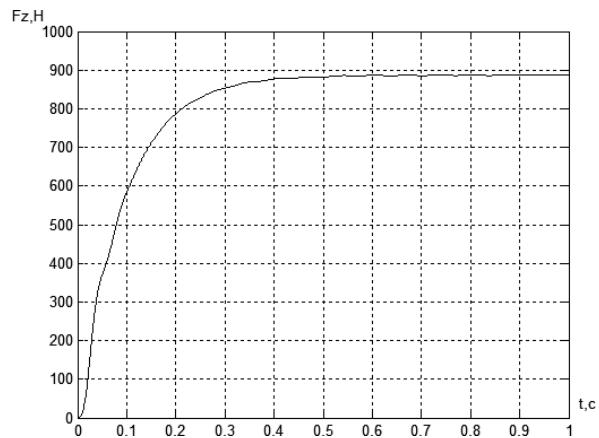


Рисунок 3 – Переходные процессы в системе при использовании синтезированного нелинейного субоптимального регулятора

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование нелинейного субоптимального регулятора позволяет улучшить динамические характеристики КСУР, по сравнению с ПИ-регулятором и линейно-квадратичным регулятором. Дальнейшее улучшение качества системы возможно при использовании более точной аппроксимации оптимального управления, которую возможно получить при использовании классического функционала. Однако, это приведет к усложнению закона управления и увеличит вычислительную сложность процедуры АК.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

- Шапарев Н. К. Расчет автоматизированных систем управления металлообработкой. – К.: Лыбидь, 1992. – 272 с.

2. Батков А. М., Александров В. М. и др. Методы оптимизации в статистических задачах управления. – М.: Машиностроение, 1974. – 240 с.
3. Сайдж Д. М., Уайт III, Ч. С. Оптимальное управление системами. – М.: Радио и Связь, 1982. – 392 с.
4. Гнатейко Н. В., Румбешта В. О. Методика керування обробної механічної системи // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2002. – № 6. – С. 55–58.
5. Петраков Ю. В. Теорія автоматичного управління в металообробці. – К.: ІЗМН, 1999. – 212 с.
6. Васильев В. С., Васильев С. В. Резание металлов – псевдогармонический случайный процесс // СТИН. – 2003. – № 7. – С. 17–20.
7. Лукомский Ю. А., Чугунов В. С. Системы управления морскими подвижными объектами. – Л.: Судостроение, 1988. – 272 с.
8. Летов А. М. Динамика полета и управление. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1969. – 360 с.
9. Беллман Р. Методы вычислений: Избранные главы // Автоматика и телемеханика. – 1993. – № 8. – С. 3–39. – № 9. – С. 3–51. – № 10. – С. 3–43.
10. Kudin V., Kolacny J. Synthesis of suboptimal nonlinear regulator by immersion method. // J. Electrical engineering. – Bratislava, Slovakia. – 1998. – Vol. 49, No. 1–2. – Pp. 11–15.
11. Кудин В. Ф., Кудин А. В. Аналитическое конструирование нелинейных регуляторов с помощью метода гармонической линеаризации // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 1989. – № 9. – С. 60–67.
12. Кудин В. Ф. К вопросу построения нелинейного регулятора методом динамического программирования // Автоматика (АН УССР – Киев). – 1968. – №1. – С. 32–38.
13. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1972. – 768 с.
14. Абакумов А. М., Видманов Ю. И., Михелькевич В. Н. Алгоритмизация процесса продольного точения // Станки и инструмент. – 1972. – № 9. – С. 29–31.
15. Джонсон С. Теория регуляторов, приспособливающихся к возмущениям // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под редакцией К. Т. Леондеса – М.: Мир, 1980. – С. 253–320.
16. Гельднер К., Кубик С. Нелинейные системы управления / Перевод с нем. С. П. Забродина, А. А. Полозова; Под ред. Б. А. Яровой. – М.: Мир, 1987. – 367с.
17. Мерриэм Ч. В. Теория оптимизации и расчет систем управления с обратной связью. – М.: Мир, 1967. – 549 с.
18. Александров А. Г. Оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие для вузов по спец. «Автоматика и управление в техн. системах». – М.: Высш. шк., 1989. – 263 с.

Надійшла 19.01.06  
Після доробки 28.02.06

*Розглянуто задачу синтезу субоптимального регулятора контуру стабілізації зусилля різання металорізального верстата. Спроектовано нелінійний субоптимальний регулятор на основі методу Беллмана-Ляпунова з використанням концепції методу «запурення», інваріантний у відношенні до зовнішніх збурень.*

*Synthesis problem of machine tool cutting force stabilization loop nonlinear suboptimal regulator is considered. Nonlinear suboptimal regulator, invariant with respect to external disturbances, based on Bellman-Lyapunov method, using immersion method conception, is designed.*

УДК 621.313

И. А. Орловский

## МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА НА РЕКУРРЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ

Получены уравнения для вычисления весовых коэффициентов рекуррентных нейронных сетей (РНС), представляющих модель линейного динамического объекта. Реализованы модели электропривода постоянного тока на РНС. Результаты моделирования показали высокую точность рассчитанных моделей на РНС.

В последние десятилетия в мире получили широкое развитие интеллектуальные системы управления объектами, в том числе и электроприводами. Разделами интеллектуальных систем среди многих являются искусственные нейронные сети (НС) и генетические алгоритмы (ГА). Способности НС обучаться и нахождение оптимальных настроек регуляторов ГА позволяет обеспечивать заданное качество управления объектом при изменении его параметров. Поиск параметров регуляторов ГА и НС требует выполнения множества эпох (сотни и тысячи), т.е. повторных запусков объекта с новыми параметрами регуляторов. Для реальных объектов это, как правило, невозможно. Обучение ин-

теллектуальных систем, следовательно, необходимо выполнять на модели объекта, поэтому одной из важных задач является получение достаточно точной модели динамического объекта, в процессе его работы.

Модель объекта можно выполнить на НС. В [1] получены модели двигателей постоянного и переменного тока на НС прямого распространения. Такая сеть эмульсировала работу двигателя только для небольшого набора обучающих данных. Для входных данных не входящих в обучающий набор сеть имела очень большую ошибку. Похожие результаты получены в [2]. Из-за отсутствия обратных связей сети прямого распространения не обладают обобщающим свойством для динамических объектов и, следовательно, не способны качественно эмульсировать такие объекты. В работе [3] делается вывод о перспективности использования РНС для получения модели привода. Теоретические основы реализации динамических объектов на РНС рассмотрены в [4, 5]. Согласно [4], модель динамического

объекта на рекуррентных сетях может выполняться в виде:

- рекуррентной модели «вход-выход» на базе многослойного перцептрона. Сеть имеет единственный вход, который через элементы задержки поступает на входной слой перцептрона, и один выход, замкнутый также через элементы задержки на входной слой перцептрона;

- модели в пространстве состояний (рис. 1), в которой выходы скрытых нейронов определяют состояние сети. Выход скрытого слоя замкнут на входной слой через элементы задержки;

- рекуррентного многослойного перцептрона. Такой перцептрон имеет один или несколько скрытых слоев. Каждый слой замыкается сам на себя через элементы задержки;

- сети второго порядка, в которой входными сигналами рекуррентного слоя являются произведения входных сигналов и выходных сигналов поступающих через элементы задержки.

Существуют эквивалентные преобразования [4] между сетями, выполненными в виде рекуррентной модели «вход-выход» и модели в пространстве состояний.

Результаты и скорость обучения НС во многом зависят от выбранной структуры НС и первоначально установленных весовых коэффициентов сети при инициализации. Выбор структуры сети и первоначальная установка весовых коэффициентов может быть получена из предварительно известных знаний об объекте. Ориентировочный расчет может выполняться для ли-

неаризованных номинальных параметров объекта. Знание пределов изменения этих параметров их взаимосвязь позволяет задать пределы изменения весовых коэффициентов, что также снижает время обучения сети.

Целью статьи является получение аналитических зависимостей для расчета весовых коэффициентов РНС, представляющей модель динамического объекта, на примере привода постоянного тока.

### ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ РАСЧЕТА ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ РНС

Пусть объект описывается в пространстве состояний следующей системой уравнений

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$

где  $x$  – вектор состояния модели объекта,  $x = [x_1, x_2, \dots, x_q]^T$ ;  $u$  – вектор входных сигналов,  $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ ;  $A$  – матрица коэффициентов, размером  $q \times q$ ;  $B$  – матрица коэффициентов, размером  $q \times m$ . Будем считать, что измеряется весь вектор состояния, тогда выход объекта равен вектору состояний, задержанному на один такт дискретизации по времени (такт счета).

Если такт счета равен  $T_0$ , то уравнение (1) можно записать в виде разностного дифференциального уравнения, где  $T_0$  является скаляром

$$x^+(n+1) = x(n) + A \cdot x(n) \cdot T_0 + B \cdot u(n) \cdot T_0 \quad (2)$$

где  $x^+(n+1)$  и  $x(n)$  векторы состояний модели в дискретные моменты времени  $n+1$  и  $n$ ,  $u(n)$  – вектор входных сигналов в дискретный момент времени  $n$ , знак « $+$ » показывает, что производная вектора состояния вычисляется в последнем такте счета.

В уравнении (2) принято, что производная вектора состояния в момент времени  $n$  равна отношению изменения вектора состояния в последующем такте счета на величину такта счета. Уравнение (2) представим следующим образом

$$x^+(n+1) = [I + A \cdot T_0]x(n) + B \cdot u(n) \cdot T_0, \quad (3)$$

где  $I$  – единичная матрица, размером  $q \times q$ .

Выполним реализацию уравнения (3) на РНС, которую обозначим РНС1. Весовые коэффициенты РНС1 являются коэффициентами уравнения (3). Тогда матрица весовых коэффициентов нейронов для входных сигналов определяется уравнением

$$I1W = B \cdot T_0. \quad (4)$$

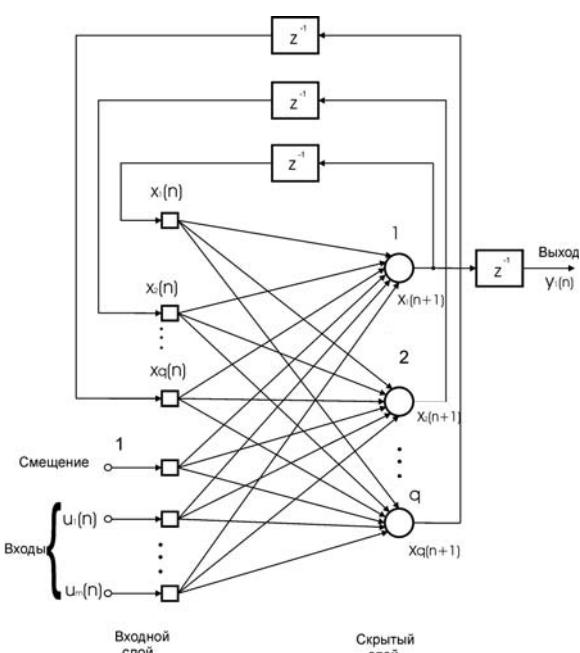


Рисунок 1 – Полносвязная РНС в виде модели в пространстве состояний, имеющая  $t$  входов,  $n$  переменных состояния и один выход

Матрица весовых коэффициентов от сигналов обратной связи

$$L1W = [I + A \cdot T_0]. \quad (5)$$

Полученная РНС1, рассчитывает значения вектора состояния в момент времени  $n+1$ , из значений входных сигналов и вектора состояний в момент времени  $n$ . При таком расчете РНС1 достаточно точно описывает объект, однако, с возрастанием такта счета увеличивается динамическая ошибка.

Представление уравнения (1) в виде разностного дифференциального уравнения можно выполнить, определяя производную вектора состояния по значениям вектора состояния на предыдущем такте счета. В этом случае объект описывается уравнением

$$x^{-1}(n) = x(n-1) + A \cdot x^-(n) \cdot T_0 + B \cdot u(n) \cdot T_0, \quad (6)$$

где знак «-» показывает, что производная вектора состояний определяется в предыдущем такте. Уравнение (6) можно переписать следующим образом:

$$x(n)[I - A \cdot T_0] = B \cdot u(n) \cdot T_0 + x(n-1), \quad (7)$$

где  $x(n-1)$  вектор состояния модели в дискретный момент времени  $n-1$ .

Решением системы линейных уравнений (7) при достаточно малом такте счета  $T_0$  будет

$$x^-(n) = [I - A \cdot T_0]^{-1} \cdot B \cdot T_0 \cdot u(n) + [I - A \cdot T_0]^{-1} \cdot x(n-1), \quad (8)$$

где  $[I - A \cdot T_0]^{-1}$  – обратная матрица для матрицы  $[I - A \cdot T_0]$ . Обратную матрицу можно вычислить через определитель матрицы  $|I - A \cdot \Delta t|$  и присоединенную матрицу  $[I - A \cdot \Delta t]^*$  [6]

$$[I - A \cdot T_0]^{-1} = [I - A \cdot T_0]^* / |I - A \cdot T_0|. \quad (9)$$

Присоединенная матрица определяется как транспонированная матрица алгебраических дополнений

$$[I - A \cdot T_0]^* = [|I - A \cdot T_0|_{ij}]^T, \quad (10)$$

где  $[|I - A \cdot T_0|_{ij}]$  – матрица алгебраических дополнений.

Выполним реализацию системы уравнений (8) на второй РНС, которую обозначим РНС2. Весовые коэффициенты РНС2 являются коэффициентами уравнения (8). Тогда матрица весовых коэффициентов нейронов для входных сигналов определяется уравнением

$$L2W = [I - A \cdot T_0]^{-1} \cdot B \cdot T_0. \quad (11)$$

Матрица весовых коэффициентов от сигналов обратной связи

$$L2W = [I - A \cdot T_0]^{-1}. \quad (12)$$

Модель на РНС2 также имеет погрешность, связанную с неточным определением производной вектора состояния в дискретный момент времени  $n$ .

Более точное описание динамического объекта в виде разностного дифференциального уравнения можно получить, если использовать в уравнении средние значения производных вектора состояния объекта, определяемые на предыдущем и последующем тактах счета. Уравнение модели при вычислении производной в предыдущем такте счета, для дискретного момента времени  $n+1$ , аналогично уравнению (6)

$$(x^-(n+1) - x(n)) / T_0 = A \cdot x^-(n+1) + B \cdot u(n+1). \quad (13)$$

После преобразований уравнение (13) примет вид

$$\begin{aligned} x^-(n+1) &= [I - A \cdot T_0]^{-1} \cdot x(n) + \\ &+ [I - A \cdot T_0]^{-1} \cdot B \cdot T_0 \cdot u(n+1). \end{aligned} \quad (14)$$

Рассмотрим уравнения (3) и (14). Если изменение вектора входного сигнала за время  $T_0$  происходит медленнее, чем процессы внутри динамического объекта, то можно принять, что

$$u(n) \approx u(n+1), \quad (15)$$

тогда среднее значение вектора состояния модели в момент времени  $(n+1)$  можно вычислить по формуле

$$\begin{aligned} x(n+1) &= (x^-(n+1) + x^+(n+1)) / 2 = \\ &= 0,5 \times [[I + A \cdot T_0] + [I - A \cdot T_0]^{-1}] \cdot x(n) + \\ &+ 0,5 \times [B + [I - A \cdot T_0]^{-1} \cdot B] \cdot T_0 \cdot u(n). \end{aligned} \quad (16)$$

Модель объекта по уравнению (16) можно реализовать на третьей РНС, обозначенной РНС3. Согласно уравнению (16) весовые коэффициенты для РНС3 определяются, как средние арифметические весовых коэффициентов РНС1 и РНС2

$$I3W = 0,5 \times [B + [I - A \cdot T_0]^{-1} \cdot B] \cdot T_0, \quad (17)$$

$$L3W = 0,5 \times [[I + A \cdot T_0] + [I - A \cdot T_0]^{-1}]. \quad (18)$$

Можно получить и более точное уравнение модели объекта без принятого условия (15), однако его реализация потребует усложнения РНС, что нежелательно.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСОВ РНС ДЛЯ ЭМУЛЯЦИИ ПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Рассмотрим расчет РНС в виде модели в пространстве состояний для эмуляции электропривода постоянного тока. Привод постоянного тока включает в себя преобразователь и двигатель (рис. 2, а). Приведенная структура используется как в замкнутой, так и в разомкнутой системах привода. Необходимо получить модели привода на трех РНС (рис. 2, б), рассмотренных выше. Модели имеют два входа (напряжение на входе преобразователя  $U$  и момент нагрузки механизма  $M_c$ ) и три выхода (напряжение на якоре двигателя  $u_D$ , ток якорной цепи двигателя  $i$  и частота вращения вала двигателя  $\omega$ ). Согласно рисунку 2, а, привод описывается системой уравнений

$$T_\mu \frac{du_D}{dt} + u_D = k \cdot U, \quad (19)$$

$$T_e \frac{di}{dt} + i = R^{-1} \cdot u_D - R^{-1} \cdot c\Phi \cdot \omega, \quad (20)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = c\Phi \cdot i - M_c, \quad (21)$$

где  $k$ ,  $T_\mu$  – коэффициент усиления и постоянная времени тиристорного преобразователя,  $R$ ,  $T_e$  – активное сопротивление и постоянная времени якорной цепи,  $c\Phi$  – произведение постоянной двигателя на номинальное значение магнитного потока двигателя,  $J$  – приведенный к валу двигателя момент инерции вращающихся масс.

Для удобства составления матриц запишем систему (19)–(21) в форме Коши

$$\frac{du_D}{dt} = -T_\mu^{-1} \cdot u_D + 0 \cdot i + 0 \cdot \omega + T_\mu^{-1} \cdot k \cdot U + 0 \cdot M_c, \quad (22)$$

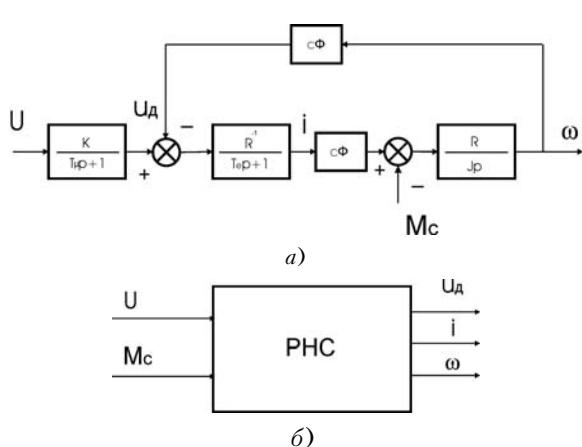


Рисунок 2 – Структурная схема электропривода постоянного тока и его модель на РНС

$$\frac{du_D}{dt} = (R \cdot T_e)^{-1} \cdot u_D - T_e^{-1} \cdot i - (R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \cdot \omega + 0 \cdot U + 0 \cdot M_c, \quad (23)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = 0 \cdot u_D + J^{-1} \cdot c\Phi \cdot i + 0 \cdot \omega + 0 \cdot U - J^{-1} \cdot M_c. \quad (24)$$

Для данной системы вектор переменных состояния  $x = [u_D, i; \omega]^T$ , вектор входных сигналов  $u = [U, M_c]^T$ . Матрицы  $A$  и  $B$ , согласно уравнению (1), равны

$$A = \begin{bmatrix} -T_\mu^{-1} & 0 & 0 \\ (R \cdot T_e)^{-1} & -T_e^{-1} & -(R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \\ 0 & J^{-1} \cdot c\Phi & 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$B = \begin{bmatrix} T_\mu^{-1} \cdot k & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -J^{-1} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Вычислим весовые коэффициенты РНС1. Согласно уравнению (5), матрица весовых коэффициентов сигналов обратной связи РНС1

$$L1W = [I + A \cdot T_0] = \begin{bmatrix} 1 - T_\mu^{-1} \cdot T_0 & 0 & 0 \\ (R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_0 & 1 - T_e^{-1} \cdot T_0 & -(R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0 \\ 0 & J^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Следовательно, уравнения для вычисления весовых коэффициентов для сигналов обратной связи рекуррентного слоя нейронов

$$L1W11 = (1 - T_\mu^{-1} \cdot T_0), \quad (28)$$

$$L1W21 = (R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_0, \quad (29)$$

$$L1W31 = 0, \quad (30)$$

$$L1W12 = 0, \quad (31)$$

$$L1W22 = 1 - T_e^{-1} \cdot T_0, \quad (32)$$

$$L1W32 = J^{-1} \cdot (c\Phi) \cdot T_0, \quad (33)$$

$$L1W13 = 0, \quad (34)$$

$$L1W23 = -(R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0, \quad (35)$$

$$I1W33 = 1. \quad (36)$$

Матрица весовых коэффициентов РНС1 от входных сигналов, согласно формуле (4), имеет вид

$$I1W = B \cdot T_0 = \begin{bmatrix} T_\mu^{-1} \cdot k \cdot T_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -J^{-1} \cdot T_0 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Следовательно, весовые коэффициенты от сигнала напряжения на выходе преобразователя

$$I1W11 = T_\mu^{-1} \cdot k \cdot T_0, \quad (38)$$

$$I1W21 = 0, \quad (39)$$

$$I1W31 = 0. \quad (40)$$

Коэффициенты от сигнала момента нагрузки

$$I1W12 = 0, \quad (41)$$

$$I1W22 = 0, \quad (42)$$

$$I1W32 = -J^{-1} \cdot T_0. \quad (43)$$

Вычислим весовые коэффициенты РНС2. Для этого, согласно уравнению (11) и (12), необходимо определить обратную матрицу  $[I - A \cdot T_0]^{-1}$ . Обратная матрица вычисляется по уравнению (9). Согласно (9) определим матрицу  $[I - A \cdot T_0]$

$$[I - A \cdot T_0] = \\ = \begin{bmatrix} 1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0 & 0 & 0 \\ (R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_0 & 1 + T_e^{-1} \cdot T_0 & -(R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0 \\ 0 & J^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (44)$$

Определитель матрицы (44) с учетом подстановки вместо момента инерции его выражение через электромеханическую постоянную времени  $T_m$  ( $J = T_m \times c\Phi^2 \cdot R^{-1}$ ) равен

$$|I - A \cdot T_0| = \\ = (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2). \quad (45)$$

Для вычисления присоединенной матрицы по уравнению (10), составим для матрицы  $[I - A \cdot T_0]$  матрицу алгебраических дополнений

$$[I - A \cdot T_0]_{ij} = \begin{bmatrix} 1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2 & (R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_0 & T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} \cdot T_0^2 \\ 0 & 1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0 & R \cdot T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} \cdot T_0 \cdot (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0) \\ 0 & -(1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0)(R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0 & (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0) \end{bmatrix}. \quad (46)$$

Присоединенная матрица равна

$$[I - A \cdot T_0]^* = \begin{bmatrix} 1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2 & 0 & 0 \\ (R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_0 & 1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0 & -(1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0)(R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0 \\ T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} \cdot T_0^2 & R \cdot T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} \cdot (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0) \cdot T_0 & (1 + T_e^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0) \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Тогда матрица весовых коэффициентов сигналов обратной связи РНС2 с использованием (12) и (9) примет вид

$$L2W = \begin{bmatrix} (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0)^{-1} & 0 & 0 \\ \frac{(R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_0 \cdot (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0)^{-1}}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2} & (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)^{-1} & \frac{-(R \cdot T_e)^{-1} \cdot c\Phi \cdot T_0}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2} \\ \frac{T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} \cdot T_0^2 (1 + T_\mu^{-1} \cdot T_0)^{-1}}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2} & \frac{R \cdot T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} \cdot T_0}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2} & \frac{1 + T_e^{-1} \cdot T_0}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2} \end{bmatrix}. \quad (48)$$

Из уравнения (48) весовые коэффициенты сигналов обратной связи рекуррентного слоя нейронов опреде-

ляются выражениями

$$L2W11 = (1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0)^{-1}, \quad (49)$$

$$\begin{aligned} L2W21 &= (R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_0 (1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0)^{-1} \times \\ &\times (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)^{-1}, \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} L2W31 &= T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} T_0^2 \cdot (1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0)^{-1} \times \\ &\times (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)^{-1}, \end{aligned} \quad (51)$$

$$L2W12 = 0, \quad (52)$$

$$L2W22 = (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)^{-1}, \quad (53)$$

$$L2W32 = T_m^{-1} \cdot (c\Phi)^{-1} T_0 \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)^{-1}, \quad (54)$$

$$L2W13 = 0, \quad (55)$$

$$L2W23 = -(R \cdot T_e)^{-1} c\Phi \cdot T_0 \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)^{-1}, \quad (56)$$

$$L2W33 = (1 + T_e^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)^{-1}. \quad (57)$$

Следовательно, весовые коэффициенты от сигнала напряжения на входе преобразователя

$$I2W11 = (1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0)^{-1} \cdot T_{\mu}^{-1} \cdot k \cdot T_0, \quad (59)$$

$$I2W21 = \frac{(R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_{\mu}^{-1} \cdot k \cdot T_0^2}{(1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)}, \quad (60)$$

$$I2W31 = \frac{T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_{\mu}^{-1} \cdot c\Phi^{-1} \cdot k \cdot T_0^3}{(1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)}. \quad (61)$$

Коэффициенты от сигнала момента нагрузки

$$I2W12 = 0, \quad (62)$$

$$I2W22 = \frac{T_e^{-1} \cdot c\Phi^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2}, \quad (63)$$

$$I2W32 = \frac{-(1 + T_e^{-1} \cdot T_0) \cdot c\Phi^{-2} \cdot T_m^{-1} \cdot R \cdot T_0}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2}. \quad (64)$$

Весовые коэффициенты РНС3, согласно (17) и (18), вычисляются по формулам

$$L3W11 = 0,5 \times (L1W11 + L2W11), \quad (65)$$

В соответствии с уравнением (11), матрица весовых коэффициентов РНС2 от входных сигналов имеет вид

$$I2W = \begin{bmatrix} (1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0)^{-1} \cdot T_{\mu}^{-1} \cdot k \cdot T_0 & 0 \\ \frac{(R \cdot T_e)^{-1} \cdot T_{\mu}^{-1} \cdot k \cdot T_0^2}{(1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)} & \frac{T_e^{-1} \cdot c\Phi^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2} \\ \frac{T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_{\mu}^{-1} \cdot c\Phi^{-1} \cdot k \cdot T_0^3}{(1 + T_{\mu}^{-1} \cdot T_0) \cdot (1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2)} & \frac{-(1 + T_e^{-1} \cdot T_0) \cdot c\Phi^{-2} \cdot T_m^{-1} \cdot R \cdot T_0}{1 + T_e^{-1} \cdot T_0 + T_e^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot T_0^2} \end{bmatrix}. \quad (58)$$

Таблица 1 – Значения весовых коэффициентов от сигналов обратной связи

PHC	LW11	LW12	LW13	LW21	LW22	LW23	LW31	LW32	LW33
PHC1	0	0	0	0,132	0,9371	-0,084	0	0,044	1
PHC2	0,5	0	0	0,062	0,9376	-0,079	0,0027	0,0413	0,996
PHC3	0,25	0	0	0,097	0,9373	-0,081	0,0014	0,0427	0,998

Таблица 2 – Значения весовых коэффициентов от входных сигналов

PHC	IW11	IW12	IW21	IW22	IW31	IW32
PHC1	17,55	0	0	0	0	-0,0694
PHC2	8,775	0	1,087	0,0055	0,0479	-0,0692
PHC3	13,163	0	0,5435	0,0027	0,0239	-0,0693

$$L3W21 = 0,5 \times (L1W21 + L2W21), \quad (66)$$

$$L3W31 = 0,5 \times (L1W31 + L2W31), \quad (67)$$

$$L3W12 = 0,5 \times (L1W12 + L2W12), \quad (68)$$

$$L3W22 = 0,5 \times (L1W22 + L2W22), \quad (69)$$

$$L3W32 = 0,5 \times (L1W32 + L2W32), \quad (70)$$

$$L3W13 = 0,5 \times (L1W13 + L2W13), \quad (71)$$

$$L3W23 = 0,5 \times (L1W23 + L2W23), \quad (72)$$

$$L3W33 = 0,5 \times (L1W33 + L2W33), \quad (73)$$

$$I3W11 = 0,5 \times (I1W11 + I2W11), \quad (74)$$

$$I3W21 = 0,5 \times (I1W21 + I2W21), \quad (75)$$

$$I3W31 = 0,5 \times (I1W31 + I2W31), \quad (76)$$

$$I3W12 = 0,5 \times (I1W12 + I2W12), \quad (77)$$

$$I3W22 = 0,5 \times (I1W22 + I2W22), \quad (78)$$

$$I3W32 = 0,5 \times (I1W32 + I2W32). \quad (79)$$

Смещение в нейронах рекуррентного слоя во всех РНС равно нулю. Функции активации единичные линейные.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ РНС

Расчет РНС выполнялся для электропривода постоянного тока (рис. 2, а) со следующими параметрами:  $R = 0,476 \text{ Ом}$ ;  $T_\mu = 0,01 \text{ с}$ ;  $k = 17,55$ ;  $c\Phi = 0,634 \text{ В}\cdot\text{с}$ ;  $T_e = 0,159 \text{ с}$ ;  $J = 0,144 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . По формулам (28–36), (38–43), (49–57), (59–64) и (65–79) для заданных параметров привода рассчитаны весовые коэффициенты РНС1, РНС2 и РНС3. Результаты расчета представлены в таблицах 1 и 2.

Моделирование РНС выполнялось в системе Matlab. Для моделирования использовалась РНС Эльмана, структура которой для РНС2 показана на рис. 3. Активационные функции в обоих слоях линейные. Выход сети равен значению сигнала на нейронах рекуррентного слоя, поэтому весовые коэффициенты  $LW^2$  между рекуррентным и выходным слоем для всех рассчитанных РНС следующие (таблица 3):

Таблица 3

$LW^2$	$LW^{211} = 1$	$LW^{212} = 0$	$LW^{213} = 0$
	$LW^{221} = 0$	$LW^{222} = 1$	$LW^{223} = 0$
	$LW^{231} = 0$	$LW^{232} = 0$	$LW^{233} = 1$

Проверка эмуляции электропривода РНС1, РНС2, РНС3 выполнялась для различных входных сигналов. Тakt счета  $T_0$  взят 0,01 с. Ступенчатые выходы РНС сглаживались аппроксиматорами первого порядка. Моделирование всех моделей в пакете Simulink выполнялось с фиксированным шагом 0,01 с. На рисунке 4 показана отработка приводом и тремя рассчитанными РНС входных сигналов в виде скачка задания напряжения и скачка нагрузки. Напряжение на входе преобразователя изменялось от 0 до 10 В в момент времени 0. Момент нагрузки менялся от 0 до 36 Нм (номинальный момент двигателя) в момент времени 1 с. На рис. 4, а, г, ж показано, соответственно, изменение напряжения на двигателе, изменение тока якоря и частоты вращения двигателя. На рис. 4, б, д, з приведены увеличенные фрагменты этих зависимостей. Рис. 4, в, е, и демонстрируют изменение ошибок эмуляции РНС3 соответственно напряжения на двигателе, тока якоря и частоты вращения двигателя. Обозначения на рис. 4

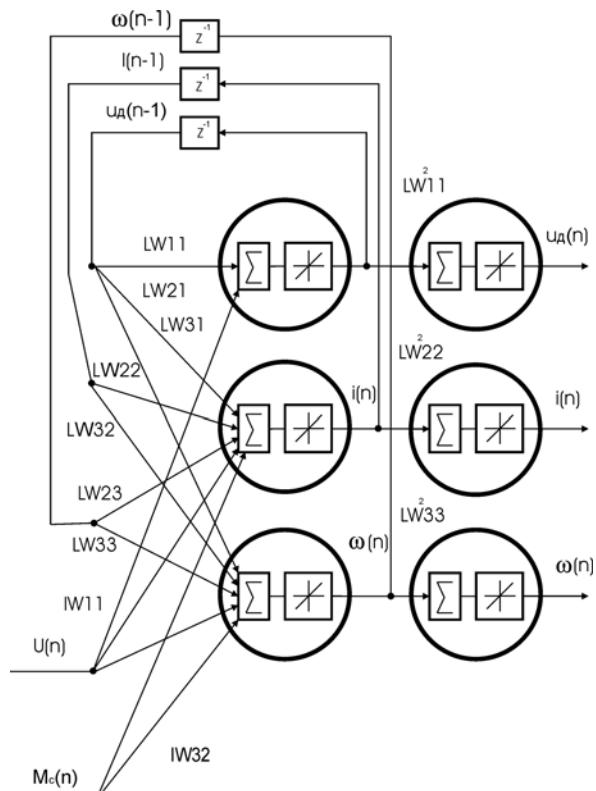


Рисунок 3 – Модель электропривода постоянного тока в виде РНС Эльмана (РНС2)

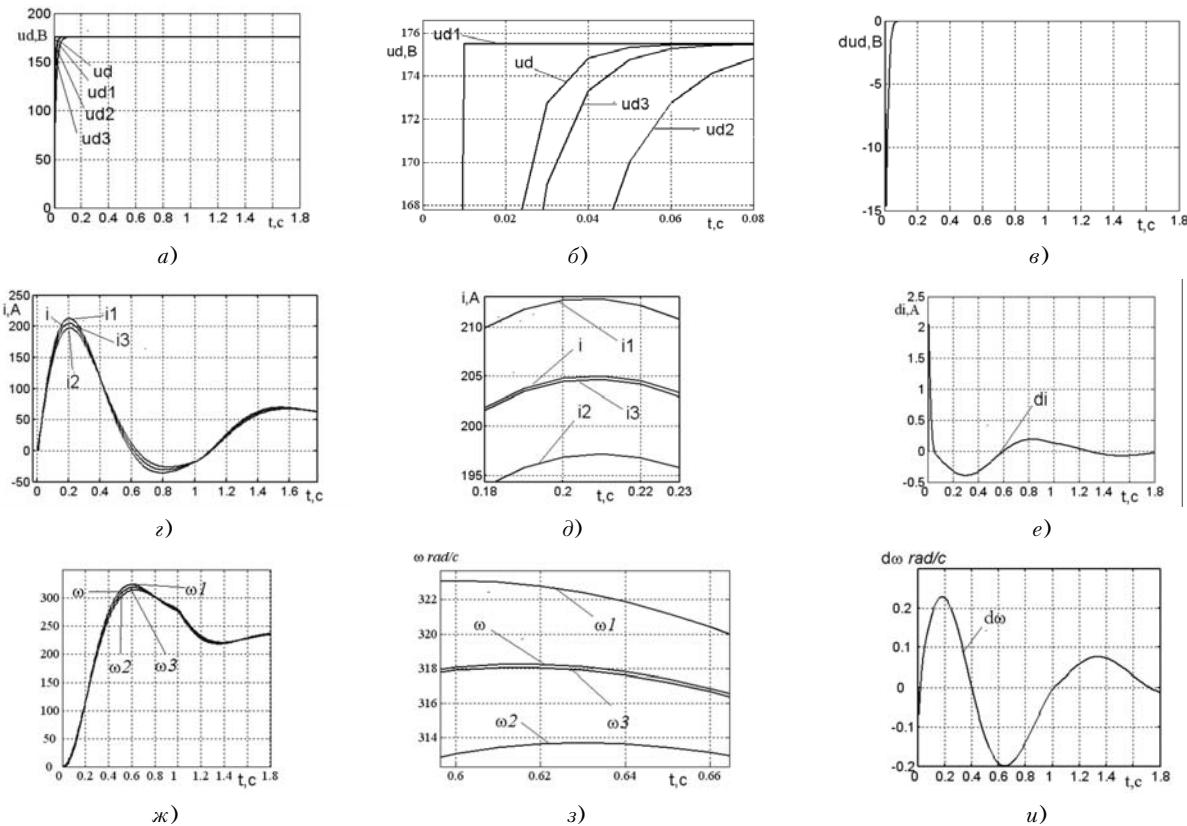


Рисунок 4 – Переходные процессы в об'єкті, в РНС1, РНС2, і РНС3 на скачок напруження на вході преобразувателя в момент  $t = 0$  і скачок момента навантаження в момент  $t = 1$  с

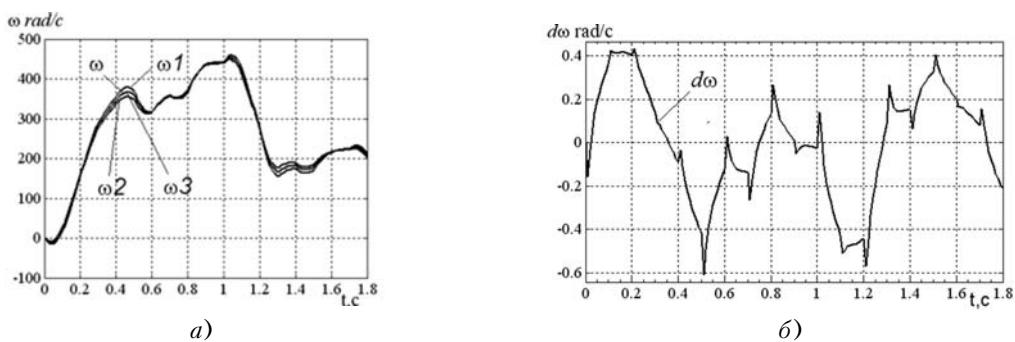


Рисунок 5 – Переходні процеси в об'єкті і РНС при ступінчастому напруження на вході преобразувателя і ступінчастому моменті навантаження:  
а – частота вращення привода и моделей на РНС1, РНС2, и РНС3; б – ошибка моделювання частоти вращення РНС3

следующие:  $ud$ ,  $i$ ,  $\omega$  – напряжение на двигателе, ток якоря и частота вращения;  $ud1$ ,  $i1$ ,  $\omega1$  – напряжение, ток якоря и частота вращения полученные при эмуляции привода РНС1;  $ud2$ ,  $i2$ ,  $\omega2$  – аналогично для РНС2,  $ud3$ ,  $i3$ ,  $\omega3$  – для РНС3;  $dud$ ,  $di$ ,  $d\omega$  – ошибки эмуляции РНС3, соответственно, напряжения на двигателе, ток якоря и частоты вращения. Результаты моделирования показали, что погрешность эмуляции привода РНС3, за исключением первых тактов, не превышает 0,1 %.

На рис. 5 показаны результаты моделирования частоты вращения и ошибки частоты вращения двигателя при подаче случайных последовательностей сигналов на входы привода и РНС. Из графиков видно, что РНС1, РНС2 и РНС3 для любых входных сигналов достаточно точно эмулируют привод постоянного тока. Точность эмуляции РНС3 значительно выше. Возникающая ошибка эмуляции РНС3 вектора состояния, за исключением первых тактов, также не превышает 0,1 %.

## ВЫВОДЫ

В статье получены общие выражения расчета весовых коэффициентов трех РНС для эмуляции линейного динамического объекта. Рассчитаны весовые коэффициенты для этих РНС для эмуляции привода постоянного тока. Результаты моделирования подтвердили правильность полученных уравнений и способность РНС с высокой точностью моделировать динамический объект на примере привода постоянного тока. Результаты расчетов необходимо использовать для повышения точности и скорости обучения РНС при составлении минимальной структуры РНС и первоначальном задании весовых коэффициентов при инициализации сети.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Vas P. Sensorless Vector and Direct Torque Control. – Oxford University Press, 1998. – 729 p.
2. Орловский И. А. Оценка вектора состояния асинхронного двигателя искусственной нейронной сетью // Вестник СевГТУ. Вып.58: Автоматизация процессов и управление: Сб. науч. пр. / Редкол.: В. Н. Торлин (отв. ред.) и др. – Севастополь: Изд-во Сев-НТУ, 2004. – С. 150–160.

3. Браславский И. Я. Нейронный наблюдатель для асинхронного электропривода с прямым управлением момента / Браславский И. Я., Ишматов З. Ш., Борац Е. И., Аверьянов М. А., Костылев А. В. // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2002. – С. 60–61.
4. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
5. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации: Пер. с польского И. Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
6. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. – 2-е изд, стереотип. – К.:«Техніка», 1977. – 768 с.

Надійшла 11.01.06  
Після доробки 27.02.06

Отримані рівняння для розрахунку вагових коефіцієнтів рекурентних нейронних мереж (РНМ), що представляють модель лінійного динамічного об'єкту. Реалізовані моделі електропривода постійного струму на РНМ. Результати моделювання свідчать про високу точність моделей на РНМ, що обчислені.

The equations for the calculation of weight coefficients of the recurrent neural networks (RNN), which are present the model of the linear dynamic object, are received. The models of the direct drive on the RNN are realized. The results of the simulation show the high precisions of the models, which are calculated on the RNN.

УДК 65.011.56.012:004.94

В. А. Толбатов

# СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ІНТЕГРАЦІЇ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВ МАШИНОБУДІВНОЇ ГАЛУЗІ

---

Розглянуті можливі напрями та принципи інтеграції автоматизованих систем підприємства. Наведена низка чинників, які негативно впливають на швидке створення інтегрованого інформаційного середовища машинобудівного підприємства.

## ВСТУП

Сучасне машинобудування є однією з найбільших складних галузей промисловості з трудомісткості проектування і виготовлення виробів і їх насиченості науково-технічними розробками. Успішна інтеграція усіх автоматизованих систем підприємства багато у чому залежить від правильності організації і ефективності функціонування створюваного інтегрованого інформаційного середовища, на базі якого забезпечуватиметься інформаційна підтримка життєвого циклу виробів. Су-

часні інформаційні технології пропонують на кожному з етапів життєвого циклу інтеграцію безлічі програмних продуктів (системи CAD/CAM/CAE, системи управління базами даних, офісні та різні інші бізнес-додатки). Багато з вже існуючих на підприємстві перевірених програмних продуктів успішно функціонували до впровадження інтегрованого інформаційного середовища. У них накопичена велика інформаційна база (проекти в різних CAD-системах, різноманітні бази даних і т. ін.) [1].

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

За останні роки на підприємствах машинобудівної галузі почали широко впроваджуватись автоматизовані системи управління (АСУ) нового покоління. Разом

з швидкими темпами і широкими масштабами впровадження засобів автоматизації на даний момент є низка чинників, які негативно вплинули на швидке створення інтегрованого інформаційного середовища (ІС) в рамках одного підприємства та створення розподілених (віртуальних) підприємств [1–3]:

- поява безлічі реалізацій автоматизованих систем (АС) від різних виробників;
- часткове впровадження і використання АС для приватних завдань управління («клаптева автоматизація»);
- розподіл АС, що виявилося в створенні самостійних підрозділів АСУ підприємства (АСУП) і АСУ технологічної підготовки виробництва (АСУТПП) у складі однієї або різних служб;
- впровадження низькоінтелектуальних АС, що пояснюється прагненням виробників АС до швидкої окупності розробок.

Таким чином, необхідно розробити сучасні принципи інтеграції АС, які враховують глобальні процеси трансформації світової та вітчизняної промисловості, а також можливості сучасних інформаційних технологій.

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Позитивний досвід впровадження різного роду АС, усвідомлення зростання ролі сучасних інформаційних технологій в життєдіяльності промислових підприємств, а також розвиток технологій побудови обчислювальних мереж, розподіленого зберігання і обробки даних природним чином привели до інтенсифікації впровадження засобів автоматизації, і, як наслідок, до актуалізації проблематики інтеграції АС підприємства. Завдання інтеграції всіх АС підприємства переходить в розряд першорядних, без рішення якої вже складно собі уявити сучасне виробництво.

Прагнення до інтеграції АСУ є наслідком протиріччя, коріння якого лежить в області історії розвитку АС: протиріччя між єдністю виробничо-адміністративної діяльності підприємства і роз'єднаністю окремих рівнів і контурів управління, і, як наслідок, роз'єднаності (цільової, функціональної, інформаційної, технічної) всієї системи автоматизованого управління виробничим циклом підприємства. Усунення цього протиріччя (або, хоча би, ослаблення) є одним з дієвих внутрішніх резервів підвищення ефективності промислового виробництва.

Слід зазначити, що поняття «Інтеграція автоматизованих систем» застосовне до будь-якої сукупності двох або більше взаємозв'язаних автоматизованих систем, в якій функціонування однієї з них залежить від результатів функціонування іншої (інших) так, що цю сукупність можна розглядати як інтегроване інформаційне середовище.

Розглянемо можливі напрями інтеграції АС підприємства.

**Організаційна.** Раціональне поєднання управлінської діяльності персоналу по всіх рівнях інтегрованої АСУ.

**Функціональна.** Єдність локальних цілей функціонування, узгодженість функцій і критеріїв ефективності всіх компонентів. Потрібна розробка загальної функціональної структури всієї системи, декомпозиція системи на компоненти.

**Інформаційна.** Єдиний підхід до збирання, представлення, зберігання і використання інформації про об'єкт управління на всіх рівнях системи управління.

**Програмна.** Сумісне функціонування програмних засобів, використовуваних для вирішення завдань.

**Технічна.** Об'єднання засобів обчислювальної техніки, засобів низової автоматизації і локальних мереж ЕОМ.

Стосовно ієархічно організованої системи управління підприємством інтеграція може бути горизонтальною і вертикальною. У загальному випадку горизонтальна інтеграція передбачає об'єднання АС одного рівня, а вертикальна – різних (суміжних).

В якості найважливіших принципів інтеграції АС підприємства виступають:

**Принцип системності.** Об'єкти управління комплексу промислової автоматизації утворюють відкриту динамічну систему, занурену в неоднорідне і нестационарне еволюціонуюче виробниче середовище, яке активно з нею взаємодіє. При цьому передбачається, що як об'єкт управління, так і АСУ відповідають всім системним характеристикам: цілісності, структурованості і цілеспрямованості.

**Принцип ієархічності.** Система автоматизації процесів управління на підприємстві повинна будуватися як багаторівнева ієархічна система. Рівні ієархії АСУ визначаються рівнями розподілення процесів управління.

**Принцип єдності технологічної інформації.** Результати моніторингу стану технологічних установок повинні служити базою як для вирішення техніко-економічних завдань управління виробничим циклом в цілому, так і для вирішення завдань технологічного управління (оптимізація процесів, розрахунки матеріальних балансів і техніко-економічних показників роботи установок і т. і.).

Створення ІС вимагає рішення цілого ряду завдань.

**Комплексне вдосконалення системи управління.** Забезпечення умов для взаємозв'язаного і узгодженого управління організаційно-економічними технологічними процесами. Оптимізація ухвалення рішень по системі в цілому.

**Декомпозиція об'єкту.** Розділення об'єкту автоматизації на частини, що дозволяє здійснити ефективну автоматизацію кожної з них і системи в цілому.

**Декомпозиція цілей.** Побудова дерева цілей і встановлення для групи взаємозв'язаних цілей критеріїв інтеграції, що визначають ступінь узгодженості функціонування окремих частин ПС.

**Міжрівнева і внутрішньорівнева інтеграція.** Встановлення раціональних засобів організації взаємозв'язку і взаємодії частин одного ієрархічного рівня і різних рівнів.

**Сумісність.** Забезпечення сумісності засобів технічного, програмного, інформаційного забезпечення ПС.

**Підвищення ефективності системи.** Збільшення ефективності ПС в порівнянні з сумарною ефективністю автономних АС.

**Повна реалізація завдань автоматизованого управління.** Розширення меж постановки завдань управління в порівнянні із завданнями обробки даних. Завдання в ПС повинні охоплювати всі фази управління: вимірювання, облік, контроль, аналіз, вироблення дій управління.

**Адаптивність.** Можливість переходу до ефективного функціонування в умовах змінних цілей і ресурсів.

**Вибір засобів реалізації.** Аналіз і вибір засобів реалізації, що забезпечують створення в прийнятні терміни компонентів ПС і їх сумісність.

**Узгодження компонентів ПС.** Вибір узгоджених параметрів точності, достовірності інформації, продуктивності і надійності взаємодіючих компонентів ПС, що забезпечують досягнення мети.

**Координація і управління частинами ПС.** Організація управління обміном і розподілом ресурсів. Узгодження цілей і критеріїв функціонування локальних компонентів.

**Методичне забезпечення ПС.** Формування загальних вимог до ПС, до розробки норм і правил класифікації, технології розробки, впровадження і експлуатації систем, до складу і змісту документації.

Виразом найвищого ступеня інтеграції АС виступає розширене (віртуальне) підприємство, в якому інтегрована АСУ охоплює весь виробничий цикл і відповідає трьом основним вимогам:

– повне охоплення системами АСУ всього технологічного устаткування основного і допоміжного виробництва;

– всеосяжний контроль якості сировини, напівфабрикатів і кінцевої продукції;

– повне забезпечення автоматизованої інформаційної взаємодії функцій внутрішньорівневих і міжрівневих контурів управління.

## **ВИСНОВКИ**

Таким чином, сформовані основні принципи інтеграції автоматизованих систем, які забезпечують створення інтегрованого інформаційного середовища. При виконанні перелічених вимог подальший змістовний розвиток інтегрованого інформаційного середовища здійснюється у напрямі зростання функціональних можливостей її компонентів, тобто підвищення ступеня автоматизації.

## **ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. Павленко П. М. Автоматизовані системи технологічної підготовки розширеных виробництв. Методи побудови та управління: Монографія. – К.: Книжкове видавництво НАУ, 2005. – 280 с.
2. Норенков И. П., Кузьмик П. К. Информационная поддержка научоемких изделий. CALS-технологии. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 320 с.
3. Зильбербург Л. И., Молочник В. И., Яблочников Е. И. Рейнжиніринг и автоматизация технологической подготовки производства в машиностроении. СПб: «Компьютербург», 2003. – 152 с.

Надійшла 13.02.06

*Рассмотрены возможные направления и принципы интеграции автоматизированных систем предприятия. Приведен ряд факторов, которые отрицательно влияют на быстрое создание интегрированной информационной среды машиностроительного предприятия.*

*The possible directions and principles of integration of the automated systems of the enterprise are considered. A list of the factors is given which negatively influence fast creation of integrated information environment of the machine-building enterprise.*

---

# АВТОРЫ НОМЕРА

*Баранов Сергей Сергеевич*

аспирант научно-производственного объединения «Киевский институт автоматики»

*Баркалов Александр Александрович*

доктор технических наук, профессор Донецкого национального технического университета

*Березюк Марьяна Владимировна*

инженер-программист Одесской дирекции УГППС «Укрпошта»

*Бойков Владимир Анатольевич*

аспирант Донецкого национального технического университета

*Бондарев Борис Николаевич*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Василенко Ольга Валентиновна*

кандидат технических наук, доцент Запорожской государственной инженерной академии

*Вершина Александр Иванович*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Воропай Алексей Юрьевич*

аспирант Запорожского национального технического университета

*Газимов Руслан Тахирович*

аспирант Донецкого государственного института искусственного интеллекта

*Гапоненко Николай Прокофьевич*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Голдобин Алексей Афанасьевич*

ассистент Запорожского национального технического университета

*Гомольский Дмитрий Михайлович*

инженер ООО «Элемент-Преобразователь», г. Запорожье

*Горбань Александр Николаевич*

доктор физико-математических наук, проректор гуманитарного университета «Запорожский институт государственного и муниципального управления»

*Гостев Владимир Иванович*

доктор технических наук, заведующий кафедрой Государственного университета информационно-коммуникационных технологий, г. Киев

*Гребенюк Сергей Николаевич*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального университета

*Гриценко Антон Александрович*

магистр Донецкого национального технического университета

*Дубровин Валерий Иванович*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Зайцев Дмитрий Анатольевич*

кандидат технических наук, доцент Одесской национальной академии связи им. А. С. Попова

*Зеленева Ирина Яковлевна*

доцент Донецкого национального технического университета

*Ильяшенко Матвей Борисович*

аспирант Запорожского национального технического университета

---

*Казурова Алина Евгеньевна*

студентка Запорожского национального технического университета

*Киричевский Валерий Викторович*

аспирант Запорожского национального университета

*Киричек Галина Григорьевна*

заведующая отделом информационных технологий и компьютерного обеспечения библиотеки, ассистент Запорожского национального технического университета

*Кирсанова Елена Валентиновна*

научный сотрудник Запорожского института медико-экологических проблем

*Коваленко Дарья Аркадьевна*

студентка Запорожского национального технического университета

*Козин Игорь Викторович*

кандидат физико-математических наук, доцент Запорожского национального университета

*Козина Галина Леонидовна*

кандидат физико-математических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Коляда Алевтина Ивановна*

начальник лаборатории ООО «Элемент-Преобразователь», г. Запорожье

*Коробко Ольга Сергеевна*

студентка Харьковского национального университета радиоэлектроники

*Кравчина Виталий Викторович,*

кандидат технических наук, ведущий инженер ООО «Элемент-Преобразователь», г. Запорожье

*Крапивной Александр Викторович*

кандидат физико-математических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Красичков Алексей Александрович*

кандидат технических наук, доцент Donetskого национального технического университета

*Криводубский Олег Александрович*

кандидат технических наук, заведующий кафедрой Donetskого государственного института искусственного интеллекта

*Кривуля Геннадий Федорович*

доктор технических наук, заведующий кафедрой Харьковского национального университета радиоэлектроники

*Кудерметов Равиль Камилович*

кандидат технических наук, заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

*Кудин Валерий Федорович*

доктор технических наук, профессор Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»

*Липчанский Александр Иванович*

кандидат технических наук, докторант Харьковского национального университета радиоэлектроники

*Маслова Налья Дмитриевна*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Мисюра Андрей Алексеевич*

старший преподаватель Запорожского национального технического университета

*Неласая Анна Викторовна*

ассистент Запорожского национального технического университета

*Никулищев Геннадий Игоревич*

студент Запорожского национального технического университета

---

*Онуфриенко Владимир Михайлович*

доктор физико-математических наук,  
декан Запорожского национального технического университета

*Орловский Игорь Анатольевич*

кандидат технических наук, докторант  
Запорожского национального технического университета

*Переверзев Анатолий Васильевич*

доктор технических наук, заведующий кафедрой Запорожской государственной инженерной академии

*Пиза Дмитрий Макарович*

доктор технических наук, проректор  
Запорожского национального технического университета

*Потапенко Евгений Евгеньевич*

кандидат технических наук, младший научный сотрудник Запорожского национального технического университета

*Потапенко Евгений Михайлович*

доктор технических наук, профессор Запорожского национального технического университета

*Прокопенко Роман Валентинович*

аспирант Запорожской государственной инженерной академии

*Скуртов Сергей Николаевич*

инженер ОАО «Информационно-компьютерные системы», г. Киев

*Солодовник Анатолий Иванович*

директор ООО «Элемент-Преобразователь», г. Запорожье

*Табуница Галина Владимировна*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Толбатов Владимир Аронович*

заместитель главного инженера ОАО «СМНПО им. М. В. Фрунзе», г. Сумы

*Торопов Антон Валерьевич*

аспирант Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»

*Чаузов Александр Николаевич*

аспирант научно-производственного объединения «Киевский институт автоматики»

*Чумаченко Виталий Павлович*

доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

*Шило Галина Николаевна*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Щербаков Адольф Николаевич*

кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

*Шуклин Дмитрий Евгеньевич*

кандидат технических наук, старший научный сотрудник Харьковского национального университета радиоэлектроники

*Юрич Мария Юрьевна*

магистр Запорожского национального технического университета

# ДЛЯ СВЕДЕНИЯ АВТОРОВ

Журнал «Радіоелектроніка. Інформатика. Управління» предназначено для публікації найбільш значимих наукових і практических результатів дослідженій ученых вищих навчальних закладів та наукових організацій.

Журнал включено в перечень наукових видань України, в яких можуть публіковатися результати дисертаційних робіт на соискання ученого ступеня доктора та кандидата техніческих наук.

Статті, опубліковані в журналі, реферуються в реферативних журналах та базах даних ВІНІТИ (Россія) та «Джерело» (Україна). Реферати статей розміщаються на веб-сайті Запорізького національного технічного університета (<http://www.zntu.edu.ua/base/news2005/ric.htm>).

Журнал видається два раза в рік та розповсюджується по підписке в Україні. Підписний індекс 22914.

**Последовательность размещения материала статьи:** индекс УДК, название статьи, инициалы и фамилия автора(ов), аннотация, текст, перечень ссылок. Рукопись статьи должна быть подписана всеми авторами.

## Текст статьи

Принимаются статьи на русском, украинском и английском языках. Размер статьи до 0,5 авторского листа.

## Структура статьи

Редакционная коллегия принимает к рассмотрению только научные статьи, которые содержат такие необходимые элементы: постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими заданиями; анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение данной проблемы, и на которые опирается автор; выделение нерешенных ранее частей общей проблемы, которым посвящается статья; формулирование целей статьи (постановка задачи); изложение основного материала исследования с полным обоснованием полученных научных результатов, выводы по данному исследованию и перспективы дальнейших исследований в данном направлении.

## Требования к оформлению

Статьи принимаются набранные в редакторе Word for Windows (v.6 и выше).

### Параметры страницы:

- размер бумаги – А4 (210x297);
- ориентация – книжная;
- шрифт – Times New Roman Суг, размер – 12 pt;
- междустрочный интервал – полуторный;
- верхнее поле – 20мм, нижнее – 20 мм, левое – 25 мм, правое – 15 мм.

## Аннотация

Аннотация является обязательной и подается в начале статьи на русском, украинском (для граждан Украи-

ны) и английском языках. Объем аннотации не должен превышать 40 слов.

## Рисунки

Рисунки помещаются в тексте и подаются в отдельных файлах (формат .TIF с разрешением не менее 200 dpi). Рисунки нумеруются и подписываются внизу.

## Таблицы

Заголовки таблиц размещаются по центру.

## Формулы

Формулы выполняются с помощью встроенного в Word for Windows редактора Microsoft Equation. Формулы нумеруются в круглых скобках справа:

$$Z(\Theta_{\sim}) = 101 \log \left( \frac{\bar{y}^2}{s^2} \right) \quad (3)$$

Формулы большого размера записываются в несколько строк.

## Перечень ссылок

Перечень ссылок в конце рукописи подается языком оригинала и составляется в порядке упоминания ссылок в тексте и в соответствии со стандартом на библиографическое описание. Ссылки на литературу в тексте обозначаются цифрой в квадратных скобках.

**В сведениях об авторах** необходимо привести фамилию, имя, отчество(полностью), место работы, должность, ученую степень, рабочий и домашний адрес, телефоны, e-mail.

## В редакцию журнала необходимо представить:

- 1) распечатанный текст статьи в 2-х экземплярах;
- 2) экспертное обоснование о возможности опубликования;
- 3) сведения об авторах;
- 4) сопроводительное письмо-ходатайство из организации, где была выполнена работа;
- 5) название статьи, фамилии, имена и отчества авторов на английском языке;
- 6) дискета 3,5' с текстом документа, файлами рисунков, данными о статье на английском языке и сведениями об авторах в формате Word for Windows (v.6 и выше). Файлы можно выслать электронной почтой в виде заархивированных (ZIP-архиватором) файлов.

*Статьи, которые не отвечают указанным требованиям, не принимаются к рассмотрению.*

*Рукописи и дискеты не возвращаются.*

**Адрес редакции:** 69063, г. Запорожье,  
ул. Жуковского, 64, ЗНТУ, редакция журнала "РІУ"  
Тел.:

- (061) 7-698-2-96 – редакционно-издательский отдел
- (061) 7-698-3-13 – главный редактор
- (0612) 7-698-2-679 – зам. главного редактора

Факс: (0612) 64-21 -41

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua), [TQM@zntu.edu.ua](mailto:TQM@zntu.edu.ua)

*Наукове видання*

**Радіоелектроніка.**

**Інформатика.**

**Управління**

**№1/2006**

*Науковий журнал*

**Головний редактор** – д.т.н. Потапенко Є. М.  
**Заст. головного редактора** – к.т.н. Дубровін В. І

Оригінал-макет підготовлено у редакційно-видавничому відділі ЗНТУ

Комп'ютерне моделювання та верстання

Новікова К. О.

Зуб С. В.

Підписано до друку 05.06.2006. Формат 60x84 /8.  
Папір офс. Різогр. друк. Ум. друк. арк. 19,5.  
Тираж 300 прим. Зам. № 978.

69063 м. Запоріжжя, ЗНТУ, друкарня, вул. Жуковського, 64