

p-ISSN 1607-3274
e-ISSN 2313-688X



**Радиоелектроніка
Інформатика
Управління**

**Radio Electronics
Computer Science
Control**

**Радиоэлектроника
Информатика
Управление**



2022/4



Національний університет «Запорізька політехніка»

Радіоелектроніка, інформатика, управління

Науковий журнал

Виходить чотири рази на рік

№ 4(63) 2022

Заснований у січні 1999 року.

Засновник і видавець – Національний університет «Запорізька політехніка».

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Запоріжжя

НУ «Запорізька політехніка»

2022

National University «Zaporizhzhia Polytechnic»

Radio Electronics, Computer Science, Control

The scientific journal

Published four times per year

№ 4(63) 2022

Founded in January 1999.

Founder and publisher – National University «Zaporizhzhia Polytechnic».

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

Zaporizhzhia

NU «Zaporizhzhia Polytechnic»

2022

Национальный университет «Запорожская политехника»

Радиоэлектроника, информатика, управление

Научный журнал

Выходит четыре раза в год

№ 4(63) 2022

Основан в январе 1999 года.

Основатель и издатель – Национальный университет «Запорожская политехника».

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Запорожье

НУ «Запорожская политехника»

2022

Науковий журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління» (скорочена назва – РІУ) видається Національним університетом «Запорізька політехніка» (НУ «Запорізька політехніка») з 1999 р. періодичністю чотири номери на рік.

Зареєстровано у Міністерстві юстиції України 19.11.2019 р. (Свідчення про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ № 24220-14060 ПР.)

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Наказом Міністерства освіти і науки України № 409 від 17.03.2020 р. «Про затвердження рішень Атестаційної колегії Міністерства щодо діяльності спеціалізованих вчених рад від 06 березня 2020 року» журнал включений до переліку наукових фахових видань України в категорії «А» (найвищий рівень), в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора наук і доктора філософії (кандидата наук).

Журнал включений до польського Переліку наукових журналів та рецензованих матеріалів міжнародних конференцій з присвоєною кількістю балів (додаток до оголошення Міністра науки та вищої освіти Республіки Польща від 31 липня 2019 р.: № 16981).

В журналі безкоштовно публікуються наукові статті англійською, російською та українською мовами.

Правила оформлення статей подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал забезпечує **безкоштовний відкритий он-лайн доступ** до повнотекстових публікацій.

Журнал дозволяє авторам мати авторські права і зберігати права на видання без обмежень. Журнал дозволяє користувачам читати, завантажувати, копіювати, поширювати, друкувати, шукати або посилається на повні тексти своїх статей. Журнал дозволяє повторне використання його вмісту у відповідності Creative Commons ліцензіїю CC BY-SA..

Опублікованим статтям присвоюється унікальний ідентифікатор цифрового об'єкта DOI.

Журнал входить до наукометричної бази Web of Science.

Журнал реферується та індексується у провідних міжнародних та національних реферативних журналах і наукометричних базах даних, а також розміщується у цифрових архівах та бібліотеках з безкоштовним доступом у режимі on-line, повний перелік яких подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал розповсюджується за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

Тематика журналу: телекомунікації та радіоелектроніка, програмна інженерія (включаючи теорію алгоритмів і програмування), комп'ютерні науки (математичне і комп'ютерне моделювання, оптимізація і дослідження операцій, управління в технічних системах, міжмашинна і людино-машинна взаємодія, штучний інтелект, включаючи системи, засновані на знаннях, і експертні системи, інтелектуальний аналіз даних, розпізнавання образів, штучні нейронні і нейро-нечіткі мережі, нечітку логіку, колективний інтелект і мультиагентні системи, гібридні системи), комп'ютерна інженерія (апаратне забезпечення обчислювальної техніки, комп'ютерні мережі), інформаційні системи та технології (структури та бази даних, системи, засновані на знаннях та експертні системи, обробка даних і сигналів).

Усі статті, пропонувані до публікації, одержують **об'єктивний розгляд**, що оцінюється за суттю без урахування раси, статі, віросповідання, етнічного походження, громадянства або політичної філософії автора(ів).

Усі статті проходять двоступінчасте закриті (анонімне для автора) **рецензування** штатними редакторами і незалежними рецензентами – провідними вченими за профілем журналу.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор – Субботін Сергій Олександрович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

Заступник головного редактора – Піза Дмитро Макарович – доктор технічних наук, професор, директор інституту інформатики та радіоелектроніки, професор кафедри радіотехніки та телекомунікацій, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

Члени редколегії:

Андрюлідакіс Іосіф – доктор філософії, голова департаменту телефонії Центру обслуговування мереж, Університет Яніни, Греція;

Бодянский Євгеній Володимирович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

Веннекенс Юст – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наїр), Католицький університет Льовена, Бельгія;

Рекомендовано до видання Вченою радою НУ «Запорізька політехніка», протокол № 3 від 28.11.2022.

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом НУ «Запорізька політехніка».

Веб-сайт журналу: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Адреса редакції: Редакція журналу «РІУ», Національний університет «Запорізька політехніка», вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна.

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

Вольф Карстен – доктор філософії, професор, професор кафедри технічної інформатики, Дортмундський університет прикладних наук та мистецтв, Німеччина;

Вуттке Ганс-Дітріх – доктор філософії, доцент, провідний науковий співробітник інституту технічної інформатики, Технічний університет Льменау, Німеччина;

Горбань Олександр Миколайович – доктор фізико-математичних наук, професор, професор факультету математики, Університет Лестера, Велика Британія;

Городничий Дмитро Олегович – доктор філософії, кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Дирекції науки та інженерії, Канадська агенція прикордонної служби, Канада;

Дробахін Олег Олегович – доктор фізико-математичних наук, професор, перший проректор, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Україна;

Зайцева Олена Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

Камеяма Мічітака – доктор наук, професор, професор факультету науки та інженерії, Університет Ішиномакі Сеншу, Японія;

Карташов Володимир Михайлович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

Леващенко Віталій Григорович – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

Луенго Давид – доктор філософії, професор, завідувач кафедри теорії сигналів та комунікацій, Мадридський політехнічний університет, Іспанія;

Марковска-Качмар Урсула – доктор технічних наук, професор, професор кафедри обчислювального інтелекту, Вроцлавська політехніка, Польща;

Олійник Андрій Олександрович – доктор технічних наук, доцент, професор кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

Павліков Володимир Володимирович – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, проректор з наукової роботи, Національний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Україна;

Папшицький Марцін – доктор наук, професор, професор відділу інтелектуальних систем, Дослідний інститут систем Польської академії наук, м. Варшава, Польща;

Скруський Степан Юрійович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

Табунчик Галина Володимирівна – кандидат технічних наук, професор, професор кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

Тригано Томас – доктор філософії, старший викладач кафедри електричної та електронної інженерії, Інженерний коледж ім. С. Шамон, м. Ашдод, Ізраїль;

Хенке Карстен – доктор технічних наук, професор, науковий співробітник факультету інформатики та автоматизації, Технічний університет Льменау, Німеччина;

Шарпанських Олексій Альбертович – доктор філософії, доцент, доцент факультету аерокосмічної інженерії, Делфтський технічний університет, Нідерланди.

РЕДАКЦІЙНО-КОНСУЛЬТАТИВНА РАДА

Аррас Пітер – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наїр), Католицький університет Льовена, Бельгія;

Ліснянський Анатолій – кандидат фізико-математичних наук, головний науковий експерт, Ізраїльська електрична корпорація, Хайфа, Ізраїль;

Мадрицц Христіан – доктор філософії, професор факультету інженерії та інформаційних технологій, Університет прикладних наук Каринфії, Австрія;

Маркосян Мгер Вардкесович – доктор технічних наук, професор, директор Єреванського науково-дослідного інституту засобів зв'язку, професор кафедри телекомунікацій, Російсько-вірменський університет, м. Єреван, Вірменія;

Рубель Олег Володимирович – кандидат технічних наук, доцент факультету інженерії, Університет МакМастера, Гамільтон, Канада;

Тавхелідзе Автанділ – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор школи бізнесу, технології та освіти, Державний університет ім. Іллі Чавчавадзе, Тбілісі, Грузія;

Уреутью Дору – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри електроніки та обчислювальної техніки, Трансильванський університет в Брашові, Румунія;

Шульц Пітер – доктор технічних наук, професор, професор факультету інженерії та комп'ютерних наук, Гамбурзький університет прикладних наук (HAW Hamburg), Гамбург, Німеччина.

The scientific journal «Radio Electronics, Computer Science, Control» is published by the National University «Zaporizhzhia Polytechnic» NU «Zaporizhzhia Polytechnic» since 1999 with periodicity four numbers per year.

The journal is registered by the Ministry of Justice of Ukraine in 19.11.2019. (State Registration Certificate of printed mass media series KB № 24220-14060 IIP).

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

By the Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 17.03.2020 № 409 “On approval of the decision of the Certifying Collegium of the Ministry on the activities of the specialized scientific councils dated 06 March 2020” journal is included in the list of scientific specialized periodicals of Ukraine in category “A” (highest level), where the results of dissertations for Doctor of Science and Doctor of Philosophy may be published.

The journal is included to the Polish List of scientific journals and peer-reviewed materials from international conferences with assigned number of points (Annex to the announcement of the Minister of Science and Higher Education of Poland from July 31, 2019: Lp. 16981).

The journal publishes scientific articles in English, Russian, and Ukrainian free of charge.

The article formatting rules are presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

The journal provides policy of on-line open (free of charge) access for full-text publications. The journal allow the authors to hold the copyright without restrictions and to retain publishing rights without restrictions. The journal allow readers to read, download, copy, distribute, print, search, or link to the full texts of its articles. The journal allow reuse and remixing of its content, in accordance with Creative Commons license CC BY-SA.

Published articles have a unique digital object identifier (DOI).

The journal is included into Web of Science.

The journal is abstracted and indexed in leading international and national abstracting journals and scientometric databases, and also placed to the digital archives and libraries with a free on-line access, full list of which is presented at the site: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

The journal is distributed by the Catalogue of Ukrainian periodicals (the catalog number is 22914).

The journal scope: telecommunications and radio electronics, software engineering (including algorithm and programming theory), computer science (mathematical modeling and computer simulation, optimization and operations research, control in technical systems, machine-machine and man-machine interfacing, artificial intelligence, including data mining, pattern recognition, artificial neural and neuro-fuzzy networks, fuzzy logic, swarm intelligence and multiagent systems, hybrid systems), computer engineering (computer hardware, computer networks), information systems and technologies (data structures and bases, knowledge-based and expert systems, data and signal processing methods).

All articles proposed for publication receive an objective review that evaluates substantially without regard to race, sex, religion, ethnic origin, nationality, or political philosophy of the author(s).

All articles undergo a two-stage blind peer review by the editorial staff and independent reviewers – the leading scientists on the profile of the journal.

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief – **Sergey Subbotin** – Dr. Sc., Professor, Head of Software Tools Department, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

Deputy Editor-in-Chief – **Dmytro Piza** – Dr. Sc., Professor, Director of the Institute of Informatics and Radio Electronics, Professor of the Department of Radio Engineering and Telecommunications, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

Members of the Editorial Board:

Iosif Androulidakis – PhD, Head of Telephony Department, Network Operation Center, University of Ioannina, Greece;

Evgeniy Bodyanskiy – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

Oleg Drobakhin – Dr. Sc., Professor, First Vice-Rector, Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine;

Alexander Gorban – PhD, Professor, Professor of the Faculty of Mathematics, University of Leicester, United Kingdom;

Dmitry Gorodnichy – PhD, Associate Professor, Leading Research Fellow at the Directorate of Science and Engineering, Canada Border Services Agency, Ottawa, Canada;

Karsten Henke – Dr. Sc., Professor, Research Fellow, Faculty of Informatics and Automation, Technical University of Ilmenau, Germany;

Michitaka Kameyama – Dr. Sc., Professor, Professor of the Faculty of Science and Engineering, Ishinomaki Senshu University, Japan;

Volodymyr Kartashov – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Media Engineering and Information Radio Electronic Systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

Vitaly Levashenko – PhD, Professor, Head of Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia;

David Luengo – PhD, Professor, Head of the Department of Signal Theory and Communication, Madrid Polytechnic University, Spain;

Ursula Markowska-Kaczmar – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Computational Intelligence, Wrocław University of Technology, Poland;

Andrii Oliinyk – Dr. Sc., Associate Professor, Professor, Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

Marcin Paprzycki – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Intelligent Systems, Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland;

Volodymyr Pavlikov – Dr. Sc., Senior Researcher, Vice-Rector for Research, N. E. Zhukovsky National Aerospace University “KhAI”, Ukraine;

Alexei Sharpanskykh – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Aerospace Engineering Faculty, Delft University of Technology, Netherlands;

Stepan Skrupsky – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer Systems and Networks, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

Galyna Tabunshchyk – PhD, Professor, Professor of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

Thomas (Tom) Trigano – PhD, Senior Lecturer of the Department of Electrical and Electronic Engineering, Sami Shamoon College of Engineering, Ashdod, Israel;

Joost Vennekens – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus de Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

Carsten Wolff – PhD, Professor, Professor of the Department of Technical Informatics, Dortmund University of Applied Sciences and Arts, Germany;

Heinz-Dietrich Wuttke – PhD, Associate Professor, Leading Researcher at the Institute of Technical Informatics, Technical University of Ilmenau, Germany;

Elena Zaitseva – PhD, Professor, Professor, Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia.

EDITORIAL-ADVISORY COUNCIL

Peter Arras – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus De Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

Anatoly Lisnianski – PhD, Chief Scientific Expert, Israel Electric Corporation Ltd., Haifa, Israel;

Christian Madritsch – PhD, Professor of the Faculty of Engineering and Information Technology, Carinthia University of Applied Sciences, Austria;

Mher Markosyan – Dr. Sc., Professor, Director of the Yerevan Research Institute of Communications, Professor of the Department of Telecommunications, Russian-Armenian University, Yerevan, Armenia;

Oleg Rubel – PhD, Associate Professor, Faculty of Engineering, McMaster University, Hamilton, Canada;

Peter Schulz – Dr. Sc., Professor, Professor, Faculty of Engineering and Computer Science, Hamburg University of Applied Sciences (HAW Hamburg), Hamburg, Germany;

Avtandil Tavkhelidze – PhD, Professor, Professor of the School of Business, Technology and Education, Ilia State University, Tbilisi, Georgia;

Doru Ursufiu – Dr. Sc., Professor, Professor, Department of Electronics and Computer Engineering, University of Transylvania at Brasov, Romania.

Recommended for publication by the Academic Council of NU «Zaporizhzhia Polytechnic», protocol № 3 dated 28.11.2022.

The journal is imposed by the editorial-publishing department of NU «Zaporizhzhia Polytechnic».

The journal web-site is <http://ric.zntu.edu.ua>.

The address of the editorial office: Editorial office of the journal «Radio Electronics, Computer Science, Control», National University «Zaporizhzhia Polytechnic», Zhukovskiy street, 64, Zaporizhzhia, 69063, Ukraine.

Tel.: +38-061-769-82-96 – the editorial-publishing department.

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

Fax: +38-061-764-46-62

© National University «Zaporizhzhia Polytechnic», 2022

Научный журнал «Радиоэлектроника, информатика, управление» (сокращенное название – РИУ) издается национальным университетом «Запорожская политехника» (НУ «Запорожская политехника») с 1999 г. периодичностью четыре номера в год.

Зарегистрирован в Министерстве юстиции Украины 19.11.2019 г. (Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации серия КВ № 24220-14060 ПР).

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Приказом Министерства образования и науки Украины № 409 от 17.03.2020 г. «Об утверждении решений Аттестационной коллегии Министерства относительно деятельности специализированных ученых советов от 06 марта 2020 года» журнал включен в перечень научных профессиональных изданий Украины в категории «А» (наивысший уровень), в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на соискание ученых степеней доктора наук и доктора философии (кандидата наук).

Журнал включен в польский Перечень научных журналов и рецензируемых материалов международных конференций с присвоенным числом баллов (приложение к объявлению Министра науки и высшего образования Республики Польша от 31 июля 2019 г.: № 16981).

В журнале бесплатно публикуются научные статьи на английском, русском и украинском языках.

Правила оформления статей представлены на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал обеспечивает **бесплатный открытый он-лайн доступ** к полнотекстовым публикациям. Журнал разрешает авторам иметь авторские права и сохранять права на издание без ограничений. Журнал разрешает пользователям читать, загружать, копировать, распространять, печатать, искать или ссылаться на полные тексты своих статей. Журнал разрешает повторное использование его содержания в соответствии Creative Commons лицензией CC BY-SA..

Опубликованным статьям присваивается уникальный идентификатор цифрового объекта DOI.

Журнал входит в наукометрическую базу Web of Science.

Журнал реферирован и индексируется в ведущих международных и национальных реферативных журналах и наукометрических базах данных, а также размещается в цифровых архивах и библиотеках с бесплатным доступом on-line, полный перечень которых представлен на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал распространяется по Каталогу периодических изданий Украины (подписной индекс – 22914).

Тематика журнала: телекоммуникации и радиоэлектроника, программная инженерия (включая теорию алгоритмов и программирования), компьютерные науки (математическое и компьютерное моделирование, оптимизация и исследование операций, управление в технических системах, межмашинное и человеко-машинное взаимодействие, искусственный интеллект, включая интеллектуальный анализ данных, распознавание образов, искусственные нейронные и нейро-нечеткие сети, нечеткую логику, коллективный интеллект и мультиагентные системы, гибридные системы), компьютерная инженерия (аппаратное обеспечение вычислительной техники, компьютерные сети), информационные системы и технологии (структуры и базы данных, системы, основанные на знаниях, и экспертные системы, обработка данных и сигналов).

Все статьи, предлагаемые к публикации, получают **объективное рассмотрение**, которое оценивается по существу без учета расы, пола, вероисповедания, этнического происхождения, гражданства или политической философии автора(ов).

Все статьи проходят двухступенчатое закрытое (анонимное для автора) **рецензирование** штатными редакторами и независимыми рецензентами – ведущими учеными по профилю журнала.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – Субботин Сергей Александрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

Заместитель главного редактора – Пиза Дмитрий Макарович – доктор технических наук, профессор, директор института информатики и радиоэлектроники, профессор кафедры радиотехники и телекоммуникаций, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

Члены редколлегии:

Андрюлидакис Иосиф – доктор философии, глава департамента телефонии Центра обслуживания сетей, Университет Янины, Греция;

Бодянский Евгений Владимирович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

Венескенс Юст – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

Вольф Карстен – доктор философии, профессор, профессор кафедры технической информатики, Дортмундский университет прикладных наук и искусств, Германия;

Вуттке Ганс-Дитрих – доктор философии, доцент, ведущий научный сотрудник института технической информатики, Технический университет Ильменау, Германия;

Горбань Александр Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор факультета математики, Университет Лестера, Великобритания;

Городничий Дмитрий Олегович – доктор философии, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Дирекции науки и инженерии, Канадское агентство пограничной службы, Канада;

Дробахин Олег Олегович – доктор физико-математических наук, профессор, первый проректор, Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара, Украина;

Зайцева Елена Николаевна – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

Камеяма Мичитака – доктор наук, профессор, профессор факультета науки и инженерии, Университет Ишиномаки Сэншу, Япония;

Карташов Владимир Михайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой медиаинженерии и информационных радиоэлектронных систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

Левашенко Виталий Григорьевич – кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

Луэнго Давид – доктор философии, профессор, заведующий кафедрой теории сигналов и коммуникаций, Мадридский политехнический университет, Испания;

Марковска-Качмар Урсула – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительного интеллекта, Вроцлавская политехника, Польша;

Олейник Андрей Александрович – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

Павлович Владимир Владимирович – доктор технических наук, старший научный сотрудник, проректор по научной работе, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Э. Жуковского «ХАИ», Украина;

Панищкий Марцин – доктор наук, профессор, профессор отдела интеллектуальных систем, Исследовательский институт систем Польской академии наук, г. Варшава, Польша;

Скруцкий Степан Юрьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры компьютерных систем и сетей, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

Табунчик Галина Владимировна – кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

Тригано Томас – доктор философии, старший преподаватель кафедры электронной инженерии, Инженерный колледж им. С. Шамоу, г. Ашдод, Израиль;

Хенке Карстен – доктор технических наук, профессор, научный сотрудник факультета информатики и автоматизации Технический университет Ильменау, Германия;

Шарпаньских Алексей Альбертович – доктор философии, доцент факультета аэрокосмической инженерии, Делфтский технический университет, Нидерланды.

РЕДАКЦИОННО-КОНСУЛЬТАТИВНЫЙ СОВЕТ

Аррас Питер – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

Лиснянский Анатолий – кандидат физико-математических наук, главный научный эксперт, Израильская электрическая корпорация, Хайфа, Израиль;

Мадритц Христиан – доктор философии, профессор факультета инженерии и информационных технологий, Университет прикладных наук Каринфии, Австрия;

Маркосан Мгер Вардкесович – доктор технических наук, профессор, директор Ереванского научно-исследовательского института средств связи, профессор кафедры телекоммуникаций, Российско-армянский университет, Ереван, Армения;

Рубель Олег Владимирович – кандидат технических наук, доцент факультета инженерии, Университет МакМастер, Гамильтон, Канада;

Тавхелидзе Автандил – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор школы бизнеса, технологии и образования, Государственный университет им. Ильи Чавчавадзе, Тбилиси, Грузия;

Урсутью Дору – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры электроники и вычислительной техники, Трансильванский университет в Брашове, Румыния;

Шульца Питер – доктор технических наук, профессор, профессор факультета инженерии и компьютерных наук, Гамбургский университет прикладных наук (HAW Hamburg), Гамбург, Германия.

Рекомендовано к изданию Ученым советом НУ «Запорожская политехника», протокол № 3 от 28.11.2022.

Журнал сверстан редакционно-издательским отделом НУ «Запорожская политехника».

Веб-сайт журнала: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Адрес редакции: Редакция журнала «РИУ», Национальный университет «Запорожская политехника», ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063, Украина.

Тел.: +38-061-769-82-96 – редакционно-издательский отдел

Факс: +38-061-764-46-62

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

© Национальный университет «Запорожская политехника», 2022

ЗМІСТ

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....	7
<i>Абрамович А. О.</i> УДОСКОНАЛЕННЯ ВИХРОСТРУМОВОГО ІДЕНТИФІКАТОРА МЕТАЛІВ НА ОСНОВІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ПІДХОДУ.....	7
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....	18
<i>Krasnobayev V. A., Yanko A. S., Kovalchuk D. M.</i> METHODS FOR TABULAR IMPLEMENTATION OF ARITHMETIC OPERATIONS OF THE RESIDUES OF TWO NUMBERS REPRESENTED IN THE SYSTEM OF RESIDUAL CLASSES.....	18
<i>Pershyna I. I.</i> RESTORATION OF DISCONTINUOUS FUNCTIONS BY DISCONTINUOUS INTERLINATION SPLINES.....	29
<i>Хаханова Г. В., Чумаченко С. В., Рахліс Д. Ю., Хаханов І. В., Хаханов В. І.</i> КВАНТОВІ ЦИФРО-АНАЛОГОВІ ОБЧИСЛЕННЯ.....	40
НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....	61
<i>Бодяньський Є. В., Плісс І. П., Шафроненко А. Ю.</i> КЛАСТЕРИЗАЦІЯ МАСИВІВ ДАНИХ НА ОСНОВІ КОМБІНОВАНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЙ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ТА ЕВОЛЮЦІЙНОГО МЕТОДУ КОТЯЧИХ ЗГРАЙ.....	61
<i>Subbotin S. A.</i> DATA CLUSTERING BASED ON INDUCTIVE LEARNING OF NEURO-FUZZY NETWORK WITH DISTANCE HASHING.....	71
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....	86
<i>Danshyna S. Yu., Nechausov A. S., Andrieiev S. M.</i> INFORMATION TECHNOLOGY OF TRANSPORT INFRASTRUCTURE MONITORING BASED ON REMOTE SENSING DATA.....	86
<i>Kungurtsev O. B., Vytnova A. I.</i> DETERMINATION OF INHERITANCE RELATIONS AND RESTRUCTURING OF SOFTWARE CLASS MODELS IN THE PROCESS OF DEVELOPING INFORMATION SYSTEMS.....	98
<i>Sulema Ye. S., Drozdenko L. V., Dychka A. I.</i> SYNTHESIS OF THE SYMBOLOGIES OF MULTICOLOR INTERFERENCE-RESISTANT BAR CODES ON THE BASE OF MULTI-VALUED BCH CODES.....	107
<i>Turbal Y. V., Babych S. V., Kusanets N. E.</i> PERMANENT DECOMPOSITION ALGORITHM FOR THE COMBINATORIAL OBJECTS GENERATION.....	119
<i>Холодна Н. М., Висоцька В. А.</i> ТЕХНОЛОГІЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ РЕРАЙТУ В ТЕКСТОВОМУ КОНТЕНТІ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ.....	126
УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....	149
<i>Kozhukhivskiy A. D., Kozhukhivska O. A.</i> RISK ASSESSMENT MODELING OF ERP-SYSTEMS.....	149

CONTENTS

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....	7
<i>Abramovych A. O.</i> IMPROVING THE EDDY CURRENT IDENTIFIER OF METALS BASED ON THE CORRELATION APPROACH.....	7
MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING.....	18
<i>Krasnobayev V. A., Yanko A. S., Kovalchuk D. M.</i> METHODS FOR TABULAR IMPLEMENTATION OF ARITHMETIC OPERATIONS OF THE RESIDUES OF TWO NUMBERS REPRESENTED IN THE SYSTEM OF RESIDUAL CLASSES.....	18
<i>Pershyna I. I.</i> RESTORATION OF DISCONTINUOUS FUNCTIONS BY DISCONTINUOUS INTERLINATION SPLINES.....	29
<i>Khakhanova A., Chumachenko S., Rakhlis D., Hahanov I., Hahanov V.</i> QUANTUM DIGITAL-ANALOGUE COMPUTING.....	40
NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....	61
<i>Bodyanskiy Ye. V., Pliss I. P., Shafronenko A. Yu.</i> CLUSTERIZATION OF DATA ARRAYS BASED ON COMBINED OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION DENSITY FUNCTIONS AND THE EVOLUTIONARY METHOD OF CAT SWARM.....	61
<i>Subbotin S. A.</i> DATA CLUSTERING BASED ON INDUCTIVE LEARNING OF NEURO-FUZZY NETWORK WITH DISTANCE HASHING.....	71
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.....	86
<i>Danshyna S. Yu., Nechausov A. S., Andrieiev S. M.</i> INFORMATION TECHNOLOGY OF TRANSPORT INFRASTRUCTURE MONITORING BASED ON REMOTE SENSING DATA.....	86
<i>Kungurtsev O. B., Vytnova A. I.</i> DETERMINATION OF INHERITANCE RELATIONS AND RESTRUCTURING OF SOFTWARE CLASS MODELS IN THE PROCESS OF DEVELOPING INFORMATION SYSTEMS.....	98
<i>Sulema Ye. S., Drozdenko L. V., Dychka A. I.</i> SYNTHESIS OF THE SYMBOLOGIES OF MULTICOLOR INTERFERENCE-RESISTANT BAR CODES ON THE BASE OF MULTI-VALUED BCH CODES.....	107
<i>Turbal Y. V., Babych S. V., Kunanets N. E.</i> PERMANENT DECOMPOSITION ALGORITHM FOR THE COMBINATORIAL OBJECTS GENERATION.....	119
<i>Kholodna N., Vysotska V.</i> REWRITING IDENTIFICATION TECHNOLOGY FOR TEXT CONTENT BASED ON MACHINE LEARNING METHODS.....	126
CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....	149
<i>Kozhukhivskiy A. D., Kozhukhivska O. A.</i> RISK ASSESSMENT MODELING OF ERP-SYSTEMS.....	149

РАДИОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

УДК 621.39

УДОСКОНАЛЕННЯ ВИХРОСТРУМОВОГО ІДЕНТИФІКАТОРА МЕТАЛІВ НА ОСНОВІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ПІДХОДУ

Абрамович А. О. – канд. техн. наук, завлаб кафедри радіотехнічних систем Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут Ігоря Сікорського», Київ, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. В статті розглянуто задачу удосконалення вихрострумовею пристрою ідентифікації металів на основі кореляційного підходу. Такий підхід є зручним для накопичення бази даних відомих провідних матеріалів, а також для порівняння сигналу від невідомого металевею предмета з наявними в базі еталонами. Запропонований підхід дозволяє визначити тип металу, з якого виконаний зразок, без пошкодження його поверхні.

Метою роботи є ідентифікація металів за типом по сигналам-відгукам від вихрострумовею перетворювача, завдяки виявленню нових інформативних ознак та створенню бази образів металів.

Метод. В роботі наведено результати експериментального дослідження запропонованого підходу підвищення достовірності ідентифікації металевих предметів, які виявляються за допомогою вихрострумовею пристрою. Дані дослідження проведені на основі радіотехнічної системи, яка працює на вихрострумовею принципі та має низькочастотні магнітні рамочні антени. Вихрострумовею метод дозволяє проводити ідентифікацію металів за типом дистанційно та без пошкодження їхньої поверхні, на відміну від рентгено-флуоресцентного, оптико-емісійного чи хімічного методів. Запропоновано кореляційний підхід для обробки спектру сигналу-відгуку від прихованого металевею предмета. Кореляційний підхід дозволяє підвищити достовірність ідентифікації металів за типом при обробці сигналу в спектральній області на основі перетворення Фур'є. Проведені дослідження на прикладі металів, які мають близькі спектральні характеристики (срібло, золота, свинець). Запропонований підхід дозволив збільшити відсоткову різницю між інформаційними параметрами сигналів – відгуків з 1,87% до 5,02% для срібла і золота, з 2,24% до 4,34% для срібла і свинцю та з 0,36% до 0,7% для золота і свинцю.

Результати. Розроблена радіотехнічна система є лабораторним макетом, який складається з аналогової частини та цифрової. Аналогова частина – це блок антен, підсилювач сигналу та смуговий фільтр, цифрова частина – мікроконтролер із АЦП для оцифрування та передачі даних на ноутбук, що програмно реалізує запропоновані підходи з обробки сигналу. В роботі експериментально підтверджена можливість використання радіотехнічної системи для вирішення задачі ідентифікації металу в рамках підмножини немагнітних і магнітних матеріалів.

Висновки. Розвиток сучасних вихрострумовею пристроїв відбувається у напрямку підвищення достовірності ідентифікації прихованих металевих об'єктів, що є актуальним при проведенні геофізичної розвідки, в археології, а також в силових структурах під час пошуків прихованих металів.

Розроблення та вдосконалення таких систем включає в себе як розробку апаратної частини так і виявлення нових інформаційних параметрів в сигналах-відгуках від металів. Одним з таких напрямків може бути кореляційний підхід до обробки сигналів в спектральній області.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: вихрострумовею пристрої, ідентифікація металів, кореляція, метод електромагнітної індукції.

АБРЕВІАТУРИ

РС – радіотехнічна система;
ВСП – вихрострумовею пристрій;
ОК – об'єкт контролю;
ФД – фазовий детектор.

НОМЕНКЛАТУРА

σ – провідність, см/м;
 μ_r – відносна магнітна проникність;
 μ_a – абсолютна магнітна проникність;
 λ – параметр інтегрального перетворення;
 φ_1 – функція впливу;

y_i – множина інформаційних параметрів, що характеризують сигнал-відгук певного типу металу;

h_k – відсоток подібності кожного з інформативних параметрів сигналу-відгуку;

β – узагальнений параметр вихрострумowego контролю;

ω – кутова частота;

Rz – радіус передавальної антени;

a_i – коефіцієнти лінійного передбачення;

p – порядок передбачення, кількість коефіцієнтів моделі лінійного передбачення;

S_k – k -й відлік сигналу;

q – дисперсія вхідного шуму збудження;

v_k – некорельована послідовність гаусівських величин з нульовим математичним очікуванням;

\hat{R} – кореляційна матриця;

\hat{r} – кореляційний вектор;

K^l – кількість зразків в межах одного класу металів;

z – кількість різних типів металів;

δ – порогове значення;

u – кількість дискретів оцифрованого сигналу;

d_r – вибірка нульових значень;

A_{f_0} – амплітуда спектру на центральній частоті у дБ;

$A_{f_{0+1}}$ – амплітуда спектру центральній частоті +1 Гц у дБ;

A_{f_V} – амплітуда спектру на верхній межі у дБ;

A_{f_N} – амплітуда спектру на нижній межі у дБ;

K_r – кореляційне число між центральною гармонікою та кожною із бічних гармонік;

W – кількість параметрів, що характеризують сигнал-відгук;

m_i^l – середні значення оцінок параметрів авторегресивних моделей;

D_i^l – дисперсії оцінок параметрів авторегресивних моделей;

γ_i – порогове значення по критерію Фішера.

ВСТУП

Для знаходження та ідентифікації прихованих металевих предметів в різних середовищах, що за своїми фізичними характеристиками відрізняються між собою, використовують електронні прилади – радіотехнічні системи (РС), які виявляють та ідентифікують ці металеві предмети. Вони використовують відмінності в електричних та магнітних властивостях самих металів та середовища, в якому вони знаходяться.

Найпоширенішими за конструкцією є радіотехнічні системи з магнітною рамочною антеною, що по суті є вихрострумowym пристроєм. Розрізнення металів в них здійснюється за пороговим рівнем прийня-

того сигналу. Однак, такий підхід не дозволяє визначити тип металу. Для подолання вище описаних обмежень пропонується спосіб розрізнення, який побудований на аналізі сигналу-відгуку в спектральній області, який виникає в приймальній антені вихрострумowego пристрою під дією струмів Фуко.

Ідентифікація прихованих металів за типом складається з двох етапів: виявлення металевого предмета та ідентифікація металу, з якого виготовлений цей предмет.

Виявлення здійснюється радіотехнічними системами [1, 2], що працюють на основі опромінення прихованого металевого об'єкту електромагнітним полем та подальшому аналізу сигналу, отриманого в результаті взаємодії поля з об'єктом. Недоліком таких приладів є неможливість визначення типу металу, з якого виготовлено об'єкт.

Технічні характеристики вихрострумowych пристроїв визначаються структурою приладу та методами обробки отриманого сигналу від металевого предмета. Інформація про метал лежить в амплітуді, фазі чи частоті сигналу, причому, як правило, тільки один з цих параметрів є інформативним, а інші параметри вважаються заважаючими. В існуючих пристроях інформаційним параметром, як правило, є амплітуда сигналу [1,3].

Фазовий та частотний методи роботи приладу, зазвичай, використовуються в неруйнівному контролі металевих об'єктів для виявлення їх механічних дефектів. Хоча, в ряді робіт [4, 5] була зроблена спроба використати фазовий метод для виявлення та ідентифікації металу, однак, авторам вдалося отримати ідентифікацію лише за дихотомічними ознаками (чорний / кольоровий).

Тип металу можна визначити лише візуально, але для цього об'єкт необхідно знайти та провести його аналіз в лабораторних умовах на спеціальних металоаналізаторах.

Існує декілька методів такого аналізу [6]. Найбільше розповсюджений хімічний метод, який побудований на розкладі досліджуваного матеріалу на атоми та молекули та подальшому дослідженню осаду чи кольору реагентів, що утворились як нові сполуки внаслідок хімічної реакції. Це найбільш точний метод аналізу, але він лабораторний та потребує багато часу.

Зараз хімічний метод замінюється оптико-емісійним, рентгено-флуоресцентним, атомно-абсорбційним, атомно-емісійним та іншими. Найбільш розповсюдженими з них є оптико-емісійний та рентгено-флуоресцентний аналізи. Ці методи аналізу потребують наявності зразка металу [7] і також не дозволяють визначити його склад дистанційно, без лабораторних досліджень.

Тому, задача виявлення та експрес-тесту складу металевих предметів без їх ушкодження, в тому числі і прихованих в іншому діелектричному середовищі, є актуальною.

Об'єктом дослідження є процес ідентифікації матеріалу металевих виробів за сигналами-відгуками від вихрострумової системи.

Предметом дослідження є нерівномірність сигналу вихрострумів пристроїв на виході фазового детектора РС, отриманого від об'єктів контролю з різних магнітних та немагнітних металів.

Метою роботи є розробка методу аналізу сигналів вихрострумів пристроїв, який зручний для накопичення бази даних відомих матеріалів, а також для порівняння сигналу-відгуку від невідомого металевго предмета з наявними в базі еталонними сигналами, що дозволяє розширити функціональні можливості вихрострумів пристроїв. Такий метод дозволяє визначити тип металу, з якого виконаний металевий предмет.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Промислові ВСП вирішують задачу виявлення та дихотомічної ідентифікації металевих предметів, котрі знаходяться в діелектричному середовищі та досліджуються. Вони дозволяють їх знайти та розбити виявлену множину об'єктів на дві підмножини (магнітні або чорні) та (немагнітні або кольорові). Ця задача вирішується шляхом аналізу сигналу на виході ВСП. Існуючі (амплітудний, фазовий та частотний) методи ідентифікації металів не дозволяють достовірно ідентифікувати їх в середині підмножин. Тому ця задача є актуальною. Вирішувати її можливо та необхідно шляхом пошуку нових ознак в нерівномірності вихідного сигналу ВСП, які дозволяють визначити з якого металу виготовлено предмет, наприклад, з міді чи золота, сталі чи нікеля. Серед множини параметрів y_i , що характеризують сигнал (амплітуда, зміна фази сигналу при скануванні, перехід сигналу через нуль, зміна полярності тощо) необхідно знайти ті, що максимально характеризують досліджуваний метал, виміряти їх значення та створити базу графічно-цифрових образів металів цього сигналу, який є масивом параметрів ідентифікації $y = \{y_i\}$, $i = 1, 2, \dots, W$, де W – кількість параметрів, що характеризують сигнал-відгук, та порівняти його з тими, які знаходяться в базі даних.

Відповідність характеристик зображення вимірюваного сигналу таким, що є в базі даних – це критерій ідентифікації P . Критерій ідентифікації відображає відсоткову подібність сигналу від нового металу до сигналу-відгуку конкретного металу з бази даних. Критерій P обчислюється усередненням максимальних значень масива h_k . Даний масив містить максимальні значення відсоткової подібності кожного з інформативних параметрів y_i . Для прийняття рішення про виявлений тип металу із бази даних вибирається лише той сигнал, в межах якого найбільша кількість максимумів кожного із інформативних параметрів y_i :

$$P = \frac{1}{W} \sum_{k=1}^W h_k.$$

Співпадіння характеристик образу вимірюваного сигналу з тим, що знаходиться в базі даних, і є критерієм ідентифікації. Задача побудови та розпізнавання графічно-цифрових образів вихідного сигналу РС розглядається в даній статті.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

В основі сучасних вихрострумів пристроїв лежить аналіз взаємодії електромагнітного поля антени з металевим предметом на основі наведених електромагнітним полем вихрових струмів Фуко. Зараз існує велика кількість приладів [2], в основу яких покладено вихрострумівий метод [8, 9].

Зміна електромагнітних властивостей середовища або прихованого об'єкта, в якому відбувається розповсюдження збуджуючого електромагнітного поля, призводить до зміни параметрів вихрових струмів і створеного ними вторинного магнітного потоку. Як наслідок, змінюється сумарний магнітний потік системи «вихрострумівий перетворювач – прихований об'єкт», що, в свою чергу, призводить до зміни електричних величин (опір, струм, е.р.с.) в приймальній антені. Ці зміни відстежуються в приладах, що включені у вимірювальне коло. Передавальна антена вихрострумівого перетворювача є котушкою, що створює однорідне змінне магнітне поле. В процесі пошуку прихованого об'єкта вихрострумівий перетворювач переміщається над поверхнею об'єкта. При перетині поля та металевго предмета магнітний потік спотворюється і в чутливому елементі приладу (приймальній антені) виникає електричний сигнал, що несе інформацію про наявність металу в даному місці. Тому антенна система складається з передавальної та приймальної антен.

На даний час, автор розвиває [10, 11] напрям ідентифікації металів за типом, шляхом аналізу сигналів в часовій та частотній областях новими для даних завдань підходами [12, 13]. Для проведення цих досліджень було розроблено та виготовлено радіотехнічну систему, що дозволяє оцінювати вплив електромагнітного поля на металеві предмети та аналізувати характер зміни відбитого сигналу-відгуку [14–16].

В роботі пропонується аналізувати сигнал-відгук в частотній області та використовувати як інформативну ознаку нерівномірність (кривизну) обвідної спектра.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Для вирішення поставленої задачі розроблено систему, структурна схема якої наведена на рис. 1. Як сигнал збудження запропоновано використовувати імпульсний сигнал прямокутної форми частотою 6600Гц. Приймальний тракт (приймальна антена та блок смугових фільтрів) налаштовано так, щоб можна було легко

зареєструвати перехідний процес в системі, що виникає після закінчення збуджуючого імпульсу.

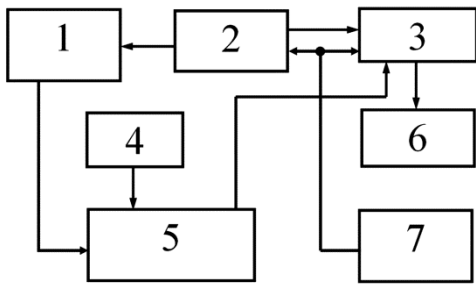


Рисунок 1 – Структурна схема розробленої системи

Система складається з передавальної магнітної антени 1, блоку фільтрів та фазового детектора 5, генератора тактових імпульсів 7, блоку обробки на мікроконтролері 3 та індикаторного пристрою 6. Блок 2 формує імпульсні сигнали, що поступають на передавальну магнітну антену 1. Блок 5 налаштований на прийом сигналів від приймальної магнітної антени 4 з частотою сигналу передавального блоку. Таке поєднання блоків є класичною радіотехнічною системою із рознесеними антенами. Для забезпечення синхронізації між вузлами при обробці даних використовується генератор тактових імпульсів. Після обробки сигналів блоком 5, дані поступають до запам'ятовувального пристрою мікроконтролера, де отримані сигнали від дослідних зразків порівнюються з еталонними, інформація про які зберігається в запам'ятовувальному пристрої. Результат порівняння надходить до індикаторного пристрою 6.

Сигнал-відгук залежить від електричних та магнітних властивостей металів. В теорії неруйнівного контролю [17] використовується функція впливу, яка комплексно показує взаємовплив цих характеристик на сигнал:

$$\varphi_1(x, \beta) = \frac{\mu_r - \sqrt{x^2 + j\beta^2}}{\mu_r + \sqrt{x^2 + j\beta^2}},$$

$$x = \lambda R_3, \quad \beta = R_3 \sqrt{\omega \mu_a \sigma}.$$

При дослідженнях використовувалися металеві предмети різних геометричних розмірів та різної товщини. Відомо, що вихрострумний відгук чутливий до форми досліджуваних предметів, наявності в них замкнутих контурів, щільових дефектів та просто якості обробки поверхні. У дослідженнях використано металеві предмети різної форми, які співрозмірні із антеною системи (мінімальний зразок 10x10x1 мм та максимальний 80x80x5 мм) і лише для такого діапазону розмірів сигнал-відгук зберігає свою форму в межах одного і того ж типів металів. Мінімальний розмір зразків обмежений чутливістю антенного блоку системи. При збільшенні розмірів зразків за розмір

антени сигнал-відгук розтягується, тому виникає потреба у зміні розміру антенного блоку, що потребує і формування нової бази даних під інший типорозмір антени.

Оцифровані сигнали – відгуки від різних типів металів оброблялись відомим методом лінійного передбачення, щоб розділити їх на групи та ідентифікувати. Метод лінійного передбачення в основному використовують для ідентифікації звукових повідомлень, коли визначаються сказані диктором літери [18]. Для вирішення завдання ідентифікації металів за допомогою метода лінійного передбачення застосовується підхід на основі подання сигналу від виявленого об'єкту у вигляді вектора ознак.

В якості ознак використовуються параметри авторегресивної моделі прийнятого сигналу. Параметри моделі визначаються на основі оцінки кореляційної функції прийнятого сигналу шляхом вирішення рівнянь Юла-Уокера. Метод лінійного передбачення знайшов широке застосування при вирішенні задач розпізнавання мови [19].

В якості ознак використовуються параметри $a_i, i = \overline{1, p}$ авторегресивної моделі прийнятого сигналу, яка має вигляд:

$$S_k = \sum_{i=1}^p a_i s_{k-i} + v_k, \quad [18].$$

Формування еталонів образів, що розрізняються, виконується на етапі навчання за заданими зразками сигналів-відгуків від металів.

Для кожного зразка отримується реалізація прийнятого сигналу, яка оцифровується і представляється у вигляді $S_k, k = \overline{1, N}$. На її основі розраховуються максимально правдоподібні оцінки значень кореляційної функції отриманого сигналу по формулі [18]:

$$\hat{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S_k S_{k-i}, \quad i = \overline{0, p} \quad (1)$$

З використанням оцінок значень кореляційної функції $\hat{R}_i, i = \overline{0, p}$ формуються кореляційна матриця \hat{R} і вектор \hat{r} , які мають вигляд:

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} \hat{R}_0 & \dots & \hat{R}_{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}_{p-1} & \dots & \hat{R}_0 \end{bmatrix}; \quad \hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{R}_1 & \dots & \hat{R}_p \end{bmatrix}^T.$$

Вектор оцінок параметрів авторегресійної моделі $\hat{a}^T = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_p]$ знаходиться по формулі [18, 19]:

$$\hat{a} = R^{-1} r.$$

Після розрахунку векторів оцінок параметрів авторегресійних моделей за заданими зразками сигналів від металів знаходяться середні значення m_i^l , $i = \overline{1, p}$ і дисперсії D_i^l оцінок параметрів авторегресивних моделей \hat{a}_i^l для класів металів $l = \overline{1, z}$, що розглядаються, по формулам:

$$m_i^l = \frac{1}{K^l} \sum_{j=1}^{K^l} a_{ij}^l, \quad i = \overline{1, p}, \quad l = \overline{1, z};$$

$$D_i^l = \frac{1}{K^l - 1} \sum_{j=1}^{K^l} (a_{ij}^l - m_i^l)^2.$$

Еталони образів будуються на основі середніх значень m_i^l коефіцієнтів лінійного передбачення з використанням критерію Фішера, який дозволяє відібрати найбільш інформативні параметри [18]. Достатність i -ї ознаки на основі критерію Фішера визначається по формулі:

$$\gamma_i = \frac{(m_i^1 - m_i^2)^2}{D_i^1 - D_i^2}.$$

Доцільність використання i -ї ознаки для розрізнення класів визначається на основі вирішального правила: $\gamma_i \geq \delta$.

Таким чином, в результаті виконання процедури навчання отримуються $q \leq p$ ознак класів різних типів металів m_i^l , $i = \overline{1, q}$. На етапі розрізнення проводиться порівняльний аналіз відповідних ознак отриманого сигналу з ознаками класів з бази даних. Ухвалення рішення про належність металу до r -го класу виконується по мінімуму відстані між вектором ознак отриманого сигналу і векторами еталонних класів за вирішальним правилом [18, 19]:

$$\sum_{j=1}^q (\hat{a}_i - m_i^r)^2 \leq \sum_{j=1}^q (\hat{a}_i - m_i^l)^2, \quad r, l = \overline{1, 2}, \quad r \neq l.$$

Результати графічної ідентифікації металів на основі метода лінійного передбачення показано на рис. 2 – рис. 4, де наведено спектри сигналів від сталюого (а) та мідного (б) зразків, а також спектри моделі розпізнавання на основі метода лінійного передбачення для різних порядків моделі (10, 20, 80) відповідно.

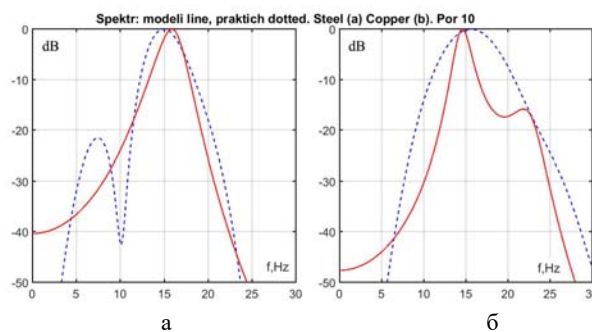


Рисунок 2 – Спектр практичного сигналу (штриховою) та моделі (суцільною) від мідного (а) та сталюого (б) зразків, порядок моделі 10

З рисунків видно, що теоретичний спектр на основі моделі лінійного передбачення не дозволяє вірно повторити форму спектра реального сигналу, навіть при збільшенні порядку інформативних коефіцієнтів більше 20, коли модель при звукотехнічній обробці сигналів визнається нестійкою.

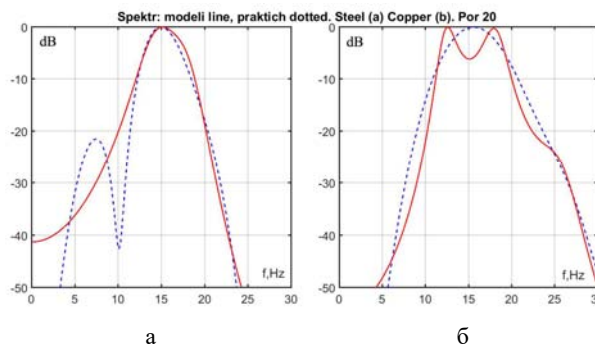


Рисунок 3 – Спектр практичного сигналу (штриховою) та моделі (суцільною) від мідного (а) та сталюого (б) зразків, порядок моделі 20

Метод лінійного передбачення має недоліки, адже при кожному перетворенні оцифрованої вибірки сигналу (відтворення сигналу по зворотніх коефіцієнтах (1), розрахунок швидкого перетворення Фур'є вибірки сигналу, графічне порівняння сигналів) вноситься помилка і рішення про співпадіння сигналу-відгуку до якогось зразка із бази даних покладається на візуальне порівняння, а не на результат комп'ютерного обчислення на основі визначених критеріїв.

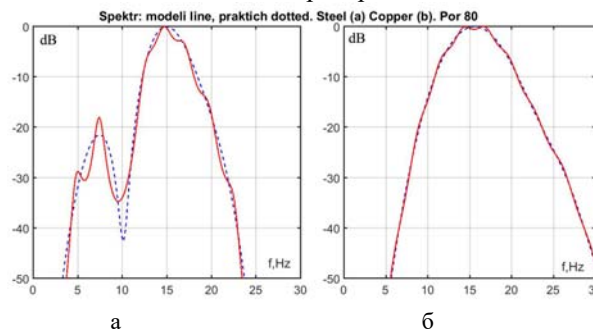


Рисунок 4 – Спектр практичного сигналу (штриховою) та моделі (суцільною) від мідного (а) та сталюого (б) зразків, порядок моделі 80

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Чисельне комп'ютерне порівняння форми спектрів сигналів-відгуків від різних металів є кращим рішенням для ідентифікації металів. Ідентифікація металів за типом в окремих випадках вірно проводилась шляхом порівняння лише площ під обвідними спектрів [11,12] – інтегральна оцінка спектру сигналу-вігучу. Спектри сигналів від срібла 868пр, золота 900пр та свинцю на основі швидкого перетворення Фур'є показано на рис. 6 – рис. 8. Дані метали мають подібні за нерівномірністю обвідні спектрів, а також, близькі за величиною площі. В такому випадку результат інтегрального порівняння сигналів-відгуків може бути хибним, табл. 1.

Тому, для кращої ідентифікації металів за типом запропоновано кореляційний підхід, який доповнює результати інтегральної ідентифікації металів в спектральній області.

Новий підхід полягає в взаємному аналізі амплітуд спектру на всій смузі частоти, рис. 5. Значення амплітуд отримується за один етап – перетворення Фур'є і при подальшому аналізі відсутні перетворення вибірки сигналу, чим суттєво мінімізовані помилки в порівнянні з попереднім методом – методом лінійного передбачення.

Таблиця 1 Спектральні характеристики сигналів-відгуків деяких металів [11, 12]

№	Метал	Ширина спектру по рівню -40дБ (Гц)	Площа під обвідною спектру (дБ·Гц)
1	Срібло 868пр	6,24±0,16...26,70±0,22	535,5 ±4,6
2	Золото 900пр	6,47±0,15...27,97±0,12	545,0± 3,3
3	Свинець	6,64±0,29...28,14±0,26	547,6±4,9
4	Метал	Відсоткова % різниця між площами	
5	Срібло і Золото	1,87%	
6	Срібло і Свинець	2,24%	
7	Золото і Свинець	0,36%	

Ідея запропонованого підходу зводиться до того, що розраховуються середньоквадратичні спектральні різниці між амплітудою на центральній частоті і амплітудами на всій смузі аналізу сигналу. Отриманий результат для машинного порівняння форми представляється у вигляді матриці середньоквадратичної різниці амплітуд, а також як сума цих різниць.

Такий підхід є значно точнішим, чим візуальне порівняння форми, він потребує малої кількості математичних операцій, що дуже доречно при побудові ідентифікатора металів на мікроконтролерах.

При проведенні експериментів по кожному із зразків металів отримано 100 сигналів-відгуків, що використовувались при розрахунку математичного очікування та середньо квадратичного відхилення кожного із інформаційних параметрів при ідентифікації металів.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Для підвищення достовірності ідентифікації металів за типом в роботі пропонується використати кореляційний підхід [20], який полягає в отриманні додаткового інформаційного параметру K_r , та дозволяє провести аналіз форми обвідної спектру.

Для цього розглянемо оцифрований фрагмент сигналу-відгучу. Такий фрагмент, що складається з u дискретів (100–150 точок) $x_n, n = 1, 2, \dots, u$ при перетворенні Фур'є немає плавної обвідної спектру:

$$X_k = \sum_{n=0}^{u-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{u} kn} [20].$$

Тому, вибірка x доповнюється нулями, що дозволяє отримати плавну обвідну спектру:

$$x_n + d_r, n = 1, 2, \dots, u; r = 1, 2, \dots, m; m \geq u.$$

Результат кореляційного аналізу форми спектру [21–23] – це взаємне співвідношення амплітуд із покрововим зміщенням від центральної частоти до нижньої та верхньої меж:

$$A_{f_0} \& A_{f_0+V} \quad A_{f_0} \& A_{f_0-N}$$

$$V = 1 \cdot f_V \quad N = 1 \cdot f_N$$

Особливість при здійсненні перетворення Фур'є [20] призводить до того, що для одного і того ж металу при різній величині вхідної вибірки буде різний крок дискрета спектральної функції. Щоб нівелювати вплив величини кроку дискретизації, результат кореляції ділиться на величину вхідної вибірки $m+u$. В цьому випадку, кореляційну залежність можна записати як:

$$K_r = \sqrt{\frac{1}{m+u}} \cdot \sqrt{(A_{f_0} - A_{f_0+1})^2 + (A_{f_0} - A_{f_0-1})^2 + (A_{f_0} - A_{f_0+2})^2 + (A_{f_0} - A_{f_0-2})^2 + \dots + (A_{f_0} - A_{f_V})^2 + (A_{f_0} - A_{f_N})^2}.$$



Рисунок 5 – Спектр сигналу-відгучу від сталюого зразка з позначеними амплітудними значеннями обвідної спектру

Для трьох вище вибраних металів, рис. 6 – рис. 8, що мають подібні інтегральні характеристики обвідної спектра [24, 25] було розраховано кореляційні числа K_r , табл. 2.

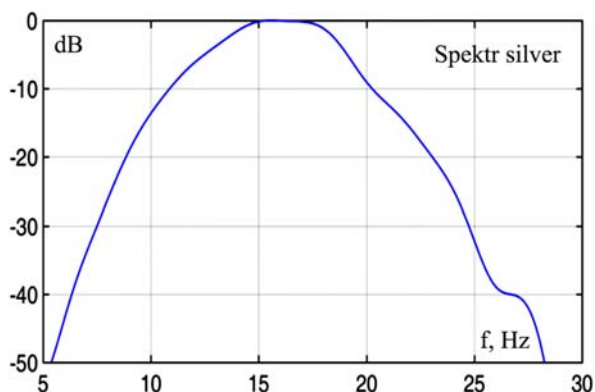


Рисунок 6 – Типовий спектр сигналу-відгуку (матеріал зразка – срібло 868 проби)

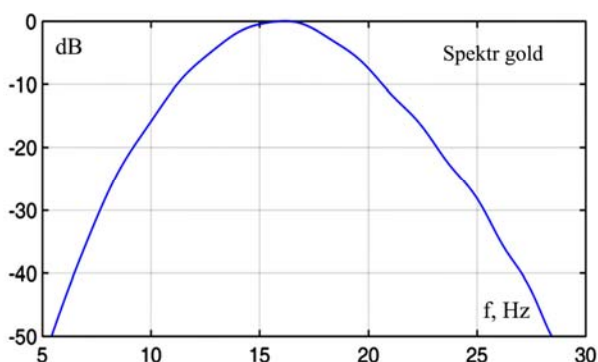


Рисунок 7 – Типовий спектр сигналу-відгуку (матеріал зразка – золото 900 проби)

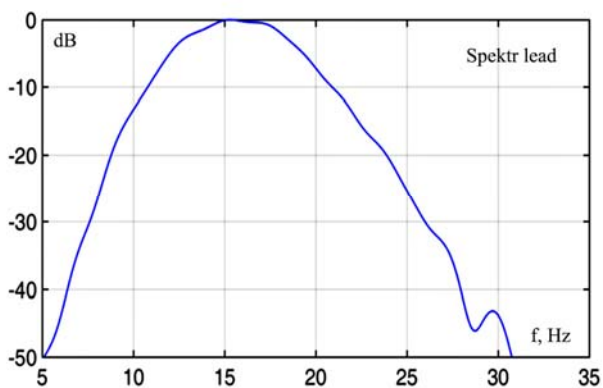


Рисунок 8 – Типовий спектр сигналу-відгуку (матеріал зразка – свинець)

Таблиця 2 – Порівняння металів по сигналам в спектральній області кореляційним аналізом [26, 27]

№	Метал	Кореляційне число K_r
1	Срібло 868пр	4.7169±0.1117
2	Золото 900пр	4.9663± 0.1736
3	Свинець	4.9314±0.2631
4	Метал	Відсоткова % різниця, число K_r
5	Срібло і Золото	5,02%
6	Срібло і Свинець	4,34%
7	Золото і Свинець	0,7%

З табл. 2 видно, що кореляційний підхід дозволив збільшити відсоткову різницю між інформаційними параметрами сигналів – відгуків з 1,87% до 5,02% для срібла і золота, з 2,24% до 4,34% для срібла і свинцю та з 0,36% до 0,7% для золота і свинцю.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Аналіз отриманих результатів показав, що за значенням кореляційного числа можна ідентифікувати метали у випадку, коли значення площ під обвідною спектрів близькі між собою. Це дозволяє підвищити достовірність ідентифікації металів.

Підвищення достовірності розрізнення металів дозволить зменшити кількість хибних спрацювань та браку на виробництві та оглядовому контролі, де важливо знати точний склад металевого зразка [28–30].

Запропонований кореляційний підхід є зручним і простим в прикладному плані реалізації, адже такі обчислення [31, 32] можна легко проводити на сучасних 32 бітних мікроконтролерах, при виготовленні переносних та автоматизованих ідентифікаторів, що виявляють металеві предмети у діелектричних середовищах [33, 34].

Вище вказано, що при збільшенні розмірів зразків за розмір антени потрібно формування нової бази даних під інший типорозмір антени. Тобто, для нинішньої антени потрібна база даних «точкових» зразків, а для великої антени база даних «протяжних» зразків. Встановлено, що отримані інформативні ознаки в межах одних і тих же типів металів зберігаються [24, 25]. Сигнал-відгук від зразків, що приховані у діелектричному середовищі (дерево, одяг, пісок) зберігається за формою, але зменшується амплітуда та з'являються шуми. Кілька разове вимірювання сигналу-відгуку та використання смугового фільтра із підсиленням в 30дБ [35, 36] дозволило вірно ідентифікувати заховані у піску металеві предмети на глибинах до 10 см.

В цілому, поєднання наявних інформативних ознак про сигнал-відгук (площа спектра під обвідною, нижня та верхні межі спектра, кореляційне число) дозволяють представити конкретний тип металу як образ. Ідентифікація нового зразка може бути здійс-

нена шляхом порівняння з образами із бази даних завдяки алгоритмам машинного навчання, такими як: Метод опорних векторів (SVM), Бассова мережа, метод к-ближній сусідів (KNNC) та ін. [5, 37, 38], вказуючи відсоткову подібність до існуючих у базі зразків.

ВИСНОВКИ

У роботі розглянуто задачу удосконалення вихрострумowego ідентифікатора металів на основі кореляційного підходу. Аналізу піддається нерівномірність обвідної спектру сигналу-відгуку, це дозволяє покращити можливості інтегрального підходу по ідентифікації металів за типом в спектральній області.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що вперше запропоновано аналізувати нерівномірність обвідної спектрів не на основі апроксимації функції поліномом, а як суму середньоквадратичних різниць амплітуд на різних частотах.

Практична цінність кореляційного підходу в тому, що обчислення інформативних коефіцієнтів в сигналі-відгуку можна здійснювати швидко на сучасних 32 бітних мікроконтролерах. Це дозволяє будувати компактні переносні ідентифікатори металів, що можуть використовуватись для експрес-тесту металів за типом.

Перспективи подальших досліджень полягають у тому, що запропонований підхід дозволяє збільшити точність ідентифікації металів, які мають близькі інтегральні характеристики сигналів-відгуків в спектральній області.

Пошук нових інформаційних параметрів в сигналах-відгуках та збільшення чутливості приймального тракту дозволить в подальшому здійснювати ідентифікацію не тільки металів за типом, а і визначати сплави, працювати із складеними виробами. Доцільно використовувати машинне навчання, щоб здійснювати ідентифікацію нових типів зразків, які можуть відрізнятися від наявних у базі даних.

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Daniels D. J. Ground Penetrating Radar (2nd Edition) / D. J. Daniels. – London, UK.: Institution of Electrical Engineers, 2004. – 761 p. – ISBN 0 86341 360. DOI: <https://doi.org/10.1049/pbra015e>
2. Pravda V. I. Georadars / V. I. Pravda, O. D. Mrachkovskij, A. O. Abramovych // Bulletin of the National University “Lviv Polytechnic”, series “Radio Electronics and Telecommunications”. – 2015. – № 818. – P. 49–54.
3. Embedding target discrimination capabilities into handheld detectors for humanitarian demining / [A. J. Peyton, W. van Verre, X. Gao et al.] // The 16th International Symposium Mine action 2019 8th – 11th April. – Slano, Croatia. – 2019. – P. 31–35 DOI: <https://doi.org/10.1109/piers-spring46901.2019.9017326>
4. Obiazi A. M. Implementing a robust metal detector utilizing the colpitts oscillator with toroidal coil / A. M. Obiazi, F. I. Anyasi, O. O. Jacdonmi // Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2010. – 5(2). – P.56 – 63. DOI: <https://doi.org/10.3923/jeasci.2010.56.63>
5. Svatoš Jakub. Advanced Instrumentation for Polyharmonic Metal Detectors : PhD Thesis: Svatoš Jakub. – Prague, 2015. – 121p.
6. Hans A. van Sprang Fundamental parameter methods in XRF spectroscopy / A. van Sprang Hans // Advances in X-ray Analysis. – 2000. – Vol.42. – P. 1–10.
7. Abramovych A. O. Application of spectral analysis for distinguishing metals by signals from eddy current converters / A. O. Abramovych, V. O. Poddubny // The East European Journal of Advanced Technology. – 2017. – Vol. 89, №5. – P. 51–57 DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.110177>
8. Jol M. H. Ground penetrating radar Theory and applications / M. H. Jol. – Oxford GB.: Elsevier B. V., 2009. – 574 p. – ISBN: 978-0-444-53348-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/b978-0-444-53348-7.00017-x>
9. Щербаков Г. Н. Выбор электромагнитного метода зондирования для поиска объектов в толще укрывающих сред / Г. Н. Щербаков // Радиотехника. – 2005. – № 3. – С. 77–79.
10. Abramovych A. O. The remote eddy-current analysis of a composition of metal objects / A. O. Abramovych, I. S. Kashirsky, V. O. Piddubny // Metallophysics and advanced technologies. – 2017.– Vol. 39, № 8. – P. 1035–1049. DOI: <https://doi.org/10.15407/mfint.39.08.1035>
11. Abramovych A. O. Method of processing the reflected signals from pulsed eddy current converters / A. O. Abramovych, V. A. Poddubny, I. S. Kashirsky // Scientific Bulletin of Zaporizhzhya National Technical University, Radioelektronika, Informatics, Management. – 2017. – № 4. – P. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2017-4-1>
12. Abramovych A. O. Radio engineering system identification of metals on the basis of eddy-current converters / A. O. Abramovych, Y. S. Agalidi, V. O. Piddubnyi // Scientific Bulletin of Zaporizhzhya National Technical University, Radioelektronika, Informatics, Management. – 2020. – № 1. – P. 7–17. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-1-1>
13. Abramovych A. O. Eddy-current amplitude-phase based method for identifying conductive (metal) objects / A. O. Abramovych, V. O. Piddubnyi // International scientific and technical journal “Metallophysics and the latest technologies”. – 2020. – Volume 42, № 8.– P. 1169–1185. DOI: <https://doi.org/10.15407/mfint.42.08.1169>
14. Bruschini C. A Multidisciplinary analysis of frequency domain metal detectors for humanitarian demining: thesis dissertation of Doctor in Applied Sciences / Claudio Bruschini.– Brussels : Vrije Universiteit Brussel, 2002.– 242 p.
15. Abramovych A. O. Solenoid antenna of radio engineering system of metal identification / A. O. Abramovych, V. O. Piddubnyi // The Journal of Zhytomyr State Technological University” / Engineering. – 2019. – Vol. №1(83). – P. 188–196. DOI: [https://doi.org/10.26642/tn-2019-1\(83\)-188-196](https://doi.org/10.26642/tn-2019-1(83)-188-196)
16. Щербаков Г. Н. Увеличение предельной глубины обнаружения локальных ферромагнитных объектов в толще проводящих укрывающих сред методом дистанционного параметрического подмагничивания / Г. Н. Щербаков // Радиотехника. – 2005. – № 12. – С. 42–45.
17. Незрушающий контроль / [под ред. В. В. Сухорукова]. – М. : Высш. шк. – Т. 3. – 1992. – 312 с.

18. Gold B. Speech and audio signal processing: processing and perception of speech and music. / B. Gold, N. Morgan // New York, USA : Wiley, 1999. – 560 p.
19. Rabiner L. R. Fundamentals of speech recognition / L. R. Rabiner, B. H. Juang // New Jersey, USA : Prentice Hall, 1993. – 496 p.
20. Ifeachor E. Digital Signal Processing: A Practical Approach 2nd Edition / E. Ifeachor, B. Jervis. – Hoboken, USA : Prentice Hall, 2001. – 933 p. ISBN 978-0201596199
21. Килимник О. М. Підвищення точності радіолокаційного зондування підповерхневих об'єктів багаточастотними фазовими радіосистемами: дис. на здобуття наукового ступеня кандидата тех. наук: 05.12.17 / Килимник Олександр Михайлович. – Хмельницький, 2015. – 164 с.
22. Mathews J. H. Numerical methods using MATLAB. / J. H. Mathews. – New Jersey, USA : Pearson, 2003. – 696 p. ISBN 978-0130652485
23. Moore P. O. Electromagnetic testing / P. O. Moore. – Columbus, USA : American society for nondestructive testing, 2004. – 529 p. ISBN 1-57117-046-4
24. Abramovych A. O. Rationing of signals of eddy – current converters for correct comparison of them / A. O. Abramovych, V. O. Poddubny // Bulletin of the Ternopil National Technical University. Ser: Technical sciences. – 2017. – Volume 86 (№2). – P.76–83.
25. Abramovych A. O. Eddy current device with the database, which contains different samples of metals, to identify them in the hidden objects / A. O. Abramovych, V. O. Piddubniy, O. M. Guslyakov // Scientific journal “Weapons and military equipment”. – 2017. – №3 (15). – P. 51–56. DOI:10.34169/2414-0651.2017.3(15).51-56
26. Kunz K. S. Numerical Analysis / K. S. Kunz. – New York, USA.: McGraw-Hill, 1964. – 390p. ISBN 978-1456477370
27. Gantmacher F. R. The Theory of Matrices / F. R. Gantmacher. – Cleveland, USA.: Chelsea Pub Co, 1984. – 576 p. ISBN 978-0828401319
28. Qaten S. Assessment of defects in ferromagnetic metals with eddy currents: PhD Thesis / Susan Qaten. – Uxbridge, 1989. – 230 p.
29. Salih M. Fourier Transform – Signal Processing / M. Salih. – Rijeka, Croatia : InTech, 2012. – 366 p. ISBN 978-953-51-0453-7.
30. Identification of metallic mines using low frequency magnetic fields / [L. S. Riggs, J. M. Mooney, J. T. Broach, A. H. Trang] // Detection and Remediation Technologies for Mines and Minelike Targets III. – Orlando, FL, United States. – 1998. – P. 146–157 DOI: <https://doi.org/10.1117/12.324233>
31. Stroustrup B. Programming: principles and practice using C++ (2nd Edition) / Bjarne Stroustrup. – Boston, USA : Addison-Wesley, 2014. – 2339p.– ISBN 978-0321-992789.
32. Daniels D. J. EM detection of concealed targets / D. J. Daniels. – New Jersey, Canada : John Wiley & Sons, 2009. – 299 p. ISBN: 978-0-470-12169-6. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470539859>
33. Abdulbast Mohamed Elgwel. Aspect independent detection and discrimination of concealed metal objects by electromagnetic pulse induction: a modelling approach: PhD Thesis / Abdulbast Mohamed Elgwel. – Manchester, 2013. – 129p.
34. Haynes W. CRS handbook of chemistry and physics, 95th edition / William M. Haynes. – Boca Raton, USA: Taylor & Francis: crc press, 2007.– 2608 p.
35. Bristow C. S. Ground penetrating radar in sediments / C. S. Bristow, H. M. Jol. – Birkbeck, University of London, UK, 2003.– 339 p.
36. Carey S. C. Software defined radio for stepped-frequency, ground-penetrating radar / S. C. Carey, W. R. Scott // 2017 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). – 2017.– P. 4825–4828, DOI: 10.1109/IGARSS.2017.8128082.
37. Realistic subsurface anomaly discrimination using electromagnetic induction and an SVM classifier / [J. P. Fernandez, F. Shubitidze, I. Shamatava et al.] // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. – 2010. – Vol. 2010. – P. 117–127. DOI <https://doi.org/10.1155/2010/305890>
38. A comparative study of NN and SVM-based electromagnetic inverse scattering approaches to on-line detection of buried objects / [S. Caorsi, D. Anguita, E. Bermani et al.] // Applied Computational Electromagnetics Society Journal. – 2003. – Vol 18(2). – P. 65–75.

Стаття надійшла до редакції 08.11.2021.
Після доробки 07.10.2022.

УДК 621.39

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ВИХРЕТОКОВОГО ИДЕНТИФИКАТОРА МЕТАЛЛОВ НА ОСНОВЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА

Абрамович А. А. – канд. техн. наук, завлаб кафедры радиотехнических систем Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт Игоря Сикорского» Киев, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. В статье рассмотрена задача усовершенствования вихретокового устройства идентификации металлов на основе корреляционного подхода. Такой подход удобен для накопления базы данных известных проводных материалов, а также для сравнения сигнала от неизвестного металлического предмета с имеющимися в базе эталонами. Предлагаемый подход позволяет определить тип металла, из которого выполнен образец, без повреждения его поверхности.

Целью работы является идентификация металлов по типу по сигналам-откликам от вихретокового преобразователя, благодаря выявлению новых информативных признаков и созданию базы образов металлов.

Метод. В работе приведены результаты экспериментального исследования предложенного подхода повышения достоверности идентификации металлических предметов, выявляемых с помощью вихретокового устройства. Данные исследования проведены на основе радиотехнической системы, которая работает на вихретоковом принципе и имеет низкочастотные рамочные магнитные антенны. Вихретоковый метод позволяет проводить идентификацию металлов по типу дистанционно и без повреждения их поверхности, в отличие от рентгено-флуоресцентного, оптико-эмиссионного или химического методов. Предложен корреляционный подход для обработки спектра сигнала отклика от скрытого металлического предмета. Корреляционный подход позволяет повысить достоверность идентификации металлов по типу при обработке сигнала в спектральной области на основе преобразования Фурье. Проведены исследования на примере металлов, обладающих близкими спектральными характеристиками (серебро, золото, свинец). Предложенный подход позволил увеличить процентную

разницу между информационными параметрами сигналов – отзвов с 1,87% до 5,02% для серебра и золота, с 2,24% до 4,34% для серебра и свинца и с 0,36% до 0,7% для золота и свинца.

Результаты. Разработанная радиотехническая система является лабораторным макетом, состоящим из аналоговой части и цифровой. Аналоговая часть – блок антенн, усилитель сигнала и полосовой фильтр, цифровая часть – микроконтроллер с АЦП для оцифровки и передачи данных на ноутбук, программно реализующий предложенные подходы по обработке сигнала. В работе экспериментально подтверждена возможность использования радиотехнической системы для решения задачи идентификации металла в рамках подмножества немагнитных и магнитных материалов.

Выводы. Развитие современных вихретоковых устройств происходит в направлении повышения достоверности идентификации скрытых металлических объектов, что актуально при проведении геофизической разведки, в археологии, а также в силовых структурах при поиске скрытых металлов. Разработка и усовершенствование таких систем включает в себя как разработку аппаратной части так и выявление новых информационных параметров в сигналах-отзввах от металлов. Одним из таких направлений может быть корреляционный подход к обработке сигналов в спектральной области.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: вихретоковые устройства, идентификация металлов, корреляция, метод электромагнитной индукции.

UDC 621.39

IMPROVING THE EDDY CURRENT IDENTIFIER OF METALS BASED ON THE CORRELATION APPROACH

Abramovych A. O. – PhD, Head of the Laboratory of the Department of Radio Systems, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” Kyiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The article considers the problem of improving the eddy current device for metal identification on the basis of the correlation approach. This approach is convenient for the accumulation of a database of known leading materials, as well as for the comparison of the signal from an unknown metal object with the available standards in the database. The proposed approach allows to determine the type of metal from which the sample is made, without damaging its surface.

Objective. The aim of the work is the identification of metals by type on the feedback signals from the eddy current converter, due to the identification of new informative features and the creation of a database of images of metals.

Method. The paper presents the results of an experimental study of the proposed approach to increase the reliability of identification of metal objects that are detected using an eddy current device. These studies are conducted on the basis of a radio system that operates on the eddy current principle and has low-frequency magnetic loop antennas. The eddy current method allows the identification of metals by type remotely and without damaging their surface, in contrast to X-ray fluorescence, optical emission or chemical methods. A correlation approach for processing the response signal spectrum from a hidden metal object is proposed. The correlation approach allows to increase the reliability of the identification of metals by type when processing the signal in the spectral region based on the Fourier transform. Studies have been conducted on the example of metals that have similar spectral characteristics (silver, gold, lead). The updated approach allowed to increase the percentage difference between the information parameters of signals – responses from 1.87% to 5.02% for silver and gold, from 2.24% to 4.34% for silver and lead and from 0.36% to 0.7% for gold and lead.

Results. The developed radio system is a laboratory model, which consists of an analog part and a digital one. The analog part is an antenna unit, a signal amplifier and a bandpass filter, a digital part – a microcontroller with an ADC for digitizing and transmitting data to a laptop, which software implements the proposed approaches to signal processing. The paper experimentally confirmed the possibility of using a radio engineering system to solve the problem of metal identification within a subset of nonmagnetic and magnetic materials.

Conclusions. The development of modern eddy current devices is aimed at increasing the reliability of the identification the hidden metal objects, which is relevant in geophysical exploration, archeology, and law enforcement agencies in the search for hidden non-ferrous metals. The development and improvement of such systems includes both the development the hardware and the discovery new information parameters in the feedback signals from metals. One such direction may be the correlation approach to signal processing in the spectral region.

KEYWORDS: eddy current devices, metal identification, correlation, electromagnetic induction method.

REFERENCES

1. Daniels D. J. *Ground Penetrating Radar* (2nd Edition). London, UK, Institution of Electrical Engineers, 2004, 761 p. ISBN O 86341 360. DOI: <https://doi.org/10.1049/pbra015e>
2. Pravda V. I., Mrachkovskij O. D., Abramovych A. O. *Georadars, Bulletin of the National University “Lviv Polytechnic”, series “Radio Electronics and Telecommunications”, 2015, № 818, pp. 49–54.*
3. Peyton A. J., Verre van W., Gao X., Marsh L. A., Podd F. J. W., Daniels D. J., Ambuš D., Vasić D., Bilas V. *Embedding target discrimination capabilities into handheld detectors for humanitarian demining, The 16th International Symposium Mine action 2019 8th–11th April. Slano. Croatia, 2019, pp. 31–35 DOI: <https://doi.org/10.1109/piers-spring46901.2019.9017326>*
4. Obiazi A. M., Anyasi F. I., Jacdonmi O. O. *Implementing a robust metal detector utilizing the colpitts oscillator with toroidal coil, Journal of Engineering and Applied Sciences, 2010, No.5(2), pp. 56–63. DOI: <https://doi.org/10.3923/jeasci.2010.56.63>*
5. Svatoš Jakub. *Advanced Instrumentation for Polyharmonic Metal Detectors: PhD Thesis: Svatoš, Jakub. Prague, 2015, 121 p.*
6. Hans van A. *Sprang Fundamental parameter methods in XRF spectroscopy, Advances in X-ray Analysis, 2000, Vol. 42, pp. 1–10.*
7. Abramovych A. O., Poddubny V. O. *Application of spectral analysis for distinguishing metals by signals from eddy*

- current converters, *The East European Journal of Advanced Technology*, 2017, Vol. 89 (№5), pp. 51–57 DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.110177>
8. Jol M. H. Ground penetrating radar Theory and applications. Oxford GB., Elsevier B. V., 2009, 574 p. ISBN: 978-0-444-53348-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/b978-0-444-53348-7.00017-x>
 9. Shcherbakov H. N. Vybor elektromahnytnoho metoda zondyrovannya dlya poyska ob'ektov v tolsheche ukryvayushchykh sred, *Radyotekhnika*, 2005, No. 3, pp. 77–79.
 10. Abramovych A. O., Kashirsky I. S., Piddubnyi V. O. The remote eddy-current analysis of a composition of metal objects, *Metallophysics and advanced technologies*, 2017, Vol. 39, № 8, pp. 1035–1049. DOI: <https://doi.org/10.15407/mfint.39.08.1035>
 11. Abramovych A. O., Poddubny V. A., Kashirsky I. S. Method of processing the reflected signals from pulsed eddy current converters, *Scientific Bulletin of Zaporizhzhya National Technical University, Radioelektronika, Informatics, Management*, 2017, No. 4, pp. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2017-4-1>
 12. Abramovych A. O., Agalidi Y. S., Piddubnyi V. O. Radio engineering system identification of metals on the basis of eddy-current converters, *Scientific Bulletin of Zaporizhzhya National Technical University, Radioelektronika, Informatics, Management*, 2020, №1, pp. 7–17. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-1-1>
 13. Abramovych A. O., Piddubnyi V. O. Eddy-current amplitude-phase based method for identifying conductive (metal) objects, *International scientific and technical journal "Metallophysics and the latest technologies"*, 2020. Volume 42, № 8, pp. 1169–1185. DOI: <https://doi.org/10.15407/mfint.42.08.1169>
 14. Bruschini C. A Multidisciplinary analysis of frequency domain metal detectors for humanitarian demining: thesis dissertation of Doctor in Applied Sciences. Brussels, Vrije Universiteit Brussel, 2002, 242 p.
 15. Abramovych A. O., Piddubnyi V. O. Solenoid antenna of radio engineering system of metal identification, *The Journal of Zhytomyr State Technological University, Engineering*, 2019, Vol. №1(83), pp. 188–196. DOI: [https://doi.org/10.26642/tn-2019-1\(83\)-188-196](https://doi.org/10.26642/tn-2019-1(83)-188-196)
 16. Shcherbakov H. N. Uvelychenye predel'noy hlubyny obnaruzhenyia lokal'nykh ferromahnytnykh ob'ektov v tolsheche provodyashchykh ukryvayushchykh sred metodom dystantsyonnoho parametrycheskoho podmahnychvannya, *Radyotekhnika*, 2005, № 12, pp. 42–45.
 17. Nerazrushayushchii kontrol' Pod red. Sukhorukova V. V. Moscow, Vyssh. shk., 1992, Vol. 3, 312 p.
 18. Gold B., Morgan N. Speech and audio signal processing: processing and perception of speech and music. New York, Wiley, 1999, 560 p.
 19. Rabiner L. R., Juang B. H. Fundamentals of speech recognition. New Jersey, USA, Prentice Hall, 1993, 496 p.
 20. Ifeachor E., Jervis B. Digital Signal Processing: A Practical Approach 2nd Edition. Hoboken, USA, Prentice Hall, 2001, 933 p. ISBN 978-0201596199
 21. Kylymnyk O. M. Pidvyshchennya tochnosti radiolokatsiynoho zonduvannya pidpoverkhnevyykh ob'yektiv bahatochastotnymy fazovymy radiosystemamy: dys. na zdobuttya naukovooho stupenya kandydata tekhn. nauk: 05.12.17. Khmelnyskyi., 2015, 164 p.
 22. Mathews J.H. Numerical methods using MATLAB. New Jersey, USA, Pearson, 2003, 696 p. ISBN 978-0130652485
 23. Moore P. O. Electromagnetic testing. Columbus, USA, American society for nondestructive testing, 2004, 529 p. ISBN 1-57117-046-4
 24. Abramovych A. O., Poddubny V. O. Rationing of signals of eddy – current converters for correct comparison of them, *Bulletin of the Ternopil National Technical University. Ser: Technical sciences*, 2017, Volume 86 (№2), pp. 76–83.
 25. Abramovych A. O., Piddubnyi V. O., Guslyakov O. M. Eddy current device with the database, which contains different samples of metals, to identify them in the hidden objects, Scientific journal “Weapons and military equipment”, 2017, No. 3(15), pp. 51–56. DOI:10.34169/2414-0651.2017.3(15).51-56
 26. Kunz K. S. Numerical Analysis. New York, USA, McGraw-Hill, 1964, 390p. ISBN 978-1456477370
 27. Gantmacher F. R. The Theory of Matrices. Cleveland, USA, Chelsea Pub Co, 1984, 576 p. ISBN 978-0828401319
 28. Qaten S. Assessment of defects in ferromagnetic metals with eddy currents: PhD Thesis. Uxbridge, 1989, 230 p.
 29. Salih M. Fourier Transform – Signal Processing. Rijeka, Croatia, InTech, 2012, 366 p. ISBN 978-953-51-0453-7.
 30. Riggs L. S., Mooney J. M., Broach J. T., Trang A. H. Identification of metallic mines using low frequency magnetic fields, *Detection and Remediation Technologies for Mines and Minelike Targets III*. Orlando, FL, United States, 1998, pp. 146–157. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.324233>
 31. Stroustrup B. Programming: principles and practice using C++ (2nd Edition). Boston, USA, Addison-Wesley, 2014, 2339 p. ISBN 978-0321-992789.
 32. Daniels D. J. EM detection of concealed targets. New Jersey, Canada, John Wiley & Sons, 2009, 299 p. ISBN: 978-0-470-12169-6. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470539859>
 33. Abdulbast Mohamed Elgwel. Aspect independent detection and discrimination of concealed metal objects by electromagnetic pulse induction: a modelling approach, PhD Thesis: Abdulbast Mohamed Elgwel. Manchester, 2013, 129 p.
 34. Haynes W. CRS handbook of chemistry and physics, 95th edition. Boca Raton, USA, Taylor & Francis, crc press, 2007, 2608 p.
 35. Bristow C. S., Jol H. M. Ground penetrating radar in sediments. Birkbeck, University of London, UK, 2003, 339 p.
 36. Carey S. C., Scott W. R. Software defined radio for stepped-frequency, ground-penetrating radar, 2017 *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 2017, pp. 4825–4828. DOI: 10.1109/IGARSS.2017.8128082.
 37. Fernandez J. P., Shubitidze F., Shamatava I., Barrowes B. E., O'Neill K. Realistic subsurface anomaly discrimination using electromagnetic induction and an SVM classifier, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010, Vol. 2010, pp. 117–127. DOI <https://doi.org/10.1155/2010/305890>
 38. Caorsi S., Anguita D., Bermani E., Boni A., Donelli M., Massa A. A comparative study of NN and SVM-based electromagnetic inverse scattering approaches to on-line detection of buried objects, *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, 2003, Vol 18(2), pp. 65–75.

**МАТЕМАТИЧНЕ
ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**

**MATHEMATICAL
AND COMPUTER MODELING**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

UDC 681.142.01

**METHODS FOR TABULAR IMPLEMENTATION OF ARITHMETIC
OPERATIONS OF THE RESIDUES OF TWO NUMBERS REPRESENTED
IN THE SYSTEM OF RESIDUAL CLASSES**

Krasnobayev V. A. – Dr. Sc., Professor, Professor of Department of Electronics and Control Systems, V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine.

Yanko A. S. – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer and Information Technologies and Systems, National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Poltava, Ukraine.

Kovalchuk D. M. – Post-graduate student of Department of Electronics and Control Systems, V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. Implementation of modular arithmetic operations of addition, subtraction and multiplication by a tabular method based on the use of the tabular multiplication code. The object of the study is the process of tabular implementation of basic arithmetic operations on the residues of numbers represented in the system of residual classes.

Objective. The goal of the work is to develop methods for the tabular implementation of the arithmetic operations of multiplication, addition and subtraction of the residues of two numbers based on the use of the tabular multiplication code.

Method. Tabular methods for implementing integer arithmetic modular operations of addition, subtraction and multiplication are proposed for consideration. In order to reduce the amount of equipment for a tabular operating unit of computer systems that implements modular operations of addition, subtraction and multiplication by reducing the coincidence circuits AND in the nodes of the tables for implementing arithmetic operations based on the code of table multiplication, two methods for performing arithmetic modular operations of addition and subtraction have been developed. These methods are based on the code of tabular multiplication, the use of which will reduce the amount of equipment of the tabular operating unit. Thus, despite the difference in the digital structure of the tables of modular operations of addition, subtraction and multiplication based on the use of the tabular multiplication code, two new tabular methods for implementing arithmetic modular operations of addition and subtraction have been created. Based on them, algorithms for tabular execution of modular arithmetic operations of addition and subtraction have been developed. Using these algorithms, it is possible to synthesize a structurally simple, highly reliable and fast table operating unit that operates in a system of residual classes, which is based on three separate permanent storage devices (read-only memory), each of which implements only one fourth of the corresponding complete table of values of the modular operation, what is earlier in the theory tabular arithmetic was supposed to be impossible.

Results. The developed methods are justified theoretically and studied when performing arithmetic modular operations of addition, subtraction and multiplication using tabular procedures.

Conclusions. The conducted examples of the implementation of integer arithmetic modular operations of addition and subtraction can be considered as presented experiments. The results obtained make it possible to recommend them for use in practice in the design of computer systems operating in a non-positional number system in residual classes. Prospects for further research may be to create a tabular method for implementing integer arithmetic modular division operations based on the use of the tabular multiplication code.

KEYWORDS: modular arithmetic operation, system of residual classes, tabular arithmetic, tabular multiplication code.

ABBREVIATIONS

CS is a computer system;
MCA is machine-computer arithmetic;
BPNS is a binary positional number system;
SRC is a system in residual classes;
TMC is a tabular multiplication code;

TOU is a tabular operating unit.

NOMENCLATURE

a_i is a residue an arbitrary modulo m_i of the number
 A represented in the SRC;

b_i is a residue an arbitrary modulo m_i of the number B represented in the SRC;

m_i is a SRC module;

M is a value of the informational numerical range;

γ_{a_i} (γ_{b_i}) is a sign of the TMC values of residues a_i and b_i accordingly;

γ_i is a generalized sign of the TMC;

γ_r is a sign of the TMC of the result of an arithmetic modular operation (addition or subtraction);

a'_i is a residue an arbitrary modulo m_i of the number A presented in the TMC;

b'_i is a residue an arbitrary modulo m_i of the number B presented in the TMC;

$\Phi(a'_i, b'_i)$ is a selection function by the values of the residues a'_i and b'_i the result of the operation of addition or subtraction in the corresponding nodes of the tables;

$\Phi_1()$ is a dependence function of the implementation of the operation of modular addition, depending on the result of the operation of the operation of modular subtraction of two numbers in the SRC;

$\Phi_2()$ is a dependence function of the implementation of the operation of modular subtraction, depending on the result of the operation of the operation of modular addition of two numbers in the SRC.

INTRODUCTION

It is known that one of the effective ways to increase the speed of a CS operating in the BPNS has led to the need to develop new MCA. MCA is based on the theory of residues of natural numbers and on the results of the proof of the Chinese remainder theorem. In the literature, such an MCA is called a non-positional number system in SRC [1–4]. Based on the properties of the SRC, its use allows to significantly increasing the speed of performing integer modular arithmetic operations of addition, subtraction and multiplication of the residues of numbers modulo SRC. In addition, such a property of the SRC as the low-bit capacity of the residues, the totality of which determines the non-positional code structure, makes it possible to effectively apply the tabular implementation of arithmetic operations [1, 2]. In the general case, the TOU of the CS for the implementation of arithmetic operations that are performed in a unitary code is a two-input ROM. For each of the ROM inputs, the number of input buses for the l -byte ($8l$ bits) CS is 2^{8l} . In this case, the total number of logic circuits AND in the ROM nodes (which basically determines the amount of equipment of the TOU of CS in the BPNS) is equal to the value $N_{lBPNS} = 2^{8l} \times 2^{8l} = 2^{16l}$. It is obvious that the table implementation of integer arithmetic operations in the usual BPNS is appropriate only for the value $l=1$ [5].

The search for ways to increase the efficiency of using tabular arithmetic necessitated the development and improvement of methods for tabular implementation of the main integer modular arithmetic operations: addition,

subtraction and multiplication of the residues of numbers, aimed at reducing the number of ROM elements.

The object of study is the process of implementing arithmetic modular operations of addition, subtraction and multiplication in SRC.

The process of implementing arithmetic operations based on the BPNS involves the sequential processing of digits of numbers according to the rules determined by the content of this operation, and cannot be completed until the values of all intermediate results are sequentially determined, taking into account all connections between the digits. This drawback significantly affects the methods for implementing arithmetic operations and limits the speed of data processing. The number system in SRC has the valuable property of independence of the residues of the processed numbers in the accepted base system, which opens up wide opportunities in building not only new machine arithmetic, but also a fundamentally new circuit implementation of the data processing CS with the effective use of tabular methods.

The subject of study is the tabular methods for implementing arithmetic modular operations of addition, subtraction and multiplication.

The known tabular methods are distinguished by the complexity of implementation, low speed of implementation of basic arithmetic operations, as well as an increase in the amount of TOU equipment with an increase in the length of the bit grid, which is typical for the modern trend in the development of powerful computing systems.

The purpose of the work is to increase the efficiency of using tabular methods for performing basic arithmetic operations (addition, subtraction and multiplication) based on the representation of numbers in SRC and the use of a tabular multiplication code.

1 PROBLEM STATEMENT

In a formalized form, the statement of the problem of the article can be represented as a realization of two analytical relations. For the first method of performing a modular addition operation through the result of a modular subtraction operation, the first analytical relation is represented as: $(A+B) \bmod M = \Phi_1(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i)) = \Phi_1\left(m_i - \left\{ [m_i - (\gamma_{a_i} \parallel a'_i)] - (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) \right\}\right)$. For the second method of performing a modular subtraction operation through the result of a modular addition operation, the second analytical relation is represented as:

$(A-B) \bmod M = \Phi_2(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i)) = \Phi_2\left\{ (\gamma_{a_i} \parallel a'_i) + \left[m_i - (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) \right] \right\}$. These methods implement the operations of modular addition and subtraction for the original two numbers A and B represented in the SRC as a set of residues

$(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n)$ and $(b_1, b_2, \dots, b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, \dots, b_n)$ an arbitrary modulo m_i SRC,

i.e. residues $a_i = A - \left[\frac{A}{m_i} \right] \cdot m_i$, ($i = \overline{1, n}$) the residues

are obtained from the successive division of the initial number by a set of mutually pairwise prime numbers m_i called bases or SRC modules. Such a representation of numbers (coding) makes it possible to construct data processing CSs in which the processing of all digits (residues) is performed in parallel in time.

Denote the generalized arithmetic operation as \otimes , which will be used as a sign (feature) of the arithmetic operation of modular multiplication, addition or subtraction. For numbers A and B represented by the SRC code The result of the operation can be represented as follows: $(A \otimes B) \bmod M = ((a_1 \otimes b_1) \bmod m_1, \dots, (a_n \otimes b_n) \bmod m_n)$.

In this case, it is necessary that the following inequalities hold: $0 \leq A < M$, $0 \leq B < M$, $0 \leq (A \otimes B) < M$, where

$M = \prod_{i=1}^n m_i$. These requirements are due to the need to stay of the informational numerical range $[0, M)$ like numbers $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ and $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, as well as the result of the operation $(A \otimes B) \bmod M$.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

The results of the search for ways to improve the performance of CS, effective methods for implementing the basic operations of the computational process and as a result of building high-speed and high-reliable systems, carried out over the past decades by various groups of researchers have confirmed in the opinion that within the BPNS one cannot expect significant satisfactory progress in these areas without a significant increasing the operating frequencies of the processor elements and the complication of the hardware part of the CS [1–12].

The results of research in the field of the creation of high-speed CS of well-known authors (Aksushkiy I.Ya. and Yuditskiy D.I. [1], Gregory R.T. and Krishnamurthy E.V. [6], Mohan P.V.A. [9] and others) showed that the use of SRC as a system of calculations of CS, intended for the implementation of integer arithmetic operations of addition, subtraction and multiplication numbers in the positive numerical range, significantly increases the speed of the solution of problems of a certain class [13].

In order to be able to build CS in SRC, it was necessary to develop fundamental methods for constructing MCA [1, 7, 14]. The implementation of the obtained theoretical and practical results will contribute to the creation, development and operation of real CS operating in a non-positional number system in the residual classes [15–20]. Prospects for further research may be to create a tabular method for implementing integer arithmetic modular division operations based on the use of the tabular multiplication code [16].

3 MATERIALS AND METHODS

Let's first consider the procedure for implementing the arithmetic operation of modular multiplication

$(a_i \cdot b_i) \bmod m_i$ two residues a_i and b_i by an arbitrary modulo m_i respectively of the numbers A and B represented in the SRC. It is known that the table of values $(a_i \cdot b_i) \bmod m_i$ the result of the operation of modular multiplication is symmetrical with respect to the diagonals, verticals and horizontals passing (for m_i – an odd number) between the numbers $\frac{(m_i - 1)}{2}$ and $\frac{(m_i + 1)}{2}$.

Symmetry with respect to the left diagonal of the two-input table of the result of the operation is determined by the commutativity of the multiplication operation $a_i \cdot b_i = b_i \cdot a_i$. Symmetry with respect to the right diagonal of the table is determined by the fact that the condition $a_i \cdot b_i \equiv [(m_i - b_i) \cdot (m_i - a_i)] \bmod m_i$. Symmetry with respect to the vertical and horizontal of the table is determined from the condition of multiplicity modulo m_i of the sum of symmetric numbers $a_i \cdot b_i \equiv [m_i - a_i(m_i - b_i)] \bmod m_i$ as well as $a_i \cdot b_i \equiv [m_i - b_i(m_i - a_i)] \bmod m_i$.

Using the symmetry properties of the modular multiplication table of the residues of numbers, you can completely restore the complete table of values $a_i \cdot b_i \bmod m_i$ of the multiplication operation of residues using only 0.25 of its part. Hence, it becomes possible to simplify the table (reduce the number of two-input elements AND of the TOU corresponding to the nodes of the complete modular multiplication table. To solve the problem, it is necessary to introduce a sign (feature) that determines the location of the input residues of numbers in each of the four quadrants of the complete modular multiplication table. In [1] this sign is called tabular multiplication code.

Consider one of the possible options for encoding the input residues a_i and b_i tables of operation of modular multiplication modulo m_i by means of a specially introduced data compression code of the TMC. Values of the residues a_i (b_i) which is in the numerical range $\left[0, \frac{m_i - 1}{2}\right)$ can be encoded arbitrarily. Then the values

of a_i (b_i) which is in the numerical range $\left[\frac{m_i + 1}{2}, m_i\right)$ encoded as the inverse of a number modulo $m_i - a_i$ or $m_i - b_i$. To distinguish the ranges of finding the values of the residues a_i and b_i the sign γ_{a_i} (γ_{b_i}) of the TMC is introduced defined as follows:

$$\gamma_{a_i} (\gamma_{b_i}) = \begin{cases} 0, & \text{if } 0 \leq a_i (b_i) \leq \frac{m_i - 1}{2}, \\ 1, & \text{if } \frac{m_i + 1}{2} \leq a_i (b_i) \leq m_i - 1. \end{cases} \quad (1)$$

The procedure for determining the result of a modular multiplication operation by means of TMC is as follows. If two residues are given modulo m_i of the form $a_i = (\gamma_{a_i} \parallel a'_i)$, $b_i = (\gamma_{b_i} \parallel b'_i)$, where \parallel – the mathematical sign of the concatenation operation (the operation of gluing, the operation of joining) and $0 \leq a'_i(b'_i) \leq (m_i - 1) / 2$. To get the product of these numbers modulo m_i , it is enough to get the product $a'_i \cdot b'_i \pmod{m_i}$ and invert its generalized sign γ_i , in the event that γ_{a_i} is different from γ_{b_i} , i.e. the result of multiplying two residues modulo can be represented as $a_i \cdot b_i \pmod{m_i} = (\gamma_i \parallel (a'_i \cdot b'_i) \pmod{m_i})$ on condition:

$$\gamma_i = \begin{cases} 0, & \text{if } \gamma_{a_i} = \gamma_{b_i}, \\ 1, & \text{if } \gamma_{a_i} \neq \gamma_{b_i}. \end{cases} \quad (2)$$

Until now, there are no methods for performing by means of TMC, arithmetic modular operations of adding and subtracting the residues of two numbers, which make it possible to reduce the number of two-input elements AND in the TOU CS. This hinders the further development of SRC in terms of the practical use of tabular arithmetic. The main difficulty lies in the fact that it is quite difficult to synthesize algorithms for performing modular operations due to the fact that tables $(a_i \otimes b_i) \pmod{m_i}$ performing modular operations of multiplication, addition and subtraction are different in their digital structure. When studying the digital properties of tables of modular addition and subtraction operations, the validity of expression (3) is shown:

$$\begin{aligned} & \left[(\gamma_{a_i} \parallel a'_i) + (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) \right] + \\ & + \left\{ \left[m_i - (\gamma_{a_i} \parallel a'_i) \right] - (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) \right\} = 0 \pmod{m_i}, \end{aligned} \quad (3)$$

where $a_i = (\gamma_{a_i} \parallel a'_i)$, $b_i = (\gamma_{b_i} \parallel b'_i)$ – are given residues modulo m_i presented in the TMC of the form $a_i = (\gamma_{a_i} \parallel a'_i)$, $b_i = (\gamma_{b_i} \parallel b'_i)$ with the condition $0 \leq a'_i(b'_i) \leq (m_i - 1) / 2$ for m_i odd number or $0 \leq a'_i(b'_i) \leq m_i / 2$ for m_i even number.

Expression (3) can be interpreted as an analytical dependence of the modular operations of addition and subtraction of the residues modulo numbers presented in the TMC.

It follows from expression (3) that in order to obtain the result of the modular addition operation by means of the TMC, it is sufficient to know the result of the modular subtraction and to obtain the result of the modular subtraction operation by means of the TMC, it is sufficient to know the result of the modular addition. That is, it becomes possible to effectively (from the point of view of reducing the ROM hardware) use the TMC not only to perform the modular multiplication operation, but also to implement the modular addition and subtraction operations.

Let's write expression (3) in the form (4). Expression (4) is the mathematical basis of the tabular method for performing the operation of modular addition using tables that implement the operation of modular subtraction:

$$(\gamma_{a_i} \parallel a'_i) + (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) = m_i - \left\{ \left[m_i - (\gamma_{a_i} \parallel a'_i) \right] - (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) \right\}. \quad (4)$$

The method of performing the operation of modular addition using tables that implement the operation of modular subtraction can be represented as follows (Fig. 1).

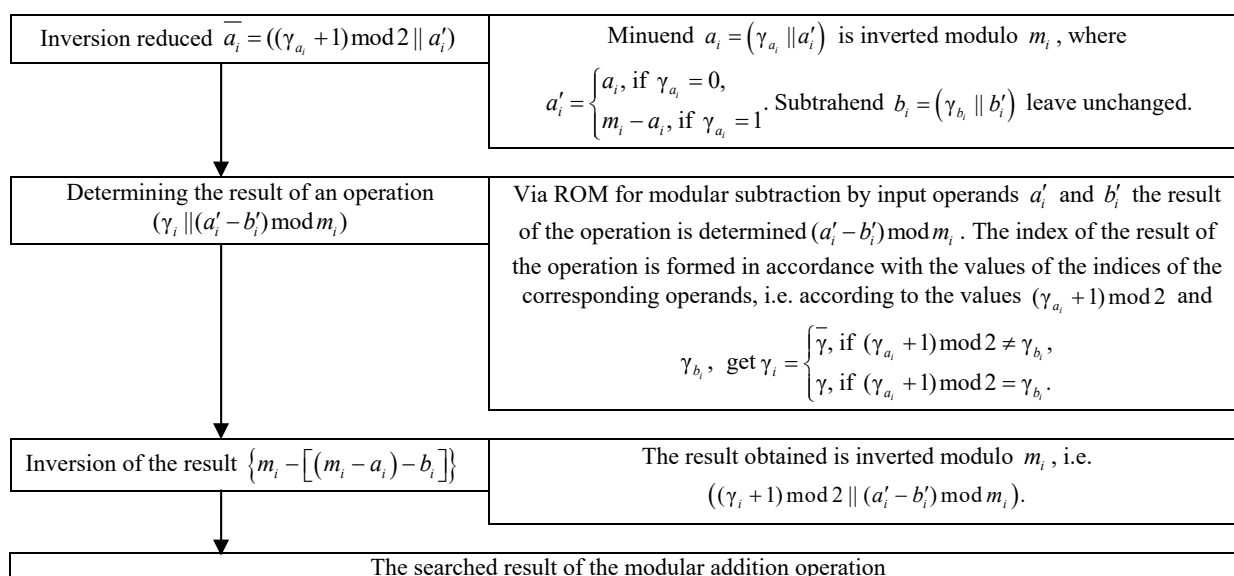


Figure 1 – The method of performing the operation of modular addition using tables that implement the operation of modular subtraction

The resulting method can be schematically represented in the form of 4 stages:

$$(a_i - b_i) \rightarrow [(m_i - a_i) - b_i] \rightarrow \{m_i - [(m_i - a_i) - b_i]\} \rightarrow (a_i + b_i).$$

Let's write expression (3) in the form (5). Expression (5) is the mathematical basis of the tabular method for performing the operation of modular subtraction using tables that implement the operation of modular addition:

$$(\gamma_{a_i} \parallel a'_i) - (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) = \{(\gamma_{a_i} \parallel a'_i) + [m_i - (\gamma_{b_i} \parallel b'_i)]\}, \quad (5)$$

i.e. it is possible to determine the result of the modular subtraction operation by means of a ROM that implements the modular addition operation.

Consider the result of a modular arithmetic operation in the TMC, which is represented as:

$$(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i)) \quad (6)$$

where γ_r – sign of the TMC of the result of a modular arithmetic operation.

Expression $\Phi(a'_i, b'_i)$ – a numeric value assigned to the table node of the corresponding arithmetic modular operation with coordinates a'_i and b'_i . If the residues are given $a_i = 2$ and $b_i = 4$ numbers modulo $m_i = 5$, the expression $\Phi(a'_i, b'_i)$ is a numeric value assigned to the table node of the corresponding arithmetic modular operation with coordinates $a'_i = 2$ and $b'_i = 4$.

The method of performing the operation of modular subtraction using tables that implement the operation of modular addition can be represented as follows (Fig. 2).

Simplified schematically, the second method can be represented in the form of 3 stages:

$$(a_i + b_i) \rightarrow [a_i + (m_i - b_i)] \rightarrow (a_i - b_i).$$

When jointly implementing the arithmetic operations of addition and subtraction, the second method allows, in comparison with the first method, to implement the arithmetic modular subtraction operation in less time and with less hardware costs. Despite the difference in the digital structure of the tables of modular operations $(a_i \otimes b_i) \bmod m_i$ of addition, subtraction and multiplication (for example, for $m_i = 5$, these are Tables 2–9), the developed first and second methods of addition-subtraction, which implement arithmetic modular operations, can reduce the number of elements of the TOU CS. This is achieved by simultaneously using only fourth part of each of the three complete addition, subtraction and multiplication tables by using TMC, which was previously thought to be impossible.

4 EXPERIMENTS

The experimental base of research is based on the theory of residues of natural numbers and on the results of

the proof of the Chinese remainder theorem. The initial data in the form of bases (modules) m_i SRC are represented by a set of mutually pairwise prime numbers.

In the developing of the methods, the influence of the main properties of the SRC on the structure and principles of the functioning of the CS was used. Due to the low-bit capacity of the computational paths of the data processing CS presented in the SRC, there are possibilities for using (unlike the BPNS) tabular arithmetic, where the arithmetic operations of addition, subtraction and multiplication are performed almost in one clock cycle. The low-bit capacity of residuals in the representation of numbers in the SRC makes it possible to choose a wide range of options for system engineering solutions in the implementation of modular arithmetic operations tabular principle basis (based on the use of small ROM).

Tabular methods for the implementation of arithmetic modular operations of addition, subtraction and multiplication based on the use of the TMC are proposed for consideration. In the performing, using the tabular methods of modular arithmetic operations developed in the article, it was possible to reduce the amount of equipment of the TOU through which these operations are implemented. Note that with an increase in the length of the bit grid, which is typical for the modern trend in the development of powerful computing systems, the efficiency of using the proposed tabular methods for performing modular arithmetic operations increases significantly.

As experiments carried out in this article, we can consider a brief description of the structures and content of two methods (Fig. 1, 2) and two algorithms for the tabular implementation of modular arithmetic operations of addition-subtraction (Tables 10, 11).

The proposed methods are brought to algorithms, on the basis of which classes of patentable devices that implement these algorithms have been developed and for which Ukrainian patent have been received (state patent of Ukraine for the invention № 106343 from 11.08.2014. “A device for tabular implementation of arithmetic operations of multiplication and addition of numbers modulo m_i of the residual class.”).

Some of the results obtained in the article are a definite contribution to the theory and practice of tabular arithmetic, which can be used to create CS in the SRC.

5 RESULTS

As a demonstration of the effectiveness of the developed methods, consider examples of a specific implementation of arithmetic modular operations of multiplication, addition and subtraction for a module equal to the value $m_i = 5$. In this case, for the tabular method of the table for the implementation of modular operations of using TMC the initial data are presented in Tables 1–9. The first and second algorithms for performing modular addition and subtraction operations, respectively, by the first and second methods, are presented in Table 10 and Table 11, respectively.

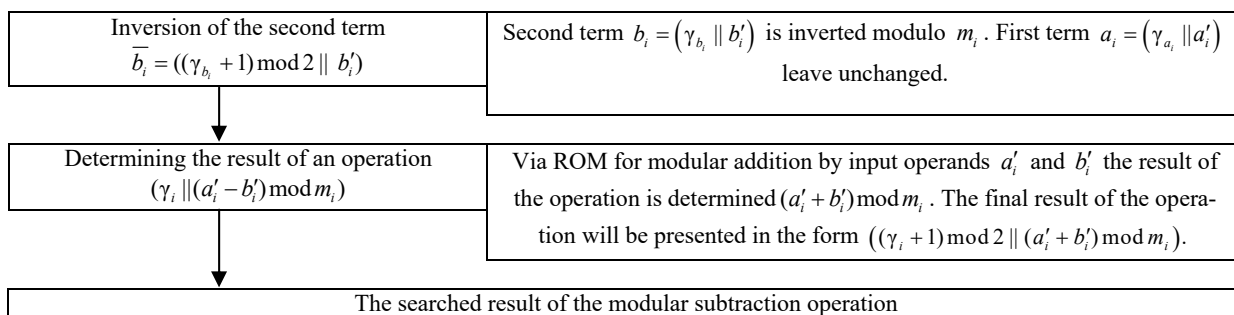


Figure 2 – The method of performing the operation of modular subtraction using tables that implement the operation of modular addition

Table 1 – Table multiplication code

a_i	TMC		a_i	TMC	
	γ_{a_i}	a'_i		γ_{a_i}	a'_i
1	0	1	3	1	2
2	0	2	4	1	1

Table 2 – Full table of modular multiplication

$a_i \backslash b_i$	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Table 3 – Full table of modular addition

$a_i \backslash b_i$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Table 4 – Full table of modular subtraction

$a_i \backslash b_i$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	4	0	1	2	3
2	3	4	0	1	2
3	2	3	4	0	1
4	1	2	3	4	0

Table 5 – First table of modular multiplication

$a_i \backslash b_i$	1	2
1	4	3
2	3	1

Table 6 – First table of modular subtraction

$a_i \backslash b_i$	1	2
1	4	3
2	3	1

Table 7 – Second table of modular subtraction

$a_i \backslash b_i$	2	1
1	4	3
2	3	1

Table 8 – First table of modular addition

$a_i \backslash b_i$	1	2
1	4	3
2	3	1

Table 9 – Second table of modular addition

		a_i	
		2	1
b_i		3	4
		1	4
1	4	1	0
2	3	0	1

In the implementing modular operations using the first algorithm, the TOU CS is based on three ROMs. The first ROM implements the II-quadrant of the complete multiplication table (Table 5); the second and third ROMs implement, respectively, I (Table 7) and II (Table 6) quadrants of the complete subtraction table).

In the implementing modular operations using the second algorithm, the TOU CS is also based on three

ROMs, each of which implements 0.25 parts of the corresponding complete table of modular multiplication operations (Table 2) and addition (Table 3). The first ROM implements the II-quadrant of the complete multiplication table (Table 5); the second and third ROMs implement, respectively, I (Table 9) and II (Table 8) quadrants of the complete addition table. In this regard, the TMC acquired a new quality and became a universal tabular code for performing three arithmetic modular operations: addition, subtraction and multiplication.

In the implementing the arithmetic operations of addition and subtraction, the second proposed universal method makes it possible to implement a modular operation in less time and with less hardware costs (compared to the first method).

Table 10 – Algorithm for executing the first method

1	2	3	4	5
$(a_i - b_i) \bmod m_i$	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 0$)	Quadrant II is used (Table 6) of the complete table of modular subtraction	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 6 ($\gamma_r = \gamma_i$)
			$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined by inverting modulo m_i the node values of Table 6 ($\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2$)
	$\gamma_{a_i} \neq \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 1$)	Quadrant I is used (Table 7) of the complete table of modular subtraction	$\gamma_{a_i} = 1, \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 7 ($\gamma_r = \gamma_i$)
			$\gamma_{a_i} = 0, \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 7 ($\gamma_r = \gamma_i$)
$(a_i + b_i) \bmod m_i$	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 0$)	Quadrant I is used (Table 7) of the complete table of modular subtraction	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 7 ($\gamma_r = \gamma_i$)
			$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined by inverting modulo m_i the node values of Table 7 ($\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2$)
	$\gamma_{a_i} \neq \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 1$)	Quadrant II is used (Table 6) of the complete table of modular subtraction	$\gamma_{a_i} = 1, \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 6 ($\gamma_r = \gamma_i$)
			$\gamma_{a_i} = 0, \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined by inverting modulo m_i the node values of Table 6 ($\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2$)

Table 11 – Algorithm for executing the second method

1	2	3	4	5
$(a_i - b_i) \bmod m_i$	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 0$)	Quadrant I is used (Table 9) of the complete table of modular addition	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined by inverting modulo m_i the node values of Table 9 ($\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2$)
			$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 9 ($\gamma_r = \gamma_i$)
	$\gamma_{a_i} \neq \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 1$)	Quadrant II is used (Table 8) of the complete table of modular addition	$\gamma_{a_i} = 1, \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined by inverting modulo m_i the node values of Table 8 ($\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2$)
			$\gamma_{a_i} = 0, \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 8 ($\gamma_r = \gamma_i$)
$(a_i + b_i) \bmod m_i$	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 0$)	Quadrant II is used (Table 8) of the complete table of modular addition	$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 8 ($\gamma_r = \gamma_i$)
			$\gamma_{a_i} = \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined by inverting modulo m_i the node values of Table 8 ($\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2$)
	$\gamma_{a_i} \neq \gamma_{b_i}$ ($\gamma_i = 1$)	Quadrant I is used (Table 9) of the complete table of modular addition	$\gamma_{a_i} = 1, \gamma_{b_i} = 0$	The result is determined directly by the values of the nodes in Table 9 ($\gamma_r = \gamma_i$)
			$\gamma_{a_i} = 0, \gamma_{b_i} = 1$	The result is determined by inverting modulo m_i the node values of Table 9 ($\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2$)

To confirm the efficiency of the developed methods and algorithms, consider some examples for the residues are given $a_i = 2$ and $b_i = 4$ numbers modulo $m_i = 5$, which in the TMC are presented in the form $a_i = (\gamma_{a_i} \parallel a'_i) = (0 \parallel 2)$ and $b_i = (\gamma_{b_i} \parallel b'_i) = (1 \parallel 1)$, look at expression (1) and Table 1. In accordance with expression (2), get that $\gamma_i = (\gamma_{a_i} + \gamma_{b_i}) \bmod 2$.

Consider performing the operations of multiplying the residues $a_i = 2$ and $b_i = 4$ numbers modulo $m_i = 5$ using TMC. Using expression (6), the result of the operation will be represented as $(a_i \cdot b_i) \bmod m_i = (\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i))$. In accordance with expression (2) get, $\gamma_i = 1$, $\gamma_r = \gamma_i = 1$, and $\Phi(a'_i, b'_i) = 2$ (Table 5). Thus, the result of modular arithmetic multiplication $(a_i \cdot b_i) \bmod m_i = (2 \cdot 4) \bmod 5 = (\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i)) = (1 \parallel 2) = 3$. Check: $(2 \cdot 4) = 3 \pmod{5}$, see Table 1, 2 and 5.

Consider the execution of the modular addition operation $(a_i + b_i) \bmod m_i$ for the first and second algorithms (the first and second methods):

The first algorithm (Table 10). The result of the modular addition is presented in the form $(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i))$, where $\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2 = (1 + 1) = 0 \pmod{2}$ and $\Phi(a'_i, b'_i) = 1$ (Table 6). Check: $(2 + 4) = 1 \pmod{5}$, see Table 1, 3, 6 and 10.

The second algorithm (Table 11). The result of the modular addition operation is represented in the form $(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i))$, where $\gamma_r = (\gamma_i + 1) \bmod 2 = (1 + 1) \bmod 2 = 0$. By values of $a'_i = 2$ and $b'_i = 1$, in Table 9, the value is 1. The result of the operation will be as follows $(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i)) = (0 \parallel 1)$. Check: $(2 + 4) = 1 \pmod{5}$, see Table 1, 3, 9 and 11.

Consider the operation of modular subtraction for the first and second algorithms (the first and second methods):

The first algorithm (Table 10). The result of the modular subtraction operation is represented as $(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i))$, where $\Phi(a'_i, b'_i)$ – the value assigned to the node in the second modular subtraction table (Table 7) with coordinates $a'_i = 2$ and $b'_i = 1$. In accordance with the first algorithm (Table 10), given that $\gamma_i = 1$, sign value of γ_r the result of the modular subtraction operation is $\gamma_r = \gamma_i = 1$. The value of $\Phi(a'_i, b'_i)$ assigned to the node of Table 7 with coordinates $a'_i = 2$ and $b'_i = 1$, equals $\Phi(a'_i = 2, b'_i = 1) = 2$. The result of the operation of modular subtraction $(a_i - b_i)$ in the TMC, in accordance with the first algorithm, will be equal to $(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i)) = (1 \parallel 2)$. Check: $(2 - 4) \bmod 5 = 3 \pmod{5}$, see Table 1, 4, 7 and 10.

The second algorithm (Table 11). Consider the implementation of the modular subtraction operation

$(a_i - b_i)$ in the TMC, the result of the operation will be presented in the form $(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i))$, where $\gamma_r = \gamma_i = 1$ $\Phi(a'_i = 2, b'_i = 1) = 2$ (Table 8). The result of the operation of modular subtraction in the TMC, in accordance with the second algorithm, will be equal to $(\gamma_r \parallel \Phi(a'_i, b'_i)) = (1 \parallel 2)$. Check: $(2 - 4) \bmod 5 = 3 \pmod{5}$, see Table 1, 4, 8 and 11.

The results of the experimental or theoretical data obtained in the article consist in the development of two methods and two algorithms for the implementation of modular arithmetic operations of addition-subtraction in the SRC, by means of the TMC. The obtained scientific and theoretical results of the article represent a significant step forward compared to previous studies in the field of the theory of the implementation of modular operations using the tabular principle. So, Fig. 1 shows a method for performing a modular addition operation using table data that implements a modular subtraction operation, and Fig. 2 shows a method for performing a modular subtraction operation using table data that implements a modular addition operation. For this, digital data of tables for the implementation of integer modular addition-subtraction operations were developed (Tables 1–9). When developing the theoretical part, the methods for performing arithmetic modular operations presented in the article, various methods of cognition were used. For example, when synthesizing a non-positional code structure in the SRC, the induction method was used, and when implementing modular operations in the SRC, the deduction method and others were used. Based on the developed methods, algorithms for performing modular arithmetic operations of addition-subtraction in the SRC are presented (Tables 10, 11).

6 DISCUSSION

The analysis and assessment of the reliability of the results is based, firstly, on the correct use of the rules of tabular arithmetic. Secondly, on a clear and complete use of the properties of the SRC. And, finally, thirdly, the reliability of the results is confirmed by examples of tabular implementation of arithmetic modular addition-subtraction operations in the SRC, by means of the TMC, for specific values of the residues of numbers in the SRC. The scientific results obtained in this article refute similar results of prominent scientists in the field of implementation of tabular modular operations. So, for example, in chapter 6 “Computer components in the system of residual classes”, 6.3 “Fundamentals of tabular arithmetic”, on page 337 in the monograph of Aksushskiy I.Ya. and Yuditskiy D.I. “Machine arithmetic in residual classes”, who are the founders of scientific and technical developments in the field of the SRC in the USSR, the following is noted “... the tabular multiplication code is fundamentally unsuitable for use in the addition operation ...”[1]. This conclusion contradicts the conclusion of this article about the effective use of the TMC not only for the operation of modular multiplication, but also for the implementation of modular addition-subtraction operations. The

practical application of the results of the article is possible when creating a tabular operating device of a computer system operating in the SRC. The expediency of further research in the field of application of tabular arithmetic is due to the fact that this approach makes it possible to create high-speed and reliable computer systems.

CONCLUSIONS

A scientific and technical problem has been solved, which consists in developing methods and algorithms for the tabular implementation of the arithmetic operations of multiplication, addition and subtraction of the residues of two numbers based on the use of the tabular multiplication code.

The scientific novelty of obtained results is that two new tabular methods for the implementation of arithmetic modular operations of addition and subtraction have been created based on the use of the TMC, despite the difference in the digital structure of the tables of these modular operations. The use of the developed methods makes it possible to reduce the number of TOU CS equipment that implements the modular operations of addition, subtraction and multiplication by reducing the matching circuits AND in the nodes of the tables for implementing arithmetic operations based on the TMC. Based on these methods, algorithms for the tabular implementation of modular arithmetic operations of addition and subtraction have been developed. With the help of these algorithms, it is possible to synthesize a structurally simple, high-reliable and high-speed TOU CS operating in the SRC, which is based on three separate ROMs, each of which implements only 0.25 of the corresponding complete table of values of the modular operation, which was previously assumed impossible in the theory of tabular arithmetic.

The practical significance of obtained results is that in the performing, using the tabular methods developed in the article, modular arithmetic operations, it was possible to reduce 75% of the equipment of the TOU CS, through which these operations are implemented. This, in turn, as shown by the calculations, depending on the length of the bit grid of the CS, made it possible to reduce to $\approx (50-60)\%$ of the equipment of the TOU CS in the SRC. Note that with an increase in the bit grid length CS, which is typical for the modern trend in the development of powerful computing systems, the efficiency of using the proposed tabular methods for performing modular arithmetic operations increases significantly. Some of the results obtained in the article are a definite contribution to the theory and practice of tabular arithmetic and it can be used when creating a CS in the SRC.

Prospects for further research are to create a tabular method for implementing integer arithmetic modular division operations based on the use of the TMC.

REFERENCES

1. Akushskij I. Ya., Yudickij D. I. Mashinnaya arifmetika v ostatochnyx klassax. Moscow, Sov. radio, 1968, 440 p.
2. Gérard B., Kammerer J.-G., Merliche N. Contributions to the Design of Residue Number System Architectures, *Proceedings 22nd IEEE International Symposium on Computer Arithmetic*. France, 2015, pp. 105–112. DOI: 10.1109/ARITH.2015.25.
3. Bayoumi M., Jullien G. and Miller W. A VLSI implementation of residue adders, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, March 1987, Vol. 34, № 3, pp. 284–288. DOI: 10.1109/TCS.1987.1086130
4. Chao Huang D., Peterson, Rauch H., Teague J. and Fraser D. Implementation of a fast digital processor using the residue number system, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, January 1981, Vol. 28, No. 1, pp. 32–38. DOI: 10.1109/TCS.1981.1084905.
5. Ulman Z., Czyzak M. and Zurada J. Effective RNS scaling algorithm with the Chinese remainder theorem decomposition, *Proceedings of IEEE Pacific Rim Conference on Communications Computers and Signal Processing*, 1993, Vol. 2, pp. 528–531 DOI: 10.1109/PACRIM.1993.407305.
6. Gregory R. T., Krishnamurthy E. V. Residue or Modular Arithmetic. In: *Methods and Applications of Error-Free Computation, Texts and Monographs in Computer Science*. New York, Springer, 1984. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-5242-9_1
7. Safari A., Nugent J. and Kong Y. Novel implementation of full adder based scaling in Residue Number Systems, *2013 IEEE 56th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*, 2013, pp. 657–660, DOI: 10.1109/MWSCAS.2013.6674734.
8. Wei S. Fast signed-digit arithmetic circuits for residue number systems, *2015 IEEE International Conference on Electronics, Circuits, and Systems (ICECS)*, December, 2015, pp. 344–347. DOI: 10.1109/ICECS.2015.7440319.
9. Mohan P. V. A. Residue Number Systems: Theory and Applications. Birkhäuser Basel, Springer International Publishing, Switzerland, 2016, 351 p. DOI: 10.1007/978-3-319-41385-3_29
10. Krasnobayev V., Kuznetsov A., Yanko A., Akhmetov B., Kuznetsova T. Processing of the residuals of numbers in real and complex numerical domains, *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*. Berlin, Springer, 2021, pp. 529–555. DOI: 10.1007/978-3-030-43070-2_24
11. Piestrak S. J. Design of residue generators and multioperand modular adders using carry-save adders, *Proceedings 10th IEEE Symposium on Computer Arithmetic*, 26–28 June, 1991, pp. 100–107. DOI: 10.1109/ARITH.1991.145540
12. Gorbenco I., Hanzia R. Examination and implementation of the fast method for computing the order of elliptic curve, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2017, Vol. 2, No. 9(86), pp. 11–21. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.95194
13. Krasnobayev V., Kuznetsov A., Yanko A., Koshman S., Zamula A. and Kuznetsova T. Data processing in the system of residual classes : monograph, ASC Academic Publishing, 2019, 208 p. ISBN: 978-0-9989826-6-3 (Hardback), ISBN: 978-0-9989826-7-0 (Ebook).
14. Szabo N. S., Tanaka R. I. Residue Arithmetic and Its Applications to Computer Technology. New York, McGraw-Hill, 1967, 236 p.
15. Kazymyrov O., Oliynykov R., Raddum H. Influence of addition modulo $2n$ on algebraic attacks, *Cryptography and Communications*, April 2016, Vol. 8, Issue 2, pp. 277–289. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12095-015-0136-7>
16. Krasnobayev V. A., Yanko A. S., Koshman S. A. Algorithms of data processing in the residual classes system, *2017 4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*. Kharkov, 2017, pp. 117–121. DOI: 10.1109/INFOCOMMST.2017.8246363
17. Arnold M. G. The Residue Logarithmic Number System: Theory and Implementation, *17th IEEE International Symposium on Computer Arithmetic*, 2005, pp. 196–205 DOI: 10.1109/ARITH.2005.44

18. Gavrylenko S. Y., Chelak V. V., Semenov S. G. Development of method for identification the computer system state based on the decision tree with multi-dimensional nodes, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2022, No. (2), pp. 113–121. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2022-2-11>
19. Wang Y., Song X., Aboulhamid M., Shen H. Adder based residue to binary number converters for $(2/\sup n/-1, 2/\sup n/, 2/\sup n/+1)$, *IEEE Transactions on Signal Processing*, July 2002, Vol. 50, № 7, pp. 1772–1779. DOI: 10.1109/TSP.2002.1011216
20. Wang Wei, Swamy M. N. S., Ahmad M. O., Wang Yuke A study of the residue-to-binary converters for the three-moduli sets, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, February 2003*, Vol. 50, No. 2, pp. 235–243. DOI: 10.1109/TCSI.2002.808191

Received 09.09.2022.
Accepted 26.10.2022.

УДК 681.142.01

МЕТОДИ ТАБЛИЧНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ АРИФМЕТИЧНИХ ОПЕРАЦІЙ ЗАЛИШКІВ ДВОХ ЧИСЕЛ, ПРЕДСТАВЛЕНИХ У СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ

Краснобаєв В. А. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри електроніки та управляючих систем Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, Харків, Україна.

Янко А. С. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава, Україна.

Ковальчук Д. М. – аспірант кафедри електроніки та управляючих систем Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Розглянуто задачу реалізації модульних арифметичних операцій додавання, віднімання та множення табличним методом на основі використання коду табличного множення. Об'єктом дослідження є процес реалізації арифметичних модульних операцій додавання, віднімання та множення. Мета роботи – розробити методи табличної реалізації арифметичних операцій додавання, віднімання та множення залишків двох чисел на основі використання коду табличного множення.

Метод. Запропоновано до розгляду табличні методи реалізації цілочисельних арифметичних модульних операцій додавання, віднімання та множення. З метою скорочення кількості обладнання табличного операційного пристрою комп'ютерних систем, що реалізує модульні операції додавання, віднімання та множення, за рахунок скорочення схем збігу І у вузлах таблиць реалізації арифметичних операцій, на основі коду табличного множення, розроблено два методи виконання арифметичних модульних операцій додавання та віднімання. В основу даних методів покладено код табличного множення, використання якого дозволить зменшити кількість обладнання табличного операційного пристрою. Таким чином, незважаючи на відмінність цифрової структури таблиць модульних операцій додавання, віднімання та множення, на основі використання коду табличного множення, створено два нові табличні методи реалізації арифметичних модульних операцій додавання та віднімання. На їх основі розроблено алгоритми табличного виконання модульних арифметичних операцій додавання та віднімання. За допомогою цих алгоритмів можна синтезувати конструктивно простий, високонадійний та швидкодіючий табличний операційний пристрій, що функціонує в системі залишкових класів, основу якого складають три окремих постійних запам'ятовувачів пристрої, кожен з яких реалізує лише одну четверту частину відповідної повної таблиці значень модульної операції, що раніше в теорії табличної арифметики передбачалося неможливим.

Результати. Розроблені методи обґрунтовані теоретично та досліджені при виконанні арифметичних модульних операцій додавання, віднімання та множення за допомогою табличних процедур.

Висновки. Проведені приклади реалізації цілочисельних арифметичних модульних операцій додавання та віднімання можна розглядати як представлені експерименти. Отримані результати дозволяють рекомендувати їх використання на практиці проектування комп'ютерних систем, що функціонують у непозиційній системі числення в залишкових класах. Перспективи подальших досліджень можуть полягати у створенні табличного методу реалізації цілочисельної арифметичної модульної операції ділення на основі використання коду табличного множення.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: модульна арифметична операція, система залишкових класів, таблична арифметика, код табличного множення.

УДК 681.142.01

МЕТОДЫ ТАБЛИЧНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ ОСТАТКОВ ДВУХ ЧИСЕЛ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

Краснобаев В. А. – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры электроники и управляющих систем Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина, Харьков, Украина.

Янко А. С. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры компьютерных и информационных технологий и систем Национального университета «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка», Полтава, Украина.

Ковальчук Д. М. – аспирант кафедры электроники и управляющих систем Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина, Харьков, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Рассмотрена задача реализации модульных арифметических операций сложения, вычитания и умножения табличным методом на основе использования кода табличного умножения. Объектом исследования являлась процесс реализации арифметических модульных операций сложения, вычитания и умножения. Цель работы – разработать методы табличной реализации арифметических сложения, вычитания и умножения остатков двух чисел на основе использования кода табличного умножения.

Метод. Предложены к рассмотрению табличные методы реализации целочисленных арифметических модульных операций сложения, вычитания и умножения. С целью сокращения количества оборудования табличного операционного устройства компьютерных систем, реализующего модульные операции сложения, вычитания и умножения, за счет сокращения

схем совпадения И в узлах таблиц реализации арифметических операций, на основе кода табличного умножения, разработаны два метода выполнения арифметических модульных операций сложения и вычитания. В основу данных методов положен код табличного умножения, использования которого позволит уменьшить количество оборудования табличного операционного устройства. Таким образом, несмотря на различие цифровой структуры таблиц модульных операций сложения, вычитания и умножения, на основе использования кода табличного умножения, созданы два новых табличных методов реализации арифметических модульных операций сложения и вычитания. На их основе разработаны алгоритмы табличного выполнения модульных арифметических операций сложения и вычитания. С помощью этих алгоритмов можно синтезировать конструктивно простое, высоконадежное и быстродействующее табличное операционное устройство, функционирующая в системе остаточных классов, основу которого составляют три отдельных постоянных запоминающих устройства, каждый из которых реализует только одну четвертую часть соответствующей полной таблицы значений модульной операции, что ранее в теории табличной арифметики предполагалось невозможным.

Результаты. Разработанные методы обоснованы теоретически и исследованы при выполнении арифметических модульных операций сложения, вычитания и умножения с помощью табличных процедур.

Выводы. Проведенные примеры реализации целочисленных арифметических модульных операций сложения и вычитания можно рассматривать в качестве представленных экспериментов. Полученные результаты позволяют рекомендовать их для использования на практике проектирования компьютерных систем, функционирующих в непозиционной системе счисления в остаточных классах. Перспективы дальнейших исследований могут заключаться в создании табличного метода реализации целочисленной арифметической модульной операций деления на основе использования кода табличного умножения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: модульная арифметическая операция, система остаточных классов, табличная арифметика, табличный код умножения.

ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Акушкин И. Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И. Я. Акушкин, Д. И. Юдицкий. – Москва : Сов. радио, 1968. – 440 с.
2. Gérard B. Contributions to the Design of Residue Number System Architectures / B. Gérard, J.-G. Kammerer, N. Merkiche // Proceedings 22nd IEEE International Symposium on Computer Arithmetic. – France, 2015. – P. 105–112. DOI: 10.1109/ARITH.2015.25.
3. Bayoumi M. A VLSI implementation of residue adders / M. Bayoumi, G. Jullien and W. Miller // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – March 1987. – Vol. 34, № 3. – P. 284–288. DOI: 10.1109/TCS.1987.1086130
4. Implementation of a fast digital processor using the residue number system / [Chao Huang D. Peterson, H. Rauch, J. Teague and D. Fraser] // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – January 1981. – Vol. 28, № 1. – P. 32–38. DOI: 10.1109/TCS.1981.1084905.
5. Ulman Z. Effective RNS scaling algorithm with the Chinese remainder theorem decomposition / Z. Ulman, M. Czyzak and J. Zurada // Proceedings of IEEE Pacific Rim Conference on Communications Computers and Signal Processing. – 1993. – Vol. 2. – P. 528–531 DOI: 10.1109/PACRIM.1993.407305.
6. Gregory R. T. Residue or Modular Arithmetic. In: Methods and Applications of Error-Free Computation / R. T. Gregory, E. V. Krishnamurthy // Texts and Monographs in Computer Science. – New York : Springer, 1984. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-5242-9_1
7. Safari A. Novel implementation of full adder based scaling in Residue Number Systems / A. Safari, J. Nugent and Y. Kong, // 2013 IEEE 56th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS). – 2013. – P. 657–660. DOI: 10.1109/MWSCAS.2013.6674734.
8. Wei S. Fast signed-digit arithmetic circuits for residue number systems / S. Wei // 2015 IEEE International Conference on Electronics, Circuits, and Systems (ICECS). – December, 2015. – P. 344–347. DOI: 10.1109/ICECS.2015.7440319.
9. Mohan P. V. A. Residue Number Systems: Theory and Applications / P. V. A. Mohan. – Birkhäuser Basel: Springer International Publishing, Switzerland, 2016. – 351 p. DOI: 10.1007/978-3-319-41385-3_2_9
10. Krasnobayev V. Processing of the residuals of numbers in real and complex numerical domains / [V. Krasnobayev, A. Kuznetsov, A. Yanko et al.] // Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies. – Berlin : Springer, 2021. – P. 529–555. DOI: 10.1007/978-3-030-43070-2_24
11. Piestrak S. J. Design of residue generators and multioperand modular adders using carry-save adders / S. J. Piestrak // Proceedings 10th IEEE Symposium on Computer Arithmetic, 26–28 June, 1991. – P. 100–107. DOI: 10.1109/ARITH.1991.145540
12. Gorbenko I. Examination and implementation of the fast method for computing the order of elliptic curve / I. Gorbenko, R. Hanzia // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol. 2, № 9(86). – P. 11–21. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.95194
13. Data processing in the system of residual classes : monograph. / [V. Krasnobayev, A. Kuznetsov, A. Yanko et al.], – ASC Academic Publishing, 2019. – 208 p. – ISBN: 978-0-9989826-6-3 (Hardback), ISBN: 978-0-9989826-7-0 (Ebook).
14. Szabo N. S. Residue Arithmetic and Its Applications to Computer Technology / N. S. Szabo, R. I. Tanaka. – New York : McGraw-Hill, 1967. – 236 p.
15. Kazymyrov O. Influence of addition modulo $2n$ on algebraic attacks / O. Kazymyrov, R. Oliynykov, H. Raddum // Cryptography and Communications, April 2016. – Vol. 8, Issue 2. – P. 277–289. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12095-015-0136-7>
16. Krasnobayev V. A. Algorithms of data processing in the residual classes system / V. A. Krasnobayev, A. S. Yanko, S. A. Koshman // 2017 4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T). – Kharkov, 2017. – P. 117–121. DOI: 10.1109/INFOCOMMST.2017.8246363
17. Arnold M. G. The Residue Logarithmic Number System: Theory and Implementation / M. G. Arnold // 17th IEEE International Symposium on Computer Arithmetic. – 2005. – P. 196–205. DOI: 10.1109/ARITH.2005.44
18. Gavrylenko S. Y. Development of method for identification the computer system state based on the decision tree with multi-dimensional nodes / S. Y. Gavrylenko, V. V. Chelak, S. G. Semenov // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2022. – No. 2. – P. 113–121. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2022-2-11>
19. Adder based residue to binary number converters for $(2/\sup n/-1, 2/\sup n/, 2/\sup n/+1)$ / [Y. Wang, X. Song, M. Aboulhamid, H. Shen] // IEEE Transactions on Signal Processing. – July 2002. – Vol. 50, № 7. – P. 1772–1779. DOI: 10.1109/TSP.2002.1011216
20. A study of the residue-to-binary converters for the three-moduli sets / [Wei Wang, M. N. S. Swamy, M. O. Ahmad, Yuke Wang] // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – February 2003. – Vol. 50, № 2. – P. 235–243. DOI: 10.1109/TCSI.2002.808191.

RESTORATION OF DISCONTINUOUS FUNCTIONS BY DISCONTINUOUS INTERLINATION SPLINES

Pershyna I. I. – Dr. Sc., Associate Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The problem of development and research of methods for approximation of discontinuous functions by discontinuous interlining splines and its further application to problems of computed tomography. The object of the study was the modeling of objects with a discontinuous internal structure.

Objective. The aim of this study is to develop a general method for constructing discontinuous interlining polynomial splines, which, as a special case, include discontinuous and continuously differentiated splines.

Method. Modern methods of restoring functions are characterized by new approaches to obtaining, processing and analyzing information. There is a need to build mathematical models in which information can be represented not only by function values at points, but also in the form of a set of function traces on planes or straight lines.

At the same time, practice shows that among the multidimensional objects that need to be investigated, more problems are described by a discontinuous functions.

The paper develops a general method for constructing discontinuous interlining polynomial splines, which, as a special case, include discontinuous and continuously differentiable splines. It is considered that the domain of the definition of the required two-dimensional function is divided into rectangular elements. Theorems on interlining and approximation properties of such discontinuous constructions are formulated and proved. The method is developed for approximating discontinuous functions of two variables based on the constructed discontinuous splines. The input data are the traces of an unknown function along a given system of mutually perpendicular straight lines. The proposed method has not only theoretical significance but also practical application in the IT domain, especially in computing tomography, allowing more accurately restore the internal structure of the body.

Results. The discontinuous interlining operator from known traces of the function of two variables on a system of mutually perpendicular straight lines is researched.

Conclusions. The functions of two variables that are discontinuous at some points or on some lines are better approximated by discontinuous spline interlinants. At the same time, equally high approximation estimates can be obtained. The results obtained have significant advantages over existing methods of interpolation and approximation of discontinuous functions. In further research, the authors plan to develop a theory of discontinuous splines on areas of complex shape bounded by arcs of known curves.

KEYWORDS: image processing, polynomial splines, interlining, discontinuous functions, approximation.

NOMENCLATURE

$\phi l_i^+(y)$ is a trace of function along the straight $x = x_i$ on the right;

$\phi l_i^-(y)$ is a trace of function along the straight $x = x_i$ on the left;

$f(x_k, y)$ is a trace of function on the line $x = x_k$;

$f(x, y_\ell)$ is a trace of function on the line $y = y_\ell$;

Π_{ij} is a rectangular element size $(x_{i-1}, x_i) \times (y_{j-1}, y_j)$;

$h1_{k,s}(x)$, $h2_{l,p}(x)$ are basic Hermitian polynomials of degree $2\rho - 1$ with properties;

$S_{ij}(x, y)$ is a discontinuous interlining polynomial spline, which corresponds to a given partition into rectangular elements Π_{ij} ;

$L_{ij}(x, y)$ is a discontinuous interpolation spline, which corresponds to a given partition into rectangular elements Π_{ij} ;

$C_{i,j}^{\pm\pm}$ is an one-sided function values at a point (x_i, y_j) ;

$C^{u,v}(D)$ is a class of two variables functions, which are defined and continuous in the domain and have continuous derivatives.

INTRODUCTION

The main attention in the theory of approximation of several variables functions by splines is given to the approximation of continuous and differentiable functions by continuous and differentiable splines ([1–3]), when using the least squares method [4, 5]. At the same time, the practice shows that among the multidimensional objects that need to be investigated, a larger number of problems are described by discontinuous functions. For example, in the methods of computed tomography, nowhere is information about the internal structure of the human body used (the stomach has one shape and the corresponding density of its tissues, the liver has a different shape and a different density of its tissues, the pancreas has its shape and density of tissues, the spine has its density, etc.)

In [6], it was proposed to use a priori information about parts for a more accurate description of the internal structure of a 3D body using the corresponding functions of three variables included in the equations where is the number of objects of the internal structure of the body to better restore it by computed tomography methods. In this method, it is proposed to use information about the inter-

nal structure of the body in the form of a discontinuous function of three variables, which has discontinuities at the points of surfaces separating adjacent subregions.

The development of computational and applied mathematics suggests that the use of additional information about the object under study can lead to a more accurate restoration of this object. For example, in [7] it is proposed to use the equation of the surface of the human skull to more accurately restore the internal structure of the body.

In addition, we will give the following example. In solid mechanics, one of the most difficult problems is the problem of investigating cracks at the internal points of the body. It can be said that such a body has a discontinuous density: beyond the boundaries of the crack – one density, in the area bounded by the walls of the crack – another density.

The object of study is mathematical modeling of a discontinuous two-dimensional function by function interlination.

The function interlination operator allows you to restore a function of two variables with high accuracy. Traces functions on lines are used by the function interlining operator.

The subject of study is the theory of discontinuous intrinational splines.

The purpose of the work is to construct a discontinuous interlination spline to restore a two-dimensional function that has discontinuities of the first kind, when the sets of traces of the function on the lines are used as function information.

1 PROBLEM STATEMENT

Let a discontinuous function of two variables $f(x,y)$ is given in the domain D . Suppose that the domain D is divided by straight lines $x_0=0 < x_1 < x_2 < \dots < x_m=1$, $y_0=y_0 < y_1 < y_2 < \dots < y_n=1$ into rectangular elements $\Pi_{ij} = (x_{i-1}, x_i) \times (y_{j-1}, y_j)$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$. The function $f(x,y)$ and its derivatives up to $\rho-1$ order have discontinuities of the first kind at the boundaries between these rectangular elements (not necessarily between all elements). It is required to construct a discontinuous spline such that the interlining and approximation properties are fulfilled.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

Over the years, methods have been developed that approximate various important functions. These methods include Fourier series, Chebyshev series, Fourier-Jacobi and Pade-Jacobi polynomials, rational functions of Pade-Jacobi, Pade-Chebyshev and Pade-Legendre, as well as fractional and quasi-fractional approximations [8–11]. But these methods have a bad effect on the convergence of series when approximating functions with singularities. Loss of convergence occurs in the region with discontinuities and is called the Gibbs phenomenon. This phenomenon manifests itself in the vicinity of the discontinu-

ity jumps and is an obstacle to the restoration of a discontinuous function. There are methods to reduce the Gibbs phenomenon [12, 13]. However, they do not completely remove it at all. A.L. Ageeva and T.V. Antonov proposed a method for determining the number of breakpoints and their positions based on the use of the Gibbs phenomenon [14, 15]. But the method requires more information: the smallest and largest values of the jumps of the approximate function. It is also assumed that the intervals in which the Gibbs phenomena arise do not intersect, i.e. it is impossible to separate the breakpoints that are close to each other.

That is, the development of the theory of approximation of discontinuous functions using discontinuous splines is a relevant task. This work belongs to a series of works by the authors aimed at the study and improvement of mathematical models in computed tomography [16–18]. To date, tomography has developed many computational methods, algorithms and software tools aimed at restoring the internal properties of an object. They perform well when restoring objects with smooth properties, but give unsatisfactory results for objects with discontinuous characteristics. Therefore, there is a need to create mathematical methods for approximating discontinuous functions for a more accurate idea of the structure of the studied object.

A series of works by authors [19, 20] devoted to solving the flat problem of Radon computed tomography using the heterogeneity of the internal structure of a two-dimensional body. For this purpose, it is advisable to use function interlination operators, since these operators restore (possibly approximated) functions on their known traces on a given system of lines. They provide an opportunity to construct operators whose integrals from these lines (linear integrals) will be equal to integrals from the most renewable function. That is, interlination is a mathematical apparatus, naturally related to the task of restoring the characteristics of objects according to their known projections. This article is a continuation of this article series.

In this article, we construct the discontinuous interlination operator from known traces of the function of two variables on a system of mutually perpendicular straight lines.

3 MATERIALS AND METHODS

Let us introduce the notation:

$$\varphi l_i^+(y) = \lim_{x \rightarrow x_i+0} f(x, y), \quad \varphi l_i^-(y) = \lim_{x \rightarrow x_i-0} f(x, y) \quad -$$

function traces on the straight $x = x_i$, $i = \overline{1, m}$. If

$\varphi l_i^+(y) = \varphi l_i^-(y)$, then the function $f(x,y)$ is continuous on the line $x=x_i$, otherwise it has a break on the given line. Consider the element $\Pi_{ij} = (x_{i-1}, x_i) \times (y_{j-1}, y_j)$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$.

Definition. We will call a discontinuous interlination polynomial spline in a domain D , which corresponds to a

given partition into subdomains Π_{ij} , the following function

$$\begin{aligned} S(x, y) &= S_{ij}(x, y), (x, y) \in \Pi_{ij} \\ S_{ij}(x, y) &= S1_{ij}(x, y) + S2_{ij}(x, y) - S12_{ij}(x, y), \\ (x, y) &\in \Pi_{ij} \subset D \end{aligned} \quad (1)$$

where

$$\begin{aligned} S1_{ij}(x, y) &= \\ &= S1_{ij}(x, y; \{\varphi1_{i-1,s}(y)\}; \{\varphi1_{i,s}(y)\}, s = \overline{0, \rho-1}) = \\ &= \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi1_{i-1,s}^+(y) \cdot h1_{i-1,s}(x) + \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi1_{i,s}^-(y) \cdot h1_{i,s}(x); \\ S2_{ij}(x, y) &= \\ &= S2_{ij}(x, y; \{\varphi2_{j-1,p}(x)\}; \{\varphi2_{j,p}(x)\}, p = \overline{0, \rho-1}) = \\ &= \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi2_{j-1,p}^+(x) \cdot h2_{j-1,p}(y) + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi2_{j,p}^-(x) \cdot h2_{j,p}(y); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S12_{ij}(x, y) &= \\ &= S12_{ij}(x, y; \{\varphi1_{i-1,s}(y)\}; \{\varphi1_{i,s}(y)\}, s = \overline{0, \rho-1}, \\ &\quad \{\varphi2_{j-1,p}(x)\}; \{\varphi2_{j,p}(x)\}, p = \overline{0, \rho-1}) = \\ &= \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,s,p}^{++} h1_{i-1,s}(x) h2_{j-1,p}(y) + \\ &+ \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,s,p}^{+-} h1_{i-1,s}(x) h2_{j,p}(y) + \\ &+ \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j-1,s,p}^{-+} h1_{i,s}(x) h2_{j-1,p}(y) + \\ &+ \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j,s,p}^{--} h1_{i,s}(x) h2_{j,p}(y), \end{aligned}$$

$h1_{k,s}(x)$, $h2_{l,p}(y)$ – basic Hermitian polynomials of degree $2\rho-1$ with properties:

$$\begin{aligned} h1^{(s')}_{k,s}(x_{k'}) &= \delta_{k,k'} \delta_{s,s'}, k, k' \in \{i-1, i\}, s, s' \in \{0, \rho-1\}, \\ h2^{(p')}_{l,p}(y_{l'}) &= \delta_{l,l'} \delta_{p,p'}, l, l' \in \{j-1, j\}, p, p' \in \{0, \rho-1\}. \end{aligned}$$

Theorem 1.If

$$\begin{aligned} \varphi1_{i,s}^{+(p)}(y_j) &= \varphi2_{j,p}^{+(s)}(x_i) = C^{++}_{ijsp}, \\ \varphi1_{i,s}^{-(p)}(y_j) &= \varphi2_{j,p}^{-(s)}(x_i) = C^{--}_{ijsp}, \\ \varphi1_{i,s}^{-(p)}(y_j) &= \varphi2_{j,p}^{-(s)}(x_i) = C^{--}_{ijsp}, \end{aligned}$$

$$\varphi1_{i,s}^{+(p)}(y_j) = \varphi2_{j,p}^{-(s)}(x_i) = C^{+-}_{ijsp}$$

then on the border of the rectangle Π_{ij} the function $S_{ij}(x, y)$ satisfies the following relations

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^{s'} S_{ij}(x, y)}{\partial x^{s'}} \right|_{x=x_{i-1}} &= \varphi1_{i-1,s'}^+(y), \\ \left. \frac{\partial^{s'} S_{ij}(x, y)}{\partial x^{s'}} \right|_{x=x_i} &= \varphi1_{i,s'}^-(y), \\ y_{j-1} \leq y \leq y_j, s' &= \overline{0, \rho-1} \\ \left. \frac{\partial^{p'} S_{ij}(x, y)}{\partial y^{p'}} \right|_{y=y_{j-1}} &= \varphi2_{j-1,p'}^+(x), \\ \left. \frac{\partial^{p'} S_{ij}(x, y)}{\partial y^{p'}} \right|_{y=y_j} &= \varphi2_{j,p'}^-(x), \\ x_{i-1} \leq x \leq x_i, p' &= \overline{0, \rho-1} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\quad (3)$$

Proof. Substitute in formula (1) $x=x_{i-1}$. As a result, we get $S_{ij}(x_{i-1}, y) =$

$$\begin{aligned} &= S1_{ij}(x_{i-1}, y) + S2_{ij}(x_{i-1}, y) - S12_{ij}(x_{i-1}, y) = \\ &= \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi1_{i-1,s}^+(y) \cdot h1_{i-1,s}(x_{i-1}) + \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi1_{i,s}^-(y) \cdot h1_{i,s}(x_{i-1}) + \\ &\quad + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi2_{j-1,p}^+(x_{i-1}) \cdot h2_{j-1,p}(y) + \\ &\quad + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi2_{j,p}^-(x_{i-1}) \cdot h2_{j,p}(y) - \\ &\quad - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,s,p}^{++} h1_{i-1,s}(x_{i-1}) h2_{j-1,p}(y) + \\ &\quad + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,s,p}^{+-} h1_{i-1,s}(x_{i-1}) h2_{j,p}(y) + \\ &\quad + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j-1,s,p}^{-+} h1_{i,s}(x_{i-1}) h2_{j-1,p}(y) + \\ &\quad + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j,s,p}^{--} h1_{i,s}(x_{i-1}) h2_{j,p}(y) = \\ &= \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi1_{i-1,s}^+(y) \cdot \delta_{i-1,i-1} \delta_{s,0} + \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi1_{i,s}^-(y) \cdot \delta_{i,i-1} \delta_{s,0} + \\ &\quad + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi2_{j-1,p}^+(x_{i-1}) \cdot h2_{j-1,p}(y) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j,p}^-(x_{i-1}) \cdot h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,s,p}^{++} \delta_{i-1,i-1} \delta_{s,0} h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,s,p}^{+-} \delta_{i-1,i-1} \delta_{s,0} h2_{j,p}(y) + \\
 & + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j-1,s,p}^{-+} \delta_{i,i-1} \delta_{s,0} h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j,s,p}^{--} \delta_{i,i-1} \delta_{s,0} h2_{j,p}(y) = \\
 & = \varphi 1_{i-1,0}^+(y) + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j-1,p}^+(x_{i-1}) \cdot h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j,p}^-(x_{i-1}) \cdot h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,0,p}^{++} h2_{j-1,p}(y) - \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,0,p}^{+-} h2_{j,p}(y) = \\
 & = \left| \begin{array}{l} C_{i-1,j-1,0,p}^{++} = \varphi 2_{j-1,p}^+(x_{i-1}) \\ C_{i-1,j,0,p}^{+-} = \varphi 2_{j,p}^-(x_{i-1}) \end{array} \right| = \\
 & = \varphi 1_{i-1,0}^+(y) + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j-1,p}^+(x_{i-1}) \cdot h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j,p}^-(x_{i-1}) \cdot h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j-1,p}^+(x_{i-1}) h2_{j-1,p}(y) - \\
 & - \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j,p}^-(x_{i-1}) h2_{j,p}(y) = \varphi 1_{i-1,0}^+(y)
 \end{aligned}$$

Thus, we have proved that $S_{ij}(x_{i-1}, y) = \varphi 1_{i-1,0}^+(y)$,

$$y_{j-1} \leq y \leq y_j.$$

The equalities are proved similarly when we substitute into formula (1) $x=x_i, y=y_{j-1}, y=y_j$.

Let us assume that $1 \leq s' \leq \rho - 1$. As a result, we get

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^{s'} S_{ij}(x, y)}{\partial x^{s'}} \Big|_{x=x_i} = \frac{\partial^{s'} S1_{ij}(x, y)}{\partial x^{s'}} \Big|_{x=x_i} + \\
 & + \frac{\partial^{s'} S2_{ij}(x, y)}{\partial x^{s'}} \Big|_{x=x_i} - \frac{\partial^{s'} S12_{ij}(x, y)}{\partial x^{s'}} \Big|_{x=x_i} = \\
 & = \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi 1_{i-1,s}^+(y) \cdot \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} h1_{i-1,s}(x) \Big|_{x=x_{i-1}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi 1_{i,s}^-(y) \cdot \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} h1_{i,s}(x) \Big|_{x=x_{i-1}} + \\
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} \varphi 2_{j-1,p}^+(x) \Big|_{x=x_{i-1}} \cdot h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} \varphi 2_{j,p}^-(x) \Big|_{x=x_{i-1}} \cdot h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,s,p}^{++} \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} h1_{i-1,s}(x) \Big|_{x=x_{i-1}} \cdot h2_{j-1,p}(y) - \\
 & - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,s,p}^{+-} \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} h1_{i-1,s}(x) \Big|_{x=x_{i-1}} \cdot h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j-1,s,p}^{-+} \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} h1_{i,s}(x) \Big|_{x=x_{i-1}} \cdot h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j,s,p}^{--} \frac{\partial^{s'}}{\partial x^{s'}} h1_{i,s}(x) \Big|_{x=x_{i-1}} \cdot h2_{j,p}(y) = \\
 & = \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi 1_{i-1,s}^+(y) \cdot \delta_{i-1,i-1} \delta_{s',s} + \sum_{s=0}^{\rho-1} \varphi 1_{i,s}^-(y) \cdot \delta_{i,i-1} \delta_{s',s} + \\
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j-1,p}^{+(s')}(x_{i-1}) \cdot h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} \varphi 2_{j,p}^{-(s')}(x_{i-1}) \cdot h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,s,p}^{++} \delta_{i-1,i-1} \delta_{s',s} h2_{j-1,p}(y) - \\
 & - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,s,p}^{+-} \delta_{i-1,i-1} \delta_{s',s} h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j-1,s,p}^{-+} \delta_{i,i-1} \delta_{s',s} h2_{j-1,p}(y) + \\
 & + \sum_{s=0}^{\rho-1} \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i,j,s,p}^{--} \delta_{i,i-1} \delta_{s',s} h2_{j,p}(y) = \\
 & = \left| \begin{array}{l} C_{i-1,j-1,s',p}^{++} = \varphi 2_{j-1,p}^{+(s')}(x_{i-1}) \\ C_{i-1,j,s',p}^{-+} = \varphi 2_{j,p}^{-(s')}(x_{i-1}) \end{array} \right| = \varphi 1_{i-1,s'}^+(y) + \\
 & + \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,s',p}^{++} \cdot h2_{j-1,p}(y) + \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,s',p}^{-+} \cdot h2_{j,p}(y) - \\
 & - \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j-1,s',p}^{-+} h2_{j-1,p}(y) - \sum_{p=0}^{\rho-1} C_{i-1,j,s',p}^{+-} h2_{j,p}(y) = \\
 & = \varphi 1_{i-1,s'}^+(y).
 \end{aligned}$$

Properties (2) with $x=x_i$ and properties (3) are proved similarly.

Theorem 1 is proved.

Theorem 1. If $\varphi_{i,s}^-(y) = \varphi_{i,s}^+(y) = \varphi_{i,s}(y)$,
 $s = \overline{0, \mu}, 0 \leq \mu \leq \rho - 1$, $\varphi_{j,p}^-(x) = \varphi_{j,p}^+(x) = \varphi_{j,p}(x)$,
 $p = \overline{0, \nu}, 0 \leq \nu \leq \rho - 1$, then the function
 $S(x, y) = S_{ij}(x, y)$, $(x, y) \in \Pi_{ij}$ will have properties like
this

$$S(x, y) \in C^{\mu, \nu}(D),$$

$$\left. \frac{\partial^{s'} S(x, y)}{\partial x^{s'}} \right|_{x=x_i} = \varphi_{i,s'}^+(y), \quad (4)$$

$$i = \overline{1, m}, s' = \overline{0, \mu}, y_{j-1} \leq y \leq y_j,$$

$$\left. \frac{\partial^{p'} S(x, y)}{\partial y^{p'}} \right|_{y=y_j} = \varphi_{j,p'}^+(x), \quad (5)$$

$$j = \overline{1, n}, p' = \overline{0, \nu}, x_{i-1} \leq x \leq x_i.$$

The proof follows from the fact that if functions $\varphi_{i,s}(y) \in C^{\rho-1}[x_{i-1}, x_i]$, $\varphi_{j,p}(x) \in C^{\rho-1}[y_{j-1}, y_j]$, then in each element Π_{ij} the function $S_{ij}(x, y)$ will belong to the class $C^{\rho-1, \rho-1}(\Pi_{ij})$. Thus, the function $S(x, y)$ in each of the elements Π_{ij} belongs to the class $C^{\rho-1, \rho-1}(\Pi_{ij})$ and on the boundary between the neighboring Π_{ij} elements, it preserves the continuity of the derivatives up to orders μ, ν , respectively, since the proof of properties (4), (5) is carried out by analogy with the proof of properties in Theorem 1.

Theorem 2 is proved.

Remark 1. If the conditions of Theorem 2 are satisfied, then the function $S(x, y)$ has discontinuous partial derivatives of orders greater than μ in x and larger than ν in y , respectively.

Remark 2. In principle, it is assumed that discontinuities of a function $S(x, y)$ and its partial derivatives up to the corresponding orders can exist only at the boundaries of one or several elements.

Theorem 3. If the functions $\varphi_{i,s}^+(y), \varphi_{i,s}^-(y)$ are polynomials (generally speaking, different) of degree $Q \geq 2\rho - 1$ and the functions $\varphi_{j,p}^+(x), \varphi_{j,p}^-(x)$ are polynomials (generally speaking, different) of degree $Q \geq 2\rho - 1$, then the function $S(x, y)$ will be a piecewise polynomial discontinuous spline, which is a polynomial in two variables on each rectangle $\Pi_{ij} \subset D$. In particular, if $Q = 2\rho - 1$, then $S(x, y)$ will be a discontinuous

piecewise polynomial spline of (x, y) degree $2\rho - 1$ in each variable.

The proof follows from the fact that the functions $S_{ij}(x, y)$ use the Hermitian polynomial basis functions and will be polynomials in the assumptions of Theorem 3. If $Q = 2\rho - 1$, then $S_{ij}(x, y)$ will be a polynomial of degree $2\rho - 1$ in each variable. If the conditions of Theorem 2 are not satisfied, then such a function $S_{ij}(x, y)$ will have gaps between different elements.

Remark 3. We emphasize again that these gaps may not necessarily be at the border between all elements. Moreover, it is not required that on all four sides of each element the spline has discontinuous derivatives of orders $\mu + 1, \mu + 2, \dots, \rho - 1$ and $\nu + 1, \nu + 2, \dots, \rho - 1$ concerning x and y , respectively.

Theorem 4. Let us assume that the function to be approximated

$$f(x, y) \in C^{\rho-1, \rho-1}(D \setminus \overline{\Pi_{kl}}),$$

$$\varphi_{i-1,s}^+(y) \neq \varphi_{i,s}^-(y),$$

$$\varphi_{j-1,p}^+(x) \neq \varphi_{j,p}^-(x), s, p = \overline{0, \rho-1}.$$

Then, if in $S(x, y)$ substitute

$$\varphi_{i',s}^-(y) = \varphi_{i',s}^+(y) = f^{(s',0)}(x_{i'}, y),$$

$$i' \in \{0, 1, \dots, m\}, i' \neq i-1, i' \neq i, 0 \leq y \leq 1;$$

$$\varphi_{j',p}^-(x) = \varphi_{j',p}^+(x) = f^{(0,p)}(x, y_{j'}),$$

$$j' \in \{0, 1, \dots, n\}, j' \neq j-1, j' \neq j, 0 \leq x \leq 1;$$

$$\varphi_{i-1,s}^-(y) = \varphi_{i-1,s}^+(y) = f^{(s,0)}(x_{i-1}, y),$$

$$0 \leq y \leq y_{j-1} \text{ or } y_j \leq y \leq 1;$$

$$\varphi_{j-1,p}^-(x) = \varphi_{j-1,p}^+(x) = f^{(0,p)}(x, y_{j-1}),$$

$$0 \leq x \leq x_{i-1} \text{ or } x_i \leq x \leq 1,$$

$$\varphi_{i-1,s}^+(y) = f^{(s,0)}(x_{i-1} + 0, y), \varphi_{i,s}^-(y) = f^{(s,0)}(x_i - 0, y),$$

$$\varphi_{i-1,s}^-(y) = f^{(s,0)}(x_{i-1} - 0, y), \varphi_{i,s}^+(y) = f^{(s,0)}(x_i + 0, y),$$

$$\varphi_{j-1,p}^+(x) = f^{(0,p)}(x, y_{j-1} + 0),$$

$$\varphi_{j,p}^-(x) = f^{(0,p)}(x, y_j - 0),$$

$$\varphi_{j-1,p}^-(x) = f^{(0,p)}(x, y_{j-1} - 0),$$

$$\varphi_{j,p}^+(x) = f^{(0,p)}(x, y_j + 0),$$

then the resulting function $S(x, y)$ will belong to the class $C^{\rho-1, \rho-1}(D)$ and will be discontinuous along with its derivatives up to the order $\rho - 1$ in each variable only on the element boundary Π_{ij} .

The proof follows from the fact that on the boundary between all elements (except for the element Π_{ij}) the function $S(x, y)$ will have continuous derivatives up to the order $\rho - 1$ inclusive and only on the boundary of the element Π_{ij} can it be discontinuous together with its partial derivatives. That is, such a function will belong to the class $S(x, y) \in C^{\rho-1, \rho-1}(D \setminus \overline{\Pi_{kl}})$.

Theorem 5. If the conditions of Theorem 4 are satisfied, then for the error of approximation of such a discontinuous function $f(x, y)$, the corresponding discontinuous interlational polynomial spline $S(x, y)$ will satisfy the following relation:

$$|f(x, y) - S(x, y)| = O(\Delta 1^{2\rho} \Delta 2^{2\rho}), (x, y) \in \Pi_{kl} \neq \Pi_{i,j},$$

$$\Delta 1 = \max_k(x_k - x_{k-1}), \Delta 2 = \max_l(y_l - y_{l-1}),$$

$$|f(x, y) - S(x, y)| = O(\Delta i^{2\rho} \Delta j^{2\rho}), (x, y) \in \Pi_{i,j},$$

$$\Delta i = x_i - x_{i-1}, \Delta j = y_j - y_{j-1}, (i, j) \neq (k, l)$$

provided that $f(x, y) \in C^{\rho-1, \rho-1}(\Pi_{i,j})$.

Proof. The operator $S_{ij}(x, y) = S_{ij}f(x, y)$ according to definition 1 can be written as $S_{ij}f(x, y) = S1_{ij}f(x, y) + S2_{ij}f(x, y) - S12_{ij}f(x, y)$.

According to Theorem 3.2.1 in [3], the remainder of the approximation by the interlational formulas is expressed as the operator product of the remainders of the approximation of a function $f(x, y)$ by the operators $S1_{ij}f(x, y)$ and $S2_{ij}f(x, y)$

$$RS_{ij}f(x, y) = (f(x, y) - S_{ij}f(x, y)) =$$

$$= (f(x, y) - S1_{ij}f(x, y) - S2_{ij}f(x, y) + S12_{ij}f(x, y)) =$$

$$= (f(x, y) - S1_{ij}f(x, y))(f(x, y) - S2_{ij}f(x, y)) =$$

$$= RS1_{ij}f(x, y)RS2_{ij}f(x, y).$$

Theorem 5 is proved.

4 EXPERIMENTS

Let be $\rho = 1, m = 2, n = 2$. Let's set the nodes: $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1, y_0 = 0, y_1 = 0.5, y_2 = 1$.

That is, the domain of definition of the function being approximated (Figure 1) consists of four rectangular elements, which are set as follows:

$$\Pi_{11} = \{(x, y) : x_0 < x < x_1, y_0 < y < y_1\},$$

$$\Pi_{12} = \{(x, y) : x_0 < x < x_1, y_1 < y < y_2\},$$

$$\Pi_{21} = \{(x, y) : x_1 < x < x_2, y_0 < y < y_1\},$$

$$\Pi_{22} = \{(x, y) : x_1 < x < x_2, y_1 < y < y_2\}.$$

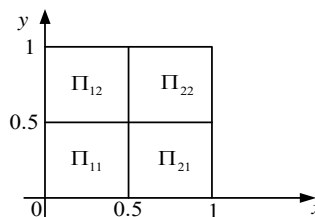


Figure 1 – Domain of the function to be approximated $f(x, y)$

Let's define a function at the corner points of the elements:

$$\Pi_{11} : \begin{cases} f^{+,+}(0;0) = f(0+0;0+0) = 1, \\ f^{+,-}(0;0.5) = f(0+0;0.5-0) = 2, \\ f^{-,-}(0.5;0.5) = f(0.5-0;0.5-0) = 1, \\ f^{-,+}(0.5;0) = f(0.5-0;0+0) = 2, \end{cases}$$

$$\Pi_{12} : \begin{cases} f^{+,+}(0;0.5) = f(0+0;0.5+0) = 1, \\ f^{+,-}(0;1) = f(0+0;1-0) = 2, \\ f^{-,-}(0.5;1) = f(0.5-0;1-0) = 1, \\ f^{-,+}(0.5;0.5) = f(0.5-0;0.5+0) = 2, \end{cases}$$

$$\Pi_{22} : \begin{cases} f^{+,+}(0.5;0.5) = f(0.5+0;0.5+0) = 3, \\ f^{+,-}(0.5;1) = f(0.5+0;1-0) = 4, \\ f^{-,-}(1;1) = f(1-0;1-0) = 3, \\ f^{-,+}(1;0.5) = f(1-0;0.5+0) = 4, \end{cases}$$

$$\Pi_{21} : \begin{cases} f^{+,+}(0.5;0) = f(0.5+0;0+0) = 3, \\ f^{+,-}(0.5;0.5) = f(0.5+0;0.5-0) = 4, \\ f^{-,-}(1;0.5) = f(1-0;0.5-0) = 3, \\ f^{-,+}(1;0) = f(1-0;0+0) = 4. \end{cases}$$

The discontinuous spline will be constructed in the form (1)

$$S(x, y) = \begin{cases} 2x + 2y - 8xy + 1, & (x, y) \in \Pi_{11}, \\ -10x - 6y + 8 + 8xy, & (x, y) \in \Pi_{12}, \\ -4xy + 2x + 2y + 2, & (x, y) \in \Pi_{21}, \\ -8xy + 6x + 6y - 1, & (x, y) \in \Pi_{22}. \end{cases}$$

As you can see, the function $S(x, y)$ at the border between the elements Π_{11} and Π_{21} at $x < x_1$ will have the following traces:

$$S(x_1 - 0, y) = S11(x_1, y) = f^{-,+}(0.5;0) \frac{y - y_1}{y_0 - y_1} +$$

$$+ f^{-,-}(0.5;0.5) \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}, y_0 \leq y \leq y_1.$$

Similarly, $S(x_1 + 0, y) = S_{21}(x_1, y) = f^{+,+}(0.5; 0) \frac{y - y_1}{y_0 - y_1} +$
 $+ f^{+,-}(0.5; 0.5) \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}, y_0 \leq y \leq y_1.$

That is, if $f^{-,+}(0.5, 0) \neq f^{+,+}(0.5, 0)$, then at a point $(0.5; 0)$ such a spline will be discontinuous. In addition, if at a point $f^{+,+}(0.5; 0.5) \neq f^{+,-}(0.5; 0.5)$, then the spline will be discontinuous along the entire line $x = 0.5, y_0 \leq y \leq y_1.$

Let us define the function to be approximated in the form

$$f(x, y) = S_{ij}(x, y) + \frac{(x - x_{i-1})(x_i - x)(y - y_{j-1})(y_j - y)}{4}, (x, y) \in \Pi_{i,j}, i, j = 1, 2.$$

Thus, in each of the four elements of the assignment, the function to be approximated has a partial derivative $f^{2,2}(x, y) \equiv 1, \forall (x, y) \in \Pi_{ij}.$ Therefore, according to the theory, the error in the approximation of such a discontinuous function written above by a discontinuous spline will satisfy the inequality:

$$\max_{(x,y) \in \Pi_{ij}} |f(x, y) - S_{i,j}(x, y)| \leq f^{(2,2)}(\xi, \eta) \cdot \frac{\Delta i^2 \Delta j^2}{2! \cdot 2!} = 1 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2! \cdot 2!} = \frac{1}{64} \approx 0.016.$$

Suppose that in the domain defined in the previous example, a function with discontinuities of the first kind in the nodes of a given rectangular grid is given (Fig. 2):

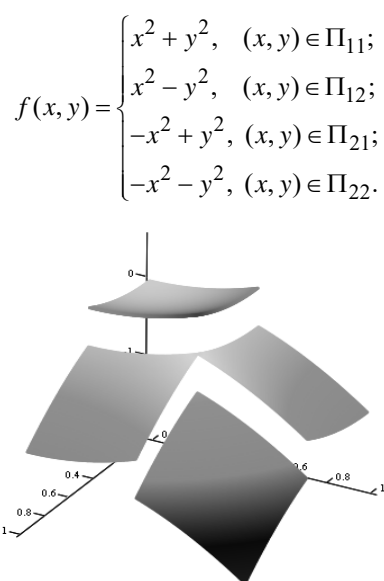


Figure 2 – Image of the discontinuous function $f(x, y)$

This function has discontinuities of the first kind at the boundaries of a given rectangular grid, and hence at the corner points of the grid.

First, we construct a discontinuous bilinear approximation spline on a given rectangular grid, for which we use the formula of the approximation spline [18] in each element of the partition

$$L_{ij}(x, y) = C_{i-1,j-1}^{++} \frac{x - x_i}{x_{i-1} - x_i} \frac{y - y_j}{y_{j-1} - y_j} + C_{i-1,j}^{+-} \frac{x - x_i}{x_{i-1} - x_i} \frac{y - y_{j-1}}{y_j - y_{j-1}} + C_{i,j-1}^{-+} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \frac{y - y_j}{y_{j-1} - y_j} + C_{i,j}^{--} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \frac{y - y_{j-1}}{y_j - y_{j-1}}, (x, y) \in \Pi_{ij},$$

where C – matrix of unknown coefficients.

In this case, the experimental data are the values of the function at the corner points of the rectangular grid, i.e.

$$\begin{aligned} f^{-+}(0.5; 0) &= 0.25, & f^{++}(0.5; 0) &= -0.25, \\ f^{+-}(0; 0.5) &= 0.25, & f^{++}(0; 0.5) &= -0.25, \\ f^{--}(0.5; 0.5) &= 0.5, & f^{-+}(0.5; 0.5) &= 0, \\ f^{++}(0.5; 0.5) &= -0.5, & f^{+-}(0.5; 0.5) &= 0, \\ f^{--}(1; 0.5) &= -0.75, & f^{-+}(1; 0.5) &= -1.25, \\ f^{--}(0.5; 1) &= -0.75, & f^{+-}(0.5; 1) &= -1.25. \end{aligned}$$

Next, using the method of least squares, we solve the minimization problem:

$$F(C) = \iint_D (f(x, y) - L(x, y, C))^2 dx dy \rightarrow \min.$$

This problem was solved in the computer mathematics system MathCad and the following matrix of coefficients was obtained:

$$C = \begin{pmatrix} -0.083 & 0.167 & 0.167 & 0.417 \\ -0.25 & 0 & -1 & -0.75 \\ -0.25 & -1 & 0 & -0.75 \\ -0.417 & -1.167 & -1.167 & -1.917 \end{pmatrix}.$$

That is, the bilinear approximating spline takes the form (Fig. 3).

$$L(x, y) = \begin{cases} 0.5x + 0.5y - 0.083, & (x, y) \in \Pi_{11}; \\ 0.5x - 1.5y + 0.5, & (x, y) \in \Pi_{12}; \\ -1.5x + 0.5y + 0.5, & (x, y) \in \Pi_{21}; \\ -1.5x - 1.5y + 1.083, & (x, y) \in \Pi_{22}. \end{cases}$$

Now on a given grid of nodes for a given discontinuous function $f(x, y)$ we construct a discontinuous interlineation spline in the form of formula (1), which for our case takes the form

$$S(x, y) = S_{ij}(x, y), (x, y) \in \Pi_{ij},$$

$$S_{ij}(x, y) = S1_{ij}(x, y) + S2_{ij}(x, y) - S12_{ij}(x, y), (x, y) \in \Pi_{ij} \subset D,$$

$$S1_{ij}(x, y) = \varphi1_{i-1}^+(y) \cdot \frac{x-x_i}{x_{i-1}-x_i} + \varphi1_i^-(y) \cdot \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}};$$

$$S2_{ij}(x, y) = \varphi2_{j-1}^+(x) \cdot \frac{y-y_j}{y_{j-1}-y_j} + \varphi2_j^-(x) \cdot \frac{y-y_{j-1}}{y_j-y_{j-1}};$$

$$S12_{ij}(x, y) = \varphi1_{i-1}^+(y) \cdot \frac{x-x_i}{x_{i-1}-x_i} + \varphi1_i^-(y) \cdot \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}};$$

$$S12_{ij}(x, y) = C_{i-1,j-1}^{++} \frac{x-x_i}{x_{i-1}-x_i} \frac{y-y_j}{y_{j-1}-y_j} +$$

$$+ C_{i-1,j}^{++} \frac{x-x_i}{x_{i-1}-x_i} \frac{y-y_{j-1}}{y_j-y_{j-1}} + C_{i,j-1}^{++} \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \frac{y-y_j}{y_{j-1}-y_j} +$$

$$+ C_{i,j}^{--} \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \frac{y-y_{j-1}}{y_j-y_{j-1}};$$

where

$$C_{i-1,j-1}^{++} = \lim_{\substack{x \rightarrow x_{i-1}^+ \\ y \rightarrow y_{j-1}^+}} f(x, y), \quad C_{i-1,j}^{++} = \lim_{\substack{x \rightarrow x_{i-1}^+ \\ y \rightarrow y_j^-}} f(x, y),$$

$$C_{i,j-1}^{++} = \lim_{\substack{x \rightarrow x_i^- \\ y \rightarrow y_{j-1}^+}} f(x, y), \quad C_{i,j}^{--} = \lim_{\substack{x \rightarrow x_i^- \\ y \rightarrow y_j^-}} f(x, y).$$

To do this, the experimental data will be traces of the passed function along a given system of lines $x = x_0 = 0, x = x_1 = 0.5, x = x_2 = 1,$

$y = y_0 = 0, y = y_1 = 0.5, y = y_2 = 1,$ namely,

$$\Pi_{11} : \varphi1_0^+(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ 0 \leq y \leq 0.5}} f(x, y) = y^2,$$

$$\varphi1_1^-(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0.5^- \\ 0 \leq y \leq 0.5}} f(x, y) = y^2 + 0.25;$$

$$\varphi2_0^+(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0^+ \\ 0 \leq x \leq 0.5}} f(x, y) = x^2,$$

$$\varphi2_1^-(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0.5^- \\ 0 \leq x \leq 0.5}} f(x, y) = x^2 + 0.25;$$

$$\Pi_{12} : \varphi1_0^+(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ 0.5 \leq y \leq 1}} f(x, y) = y^2,$$

$$\varphi1_1^-(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0.5^- \\ 0.5 \leq y \leq 1}} f(x, y) = y^2 - 0.25;$$

$$\varphi2_1^+(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0.5^+ \\ 0 \leq x \leq 0.5}} f(x, y) = 0.25 - x^2,$$

$$\varphi2_1^-(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 1^- \\ 0 \leq x \leq 0.5}} f(x, y) = 1 - x^2;$$

$$\Pi_{21} : \varphi1_0^+(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0.5^+ \\ 0 \leq y \leq 0.5}} f(x, y) = y^2 - 0.25,$$

$$\varphi1_1^-(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1^- \\ 0 \leq y \leq 0.5}} f(x, y) = y^2 - 1;$$

$$\varphi2_0^+(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0^+ \\ 0.5 \leq x \leq 1}} f(x, y) = -x^2,$$

$$\varphi2_1^-(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0.5^- \\ 0.5 \leq x \leq 1}} f(x, y) = 0.25 - x^2;$$

$$\Pi_{22} : \varphi1_0^+(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0.5^+ \\ 0.5 \leq y \leq 1}} f(x, y) = -y^2 - 0.25,$$

$$\varphi1_1^-(y) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1^- \\ 0.5 \leq y \leq 1}} f(x, y) = -y^2 - 1;$$

$$\varphi2_0^+(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0.5^+ \\ 0.5 \leq x \leq 1}} f(x, y) = -x^2 - 0.25,$$

$$\varphi2_1^-(x) = \lim_{\substack{y \rightarrow 1^- \\ 0.5 \leq x \leq 1}} f(x, y) = -x^2 - 1.$$

And a given matrix of interpolation data in the nodes of a given grid

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0.25 & 0.5 \\ 0.25 & 1 & 0 & 0.75 \\ -0.25 & 0 & -1 & -0.75 \\ -0.5 & -1.25 & -1.25 & -2 \end{pmatrix}.$$

Construct an interlineation spline for a rectangular element Π_{11} .

$$S1_{11}(x, y) = \varphi1_0^+(y) \cdot \frac{x-x_1}{x_0-x_1} + \varphi1_1^-(y) \cdot \frac{x-x_0}{x_1-x_0} =$$

$$= y^2 \cdot \frac{x-0.5}{-0.5} + (y^2 + 0.25) \cdot \frac{x-0}{0.5-0} =$$

$$= -2y^2(x-0.5) + 2x(y^2 + 0.25);$$

$$S2_{11}(x, y) = \varphi2_0^+(x) \cdot \frac{y-y_1}{y_0-y_1} + \varphi2_1^-(x) \cdot \frac{y-y_0}{y_1-y_0} =$$

$$= x^2 \cdot \frac{y-0.5}{0-0.5} + (0.25 + x^2) \cdot \frac{y}{0.5} =$$

$$= -2x^2(y-0.5) + 2(0.25 + x^2)y;$$

$$S12_{11}(x, y) = C_{00}^{++} \frac{x-x_1}{x_0-x_1} \frac{y-y_1}{y_0-y_1} + C_{01}^{++} \frac{x-x_1}{x_0-x_1} \frac{y-y_0}{y_1-y_0} +$$

$$+ C_{10}^{--} \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \frac{y-y_1}{y_0-y_1} + C_{11}^{--} \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \frac{y-y_0}{y_1-y_0} =$$

$$= 0.25 \frac{x-0.5}{-0.5} \frac{y}{0.5} + 0.25 \frac{x}{0.5} \frac{y-0.5}{-0.5} + 0.5 \frac{x}{0.5} \frac{y}{0.5} =$$

$$-y(x-0.5) - x(y-0.5) + 2xy;$$

$$S_{11}(x, y) = S1_{11}(x, y) + S2_{11}(x, y) - S12_{11}(x, y) =$$

$$= -2y^2(x-0.5) + 2x(y^2 + 0.25) - 2x^2(y-0.5) +$$

$$+ 2(0.25 + x^2)y = (x-0.5) + x(y-0.5) - 2xy = y^2 + x^2.$$

Interlination splines are similarly constructed on other rectangular elements. As a result, we obtain a discontinuous interlination spline

$$S(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2, & (x, y) \in \Pi_{11}, \\ x^2 - y^2, & (x, y) \in \Pi_{12}, \\ -x^2 + y^2, & (x, y) \in \Pi_{21}, \\ -x^2 - y^2, & (x, y) \in \Pi_{22}. \end{cases}$$

5 RESULTS

This section provides a testing discontinuous approximation and interlination splines to recover a discontinuous function of two variables. Information about the function $f(x, y)$ is given by the corresponding one-sided traces of a discontinuous function along a given system of lines for an interlining spline and one-sided values of the function at the nodes of a given perpendicular grid for a discontinuous approximation spline. We determine the maximum deviation of the approximate function $f(x, y)$ from the constructed bilinear spline $L(x, y)$

$$\max |f(x, y) - L(x, y)| \approx 0.064.$$

Based on the obtained form of discontinuous interlination spline $L(x, y)$, it completely coincides with the approximating function, i.e. $\max |f(x, y) - S(x, y)| = 0$.

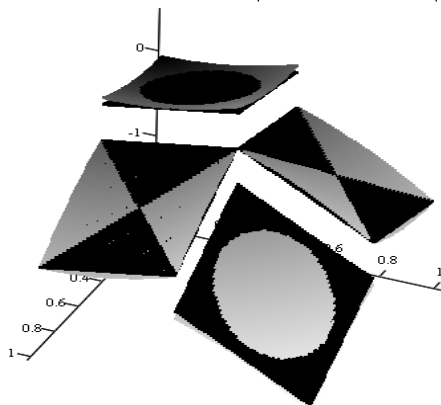


Figure 3 – Graphical view of the given function $f(x, y)$ (gray color) and the received spline $L(x, y)$ (black color)

6 DISCUSSION

We can conclude that the interlination discontinuous spline accurately restores a given discontinuous function on a given rectangular grid of nodes in contrast to the discontinuous approximation spline. This indicates that the numerical experiment confirms the theoretical results presented in this paper.

However, it should be noted that the discontinuous structures constructed in the article are used for experimental data of a different nature (values of the desired function at points and on lines).

CONCLUSIONS

The problem of development and research of methods for approximation of discontinuous functions by discontinuous interlination splines and its further application to problems of computed tomography are considered in this paper.

The scientific novelty is that for the first time a discontinuous interlining operator has been constructed to restore functions of two variables that have discontinuities of the first kind. The main difference from classical approximation methods is that discontinuous interlining uses one-sided traces as information functions along given lines. Constructed discontinuous structure high approximation accuracy.

The practical significance of this work is that new methods using information about a function in the form of one-sided traces of a function along a given system of lines opens up new ways in the construction of mathematical models, particularly in computed tomography.

Prospects for further research are to construct and study of a method for finding lines of discontinuity of a function of two variables in the case when information about the function is given in the form of traces of a function on a given system of lines and to develop a theory of discontinuous splines on areas of complex shape bounded by arcs of known curves.

REFERENCES

- Schumaker L.L. Spline Functions: Computational Methods. Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2015, 413p.
- COX M. G. An Algorithm for Spline Interpolation, *IMA Journal of Applied Mathematics*, 1975, Vol. 15, № 1, pp. 95–108.
- Lloyd N. T. Approximation theory and approximation practice. Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2019, 360p.
- Kiani M. Local geoid height approximation and interpolation using moving least squares, *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2020, Vol. 11, № 2, pp. 120–126.
- Nazir T., Abbas M., Iqbal M. K. New cubic B-spline approximation technique for numerical solutions of coupled viscous Burgers equations, *Engineering Computations*, 2021, Vol. 38, № 1, pp. 83–106.
- Lytvyn Oleg M., Lytvyn Oleksandra and Lytvyn Oleg O. Explicit Formulas for Calculating Fourier Coefficients of Three Variables Using Tomograms, *2020 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies, ACIT 2020*. Deggendorf, Germany, Proceedings, 2020, pp. 148–151
- Serhiienko I. V., Lytvyn O. M. Novi informatsiini operatoriy v matematychnomu modeliuvani. Kyiv, Naukova Dumka, 2018, 444 p.
- Emmel L., Kaber S. M., Maday Y. Pade-Jacobi Filtering for spectral approximations of discontinuous solutions, *Numerical Algorithms*, 2003, Vol. 33, pp. 251–264.
- Chantrasmı T., Doostan A., Iaccarino G. Padé-Legendre approximants for uncertainty analysis with discontinuous response surfaces, *Journal of Computational Physics*, 2009, № 228, pp. 7159–7180.

10. Hesthaven J. S., Kaber S. M., Lurati L. Pade-Legendre Interpolants for Gibbs Reconstruction, *Journal of Scientific Computing*, 2006, № 28, pp.337–359 .
11. Costarelli D. Sigmoidal Functions Approximation and Applications: Ph. D. Thesis. Roma, Universitat degli Study Roma Tres, 2013, 165 p.
12. Lombardini R., Acevedo R., Kuczala A. et al. Higher-order wavelet reconstruction / differentiation filters and Gibbs phenomena, *Journal of Computational Physics*, 2006, Vol. 15, pp. 244–262.
13. Beckermann B. Reduction of the Gibbs phenomenon for smooth functions with jumps by the ε -algorithm, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2008, Vol. 219, № 2, pp. 329–349.
14. Ageev A. L., Antonova T. V. Estimates of characteristics of localization methods for discontinuities of the first kind of a noisy function, *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2019, Vol. 13, pp. 1–10.
15. Ageev A. L., Antonova T. V. New accuracy estimates for methods for localizing discontinuity lines of a noisy function, *Numerical Analysis and Applications*, 2020, Vol. 13, № 4, pp. 293–305.
16. Lytvyn O. M., Pershina Y. I., Lytvyn O. O. New method of restoration of internal structure 3D bodies by means of projections which arrive from a computer tomography, *Industrial Process Tomography: 6th World Congress*, 6–9 September 2010, *proceedings*. Beijing, China, 2010, pp. 429–436.
17. Litvin O. N., Pershina Y. I. Solution of three-dimensional and four-dimensional problems of computerized tomography using interflation of functions, *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2011, Vol. 47(3), Allerton Press, Inc., pp. 239–244.
18. Mezhuyev V., Lytvyn O. M., Pershina I. et al. Algorithm for the Reconstruction of the Discontinuous Structure of a Body by Its Projections along Mutually Perpendicular Lines, *7th International Conference on Software and Computer Applications (ICSCA 2018)*, 8–10 February 2018: *proceeding*. Kuantan, Malaysia, 2018, pp. 158–163.
19. Lytvyn O. M., Pershina I. I., Lytvyn O. O. et al. Mathematical modelling of discontinuous processes in a computer tomography by means of discontinuous splines, *7th World Congress on Industrial Process Tomography*, 2–5 September 2013, *proceedings*, 2014, pp. 441–450.
20. Lytvyn O. M., Pershina Y. I. Approximation of Discontinuous Function of Two Variables by Approximating Discontinuous Bilinear Spline Using the Least Squares Method (Rectangular Elements), *Journal of Automation and Information Sciences*, 2012, Vol. 44, № 5, pp. 48–56.

Received 14.09.2022.

Accepted 17.11.2022.

УДК 519.6

ВІДНОВЛЕННЯ РОЗРИВНОЇ ФУНКЦІЇ РОЗРИВНИМИ ІНТЕРЛІНАЦІЙНИМИ СПЛАЙНАМИ

Першина Ю. І. – д-р фіз.-мат. наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Проблема розробки та дослідження методів апроксимації розривних функцій розривними інтерлінаційними сплайнами та її подальше застосування до задач комп'ютерної томографії. Об'єктом дослідження є моделювання об'єктів з розривною внутрішньою структурою. Мета роботи – дослідження та розробка загального методу побудови розривних інтерлінаційних поліноміальних сплайнів, які, як окремий випадок, включають розривні та неперервно-диференційовані сплайни.

Метод. Сучасні методи відновлення функцій характеризуються новими підходами до отримання, обробки та аналізу інформації. Виникає потреба в побудові математичних моделей, в яких інформація може бути представлена не тільки значеннями функції в точках, а й у вигляді набору слідів функцій на площинах або прямих. Водночас практика показує, що серед багатовимірних об'єктів, які потребують дослідження, більше проблем описуються розривними функціями.

У статті розроблено загальний метод побудови розривних інтерлінаційних поліноміальних сплайнів, до складу яких, як окремий випадок, входять розривні та неперервно диференційовані сплайни. Вважається, що область визначення шуканої двовимірної функції розбита на прямокутні елементи. Сформульовано та доведено теореми про інтерлінаційні та апроксимаційні властивості таких розривних конструкцій. Розроблено метод апроксимації розривних функцій двох змінних на основі побудованих розривних сплайнів. Вхідними даними є сліди невідомої функції вздовж заданої системи взаємно перпендикулярних прямих. Запропонований метод має не тільки теоретичне значення, а й практичне застосування в сфері ІТ, особливо в комп'ютерній томографії, що дозволяє більш точно відновити внутрішню структуру організму.

Результати. Досліджено оператор розривної інтерлінації за відомими слідами функції двох змінних на системі взаємно перпендикулярних прямих.

Висновки. Функції двох змінних, які є розривними в деяких точках або на деяких лініях, краще апроксимуються розривними інтерлінаційними сплайнами. При цьому можна отримати однаково високі оцінки наближення. Отримані результати мають значні переваги перед існуючими методами інтерполяції та апроксимації розривних функцій. У подальших дослідженнях автори планують розвинути теорію розривних сплайнів на ділянках складної форми, обмежених дугами відомих кривих.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: обробка сигналів, поліноміальний сплайн, інтерлінація, розривні функції, апроксимація.

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

- Schumaker L. L. Spline Functions: Computational Methods / L. L. Schumaker. – Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 2015. – 413 p.
- COX M. G. An Algorithm for Spline Interpolation / M. G. COX // IMA Journal of Applied Mathematics. – 1975. – Vol. 15, № 1. – P. 95–108.
- Lloyd N. T. Approximation theory and approximation practice / N. T. Lloyd. – Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 2019. – 360p.
- Kiani M. Local geoid height approximation and interpolation using moving least squares approach / M. Kiani // Journal of Geodesy and Geodynamics. – 2020. – Vol. 11, № 2. – P. 120–126.
- Nazir T. New cubic B-spline approximation technique for numerical solutions of coupled viscous Burgers equations / T. Nazir, M. Abbas, M. K. Iqbal // Engineering Computations. – 2021. – Vol. 38, № 1. – P. 83–106.
- Lytvyn Oleg M. Explicit Formulas for Calculating Fourier Coefficients of Three Variables Using Tomograms / Oleg M. Lytvyn, Oleksandra Lytvyn and Oleg O. Lytvyn // 2020 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies, ACIT 2020, Deggendorf, Germany – Proceedings, 2020. – P. 148–151
- Serhiienko I. V. Novi informatiini operatory v matematychnomu modeliuvanni / I. V. Serhiienko, O. M. Lytvyn. – Kyiv : Naukova Dumka, 2018 – 444 p.
- Emmel L. Pade-Jacobi Filtering for spectral approximations of discontinuous solutions / L. Emmel, S. M. Kaber, Y. Maday // Numerical Algorithms. – 2003. – Vol. 33. – P. 251–264.
- Chantrasmi T. Padé-Legendre approximants for uncertainty analysis with discontinuous response surfaces / T. Chantrasmi, A. Doostan, G. Iaccarino // Journal of Computational Physics. – 2009. – № 228. – P. 7159–7180.
- Hesthaven J. S. Pade-Legendre Interpolants for Gibbs Reconstruction / J. S. Hesthaven, S. M. Kaber, L. Lurati // Journal of Scientific Computing. – 2006. – № 28. – P. 337–359 .
- Costarelli D. Sigmoidal Functions Approximation and Applications: Ph. D. Thesis / D. Costarelli. – Roma : Universitat degli Study Roma Tres, 2013. – 165 p.
- Higher-order wavelet reconstruction/ differentiation filters and Gibbs phenomena / [R. Lombardini, R. Acevedo, A. Kuczala et al.] // Journal of Computational Physics. – 2006. –Vol. 15. – P. 244–262.
- Beckermann B. Reduction of the Gibbs phenomenon for smooth functions with jumps by the ϵ -algorithm / B. Beckermann // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2008. – Vol. 219, №2. – P. 329–349.
- Ageev A. L. Estimates of characteristics of localization methods for discontinuities of the first kind of a noisy function / A. L. Ageev, T. V. Antonova // Journal of Applied and Industrial Mathematics. – 2019. – Vol. 13. – P. 1–10.
- Ageev A. L. New accuracy estimates for methods for localizing discontinuity lines of a noisy function/ A. L. Ageev, T. V. Antonova // Numerical Analysis and Applications. – 2020. – Vol. 13, № 4. – P. 293–305.
- Lytvyn O. M. New method of restoration of internal structure 3D bodies by means of projections which arrive from a computer tomography / O. M. Lytvyn, Y. I. Pershina, O. O. Lytvyn // Industrial Process Tomography: 6th World Congress, 6–9 September 2010 : proceedings. – Beijing, China, 2010. – P. 429–436.
- Litvin O. N. Solution of three-dimensional and four-dimensional problems of computerized tomography using interflation of functions / O. N. Litvin, Y. I. Pershina // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2011. – Vol. 47(3). – Allerton Press, Inc. – P. 239–244.
- Algorithm for the Reconstruction of the Discontinuous Structure of a Body by Its Projections along Mutually Perpendicular Lines / [V. Mezhyuev, O. M. Lytvyn, I. Pershyna et al.] // 7th International Conference on Software and Computer Applications (ICSCA 2018), 8–10 February 2018: proceeding. – Kuantan, Malaysia. – 2018. – P. 158–163.
- Lytvyn O. M. Mathematical modelling of discontinuous processes in a computer tomography by means of discontinuous splines / [O. M. Lytvyn, I. I. Pershina, O. O. Lytvyn et al.] // 7th World Congress on Industrial Process Tomography, 2–5 September 2013: proceedings. – 2014. – P. 441–450.
- Lytvyn O. M. Approximation of Discontinuous Function of Two Variables by Approximating Discontinuous Bilinear Spline Using the Least Squares Method (Rectangular Elements) / O. M. Lytvyn, Y. I. Pershina // Journal of Automation and Information Sciences. – 2012. – Vol. 44, № 5. – P. 48–56.

КВАНТОВІ ЦИФРО-АНАЛОГОВІ ОБЧИСЛЕННЯ

Хаханова Г. В. – канд. техн. наук, доцент кафедри автоматизації проектування обчислювальної техніки, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна.

Чумаченко С. В. – д-р техн. наук, професор кафедри автоматизації проектування обчислювальної техніки, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна.

Рахліс Д. Ю. – канд. техн. наук, доцент кафедри автоматизації проектування обчислювальної техніки, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна.

Хаханов І. В. – аспірант кафедри автоматизації проектування обчислювальної техніки, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна.

Хаханов В. І. – д-р техн. наук, професор кафедри автоматизації проектування обчислювальної техніки, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Природа є відношення між процесами та явищами. Ніщо не існує у Всесвіті без відношень. Комп'ютер – транзакції відношень між даними за допомогою механізмів управління та виконання. Квантові відношення є суперпозиція частинок та їх станів. Суперпозиція та сплутаність – еквівалентні поняття. Сплутаність – нелокальна суперпозиція детермінованих станів. Квантовий комп'ютер – безумовні транзакції відношень між кубітними даними. Квантовий комп'ютер – аналоговий пристрій для паралельного вирішення комбінаторних задач. Практично орієнтовані визначення понять квантового комп'ютера є шлях до розробки масштабованих квантових паралельних алгоритмів для розв'язання комбінаторних задач. Будь-який алгоритм можна звести до послідовності операцій без умов, бо будь-яка таблиця істинності є сукупність повної системи умов-станів. Будь-яку послідовність дій завжди можна звести до однієї паралельної операції. Умови та послідовності виникають лише у випадку, коли розробник бажає скористатися раніше створеними примітивами-конструкціями для побудови завжди неоптимального обчислювача. Детермінована парадигма створення квантового комп'ютера шляхом використання фотонних транзакцій на електронах атома може виключати використання квантової логіки. Еволюційний шлях квантового комп'ютерингу з класичного: «пам'ять-адреса-транзакція» (memory-address-transaction, MAT) → «електрон-адреса-транзакція» (electron-address-transaction) → «електрон-адреса-квантація» (electron-address-quantaction, EAQ) → стан-суперпозиція-логіка (state-superposition-logic). Точка зустрічі класичного та квантового комп'ютерингу – фотонні транзакції на структурі електронів. Все, що обчислюється на квантовому комп'ютері, можна паралельно прораховувати на класичному за рахунок надмірності пам'яті. Наводиться приклад – алгоритм на основі пам'яті (memory-driven) для моделювання цифрових виробів на основі кубітно-векторних форм опису функціональностей для суттєвого підвищення продуктивності обчислювальних процесів шляхом паралельного виконання логічних операцій.

Мета. Моделювання ісправної поведінки SoC компонентів на основі векторного подання логіки, формування тригерного розвитку комп'ютерингу на основі суперпозиції класичного, квантового та аналогового обчислювального процесу, який у своєму розвитку має спиратися на технологічні кубітні, табличні та векторні структури даних для паралельного вирішення комбінаторних задач.

Метод. МАТ-комп'ютеринг реалізує будь-які алгоритми за рахунок транзакцій (читання-запис) на пам'яті. Кубітно-векторні моделі опису функціональностей, які відрізняються від відомих таблиць істинності компактністю опису та технологічністю для реалізації паралельних алгоритмів синтезу та аналізу цифрових пристроїв та SoC-компонентів.

Результати. 1) Вперше запропоновано метрику технологічних структур даних, орієнтована на паралельний пошук несправностей у цифрових системах на основі використання двох логічних векторних операцій. 2) Дістала подальшого розвитку метрика відношень між окремими компонентами QC (relations), що дозволяє організувати квантовий детермінований комп'ютеринг. 3) Вперше запропоновано квантові архітектурні рішення, що дозволяють розв'язувати задачі покриття у квазіпаралельному режимі. 4) Отримали подальший розвиток архітектурні рішення на основі аналого-цифрового комп'ютерингу, що можуть бути використані для паралельного розв'язання задач аналізу цифрових систем. 5) Запропоновано векторно-кубітні структури даних логіки, що дозволяють квазіпаралельно моделювати цифрові схеми.

Висновки. Реалізовано кубітні моделі, квантові методи та комбінаторні алгоритми технічного діагностування цифрових пристроїв, які дають можливість суттєво (до 25 %) зменшити час синтезу тестів, дедуктивного моделювання несправностей та справної поведінки, пошуку дефектних станів за рахунок впровадження інноваційної ідеї використання кубітно-векторних структур даних для опису логічних компонентів. Порівняльні оцінки використання кубітних моделей та методів показують підвищення ефективності алгоритмів моделювання цифрових пристроїв порівняно з табличними. Інтегрально представлена суперпозиція класичного, квантового та аналогового комп'ютерингу, що дає можливість знаходити найкращі розв'язки для розпізнавання та прийняття рішень.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: квантовий цифро-аналоговий комп'ютеринг, квантовий детермінізм, суперпозиція, сплутаність, пам'ять-адреса-транзакція, електрон-адреса-квантація, квантові транзакції на структурі електронів, кубітні вектори, матричні структури даних, цифрові системи на кристалах.

АБРЕВІАТУРИ

AI – artificial intelligence (штучний інтелект);

ASIC – інтегральна схема спеціального призначення;

DT – Data-Transaction (дані-транзакція);

FPGA – програмована користувачем вентильна матриця;

FSM – finite state machine (кінцевий автомат);

HW/SW реалізація – апаратно-програмна реалізація;

MAC – контроль доступу до медіа;
MAT – Memory-Address-Transaction (Пам'ять-Адреса-Транзакція);
ML – machine learning (машинне навчання);
SOC – system on chip (система на кристалі);
QC – quantum computing (квантовий комп'ютинг);
QPU – quantum processing unit (блок квантової обробки);
VLCI – схеми надвеликого рівня інтеграції;
UWB technology – бездротова технологія зв'язку на базі надширококутних сигналів;
АЦП – аналогово-цифровий перетворювач;
РЧ сигнали – радіочастотні сигнали;
ЦАП – цифрово-аналоговий перетворювач.

НОМЕНКЛАТУРА

a – асерція;
c – швидкість;
D – різниця;
e – енергія;
L – логіка;
m – маса;
M – пам'ять;
n – розрядність;
N – число станів;
R – вектор тестування;
S – простір;
T – година.

ВСТУП

Вчені, що створюють квантовий комп'ютер, йдуть шляхом, закладеним Емілем Леоном Постом (1897-1954) рівно 100 років тому. Основний практичний постулат Посту полягає в тому, що неможливо створити обчислювач без функціонально повного базису примітивних логічних функцій, наприклад, без *and-not*, *or-not*, *and-or-not*, *1-xor-and* [1–3]. Це дійсно так, якщо виходити з таблиць істинності примітивних елементів, як базових цеглинок при синтезі складних схем. Проте ця аксіома є коректною доти, доки не знайдені простіші операції-транзакції, завдяки яким можна описати або синтезувати елементарну логіку Поста, що створює функціонально повні та мінімальні базиси логічних функцій, а також будь-які інші комбінаційні структури довільної складності. Такими примітивами є лише дві функції-транзакції: запису та зчитування, через які можна записувати/синтезувати абсолютно будь-який, скільки завгодно складний, обчислювальний процес. Більш того, насправді слід говорити лише про одну операцію-транзакцію «запис-зчитування». Інакше, щоб записати кудись, треба зчитати звідкись. Це означає – існує більш технологічна та примітивніша альтернатива логіці Поста та класичному квантовому комп'ютингу, де останній поки що йде шляхом *quantum-mechanic-driven* синтезу керованих таблиць істинності, як базових елементів [3, 4]. При цьому вчені вважають, що неможливо створити квантовий обчислювач без таких математичних таблиць-матриць, для яких потрібен технологіч-

но складний кріогенний механізм охолодження силіконового кристала до рівня, близького абсолютному нулю. Сьогодні найзатребуванішими темами на ринку технологій для практики, науки та освіти є [5]:

- 1) квантовий комп'ютинг (QC);
- 2) кіберсоціальні обчислення (cyber social computing);
- 3) обчислення штучного інтелекту (AI computing).

Перший має вирішити всі найскладніші комбінаторні проблеми людства. Другий – усунути небезпеку ліквідації людства дедалі аморальнішою політичною елітою. Третій – створити “вільні від людини” (human-free) підходи сталого саморозвитку кіберфізичних механізмів та інфраструктур. При цьому комп'ютинг означає онлайн прийняття цифрових рішень у відповідь на точний вичерпний метричний моніторинг процесу або явища.

Згадані тренди корелюються з напрямками розвитку технологій компанії Gartner, а саме про комбінаторні інновації, які створюють нові властивості кіберфізичних систем, спрямовані на підвищення якості життя громадян та збереження екології планети. Першим трендом є глибока орієнтованість на потреби людей (people centricity), що включає розвиток інтернету етичної поведінки (internet of behaviors), узагальнення досвіду у різних сферах (total experience strategy) та впровадження в управління людиною, підвищення конфіденційності даних при обробці (privacy-enhancing computing). Другий тренд – незалежність від місця розташування (location indendence) – представлений розподіленими хмарними сервісами (distributed cloud), операційними діями, інваріантними до геолокації суб'єктів (anywhere operation), масштабованими мережами кібербезпеки процесів та явищ (cybersecurity mesh). Третій – стійкі поставки (resilient delivery) в умовах світової нестабільності – формується інтелектуальним композитним та гнучким бізнесом (intelligent composable business), надійними засобами AI, гіперавтоматизацією всього, що можна автоматизувати в організації. Управління, операції, моніторинг, що нелокально виконуються в онлайн режимі, сьогодні є життєво важливими принципами виживання людства.

Об'єкт дослідження – класичний, квантовий та аналоговий комп'ютинг.

Предмет дослідження – кубітні структури даних для опису цифрових пристроїв та компонентів, що відрізняються компактністю та високим паралелізмом їх обробки.

Мета дослідження – моделювання ісправної поведінки SoC компонентів на основі векторного подання логіки, формування тригерного розвитку комп'ютингу на основі суперпозиції класичного, квантового та аналогового обчислювального процесів, які у своєму розвитку мають спиратися на технологічні кубітні, табличні та векторні структури даних для паралельного розв'язання комбінаторних задач.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай задано універсальне характеристичне рівняння моделювання $M_i = Q_i[M(X_i)]$, в якому беруть участь горизонтальний вектор моделювання M , кубітні Q -вектори логіки, а також змінні зв'язки X , що створюють адреси осередків кубітних векторів.

Тоді задачі полягають у:

1) формуванні метрики технологічних структур даних для кожного несправного стану L на основі вектор-стовпців для розпізнавання N дефектних об'єктів;

2) розробці метрики відношень між окремими компонентами QC (relations);

3) пошуку квантових архітектурних рішень для квазіпаралельного розв'язання задачі покриття;

4) пошук архітектурних рішень на основі аналого-цифрового комп'ютерингу;

5) векторно-кубітні структури даних та моделювання цифрових схем.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Унітарне кодування забезпечує паралельне виконання регістрових логічних операцій на класичному комп'ютері [6]. Квантовий комп'ютеринг [7] в даний час є не що інше, як аналогові структури даних та алгоритми (рис. 1).



Рисунок 1 – Аналоговий квантовий комп'ютеринг

Спектр частот, які можуть одночасно подаватися на групи кубітів, дають можливість паралельно обробляти дані, що не адресуються, за допомогою процедур суперпозиції (or) і зв'язаності (not). Створюється найтехнологічніша і найбажаніша address-free комп'ютерна пара DT, паралелізм якої визначається лише смугою пропускання актуаторних частот та розмірністю кубітної пам'яті. Такий DT-комп'ютеринг орієнтований на обробку великих даних за місцем їхньої локації в паралельному режимі частотно-аналогової актуації обчислювальних процедур та алгоритмів. Для порівняння комбінаційна логічна схема є прикла-

дом паралельного виконання класичного обчислювального процесу на одному вхідному впливі шляхом одночасного поширення сигналів по гальванічним провідним з'єднанням і функціональним елементам. Квантовий комп'ютеринг створює тисячу таких схем для тисячі вхідних впливів, де одночасно виконуються обчислювальні процеси, в яких структури даних паралельно актуються спектром різних частот (фотонів). Скільки даних – стільки й схем. Це можливо, коли технологічно просто створити кількість схем, що дорівнює кількості вхідних даних. При цьому існує тільки «хмара» кубітів в обмеженому просторі, кероване фотонним світлом без провідних з'єднань. Виникає «computing everywhere», коли великі дані за місцем їх локації висвітлюються фотонами для миттєвого отримання результату квантових обчислень. Створюється кількість неймовірно простих схем, що дорівнює кількості даних для їх паралельної обробки.

Аналітична публікація [8] цікава своїм системно-метричним підходом до доступного розуміння квантового комп'ютерингу, що втиснуто у кілька сторінок тексту. Виконано порівняння класичного та квантового механізмів управління та виконання, структур даних та алгоритмів. Показано значення аналогових сигналів для паралельного управління та моніторингу масивів кубітних даних, що не мають адресу. Представлені шляхи розвитку квантового комп'ютерингу на основі об'єднання спільних зусиль спеціалістів різного профілю, технологічних компаній та розвинених країн.

Деякі дослідники висловлюють думку, що для квантових комп'ютерів сплутаність є, навпаки, небажаним побічним фактором [9].

У роботах [10–28] інтегрально реалізовані кубітні моделі, квантові методи та комбінаторні алгоритми технічного діагностування цифрових пристроїв. Робота [10] присвячена проблемам оперативного тестування обчислювальних схем, що оперують наближеними даними. Розробка оперативного тестування проходила під дією моделі точних даних, що визначило призначення та надійність її методу лише для випадку точних даних. Особливості наближених обчислень роблять похибку здебільшого несуттєвою. В [12] пропонується фундаментальний дизайн і реалізація передачі даних VLC на рівні MAC на основі FPGA, що включає базовий дослідницький контекст, дизайн і реалізацію рівня MAC UWB, а також результати моделювання та перевірки цієї системи. У [17] демонструється високоточна нанофотонна квантова пам'ять на основі мезоскопічного ансамблю неодиму, сполученого з фотонним кристалом. Нанорезонатор забезпечує спінову поляризацію > 95% для ефективної ініціалізації пам'яті гребінки атомних частот та вибіркового зчитування часових інтервалів за рахунок покращеного оптичного штарковського зсуву частот гребінки. Запропонована твердотільна пам'ять інтегрується з іншими джерелами та детекторами фотонів розміром із чіп для мультиплексної квантової та класичної обробки інформації в мережевих вузлах. Фо-

тонно-керовані транзистори відкривають нові можливості для багатофункціональних пристроїв, таких як програмовані логічні елементи та надчутливі фотодетектори. У [18] автори показують керовані фотонами транзистори з нанодотом (NW), керовані фотонами логічні вентиля NW і одиночну систему фотодетектування NW. Ниткоподібний нанокристал (ННК) синтезуються із довгими сегментами кристалічного кремнію (CSi), з'єднаними короткими сегментами пористого кремнію (PSi). Використовуючи локалізовані лазери накачування, автори демонструють логічні вентиля, що управляються фотонами, включаючи вентиля I, АБО та I-НЕ. У [19] підкреслюються переваги дисципліни квантової акустики, що зароджується, яка може струсити розвиток квантових комп'ютерів. Як обгрунтовано в [26], спільнота фахівців з квантових обчислень спрямовує більшу частину своїх зусиль на створення досконалої машини: цифрового квантового комп'ютера, який не боїться шуму та помилок і який, в принципі, може бути застосований до будь-якої проблеми. Теоретично така машина, для якої будуть потрібні великі процесори, що містять множини квантових бітів або кубітів, повинна бути здатна виконувати обчислення швидше, ніж звичайний комп'ютер.

Розробка квантового комп'ютера. Функції-модулі (IBM, Google, Intel), необхідні для квантового комп'ютера, можна розділити на п'ять компонентів, представлених концептуально п'ятьма рівнями управління. Прикладний рівень не є частиною самого квантового комп'ютера, але він є ключовою частиною всієї системи при створенні відповідних алгоритмів: середовище програмування, операційна система для квантового комп'ютера, інтерфейс користувача. Алгоритми можуть бути повністю квантовими або включати класичну частину. Рівень класичної обробки виконує три основні функції:

1) оптимізує квантовий алгоритм та компілює його в мікрокоманди;

2) обробляє вимірювання квантового стану, що повертаються обладнанням на нижніх рівнях, що передаються назад у класичний алгоритм для отримання остаточних результатів;

3) калібрує і налаштовує блоки наведених нижче шарів. Рівні цифрової, аналогової та квантової обробки, які складають блок квантової обробки (QPU).

Між трьома рівнями QPU існує багатофункціональний зв'язок. Тому конструкція кожного з них залежить від двох інших. Рівень цифрової обробки перетворює мікрокоманди у відповідні аналогові імпульсні сигнали для управління кубітами, як квантовими логічними вентилями. Самі імпульси генеруються лише на рівні аналогової обробки QPU. Цифровий рівень також передає результати вимірювань квантового обчислення на рівень класичної обробки даних, де квантове рішення може бути поєднане з класичними обчисленнями. Додавання функції виправлення помилок значно ускладнює рівень цифрової обробки. Рівень аналогової обробки створює різні види сигна-

лів для актуації кубітів на наступному шарі. Сигнали представлені рівнями напруги, часовими періодами, пачками мікрохвильових імпульсів, які модулюються по фазі та амплітуді для ініціювання операцій з кубітами, з'єднаними до груп, для формування квантових логічних вентилів, що формують схему для виконання конкретного квантового алгоритму. Генерування сукупності сигналів для одночасної (послідовної) актуації різних кубітів має бути синхронізовано в пікосекундних масштабах часу. Для невеликих систем із кількох десятків кубітів кожен із них налаштований, як радіоприймач, на власну частоту, прив'язану до одного каналу. Тому сигнал доступу до кубіту передається загальною сигнальною лінією на спеціальній частоті. Така стратегія управління кубітами не масштабується, оскільки сигнали, що надсилаються на кубіт, повинні мати суттєву смугу пропускання, наприклад, 10 мегагерц. Тому для комп'ютера з мільйона кубітів буде потрібно смуга пропускання 10 терагерц, що практично неможливо. Неможливо побудувати мільйон окремих ліній для сигналів управління, приєднаних до кожного кубіту. Раціональним розв'язком з управління кубітами є комбінація просторового та частотного мультиплексування. Кубіти об'єднуються у групи, де кожна з них прикріплена до загальної сигнальної лінії. Кожен кубіт у групі налаштований на сигнал лише однієї частоти. Комп'ютер керує підмножиною кубітів шляхом генерування імпульсів однієї частоти, що передаються через аналогову мережу комутації для подачі імпульсів певній групі кубітів. Інше рішення на основі комбінації частотного та просторового мультиплексування пов'язане з тим, що кожен кубіт у групі налаштовується на власну частоту. У цьому випадку актуаторний аналоговий сигнал може маніпулювати цільовим кубітом в одній підмножині або набором одночастотних кубітів у різних групах. За таке мультиплексування доводиться платити неточністю у керуванні кубітами. У сучасних системах шари цифрової та аналогової обробки працюють за кімнатною температурою. Шар, що містить кубіти, повинен мати близьку температуру до абсолютного нуля. Загальний розв'язок у майбутньому – інтегрування всіх трьох шарів у криогенний чіп. Існуючі QC на надпровідних матеріалах містять кілька десятків кубітів і здатні виконувати від десятків до сотень когерентних квантових операцій (Google, IBM, Intel). Розширення архітектури до кількох сотень кубітів потребує збільшення кількості ліній управління. Слід також мати на увазі, що доступний обчислювальний час, протягом якого кубіти залишаються когерентними, – 50 мікросекунд. Цей факт обмежує кількість квантових інструкцій для виконання алгоритму. Потім обчислення будуть поглинені помилками. Таким чином, QC з кількома сотнями кубітів буде використовуватися як прискорювач для класичних суперкомп'ютерів. Комбінаторні задачі, для яких квантовий комп'ютер орієнтований, вирушають із суперкомп'ютера на квантовий, а результати потім повертаються на перший для пода-

льшої обробки. Квантовий комп'ютер діятиме як графічний процесор, вирішуючи паралельно конкретні задачі матричних транзакцій та цифрової обробки сигналів. Сучасні технології виготовлення QC не спроможні виробляти повністю однорідні кубіти. Отже, різні кубіти мають трохи різні властивості. Неоднорідність властивостей кубітів вимагає адаптації аналогового рівня QPU до конкретних реалізацій, що ускладнює масштабування процесу побудови QC. Мультиплексування для великої кількості кубітів буде запроваджено через 5–10 років, що дозволить ввести механізми виправлення помилок шляхом додавання кубітної надмірності. Квантова корекція помилок допоможе вирішити фундаментальну проблему декогеренції шляхом введення надмірності від 100 до 10 000 фізичних кубітів на один логічний. Для реалізації корекції помилок буде потрібний також контур зворотного зв'язку, що охоплює всі три рівні QPU з малою затримкою та високою пропускну здатністю. Фізична основа експериментальних кубітів сьогодні представлена надпровідними ланцюгами, спіновими кубітами, фотонними системами, іонними пастками, центрами вакансій азоту. Успішним стане той матеріал, який забезпечить структури даних та управління мільйонів кубітів аналоговими сигналами у схемі мультиплексування. Такі QPU вимагатимуть не мільйони цифрових з'єднань, а кілька сотень чи тисяч, які можна створювати шляхом використання технологій проектування та виготовлення ІВ. Проблемою є спостереження станів мільйонів кубітів із частотою, що дорівнює тисячам вимірів за секунду без порушення квантової інформації, яка залишається невідомою до кінця обчислень. Одночасно слід виявляти та виправляти помилки, що виникають у процесі виконання алгоритму. Вимірювання кубітів вимагає також демодуляції та оцифрування аналогового сигналу з частотою кілька кілогерц. Для мільйонів кубітів загальна цифрова пропускна здатність стає рівною кілька петабайтів на секунду, що практично поки що недосяжно для сучасних технологій, що інтегрують чіпи кімнатної температури зі структурами кубітів при температурі абсолютного нуля. Тому аналоговий та цифровий рівні QPU повинні бути інтегровані з шаром квантової обробки на одному чіпі, де має бути схема попередньої обробки та мультиплексування вимірювань та виправлення помилок. При цьому слід зазначити, що не всі виміри кубітів необхідно передавати на цифровий рівень. Це необхідно, коли локальний канал фіксує помилку, що різко знижує потрібну цифрову смугу пропускання. Нестабільність сучасних кубітів у квантовому шарі вимагають надмірності для виправлення помилок. Поліпшення якості кубітів може призводити до витрат при розробці QC, які швидко окупляться. На поточному етапі створення квантових обчислювачів управління окремими кубітами, як і раніше, актуальне, оскільки потрібно отримати максимальну віддачу від кількох кубітів. Коли кількість наступних кубітів збільшиться, виникне проблема розробки систем мультиплексування керуючих сигналів і

вимірювання кубітів. Наступним важливим кроком стане розробка та використання квантових обчислювачів зі схемами виправлення помилок. Тут необхідно об'єднання зусиль розробників та інженерів-технологів з виробництва мікросхем, фахівців з криогенного контролю, експертів з обробки великих даних та створення квантових алгоритмів у межах нової галузі – квантової інженерії. Потрібні об'єднані зусилля академічних та дослідницьких інститутів, комерційних підприємств та державних організацій, для створення ринкових квантових комп'ютерів, що надаватимуть великі обчислювальні потужності для майбутнього.

Отже, що первинне із двох комп'ютингів? Цифровий комп'ютинг з'явився 40 тисяч років тому з першим малюнком мамонта на стіні в печері. Квантовий комп'ютинг існує з моменту народження Всесвіту або завжди.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

1. Розглянемо універсальну метрику процесів та явищ. Метрика – сукупність специфікованих параметрів для вимірювання відстані між процесами та явищами. Результат виміру формує дві взаємодоповнюючі оцінки: подібність S (similarity) та відмінність D (difference), які взаємодіють між собою та з (X, Y) -об'єктами за правилом виконання векторних логічних операцій: $S \oplus D = X \vee Y = \overline{X \wedge Y}$ [29]. Дане рівняння визначає спосіб вимірювання відношень (подібність-відмінність) між процесами та явищами в математичному, фізичному, соціальному чи віртуальному просторі. Далі розглядаються вектори двійкових параметрів, що кодують процес або явище. Тут подібність двох об'єктів визначається за допомогою and-логіки, застосованої до пари векторів розмірністю n :

$$S = \sum_{i=1}^n (X_i \wedge Y_i).$$

Відмінність формується завдяки хог-функції, що створює відстань по Хемінгу:

$$D = \sum_{i=1}^n (X_i \oplus Y_i).$$

Нормовані відношення між двійковими чи числовими $S(X_i, Y_i)$ векторами визначаються такими виразами:

$$D^n = \frac{D}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \oplus Y_i)}{\sum_{i=1}^n (X_i \vee Y_i)};$$
$$S^n = \frac{S}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \wedge Y_i)}{\sum_{i=1}^n (X_i \vee Y_i)} \approx S(X_i, Y_i) =$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^n [\min_{i=1, n} (X_i, Y_i)]}{\sum_{i=1}^n [\max_{i=1, n} (X_i, Y_i)]}.$$

Тут знаменник визначення норми обчислюється як сума всіх значущих ненульових розрядів у двох векторах:

$$N = \sum_{i=1}^n (X_i \vee Y_i) \text{ або } \sum_{i=1}^n [\max_{i=1, n} (X_i, Y_i)].$$

Оцінка подібності, що дорівнює одиниці, формує сукупність еквівалентних між собою об'єктів у запропонованій метриці. Для технічного діагностування еквівалентність означає наявність невиразних на тесті несправностей, що призводить до необхідності збільшувати потужність тесту чи кількість ліній спостереження.

Всесвіт. Метрика будь-якого процесу чи явища у Всесвіті визначається двома парами відношень взаємодіючих компонентів: простір-час, матерія-енергія. По матерії-енергії відома взаємодія $E = m \times c^2$. Аналогічне відношення має виконуватися і для простору-часу $S = t \times c^2$. Простіше рівняння $S + T = 1$ формує універсальну одиницю простору-часу в адитивному вигляді. Це означає, що час не є константою, він змінюється у фазовому циклі розвитку Всесвіту і є, як і простір, функцією від фази гармонійної зміни (розширення-стиснення) Всесвіту. Щодо сталості матерії та енергії Всесвіту також має діяти закон $m + e = 1$ у всіх точках фази [6].

Діагностування. Метрика діагностування – сукупність специфікованих властивостей для попарного розрізнення всіх технічних станів об'єкта. Діагностування – метричне визначення технічного стану об'єкта. Контроль – метричне розрізнення справного та множини несправних станів. Пошук дефекту – визначення його місця, причини та виду. Далі розглядається двовимірний просторово-часова метрика діагностування цифрової структури. Можна сказати, що діагностування є процес визначення місця, причини та виду дефекту. Якщо коротше, це процес ідентифікації несправного стану, для якого у цифровому світі є двійково-десяткові коди, де діє правило: для розпізнавання-ідентифікації N станів необхідно мати розрядність коду $n = \log_2 N$. Відношення між числом несправних станів N та розмірністю коду n можна виразити також за допомогою відомої формули: $N = 2^n$. При цьому число n можна отримати, виходячи з адитивності даної оцінки, яка залежить від довжини тесту t і числа ліній спостереження a , які є своєрідними точками контролю, що у сукупності створює потужність двійкового вектора для ідентифікації несправних станів $n = t + m$. Наприклад, тест довжиною $t=2$, де кожен набір спостерігається за трьома точками контролю $m=3$, що формують координату стовпця матриці діагностування розмірністю $t+m$ може розрізнити 32 дефекти. З іншого боку, розмірність добутку $n = t \times a$, при $n=8$, ідентифікації несправного стану можна сформулювати чотирима варіантами табличних координат, як показано на рис. 2.

1	10	1010	10101010
0	10	1010	
1	10		
0	10		
1			
0			
1			
0			
8×1	4×2	2×4	1×8

Рисунок 2 – Приклад двовимірної метрики тест-асерції

Таким чином, структури даних для організації діагностичного експерименту в ідеальному випадку визначаються двовимірною таблицею або матрицею, що задається в метриці тест-асерції (test-assertion або точки контролю). Така метрика формує для кожного несправного стану вектор-стовпець, сумарна потужність розрядів якого не повинна бути меншою за n для розпізнавання N дефектних об'єктів. При цьому слід мати на увазі, що за наявності однієї асерції (лінії спостереження) таблиця несправностей оперує однією двійковою координатою, що створює прості вектор-стовпці з n координат (за кількістю тестових наборів) для розпізнавання N дефектних станів. Природно, що розмірність тесту може бути зменшена в межах до одного набору (не до 0 наборів). Тоді таблиця ідеально перетворюється на рядок. Платою за це, відповідно до рівності $n = t \times a$, де $t=1$, є збільшення потужності асерції за правилом: $a = \frac{n}{t}$, у цьому випадку

$$a = \frac{n}{1} = n.$$

Оскільки асерції або зовнішні лінії (контакти) спостереження – достатньо дороге задоволення, особливо у сучасних SoC, VLSI or ASIC, то компромісним рішенням може бути мінімальна довжина тесту і розумна кількість ліній спостереження, що можливе лише в тому випадку, коли обчислювальний пристрій може бути представлений сукупністю функціональних модулів, оточених доступними для тестування, спостереження та діагностування вхідними та вихідними лініями. У цьому полягає суть стандартів IEEE 1500, 1532, 1149, 1687, орієнтованих на кристали, цифрові плати та системи. Одна з цілей IEEE стандартів – формування тестопридатної інфраструктури цифрового виробу для підвищення якості, надійності, ремонтпридатності, керованості, спостережуваності, відмовостійкості.

Методологічно, найзручнішими для людини та машини структурами даних є таблиці (матриці) несправностей. З них можна отримати дерева пошуку дефектів. Але дерева, як структури даних, спрямовані на суттєві часові витрати, пов'язані з великою кількістю елементарних перевірок в алгоритмах умовного діагностування. У той час, як весь світ йде шляхом зведення діагностичного експерименту до одного автоматного такту

виконання безумовного діагностування, нехай навіть за рахунок додаткових ліній спостереження. Квантові алгоритми націлені на безумовне розрізнення несправних станів в одному автоматному такті, навіть за наявності кількох тестових впливів (алгоритм Дойча). Для аналізу таблиць несправностей існують алгоритм аналізу стовпців (метод наближення), а також алгоритм аналізу рядків (метод виключення). Останній зводиться до виконання одного рядка коду, який визначає несправний стан шляхом виконання двох паралельних логічних операцій and-or над одиничними та нульовими рядками таблиці (рис. 3).

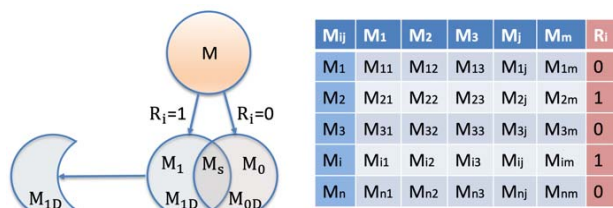


Рисунок 3 – Пошук дефектних станів стовпців за R-вектором тестування

Формули визначення дефектних станів по таблиці несправностей мають такий вигляд:

$$L_s = \bigwedge_{R_i=1} M_i \wedge \bigvee_{R_i=0} \overline{M_i}; \quad L_m = \bigvee_{R_i=1} M_i \wedge \bigvee_{R_i=0} \overline{M_i};$$

Далі представлена таблиця, за якою знайдені кратні дефекти, зазначені в останньому рядку, на основі наведених вище формул (рис. 4).

$\backslash F$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	R
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
2	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
3	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
4	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
6	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
7	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
8	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
R=1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
R=0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	
L_m	0	0	0	0	0	0	1	1	0	

Рисунок 4 – Таблиця пошуку кратних дефектів

Процедура паралельного пошуку множини кратних дефектів дає результат $L = \{7,8\}$, ідентифікований двома одиницями в останньому рядку. Слід зазначити, що з таблиці несправностей можна легко перейти до ML-таблиці істинності, а далі вирішувати питання ідентифікації несправних станів методами машинного навчання, що дуже цікаво, особливо для складних цифрових структур. Крім того, таблиця несправнос-

тей як матрична форма є технологічно зручними структурами даних для еквівалентування дефектів з метою синтезу дерева пошуку дефектів. Враховуючи, що класи еквівалентностей, як правило, будуть з неоднаковою потужністю, то розумне додавання додаткових тестів або асерційних точок у вузькі місця цифрової структури може привести дерево до виваженого вигляду.

Таким чином, озброївшись аксіомою збереження добутку $n = t \times a$ для дискретної структури, що підлягає діагностуванню, в матриці тест-асерції, можна будувати матриці, орієнтовані на асерції та мінімальний тест (аж до одиничного), або альтернативне діагностування, де число асерцій дорівнює 1.

Продовженням мультиплікативної метрики діагностування може бути розмірність обчислювальної структури, що пов'язана з таблицею істинності. Тут вступають у відношення компоненти: логіка-пам'ять (L, M), що оперують параметрами їх потужностей у межах оцінки: $n = L \times M$, де n сприймається як інтегральний обмежувач просторово-часових ресурсів для варіантів реалізації алгоритму. Простір асоціюється із розмірністю рядків таблиці істинності.

Проектування: структури даних та алгоритми, простір та час. Таблиця істинності – ідеальна форма структур даних організації спеціалізованих обчислювачів (ASIC). Таблиця істинності є цифровий автомат (FSM) (умовно) з одним станом. Тригер – елементарний автомат (пам'ять) із двома станами. Таблиця переходів – формою не відрізняється від таблиці істинності. Обидві реалізують сукупність умов (if – then) для пошуку чи визначення розв'язку. Фактично, таблиця переходів є скорочена чи неповністю певна таблиця істинності. Поєднання умов if – then створює метрику суттєвих параметрів для форматування всіх рядків-умов у межах таблиці істинності. Можна просто автоматизувати процес синтезу таблиці істинності: якщо параметр вхідної умови відсутня в метриці, то він додається у вектор змінних. При цьому всі інші рядки таблиці істинності, де цього параметра не було, міститимуть на його координаті символ невизначеності або інваріантності. Така процедура ефективно працюватиме під час створення ML-структур даних на основі єдиної таблиці істинності. Умова для перевірки коректності таблиці – перетин всіх пар рядків між собою дорівнює порожній множині. Приклад синтезу умов: if a, then 1; if b then 0; if ab then 2; if c then 3; if bcd then 4; if ae then 1. Таблиця істинності для згаданих умов представлена на рис. 5.

	1	2	3	4	5	y
a						1
	b					0
a	b					2
		c				3
	b	c	d			4
a				e		1

Рисунок 5 – Таблиця істинності

Рішення за таблицею істинності визначається як поєднання виходів для тих рядків, які мають непустий результат перетину вхідної умови, записаного у форматі метрики параметрів. Будь-який, скільки завгодно складний комп'ютер можна уявити таблицею істинності з примітивним автоматом управління в один стан, що реалізує синхронізацію. З'являється метрика комп'ютера, що задається добутком простір-час $n = S \times T$, що має взаємно однозначну відповідність до імплементації даних параметрів в аналогічну пару логіка-пам'ять $n = L \times M$. Відхід від паралелізму квантового аналогового комп'ютинга – комбінаційної схеми – породжує часовитратний послідовнісний механізм отримання результату за рахунок перетворення фрагментів простору у послідовні часові фрейми елементарних обчислень. Замість однієї великої таблиці істинності створюється кінцеве число дрібних таблиць, обробка яких синхронізована у часі. Це стає можливим за рахунок введення вже нетривіального автомата управління (алгоритму), що координує роботу невеликих таблиць істинності чи мікрооперацій. Алгоритм завжди є перетворювач-трансформатор простору таблиці істинності у часовий інтервал обчислення, необхідний для отримання результату: $S \rightarrow A \rightarrow T$. Чим складніший алгоритм, тим більший час його обробки. Простір та час створюють методологічний добуток $n = S \times T$, який має бути врахований експертами при розробці обчислювальних пристроїв. Зменшення простору тягне за собою зниження швидкодії і навпаки. Наприклад, три точки на кривій (рис. 6) формують однаковий добуток, що дорівнює $n = S \times T = 8 \times 2 = 4 \times 4 = 2 \times 8 = 16$.

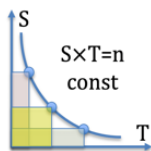


Рисунок 6 – Просторово-часова залежність комп'ютинга

Тут з'являється пам'ять, що необхідна для зберігання проміжних результатів розрахунку і станів алгоритму. Алгоритм (структура), пам'ять і час є метрикою складності обчислювального пристрою, або платою за зменшення простору таблиці істинності. За фактом можна сказати, що ускладнення структур даних нічого хорошого не призводить. Чим вони простіші, тим швидше логіка їх обробки, тим вища продуктивність комп'ютера. Краще та простіше таблиці істинності, як форми опису комбіаторних структур даних для людини та машини, просто не існує. По такому табличному шляху успішно розвивалися технології машинного навчання та нейромереж. Потім вони стали ускладнювати структури шляхом підключення пам'яті та часу, якими пройшов детермінований комп'ютер. Новий виток у гонці розвитку, як часткове повернення до забутого старого, створює сьогодні квантовий комп'ютер. Комбінаційна цифрова схема, як сукуп-

ність бездресних логічних елементів, є аналогом квантового комп'ютера. Його сутність є тривіальною – як паралельно обробити таблицю істинності для отримання результату при вирішенні комбіаторних задач. Звичайно ж вона вирішена в рамках дворівневої комбінаційної схеми класичного комп'ютинга шляхом паралельного розповсюдження аналогових сигналів від входів до виходів. Але амбітність квантового комп'ютингу полягає у наближенні його продуктивності до світлової швидкості транзакцій між даними.

Таким чином, ускладнення структур даних від таблиці істинності у бік її розбиття парадоксально призводить до появи складних алгоритмів, що використовують пам'ять, і спричиняє істотне збільшення часу обчислювального процесу для отримання результату. Маючи на увазі, що пам'яті на сьогодні достатньо для реалізації таблиць істинності великої розмірності, необхідне повернення архітектури обчислювача до найпростіших структур даних – таблиць та примітивних алгоритмів управління на основі логіки. До того ж слід мати на увазі, що достатньо зберігати не всю таблицю, а лише вектор її вихідних станів, що ще більше спонукає спеціалізований комп'ютер у бік векторних структур даних та примітивної логіки алгоритмів для їх обробки.

Заміна структури (flow chart) множиною (set chart) означає усунення несуттєвих деталей моделі процесу чи явища задля досягнення мети (рис. 7). При вирішенні великої кількості завдань комп'ютингу структурні особливості створюють обчислювальну складність алгоритму без явних та видимих переваг у формуванні кінцевого результату.



Рисунок 7 – Трансформування структури на множину

Іншими словами, якщо є можливість вирішити задачу примітивною бездресною (безструктурною) логікою квантового обчислювача (теорії множин), то алгоритми перетворюються на кілька рядків коду, суть яких – поєднання непустих результатів перетину вхідного набору з рядками регулярної (унітарної) таблиці істинності, що в алгебрі логіки звучить як диз'юнкція несуперечливих кон'юнкцій. Це є шлях до спрощення структурно складних алгоритмів, що мають багато умов та паралельних шляхів для отримання результату.

2. Аналоговий шлях у квантовий комп'ютинг. Квантова комп'ютерна інженерія є нова галузь знань, що займається теорією та практикою проектування, тестування виробництва та експлуатації захищених програмно-апаратних масштабованих обчислювачів для паралельного вирішення комбіаторних задач на основі суперпозиції 2^n когерентних станів, що поро-

джуються n кубітами. Інженерія створюється як інтерфейс між квантовою теорією та програмістом, який повинен розроблювати ефективні паралельні алгоритми та програми на основі знання практично корисних властивостей квантових структур даних для вирішення комбінаторних задач.

Квантовий комп'ютер – пристрій для паралельного розв'язання комбінаторних задач на основі суперпозиції (переплутування) 2^n когерентних станів, що породжуються n кубітами. Метрика квантового комп'ютинга досить заплутана, проте можна зробити наступні висновки.

1) Відношення понад усе (“Beziehungen uber alles”). Відношення між квантовими явищами є первинними, самі явища – вторинними.

2) Кубіт – суперпозиція нуля та одиниці у квантових частинках різної природи або система з двовимірним простором станів (спін електрона або поляризація фотона – кванта електромагнітного поля). Це – ні про що. Нуль і одиниця, утворюючи відношення, що неспроможні існувати окремо один від одного. Це – головна властивість та відмінність від класичного біта, де 0 та 1 існують незалежно один від одного.

3) Операції: суперпозиції та сплутаність формують взаємопов'язані відношення між 2^n станами на сукупності з n знеособлених кубітів. Суперпозиція – когерентна взаємодія 2^n станів у локальному просторі, утвореному n кубітами. Сплутування – когерентна взаємодія нелокальних 2^n станів на n кубітах.

4) Відношення – перетворення між станами (системи частинок) у просторі та часі, але не самі стани, є основою обчислень.

5) Існує детермінізм замкнутості квантової системи обчислень (незмінності хвильової функції, що описується рівнянням Шредінгера), якщо немає вимірів.

6) Імовірнісні відношення системи з вимірювальним пристроєм створюють ймовірності у станах системи та вимірювання. Вимірювання незворотно змінює функцію хвилі (амплітуду ймовірності) або стан системи в комплексному векторному просторі. Квантовий біт, крім базисних станів $|0\rangle$ і $|1\rangle$ може приймати безліч лінійних комбінацій $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. Будь-яку кількість класичних бітів можна витягти з одного квантового біту за наявності клонууючого пристрою. Насправді з одного кубіту можна витягти лише один біт.

7) Квантовий комп'ютер – пристрій, який дозволяє для структури з n квантових бітів здійснювати, як завгодно близьке до бажаного унітарного, перетворення простору $H_n = C^{2^n}$.

8) Для квантових бітів 2^n станів є базисом лінійного простору, де допустимі будь-які їх суперпозиції. Набір із n класичних бітів може породжувати 2^n незалежних станів.

9) Квантовий паралелізм – одночасне виконання оборотних (унітарних) обчислень над різними стана-

ми квантової суперпозиції. Таким чином, можна одночасно обробляти 2^n схем на одному вхідному впливі (2^n вхідних даних на одній схемі), але при цьому формується всього n бітів даних в кінці обчислень, що є суттєвим обмеженням паралелізму. Логічні класичні вентиля є необоротними. Для оборотних класичних обчислень вхід і вихід елемента завжди містять однакову кількість бітів n де будь-яке обчислення є взаємно-однозначна відповідність множини входів і виходів. Таку відповідність можна представити унітарною оборотною матрицею $2^n \times 2^n$, де в кожному рядку і стовпці є рівно одна одиниця. Матриця може розглядатися як оператор еволюції деякої квантової системи з простором станів $H_n = C^{2^n}$. Будь-яке класичне обчислення (логічний елемент) може бути оборотним. Наприклад, таблиця істинності оборотного керуваного елемента НІ (controlled not) має такий вигляд (рис. 8).

C	X	C	\bar{X}
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0

Рисунок 8 – Таблиця істинності оборотного controlled not

У таких оборотних елементах взаємно-однозначної відповідності ніяк не виявляються властивості квантової суперпозиції та сплутаності. Нелокальна суперпозиція двох когерентних фотонів (електронів) називається квантовою сплутаністю, що проявляється при вимірі одного з них. Квантова сплутаність є властивістю квантової суперпозиції фотонів (електронів). Такі явища як: квантова суперпозиція фотонів; квантова сплутаність електронів; метрика подібності-відмінності для суперпозиції та сплутаності, не визначені строго в джерелах. Сплутаність дає можливість визначати стан усієї системи при її вимірі. Використання квантової суперпозиції станів для розв'язання практичних комбінаторних задач досить повно представлені у публікаціях. Багато алгоритмів, як Deutsch-алгоритм для розпізнавання станів, можна паралельно реалізувати на класичних обчислювачах. Квантова сплутаність – це взаємодія двох альтернативних когерентних нелокальних станів, які не перетинаються, що мають між собою максимальну похідну, яка дорівнює їх суперпозиції або об'єднанню. Суперпозиція означає, що квантова система одночасно перебуває у двох станах. Сплутаність є кореляція двох або більше нелокальних частинок, коли вимір однієї призводить до визначення стану іншої. Суперпозиція та сплутаність – не одне й те саме. Проте, суперпозиція (визначається через когерентність) необхідна для створення сплутаності [30, 31]. Квантова сплутаність включає суперпозицію станів двох сплутаних корельованих нелокальних частинок, коли вимір однієї миттєво і завжди у протифазі впливає на стан іншої. Когерентність та сплутаність кількісно та функціона-

льно еквівалентні, що відіграє важливу роль у квантових технологіях телепортації, криптографії та кодування. Але як бути з котом Шредингера, який один у двох станах. Квантова сплутаність – суперпозиція двох нелокальних протифазових станів однієї частки. Кубіт представлений одним електроном (не системою) (фотоном, атомом), де два стани частки одночасно перебувають у суперпозиції. Але суперпозиції не можна виміряти, тільки базові стани, тому потрібні алгоритми для приведення результату до n бітів. Існує неможливість виміру квантового стану без порушення суперпозиції. Кількість класичної інформації, що одночасно міститься в n кубітах, дорівнює 2^n . Суперпозиція станів у кубіті є фізично та математично пов'язані динамічні процеси в квантовій частинці (фотон, електрон, атом), які виявляються в статистиці після їх вимірювання, подібно до підкинутої монети, яка, обертаючись, має суперпозицію орла і решки, але падаючи на поверхню, завжди набуває одного із зазначених статичних станів. Суперпозиція n кубітів є фізичним та математичним механізмом зв'язування 2^n динамічних станів, що подібно до обертання підкинутої гральної кістки, яка при падінні на поверхню завжди проявляється статичним станом, що визначається n двійковими розрядами. Саме поки дуже короткий період когерентної динаміки станів кубітів, що взаємодіють, цікавий і використовується для практики обчислювального процесу обробки даних при розв'язанні комбінаторних задач. При цьому поняття сплутування кубітів не приносить нової інформації для організації обчислювального процесу відносно суперпозиції, крім нелокальності, коли два стани одного кубіту, що ототожнюються з двома квантовими частинками, формують нелокальну суперпозицію.

Квантова сплутаність є нелокальна суперпозиція двох розділених фотонів, що когерентно зберігають протилежні спини на відстані. При вимірі стає очевидним факт протилежності спинів для кількох взаємодіючих фотонів. Сплутані фотони – пара нелокальних частинок з корельованими квантовими станами, що уможлиблює квантовий зв'язок, телепортацію, комп'ютинг та квантовий інтернет, квантову метрологію, моніторинг та управління. Генеруються пари сплутаних фотонів за допомогою квантової точки в арсеніді галію, розміром близько 10 мікрометрів. Квантова точка із золотим дзеркалом і лінзою, що збирає, освітлена лазером, випускає пару сплутаних фотонів за рахунок розпаду збудженого стану. Пара фотонів, сплутана, не в одному (спин), а в n вимірах (поляризація, енергія, поздовжнє обертання), спроможна переносити за оптоволоконном у 2^n разів більше інформації, ніж проста сплутана пара, що є аналогом технології частотного мультиплексування, але вже на квантовому рівні. Виникає знову ж таки суперпозиція станів, але вже кілька сплутаних фотонів у кількох квантових вимірах, які значно підвищують продуктивність передачі даних. Сплутані фотони ділять між собою один загальний квантовий стан. Тому зміна

квантового стану одного з них спричиняє синхронну зміну стану іншого (інших), незалежно від відстані, що розділяє їх у фізичному просторі. Розроблено технологію отримання десятків, сотень та тисяч заплутаних фотонів, які ділять між собою до мільйона квантових станів, що поки що важко використовувати для практики передачі інформації. Інший шлях пов'язаний із сплутуванням двох фотонів, але вже в 1–100 квантових вимірах, що означає також корисну багатозначність передачі даних [32].

Висновок. Сплутаність (станів) фотонів та суперпозиція (кубітних станів) електронів (атомів) – два ізоморфні аналоги квантового комп'ютингу для передачі даних та організації обчислень відповідно. Квантова сплутаність є ключем до пояснення миттєвих ментальних зв'язків між окремими людьми, розділеними великими відстанями. Якщо розділені сплутані фотони опромінюють пару найближчих родичів, які мають ідентичні геноми, зміни в одному з них викликають когерентний відгук у іншій людині. Існує гіпотеза, що два сплутані фотони нелокально реагують один на одного зі швидкістю в 100 тисяч разів, що перевищує швидкість світла. Інше тривіальне пояснення квантової сплутаності пов'язане з тим фактом, що один фотон у момент його сплутування шляхом розподілу на два породжує дійсно випадковим чином одиничну та нульову визначеність. Тому, коли один із них вимірюється десь у просторі як одиниця, то другий, природно, «миттєво-когерентно» стає нулем. Можна тут емоційно вигукнути – та він і був банкрутом із самого початку сплутаності, коли один фотон був розділений на два. За такої гіпотези зберігається недоторканою єдина константа Всесвіту – швидкість світла. Знову ж таки Альберт Ейнштейн правий – швидкість світла є верхньою межею!

Відомі сотні «заплутаних» визначень для розуміння базових та структурних компонентів квантового комп'ютера та телекомунікацій, які оперують навіть протилежними поняттями. Настав час створити стандарт квантової інженерії, який повинен мати практичну спрямованість на широке коло читачів (студентів та спеціалістів), зацікавлених у нових технологіях, які правильно використовують специфіковані терміни. Стандарт не лише пояснює теорію та практику фізичних та математичних явищ, а й поєднує зусилля вчених для креативного вирішення складних проблем. Метрика підпорядкованості окремих компонентів QC через їхні відношення (relations) представлена на рис. 9. Суперпозиція (superposition) – лінійне об'єднання станів, процесів чи явищ. Тут відношення квантових частинок є суперпозицією. Квантові частки не заважають одна одній. Відношення кінцевої множини квантових частинок в одній точці простору (local) є суперпозиція. Відношення кінцевої множини частинок у різних точках простору (nonlocal) є сплутаність (entanglement). Суперпозиція та сплутаність є еквівалентними поняттями.



Рисунок 9 – Відношення між QC-компонентами

Відношення – структура взаємних зв'язків на множині компонентів, що визначає властивості процесу чи явища. Квантове відношення є когерентною структурою кореляційних станів. Немає суперечливих чи взаємовиключних відношень між станами в квантовому світі. Квантовий стан – сукупність параметрів, що характеризують когерентну структуру корелейованих станів у заданий час. Суперпозиція – когерентне відношення між двома та більш корельованими станами квантової частки (фотона, електрона, атома). Сплутаність (entanglement) – нелокальна суперпозиція когерентних станів розділених корелейованих фотонів. Кубіт (qubit) – локалізована суперпозиція когерентних корельованих станів 0 та 1 субатомної частинки (електрона, атома). Квантова структура – локалізована суперпозиція n кубітів для паралельного виконання логічних операцій над 2^n станами. Багато станів квантової структури, когерентно фігурує в локальному просторі кубітів, є той чарівний механізм, який за визначенням орієнтований на миттєве паралельне вирішення комбінаторних задач експоненційної складності.

Суперпозиція – відношення між станами. Короткі визначення відповідних понять:

- 1) кубіт – локалізована суперпозиція квантових станів;
- 2) сплутаність – нелокальна суперпозиція квантових станів;
- 3) кубіт, як когерентне локалізоване відношення 0 і 1, є примітивом організації структур даних комп'ютеринга;
- 4) сплутаність є квантовою основою передачі даних, кодування, телепортації, інтернету, метрології, моніторингу та управління;
- 5) суперпозиція (методологічно) – властивість не-суперечливого спільного існування нескінченної когерентної множини частинок квантового світу та їх корельованих станів у локальному (нелокальному) просторі. Суперпозиція також працює і в макросвіті, зрозуміло, з обмеженнями на кінцеве число фізичних компонентів та його станів у локальному просторі. Якщо суперпозицію мікросвіту імплементувати в його макроаналог, то люди зможуть проходити один через одного і через стіни, автомобілі перестануть стикатися на дорогах, нові будинки можна будувати, не руйнуючи старих, літаки безперешкодно злітатимуть і сідають на одну смугу, а також літатимуть на зустрічних курсах, селяни збиратимуть з одного поля мільйони тонн овочів і фруктів. Все це водночас, де ніхто нікому не заважає. Така картина макросвіту в

метриці мікрвиконання може бути продовжена до розуміння нескінченної множини когерентних паралельних, одночасно існуючих, фізичних світів. Відома і не зовсім вдала гіпотеза про кота Шредингера мало що дає для розуміння мікросвіту. Останній стає зрозумілішим, якщо уявити закони мікросвіту в їх макроінтерпретації, запропонованої вище. Ніщо не існує у Всесвіті (мікро- та макросвіті) без належності до відношення. Суперпозиція є відношенням. Надпровідність і надплинність зберігають квантову властивість безперешкодного проходження електронів і рідин один через одного в протилежних напрямках за певних температурних умов. Тому фізичний макросвіт також здатний сприймати деякі властивості-стосунки квантового мікросвіту в частині суперпозиційної несуперечності.

3. Квантові архітектурні рішення. Математики і фізики мають повноту знання мікросвіту. Комп'ютерні інженери володіють технологіями синтезу обчислювальних пристроїв в макросвіті. Потрібні треті особи, здатні поєднати спрощену теорію паралельних квантових механізмів із практикою класичних комп'ютерів, яких можна назвати фахівцями з квантової інженерії. Поляризація світла чи фотонів реалізує операції and, or. Немає простої операції not в квантовому світі. Що можна зробити за допомогою двох інструкцій для створення квантових алгоритмів? Тільки специфічні неуніверсальні алгоритми. Цього достатньо для підрахунку, наприклад, подібності-відмінності. Професор Юрій Петрович Шабанов-Кушнаренко стверджував, що логіки I-АБО (and-or) достатньо для розв'язання комбінаторних задач розпізнавання та прийняття рішень. Паралелізм квантових обчислень на основі застосування послідовності квантових вентилів до структури пов'язаних кубітів визначається одночасним обчисленням станів виходів як реакції на обробку всіх станів входів [33]. Квантовий алгоритм виконується паралельно за той самий приблизно константний час над усіма входними впливами, незалежно від значення $n = \{2, 10\}$ у функції $Y = 2^n$, що формує 4 або 1024 станів, з видачею функції ймовірнісного розподілу відповідей. Квантовий комп'ютер аналоговими сигналами запускає 2^n паралельних процесів рішення, кожен з яких обробляє один із можливих варіантів, після чого формується ймовірнісна суперпозиція відповідей, з яких вибирається одна. Для отримання стійкого результату роботи квантового комп'ютера необхідно багаторазово запустити квантовий алгоритм на тому самому входному наборі даних, а потім усереднити результат. Ймовірність не є сильною властивістю квантового комп'ютера, яке мало бути строго детермінованим, як у класичному, коли на ту саму послідовність або паралельність входних дій алгоритм дає стійко стабільний результат. Властивість паралелізму, але детермінованого, цілком можна реалізувати за рахунок надлишкового кодування і додаткової пам'яті в класичному комп'ютері. Найбільш відомі спеціальні алгоритми: факторизації

Шора для розкладання чисел на прості множники, швидкий пошук у базі даних на основі повного перебору Гровера, мінімізації тестових перевірок для розпізнавання груп Дойча. На відміну від класичних, квантові комп'ютери, як і алгоритми, є універсальними. У цьому сучасні QC створюють такі проблеми, яким ще немає ефективних рішень:

1) чутливість до QC-оточенню – декогеренція (150 мкс), для корекції помилок потрібно створювати логічні кубіти;

2) нагромадження помилок при обчисленнях, більше операцій – більше помилок – менший час когерентності кубітів, потрібно прагнути до кількох операцій над структурами даних;

3) ініціалізація станів кубітів;

4) створення багатокубітних структур даних великої розмірності, важливе значення має сусідство шести частинок на 1 кубіт; чим більше сусідів, тим більше проблем;

5) ініціалізація, обчислення на гейтах, корекція, зчитування – все слід укласти під час декогеренції.

Задача пошуку оптимального покриття є комбіаторною і тому може бути орієнтована на квантове рішення. Далі розглядається комбіаційна схема, яка є апаратною реалізацією квазіпаралельного пошуку покриття на класичному комп'ютері (рис. 10).

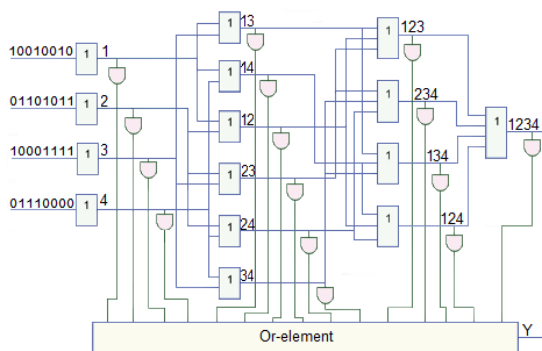


Рисунок 10 – Логіка для квазіпаралельного розв'язання задачі покриття

Для цього використовується структура Хасе, яка дивним чином оптимізує структури даних для вирішення комбіаторних задач. Тут вона формує кінцеву множину вертикальних рівнів, що йдуть ліворуч, задають поєднання вхідних векторів для отримання можливого розв'язку, в даному випадку:

$C_n^m = (C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4)$. Розв'язок знайдено, якщо хоча б одне із зазначених п'ятнадцяти or-елементів формує одиничне покриття із поєднання вхідних векторів. Тоді and-gate при or-елементі, що реалізує поєднання, створює значення 1 у векторному регістрі, показаному в нижній частині структури, що обертає в одиницю стан виходу Y. Часова вартість квазіпаралельного

рішення дорівнює $\frac{1}{n} 2^n$ автоматні такти. На квантовому комп'ютері всі рівні поєднуються в один верти-

кальний, що означає створення повністю паралельного алгоритму пошуку рішення на $2^n - 1$ когерентних схемах, але вже в одному автоматному такті. Найпошлідовніший розв'язок – з'єднання всіх схем в ланцюжок, коли розв'язок виходить на часовому інтервалі рівному $2^n - 1$ автоматних тактів. Тим не менш, Хасе структура створює оптимальний по апаратурі та часу алгоритм пошуку покриття на класичному комп'ютері.

Таким чином, квантовий паралелізм є функцією від квантової суперпозиції 2^n станів, що породжуються n -когерентними кубітами. Природно, що на продуктивність QC також впливає швидкість світла, яку можна вважати граничною продуктивністю обміну даними між компонентами квантових структур даних.

Далі подані основні положення публікації [8] та інші підходи до побудови (квантового) комп'ютинга, які в деяких моментах суттєво відрізняються за ідеологією від класичного підходу до створення обчислювачів, а в деяких – мають разючу схожість. Управління квантовим комп'ютером подібно до безумовної установки кубіка Рубіка наосліп по одному із заданих початкових станів (43, 252, 003, 274, 489, 856, 000) шляхом застосування кінцевого числа правил (< 20). Інакше розглядається транзакція вектора квантового стану на сукупності базових елементів-кубітів. Звичайно, спостереження за процесом неможливо, що призводить до його руйнування. Можна спостерігати лише кінцевий стан кубітів. Аналогом може бути безумовний алгоритм установки FSM-автомата (початковий) наперед заданий стан. Відмінність між класичним та квантовим комп'ютером полягає у використанні незвичайних та важких для розуміння (defies intuition) квантово-механічних ефектів для обробки даних. У той час як звичайні класичні комп'ютери маніпулюють бітами, що приймають значення 0 або 1, квантові обчислювачі працюють з квантовими бітами або кубітами. Кубіти використовують квантово-механічний ефект – суперпозицію, що дає можливість кожному кубіту перебувати в стані, що визначається метрикою-ступенем «близкості» до нуля та одиниці. Коефіцієнти, що описують одиничність та нульовість кубіту, є комплексними числами (Sphere Bloch $V=a+ib$), що мають дійсну та уявну (real and imaginary) частини. У QC з кінцевим числом кубітів можна створювати структури даних, де стан одного кубіту пов'язаний зі станом іншого або інших. Це називається «сплутуванням». Два класичних біти можуть бути встановлені тільки в 00, 01, 10, 11. Два сплутані кубіти можуть одночасно створювати суперпозицію цих чотирьох станів, що мають певний ступінь ймовірності для кожного стану: 00, 01, 10, 11 (тут нівельована різниця між сплутаністю і суперпозицією):

0	0	0,2
0	1	0,3
1	0	0,3
1	1	0,2

Що більше взаємодіючих кубітів у структурах даних, то більше станів (векторів) і менше ймовірність кожного їх. Суперпозиція або теоретико-множинне зображення абсолютно детермінованого стану відома в дискретній математиці понад 100 років. Алгебра Кантора (рис. 11) оперує чотирма символами: $A = \{0,1,X,\emptyset\}$, де $X = \{0,1\}$ – стійкий стан, що може бути унітарно закодовано як 11, за умови, що інші коди рівні: $C(A) = \{0 = 10, 1 = 01, X = 11, \emptyset = 00\}$. Чотири стани $Y = \{Q, E, H, J\}$, що перебувають у суперпозиції, можна закодувати літерами, двійковими кодами $Y = \{00, 01, 10, 11\}$ або унітарними кодами $Q = 1000$, $E = 0100$, $H = 0010$, $J = 0001$. У цьому унітарне кодування забезпечує паралельне виконання регістрових логічних операцій на класичному комп'ютері [6].

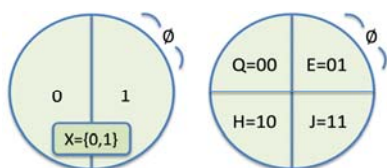


Рисунок 11 – Символи алгебри Кантора

Три сплутаних кубітів можуть бути у суперпозиції восьми фундаментальних (тут і далі елементарних) станів, що створюють повну множину подій. Природно, n кубітів можуть створювати суперпозицію з 2^n станів. Тому виконання операції з n заплутаними кубітами означає одночасну обробку 2^n бітів інформації. У разі класичного комп'ютера метрика унітарного кодування станів для кожного 2^n адресних (двійково-десяткових) кодів, що мають n розрядів, розширюється до 2^n координат. Інакше паралельність та стійкість виконання логічних операцій потребує суттєвої апаратної ($R = 2^n - n$) надмірності – збільшення кількості розрядів для кодів станів. Інших недоліків немає. Проекція однією з осей є зняття даних після обчислення. Інша інтерпретація: є в кошику n куль, один з яких можна витягнути, щоб визначити стан системи в даний момент, а також інтегральний стан куль, що залишилися, за принципом доповнення. Якщо таких станів два (один кубіт), то їх нелокальна зв'язаність (квантова нелокальність), завжди через інверсію, використовується для передачі конфіденційних даних квантовими каналами. Втім, деякі дослідники висловлюють думку, що для квантових комп'ютерів сплутаність є, навпаки, небажаним побічним фактором [9]. З позиції теореми Поста це не зовсім так, оскільки обидві операції: суперпозиція (or) і сплутування (not) створюють функціонально повний базис для логічного комп'ютингу, коли усунення однієї з них унеможливило створення універсального обчислювача. Операції квантових обертань, що виконуються з кубітом, не бувають ідеальними. Обмежен-

ня на якість керуючих сигналів та чутливість кубітів впливають на операцію повороту кубіту. Наприклад, обертання на 90 градусів може закінчитися результатом, рівним 90,1 або 89,9 градусів. Такі помилки накопичуються, що призводить до неправильного результату. Інше джерело помилок – декогеренція: кубіти поступово втрачають інформацію, яку вони містять, а також зчепленість. Кубіти певною мірою взаємодіють із середовищем попри те, що фізичний субстрат, використовуваний для їхнього зберігання, був спроектований так, щоб тримати їх ізольованими. Можна компенсувати ефекти неточності керування та декогеренції шляхом квантового виправлення помилок. Такий підхід потребує великої кількості надлишкових фізичних кубітів та додаткового часу їх обробки. Декогеренція притаманна як квантовим бітам, а й будь-яким даним, інформації, знанням, історії, культурі, науці, освіті. Когерентність завжди є екстравитратною властивістю для будь-якої кіберфізичної або кіберсоціальної системи. Так само як і декогеренція не завжди є погано для функціонування системи.

4. Аналогово-цифровий комп'ютинг. Метрика класичного «дата-адреса-логіка» комп'ютера оперує адресно-цифровими структурами даних та послідовною логікою їх обробки. Адреса створює благо – цифровізацію світобудови і водночас накладає заборону його паралелізму. Заборона усувається аналоговізацією сигналів у цифрових пристроях, що реалізується на основі провідних (гальванічних) з'єднань у регістрах, комбінаційних схемах, байтових структурах пам'яті. Але дивно, в природі і Всесвіту немає адрес. Все: матерія-енергія, простір-час, розвивається за відкритими і ще невідомим законами (космологічними, фізичними, математичними, хімічними). Природа суворо та глибоко аналогова та паралельна. Адреса або цифра – штучний винахід людини, яке форматує весь світ детермінованими послідовними моделями процесів та явищ для їх зручного моніторингу та актуації людиною. Як наслідок, вчені створюють суворо послідовні за процесами комп'ютер та штучний інтелект (AI), подібний до власного аналога непаралельного сприйняття миру та мислення (рис. 12).



Рисунок 12 – Метрика відношень комп'ютингу

На технологічному рівні комп'ютера працюють аналогові сигнали, які досить складно інтерпретуються як цифрові. Адресна ідентифікація означає послідовність обробки компонентів. Якщо немає адрес, а лише відношення, це призводить до паралельності обробки даних. У природі, як відомо, немає адрес. Цифровізація – прогрес людства, який, можливо, веде його хибним шляхом розвитку. Тут основою виступає пара «пам'ять-логіка», як логіка послідовної обробки даних, що адресуються в пам'яті. Інший шлях комп'ютерингу – безлика множина, створювана відношенням множина-логіка, що є найкращим поданням неадресованих даних для логіки їхньої паралельної обробки. На жаль, сучасний комп'ютер не вирішує завдань ефективного аналізу множини неадресованих елементів. На це і тільки на це (розв'язання комбінаторних задач) орієнтований квантовий комп'ютер, що має примітивами структур даних кубіти, як сукупність суперпозиційованих безадресних сигналів-носіїв. Локальна та алокальна суперпозиція є сутністю квантового світу, яка переверне уявлення людства про Всесвіт. У мікросвіті ніхто і ніщо не заважає один одному, все існує одночасно у будь-якій точці простору. Природною платою за всі переваги квантового комп'ютера є імовірнісний характер результатів, що формуються, який, у міру дорослішання QC, буде прагнути до класичного детермінізму. Але труднощі технологічної реалізації квантових структур даних, а особливо логічних операцій, поки що ставить бар'єр на шляху його ринкового практичного використання. Людство витратило близько 100 років на технологічну сингулярність «дискретного» діода і транзистора, що лежить в основі всіх, по суті, аналогових, але формою цифрових, елементарних процесів у сучасному комп'ютері. Ринок отримав суворо послідовний механізм обчислення, що стає паралельним з допомогою технічних винаходів: розширення простору логічних змінних чи спеціалізованих елементів пам'яті. Важко відмовитися від адресованості даних та перейти до обробки множин на принципово нових матеріалах та підходах зберігання та обчислення. «Дані-логіка» квантового комп'ютера значно кращий варіант обробки інформації, де відсутні адреси. Там, де дані, має бути і логіка їхньої обробки (рис. 13).



Рисунок 13 – Макроархітектура квантового комп'ютера

Інакше дані повинні містити спосіб їх алгоритмічної обробки. Це – аксіома, якщо взяти до уваги, що найпростіший і універсальний метод комп'ютерингу

даних є звичайна транзакція (запис-зчитування). Відношення між структурами даних та алгоритмом є суть комп'ютеринга, який прагне у своїй досконалості до простоти таблиць та and-ог-логіки. Чим простіше ця пара, тим ефективніша і технологічніша HW/SW реалізація в метриці «продуктивність», «прибутковість і час виходу ринку» (Yield & Time-to-Market). Практично також важко переконати людство в маленьких недоліках мікронано-електронної реалізації сучасних комбінатійних схем, що доставляють масу проблем при виготовленні, тестуванні та експлуатації. Створити комп'ютер, який має лише пам'ять та єдину операцію транзакції (запис-зчитування) на ній, вже сьогодні стає можливим. Тоді слід говорити про найпростіший ефективний і паралельний DT-комп'ютер. В цьому випадку людина приходить до комп'ютера Всесвіту, суворо аналогового. Всесвіт, на відміну людства, немає адрес і не порушує законів. Зграя риб, наприклад, паралельно управляється зовнішнім сигналом і не стикається між собою – аналоговий комп'ютер. Сьогодні вже можливо і дуже необхідно застосувати DT-комп'ютер для аналітики великих даних (big data analytics). Але вирішення питання стримується потужним індустріальним лобі «аматорів логіки» (logic-like), а також невідкриття високо структурованого матеріалу (жорстка структура електронів), що забезпечує зберігання і транзакцію даних за допомогою фотонів. Транзакції між даними можна порівняти з хаотичним рухом атомів або молекул, які під час зіткнення можуть отримати заряд або віддати його. Більше нічого не потрібно для створення комп'ютерингу data-transaction. Людина вигнала цифровий сигнал (а також накладну надмірність у вигляді АЦП-ЦАП), який є строго штучним. Можливо, цифра – це шлях не розвитку, а деградації людського знання чи тупиковий шлях комп'ютерингу. Решта природи (жива і нежива) спілкується між собою аналоговими сигналами. Точка зустрічі класичного та квантового комп'ютерингу – фотонні транзакції на структурі електронів. Детермінізм класичного чи ймовірність квантового? Детермінізм та ймовірність.

Комп'ютеринг – процес обміну даними. Інакше комп'ютеринг – транзакція (операція читання-запису, read-write) даних між об'єктами, суб'єктами або явищами. Детерміноване управління виникає, коли в соціальні процеси втручається людина, яка створила цифру – перший малюнок на кам'яній стіні печери тисячі років тому. Без людини роль управління виконують закони та геноми розвитку природних явищ, як примітивні та найскладніші алгоритми відповідно. Поява цифри (адреси) як найпростішої моделі природи в мозку людини створила основу для послідовного детермінізму human-комп'ютера (людський детермінізм) (рис. 14).



Рисунок 14 – Комп’ютинг – процес обміну даними

Без людини існує лише природний чи квантовий безадресний аналоговий комп’ютинг Всесвіту, небесних тіл, живої та неживої природи під керівництвом законів, геномів, відносин. Відмінність класичного від квантового комп’ютера полягає в метриці адресації даних, яка замінюється простором та аналоговою природою електромагнітної чи гравітаційної взаємодії. Будь-яке відношення є комп’ютингом, а саме: 1) логіка на адресованих даних (дата-адреса-логіка); 2) закони на адресованих даних (дата-адреса-закон); 3) транзакції на адресованих даних (дата-адреса-транзакції); 4) логіка у просторі даних (дата-простір-логіка); 5) закони у просторі даних (дата-простір-закон); 6) транзакції у просторі даних (дата-простір-транзакції).

Але чи лише дані створюють комп’ютинг? Дані можна замінити на суб’єкти чи об’єкти (computing data-free) (рис. 15).



Рисунок 15 – Комп’ютинг – відношення між явищами

Місяць та Земля – яскравий приклад комп’ютингу управління двох тіл на основі гравітаційного закону. Чоловік і жінка створюють комп’ютинг сім’ї на основі традиційних відношень. Зграя вовків створює комп’ютинг виживання шляхом розподілу ролей ватажка та виконавців його волі для вдалого полювання. Політичні еліти країн створюють комп’ютинг міжнародних відносин. Загальна властивість тут – розподіл функціональних обов’язків, пов’язаних з механізмами управління та виконання (control-execution). Один об’єкт (суб’єкт) реалізує комп’ютинг із собою, де мозок є провідним. Два об’єкти ділять повноваження за принципом «провідний – ведений». Три об’єкти призначають керівника та виконавців. Приклад: сонце

© Хаханова О. В., Чумаченко С. В., Рахліс Д. Ю., Хаханов І. В., Хаханов В. І., 2022
DOI 10.15588/1607-3274-2022-4-4

та планети створюють гармонію комп’ютингу. Два центри управління неможливі у природі.

Практично будь-яке електромагнітне випромінювання впливає на матерію, що завжди перебуває у фізичному просторі. Якщо до останнього помістити субатомні частинки, вони зможуть змінювати свій стан. На цій взаємодії частинок і електромагнітних хвиль створюються квантові комп’ютери. Тоді можна стверджувати, що тут (рис. 16) задекларовано специфічний вид безадресного комп’ютингу, коли суб’єкт чи об’єкт випромінює хвилі-дані у простір, які можуть бути «вважані» іншим суб’єктом чи об’єктом.



Рисунок 16 – Природні (квантові) обчислення

Відбувається запис-зчитування інформації безпосередньо або із затримкою, якщо існує певний просторовий посередник, здатний зберігати інформацію, в межах необхідного часу декогеренції, що функціонально залежить від виду матерії або частинок.

Таким чином, природний аналоговий або квантовий комп’ютинг відкриває і пояснює можливості щодо запису та зчитування даних за допомогою заповненого матерією простору, що приймає, зберігає та передає інформацію. Тоді виходить, що радіо в широкому сенсі є не що інше, як прообраз квантового комп’ютингу, в якому сьогодні абсолютно паралельно взаємодіють передавач (генератор частот) і кінцева (нескінченна) множина безадресних приймачів (кубітів), здатних приймати та зберігати інформацію. Інакше квантовий комп’ютинг є локальною радіосистемою, де генератор радіохвиль «запилює» квантові частинки-кубіти, переводячи їх у альтернативні стани. Тоді постає питання, навіщо потрібні криогенні установки для підтримки матеріалу в температурі абсолютного нуля? Комп’ютер можна зробити у будь-якому просторі з відповідним матеріалом для приймання, зберігання та передачі даних. Але сьогодні лише хмари електронів, що знаходяться в напівпровіднику, з температурою, близькою до абсолютного нуля, здатні змінювати свій стан, зберігати інформацію та віддавати її в межах мізерного часу (близько 50 мілісекунд) декогеренції. Сфера діяльності запропонованої картини комп’ютингу поширюється на квантову фізику-механіку, радіотехніку та комп’ютерну інженерію. Модель універсального комп’ютингу подається вісьмома компонентами, які є шаблоном для створення будь-якої замкнутої системи моніторингу-управління (рис. 17).



Рисунок 17 – Класична структура комп'ютерингу

Використовуючи представлену структуру, нескладно створити модель квантового комп'ютера, яка має різницю в кількох компонентах (рис. 18). Тут з'являються аналогові RF-сигнали актуації Qubits and Q-logic для механізму виконання, де результат визначається кінцевим станом кубітів Q-states, а дані формуються за допомогою радіочастотного кодування кубітів.



Рисунок 18 – Структура квантового комп'ютерингу

Далі неважко уявити радіо-комп'ютеринг, який також не дуже суттєво відрізняється від квантового, якщо припустити, що кубіти є маленькі ведені радіоприймачі (рис. 19).



Рисунок 19 – Структура радіо-комп'ютерингу

Векторно-кубітні моделі справного моделювання схем. Вектор-кубіт є компактною формою запису таблиці істинності у вигляді кортежу вихідних станів комбінаційного автомата, де кожен біт має адресу, що визначається двійковим кодом або вхідною умовою. Основні логічні елементи (and, or, not, xor) представлені кубітними векторами станів: 0001, 0111, 10, 0110. Для паралельного виконання логічних операцій над вектор-кубітами інтерес представляє кодування примітивних символів алфавіту Кантора $\{0, 1\}$ унітарним двійковим кодом 10 і 01. Символ $X = \{0,1\}$, що залишився, виходить суперпозицією кодів примітивів $10 \cup 01 = 11$. Симулятор справної поведінки має простий та ефективний інтерфейс графічного зображення логічних елементів, портів введення тестових наборів та виведення результатів моделювання, а також послуги для виправлення помилок та зберігання структур даних. Цікаво, що елементи тут не прив'язані до класичної логіки, а оперують кубіт-векторами, які мають десятковий еквівалент.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Як приклад розглянемо такі дані для кубіт-векторів та їхні відповідні десяткові еквіваленти:

0001=1, 0111=7, 0110=6, 1110=14. Структура логічної схеми подана на рис. 20.

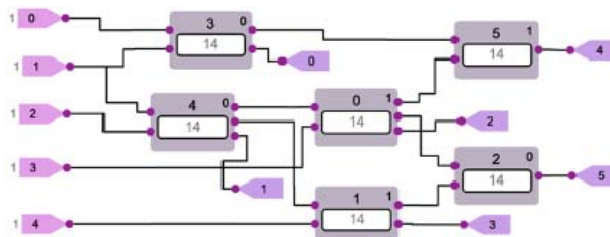


Рисунок 20 – Квантовий симулятор для ISCAS-схеми

Всередині зображення елемента є інформація про порядковий номер примітиву та тип функціональності, представлені десятковим числом, яке є згортокою кубітного вектор-покриття логічного елемента. Симулятор працює в покроковому режимі, коли моделюється один вектор, що подається вручну на зовнішні входи схеми. Існує також автоматичний режим подачі вичерпного тесту для отримання таблиці істинності всього цифрового пристрою зі значеннями на всіх (вхідних, внутрішніх та вихідних) лініях схеми. Структурна організація кубітних даних для моделювання справної поведінки цифрової логічної схеми на тестовому наборі 11010 зображено на рис. 21. Тут на вектор справного моделювання цифрового пристрою 11010010111 нанизуються кубітні вектори, що представляють елементарні функції комбінаційної схеми. Виходить, що вертикальне зрушення векторів-кубітів щодо горизонтального вектора моделювання формує стани виходів цифрової схеми. Процедура такого зсуву підпорядковується єдиному та універсальному характеристичному рівнянню моделювання $M_i = Q_i[M(X_i)]$, в якому беруть участь горизонтальний вектор моделювання M , кубітні Q -вектори логіки, а також змінні зв'язки X , що створюють адреси осередків кубітних векторів.

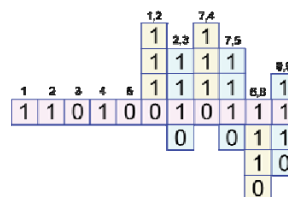


Рисунок 21 – Структури кубітних даних для логічної схеми

Для отримання статистичної інформації та верифікації програмного додатку Quantum Modeling нижче наведено результати 10 варіантів моделювання на логічних схемах з бібліотеки ISCAS, а також на інших структурах, наведених нижче: Adder SP, Circuit Schneider, Circuit C5, Circuit C17, RFO Circuit, MUX16 Circuit, DFA Circuit, Hasse processor, DC4-16 Circuit, Circuit C432. Порівнянню підлягав час синтезу схемної структури (modeling time), і навіть час моделювання (simulation time) (рис. 22).

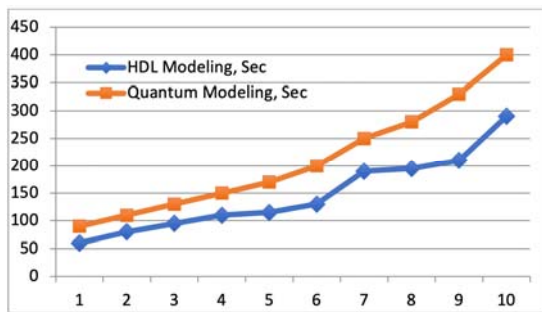


Рисунок 22 – Час синтезу моделі та моделювання схем

Базовим варіантом порівняння послужив продукт Active HDL (Aldec Inc.), де інформація про моделі схеми вводилася мовою опису апаратури VHDL. Перший графік показує інтегральний час моделювання та синтезу моделей логічних схем невеликої розмірності на основі векторних форм опису елементів, другий графік – аналогічний час, де моделі елементів представлені HDL-кодами. Особливо це прийнятно та ергономічно у процесі навчання студентів технологіям проектування та верифікації цифрових систем та компонентів. Проте задля великих промислових проєктів доцільно використовувати мови опису апаратури.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

У межах тестування цифрових пристроїв запропоновано:

1) графічний інтерфейс проектування кубітних моделей цифрових пристроїв та компонентів, що дає можливість у режимі online здійснювати корекцію помилок;

2) кубітні структури даних для опису цифрових пристроїв та компонентів, що відрізняються компактністю та високим паралелізмом їх обробки;

3) програмні модулі для моделювання на основі кубітів (qubit-driven modeling), синтезу тестів та діагностування цифрових пристроїв та компонентів у режимах ручного та автоматичного введення вхідних тестових послідовностей при навчанні студентів.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Інтегрально, реалізовані кубітні моделі, квантові методи та комбінаторні алгоритми технічного діагностування цифрових пристроїв [15–34], які дають можливість суттєво (до 25 %) зменшити час синтезу тестів, дедуктивного моделювання несправностей та справної поведінки, пошуку дефектних станів за рахунок впровадження інноваційної ідеї використання кубітно-векторних структур даних для опису логічних компонентів (рис. 23).

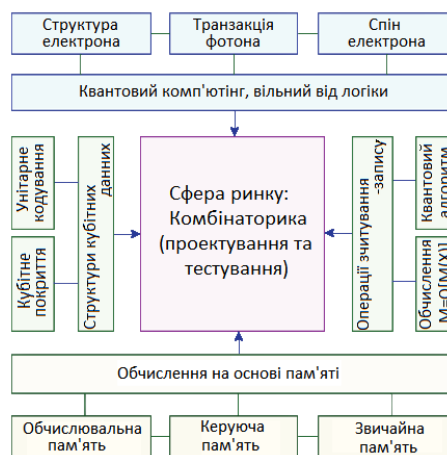


Рисунок 23 – Сервіси тестування на основі квантів

ВИСНОВКИ

Розглянуто задачу векторного моделювання SoC-логіки. Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що:

1) вперше запропоновано метрику технологічних структур даних, орієнтована на паралельний пошук несправностей у цифрових системах на основі використання двох логічних векторних операцій;

2) дістала подальшого розвитку метрика відношень між окремими компонентами QC (relations), що дозволяє організувати квантовий детермінований комп'ютинг;

3) вперше запропоновано квантові архітектурні рішення, що дозволяють розв'язувати задачі покриття у квазіпаралельному режимі;

4) отримали подальший розвиток архітектурні рішення на основі аналого-цифрового комп'ютингу, що можуть бути використані для паралельного розв'язання задач аналізу цифрових систем;

5) запропоновано векторно-кубітні структури даних логіки, що дозволяють квазіпаралельно моделювати цифрові схеми.

Практична цінність полягає у розробці графічного інтерфейсу проектування кубітних моделей цифрових пристроїв та компонентів, що дає можливість у режимі online здійснювати корекцію помилок; отриманні кубітні структури даних для опису цифрових пристроїв та компонентів, що відрізняються компактністю та високим паралелізмом їх обробки. Програмні модулі для моделювання на основі кубітів (qubit-driven modeling), синтезу тестів та діагностування цифрових пристроїв та компонентів у режимах ручного та автоматичного введення вхідних тестових послідовностей використовуються у освітньому процесі.

Перспективи подальших досліджень полягають у створенні технології комп'ютингу на основі readwright транзакцій на пам'яті, де повністю відсутня логіка процесора.

1. Будь-який комп'ютинг, як правило, містить два компоненти: пам'ять і логіку, які мають різні параметри швидкодії та витрат. Однак у певних межах можна створити обчислювач без пам'яті або без логіки. Кван-

товий комп'ютер без технологічно складної логіки є перспективним для ринку за метрикою апаратної реалізації. Запропоновано детерміновану парадигму створення квантового комп'ютингу шляхом використання фотонних транзакцій на електронах атома, що виключає використання квантової логіки. Показано можливий еволюційний шлях квантового комп'ютингу: «Пам'ять-Адреса-Транзакція» → «Електрон-Адреса-Транзакція» → «Електрон-Адреса-Квантація».

2. Специфічні переваги практично спрямованого квантового комп'ютингу застосовуються в областях, пов'язаних з паралельними обчисленнями на основі пам'яті (memoory-driven) при розв'язанні комбінаторних задач тестування та діагностування. Запропоновано кубітно-векторні моделі опису функціональностей, які відрізняються від відомих таблиць істинності компактністю опису та технологічністю для реалізації алгоритмів синтезу та аналізу цифрових пристроїв та SoC-компонентів.

3. Сучасний комп'ютинг має як пам'ять стійкий потенціал-заряд у точках простору з кремнію, де транзакційний носій – електрони у субатомному просторі. У квантовому виконанні електрони є пам'ять по спину або орбіті, а фотони є транзакторами-носіями. Створити структуру з електронів, які матимуть адреси-ідентифікатори – крок у напрямку детермінованого квантового обчислювача.

4. Стратегія спільного проектування апаратури та програмного забезпечення для квантового комп'ютингу є посильним завданням сьогодні для технологічно слабких країн, вчені яких можуть зробити істотний внесок у розробку паралельних алгоритмів та програмних додатків на основі кубітів (qubit-driven).

5. Суперпозиція та переплутування є синонімами. Квантовий комп'ютер ефективно і паралельно розв'язує комбінаторні задачі, а в інших обчисленнях він не дає істотного виграшу. Все, що робить квантовий обчислювач, може бути реалізовано в паралельному режимі на класичному комп'ютері за відсутності обмежень на апаратуру.

6. Через 3–5 років класичний детермінований комп'ютер подолає технологічний бар'єр деталізації 3,5 нанометра. Це означає, що і квантовий комп'ютер повинен подолати бар'єр невизначеності і стати детермінованим. Точка зустрічі класичного та квантового комп'ютингу – фотонні транзакції на структурі електронів. Детермінізм класичного чи ймовірність квантового? Детермінізм та ймовірність.

ПОДЯКИ

У даній роботі використано результати, отримані авторами у 2017–2021 роках на кафедрі Автоматизації проектування обчислювальної техніки Харківського національного університету радіоелектроніки. Автори вдячні колегам за їх активну участь в обговоренні та підтримці наукової школи «Проектування та технічна діагностика цифрових систем на кристалах, комп'ютерах та мережах», розуміння важливого значення розвитку фундаментальних та прикладних досліджень теорії

© Хаханова О. В., Чумаченко С. В., Рахліс Д. Ю., Хаханов І. В., Хаханов В. І., 2022
DOI 10.15588/1607-3274-2022-4-4

квантових обчислювальних процесів для аналізу кіберпростору.

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Post Emil Leon. Introduction to a general theory of elementary propositions / E. L. Post // *American Journal of Mathematics*. – The Johns Hopkins University Press. – 1921. – Vol. 43, No. 3. – P. 163–185.
2. Rosenbloom P. C. Post algebras. I. Postulates and general theory / P. C. Rosenbloom // *American Journal of Mathematics*. – 1942. – Vol. 64. – P. 167–188.
3. Tunable quantum criticality and super-ballistic transport in a “charge” Kondo circuit / [Iftikhar Z., Anthore A., Mitchell A. K. et al.] // *Science*. – 2018. – Vol. 360 (6395). – P. 1315–1320.
4. A single-photon switch and transistor enabled by a solid-state quantum memory / [Shuo S., Hyeochul K., Zhouchen L. et al.] // *Science*. – 2018. – Vol. 361 (6397). – P. 57–60.
5. Panetta K. Distributed cloud, AI engineering, cybersecurity mesh and composable business drive some of the top trends for 2021 [Electronic resource] / K. Panetta. – Access mode: <https://www.gartner.com/smarterwithgartner/gartner-top-strateg-ic-technology-trends-for-2021/>.
6. Hahanov V. *Cyber Physical Computing for IoT-driven Services* / V. Hahanov. – New York : Springer, 2018. – P. 279.
7. Versluis R. Quantum computers scale up: Constructing a universal quantum computer with a large number of qubits will be hard but not impossible / R. Versluis, C. Hagen // *IEEE Spectrum*. – 2020. – Vol. 57, No. 4. – P. 24–29. DOI: 10.1109/MSPEC.2020.9055969.
8. Compiler design for distributed quantum computing / [D. Ferrari, A. S. Cacciapuoti, M. Amoretti, M. Caleffi] // *IEEE Transactions on Quantum Engineering*. – 2021. – Vol. 2. – P. 1–20. DOI: 10.1109/TQE.2021.3053921.
9. Gross D. Most quantum states are too entangled to be useful as computational resources / D. Gross, S. N. Flammia, J. Eisert // *Physical Review Letters*. – 2009. – Vol. 102, № 19. – P. 1–4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.190501.
10. Drozd A. New on-line testing methods for approximate data processing in the computing circuits / A. Drozd, S. Antoshchuk // 6th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, Prague, Czech Republic, 15–17 September, 2011: proceedings. – P. 291–294. DOI: 10.1109/IDAACS.2011.6072759.
11. Algebra-logical method for SOC embedded memory repair / [V. I. Hahanov, S. V. Chumachenko, W. Gharibi, E. Litvinova] // 15th International Conference on Mixed Design of Integrated Circuits and Systems, 19–21 June, 2008: proceedings. – Vol. 1. – P. 481–486.
12. FPGA implementation of VLC communication technology / [H. Guo et al.] // 31st International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (WAINA), Taipei, Taiwan, 27–29 March, 2017: proceedings. – P. 586–590. DOI: 10.1109/WAINA.2017.54.
13. Cyber physical system – smart cloud traffic control / [V. Hahanov et al.] // IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS), Kiev, Ukraine, 26–29 September, 2014: proceedings. – P. 1–18. DOI: 10.1109/EWDTS.2014.7027107.
14. Hahanov V. Green cyber-physical computing as sustainable development model / V. Hahanov, E. Litvinova, S. Chumachenko // In: Kharchenko V., Kondratenko Y.,

- Kacprzyk J. (eds) Green IT Engineering: Components, Networks and Systems Implementation. Studies in Systems, Decision and Control. – Vol. 105. – Springer, Cham. – P. 65–85. DOI: 10.1007/978-3-319-55595-9_4.
15. Qubit technology for analysis and diagnosis of digital devices / [V. I. Hahanov, T. Bani Amer, S. V. Chumachenko, E. I. Litvinova] // Electronic modeling. – 2015. – Vol. 37 (3). – P. 17–40.
 16. Quantum memory-driven computing for test synthesis / [V. Hahanov, W. Gharibi, E. Litvinova et al.] // IEEE East-West Design and Test Symposium, Novi Sad, Serbia, 29 September – 2 October, 2017: proceedings. – P. 123–128.
 17. Nanophotonic rare-earth quantum memory with optically controlled retrieval / [T. Zhong, J. M. Kindem, J. G. Bartholomew et al.] // Science. – 2017. – Vol. 357 (6358). – P. 1392–1395.
 18. Photon-triggered nanowire transistors / [J. Kim, H.-Ch. Lee, K.-H. Kim et al.] // Nature Nanotechnology. – 2017. – Vol. 12. – P. 963–968.
 19. Cho A. Vibrations used to talk to quantum circuits / A. Cho // Science, 2018. – Vol. 359 (6381). – P. 1202–1203. DOI: 10.1126/science.359.6381.1202.
 20. Daley A. J. Quantum computing and quantum simulation with group-II atoms / A. J. Daley // Quantum Information Processing Journal. – 2011. – № 865. – Springer. – P. 1–11.
 21. Quantum Mem-Computing for Design and Test. [V. Hahanov et al.] // IEEE Globecom Workshops, Abu Dhabi, United Arab Emirates, 9–13 December, 2018. – P. 1–7. DOI: 10.1109/GLOCOMW.2018.8644256.
 22. Qubit-driven fault simulation / [V. Hahanov, W. Gharibi, E. Litvinova, S. Chumachenko] // IEEE Latin American Test Symposium (LATS), Santiago, Chile, 11–13 March, 2019. – P. 1–7. DOI: 10.1109/LATW.2019.8704583.
 23. Architectures of quantum memory-driven computing / V. Hahanov, S. Chumachenko, E. Litvinova, H. Khakhanova // IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS), Kazan, Russia, 14–17 September, 2018. – P. 1–7. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524843.
 24. Test synthesis for logical x-functions / [V. Hahanov, M. Liubarskyi, W. Gharibi et al.] // IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS), Kazan, Russia, 14–17 September, 2018. – P. 1–9. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524863.
 25. Quantum memory-driven computing for test synthesis / [V. Hahanov, W. Gharibi, E. Litvinova et al.] // IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS), Novi Sad, 29 September – 2 October, 2017. – P. 1–6. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110147.
 26. Commercialize quantum technologies in five years [Electronic resource] / [M. Mohseni, P. Read, H. Neven et al.] // Nature. – 2017. – Vol. 543. – P. 171–174. – Access mode: <https://www.nature.com/articles/543171a>.
 27. Single-photon-memory two-step quantum secure direct communication relying on Einstein-Podolsky-Rosen pairs / D. Pan, K. Li, D. Ruan et al. // IEEE Access. – 2020. – Vol. 8. – P. 1–19. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3006136.
 28. Hiroyuki S. Fundamentals of quantum information. Extended Edition / S. Hiroyuki, Y. Nobuaki // World Scientific. – 2020. – P. 312. DOI: 0.1142/12016.
 29. Similarity-Difference Analysis and Matrix Fault Diagnosis of SoC-components / [V. Hahanov, M. Karavay, V. Sergienko et al.] // IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS), 4–7 September, 2020. – P. 1–5. DOI: 10.1109/EWDTS50664.2020.9224740.
 30. Physicists find quantum coherence and quantum entanglement are two sides of the same coin [Electronic resource] / L. Zyga. – Access mode: <http://phys.org/news/2015-06-physicists-quantum-coherence-entanglement-sides.html>.
 31. Physicists find quantum coherence і quantum entanglement є два суті з тих самих coin [Electronic resource] / L. Zyga. – Access mode: <http://phys.org/news/2015-06-physicists-quantum-coherence-entanglement-sides.html>.
 32. Generation and confirmation of a (100x100)-dimensional entangled quantum system [Electronic resource] / [M. Krenn, M. Huber, R. Fickler et al.] – Access mode: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1306/1306.0096.pdf>.
 33. Как работают квантовые компьютеры. Собираем пазл [Electronic resource]. – Access mode: <https://habr.com/ru/post/480480/>.

Стаття надійшла до редакції 10.09.2022.
Після доробки 09.11.2022.

UDC 681.326

QUANTUM DIGITAL-ANALOGUE COMPUTING

Khakhanova A. – PhD, Associate Professor of Design Automation Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine.

Chumachenko S. – Doctor of Science, Professor of Design Automation Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine.

Rakhlis D. – PhD, Associate Professor of Design Automation Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine.

Hahanov I. – Postgraduate student of Kharkov National University of Radio Electronics, Україна.

Hahanov V. – Doctor of Science, Professor of Design Automation Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine.

ABSTRACT

Context. Nature is the relation among processes and phenomena. Nothing exists in the universe without relations. Computer is transactions of relations between data with the help of control and execution mechanisms. Quantum relations are a superposition of particles and their states. Superposition and entanglement are equivalent concepts. Entanglement is a non-local superposition of deterministic states. A quantum computer is unconditional transactions of relations between qubit data. Quantum computer is an analog device for parallel solution of combinatorial problems. Practically oriented definitions of the quantum computer concepts are the path to development of scalable quantum parallel algorithms for combinatorial problems solving. Any algorithm can be reduced to a sequence of operations without conditions, because any truth table is a collection of a complete system of conditions-states. Any

sequence of actions can always be reduced to one parallel operation. Conditions and sequences arise only when the developer wants to use previously created primitive constructs to build an always non-optimal computing unit. The paradigm of quantum computer creation is determined through the use of photonic transactions on the electrons of an atom may exclude the use of quantum logic. The evolutionary path of a quantum computer from the classical one: “memory-address-transaction” (MAT) → “electron-address-transaction” → “electron-address-quantaction” (EAQ) → state-superposition-logic. The meeting point of classical and quantum computers is photon transactions on the structure of electrons. Everything that is calculated on a quantum computer can be calculated in parallel on a classical one on account of memory redundancy. The given example is a memory-driven algorithm for modeling digital products based on qubit-vector forms of functionality description for significant performance boost of computing processes by parallel execution of logical operations.

Objective. Simulation of the correct SoC-component behavior based on vector representation of the logic. Formation of the triggering development of a computing based on the superposition of the classical, quantum and analog computing process, which in its development should be based on technological qubit, tabular and vector data structures for the parallel solution of combinatorial problems.

Method. MAT-computing implements any algorithms on account of transactions (read-write) in memory. Qubit-vector models for describing functionalities, which differ from known truth tables in compactness of description and manufacturability for the implementation of parallel algorithms of the synthesis and analysis of digital devices and SoC-components.

Results. 1) The metric of the technological data structures, focused on parallel troubleshooting in digital systems based on the usage of two logical vector operations, was proposed for the first time. 2) The metric of relations between the individual components of QC, allowing organizing a quantum deterministic computer, has been further developed. 3) Quantum architectural solutions, that allow solving coverage problems in a quasi-parallel mode, were proposed for the first time. 4) Architectural solutions based on an analog-to-digital computing, which can be used to solve the problems of the digital systems parallel analysis, have been further developed. 5) Vector-qubit structures of the logic data, that allow a quasi-parallel simulation of digital circuits, were proposed.

Conclusions. Qubit models, quantum methods and combinatorial algorithms for technical diagnostics of digital devices have been implemented, which can significantly (up to 25%) reduce the time of test synthesis, deductive modeling of faulty and correct behavior, search for defective states by introducing an innovative idea of using qubit-vector data structures for describing logical components. Comparative assessments of qubit models and methods usage show an increase in the efficiency of algorithms for modeling digital devices compared to tabular ones. The superposition of a classical, quantum and analog computer is integrally represented, which allows to find the best solutions for recognition and decision making.

KEYWORDS: quantum digital-analog computing, quantum determinism, superposition, entanglement, memory-address-transaction, electron-address-quantaction, quantum transactions on structure of electrons, qubit vectors, matrix data structures, systems on chip.

REFERENCES

1. Post Emil Leon. Introduction to a general theory of elementary propositions, *American Journal of Mathematics*. The Johns Hopkins University Press, 1921, Vol. 43, No. 3, pp. 163–185.
2. Rosenbloom P.C. Post algebras. I. Postulates and general theory, *American Journal of Mathematics*, 1942, Vol. 64, pp. 167–188.
3. Ifikhar Z., Anthore A., Mitchell A. K. et al. Tunable quantum criticality and super-ballistic transport in a “charge” Kondo circuit, *Science*, 2018, Vol. 360 (6395), P. 1315–1320.
4. Shuo S., Hyochul K., Zhouchen L. et al. A single-photon switch and transistor enabled by a solid-state quantum memory, *Science*, 2018, Vol. 361 (6397), pp. 57–60.
5. Panetta K. Distributed cloud, AI engineering, cybersecurity mesh and composable business drive some of the top trends for 2021 [Electronic resource]. Access mode: <https://www.gartner.com/smarterwithgartner/gartner-top-strateg-ic-technology-trends-for-2021/>.
6. Hahanov V. Cyber Physical Computing for IoT-driven Services. New York, Springer, 2018, P. 279.
7. Versluis R., Hagen C. Quantum computers scale up: Constructing a universal quantum computer with a large number of qubits will be hard but not impossible, *IEEE Spectrum*, 2020, Vol. 57, No. 4, pp. 24–29. DOI: 10.1109/MSPEC.2020.9055969.
8. Ferrari D., Cacciapuoti A. S., Amoretti M., Caleffi M. Compiler design for distributed quantum computing // *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 2021, Vol. 2, pp. 1–20. DOI: 10.1109/TQE.2021.3053921.
9. Gross D., Flammia S. N., Eisert J. Most quantum states are too entangled to be useful as computational resources, *Physical Review Letters*, 2009, Vol. 102, № 19, pp. 1–4. DOI:10.1103/PhysRevLett.102.190501.
10. Drozd A., Antoshchuk S. New on-line testing methods for approximate data processing in the computing circuits, *6th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications*. Prague, Czech Republic, 15–17 September, 2011, proceedings, pp. 291–294. DOI:10.1109/IDAACS.2011.6072759.
11. Hahanov V. I., Chumachenko S. V., Gharibi W., E. Litvinova Algebra-logical method for SOC embedded memory repair, *15th International Conference on Mixed Design of Integrated Circuits and Systems, 19–21 June, 2008*, proceedings, Vol 1, pp. 481–486.
12. Guo H. et al. FPGA implementation of VLC communication technology, *31st International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (WAINA)*. Taipei, Taiwan, 27–29 March, 2017: proceedings. pp. 586–590. DOI: 10.1109/WAINA.2017.54.
13. Hahanov V. et al. Cyber physical system – smart cloud traffic control, *IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*. Kiev, Ukraine, 26–29 September, 2014: proceedings, pp. 1–18. DOI: 10.1109/EWDTS.2014.7027107.
14. Hahanov V., Litvinova E., Chumachenko S. In: Kharchenko V., Kondratenko Y., Kacprzyk J. (eds) Green cyber-physical computing as sustainable development model, *Green IT Engineering: Components, Networks and Systems Implementation. Studies in Systems, Decision and Control*, Vol. 105. Springer, Cham, pp. 65–85. DOI: 10.1007/978-3-319-55595-9_4.
15. Hahanov V. I., Amer T. Bani, Chumachenko S. V., Litvinova E. I. Qubit technology for analysis and diagnosis

- of digital devices, *Electronic modeling*, 2015, Vol. 37 (3), pp. 17–40.
16. Hahanov V., Gharibi W., Litvinova E. et al. Quantum memory-driven computing for test synthesis, *IEEE East-West Design and Test Symposium*, Novi Sad, Serbia, 29 September – 2 October, 2017: proceedings, pp. 123–128.
 17. Zhong T., Kindem J. M., Bartholomew J. G. et al. Nanophotonic rare-earth quantum memory with optically controlled retrieval, *Science*, 2017, Vol. 357 (6358), pp. 1392–1395.
 18. Kim J., Lee H.-Ch., Kim K.-H. et al. Photon-triggered nanowire transistors, *Nature Nanotechnology*, 2017, Vol. 12, pp. 963–968.
 19. Cho A. Vibrations used to talk to quantum circuits, *Science*, 2018, Vol. 359 (6381), pp. 1202–1203. DOI: 10.1126/science.359.6381.1202.
 20. Daley A. J. Quantum computing and quantum simulation with group-II atoms, *Quantum Information Processing Journal*, 2011, № 865, Springer, pp. 1–11.
 21. Hahanov V. et al. Quantum Mem-Computing for Design and Test, *IEEE Globecom Workshops, Abu Dhabi, United Arab Emirates*, 9–13 December, 2018. – P. 1–7. DOI: 10.1109/GLOCOMW.2018.8644256.
 22. Hahanov V., Gharibi W., Litvinova E., Chumachenko S. Qubit-driven fault simulation, *IEEE Latin American Test Symposium (LATS)*. Santiago, Chile, 11–13 March, 2019, pp. 1–7. DOI: 10.1109/LATW.2019.8704583.
 23. Hahanov V., Chumachenko S., Litvinova E., Khakhanova H. Architectures of quantum memory-driven computing, *IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*. Kazan, Russia, 14–17 September, 2018, pp. 1–7. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524843.
 24. Hahanov V., Liubarskyi M., Gharibi W. et al. Test synthesis for logical x-functions, *IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*. Kazan, Russia, 14–17 September, 2018, pp. 1–9. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524863.
 25. Hahanov V., Gharibi W., Litvinova E. et al. Quantum memory-driven computing for test synthesis, *IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*. Novi Sad, 29 September – 2 October, 2017, pp. 1–6. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110147.
 26. Mohseni M., Read P., Neven H. et al. Commercialize quantum technologies in five years [Electronic resource], *Nature*, 2017, Vol. 543, pp. 171–174. Access mode: <https://www.nature.com/articles/543171a>.
 27. Pan D., Li K., Ruan D. et al. Single-photon-memory two-step quantum secure direct communication relying on Einstein-Podolsky-Rosen pairs, *IEEE Access*, 2020, Vol. 8, pp. 1–19. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3006136.
 28. Hiroyuki S., Nobuaki Y. Fundamentals of quantum information. Extended Edition, World Scientific, 2020, P. 312. DOI: 0.1142/12016.
 29. Hahanov V., Karavay M., Sergienko V. et al. Similarity-Difference Analysis and Matrix Fault Diagnosis of SoC-components, *IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*, 4–7 September, 2020, pp. 1–5. DOI: 10.1109/EWDTS50664.2020.9224740.
 30. Physicists find quantum coherence and quantum entanglement are two sides of the same coin [Electronic resource]. Access mode: <http://phys.org/news/2015-06-physicists-quantum-coherence-entanglement-sides.html>.
 31. Zyga L. Physicists find quantum coherence i quantum element є два суті з тих самих coin [Electronic resource], Access mode: <http://phys.org/news/2015-06-physicists-quantum-coherence-entanglement-sides.html>.
 32. Krenn M., Huber M., Fickler R. et al. Generation and confirmation of a (100x100)-dimensional extangled quantum system [Electronic resource], Access mode: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1306/1306.0096.pdf>.
 33. Kak robotayut kvantovyye kompyuteryi. Sobiraem pazzl [Electronic resource], Access mode: <https://habr.com/ru/post/480480/>.

НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 004.8:004.032.26

КЛАСТЕРИЗАЦІЯ МАСИВІВ ДАНИХ НА ОСНОВІ КОМБІНОВАНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЙ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ТА ЕВОЛЮЦІЙНОГО МЕТОДУ КОТЯЧИХ ЗГРАЙ

Бодяньський Є. В. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

Плісс І. П. – канд. техн. наук, провідний науковий співробітник ПНДЛ АСУ, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

Шафроненко А. Ю. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформатики, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна.

АНОТАЦІЯ

Актуальність. Задача кластеризації масивів спостережень довільної природи є невід’ємною частиною Data Mining, а у більш загальному випадку Data Science, для її вирішення запропонована дуже велика кількість підходів, що відрізняються між собою як апіорними припущеннями що до фізичної природи даних та задачі, так і математичним апаратом. З обчислювальної точки зору задача кластеризації перетворюється у проблему пошуку локальних екстремумів багатоекстремальної функції векторного аргументу щільності за допомогою градієнтних процедур, які багатократно запускаються з різних точок вихідного масиву даних. Пришвидшити процес пошуку цих екстремумів можна, скориставшись ідеями еволюційної оптимізації, що включає в себе алгоритми, інспіровані природою, ройові алгоритми, популяційні алгоритми, тощо.

Мета. Мета роботи полягає у запровадженні процедури кластеризації даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу котячих зграй, що об’єднує в собі основні переваги методів роботи з даними за умов, якщо класи перетинаються, характеризуються якісною кластеризацією, високою швидкістю та точністю отриманих результатів.

Метод. Введено метод кластеризації масивів даних на основі комбінованої оптимізації функцій щільності розподілу та еволюційного методу котячих зграй. Перевагою запропонованого підходу є скорочення часу вирішення оптимізаційних задач в умовах коли кластери перетинаються.

Результати. Результати експериментів підтверджують ефективність запропонованого підходу в задачах кластеризації за умов перетинних кластерів та дозволяють рекомендувати запропонований метод для використання на практиці для вирішення проблем автоматичної кластеризації великих даних.

Висновки. Введено метод кластеризації масивів даних на основі комбінованої оптимізації функцій щільності розподілу та еволюційного методу котячих зграй. Перевагою запропонованого підходу є скорочення часу вирішення оптимізаційних задач в умовах коли кластери перетинаються. Метод є досить простим з точки зору чисельної реалізації і не є критичним до вибору оптимізаційної процедури. Результати експериментів підтверджують ефективність запропонованого підходу в задачах кластеризації за умов кластерів, що перетинаються.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нечітка кластеризація, піки щільності розподілу даних, еволюційний метод.

АБРЕВІАТУРИ

SM – режим пошуку (Seeking Mode);
TM – режим трасування (Tracing Mode);
SMP – пошук пулу пам’яті (seeking memory pool);
SRD – крок зміни за кожною координатою простору (seeking range of the selected dimension);
CDC – кількість відстаней, які потрібно змінити (counts of dimension to change).

НОМЕНКЛАТУРА

X – матриця набору даних;
 k – номер вектору-спостереження;
 i – номер атрибуту вектора-спостереження;
 j – номер класу;
 $x(\bullet)$ – будь-який вектор-спостереження;
 m – кількість неперетинних класів;

d – відстань між спостереженнями;
 σ – параметр ширини – відстань зрізу в прийнятій метриці функції впливу;
 $f_G^{x(\bullet)}(x)$ – гаусівська функція;
 $f^x(x)$ – функція щільності розподілу даних в масиві;
 c – центроїд кластера;
 c_p – режим p -го kota;
 τ – ітерація пошуку;
 β – фазіфікатор;
 α – параметр, який визначає властивості інерції режиму трасування;
 η – параметр кроку пошуку;
 $\Xi(\tau)$ – випадкова складова, яка вносить додаткові стохастичні рухи у процес трасування;
 η_ξ – параметр, який визначає амплітуду рухів

ВСТУП

Задача кластеризації масивів спостережень довільної природи є невід’ємною частиною Data Mining, а у більш загальному випадку Data Science, для її вирішення запропонована дуже велика кількість підходів, що відрізняються між собою як апріорними припущеннями що до фізичної природи даних та задачі, так і математичним апаратом, що використовується [1–4]. З обчислювальної точки зору найбільш простими є, так звані, ієрархічні методи та алгоритми, засновані на розбиттях [3], серед яких слід відзначити процедуру k -середніх, що набула дуже широкого розповсюдження для вирішення найрізноманітніших задач. Тут можна відзначити, що найбільш адекватним математичним апаратом для вирішення задач кластеризації є методи обчислювального інтелекту [5–7] і, перш за все, штучні нейронні мережі, нечіткі системи, еволюційна оптимізація та, так звані, гібридні системи обчислювального інтелекту, що об’єднують ці три напрями.

Об’єкт дослідження кластеризація даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу.

Предмет дослідження процедура оптимізації піків щільності розподілу даних.

Мета роботи полягає у запровадженні процедури кластеризації даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу котячих зграй, що об’єднує в собі основні переваги методів роботи з даними за умов, якщо класи перетинаються, характеризується якісною кластеризацією, високою швидкістю та точністю отриманих результатів.

1 ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Вихідною інформацією для вирішення задачі кластеризації традиційно є матриця спостережень $X = \{x(1), x(2), \dots, x(k), \dots, x(N)\}$, $x(k) = \{x_i(k)\} \in R^n$, при цьому дані попередньо відцентровано на гіперкуб

так, що $x(k) = \{x_{i,i_2}(k)\} \in R^{n \times n_2}$. Така ситуація може виникати у випадку обробки масивів зображень.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Тут слід відзначити, що в загальному випадку вирішення задачі кластеризації суттєво ускладнюється, якщо вихідні вектори (тут у загальному випадку матриці) спостереження мають велику різноманітність, викривлені збуреннями та завадами, містять пропуски, самі вихідні масиви або занадто великі (Big Data) або занадто короткі, кластери можуть мати досить складну форму, а їх кількість апріорі невідома.

У цьому випадку найбільш ефективними (але й найбільш складними) є алгоритми, що базуються на аналізі щільностей розподілу даних, серед яких в якості одного найбільш «популярних» є DENCLUE [9] та його модифікації [10–12], що були запропоновані для вирішення задач кластеризації великих масивів векторних даних високої розмірності, при цьому класи, що формуються у процесі кластеризації, можуть мати будь яку складну форму. В основі цих алгоритмів полягає пошук екстремумів максимумів функції щільності розподілу даних у масиві, що аналізується (багато-естремальна оптимізація), при цьому ця функція формується, як суперпозиція ядерних (дзвонуватих) функцій, пов’язаних з кожним спостереженням. Фактично ця функція будується на основі вікон Парзена [13] та оцінок Надарая-Ватсона [14, 15].

З обчислювальної точки зору задача кластеризації перетворюється у проблему пошуку локальних екстремумів багатоекстремальної функції векторного аргументу щільності за допомогою градієнтних процедур, які багатократно запускаються з різних точок вихідного масиву даних. Зрозуміло, що це займає досить багато часу, оскільки апріорі навіть невідомо скільки ж екстремумів має сформована функція щільності.

Пришвидшити процес пошуку цих екстремумів можна, скориставшись ідеями еволюційної оптимізації, що включає в себе алгоритми, інспіровані природою, ройові алгоритми, популяційні алгоритми, тощо [16–18]. При цьому пошук ведеться одночасно групою агентів, що діють або незалежно, або у взаємодії, що дозволяє суттєво пришвидшити процес пошуку екстремумів, кожен з яких «відповідає» тому або іншому кластеру, що формується.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Основними поняттями, на яких базується DENCLUE є функція впливу, функція щільності та аттрактори щільності, що за суттю є локальними екстремумами функції щільності.

У загальному випадку функція впливу для будь якого векторного спостереження $x(\bullet)$ з вихідного масиву X є ядерною дзвонуватою функцією $f^{x(\bullet)}(x)$, при цьому найбільш популярною є традиційна гаусівська функція

$$f_G^{x(\bullet)}(x) = \exp\left(-\frac{d^2(x, x(\bullet))}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{\|x - x(\bullet)\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

(тут $d^2(x, x(\bullet))$ – евклідова відстань, σ^2 – параметр ширини функції впливу), завдяки простоті обчислення її похідних.

У матричному випадку замість евклідової можна використати метрику Фробеніуса, при цьому функція впливу набуває вигляду

$$f_G^{x(\bullet)}(x) = \exp\left(-\frac{d^2(x, x(\bullet))}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{\text{Tr}(x - x(\bullet))(x - x(\bullet))^T}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

де $\text{Tr}(\bullet)$ – символ сліду матриці.

Нескладно бачити, що (2) є узагальненням (1).

На основі функцій впливу формується функція щільності розподілу даних у масиві X у вигляді

$$f^x(x) = \sum_{k=1}^N f(x, x(k)), \quad (3)$$

що по суті є оцінкою Надарая-Ватсона. Нескладно бачити, що функція $f^x(x)$ може приймати значення в інтервалі

$$1 \leq f^x(x) \leq N,$$

при цьому крайні значення з цього інтервалу приймаються, коли вибірка містить лише одне спостереження або усі N спостережень співпадають, тобто існує лише один кластер – вироджена ситуація.

Для знаходження $m > 1$ кластерів необхідно ввести у розгляд деякий поріг $\xi > 1$, що дозволяє формувати дійсно значущі кластери, відстежуючи аномальні спостереження та класи, що містять занадто мало даних.

Власне процес формування кластерів пов'язаний з відшукуванням усіх екстремумів функції щільності (3) за допомогою градієнтної процедури

$$x^l = x^{l-1} + \eta^l \frac{\nabla f^x(x^l, x^{l-1})}{\|\nabla f^x(x^l, x^{l-1})\|}, \quad (4)$$

$$x_0 = x(k), l = 0, 1, 2, \dots; \forall k = 1, 2, \dots, N,$$

тобто кількість запусків алгоритму (4) визначається обсягом навчальної вибірки N . Зрозуміло, що при великих N процес кластеризації – пошуку локальних екстремумів може потребувати дуже багато часу. Тому запропоновані модифікації DENCLUE пов'язані з

пришвидженням процесу пошуку локальних екстремумів (3) шляхом модифікації градієнтної процедури (4) [10–12].

У випадку коли спостереження $x(k)$ у вибірці $X \in (n_1 \times n_2)$ -матриці, нескладно ввести у розгляд матричний варіант процедури (4):

$$x^l = x^{l-1} + \eta^l \Gamma^x(x, x^{l-1}) \left(\text{Tr} \Gamma^x(x, x^{l-1}) \Gamma^{xT}(x, x^{l-1}) \right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$\text{де } \Gamma^x(x, x^{l-1}) = \left\{ \frac{\partial f^x(x, x^{l-1})}{\partial x_{i_2}} \right\} \in R^{n_1 \times n_2}.$$

Процес градієнтної оптимізації закінчується відшукуванням m локальних екстремумів функції (3), при цьому чим менше значення ξ , тим більше кластерів може бути сформовано.

Пришвидшити процес відшукування локальних екстремумів можна, використовуючи замість градієнтного пошуку методи еволюційної оптимізації, серед яких в якості достатньо ефективного, чисельно простого і швидкого можна відзначити, так званий, пошук на основі котячих зграй, що повинен бути модифікований для вирішення задачі кластеризації.

Для пошуку глобального екстремуму скалярної функції $f(x)$ векторного аргументу $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ авторами [18, 19] було запропоновано використовувати модель поведінки котячих зграй (cat swarm – CS) при цьому передбачається, що кожен кіт cat_p зграї, яка складається з Q особин ($p = 1, 2, \dots, Q$), може бути в одному з двох станів: режиму пошуку (Seeking Mode – SM) і режимі погоні (Tracing Mode – TM). При цьому режим пошуку пов'язаний з повільними рухами з незначною амплітудою біля вихідної позиції (сканування простору в поточній позиції), а режим погоні визначається швидкими стрибками з великою амплітудою і дозволяє вивести kota cat_p з локального екстремуму, якщо він туди потрапив. Поєднання локального сканування та різких змін поточного стану дозволяє з більшою ймовірністю відшукати глобальний екстремум у порівнянні з традиційними методами багатоекстремальної оптимізації.

Процес відшукування екстремуму за допомогою котячої зграї може бути реалізований у вигляді наступної послідовності кроків:

Крок CS 1: створити зграю з Q котів у вигляді набору n -вимірних векторів $x_p^{(0)}$, випадковим чином розподілених на безліч допустимих значень аргументів R_x^n , тобто $x_p^{(0)} \in R_x^n \subset R^n$; оцінити значення оптимізованої функції (фітнес-функції) $f(x_p(0))$ у всіх Q точках, при цьому передбачається, що метою оптимізації є відшукування глобального мінімуму $f(x)$.

Крок CS 2: ввести параметр стану SPC (self position consideration), який приймає два значення 1 або 0; випадково розділити зграю на дві групи: коти в пошуку (SPC=1) і коти в погоні (SPC=0).

Крок CS 3: якщо SPC=1, запустити відповідну групу котів у пошуку, які залишилися коти с SPC=0 запустити в режим погоні.

Крок CS 4: оцінити значення фітнес-функції та зберегти нові стани $x_p(1)$, відповідні найменшим значенням $f(x_p(1))$.

Крок CS 5: повернутися до кроку CS 1 з оновленою зграєю $x_p(1)$, $p = 1, 2, \dots, Q$.

Режими пошуку та погоні можуть бути реалізовані паралельно і також складатися з послідовності кроків. При цьому режим пошуку котячої зграї відповідає процесу локального пошуку завдання оптимізації. Режим пошуку визначається трьома основними факторами: обсягом пам'яті пошуку (seeking memory pool – SMP), який визначає кількість створюваних копій кожного kota cat_p , кроком зміни за кожною координатою простору R_x^n (seeking range of the selected dimension – SRD) та змінюваних координат (counts of dimension to change – CDC). Власне, режим пошуку може бути реалізований у вигляді наступної послідовності кроків:

Крок SM 1: якщо SPC = 1, створити C (C=SMP) копій cat_p .

Крок SM 2: відповідно до прийнятого CDC змінити стан cat_p .

Крок SM 3: оцінити значення оптимізованої фітнес-функції для кожного зміненого стану cat_p .

Крок SM 4: ввести ймовірність вибору кожного зміненого стану

$$P_p = \frac{f(x_p(\tau)) - f_{\min}(x_p(\tau))}{f_{\max}(x_p(\tau)) - f_{\min}(x_p(\tau))}, \tau = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

та kota з максимальним значенням P_p виключити з подальшого розгляду. Кіт з $P_p = 0$ є «найкращою» копією cat_p , оскільки їй відповідає найменше значення оптимізованої функції $f_{\min}(x_p(\tau))$.

Режим погоні відповідає процесу глобального пошуку, що дозволяє «проскакувати» локальні екстремуми оптимізованої функції, і може бути реалізований у вигляді послідовності кроків:

Крок TM 1: якщо SPC = 0, для групи котів в погоні розрахувати для кожного cat_p швидкості руху за кожною координатою за допомогою рекурентного виразу

$$v_{pi}(\tau+1) = v_{pi}(\tau) + r(\tau)\eta_{TM}(x_{best,i}(\tau) - x_{pi}(\tau)), \quad (6)$$

де $v_{pi}(\tau)$ – швидкість руху p -го kota по i -й координаті на τ -й ітерації погоні, $0 < r(\tau) < 1$ – випадковий параметр погоні, η_{TM} – постійний крок погоні, $x_{best,i}(\tau)$ – найкраще вирішення задачі оптимізації, отримане на τ -й ітерації.

Крок TM 2: ввести гранично можливі значення швидкостей v_{\min} і v_{\max} , для кожного kota перевірити умову

$$v_{\min} < v_{pi}(\tau+1) < v_{\max}$$

і якщо воно порушується, покласти $v_{pi}(\tau+1)$ рівним відповідному значенню v_{\min} і v_{\max} .

Крок TM 3: змінити положення кожного kota в погоні відповідно до співвідношення

$$x_{pi}(\tau+1) = x_{pi}(\tau) + v_{pi}(\tau). \quad (7)$$

Крок TM 4: перевірити, чи належить $x_p(\tau+1) R_x^n$.

Можна помітити, що розглянутий алгоритм пошуку реалізує по суті покоординатний спуск (метод Гаусса-Зейделя), що вимагає багаторазового оцінювання оптимізованих значень і характеризується низькою швидкістю збіжності. У режимі погоні реалізується градієнтний пошук з великим кроком, що в загальному випадку не гарантує пошуку глобального екстремуму. У зв'язку з цим доцільно модернізувати процедуру оптимізації на основі котячих зграй шляхом її рандомізації на основі випадкового пошуку [21–22], що володіє цілою низькою переваг перед детермінованими процедурами пошуку екстремуму.

Оскільки режим пошуку SM є по суті процесом локальної оптимізації, рух кожного з котів cat_p с SPC=1 доцільно організувати в антиградієнтному напрямку відповідно до стандартної рекурентної градієнтної процедури

$$x_p(\tau+1) = x_p(\tau) - \eta_{SM} \hat{\nabla} f(x_p(\tau)), \quad (8)$$

де $\hat{\nabla} f(x_p(\tau))$ – оцінки градієнта оптимізованої функції у точці $x_p(\tau)$, η_{SM} – крок пошуку у просторі R_x^n .

Складові градієнта $\nabla f(x_p(\tau))$, є частковими похідними $\frac{\partial f(x_p(\tau))}{\partial x_p}$, можуть бути оцінені шляхом

вимірювання оптимізованої функції в пробних станах в околиці точки $x_p(\tau)$. Найбільш простим з обчислювальної точки зору є пошук з центрального пробую [19], при цьому проводиться оцінка оптимізованої функції $(n+1)$ -й точці (CDC = n): $x_p(\tau)$, $x_p(\tau) + \eta_{SRD} e_1$,

$x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_2, \dots, x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_n$, де e_i – координатні орти, η_{SRD} – розмір пробного кроку, який визначається прийнятими значеннями SRD.

Встановивши $n+1$ значення функції $f(x_p(\tau))$, $f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_2), \dots, f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_n)$, замість градієнта

$$\nabla f(x_p(\tau)) = \left(\frac{\partial f(x_p(\tau))}{\partial x_{p1}}, \frac{\partial f(x_p(\tau))}{\partial x_{p2}}, \dots, \frac{\partial f(x_p(\tau))}{\partial x_{pn}} \right)^T,$$

можна ввести його оцінку $\hat{\nabla}f(x_p(\tau))$ з компонентами

$$\frac{\partial \hat{f}(x_p(\tau))}{\partial x_{pi}} = \frac{1}{\eta_{SRD}} (f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_i) - f(x_p(\tau))), i = 1, 2, \dots, n.$$

Реалізуючи далі крок у просторі R_x^n відповідно до (8), приходимо до нового стану cat_p в режимі пошуку з координатами

$$\begin{cases} x_{p1}(\tau+1) = x_{p1}(\tau) - \frac{\eta_{SM}}{\eta_{SRD}} (f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_1) - f(x_p(\tau))), \\ x_{p2}(\tau+1) = x_{p2}(\tau) - \frac{\eta_{SM}}{\eta_{SRD}} (f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_2) - f(x_p(\tau))), \\ x_{pn}(\tau+1) = x_{pn}(\tau) - \frac{\eta_{SM}}{\eta_{SRD}} (f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}e_n) - f(x_p(\tau))). \end{cases} \quad (9)$$

Як недолік цієї процедури оптимізації можна відзначити фіксоване значення $CDC = n$, що вимагає послідовної зміни всіх координат cat_p в просторі R_x^n . Розширити можливості процесу пошуку можна, звернувшись до рандомізованих процедур [20–21], найпростішою з яких є суто випадкова оцінка спускового напрямку, сенс якого полягає в тому, що зі стану $x_p(\tau)$ робиться випадкова проба $x_p(\tau) + \eta_{SRD}\Xi$, де $\Xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$ – одиничний випадковий вектор, рівномірно розподілений у просторі R_x^n . У разі якщо $x_p(\tau) + \eta_{SRD}\Xi < f(x_p(\tau))$, робиться робочий крок пошуку

$$x_p(\tau+1) = x_p(\tau) - \eta_{SM}\Xi \quad (10)$$

(при цьому можна прийняти $\eta_{SRD} = \eta_{SM}$), в іншому випадку проба визнається невдалою та реалізується спроба з новим вектором Ξ .

Узагальненням цієї процедури є оцінка напрямку пошуку за найкращою з кількох випадкових спроб. При цьому з вихідного стану $x_p(\tau)$ робиться кілька випадкових проб оптимізованої функції $x_p(\tau) + \eta_{SRD}\Xi_l$ у випадкових напрямках $\Xi_l (l = 1, 2, \dots, n, \dots, L)$, при цьому фактор CDC може перевищувати значення n . За напрямком спуску вибирається той напрямок, що за-

безпечило найменше значення функції $f(x_p)$, тобто cat_p переводиться в новий стан згідно з виразом

$$x_p(\tau+1) = x_p(\tau) + \eta_{SRD}\Xi^*. \quad (11)$$

Зауважимо також, що при $L = 1$, процедури (10) і (11) співпадають.

Об'єднавши процедури пошуку (8), (9), (11), можна ввести до розгляду пошук на основі статичного градієнта. У цьому випадку за оцінку градієнта приймається середньозважене L випадкових напрямків, кожен з яких береться з вагою, що відповідає варіації $f(x_p)$ вздовж цього напрямку:

$$\hat{\nabla}f(x_p(\tau)) = - \frac{\sum_{l=1}^L \Xi_l (f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}\Xi_l) - \nabla f(x_p(\tau)))}{\left\| \sum_{l=1}^L \Xi_l (f(x_p(\tau) + \eta_{SRD}\Xi_l) - \nabla f(x_p(\tau))) \right\|}. \quad (12)$$

Підставляючи далі (12) (11), отримуємо процедуру градієнтного спуску в напрямку мінімуму функції, що оптимізується. Таким чином, всі котви з $SPC=1$ зміщуються в напрямку локальних мінімумів функції, що оптимізується.

Режим погоні ТМ на відміну від локального режиму пошуку SM забезпечує загальну процедуру оптимізації на основі CS глобальні властивості якої дозволяють не застрягати їй у локальних екстремумах. Зрозуміло, що крім процедури (5), (6) існують інші алгоритми, що володіють необхідними властивостями.

Одним із таких найбільш ефективних чисельно простих алгоритмів є метод важкої кульки, що спирається на аналогію руху важкого тіла по викривленій поверхні з урахуванням сил тяжіння та тертя. При цьому через інерцію кулька-кіт «проскакує» локальні екстремуми, а через тертя рух має зупинитися в глобальному екстремумі.

Даний алгоритм для котів у режимі погоні ($SPC=0$) може бути записаний у вигляді

$$\begin{aligned} x_p(\tau+1) &= x_p(\tau) - \alpha(x_p(\tau) - \\ &- x_p(\tau-1)) - \eta_{TM} \hat{\nabla}f(x_p(\tau)), \end{aligned} \quad (13)$$

де α – параметр, що визначає інерційні властивості процесу гонитви. При $\alpha = 0$ (13) повністю збігається з (8), відрізняючись лише кроком η_{SM} . При $\alpha = 1$ процес погоні стає незагасаючим, тому цей параметр вибирається в інтервалі $0 < \alpha < 1$, при цьому чим ближче α до одиниці, тим сильніше виявляються інерційні властивості, проте процес слабо згасає в околиці екстремуму. У зв'язку з цим доцільно кожному коту з $SPC=0$ призначити різні значення параметра α .

Зауважимо також, що в процедуру (13) може бути введена випадкова компонента, що вводить додаткове

«рискання» в процес гонитви, що покращує глобальні властивості алгоритму. При цьому (13) модифікується до вигляду

$$x_p(\tau+1) = x_p(\tau) - \alpha(x_p(\tau) - x_p(\tau-1)) - \eta_{TM} \hat{\nabla} f(x_p(\tau)) + \eta_{SRD} \Xi,$$

тобто cat_p одночасно знаходиться і в режимі погоні, і в режимі пошуку-сканування простору R_x^n .

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Дослідження методу кластеризації масивів даних на основі комбінованої оптимізації функцій щільності розподілу та еволюційного методу котячих зграй проводились на трьох навчальних вибірках: Spambase, Page Blocks, Iris та Ecoli.

Таблиця 1 – Характеристики наборів даних

Вибірка	Кількість спостережень	Кількість атрибутів
Spambase	4601	57
Page Blocks	5472	10
Iris	150	4
Wine	178	13
Ecoli	336	8

Якість роботи методу кластеризації даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу котячих зграй (Proposed method – PM) перевірялась за допомогою основних оцінок якості кластеризації. Існує кілька метрик для оцінки якості кластеризації. Всі метрики, що використовуються для оцінки запропонованого методу базуються на так званому методі оцінювання за допомогою золотого стандарту (golden set).

1. Метрика чистоти кластеризації (purity – Pur). Для обчислення даного показника кожному кластеру присвоюється клас, з яким у кластера максимальне перекриття по привласненим об'єктам. Після присвоєння міток класів обчислюється правильність даної кластеризації як число об'єктів класу, з яким асоційований кластер, поділене на загальне число об'єктів в кластері. У цьому сенсі дана метрика схожа на показник точності класифікації.

2. Метрика нормованої взаємної інформації (normalized mutual information – NMI). Дані метрика заснована на понятті ентропії.

3. Коефіцієнт Ренда (rand index – RI). Даний підхід до оцінки якості кластеризації перегукується з методами оцінки якості алгоритмів класифікації.

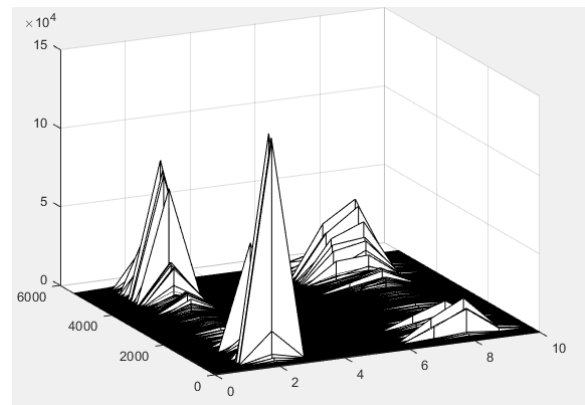


Рисунок 1 – Навчальна вибірка Page Blocks

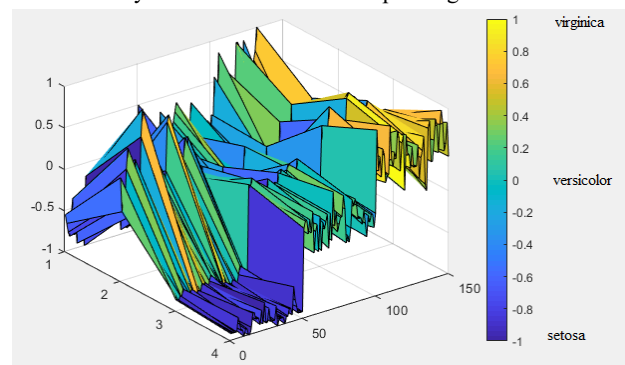


Рисунок 2 – Навчальна вибірка Iris

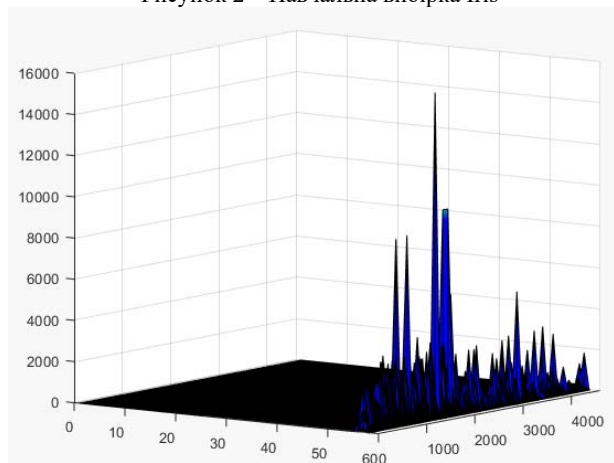


Рисунок 3 – Навчальна вибірка Spambase

Порівняльний аналіз проводився з відомими методами кластеризації даних, такими як FCM, DBSCAN та CLARA.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Результати кластерного аналізу даних на вибірках Page block, Wine, Iris, Ecoli та Spambase, за показниками оцінки якості кластеризації наведено на рисунках нижче.

На гістограмах продемонстровані результати кластерного аналізу за якими можна зробити висновок, що запропонований метод кластеризації даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу котячих зграй дає оцінку кластеризації вище, ніж більш відомі методи кластеризації завдяки оптимізаційній процедурі еволюційного алгоритму.

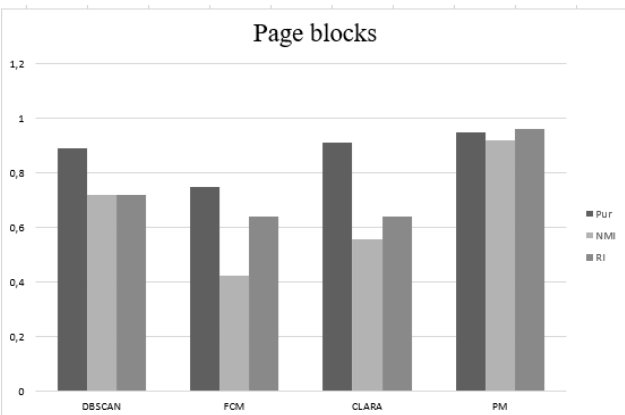


Рисунок 4 – Показники якості кластеризації вибірки Page Blocks

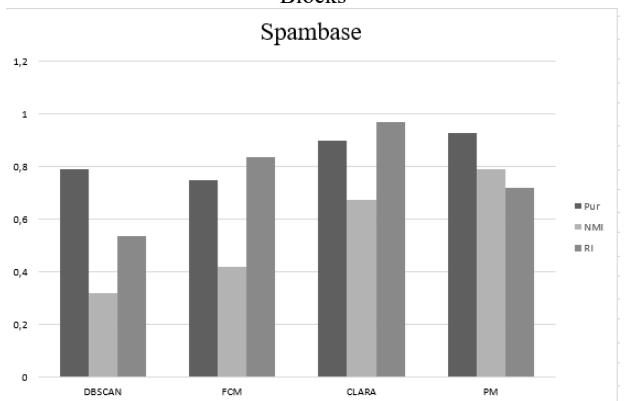


Рисунок 5 – Показники якості кластеризації вибірки Spambase

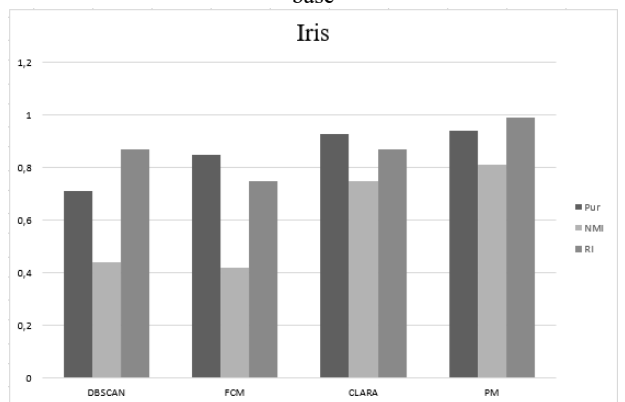


Рисунок 6 – Показники якості кластеризації вибірки Iris

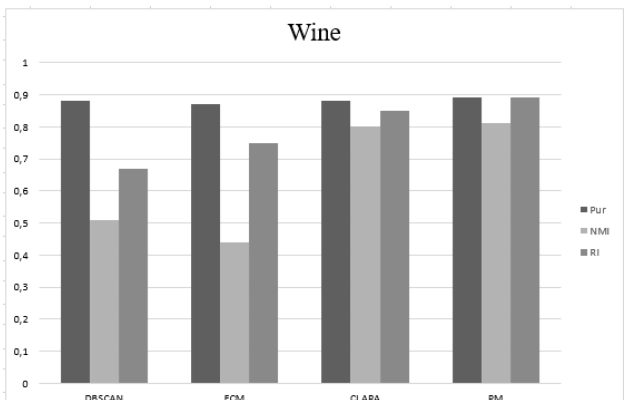


Рисунок 7 – Показники якості кластеризації вибірки Wine

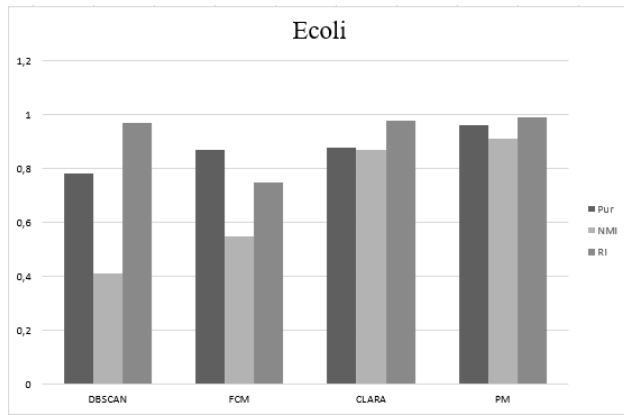


Рисунок 8 – Показники якості кластеризації вибірки Ecoli

Крім аналізу якості кластеризації даних, потрібно оцінити швидкість роботи методу. Якість методу кластеризації повинна відповідати швидкості і простоти з точки зору математичних розрахунків.

Проведено аналіз методу кластеризації даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу котячих зграй на 100 спостереженнях різних вибірок даних.

На рисунках, що представлені нижче наведений порівняльний результат швидкості роботи методів кластеризації.

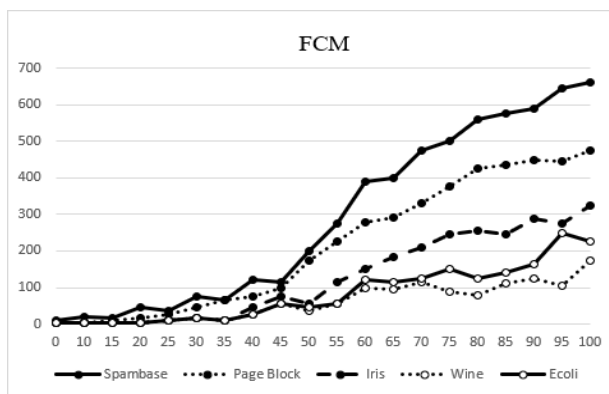


Рисунок 4 – швидкість роботи FCM (в мсек.)

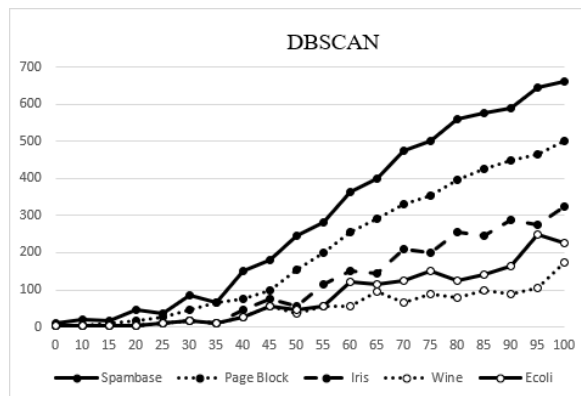


Рисунок 5 – швидкість роботи DBSCAN (в мсек.)

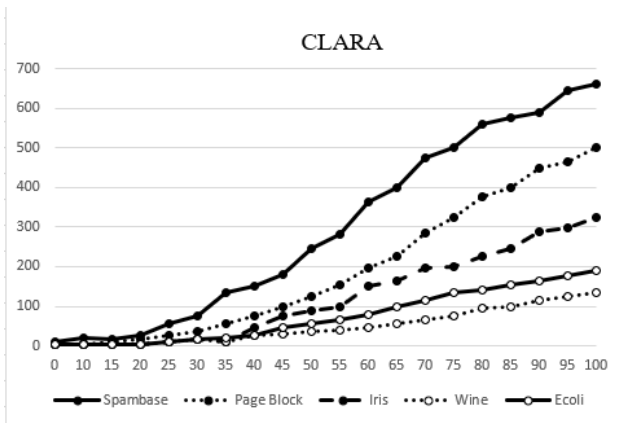


Рисунок 6 – Швидкість роботи CLARA (в мсек.)

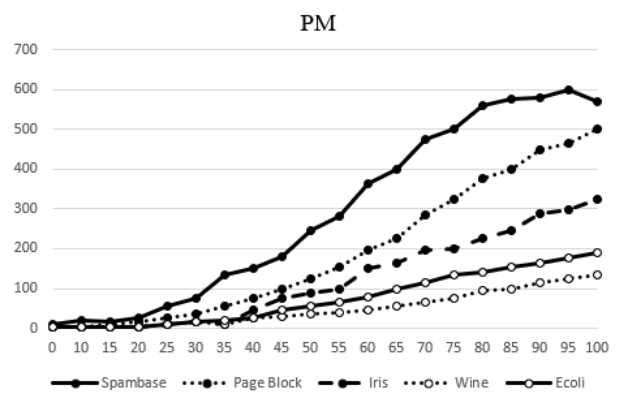


Рисунок 7 – Швидкість роботи PM (в мсек.)

6 ОБГОВОРЕННЯ

Аналізуючи результати отриманих експериментальних досліджень, що проводились на п'яти різної природи даних із вибірок UCІ репозиторію та порівняльного аналізу роботи методу кластеризації даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу котячих зграй із методами кластеризації, що базуються як на класичному підході до кластеризації даних, так і більш екзотичних: DBSCAN та CLARA, що використовують аналіз щільності даних які підлягають кластеризації, запропонований метод демонструє достатньо високі результати.

Основними перевагами запропонованого методу полягає в простоті математичних розрахунків, швидкості роботи з даними, незалежно від виду, розміру та якості вибірки, що аналізується. Порівняльний результат швидкості роботи методів кластеризації експериментальних досліджень наведений на графіках, які наочно демонструють швидкість роботи методів на різних вибірках. Слід відзначити точність роботи метода кластеризації даних на основі піків щільності розподілу даних та еволюційного методу котячих зграй та отриманих результатів кластеризації, що досягається за допомогою оптимізаційної процедури еволюційного алгоритму. Як видно із рисунків 4–8, показники якості кластеризації на різних вибірках запропонованого методу достатньо високі, незалежно від метрики, що використовуються для оцінки методів кластеризації.

© Бодяньський С. В., Плїсс І. П., Шафроненко А. Ю., 2022
DOI 10.15588/1607-3274-2022-4-5

ВИСНОВКИ

Введено метод кластеризації масивів даних на основі комбінованої оптимізації функцій щільності розподілу та еволюційного методу котячих зграй. Перевагою запропонованого підходу є скорочення часу вирішення оптимізаційних задач в умовах коли кластери перетинаються. Метод є досить простим з точки зору чисельної реалізації і не є критичним до вибору оптимізаційної процедури. Результати експериментів підтверджують ефективність запропонованого підходу в задачах кластеризації за умов перетинних кластерів.

Наукова новизна: вперше запропонований кластеризації масивів даних на основі комбінованої оптимізації функцій щільності розподілу та еволюційного методу котячих зграй

Практичне значення: результати експерименту дозволяють рекомендувати запропонований метод для використання на практиці для вирішення проблем автоматичної кластеризації багатоекстремальних даних з різною щільністю в умовах класів, що перетинаються.

Перспективи подальших досліджень методи нечіткої кластеризації даних для широкого класу практичних проблем.

ПОДЯКИ

Робота виконана в рамках науково-дослідного проекту державного бюджету Харківського національного університету радіоелектроніки «Глибокі гібридні системи обчислювального інтелекту для аналізу потоків даних та їх швидке навчання» (номер державної реєстрації 0119U001403).

ЛІТЕРАТУРА/ЛИТЕРАТУРА

1. Gan G. Data Clustering: Theory, Algorithms and Applications / G. Gan, Ch. Ma, J. Wu. – Philadelphia, Pennsylvania : SIAM, 2007. – 455 p. DOI: <https://doi.org/10.1137/1.9780898718348>
2. Abonyi J. Cluster Analysis for Data Mining and System Identification / J. Abonyi, D. Feil. – Basel : Birlhause, 2007. – 303 p.
3. Xu R. Clustering/ R. Xu, D. C. Wunsch. – Hoboken N.J. : John Wiley & Sons, Inc., 2009. – 398 p.
4. Aggarwal C. C. Data Mining / C. C. Aggarwal. – Switzerland : Springer, 2015. – 727 p. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-319-14142-8>.
5. Engelbrecht A. Computational intelligence: an introduction / A. Engelbrecht. – Sidney : John Wiley & Sons, 2007. – 597 p.
6. Rutkowski L. Computational Intelligence Methods and Techniques / L. Rutkowski. – Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2008. – 514 p.
7. Kroll A. Computational Intelligence. Eine Einführung in Probleme, Methoden and Technische Anwendungen / A. Kroll. – München : Oldenbourg Verlag, 2013. – 428 p.
8. Kohonen T. Self-Organizing Maps/ T. Kohonen. – Berlin : Springer, 1995. – 362 p. DOI: [10.1007/978-3-642-56927-2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-56927-2).
9. Hinneburg A. An efficient approach to clustering in large multimedia databases with noise / A. Hinneburg, D. Klein // Proc. 4th Int. Conf. in Knowledge Discovering and Data Mining – KDD98, N.Y. : AAAI Press, Aug. 27, 1998. – Hinneburg, 1998. – P. 58–65.
10. Hinneburg A. Denclue 2.0: Fast clustering based on kernel density estimation/ A. Hinneburg, H. H. Gabriel // International symposium on intelligent data analysis. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2007. – P. 70–80. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74825-0_7

11. Hinneburg A. A general approach to clustering in large databases with noise-knowledge and Identification Systems / A. Hinneburg, D. A. Keim – 2003. – 5 (4). – P. 387–415. <https://doi.org/10.1007/s10115-003-0086-9>
12. Rehioui H. DENCLUE-IM: A new approach for big data clustering/ H. Rehioui et al. // Procedia Computer Science. – 2016. – Vol. 83. – P. 560–567. DOI: 10.1016/j.procs.2016.04.265
13. Epanechnikov V. A. Nonparametric estimation of multivariate probability density / V. A. Epanechnikov // Probability theory and its Application – 1968 – 14 – №2 – P. 156–161.
14. Nadaraya E. A. On non-parametric estimates of density functions and regression curves/ E. A. Nadaraya // Theory of Probability & Its Applications. – 1965. – Т. 10, №. 1. – P. 186–190.
15. Watson G. S. Smooth regression analysis/ G. S. Watson // Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series A. – 1964. – P. 359–372.
16. Grosan C. Swarm intelligence in Data Mining / C. Grosan, A. Abraham, M. Chis // Studies in Computational Intelligence. – 2006. – №34. – P. 1–20.
17. The Fast Modification of Evolutionary Bioinspired Cat Swarm Optimization Method [Electronic resource]/ [A. Yu. Shafronenko, Ye. V. Bodyanskiy, I. P. Pliss] // 2019 IEEE 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL), 2019. – Sozopol, Bulgaria, 2019. – P. 548–552. DOI: 10.1109/CAOL46282.2019.9019583
18. Eiben A. Introduction to Evolutionary Computing / A. Eiben, J. Smith – Heidelberg : Springer, 2003.
19. Karpenko A. P. Population algorithms for global continuous optimization. Review of new and little-known algorithms / A. P. Karpenko // Supplement to the journal “Information Technologies”. – №7/2012. – 32 p.
20. Chu S.-C. Cat swarm optimization / S.-C. Chu, P.-W. Tsai, J. S. Pan // Lecture Notes in Artificial Intelligence. – 4099. – Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2006. – P. 854–858.
21. Chu S.-C. Computational Intelligence based on the behavior of cats / S.-C. Chu, P.- W. Tsai // International Journal of Innovative Computing, Information, and Control. – 2007. – Vol. 3, №1. – P. 163–173.
22. Shafronenko A. Online Credibilistic Fuzzy Clustering Method Based on Cauchy Density Distribution Function / [A. Shafronenko, Ye. Bodyanskiy, I. Pliss, I. Klymova] // 2021 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT) : proceedings. – Deggendorf, Germany : IEEE, 2021. – P.704–707. DOI: 10.1109/ACIT52158.2021.9548572

Received 03.09.2022.
Accepted 02.11.2022.

УДК 004.8:004.032.26

КЛАСТЕРИЗАЦИЯ МАССИВОВ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ КОМБИНИРОВАННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ЭВОЛЮЦИОННОГО МЕТОДА КОШАЧЬИХ СТАЙ

Бодянский Е. В. – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

Плисс И. П. – канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник ПНДЛ АСУ Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

Шафроненко А. Ю. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры информатики Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

АННОТАЦИЯ

Актуальность Задача кластеризации массивов наблюдений произвольной природы является неотъемлемой частью Data Mining, а в более общем случае Data Science, для ее решения предложено огромное количество подходов, отличающихся между собой как априорными предположениями относительно физической природы данных и задачи, так и математическим аппаратом. С вычислительной точки зрения задача кластеризации превращается в проблему поиска локальных экстремумов многоэкстремальной функции векторного аргумента плотности с помощью градиентных процедур, многократно запускаемых с разных точек исходного массива данных. Ускорить процесс поиска этих экстремумов можно, воспользовавшись идеями эволюционной оптимизации, включающей в себя алгоритмы, инспирированные природой, роевые алгоритмы, популяционные алгоритмы и т.д.

Цель. Цель работы заключается во внедрении процедуры кластеризации данных на основе пиков плотности распределения данных и эволюционного метода кошачьих стай, объединяющей в себе основные преимущества методов работы с данными в условиях пересекающихся классов, характеризуется качественной кластеризацией, высоким быстродействием и точностью полученных результатов.

Метод. Введен метод кластеризации массивов данных на основе комбинированной оптимизации функций плотности распределения и эволюционного метода кошачьих стай. Преимуществом предлагаемого подхода является сокращение времени решения оптимизационных задач в условиях, когда кластеры пересекаются.

Результаты. Результаты экспериментов подтверждают эффективность предлагаемого подхода в задачах кластеризации при условии классов, которые пересекаются и позволяют рекомендовать предложенный метод для использования на практике для решения проблем автоматической кластеризации больших данных.

Выводы. Введен метод кластеризации массивов данных на основе комбинированной оптимизации функций плотности распределения и эволюционного метода кошачьих стай. Преимуществом предлагаемого подхода является сокращение времени решения оптимизационных задач в условиях, когда кластеры пересекаются. Метод достаточно прост с точки зрения численной реализации и не является критическим для выбора оптимизационной процедуры. Результаты экспериментов подтверждают эффективность предлагаемого подхода в задачах кластеризации в условиях пересекающихся кластеров.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: нечеткая кластеризация, пики плотности распределения данных, эволюционный метод.

UDC 004.8:004.032.26

CLUSTERIZATION OF DATA ARRAYS BASED ON COMBINED OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION DENSITY FUNCTIONS AND THE EVOLUTIONARY METHOD OF CAT SWARM

Bodyanskiy Ye. V. – Dr. Sc., Professor at the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

Pliss I. P. – PhD, Leading Researcher at Control Systems Research Laboratory, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

© Бодянский Е. В., Плисс И. П., Шафроненко А. Ю., 2022
DOI 10.15588/1607-3274-2022-4-5

Shafronenko A. Yu. – PhD, Associate Professor at the Department of Informatics, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

ABSTRACT

Context. The task of clustering arrays of observations of an arbitrary nature is an integral part of Data Mining, and in the more general case of Data Science, a huge number of approaches have been proposed for its solution, which differ from each other both in a priori assumptions regarding the physical nature of the data and the problem, and in the mathematical apparatus. From a computational point of view, the clustering problem turns into a problem of finding local extrema of a multiextremal function of the vector density argument using gradient procedures that are repeatedly launched from different points of the initial data array. It is possible to speed up the process of searching for these extremes by using the ideas of evolutionary optimization, which includes algorithms inspired by nature, swarm algorithms, population algorithms, etc.

Objective. The purpose of the work is to introduce a data clustering procedure based on the peaks of the data distribution density and the evolutionary method of cat swarms, that combines the main advantages of methods for working with data in conditions of overlapping classes, is characterized by high-quality clustering, high speed and accuracy of the obtained results.

Method The method for clustering data arrays based on the combined optimization of distribution density functions and the evolutionary method of cat swarms was proposed. The advantage of the proposed approach is to reduce the time for solving optimization problems in conditions where clusters are overlap.

Results. The results of the experiments confirm the effectiveness of the proposed approach in clustering problems under the condition of classes that overlap and allow us to recommend the proposed method for use in practice to solve problems of automatic clustering big data.

Conclusions. The method for clustering data arrays based on the combined optimization of distribution density functions and the evolutionary method of cat swarm was proposed. The advantage of the proposed approach is to reduce the time for solving optimization problems in conditions where clusters are overlap. The method is quite simple from the numerical implementation and is not critical for choosing an optimization procedure. The experimental results confirm the effectiveness of the proposed approach in clustering problems under conditions of overlapping clusters.

KEYWORDS: fuzzy clustering, density peak of dataset, evolutionary method.

REFERENCES

1. Gan G. Ma Ch., Wu J. Data Clustering: Theory, Algorithms and Applications. Philadelphia, Pennsylvania, SIAM, 2007, 455 p. DOI: <https://doi.org/10.1137/1.9780898718348>
2. Abonyi J., Feil D. Cluster Analysis for Data Mining and System Identification. Basel, Birlhause, 2007, 303 p.
3. Xu R., Wunsch D. C. Clustering. Hoboken N. J., John Wiley & Sons, Inc., 2009, 398 p.
4. Aggarwal C. C. Data Mining. Switzerland, Springer, 2015, 727 p. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-319-14142-8>.
5. Engelbrecht A. Computational intelligence: an introduction. Sidney, John Wiley & Sons, 2007, 597 p.
6. Rutkowski L. Computational Intelligence Methods and Techniques. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2008, 514 p.
7. Kroll A. Computational Intelligence. Eine Einführung in Probleme, Methoden and Technische Anwendungen. München, Oldenbourg Verlag, 2013, 428 p.
8. Kohonen T. Self-Organizing Maps. Berlin, Springer, 1995, 362 p. DOI: [10.1007/978-3-642-56927-2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-56927-2).
9. Hinneburg A., Klein D. An efficient approach to clustering in large multimedia databases with noise, Proc. 4th Int. Conf. in Knowledge Discovering and Data Mining, KDD98, N.Y., AAAI Press, Aug. 27, 1998. Hinneburg, 1998, pp. 58–65.
10. Hinneburg A., Gabriel H. H. Denclue 2.0: Fast clustering based on kernel density estimation, *International symposium on intelligent data analysis*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2007, pp. 70–80. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74825-0_7
11. Hinneburg A., Keim D. A. A general approach to clustering in large databases with noise-knowledge and Identification Systems, 2003, 5 (4), pp. 387–415. <https://doi.org/10.1007/s10115-003-0086-9>
12. Rehioui H. et al. DENCLUE-IM: A new approach for big data clustering, *Procedia Computer Science*, 2016, Vol. 83, pp. 560–567. DOI: [10.1016/j.procs.2016.04.265](https://doi.org/10.1016/j.procs.2016.04.265)
13. Epanechnikov V. A. Nonparametric estimation of multivariate probability density, *Probability theory and its Application*, 1968, 14, No. 2, pp. 156–161.
14. Nadaraya E. A. On non-parametric estimates of density functions and regression curves, *Theory of Probability & Its Applications*, 1965, Vol. 10, No. 1, pp. 186–190.
15. Watson G. S. Smooth regression analysis, *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series A*, 1964, pp. 359–372.
16. Grosan C., Abraham A., Chis M. Swarm intelligence in Data Mining, *Studies in Computational Intelligence*, 2006, № 34, pp. 1–20.
17. Shafronenko A. Yu., Bodyanskiy Ye. V., Pliss I. P. The Fast Modification of Evolutionary Bioinspired Cat Swarm Optimization Method [Electronic resource], 2019 IEEE 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL), 2019. Sozopol, Bulgaria, 2019, pp. 548–552. DOI: [10.1109/CAOL46282.2019.9019583](https://doi.org/10.1109/CAOL46282.2019.9019583)
18. Eiben A., Smith J. Introduction to Evolutionary Computing. Heidelberg, Springer, 2003.
19. Karpenko A. P. Population algorithms for global continuous optimization. Review of new and little-known algorithms, *Supplement to the journal "Information, Technologies"*, 2012, No. 7, 32 p.
20. Chu S.-C., Tsai P.-W., Pan J. S. Cat swarm optimization, *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 4099. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2006, pp. 854–858.
21. Chu S.-C., Tsai P.-W. Computational Intelligence based on the behavior of cats, *International Journal of Innovative Computing, Information, and Control*, 2007, Vol. 3, № 1, pp. 163–173.
22. Shafronenko A., Bodyanskiy Ye., Pliss I., Klymova I. Online Credibilistic Fuzzy Clustering Method Based on Cauchy Density Distribution Function, *2021 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT), proceedings*. Deggendorf, Germany, IEEE, 2021, pp. 704–707. DOI: [10.1109/ACIT52158.2021.9548572](https://doi.org/10.1109/ACIT52158.2021.9548572)