



Запорізький національний технічний університет

Радіоелектроніка, інформатика, управління

Науковий журнал

Виходить чотири рази на рік

№ 1(32) 2015

Заснований у січні 1999 року.

Засновник і видавець – Запорізький національний технічний університет.

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Запоріжжя

ЗНТУ

2015

Запорожский национальный технический университет

Радиоэлектроника, информатика, управление

Научный журнал

Выходит четыре раза в год

№ 1(32) 2015

Основан в январе 1999 года.

Основатель и издатель – Запорожский национальный технический университет.

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Запорожье

ЗНТУ

2015

Zaporizhzhya National Technical University

Radio Electronics, Computer Science, Control

The scientific journal

Published four times per year

№ 1(32) 2015

Founded in January 1999.

Founder and publisher – Zaporizhzhya National Technical University.

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

Zaporizhzhya

ZNTU

2015

Науковий журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління» (скорочена назва – РІУ) видається Запорізьким національним технічним університетом (ЗНТУ) з 1999 р. періодичністю чотири номери на рік.

Зареєстрований Державним комітетом інформаційної політики, телебачення та радіомовлення 29.01.2003 р. Свідцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ №6904.

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Постановою президії ВАК України № 1-05/4 від 26.05.2010 р. журнал **включений до переліку наукових фахових видань України**, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук та фізико-математичних наук (радіофізика).

В журналі безкоштовно публікуються наукові статті англійською, російською та українською мовами.

Правила оформлення статей подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал забезпечує **безкоштовний відкритий он-лайн доступ** до повнотекстових публікацій.

Журнал дозволяє авторам мати авторські права і зберігати права на видання без обмежень. Журнал дозволяє користувачам читати, завантажувати, копіювати, поширювати, друкувати, шукати або посилатися на повні тексти своїх статей. Журнал дозволяє повторне використання його вмісту у відповідності з СС ліцензією СС-ВУ.

Опублікованими статтям присвоюється унікальний ідентифікатор цифрового об'єкта DOI.

Журнал реферується та індексується у провідних міжнародних та національних реферативних журналах і наукометричних базах даних, а також розміщується у цифрових архівах та бібліотеках з безкоштовним доступом у режимі on-line (у т. ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИНЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВІНТІ, Джерело), повний перелік яких подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал розповсюджується за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

Тематика журналу містить: радіофізику, мікро-, нано- і радіоелектроніку, апаратне і програмне забезпечення комп'ютерної техніки, комп'ютерні мережі і телекомунікації, теорію алгоритмів і програмування, оптимізацію і дослідження операцій, міжмашинну і людино-машинну взаємодію, математичне і комп'ютерне моделювання, обробку даних і сигналів, управління в технічних системах, штучний інтелект, включаючи системи, засновані на знаннях, і експертні системи, інтелектуальний аналіз даних, розпізнавання образів, штучні нейронні і нейро-нечіткі мережі, нечітку логіку, колективний інтелект і мультиагентні системи, гібридні системи.

Усі статті, пропоновані до публікації, одержують **об'єктивний розгляд**, що оцінюється за суттю без урахування раси, статі, віросповідання, етнічного походження, громадянства або політичної філософії автора(ів).

Усі статті проходять двоступінчасте закрите (анонімне для автора) **рецензування** штатними редакторами і незалежними рецензентами – провідними вченими за профілем журналу.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор – Погосов В. В., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Заст. головного редактора – Субботін С. О., д-р. техн. наук, Україна

Члени редколегії:

Безрук В. М., д-р техн. наук, Україна

Бодяньський Є. В., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з управління

Васильєв С. М., д-р фіз.-мат. наук, академік РАН, Росія

Гімплєвич Ю. Б., д-р техн. наук, Україна

Горбань О. М., д-р фіз.-мат. наук, Великобританія

Дробахін О. О., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Зайцева О. М., канд. фіз.-мат. наук, Словаччина

Карпуков Л. М., д-р техн. наук, Україна

Корніч Г. В., д-р фіз.-мат. наук, Україна, редактор розділу з радіофізики

Кулік А. С., д-р техн. наук, Україна

Лебедев Д. В., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з управління

Левашенко В. Г., канд. фіз.-мат. наук, Словаччина

Лиснянський А., канд. техн. наук, Ізраїль

Марковська-Качмар У., д-р наук, Польща

Олещук В. О., канд. фіз.-мат. наук, Норвегія, редактор розділу з радіоелектроніки

Онуфрієнко В. М., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Папшицький М., д-р філософії, Польща

Піза Д. М., д-р техн. наук, Україна

Потапенко Є. М. д-р техн. наук, Україна

Рубель О. І., канд. техн. наук, Канада

Хаханов В. І., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з інформатики

Чумаченко В. П., д-р фіз.-мат. наук, Україна, редактор розділу з радіоелектроніки

Шарпанських О. А., д-р філософії, Нідерланди, редактор розділу з інформатики

Рекомендовано до видання вченою радою ЗНТУ, протокол № 12 від 03.06.2015 р.

Журнал верстаний редакційно-видавничим відділом ЗНТУ.

Веб-сайт журналу: <http://ric.zntu.edu.ua>

Адреса редакції: Редакція журналу «РІУ», Запорізький національний технічний університет, вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна.

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

Факс: (061) 764-46-62

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

Научный журнал «Радиоэлектроника, информатика, управление» (сокращенное название – РИУ) издается Запорожским национальным техническим университетом (ЗНТУ) с 1999 г. периодичностью четыре номера в год.

Зарегистрирован Государственным комитетом информационной политики, телевидения и радиовещания 29.01.2003 г. (Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации серия КВ №6904).

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Постановлением ВАК Украины №1-05/4 от 26.05.2010 г. журнал **внесен в перечень научных специализированных изданий Украины**, в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на получение научных степеней доктора и кандидата технических наук и физико-математических наук (радиофизика).

В журнале бесплатно публикуются научные статьи на английском, русском и украинском языках.

Правила оформления статей представлены на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал обеспечивает **бесплатный открытый он-лайн доступ** к полнотекстовым публикациям. Журнал разрешает авторам иметь авторские права и сохранять права на издание без ограничений. Журнал разрешает пользователям читать, загружать, копировать, распространять, печатать, искать или ссылаться на полные тексты своих статей. Журнал разрешает повторное использование его содержания в соответствии с СС лицензией СС-BY.

Опубликованным статьям присваивается уникальный идентификатор цифрового объекта DOI.

Журнал реферруется и индексируется в ведущих международных и национальных реферативных журналах и наукометрических базах данных, а также размещается в цифровых архивах и библиотеках с бесплатным доступом on-line (в т.ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИНЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВИНТИ, Джэрэло), полный перечень которых представлен на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал распространяется по Каталогу периодических изданий Украины (подписной индекс – 22914).

Тематика журнала включает: радиофизику, микро-, нано- и радиоэлектронику, аппаратное и программное обеспечение компьютерной техники, компьютерные сети и телекоммуникации, теорию алгоритмов и программирования, оптимизацию и исследование операций, межмашинное и человеко-машинное взаимодействие, математическое и компьютерное моделирование, обработку данных и сигналов, управление в технических системах, искусственный интеллект, включая системы, основанные на знаниях, и экспертные системы, интеллектуальный анализ данных, распознавание образов, искусственные нейронные и нейронечеткие сети, нечеткую логику, коллективный интеллект и мультиагентные системы, гибридные системы.

Все статьи, предлагаемые к публикации, получают **объективное рассмотрение**, которое оценивается по существу без учета расы, пола, вероисповедания, этнического происхождения, гражданства или политической философии автора(ов).

Все статьи проходят двухступенчатое закрытое (анонимное для автора) **рецензирование** штатными редакторами и независимыми рецензентами – ведущими учеными по профилю журнала.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – Погосов В. В., д-р физ.-мат. наук, Украина

Зам. главного редактора – Субботин С. А., д-р. техн. наук, Украина

Члены редколлегии:

Безрук В. М., д-р техн. наук, Украина

Бодянский Е. В., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по управлению

Васильев С. Н., д-р физ.-мат. наук, академик РАН, Россия

Гимпилевич Ю. Б., д-р техн. наук, Украина

Горбань А. Н., д-р физ.-мат. наук, Великобритания

Дробахин О. О., д-р физ.-мат. наук, Украина

Зайцева Е. Н., канд. физ.-мат. наук, Словакия

Карпуков Л. М., д-р техн. наук, Украина

Корнич Г. В., д-р физ.-мат. наук, Украина, редактор раздела по радиофизике

Кулик А. С., д-р техн. наук, Украина

Лебедев Д. В., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по управлению

Левашенко В. Г., канд. физ.-мат. наук, Словакия

Лиснянский А., канд. техн. наук, Израиль

Марковска-Качмар У., д-р наук, Польша

Олещук В. А., канд. физ.-мат. наук, Норвегия, редактор радиоэлектроники

Онуфриенко В. М., д-р физ.-мат. наук, Украина

Папшицкий М., д-р философии, Польша

Пиза Д. М., д-р техн. наук, Украина

Потапенко Е. М., д-р техн. наук, Украина

Рубель О. И., канд. техн. наук, Канада

Хаханов В. И., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по информатике

Чумаченко В. П., д-р физ.-мат. наук, Украина, редактор раздела по радиоэлектронике

Шарпанских А. А., доктор философии, Нидерланды – редактор раздела по информатике

Рекомендовано к изданию ученым советом ЗНТУ, протокол № 12 от 03.06.2015 г.

Журнал сверстан редакционно-издательским отделом ЗНТУ.

Веб-сайт журнала: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Адрес редакции: Редакция журнала «РИУ», Запорожский национальный технический университет, ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063, Украина.

Тел.: +38-061-769-82-96 – редакционно-издательский отдел

Факс: (061) 764-46-62

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

The scientific journal «Radio Electronics, Computer Science, Control» is published by the Zaporizhzhya National Technical University (ZNTU). since 1999 with periodicity four numbers per year.

The journal is registered by the State Committee for information policy, television and radio broadcasting of Ukraine in 29.01.2003. The journal has a State Registration Certificate of printed mass media (series KB №6904).

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

By the Decree of the Presidium of All-Ukrainian Certification Commission № 1-05/4 dated 05.26.2010 the journal is **included to the list of the scientific specialized periodicals of Ukraine** where the results of dissertations for D.Sc. and Ph.D in Technical Sciences, Physics and Mathematics may be published.

The journal publishes scientific articles in English, Russian, and Ukrainian free of charge.

The **article formatting rules** are presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

The journal provides policy of **on-line open (free of charge) access** for full-text publications. The journal allow the authors to hold the copyright without restrictions and to retain publishing rights without restrictions. The journal allow readers to read, download, copy, distribute, print, search, or link to the full texts of its articles. The journal allow reuse and remixing of its content, in accordance with a CC license CC-BY.

Published articles have a unique digital object identifier (DOI).

The journal is abstracted and indexed in leading international and national abstractig journals and scientometric databases, and also placed to the digital archives and libraries with a free on-line access (including DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИИЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, VINITI (All-Russian Institute of scientific and technical information), Djerelo), full list of which is presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

The journal is distributed:by the Catalogue of Ukrainian periodicals (the catalog number is 22914).

The journal scope: radio physics, micro-, nano- and radio electronics, computer hardware and software, computer networks and telecommunications, algorithm and programming theory, optimization and operations research, machine-machine and man-machine interfacing, mathematical modeling and computer simulation, data and signal processing, control in technical systems, artificial intelligence, including knowledge-based and expert systems, data mining, pattern recognition, artificial neural and neuro-fuzzy networks, fuzzy logics, swarm intelligence and multiagent systems, hybrid systems.

All articles proposed for publication receive an **objective review** that evaluates substantially without regard to race, sex, religion, ethnic origin, nationality, or political philosophy of the author(s).

All articles undergo a two-stage **blind peer review** by the editorial staff and independent reviewers – the leading scientists on the profile of the journal.

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief: V. V. Pogosov, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine

Deputy Editor-in-Chief: S. A. Subbotin, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

Members of Editorial Board:

V. M. Bezruk, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

Ye. V. Bodyanskiy, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Control section editor

V. P. Chumachenko, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine, Radio Electronics section editor

O. O. Drobakhin, Doctor of Science in Physics and Mathematics

Yu. B. Gimpilevich, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

A. N. Gorban, Doctor of Science in Physics and Mathematics, United Kingdom

V. I. Hahanov, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Computer Science section editor

L. M. Karpukov, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

G. V. Kornich, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine, Radio Physics section editor

A. S. Kulik, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

D. V. Lebedev, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Control section editor

V. G. Levashenko, Ph.D, Slovakia

A. Lisnianski, Ph.D, Israel

U. Markowska-Kaczmar, Doctor of Science, Poland

V. A. Oleshchuk, Ph.D in Physics and Mathematics, Norway, Radio Electronics section editor

V. M. Onufrienko, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine

M. Paprzycki, Ph.D, Poland

D. M. Piza, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

E. M. Potapenko, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

O. I. Rubel, Ph.D, Canada

A. A. Sharpanskykh, Ph.D, Netherlands, Computer Science section editor

S. N. Vassilyev, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Academician of Russian Academy of Sciences, Russia

E. N. Zaitseva, Ph.D, Slovakia

Recommended for publication by the Academic Council of ZNTU, protocol № 12 dated 03.06.2015.

The journal is imposed by the editorial-publishing department of ZNTU.

The journal web-site is <http://ric.zntu.edu.ua>.

The address of the editorial office: Editorial office of the journal «Radio Electronics, Computer Science, Control», Zaporizhzhia National Technical University, Zhukovskiy street, 64, Zaporizhzhya, 69063, Ukraine.

Tel.: +38-061-769-82-96 – the editorial-publishing department.

Fax: +38-061-764-46-62

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

ЗМІСТ

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....	7
<i>Коляденко Ю. Ю., Алали А. М.</i> АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПЛАНІРОВАНИЯ ПЕРЕДАЧИ КАДРА В СЕТЯХ LTE.....	7
<i>Петрищев О. Н., Шаранов В. М., Сотула Ж. В., Базило К. В.</i> ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ЧАСТИЧНО ЭЛЕКТРОДИРОВАННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ.....	15
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....	26
<i>Переварюха А. Ю.</i> КОМП'ЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПУЛЯЦИЙ ОСЕТРОВЫХ КАСПИЯ С ДВУМЯ ВИДАМИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ.....	26
<i>Савков О. О., Мороз В. В.</i> АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАФІЧНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ ПСЕВДО-ПЕРЕТВОРЕННЯ ВІГНЕНА-ВІЛЛА.....	33
НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....	39
<i>Бодянский Е. В., Рябова Н. В., Золотухин О. В.</i> МНОГОСЛОЙНАЯ АДАПТИВНАЯ НЕЧЕТКАЯ ВЕРОЯТНОСТНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ В ЗАДАЧАХ КЛАССИФИКАЦИИ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ.....	39
<i>Субботин С. А.</i> БЫСТРЫЙ МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХ ВЫБОРОК ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ПРЕЦЕДЕНТАМ.....	46
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....	52
<i>Evseev S. P., Tomashevskyy B. P.</i> TWO-FACTOR AUTHENTICATION METHODS THREATS ANALYSIS.....	52
<i>Korol O. G.</i> ENHANCED MAC ALGORITHM BASED ON THE USE OF MODULAR TRANSFORMATIONS.....	60
<i>Rupeikis R.</i> REVISED FASTFOURIER TRANSFORM.....	68
<i>Гнатушченко В. В., Кавац О. О., Шевченко В. Ю.</i> ПІДВИЩЕННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗРІЗНЕННЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ АЕРОКОСМІЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ВИСОКОГО ПРОСТОРОВОГО РОЗРІЗНЕННЯ НА ОСНОВІ ГІПЕРСФЕРИЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ.....	73
УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....	79
<i>Bayas M. M.</i> DEVELOPMENT OF A COORDINATION METHOD FOR EFFECTIVE DECISION-MAKING IN A HIERARCHICAL MULTILEVEL INDUSTRIAL SYSTEM.....	79

CONTENTS

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....	7
<i>Kolyadenko Y. Y., Alali A. M.</i> THE EFFICIENCY ANALYSIS OF THE SCHEDULING ALGORITHMS OF FRAME TRANSMISSION OVER LTE NETWORK.....	7
<i>Petrishchev O. N., Sharapov V. M., Sotula Zh. V., Bazilo K. V.</i> PRINCIPLES OF CALCULATION OF THE PIEZOELECTRIC ELEMENTS WITH SURFACES PARTIAL ELECTRODES COVERING.....	15
MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING.....	26
<i>Perevaryukha A. Yu.</i> COMPUTER MODELING OF STURGEON POPULATION OF THE CASPIAN SEA WITH TWO TYPES OF APERIODIC OSCILLATIONS.....	26
<i>Savkov O. O., Moroz V. V.</i> EGG SIGNAL ANALYSIS BASED ON PSEUDO WIGNER-VILLE DISTRIBUTION.....	33
NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....	39
<i>Bodyanskiy Ye. V., Ryabova N. V., Zolotukhin O. V.</i> MULTILAYER ADAPTIVE FUZZY PROBABILISTIC NEURAL NETWORK IN CLASSIFICATION PROBLEMS OF TEXT DOCUMENTS.....	39
<i>Subbotin S. A.</i> THE QUICK METHOD OF TRAINING SAMPLE SELECTION FOR NEURAL NETWORK DECISION MAKING MODEL BUILDING ON PRECEDENTS.....	46
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.....	52
<i>Evseev S. P., Tomashevskyy B. P.</i> TWO-FACTOR AUTHENTICATION METHODS THREATS ANALYSIS.....	52
<i>Korol O. G.</i> ENHANCED MAC ALGORITHM BASED ON THE USE OF MODULAR TRANSFORMATIONS.....	60
<i>Pupeikis R.</i> REVISED FASTFOURIER TRANSFORM.....	68
<i>Hnatushenko V. V., Kavats O. O., Shevchenko V. Yu.</i> IMPROVEMENT THE SPATIAL RESOLUTION OF MULTICHANNEL AEROSPACE HIGH SPATIAL RESOLUTION IMAGES ON THE BASE OF HYPERSPHERICAL TRANSFORM.....	73
CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....	79
<i>Bayas M. M.</i> DEVELOPMENT OF A COORDINATION METHOD FOR EFFECTIVE DECISION-MAKING IN A HIERARCHICAL MULTILEVEL INDUSTRIAL SYSTEM.....	79

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

РАДІОЕЛЕКТРОНИКА ТА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 621.396.677.49

Коляденко Ю. Ю.¹, Алали А. М.²

¹Д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры телекоммуникационных систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

²Аспирант кафедры телекоммуникационных систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ПЕРЕДАЧИ КАДРА В СЕТЯХ LTE

В статье исследованы алгоритмы планирования, которые входят в состав подсистемы обеспечения качества обслуживания в сетях LTE. Проведены исследования эффективности алгоритмов планирования кадра по методам FIFO, SJF и RR. Сравнение проводилось по таким параметрам, как среднее время ожидания в очереди, среднее время обработки пакета, заполнение буфера данными и количество отброшенных пакетов.

Анализ показал, что при небольших длинах пакетов среднее время ожидания в очереди для алгоритмов RR и FIFO приблизительно одинаково, а алгоритм SJF по эффективности на треть превосходит алгоритмы RR и FIFO. С увеличением длин пакетов среднее время ожидания в очереди растет быстрее для алгоритма RR, для алгоритма FIFO рост времени ожидания в очереди несколько ниже. Самый минимальный рост времени ожидания в очереди имеет алгоритм SJF.

Получены зависимости среднего времени обработки пакетов от максимальной длины пакетов. Анализ показал, что и по этому показателю заметный выигрыш дает алгоритм SJF.

Проведен эксперимент с ограниченным объемом буфера очереди. Анализ показал, что заполнение буфера данными для алгоритма FIFO происходит интенсивнее, чем для алгоритма SJF. По процентному отношению отброшенных пакетов лучшие показатели имеет алгоритм SJF. Таким образом, для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE рекомендуется алгоритм SJF, который дает выигрыш от 18% до 50%.

Ключевые слова: алгоритмы планирования кадра, сеть LTE.

НОМЕНКЛАТУРА

BE – Best Effort;
DL – нисходящее направление;
FIFO – первым пришел, первым вышел;
FDD – дуплексный разнос в частотной области;
MAC – Media Access Control;
nrtPS – Non-real-time Polling Service;
OFDM – мультиплексирование с ортогональным частотным разделением;
QoS – качество обслуживания;
RR – Round Robin;
rtPS – Real-time Polling Service;
SJF – Shortest-Job-First;
TDD – дуплексный разнос во временной области;
UGS – Unsolicited Grant Service;
UL – восходящее направление;
AC – абонентская станция;
BS – базовая станция;

ПК – планировщик кадров;
СКО – среднеквадратическое отклонение;
СМО – система массового обслуживания;
 τ – промежуток времени, в котором генерируется k заявок;
 k – число заявок;
 $p(k, \tau)$ – вероятность генерирования k заявок в промежутке времени τ ;
 λ – интенсивность потока в единицу времени;
 μ – интенсивность обслуживания;
 $F(t)$ – функция распределения;
 $p(t)$ – плотность распределения;
 m – математическое ожидание времени между заявками;
 σ^2 – дисперсия;
 P_k – вероятность того, что в СМО обслуживается k заявок;

$m_{оч}$ – средний размер очереди;
 $P_{отк}$ – вероятность отказа в обслуживании заявок;
 m_k – среднее число занятых каналов обслуживания;
 $P_{зк}$ – вероятность занятия всех k каналов;
 P_{n+s} – вероятность занятия всех k каналов и s заявок в очереди;
 $t_{ож}$ – среднее время ожидания в очереди;
 t_{oi} – время ожидания i -го пакета в очереди;
 P_0 – вероятность того, что планировщик свободен;
 P_n – вероятность того, что пакет-заявка покинет систему не обслуженной;
 N – число пакетов в очереди;
 $t_{об}$ – среднее время обработки пакета;
 t_{obi} – время обработки i -го пакета;
 m_s – средняя длина очереди;
 M – размер буфера;
 n – количество каналов обслуживания.

ВВЕДЕНИЕ

При интенсивном развитии беспроводных сетей возникают проблемы увеличения их производительности, необходимость разработки алгоритмов, обеспечивающих своевременную и надежную передачу информации, которые повысят коэффициент использования полосы пропускания, сократят время реагирования базовой станции на запросы абонентских станций, обеспечат QoS для различных видов трафика [1, 2].

Теоретическим исследованиям и разработке фундаментальных основ передачи информации в телекоммуникационных сетях, созданию моделей и методов управления качеством обслуживания посвящены труды видных ученых J. Chen, W. Jiao, H. Wang, Dusit Niyato, Ekram Hossain и многих других.

Важными проблемами в области обеспечения качества обслуживания являются проблемы планирования. В процессе обеспечения QoS необходимо планирование кадра для того, чтобы определить какой пакет будет обслуживаться первым в конкретной очереди. На данный момент в системах связи используется алгоритм планирования FIFO. Для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE [3] требуется исследование и выбор алгоритма планирования, который позволит сократить среднее время ожидания в очереди, среднее время обработки пакета, а также количество отброшенных пакетов, что в свою очередь повысит пропускную способность. Таким образом, актуальной является задача анализа и выбора более эффективного алгоритма планирования кадра.

Объектом исследования является процесс планирования кадра в сетях LTE.

Предмет исследования составляют модели и методы планирования кадра в сетях LTE при распределении частотно-временного ресурса между абонентскими станциями.

Целью данной работы является проведение анализа и выбор более эффективного алгоритма планирования кадра в сетях LTE.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В общем случае планирование кадров может быть представлено, как СМО [4] (рис. 1).

Применительно к планированию частотно-временного ресурса, компоненты этой системы могут быть интерпретированы следующим образом: заявкой является пакет, обслуживающим ПК. Пакеты-заявки поступают в очередь, при освобождении ПК один пакет выбирается из очереди и обслуживается в ПК [3, 4]. Под обслуживанием в данном случае понимается помещение пакета в очередной кадр.

Обслуживание может быть прервано по следующим причинам:

- обработка пакета завершена;
- пакет запросил выполнение операции, требующей ожидания какого-либо другого ресурса;
- выполнение прервано ПК.

Первые два случая с точки зрения СМО одинаковы: в любом случае пакет обработан, помещен в кадр и передан. Если пакет не обработан, то после получения запрошенного ресурса пакет вновь поступит во входную очередь. В случае прерывания пакета по инициативе ПК прерванный (вытесненный) пакет поступает во входную очередь сразу же. Порядок обслуживания входной очереди, очередность выбора из нее пакетов на обслуживание и составляет дисциплину или стратегию планирования. Методы теории массового обслуживания применяются для аналитического моделирования процесса планирования.

СМО делятся на системы с отказами, системы с очередями (ожиданиями) и смешанного типа. Входной поток (поток пакетов-заявок) – основной элемент СМО, определяющий процессы в СМО. Наиболее общим является простейший поток (Пуассона), обладающий стационарностью, ординарностью и отсутствием последовательности.

Простейший поток в промежутке времени τ генерирует ровно k заявок с вероятностью [4]:

$$p(k, \tau) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} e^{-\lambda\tau}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Основные вероятностные характеристики для СМО с пуассоновским потоком [4]:

- функция распределения: $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$;

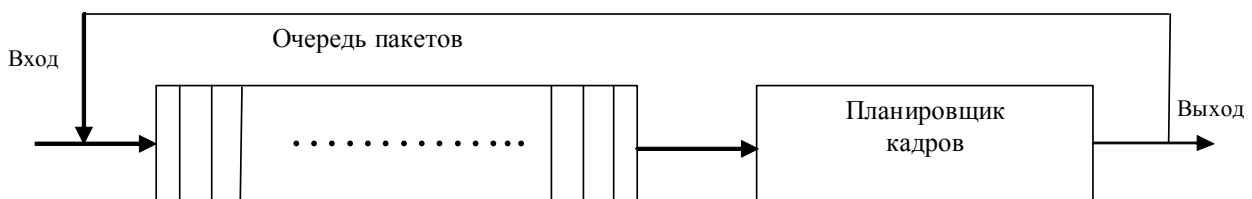


Рисунок 1 – Представление планирования кадров в виде системы массового обслуживания

- плотность распределения: $p(t) = \lambda e^{-\lambda t}$;
- математическое ожидание времени между заявками $m = 1/\lambda$;
- дисперсия $\sigma^2 = 1/\lambda^2$;
- среднеквадратическое отклонение $CKO = \sqrt{\sigma^2} = 1/\lambda$;
- вероятность того, что в СМО обслуживается k заявок:

$$P_k = \frac{P_0}{k!} \rho^k, \text{ где } P_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}, \rho = \lambda/\mu. \quad (2)$$

Основные вероятностные характеристики для СМО с экспоненциальным потоком [4]:

- плотность распределения длительностей обслуживания:

$$p(t) = \mu e^{-\mu t}; \quad (3)$$

- математическое ожидание времени обслуживания:

$$m_{об} = 1/\mu; \quad (4)$$

- средний размер очереди:

$$m_{оч} = \lambda t_{ож}. \quad (5)$$

При $\rho \geq n$ число заявок в очереди с течением времени неограниченно возрастает. Обычно $\rho < n$.

Вероятность отказа в обслуживании заявок [4]:

$$P_{отк} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0 = \frac{\rho^n}{n!} \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Среднее число занятых каналов обслуживания:

$$m_k = M[k] = \sum_{k=1}^n \frac{\rho^k}{(k-1)!} P_0. \quad (7)$$

Вероятность занятия всех k каналов [4]:

$$P_{zk} = \frac{\rho^k}{k!} P_0, \quad 0 < k \leq n. \quad (8)$$

Вероятность занятия всех k каналов и s заявок в очереди:

$$P_{n+s} = \frac{\rho^{n+s}}{n!} P_0 \left[\prod_{m=1}^s (n+m\beta) \right]^{-1}, \quad s \geq 1, \beta = \frac{m_{об}}{t_{ож}}, \quad (9)$$

при $\beta \rightarrow \infty$ система переходит в СМО с отказами, при $\beta \rightarrow 0$ – в СМО с ожиданиями.

Вероятность того, что планировщик свободен [4]:

$$P_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Средняя длина очереди:

$$m_s = \sum_{s=1}^{\infty} s P_{n+s} = \left(\frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s \rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right) \times \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right)^{-1}. \quad (11)$$

Вероятность того, что пакет-заявка покинет систему не обслуженной [4]:

$$P_n = \frac{\beta}{\rho} \left(\frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s \rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right) \times \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Для определения основных вероятностных характеристик для сети LTE как СМО необходимо проведение имитационного моделирования при известных интенсивностях поступления пакетов и их обработки и определение среднего времени ожидания в очереди и среднего времени обработки для алгоритмов планирования, которые применяются в технологии LTE. Также целью статьи является предоставление рекомендаций по выбору алгоритма планирования. Критерием выбора является минимальное время ожидания в очереди и минимальное время обработки.

2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Механизмы планирования MAC определяют порядок передачи пакетов. Каждое соединение ассоциировано с одним механизмом планирования, который определяется набором параметров QoS. Определены следующие механизмы опроса для планирования передачи пакетов:

- предоставленный грант (UGS, Unsolicited Grant Service) предназначен для поддержки потоков реального времени, генерирующих пакеты данных фиксированного размера, таких как передача по каналу потока E1 и голоса поверх IP (VoIP) без подавления пауз;
- опрос в реальном времени (rtPS, Real-time Polling Service) предназначен для поддержки потоков реального времени, формирующих пакеты данных переменной длины, для которых критична задержка времени доставки, таких как MPEG-видео;
- опрос не в реальном времени (nrtPS, Non-real-time Polling Service) предназначен для поддержки потоков, требующих пакетов переменной длины, для которых не критична задержка времени доставки, таких как широкополосная служба FTP;

– опрос наилучший из возможных уровней сервиса, или потоки негарантированной доставки (BE) предназначен для эффективного обслуживания трафика *best effort*, например, трафик HTTP.

В многопользовательской беспроводной системе необходимо, чтобы планирование кадров распределяло имеющиеся ресурсы передачи между пользователями эффективно и справедливо. Были предложены разные методы планирования кадров. Наиболее распространенный способ планирования – это справедливое планирование, при котором пользователи получают сервисы в соответствии с весами, назначенными им заранее. В [5] представлена модель СМО алгоритма планирования для беспроводной среды передачи. С другой стороны, специально для беспроводных систем передачи было разработано гибкое планирование. В этом способе планирования для улучшения пропускной способности всей системы используются особенности многопользовательского режима. В частности, в текущем временном слоте право для передачи будет предоставлено пользователю, имеющему наилучшее качество канала. В [6, 7] предложена модель СМО для такого типа планирования. В [8] проведен анализ СМО для различных схем разделения ресурсов (минимаксная справедливость, пропорциональная справедливость, балансная справедливость). Для каждой из этих схем исследованы условия стабильности.

В то время как в большинстве работ рассмотрено только влияние беспроводного канала на производительность системы, в нескольких работах изучено влияние распределения ресурсов на производительность очередей. Например, в работе [9] влияние распределения ресурсов рассмотрено в модели СМО системы когнитивного радио с использованием адаптивной модуляции и кодирования; в работе [10] проанализирована система CDMA с адаптивной скоростью передачи. Данные исследования показали, что резервирование ресурсов транзитных соединений, также как и адаптация скорости передачи могут существенно влиять на производительность очередей для мобильных пользователей.

Анализ СМО используется также для улучшения контроля доступом соединений [11, 12]. В частности, для данных параметров трафика и качества беспроводного канала при данном способе доступа к среде передачи, может быть получена информация о задержках в очередях и потерях пакетов. Эта информация затем может быть использована при принятии решения о приеме нового соединения. Прием или отклонение нового соединения зависят от того, смогут ли поддерживаться требования QoS как для существующих соединений, так и для нового соединения. В [13] предложена модель СМО для контроля доступом соединений для беспроводных сетей Bluetooth, в [14] – для сетей IEEE 802.11. В [2] рассмотрена модель СМО для многоантенных систем.

Следует отметить, что в известных работах отсутствует анализ эффективности алгоритмов планирования и разработка модели СМО с учетом алгоритма планирования для сети LTE.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Существует достаточно большой набор разнообразных алгоритмов планирования, которые предназначены

для достижения различных целей и эффективны для разных классов задач. Рассмотрим некоторые наиболее употребительные алгоритмы применительно к процессу кратковременного планирования.

Простейшим алгоритмом планирования является алгоритм, который принято обозначать аббревиатурой FIFO по первым буквам его английского названия – First In, First Out. В таком режиме пакеты, находящиеся в состоянии готовности, выстроены в очередь. Когда пакет переходит в состояние готовности, он помещается в конец этой очереди. Выбор нового пакета для исполнения осуществляется из начала очереди.

Такой алгоритм выбора пакетов осуществляет невытесняющее планирование. Пакет, получивший в свое распоряжение процессор, занимает его до завершения процесса обработки. После этого для обработки выбирается новый пакет из начала очереди. Преимуществом алгоритма FIFO является легкость его реализации, но в то же время он имеет и много недостатков.

Для алгоритма FIFO среднее время ожидания в очереди определяется из выражения

$$t_o = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{oi} \quad (13)$$

Среднее время обработки пакета

$$t_{ob} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{obi} \quad (14)$$

Модификацией алгоритма FIFO является алгоритм, получивший название Round Robin (RR). По сути дела, это тот же самый алгоритм, только реализованный в режиме вытесняющего планирования. Можно представить себе все множество готовых пакетов организованным циклически – пакеты сидят на карусели. Карусель вращается так, что каждый пакет находится около процессора небольшой фиксированный квант времени. Пока пакет находится рядом с процессором, он получает процессор в свое распоряжение и может исполняться.

Реализуется такой алгоритм так же, как и предыдущий, с помощью организации пакетов, находящихся в состоянии готовности, в очередь FIFO. Планировщик выбирает для очередного исполнения пакет, расположенный в начале очереди, и устанавливает таймер для генерации прерывания по истечении определенного кванта времени. При выполнении процесса обработки пакета возможны два варианта:

1) время непрерывного использования процессора, необходимое процессу обработки пакета (остаток текущего CPU burst), меньше или равно продолжительности кванта времени. Тогда пакет по своей воле освобождает процессор до истечения кванта времени, на исполнение поступает новый пакет из начала очереди и таймер начинает отсчет кванта заново;

2) продолжительность остатка текущего CPU burst пакета больше, чем квант времени. Тогда по истечении этого кванта процесс обработки пакета прерывается таймером и помещается в конец очереди пакетов, готовых к исполнению, а процессор выделяется для использования пакету, находящемуся в ее начале.

Алгоритм «кратчайшая работа первой» или SJF. Алгоритм краткосрочного планирования может быть как вытесняющим, так и невытесняющим. При невытесняющем SJF – планировании процессор предоставляется избранному пакету на все необходимое ему время. При вытесняющем SJF – планировании учитывается появление новых пакетов в очереди готовых к исполнению во время работы выбранного пакета. Если CPU burst нового пакета меньше, чем остаток CPU burst у исполняющегося, то обрабатываемый пакет вытесняется новым.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

С помощью имитационного моделирования проведен машинный эксперимент, который состоял в следующем. На вход буфера очереди подавались пакеты. Число пакетов в очереди $N = 15000$. Длины пакетов генерировались случайным образом от 1 до 40 бит. Используемый вид модуляции 64QAM. В связи с тем, что слот длительностью 0,5 мс состоит из 7 символов, а каждый символ состоит из 6 бит, время обработки 1 бита составляет $t = 1,19 \cdot 10^{-2}$ с. Размер буфера M очереди в данном случае был неограничен.

Также был проведен эксперимент с ограниченным объемом буфера очереди $M = 700000$ байт. Эксперимент состоял в следующем. На вход буфера очереди подавались пакеты. Длины пакетов генерировались случайным образом от 16 до 64 бит. Количество пакетов в очереди изменялась от $N = 1$ до $N = 15000$.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате эксперимента получены зависимости среднего времени ожидания в очереди (13) от максимальной длины пакетов (рис. 2) для алгоритма планирования RR – верхняя кривая, для алгоритма FIFO – средняя кривая, и для алгоритма SJF – нижняя кривая.

Также получены зависимости среднего времени обработки пакетов (14) от максимальной длины пакетов (рис. 3) для алгоритма планирования RR – верхняя кривая, для алгоритма FIFO – средняя кривая, и для алгоритма SJF – нижняя кривая.

Получена зависимость заполнения буфера данными от размера очереди (рис. 4) для алгоритма FIFO и для алгоритма SJF.

Так же получена зависимость процента отброшенных пакетов от количества поступивших пакетов в очередь N для алгоритма FIFO – верхняя кривая и алгоритма SJF – нижняя кривая (рис. 5).

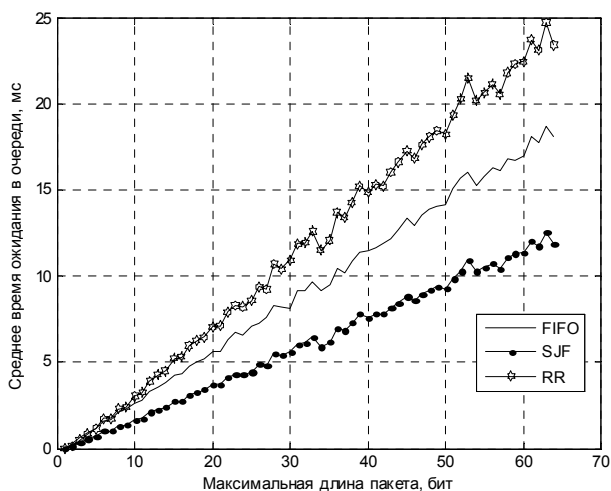


Рисунок 2 – Зависимость среднего времени ожидания в очереди от максимальной длины пакетов

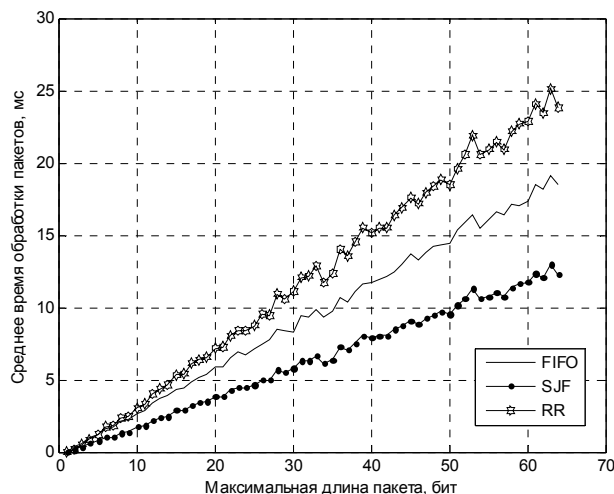


Рисунок 3 – Зависимость среднего времени обработки пакетов от максимальной длины пакетов

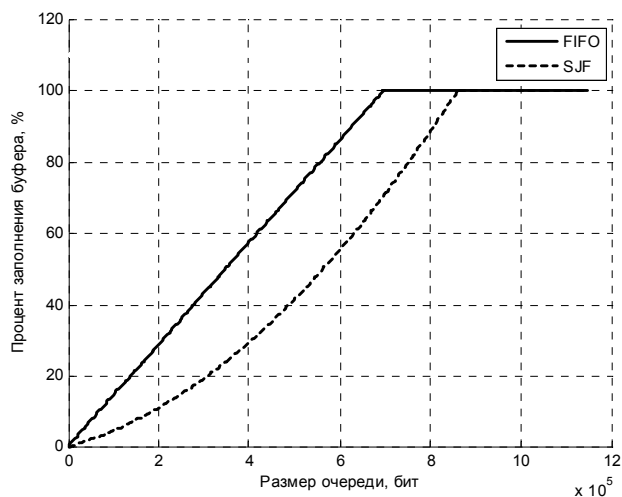


Рисунок 4 – Зависимость заполнения буфера данными от размера очереди

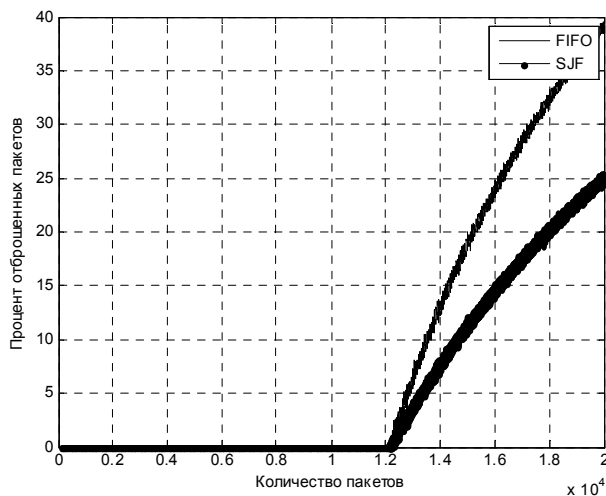


Рисунок 5 – Зависимость отброшенных пакетов от количества поступивших пакетов в очередь

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Из графиков (рис. 2) видно, что при небольших длинах пакетов от 1 до 10 бит среднее время ожидания в очереди для алгоритмов RR и FIFO приблизительно одинаково. В этом диапазоне изменения длин пакетов алгоритм SJF по эффективности на треть превосходит алгоритмы RR и FIFO. С увеличением длин пакетов среднее время ожидания в очереди растет быстрее для алгоритма RR, для алгоритма FIFO рост времени ожидания в очереди несколько ниже. Самый минимальный рост времени ожидания в очереди имеет алгоритм SJF. Так при длине пакетов 30 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 18%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 45%. При длине пакетов 60 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 27%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 50%.

Судя по полученным зависимостям (рис. 3), можно сделать вывод о том, что и по этому показателю заметный выигрыш дает алгоритм SJF. Относительно RR этот выигрыш составляет 48%. Относительно FIFO – 32%.

Из графиков (рис. 4) видно, что заполнение буфера данными для алгоритма FIFO происходит интенсивнее, чем для алгоритма SJF. Так, для алгоритма FIFO буфер полностью заполнен при размере очереди, равной $6,9 \cdot 10^5$, а для алгоритма SJF при размере очереди равной, $8,5 \cdot 10^5$ бит. Остальные пакеты в данном случае были отброшены. Таким образом, при использовании алгоритма SJF появляется возможность обработать на $1,6 \cdot 10^5$ бит больше. Из полученных зависимостей можно сделать вывод о том, что при интенсивном поступлении пакетов в очередь, и, следовательно, при увеличении размера очереди оба алгоритма отбрасывают пакеты, но количество отброшенных бит алгоритмом SJF на 18,8% меньше, чем алгоритмом FIFO.

Из полученных зависимостей (рис. 5) можно сделать вывод о том, что по процентному отношению отброшенных пакетов лучшие показатели имеет алгоритм SJF.

Таким образом, для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE рекомендуется алгоритм SJF.

ВЫВОДЫ

1. Исследованы алгоритмы планирования, которые входят в состав подсистемы обеспечения качества обслуживания в сетях LTE. Проведены исследования эффективности алгоритмов планирования кадра по методу FIFO, SJF и RR.

2. Анализ показал, что при небольших длинах пакетов от 1 до 10 бит среднее время ожидания в очереди для алгоритмов RR и FIFO приблизительно одинаково. В этом диапазоне изменения длин пакетов алгоритм SJF по эффективности на треть превосходит алгоритмы RR и FIFO. С увеличением длин пакетов среднее время ожидания в очереди растет быстрее для алгоритма RR, для алгоритма FIFO рост времени ожидания в очереди несколько ниже. Самый минимальный рост времени ожидания в очереди имеет алгоритм SJF. Так, при длине пакетов 30 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 18%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 45%. При длине пакетов 60 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 27%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 50%.

3. Получены зависимости среднего времени обработки пакетов от максимальной длины пакетов. Анализ показал, что и по этому показателю заметный выигрыш дает алгоритм SJF. Относительно RR этот выигрыш составляет 48%. Относительно FIFO – 32%.

4. Проведен эксперимент с ограниченным объемом буфера очереди $M = 700000$ байт. Получена зависимость заполнения буфера данными от размера очереди для алгоритма FIFO и для алгоритма SJF. Анализ показал, что заполнение буфера данными для алгоритма FIFO происходит интенсивнее, чем для алгоритма SJF. Так для алгоритма FIFO буфер полностью заполнен при размере очереди равной $6,9 \cdot 10^5$, а для алгоритма SJF при размере очереди равной $8,5 \cdot 10^5$ бит. Остальные пакеты в данном случае были отброшены. Таким образом, при использовании алгоритма SJF появляется возможность обработать на $1,6 \cdot 10^5$ бит больше. Из проведенного анализа следует, что при интенсивном поступлении пакетов в очередь, и, следовательно, при увеличении размера очереди оба алгоритма отбрасывают пакеты, но количество отброшенных бит алгоритмом SJF на 18,8% меньше, чем алгоритмом FIFO.

5. Получена зависимость процента отброшенных пакетов от количества поступивших пакетов в очередь N для алгоритма FIFO и алгоритма SJF. Анализ показал, что по процентному отношению отброшенных пакетов лучшие показатели имеет алгоритм SJF. Таким образом, для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE рекомендуется алгоритм SJF.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при содействии кафедры телекоммуникационных систем Харьковского национального университета радиоэлектроники и Харьковского регионального научно-технического центра по технической защите информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков А. Н. UMTS. Стандарт сотовой связи третьего поколения / А. Н. Волков, А. Е. Рыжков, М. А. Сиверс. – СПб. : Издательство «Линк», 2008. – 224 с.
2. Гельгор А. Л. Технология LTE мобильной передачи данных : учеб. пособие / А. Л. Гельгор, Е. А. Попов. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – 204 с.
3. Тихвинский В. О. Сети мобильной связи LTE: технологии и архитектура / В. О. Тихвинский, С. В. Терентьев, А. Б. Юрчук. – М. : Эко-Трендз, 2010. – 284 с.
4. Поповський В. В. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем : навчальний посібник [текст] / В. В. Поповський, С. О. Сабурова, Ю. Ю. Коляденко ; під заг. ред. проф. В. В. Поповського. – Харків : СМІТ, 2006. – 564 с.
5. Niyato D. Analysis of fair scheduling and connection admission control in differentiated services wireless networks / D. Niyato, E. Hossain // IEEE International Conference on Communications (ICC'05), Seoul, Korea, 16–20 May 2005: proceedings. – Seoul : IEEE, 2005. – P. 3137–3141. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495064.
6. Issariyakul T. Channel-quality-based opportunistic scheduling with ARQ in multi-rate wireless networks: modeling and analysis / T. Issariyakul, E. Hossain // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2006. – vol. 5, № 4. – P. 796–806.
7. Le L. B. Queuing analysis and admission control for multi-rate wireless networks with opportunistic scheduling and ARQ-based

- error control / L. B. Le, E. Hossain, A. S. Alfa // *IEEE International Conference on Communications (ICC'05)*, Seoul, Korea, 16–20 May 2005: proceedings. – Seoul: IEEE, 2005. – P. 3329–3333. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495038.
8. Bonald T. A queuing analysis of max-min fairness, proportional fairness and balanced fairness / T. Bonald, L. Massoulié, A. Proutiero, J. Virtamo // *Queueing Systems*. – 2006. – Vol. 53. – P. 65–84.
9. Sousa E. S. Cognitive radio: A path in the evolution of public wireless networks / E. S. Sousa, B. M. Sadler, E. Hossain, S. A. Jafar // *Journal of Communications and Networks*. – 2009. – Vol. 11, № 2. – P. 99–103.
10. Niyato D. Call-level and packet-level quality of service and user utility in rate-adaptive cellular CDMA networks: a queuing analysis / D. Niyato, E. Hossain // *IEEE Transactions on Mobile Computing*. – 2006. – Vol. 5, № 12. – P. 1749–1763.
11. Niyato D. Delay-based admission control using fuzzy logic for OFDMA broadband wireless networks / D. Niyato, E. Hossain // *IEEE International Conference on Communications (ICC'06)*. – Istanbul, Turkey, June 2006 : proceedings. – Istanbul : IEEE, 2006. – P. 1390–1405. DOI: 10.1109/ICC.2006.255539
12. Niyato D. A queuing-theoretic and optimization-based model for radio resource management in IEEE 802.16 broadband wireless networks / D. Niyato, E. Hossain // *3rd International Conference on Quality of Service in Heterogeneous Wired/wireless Networks*. – New York, NY, USA, August 2006: proceedings. – New York : IEEE. – 2006. – P. 1473–1488. DOI: 10.1145/1185373.1185439.
13. Misić J. Admission control in Bluetooth piconets / J. Misić, K. L. Chan, V. B. Misić // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. – 2004. – Vol. 53, № 3. – P. 890–911. DOI: 10.1109/TVT.2004.827154.
14. Tickoo O. Queuing analysis and delay mitigation in IEEE 802.11 random access MAC based wireless networks / O. Tickoo, B. Sikdar // *Twenty-third annual joint conference of the IEEE computer and communications societies (INFOCOM 2004)*. – Troy, NY, USA, March 2004 : proceedings. – Troy : IEEE. – 2004. – P. 1404–1413. DOI: 10.1109/INFCOM.2004.1357025.

Статья поступила в редакцию 27.02.2015.

После доработки 08.04.2015.

Коляденко Ю. Ю.¹, Алалі А. М.²

¹Д-р техн. наук, професор, професор кафедри телекомунікаційних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

²Аспірант кафедри телекомунікаційних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ ПЛАНУВАННЯ ПЕРЕДАЧІ КАДРА У МЕРЕЖАХ LTE

У статті досліджено алгоритми планування, які входять до складу підсистеми забезпечення якості обслуговування в мережах LTE. Проведено дослідження ефективності алгоритмів планування кадра за методами FIFO, SJF і RR. Порівняння проводилося за такими параметрами, як середній час очікування в черзі, середній час обробки пакета, заповнення буфера даними і кількість відкиннутих пакетів.

Аналіз показав, що при невеликих довжинах пакетів середній час очікування в черзі для алгоритмів RR і FIFO приблизно однаковий, а алгоритм SJF по ефективності на третину перевершує алгоритми RR і FIFO. Зі збільшенням довжин пакетів середній час очікування в черзі зростає швидше для алгоритму RR, для алгоритму FIFO зростання часу очікування в черзі дещо нижче. Найменше зростання часу очікування в черзі має алгоритм SJF.

Отримано залежності середнього часу обробки пакетів від максимальної довжини пакетів. Аналіз показав, що і за цим показником помітний вигравш дає алгоритм SJF.

Проведено експеримент з обмеженим обсягом буфера черги. Аналіз показав, що заповнення буфера даними для алгоритму FIFO відбувається інтенсивніше, ніж для алгоритму SJF. По процентному відношенню відкиннутих пакетів кращі показники має алгоритм SJF. Таким чином, для подальшого поліпшення якості та ефективності передачі даних в мережах LTE рекомендується алгоритм SJF, який дає вигравш від 18% до 50%.

Ключові слова: алгоритми планування кадру, мережа LTE.

Kolyadenko Y. Y.¹, Alali A. M.²

¹Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Telecommunication Systems, Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkov, Ukraine

²Post-Graduate student of the Department of Telecommunication Systems, Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkov, Ukraine

THE EFFICIENCY ANALYSIS OF THE SCHEDULING ALGORITHMS OF FRAME TRANSMISSION OVER LTE NETWORK

The article investigates the scheduling algorithms, which are part of the subsystem to ensure quality of service in networks of LTE. The effectiveness of frame scheduling methods FIFO, SJF and RR is studied. The comparison was made by parameters such as the average waiting time, average time of packet processing, filling the buffer data and the number of dropped packets. The analysis showed that at small packet length is the average waiting time in the queue for algorithms RR and FIFO is approximately the same, and SJF algorithm efficiency by a third superior than algorithms RR and FIFO. With the increase in the average length of the packet the waiting time in the queue is growing faster for algorithm RR. The increase of waiting time in the queue for the algorithm FIFO is slightly less. The SJF algorithm has a most minimal growth of time waiting in queue. The dependences average processing time of the maximum length of packets from packets are founded. Analysis showed that algorithm SJF by this indicator gives a noticeable gain. An experiment with limited buffer queue is conducted. Analysis showed that the filling of the data buffer by FIFO algorithm is more intense than by the algorithm SJF. According to the percentage of dropped packets the SJF algorithm has the best performance. Thus, to further improve the quality and efficiency of data transmission in LTE we recommend the algorithm SJF, which gives a gain of 18% to 50%.

Keywords: scheduling algorithms frame, network LTE.

REFERENCES

1. Volkov A. N., Ryzhkov A. E., Sivers M. A. UMTS. Standart sotovoj svjazi tret'ego pokolenija. Sankt-Peterburg, Izdatel'stvo «Link», 2008, 224 p.
2. Gel'gor A. L., Popov E. A. Tehnologija LTE mobil'noj peredachi dannyh: ucheb. posobie. Sankt-Peterburg, Izd-vo Politehn. un-ta, 2011, 204 p.
3. Tihvinskij V. O., Terent'ev S. V., Jurchuk A. B. Seti mobil'noj svjazi LTE: tehnologii i arhitektura. Moscow, Jeko-Trendz, 2010, 284 p.
4. Popov'skij V. V., Saburova S. O., Koljadenko Ju. Ju.; pid zag. red. prof. V. V. Popov'skogo Matematichni osnovi teorii telekomunikacijnih sistem: navchal'nij posibnik. Harkiv, SMIT, 2006, 564 p.
5. Niyato D., Hossain E. Anlisis of fair scheduling and connection admission control in differentiated services wireless networks, In Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC'05), Seoul, Korea, 16–20 May 2005, proceedings, Seoul, IEEE, 2005, pp. 3137–3141. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495064.
6. Issariyakul T., Hossain E. Channel-quality-based opportunistic scheduling with ARQ in multi-rate wireless networks: modeling and analysis, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2006, vol. 5, No. 4, pp. 796–806.
7. Le L. B., Hossain E., Alfa A. S. Queuing analysis and admission control for multi-rate wireless networks with opportunistic scheduling and ARQ-based error control, Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC'05), Seoul, Korea, 16–20 May 2005: proceedings. Seoul, IEEE, 2005, pp. 3329–3333. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495038.
8. Bonald T., Massoulié L., Proutiero A., Virtamo J. A queuing analysis of max-min fairness, proportional fairness and balanced fairness, *Queueing Systems*, 2006, Vol. 53, pp. 65–84.
9. Sousa E. S., Sadler B. M., Hossain E., Jafar S. A. Cognitive radio: A path in the evolution of public wireless networks, *Journal of Communications and Networks*, 2009, Vol. 11, No. 2, pp. 99–103.
10. Niyato D., Hossain E. Call-level and packet-level quality of service and user utility in rate-adaptive cellular CDMA networks: a queuing analysis, *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2006, Vol. 5, No. 12, pp. 1749–1763.
11. Niyato D., Hossain E. Delay-based admission control using fuzzy logic for OFDMA broadband wireless networks, *Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC'06)*, Istanbul, Turkey, June 2006: proceedings. Istanbul, IEEE, 2006, pp. 1390–1405. DOI: 10.1109/ICC.2006.255539
12. Niyato D., Hossain E. A queuing-theoretic and optimization-based model for radio resource management in IEEE 802.16 broadband wireless networks, *Proceedings of the 3rd international conference on Quality of service in heterogeneous wired/wireless networks*. New York, NY, USA, August 2006, proceedings. New York, IEEE, 2006, pp. 1473–1488. DOI: 10.1145/1185373.1185439.
13. Misić J. Chan K L., Misić V. B. Admission control in Bluetooth piconets, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2004, vol. 53, No. 3, pp. 890–911. DOI: 10.1109/TVT.2004.827154.
14. Tickoo O., Sikdar B. Queuing analysis and delay mitigation in IEEE 802.11 random access MAC based wireless networks, *Twenty-third annual joint conference of the IEEE computer and communications societies, INFOCOM 2004*, Troy, NY, USA, March 2004, proceedings. Troy, IEEE, 2004, pp. 1404–1413. DOI: 10.1109/INFCOM.2004.1357025.

УДК 534.121.1

Петрищев О. Н.¹, Шарапов В. М.², Сотула Ж. В.³, Базило К. В.⁴

¹Д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры акустики и акустоэлектроники Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина

²Д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой компьютеризированных и информационных технологий в приборостроении Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина

³Канд. техн. наук, доцент кафедры компьютеризированных и информационных технологий в приборостроении Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина

⁴Канд. техн. наук, доцент кафедры компьютеризированных и информационных технологий в приборостроении Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина

ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ЧАСТИЧНО ЭЛЕКТРОДИРОВАННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Решена актуальная задача определения вычислительных процедур, которые позволяют выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей. Предложена последовательность вычислительных процедур, которая позволяет при расчете передаточных характеристик учитывать полный набор физико-механических и геометрических параметров пьезоэлектрического элемента и конечное значение выходного электрического импеданса генератора электрических сигналов. Предложена методика, которая позволяет выполнить адекватную реальной ситуации оценку эффекта связности упругих и электрических полей в случае их произвольного распределения в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента. Сформулированный полный набор граничных задач технической электродинамики и динамической теории упругости представляет собой математическое содержание энергосилового метода анализа физического состояния пьезоэлектрических элементов в режиме вынужденных колебаний под действием внешнего источника электрической энергии. Предложенная последовательность вычислительных процедур может быть рекомендована в качестве основы расчета характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхности и микроэлектромеханических структур.

Ключевые слова: частичное электродирование поверхностей пьезоэлемента, микроэлектромеханические структуры.

НОМЕНКЛАТУРА

МЭМС – микроэлектромеханические структуры;

χ_{ij}^E – матрица диэлектрических проницаемостей;

$e_{k\beta}$ – матрица пьезоэлектрических модулей;

$c_{\beta\lambda}^E$ – матрица модулей упругости;

U_0 – амплитуда электрического потенциала на электродированной поверхности;

U_r – амплитудное значение электрического потенциала на выходе генератора;

ω – круговая частота;

t – время;

$\vec{B}^*(x_k)$ – амплитуда гармонически изменяющегося во времени вектора индукции;

$\vec{H}^*(x_k)$ – амплитуда гармонически изменяющегося во времени вектора напряженности магнитного поля;

$\vec{J}^*(x_k)$ – амплитуда вектора поверхностной плотности тока проводимости;

ρ_0 – плотность деформируемого твердого тела;

$C^E(\omega, \Pi)$ – динамическая электрическая емкость пьезоэлектрического элемента;

I – амплитуда электрического тока в проводниках, которые подключаются к электродированным участкам поверхности пьезоэлектрического элемента;

$Z_{эл}(\omega)$ – электрический импеданс пьезоэлектрического элемента;

χ_{33}^E – компонент тензора диэлектрической проницаемости в направлении электрической поляризации;

χ_{11}^E – компонент тензора диэлектрической проницаемости в любом направлении на плоскости, которая перпендикулярна направлению электрической поляризации материала диска.

ВВЕДЕНИЕ

В 1986 г. [1] впервые на страницах научной периодики появилась аббревиатура MEMS, которая заменяла длинное и долго произносимое словосочетание МЭМС. В настоящее время ведущие фирмы – изготовители радиоэлектронных компонентов серийно выпускают достаточно обширный перечень элементов, в состав которых включены различные МЭМС. Это, прежде всего, различные акселерометры, которые выпускаются миллионными тиражами, резонаторы и реализованные на их основе фильтры электрических сигналов, трансформаторы и другие микроминиатюрные электромеханические системы.

Технологии изготовления МЭМС в настоящее время принято называть микросистемными технологиями. МЭМС или, что то же самое, пьезоэлектрические элементы, изготовленные с помощью микросистемных технологий, имеют много общего с обычными, т. е. не микроскопических размеров, пьезоэлектрическими элементами, которые изготавливаются из пьезокерамики. Для реализации тех или иных функциональных возможностей в МЭМС используются поликристаллические сегнетоэлектрики, которые поляризуются постоянным электрическим полем в заданном направлении. Обычные пьезоэлектрические элементы изготавливаются из пьезокерамики, которая изначально является поликристаллическим сегнетоэлектриком, который на последнем технологическом этапе изготовления пьезоэлектрического изделия поляризуется постоянным электрическим полем заданной ориентации. Отличительной чертой между МЭМС и обычными пьезоэлементами является способ электродирования рабочих поверхностей. Обычные пьезоэлектрические элементы имеют, как правило, сплошное электродирование поверхности. В некоторых

специальных случаях электроды разделяются (разрезаются) на отдельные области, которые не имеют между собой гальванической связи. В МЭМС, как правило, используется частичное электродирование рабочих поверхностей, когда только часть поверхности поляризованного сегнетоэлектрика покрывается металлической пленкой. Этот способ электродирования позволяет возбуждать в объеме МЭМС несколько типов упругих колебаний. Манипулируя геометрическими параметрами электродированных поверхностей, можно управлять энергетикой колебательных процессов в МЭМС, т. е. создавать условия, когда один тип колебательных движений будет доминировать над остальными по амплитуде вектора упругих смещений материальных частиц.

Целью данной работы являлась разработка вычислительных процедур, которые позволяют выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим пьезоэлектрический элемент, для определенности в форме пластинки, ограниченной произвольным криволинейным контуром K (рис. 1). Пластинка располагается в декартовой системе координат (x_1, x_2, x_3) таким образом, что начало системы находится на срединной поверхности пластинки.

Для упрощения последующих рассуждений, будем полагать, что пластинка выполнена из поляризованной по толщине, т. е. в направлении оси Ox_3 , пьезокерамики. Будем также полагать, что поляризация выполнена постоянным электрическим полем, аксиальный компонент вектора напряженности которого имел постоянное значение в любой точке объема пластинки. Это позволяет утверждать, что материальные константы пьезоэлектрической пластинки (компоненты тензоров диэлектрической проницаемости, пьезоэлектрических модулей и модулей упругости) не зависят от координат точки внутри объема пластинки и задаются матрицами следующего вида:

а) матрица диэлектрических проницаемостей χ_{ij}^ε , которые экспериментально определяются в режиме постоянства (равенства нулю) упругих деформаций (верхний символ ε):

$$|\chi_{ij}^\varepsilon| = \begin{vmatrix} \chi_{11}^\varepsilon & 0 & 0 \\ & \chi_{22}^\varepsilon & 0 \\ & & \chi_{33}^\varepsilon \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где $\chi_{11}^\varepsilon = \chi_{22}^\varepsilon \neq \chi_{33}^\varepsilon$;

б) матрица пьезоэлектрических модулей $e_{k\beta}$ ($k = 1, 2, 3$; $\beta = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ – индекс Фойгта):

$$|e_{k\beta}| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где $e_{31} = e_{32} \neq e_{33}$; $e_{15} = e_{24} = (e_{33} - e_{31})/2$;

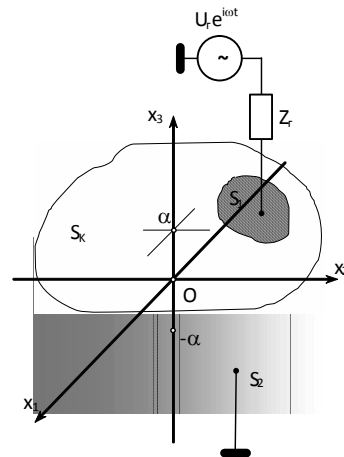


Рисунок 1 – Пьезоэлектрический элемент с частичным электродированием поверхностей $x_3 = \pm \alpha$

в) матрица модулей упругости $c_{\beta\lambda}^E$, которые экспериментально определяются в режиме постоянства (равенства нулю) напряженности электрического поля (верхний символ E), $((\beta, \lambda) = 1, \dots, 6$ – индексы Фойгта):

$$|c_{\beta\lambda}^E| = \begin{vmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & \\ & c_{22}^E & c_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44}^E & 0 & 0 \\ & & & & c_{55}^E & 0 \\ & & & & & c_{66}^E \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где $c_{11}^E = c_{22}^E \neq c_{33}^E$; $c_{12}^E = c_{13}^E = c_{23}^E$; $c_{44}^E = c_{55}^E$;
 $c_{66}^E = (c_{11}^E - c_{12}^E)/2$.

Предположим, что на верхней ($x_3 = \alpha$) и нижней ($x_3 = -\alpha$) поверхностях пьезоэлектрической пластинки имеются произвольно расположенные области S_1 и S_2 , соответственно (рис. 1), которые покрыты тонким слоем металла, т. е. электродированы. При этом, в общем случае $S_1 \neq S_2 \neq S_K$, где S_K – поверхность пластинки, ограниченная контуром K . На поверхность S_1 подается от генератора электрических сигналов электрический потенциал $U_0 e^{i\omega t}$ (U_0 – амплитуда электрического потенциала на электродированной поверхности S_1 ; естественно, что $U_0 \neq U_i$, $i = \sqrt{-1}$). Символом Z_i на рис. 1 обозначен выходной электрический импеданс генератора электрических сигналов.

2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Частичное электродирование поверхности имеет своим следствием то, что электрические поля в объеме сегнетоэлектрика становятся зависимыми от значений координат точки наблюдения за параметрами электрического поля. Этот феномен отсутствует в обычных пьезоэлектрических элементах. На условии постоянства напряженности переменного, созданного внешним генератором электрических сигналов, электрического поля в объеме

пъезоелектрического елемента базируються методики расчета напряженно-деформированного состояния пьезоэлектрических пластин [2] и оболочек [3]. В случае частичного электродирования поверхности пьезоэлектрического элемента эти методики не работают.

Последнее побуждает искать новые подходы к процедуре расчета параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхности. Ниже будет изложена общая схема выполнения вычислительных процедур, которая, в принципе, позволяет выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей. Эта схема может быть использована в качестве теоретической основы при математическом моделировании МЭМС.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Обозначим амплитудное значение вектора напряженности переменного электрического поля символом $\vec{E}^*(x_k)$. Электрическую поляризацию, которая создается переменным электрическим полем в объеме пьезоэлектрической пластинки, будем определять изменяющимся во времени по закону $e^{i\omega t}$ вектором электрической индукции, амплитудное значение которого обозначим символом $\vec{D}^*(x_k)$. При этом между компонентами векторов электрической индукции и напряженности электрического поля имеется линейное соответствие следующего вида:

$$D_k^*(x_k) = \chi_{kj}^{\varepsilon} E_j^*(x_k). \quad (4)$$

В соотношении (4) и во всех последующих записях подобного типа предполагается суммирование по дважды повторяющемуся индексу. В формуле (4) таким индексом является символ j , который последовательно принимает значения 1, 2, 3.

Характеристики переменного электрического поля в объеме пьезоэлектрического элемента определяются уравнениями Максвелла, которые для амплитудных значений электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля записываются в следующем виде:

$$\text{rot } \vec{H}^*(x_k) = \vec{J}^*(x_k) + i\omega \vec{D}^*(x_k), \quad (5)$$

$$\text{rot } \vec{E}^*(x_k) = -i\omega \vec{B}^*(x_k), \quad (6)$$

где $\vec{B}^*(x_k) = \mu_0 \vec{H}^*(x_k)$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость вакуума. Так как пьезокерамика является довольно хорошим диэлектриком, можно записать, что $\vec{J}^*(x_k) = 0$. Последнее означает, что реальной пьезокерамике приписываются свойства идеально диэлектрика.

Вычисляя дивергенцию от левой и правой частей уравнения Максвелла (5), получаем, в случае идеально диэлектрика, следующий результат:

$$\text{div } \vec{D}^*(x_k) = 0. \quad (7)$$

В монографии [3] доказывается, что в диапазоне частот от нуля до десятков мегагерц уравнение (6) для идеальных диэлектриков можно записывать в следующем виде:

$$\text{rot } \vec{E}^*(x_k) \cong 0. \quad (8)$$

Условие (8) свидетельствует о потенциальном характере переменного электрического поля в объеме пьезоэлектрического элемента. По этой причине возможно описание этого поля с помощью скалярного потенциала $\Phi^*(x_k) e^{i\omega t}$. При этом амплитудное значение $\vec{E}^*(x_k)$ вектора напряженности переменного электрического поля, которое создается внешним источником, т. е. генератором электрических сигналов, определяется стандартным [4] образом:

$$\vec{E}^*(x_k) = -\text{grad } \Phi^*(x_k). \quad (9)$$

Подставляя определение (9) в соотношение (4), а полученный результат – в условие (7) отсутствия свободных носителей электричества, получаем дифференциальное уравнение Лапласа, решение которого определяет амплитудные значения электрического потенциала $\Phi^*(x_k)$:

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(x_k)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi^*(x_k)}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi^*(x_k)}{\partial x_3^2} = 0, \quad (10)$$

где $\xi^2 = \chi_{33}^{\varepsilon} / \chi_{11}^{\varepsilon}$ – квадрат коэффициента анизотропии диэлектрической проницаемости пьезоэлектрика.

Общее решение дифференциального уравнения (10) должно удовлетворять следующим условиям на границах области существования:

$$\Phi^*(x_k) \Big|_{x_3 = \alpha} = U_0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_1; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_1, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x_k)}{\partial n} = 0 \quad \forall (x_k) \in K, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_2, \quad (14)$$

$$\Phi^*(x_k) \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_2, \quad (15)$$

где символ $\partial/\partial n$ означает производную в направлении внешней единичной нормали к боковой поверхности пластинки, которая опирается на контур K .

Условия (11) и (15) самоочевидны. Условия (12)–(14) носят приближенный характер [3] и выполняются тем точнее, чем больше отличается диэлектрическая прони-

цаемость пьезоэлектрика от диэлектрической проницаемости вакуума $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Для пьезокерамики типа ЦТС диэлектрические проницаемости $\chi_{ij}^\varepsilon \geq 10^3 \chi_0$ и поэтому граничные условия (12)–(14) можно считать практически точными. Если диэлектрическая проницаемость поляризованного сегнетоэлектрика в МЭМС менее $10\chi_0$, что, кстати сказать, еще не случилось, то условия (12)–(14) необходимо переформулировать с учетом существования полей рассеяния.

Решение граничной задачи (10)–(15) является первой вычислительной процедурой при выполнении расчетов параметров напряженно-деформируемого состояния пьезоэлектрических элементов совместимых с микросистемными технологиями. На этом этапе фактически определяются уровни энергии электрического поля в любой, произвольно заданной точке объема пьезоэлектрического элемента. Необходимо подчеркнуть, что потенциал $\Phi^*(x_k)$ рассчитывается в предположении, что он полностью определяется геометрическими параметрами пьезоэлектрического элемента и не зависит от параметров упругих и электрических полей, которые формируются в объеме колеблющегося пьезоэлемента.

После определения потенциала $\Phi^*(x_k)$ уравнения физического состояния колеблющегося пьезоэлектрического элемента, расчетная схема которого показана на рис. 1, можно записать в следующем виде:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}^E \frac{\partial u_\ell}{\partial x_k} - e_{kij} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right), \quad (16)$$

$$D_m = e_{mij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \chi_{mj}^\varepsilon \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_j} \right), \quad (17)$$

где σ_{ij} – амплитудное значение компонента тензора результирующих механических напряжений; u_ℓ – амплитуда изменяющегося во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$ ℓ -го компонента вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрика; $\Phi \equiv \Phi(x_k)$ – скалярный потенциал внутреннего электрического поля [5], которое возникает в результате смещения ионов пьезоэлектрика из равновесных положений узлов кристаллической решетки; $\Phi^* \equiv \Phi^*(x_k)$ – известный скалярный потенциал переменного электрического поля, которое создается внешним источником (генератором). По своему физическому содержанию уравнение физического состояния (16) является обобщенным законом Гука для упругой среды с пьезоэлектрическими эффектами, а уравнение (17) – законом электрической поляризации диэлектрика с пьезоэлектрическими свойствами.

Второй закон Ньютона в дифференциальной форме или, что то же самое – уравнение движения материальной частицы упруго деформируемого твердого тела, в общем случае записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}(x_k, t)}{\partial x_j} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i(x_k, t)}{\partial t^2}. \quad (18)$$

Подставляя в определение (18) уравнение (16), и принимая во внимание, что все физические поля в объеме деформируемого пьезоэлектрического элемента изменяются во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$, получаем уравнение следующего вида:

$$c_{ijkl}^E \frac{\partial^2 u_\ell}{\partial x_k \partial x_j} - e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_k \partial x_j} + \rho_0 \omega^2 u_i = f_i^K(x_k), \quad (19)$$

где $f_i^K(x_k) = e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x_k \partial x_j}$ – амплитудное значение i -го

компонента вектора объемной плотности сил Кулона, которые создаются внешним источником (генератором) электрического поля. Естественно, что второе слагаемое в левой части уравнения (19) также имеет смысл i -го компонента амплитудного значения вектора объемной плотности сил Кулона, которые возникают в объеме деформируемого пьезоэлектрика внутренним электрическим полем и препятствуют его деформированию электрическими полями внешних источников. При малых значениях пьезоэлектрических модулей, т. е. в случае, когда $e_{kij} \leq 1$ Кл/м², вторым слагаемым в уравнении можно, в принципе, пренебречь. Но для пьезоэлектрических керамик типа ЦТС (PZT), у которых $e_{kij} \leq 20$ Кл/м², силами Кулона внутреннего электрического поля пренебрегать нельзя. Эти силы, т. е. второе слагаемое в уравнении (19), действуют согласно (связанно) с силами упругости (первое слагаемое) и увеличивают эффективную жесткость пьезоэлектрика. В некоторых направлениях жесткость пьезокерамики может увеличиваться более чем на 50%.

Условие (7) отсутствия свободных носителей электричества в пьезодиэлектрике справедливо, очевидно, при любом представлении вектора электрической индукции. Поскольку $\text{div } \vec{D}(x_k) = 0$, то, после подстановки в это условие уравнения (17), получаем следующий результат:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2} + \frac{1}{\chi_1^\varepsilon} e_{mij} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_m \partial x_j} = 0. \quad (20)$$

Уравнения (19), (20) представляют собой в общем случае систему из четырех дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Единственность решения этой системы уравнений обеспечивают граничные условия. Если пьезоэлектрический элемент колеблется в вакууме, т. е. не имеет механических контактов с другими материальными объектами, то на его боковых поверхностях вследствие выполнения третьего закона Ньютона должны обращаться в нуль нормальные и касательные напряжения, действующие на элементарных площадках этих поверхностей. Применительно к расчетной схеме, которая показана на рис. 1, сказанное выше записывается следующим образом:

$$c_{3jkl} \frac{\partial u_\ell}{\partial x_k} - e_{k3j} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right) \Bigg|_{x_3 = \pm \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K, \quad (21)$$

$$n_i \left[c_{ijk\ell} \frac{\partial u_\ell}{\partial x_k} - e_{kij} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right) \right] = 0 \forall x_k \in K, \quad (22)$$

где n_i – компоненты вектора внешней единичной нормали к боковой цилиндрической поверхности пьезоэлемента, в основании которой лежит криволинейный контур K (рис. 1).

Скалярный потенциал $\Phi(x_k)$ внутреннего электрического поля должен удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\Phi(x_k) \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_1, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_1, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_1} \Big|_{x_3 = \alpha} = \frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_2} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_1, \quad (25)$$

$$n_i \frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_i} = 0 \forall x_k \in K, \quad (26)$$

$$\Phi(x_k) \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_2, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_2, \quad (28)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_1} \Big|_{x_3 = \alpha} = \frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_2} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_1. \quad (29)$$

Сформулированная соотношениями (19)–(29) граничная задача является наиболее полной и общей математической формулировкой граничной задачи электроупругости установившихся гармонических колебаний пьезоэлектрических элементов конечных размеров.

Не вдаваясь в пространные рассуждения, можно утверждать, что точное решение этой граничной задачи осуществить невозможно. Вместе с тем, вполне возможно построить алгоритм приближенного решения граничной задачи (19)–(29). Вычислительную процедуру, о которой пойдет речь, можно назвать методом последовательных приближений. При этом искомые компоненты вектора смещения $u_\ell(x_k)$ и скалярного потенциала $\Phi(x_k)$ представляются сходящимися рядами следующего содержания:

$$u_\ell(x_k) = u_\ell^{(0)}(x_k) + \sum_{v=1}^{\infty} \Delta u_\ell^{(v)}(x_k),$$

$$\Phi(x_k) = \Phi^{(0)}(x_k) + \sum_{v=1}^{\infty} \Delta \Phi^{(v)}(x_k), \quad (30)$$

где $u_\ell(x_k)$ и $\Phi(x_k)$ – точные решения системы уравнений (19), (20); $u_\ell^{(0)}(x_k)$ и $\Phi^{(0)}(x_k)$ – нулевые приближе-

ния к точным решениям; $\Delta u_\ell^{(v)}(x_k)$ и $\Delta \Phi^{(v)}(x_k)$ – поправки v -го порядка к нулевым приближениям точных решений $u_\ell(x_k)$ и $\Phi(x_k)$.

Нулевое приближение $u_\ell^{(0)}(x_k)$ к точному значению амплитуды ℓ -го компонента вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрического элемента находится в результате решения следующей стационарной граничной задачи:

$$c_{ijk\ell}^E \frac{\partial^2 u_\ell^{(0)}}{\partial x_k \partial x_j} + \rho_0 \omega^2 u_\ell^{(0)} = f_i^K, \quad (31)$$

$$\left[c_{3jk\ell}^E \frac{\partial u_\ell^{(0)}}{\partial x_k} - \sigma_{3j}^K \right] \Big|_{x_3 = \pm \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K, \quad (32)$$

$$n_i \left[c_{ijk\ell}^E \frac{\partial u_\ell^{(0)}}{\partial x_k} - \sigma_{ij}^K \right] = 0 \forall x_k \in K, \quad (33)$$

где $\sigma_{3j}^K = e_{k3j} \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right)$, $\sigma_{ij}^K = e_{kij} \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right)$ – поверхностные плотности сил Кулона электрического поля внешнего источника или, что то же самое, напряжения Кулона.

Таким образом, нулевое приближение к точным значениям компонентов вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрика формируется решением граничной задачи (31)–(33). По физическому содержанию эта граничная задача динамической теории упругости является задачей о возбуждении гармонических колебаний пьезоэлектрического элемента системой объемных (f_i^K) и поверхностных (σ_{ij}^K) нагрузок. Следует подчеркнуть, что при полном электродировании поверхностей пьезоэлементов и даже в случае разрезных электродов объемная плотность сил Кулона равна нулю и возбуждение упругих колебаний в таких пьезоэлементах осуществляется поверхностными нагрузками σ_{ij}^K .

После решения граничной задачи (31)–(33) определяется нулевое приближение к точному значению скалярного потенциала внутреннего электрического поля. При этом уравнение (20) записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_3^2} = -\frac{\rho_{пз}^{(0)}}{\chi_1^\xi}, \quad (34)$$

где $\rho_{пз}^{(0)} = e_{mij} \frac{\partial^2 u_i^{(0)}}{\partial x_m \partial x_j}$ – нулевое приближение к точно-

му значению объемной плотности поляризационного электрического заряда в объеме деформируемого пьезоэлектрика. Общее решение уравнения Пуассона (34), т. е. функция $\Phi^{(0)}(x_k)$, должно удовлетворять граничным условиям (23)–(29).

После определения нулевого приближения $\Phi^{(0)}(x_k)$ выполняется расчет поправки $\Delta u_\ell^{(1)}$. Для этого в уравнение (19) подставляются значения $\bar{u}(x_k) \approx \bar{u}^{(0)}(x_k) + \Delta \bar{u}^{(0)}(x_k)$ и $\Phi(x_k) \approx \Phi^{(0)}(x_k)$. Уравнение (19) принимает следующий вид

$$c_{ijk\ell}^E \frac{\partial^2 \Delta u_\ell^{(1)}}{\partial x_k \partial x_j} + \rho_0 \omega^2 \Delta u_\ell^{(1)} = f_i^{(0)}, \quad (35)$$

где $\Delta u_\ell^{(1)}$ и $\Delta u_i^{(1)}$ – поправки первого порядка к нулевым приближениям $u_\ell^{(0)}$ и $u_i^{(0)}$ точных значений компонентов $u_\ell(x_k)$ и $u_i(x_k)$ вектора смещений материальных частиц пьезоэлектрика; $f_i^{(0)} = e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_k \partial x_j}$ – нулевое при-

ближение к точному значению i -го компонента вектора объемной плотности сил Кулона, которые формируются внутренним электрическим полем в объеме деформируемого пьезоэлектрика.

Единственность решения системы уравнений (35) обеспечивается граничными условиями, которые записываются следующим образом:

$$\left[c_{3jk\ell}^E \frac{\partial \Delta u_\ell^{(1)}}{\partial x_k} - \sigma_{3j}^{(0)} \right]_{x_3 = \pm a} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_K, \quad (36)$$

$$n_i \left[c_{ijk\ell}^E \frac{\partial \Delta u_\ell^{(1)}}{\partial x_k} - \sigma_{ij}^{(0)} \right] = 0 \quad \forall x_k \in K, \quad (37)$$

где $\sigma_{3j}^{(0)} = e_{k3j} \left(\partial \Phi^{(0)} / \partial x_k \right)$, $\sigma_{ij}^{(0)} = e_{kij} \left(\partial \Phi^{(0)} / \partial x_k \right)$ – нулевые приближения к точным значениям поверхностных плотностей сил Кулона, которые формируются внутренним электрическим полем в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента.

Следует особо подчеркнуть, что граничная задача (35)–(37) решается по той же самой схеме, по которой была решена граничная задача (31)–(33). Это означает, что после построения аналитического выражения для $\bar{u}^{(0)}(x_k)$, т. е. для нулевого приближения к точному значению вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрического элемента, не нужно заново конструировать общие решения для поправки $\Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$ первого порядка и для поправок $\Delta \bar{u}^{(v)}(x_k)$ всех последующих порядков. Для получения численных значений поправок $\Delta \bar{u}^{(v)}(x_k)$ необходимо только лишь подставлять в общие решения граничной задачи (31)–(33) соответствующие значения объемных и поверхностных плотностей сил Кулона, которые формируются внутренним электричес-

ким полем в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента.

Получив первое приближение $\bar{u}^{(1)}(x_k) = \bar{u}^{(0)}(x_k) + \Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$ к точному значению вектора смещения материальных частиц, можно выполнить оценку поправки $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$ к точному значению $\Phi(x_k)$ скалярного потенциала внутреннего электрического поля. Подставляя значение $\bar{u}^{(1)}(x_k) = \bar{u}^{(0)}(x_k) + \Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$ в уравнение (34) и полагая при этом, что $\Phi(x_k) \approx \Phi^{(0)}(x_k) + \Delta \Phi^{(1)}(x_k)$, получаем уравнение Пуассона для определения поправки $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$:

$$\frac{\partial^2 \Delta \Phi^{(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Delta \Phi^{(1)}}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Delta \Phi^{(1)}}{\partial x_3^2} = -\frac{\Delta \rho_{пз}^{(1)}}{\chi_1^\varepsilon}, \quad (38)$$

где $\Delta \rho_{пз}^{(1)} = e_{mij} \frac{\partial^2 \Delta u_i^{(1)}}{\partial x_m \partial x_j}$ – поправка первого порядка к

нулевому приближению точного значения объемной плотности поляризованного заряда в объеме деформируемого пьезоэлектрика. Единственность решения уравнения (38) обеспечивается граничными условиями (23)–(29).

Вновь, как и при определении поправки $\Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$, можно сделать очевидный вывод. Для получения поправки $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$ как, очевидно, и всех последующих поправок $\Delta \Phi^{(v)}(x_k)$, нет необходимости в новом решении уравнения (38) и в последующем удовлетворении граничных условий (23)–(29). Для определения поправки $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$ необходимо и достаточно подставить в общее решение уравнения (34) вместо объемной плотности $\rho_{пз}^{(0)}$ величину $\Delta \rho_{пз}^{(1)}$. Очевидно, что поправка v -го порядка, т. е. величина $\Delta \Phi^{(v)}(x_k)$, определяется общим решением уравнения (34), в правой части которого записывается поправка $\Delta \rho_{пз}^{(v)}(x_k)$.

Приближенное вычисление компонентов вектора смещения и скалярного потенциала внутреннего электрического поля составляет содержание второй вычислительной процедуры при математическом моделировании процессов, которые развиваются в объеме пьезоэлектрического элемента с частичным электродированием поверхностей.

Результаты, которые получаются после выполнения первой и второй вычислительных процедур, т. е. расчетные формулы для потенциала $\Phi^*(x_k)$ электрического поля, созданного в объеме пьезоэлектрического элемента генератором электрических сигналов, для скалярного потенциала $\Phi(x_k)$ внутреннего электрического поля и вектора смещения $\bar{u}(x_k)$ материальных частиц, линей-

но зависят от электрического потенциала U_0 , который существует на электродированной поверхности S_1 . Из сказанного выше следует, что эти расчетные соотношения можно представить в следующем виде:

$$\Phi^*(x_k) = U_0 \tilde{\Phi}^*(x_k, \Pi), \quad \Phi(x_k) = U_0 \tilde{\Phi}(x_k, \omega, \Pi), \quad (39)$$

$$u_\ell(x_k) = U_0 \frac{e_{33}}{c_{33}^E} \tilde{u}_\ell(x_k, \omega, \Pi), \quad (40)$$

где $\tilde{\Phi}^*(x_k, \Pi)$, $\tilde{\Phi}(x_k, \omega, \Pi)$ и $\tilde{u}_\ell(x_k, \omega, \Pi)$ – безразмерные функции координат точки наблюдения и набора физико-механических и геометрических (символ Π в списке аргументов) параметров пьезоэлектрического элемента; конструкция правой части выражения (40) обусловлена размерностью входящих в нее величин.

Поскольку потенциал $U_0 \neq U_\Gamma$, т. е. потенциал U_0 фактически является неопределенной величиной, постольку третья и последняя вычислительная процедура имеет своей целью определение амплитудного значения потенциала на электродированной поверхности пьезоэлектрического элемента.

Очевидно, что влияние пьезоэлектрического элемента на амплитуду электрического тока в проводнике, который соединяет его с генератором электрических сигналов, можно описать с помощью электрического импеданса $Z_{эл}(\omega)$ пьезоэлектрического элемента. Электрический импеданс $Z_{эл}(\omega)$ должен удовлетворять основным положениям и определениям теоретической электротехники и, стало быть, закону Ома для участка электрической цепи, т. е.

$$Z_{эл}(\omega) = \frac{U_0}{I}, \quad (41)$$

где I – амплитуда электрического тока в проводниках, которые подключаются к электродированным участкам поверхности пьезоэлектрического элемента (рис. 1). Сила тока, или амплитудное значение I , прямо пропорциональна скорости изменения во времени электрического заряда Q на электродированной поверхности пьезоэлектрического элемента. При гармоническом изменении во времени по закону $e^{i\omega t}$ амплитуда I определяется следующим образом:

$$I = -i\omega Q_1 = -i\omega Q_2, \quad (42)$$

где Q_1 и Q_2 – амплитудные значения электрических зарядов на поверхностях S_1 и S_2 (рис. 1).

Амплитудное значение электрического заряда Q_1 определяется следующим образом:

$$Q_1 = \iint_{S_1} D_3(x_1, x_2, \alpha) dS_1 = \iint_{S_1} \left[e_{3ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \chi_{3j}^\varepsilon \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_j} \right) \right]_{x_3 = \alpha},$$

$$dS_1 = U_0 \iint_{S_1} \left[e_{3ij} \frac{e_{33}}{c_{33}^E} \frac{\partial \tilde{u}_i(x_k, \omega, \Pi)}{\partial x_j} + \chi_{3j}^\varepsilon \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}(x_k, \omega, \Pi)}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{\Phi}^*(x_k, \Pi)}{\partial x_j} \right) \right]_{x_3 = \alpha}, \quad dS_1 = U_0 C^\varepsilon(\omega, \Pi). \quad (43)$$

Таким образом, $I = -i\omega U_0 C^\varepsilon(\omega, \Pi)$ и электрический импеданс пьезоэлектрического элемента

$$Z_{эл}(\omega) = -\frac{1}{i\omega C^\varepsilon(\omega, \Pi)}. \quad (44)$$

Из схемы подключения генератора электрических сигналов (рис. 1) следует, что

$$U_0 = \frac{U_\Gamma Z_{эл}(\omega)}{Z_\Gamma + Z_{эл}(\omega)} = \frac{U_\Gamma}{1 - i\omega Z_\Gamma C^\varepsilon(\omega, \Pi)}, \quad (45)$$

где $C^\varepsilon(\omega, \Pi)$ определена двойным интегралом в формуле (43).

Вычисление электрического потенциала U_0 является содержанием третьей вычислительной процедуры при математическом моделировании пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей.

После выполнения третьей и последней вычислительной процедуры можно записать выражение для расчета смещений материальных частиц пьезоэлектрического элемента в следующем, окончательном, виде:

$$u_\ell(x_k) = \frac{e_{33} U_\Gamma}{c_{33}^E [1 - i\omega Z_\Gamma C^\varepsilon(\omega, \Pi)]} \tilde{u}_\ell(x_k, \omega, \Pi). \quad (46)$$

Выражение (46) является математической моделью динамического напряженно-деформированного состояния пьезоэлектрического элемента с частичным электродированием поверхности и является ключевым соотношением для количественных оценок передаточных характеристик пьезоэлемента при любых вариантах его функционального использования. Частотно-зависимая функция $C^\varepsilon(\omega, \Pi)$ является теоретической основой для построения эквивалентных электрических схем в том смысле, в котором они были предложены в 1925–1928 гг. Вальтером Г. Кэди радиоинженерам, которые занимались расчетом и проектированием высокочастотных генераторов электрических сигналов с кварцевым резонатором в цепи стабилизации частоты генерации [6].

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Рассмотрим первую вычислительную процедуру, т. е. расчет пространственного распределения в объеме пьезоэлектрического элемента переменного электрического поля. Решение этой задачи позволяет выполнить оценку количества энергии, которая потребляется пьезоэлектрическим элементом от внешнего источника, т. е. от генератора электрических сигналов. Эта процедура является первым этапом энергосилового метода [7–10] анализа физического состояния пьезоэлектрических элементов в режиме вынужденных колебаний под действием внешнего источника электрической энергии.

Рассмотрим диск (рис. 2) из поляризованной по толщине пьезоэлектрической керамики типа ЦТС (PZT). Электрод на верхней ($z = \alpha$) поверхности пьезокерамического диска (позиция 1 на рис. 2) имеет форму круга радиуса R_0 с центром на оси Oz цилиндрической системы коор-

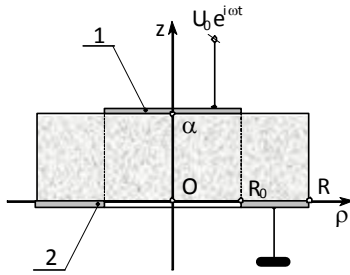


Рисунок 2 – Пьезоелектрический диск с частичным электродированием поверхностей

динат. На этот электрод подается гармонически изменяющийся во времени по закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$) электрический потенциал $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$. Электрод на нижней ($z = 0$) поверхности диска (позиция 2 на рис. 2) выполнен в форме кольца с центром на оси Oz . Кольцевой электрод заземлен, т. е. его потенциал всегда равен нулю.

Исследуем характер распределения переменного электрического поля в объеме пьезокерамического диска в предположении, что внешний радиус R_0 верхнего электрода совпадает с внутренним радиусом нижнего.

Итак, переменное электрическое поле в объеме пьезоэлектрического диска определяется с помощью скалярного потенциала $\Phi^*(\rho, \varphi, z) e^{i\omega t}$. При соосном расположении верхнего и нижнего электродов амплитудное значение скалярного потенциала зависит только от радиальной ρ и аксиальной z координаты цилиндрической системы координат. Говоря иными словами, показанная на рис. 2 электродная структура создает в объеме диска из поляризованной по толщине пьезокерамики осесимметричное переменное электрическое поле, скалярный потенциал которого определяется уравнением Лапласа следующего вида:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial \Phi^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right] + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi^*(\rho, z)}{\partial z^2} = 0, \quad (47)$$

где $\xi^2 = \chi_{33}^e / \chi_{11}^e$ – квадрат коэффициента анизотропии диэлектрической проницаемости поляризованной керамики.

Для упрощения последующих вычислений разобьем объем пьезокерамического диска на две области. Первую область ($0 \leq \rho \leq R_0$; $0 \leq z \leq \alpha$) будем называть внутренней и электрический потенциал в ее пределах будем обозначать символом $\Phi_{(1)}^*(\rho, z)$. Кольцевую область ($R_0 \leq \rho \leq R$; $0 \leq z \leq \alpha$) будем называть внешней областью или второй областью, а электрический потенциал в пределах этой области будем обозначать символом $\Phi_{(2)}^*(\rho, z)$.

На внешних и внутренних поверхностях внутренней и внешней областей потенциалы $\Phi_{(1)}^*(\rho, z)$ и $\Phi_{(2)}^*(\rho, z)$ должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\Phi_{(1)}^*(\rho, \alpha) = U_0 \forall \rho \in [0, R_0], \quad (48)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(1)}^*(\rho, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \forall \rho \in [0, R_0], \quad (49)$$

$$\Phi_{(1)}^*(R_0, z) - \Phi_{(2)}^*(R_0, z) = 0 \forall z \in [0, \alpha], \quad (50)$$

$$\frac{\partial \Phi_{(1)}^*(R_0, z)}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(R_0, z)}{\partial z} = 0 \forall z \in [0, \alpha], \quad (51)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(1)}^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right|_{\rho=R_0} - \left. \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right|_{\rho=R_0} = 0 \forall z \in [0, \alpha], \quad (52)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(\rho, z)}{\partial z} \right|_{z=\alpha} = 0 \forall \rho \in [R_0, R], \quad (53)$$

$$\Phi_{(2)}^*(\rho, 0) = 0 \forall \rho \in [R_0, R], \quad (54)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right|_{\rho=R} = 0 \forall z \in [0, \alpha]. \quad (55)$$

Условия (49), (53) и (55) являются приближенными [3] и выполняются тем точнее, чем больше диэлектрические проницаемости χ_{33}^e и χ_{11}^e отличаются от диэлектрической проницаемости вакуума $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Поскольку диэлектрические проницаемости χ_{33}^e и χ_{11}^e более чем на три порядка превосходят диэлектрическую проницаемость окружающей пьезокерамический диск среды, постольку эти граничные условия можно рассматривать как практически точные. Условия (50)–(52) имеют смысл условий сшивания решений уравнения (47) на границе $\rho = R_0$ внутренней и внешней областей.

Решение уравнения (47) как во внешней, так и во внутренней областях, будем искать по стандартной технологии разделения переменных [11], т. е. будем полагать, что

$$\Phi_{(k)}^*(\rho, z) = R^{(k)}(\rho) Z^{(k)}(z), \quad k = 1, 2, \quad (56)$$

где $R^{(k)}(\rho)$ и $Z^{(k)}(z)$ функции, зависящие только от радиальной и аксиальной координаты, соответственно.

Подставляя предполагаемый вид решения (56) в уравнение (47), получаем возможность записать его в следующем виде:

$$\frac{1}{R^{(k)}(\rho)} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho^2} \right] = \frac{\xi^2}{Z^{(k)}(z)} \frac{\partial^2 Z^{(k)}(z)}{\partial z^2}. \quad (57)$$

Равенство (57) может выполняться при произвольных значениях переменных ρ и z только в одном случае, когда его левая и правая части не зависят от ρ и z , соответственно, и обе равны одной и той же константе, которая называется константой разделения [11]. Выбор константы разделения в значительной мере предопределяется физическим содержанием решаемой задачи. Обозначим, для удобства

последующих записей константу разделения символом β^2 . При этом из уравнения (57) следуют два обыкновенных дифференциальных уравнения следующего вида:

$$\frac{1}{R^{(k)}(\rho)} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho^2} \right] = \beta^2, \quad (58)$$

$$-\frac{\xi^2}{Z^{(k)}(z)} \frac{\partial^2 Z^{(k)}(z)}{\partial z^2} = \beta^2. \quad (59)$$

Обилие граничных условий (см. соотношения (48)–(55)) требует соответствующего набора констант в общих решениях $\Phi_{(k)}^*(\rho, z)$. Обеспечить соответствующее количество констант можно следующим образом.

Рассмотрим внутреннюю область ($k = 1$).

Если в уравнениях (58) и (59) определить параметр β как действительное число β_1 , то получаем следующее выражение для скалярного потенциала:

$$\Phi_{(11)}^*(\rho, z) = I_0(\beta_1 \rho) [A_1 \cos(\lambda_1 z) + B_1 \sin(\lambda_1 z)], \quad (60)$$

где $I_0(\beta_1 \rho)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; A_1 и B_1 – константы; $\lambda_1 = \beta_1/\xi$; β_1 – подлежащее определению действительное число.

Предположим теперь, что параметр β является мнимым числом $i\beta_2$, т. е. $\beta^2 = -\beta_2^2$. Тогда из уравнений (58) и (59) получаем следующее выражение для расчета скалярного потенциала внутренней области дискового пьезоэлемента:

$$\Phi_{(12)}^*(\rho, z) = J_0(\beta_2 \rho) [A_2 \text{ch}(\lambda_2 z) + B_2 \text{sh}(\lambda_2 z)], \quad (61)$$

где $J_0(\beta_2 \rho)$ – функция Бесселя нулевого порядка; A_2 и B_2 – константы; $\lambda_2 = \beta_2/\xi$; β_2 – подлежащее определению число. Очевидно, что суперпозиция общих решений $\Phi_{(11)}^*(\rho, z)$ и $\Phi_{(12)}^*(\rho, z)$ также является общим решением уравнения (47), т. е.

$$\Phi_{(1)}^*(\rho, z) = \Phi_{(11)}^*(\rho, z) + \Phi_{(12)}^*(\rho, z). \quad (62)$$

Из граничного условия (49) следует, что

$$\lambda_1 I_0(\beta_1 \rho) B_1 + \lambda_2 J_0(\beta_2 \rho) B_2 = 0 \quad \forall \rho \in [0, R_0]. \quad (63)$$

Если положить константы $B_1 = B_2 = 0$, то равенство (63) и, соответственно, граничное условие (49), будут выполняться автоматически.

Поскольку числа β_1 и β_2 могут назначаться по произволу расчетчика, постольку их определим так, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\cos(\lambda_1 \alpha) = 0, \quad (64)$$

$$J_0(\beta_2 R_0) = 0. \quad (65)$$

Из условий (64) и (65) следует, что

$$\beta_1 = \beta_n = \frac{\pi}{2\alpha} (1 + 2n)\xi, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (66)$$

$$\beta_2 = q_m/R_0, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (67)$$

где q_m – m -й корень уравнения $J_0(x) = 0$. Первые пять корней этого уравнения имеют следующие числовые значения: $q_1 = 2,404826$, $q_2 = 5,520078$, $q_3 = 8,653728$, $q_4 = 11,791534$ и $q_5 = 14,930918$. Легко заметить, что $q_m - q_{m-1} \approx \pi$, при этом приближенное равенство выполняется тем точнее, чем больше m номер корня.

Так как собственные числа β_k и λ_k ($k = 1, 2$) образуют бесконечные множества, то им должны соответствовать бесконечные множества констант A_{1n} и A_{2m} . При этом выражение для расчета скалярного потенциала $\Phi_{(1)}^*(\rho, z)$ принимает следующий вид:

$$\Phi_{(1)}^*(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{1n} I_0(\beta_n \rho) \cos\left[\frac{\pi z}{2\alpha} (1 + 2n)\right] + \sum_{m=1}^{\infty} A_{2m} J_0\left(\frac{q_m \rho}{R_0}\right) \text{ch}(\lambda_m z), \quad (68)$$

где $\lambda_m = q_m/(\xi R_0)$.

При $z = \alpha$ должно выполняться граничное условие (49). Подставляя $z = \alpha$ в расчетную формулу (68), получаем

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_{2m} J_0\left(\frac{q_m \rho}{R_0}\right) \text{ch}(\lambda_m \alpha) = U_0. \quad (69)$$

Функции Бесселя $J_0(q_m \rho/R_0)$ на интервале $0 \leq \rho \leq R_0$ образуют систему ортогональных функций, т. е. существует интеграл [12] следующего вида:

$$\int_0^{R_0} \rho J_0(q_m \rho/R_0) J_0(q_p \rho/R_0) d\rho = \begin{cases} 0, & \forall m \neq p; \\ R_0^2 J_1^2(q_m)/2, & m = p, \end{cases} \quad (70)$$

где $J_1(q_m)$ – функция Бесселя первого порядка. Используя свойство ортогональности (70), из уравнения (69) получаем следующие значения коэффициентов A_{2m} :

$$A_{2m} = U_0 \tilde{A}_{2m}(q_m), \quad (71)$$

где безразмерный множитель $\tilde{A}_{2m}(q_m)$ определяется следующим выражением:

$$\tilde{A}_{2m}(q_m) = \frac{2}{q_m J_1(q_m) \text{ch}\left(\frac{q_m \alpha}{\xi R_0}\right)}. \quad (72)$$

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В таблице 1 приведены результаты расчетов безразмерных весовых множителей $\tilde{A}_{2m}(q_m)$ для первых двадцати корней уравнения $J_0(x) = 0$. При выполнении вычислений коэффициент анизотропии $\xi = \sqrt{\chi_{33}^{\epsilon}/\chi_{11}^{\epsilon}}$ ди-

электрической проницаемости поляризованной пьезо-керамики принят равным единице, т. е. принято, что $\chi_{33}^e/\chi_{11}^e = 1$. В действительности для пьезокерамики типа ЦТС-19 коэффициент $\xi = 0,97 \div 0,99$. В третьей колонке табл. 1 приведены значения весового коэффициента $\tilde{A}_{2m}^0 = 1/[q_m J_1(q_m)]$, которые не зависят от геометрического параметра α/R_0 . Безразмерный весовой множитель $\tilde{A}_{2m}(q_m)$ рассчитывался при различных значениях параметра α/R_0 , что указано в заголовках соответствующих колонок табл. 1.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Предложена схема решения задачи для случая, когда расположенные на торцевых поверхностях диска электроды имеют форму соосно расположенных круга и кольца, причем наружный радиус кольца равен радиусу диэлектрического диска, а радиус круга совпадает с внутренним радиусом кольца.

Предложенная схема решения задачи использует метод последовательных приближений, что позволяет получить аналитические выражения для расчета коэффициентов в математическом описании потенциала электрического поля в объеме диска с анизотропной диэлектрической проницаемостью.

ВЫВОДЫ

В работе решена актуальная задача определения вычислительных процедур, которые позволяют выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей.

Научная новизна результатов, полученных в статье, состоит в том, что впервые предлагается последовательность вычислительных процедур, которая позволяет при расчете передаточных характеристик учитывать полный набор физико-механических и геометрических параметров пьезоэлектрического элемента и конечное значение выходного электрического импеданса генератора электрических

сигналов, а также впервые предлагается методика, которая позволяет выполнить адекватную реальной ситуации оценку эффекта связности упругих и электрических полей в случае их произвольного распределения в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента. Сформулированный полный набор граничных задач технической электродинамики и динамической теории упругости представляет собой математическое содержание энергосилового метода анализа физического состояния пьезоэлектрических элементов в режиме вынужденных колебаний под действием внешнего источника электрической энергии.

Практическая значимость полученных результатов заключается в том, что предложенная последовательность вычислительных процедур может быть рекомендована в качестве основы расчета характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхности и микроэлектромеханических структур.

Перспективы дальнейших исследований состоят в определении процедуры расчета амплитудного значения потенциала на поверхности дискового пьезоэлектрического элемента с частичным электродированием.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы Черкасского государственного технологического университета «Разработка новой технологии проектирования и создания на ее основе малогабаритных низкочастотных пьезоэлектрических преобразователей для гидроакустики, электроакустики, компьютерной техники, приборостроения» (№ гос. регистрации 0113U003349).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Варадан В. ВЧ МЭМС и их применение / В. Варадан, К. Виной, К. Джозе. – М. : Техносфера, 2004. – 528 с.
2. Ананьева А. А. К расчету поршневого пьезоэлектрического излучателя без учета внутренних потерь / А. А. Ананьева // Акустический журнал. – 1958. – Т. 4, № 3. – С. 223–232.
3. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 5. Электроупругость / В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко, Н. А. Шульга. – К. : Наук. думка, 1989. – 280 с.
4. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. – М. : Наука, 1976. – 616 с.

Таблица 1 – Результаты экспериментов

m	q _m	\tilde{A}_{2m}^0	$\tilde{A}_{2m}(q_m)$			
			$\alpha/R_0 = 0,1$	$\alpha/R_0 = 0,2$	$\alpha/R_0 = 0,4$	$\alpha/R_0 = 0,8$
1	2	3	4	5	6	7
1	2,404826(00)	1,601975(00)	1,556743(00)	1,433008(00)	1,068376(00)	4,581400(–01)
2	5,520078(00)	–1,064799(00)	–9,208959(–01)	–6,361205(–01)	–2,312844(–01)	–2,572544(–02)
3	8,653728(00)	8,513992(–01)	6,088411(–01)	2,924759(–01)	5,338622(–02)	1,677065(–03)
4	1,179153(01)	–7,296452(–01)	–4,100099(–01)	–1,367963(–01)	–1,305292(–02)	–1,167732(–04)
5	1,493092(01)	6,485236(–01)	2,774129(–01)	6,530816(–02)	3,305117(–03)	8,422161(–06)
6	1,807106(01)	–5,895428(–01)	–1,884451(–01)	–3,173932(–02)	–8,556177(–04)	–6,208900(–07)
7	2,121164(01)	5,441802(–01)	1,286367(–01)	1,564097(–02)	2,248713(–04)	4,646171(–08)
8	2,435247(01)	–5,078936(–01)	–8,828160(–02)	–7,790196(–03)	–5,975099(–05)	–3,514693(–09)
9	2,749348(01)	4,780125(–01)	6,090726(–02)	3,912089(–03)	1,600895(–05)	2,680750(–10)
10	3,063461(01)	–4,528506(–01)	–4,222733(–02)	–1,977401(–03)	–4,317264(–06)	–2,057938(–11)
11	3,377582(01)	4,312839(–01)	2,940508(–02)	1,004760(–03)	1,170395(–06)	1,588077(–12)
12	3,691710(01)	–4,125307(–01)	–2,055546(–02)	–5,127524(–04)	–3,186614(–07)	–1,230758(–13)
13	4,005843(01)	3,960282(–01)	1,441773(–02)	2,626185(–04)	8,707525(–08)	9,572677(–15)
14	4,319979(01)	–3,813595(–01)	–1,014249(–02)	–1,349206(–04)	–2,386668(–08)	–7,468262(–16)
15	4,634119(01)	3,682084(–01)	7,153367(–03)	6,949911(–05)	6,558958(–09)	5,841790(–17)
16	4,948261(01)	–3,563301(–01)	–5,056596(–03)	–3,588208(–05)	–1,806645(–09)	–4,579974(–18)
17	5,262405(01)	3,455318(–01)	3,581565(–03)	1,856312(–05)	4,986362(–10)	3,597905(–19)
18	5,576551(01)	–3,356591(–01)	–2,541305(–03)	–9,620500(–06)	–1,378691(–10)	–2,831427(–20)
19	5,890698(01)	3,265869(–01)	1,806041(–03)	4,993823(–06)	3,818014(–11)	2,231754(–21)
20	6,204847(01)	–3,182126(–01)	–1,285331(–03)	–2,595887(–06)	–1,058825(–11)	–1,761575(–22)

Примечание. Запись 1,856312(–05) эквивалентна записи $1,856312 \times 10^{-5}$

5. Петрищев О. Н. Гармонические колебания пьезокерамических элементов. Ч. 1. Гармонические колебания пьезокерамических элементов в вакууме и метод резонанса – антирезонанса / О. Н. Петрищев. – К. : Аверс, 2012. – 300 с.
6. Кэди У. Пьезоэлектричество и его практическое применение / У. Кэди. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1949. – 720 с.
7. Sharapov V. Piezoceramic sensors / V. Sharapov. – Heidelberg, Dordrecht, London, New York : Springer Verlag, 2011. – 498 p.
8. Шарапов В. М. Пьезоэлектрические датчики / В. М. Шарапов, М. П. Мусиенко, Е. В. Шарапова. – М. : Техносфера, 2006. – 632 с.
9. Sharapov V. Piezoelectric electroacoustic transducers / V. Sharapov, Zh. Sotula, L. Kunitskaya. – Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer Verlag, 2013. – 240 p.
10. Шарапов В. М. Электроакустические преобразователи / В. М. Шарапов, И. Г. Минаев, Ж. В. Сотула, Л. Г. Куницкая. – М.: Техносфера, 2013. – 280 с.
11. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 712 с.
12. Прудников А. П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. – М. : Наука, 1983. – 752 с.

Статья поступила в редакцию 08.09.2014.
После доработки 27.01.2015.

Петрищев О. М.¹, Шарапов В. М.², Сотула Ж. В.³, Базіло К. В.⁴

¹Д-р техн. наук, професор, професор кафедри акустики та акустоелектроніки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Київ, Україна

²Д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютеризованих та інформаційних технологій в приладобудуванні Черкаського державного технологічного університету, Черкаси, Україна

³Канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютеризованих та інформаційних технологій в приладобудуванні Черкаського державного технологічного університету, Черкаси, Україна

⁴Канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютеризованих та інформаційних технологій в приладобудуванні Черкаського державного технологічного університету, Черкаси, Україна

ПРИНЦИПИ РОЗРАХУНКУ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ЧАСТКОВО ЕЛЕКТРОДОВАНИМИ ПОВЕРХНЯМИ

Вирішена актуальна задача визначення обчислювальних процедур, які дозволяють виконати оцінку параметрів напружено-деформованого стану та передаточних характеристик п'єзоелектричних елементів з частковим електродуванням поверхонь. Запропонована послідовність обчислювальних процедур, яка дозволяє при розрахунку передаточних характеристик враховувати повний набір фізико-механічних і геометричних параметрів п'єзоелектричного елемента і кінцеве значення вихідного електричного імпедансу генератора електричних сигналів. Запропоновано методику, яка дозволяє виконати адекватну реальній ситуації оцінку ефекту зв'язності пружних і електричних полів у разі їх довільного розподілу в об'ємі п'єзоелектричного елемента, який здійснює коливання. Сформульований повний набір граничних задач технічної електродинаміки та динамічної теорії пружності являє собою математичний зміст енергосилового методу аналізу фізичного стану п'єзоелектричних елементів в режимі вимушених коливань під дією зовнішнього джерела електричної енергії. Запропонована послідовність обчислювальних процедур може бути рекомендована в якості основи розрахунку характеристик п'єзоелектричних елементів з частковим електродуванням поверхні і мікроелектромеханічних структур.

Ключові слова: часткове електродування поверхонь п'єзоелемента, мікроелектромеханічні структури.

Petrishchev O. N.¹, Sharapov V. M.², Sotula Zh. V.³, Bazilo K. V.⁴

¹Dr.Sc., Professor, Professor of department of acoustics and acoustoelectronics, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

²Dr.Sc., Professor, Head of Instrument Making Department, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

³PhD, Associate Professor of Instrument Making Department, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

⁴PhD, Associate Professor of Instrument Making Department, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

PRINCIPLES OF CALCULATION OF THE PIEZOELECTRIC ELEMENTS WITH SURFACES PARTIAL ELECTRODES COVERING

The sequence of computational procedures, which allows when calculating transfer characteristics to use the full range of physical, mechanical and geometrical parameters of the piezoelectric element and the final value of the output electric impedance of the electrical signals generator, is proposed. The method, which allows you to perform the real situation adequate assessment of the connectivity effect of elastic and electric fields in the case of their arbitrary distribution in the volume of vibrating piezoelectric element, is proposed. The formulated complete set of boundary problems of technical electrostatics and elasticity dynamic theory is the mathematical content of the energy-power method of the piezoelectric elements physical state analysis in the regime of forced oscillations under the influence of the electrical energy external source. The proposed sequence of computational procedures can be recommended as a theoretical basis for characteristics calculating of the piezoelectric elements with partial surfaces covering by electrodes and microelectromechanical structures.

Keywords: piezoelectric element surfaces partial electrodes covering, microelectromechanical structures.

REFERENCES

1. Varadan V., Vinoj K., Dzhoze K. VCh ME'MS i ix primeneniye. Moscow, Texnosfera, 2004, 528 p.
2. Anan'eva A. A. K raschetu porshnevogo p'ezoe'lektricheskogo izluchatelya, *Akusticheskij zhurnal*, 1958, vol. 4, No. 3, pp. 223–232.
3. Grinchenko V. T., Ulitko A. F., Shul'ga N. A. Mexanika svyazannyx polej v e'lementax konstrukcij. Vol. 5. E'lektroprugost'. Kiev, Nauk. dumka, 1989, 280 p.
4. Tamm I. E. Osnovy teorii e'lektricheskogo stva. Moscow, Nauka, 1976, 616 p.
5. Petrishchev O. N. Garmonicheskie kolebaniya p'ezokeramicheskix e'lementov. Ch. 1. Garmonicheskie kolebaniya p'ezokeramicheskix e'lementov v vakuumе i metod rezonansa – antirezonansa. Kiev, Avers, 2012, 300 p.
6. Ke'di U. P'ezoe'lektrichestvo i ego prakticheskoe primeneniye. Moscow, Izd-vo inostrannoј literatury, 1949, 720 p.
7. Sharapov V. Piezoceramic sensors. Heidelberg, Dordrecht, London, New York, Springer Verlag, 2011, 498 p.
8. Sharapov V. M., Musienko M. P., Sharapova E. V. P'ezoe'lektricheskije datchiki. Moscow, Texnosfera, 2006, 632 p.
9. Sharapov V., Sotula Zh., Kunitskaya L. Piezoelectric electroacoustic transducers. Heidelberg, Dordrecht, London, New York, Springer Verlag, 2013, 240 p.
10. Sharapov V. M., Minaev I. G., Sotula Zh. V., Kunitskaya L. G. E'lektroakusticheskie preobrazovateli. Moscow, Texnosfera, 2013, 280 p.
11. Koshlyakov N. S., Gliner E. B., Smirnov M. M. Uravneniya v chastny'x proizvodny'x matematicheskoy fiziki. Moscow, Vysshaya shkola, 1970, 712 p.
12. Prudnikov A. P., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. Integraly' i ryady'. Special'ny'e funkcii. Moscow, Nauka, 1983, 752 p.

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

УДК 681.3.06

Переварюха А. Ю.

Канд. техн. наук, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН,
Санкт-Петербург, Россия

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПУЛЯЦИЙ ОСЕТРОВЫХ КАСПИЯ С ДВУМЯ ВИДАМИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

В статье предложена оригинальная компьютерная модель жизненного цикла популяции осетровых рыб Каспийского моря, включенных в «Красную книгу» с 2010 г. В модели реализована событийно-стадийная вычислительная структура, которая включает непрерывные и дискретные составляющие времени. Особенности динамики модели рассмотрены на основе численного решения конечной последовательности задач Коши для системы дифференциальных уравнений убыли численности особей поколений. Получена интересующая ихтиологов функциональная зависимость, которая имеет два локальных экстремума. Установлены возможность притяжения траектории к двум аттракторам и появление переходного аperiodического режима. После бифуркации исчезновения двух нетривиальных стационарных точек возникает интервальный аттрактор. Для данного типа аттрактора по классификации Гукенхаймера наблюдается явление граничного кризиса, что для популяций осетровых рыб интерпретируется как угрожающее их существованию событие.

Ключевые слова: компьютерная модель биологических процессов, гибридная система, переходный хаос, бифуркация, вычислительный эксперимент.

НОМЕНКЛАТУРА

a – параметр репродуктивного потенциала;
 b – показатель действия лимитирующих факторов;
 g – параметр объема доступных кормовых ресурсов;
 l – поправка в ограничении скорости развития не связанной с плотностью;

$N(t)$ – текущая численность поколения;

K – критическая биомасса нерестового запаса;

R – пополнение популяции данного сезона;

S – нерестующий запас рыб;

$U(S)$ – функционал действия эффекта Олли;

c – определяет степень выраженности эффекта Олли;

w – параметр скорости размерного развития молоди;

w_D – уровень развития, достижение которого меняет действие факторов смертности;

α – коэффициент зависящей от плотности компенсационной смертности;

β – коэффициент независимой от плотности убыли численности поколения;

ε – окрестность превышения пороговых значений;

λ – средняя плодовитость популяции;

τ – длительность первой критической стадии развития организма рыб.

ВВЕДЕНИЕ

Компьютерные методы моделирования биологических процессов развиваются в рамках нескольких отдельных междисциплинарных направлений. Изначально предложения по формализации популяционной динамики заключались в разработке систем дифференциальных уравнений с различного вида правыми частями, отражающими некоторые теоретические предположения о характере взаимодействия биомассы конкурирующих видов. В дальнейшем из-за потребности в быстром проведении расчетов популярность получили дискретные и матричные способы представления.

Интересы рационального планирования масштабной эксплуатации биоресурсов требовали актуального подхода, несвязанного с проблемами аналитического исследования решений дифференциальных уравнений, но соответствующего появившимся вычислительным мощностям.

В задачах моделирования сообществ гидробионтов в 1970-х гг. развивались алгоритмические методы, основанные на исследовании дискретных вычислительных структур с применением ЭВМ. Отечественной школой предложено значительное число разнообразных дискретных моделей для промысловой ихтиологии: В. В. Меншуткина, А. Б. Казанского, В. В. Суханова. Развитием подхода стало создание в Ленинградском институте информатики АН СССР в 1989 г. высокоуровневого языка алгоритмических сетей, предназначенного для описания процесса непрограммирующим пользователем без математической подготовки в виде ориентированного «функционального» графа операторов.

Возможности модельного описания и прогнозирования популяционных процессов столкнулись с фундаментальными проблемами теории универсальности поведения нелинейных систем [1]. Дискретно-матричные популяционные модели, ориентированные на вычислительные методы исследования, обладают нетривиальными возможностями изменения поведения с хаотическими и циклическими режимами.

В статье на основе представлений об экологических особенностях воспроизводства анадромных рыб предлагается новая вычислительная модель динамики численности, обладающая свойством взаимной трансформации двух разных видов аperiodического поведения траектории из свойств границы области притяжения аттракторов.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В основе моделей эксплуатируемых популяций рыб лежит формализация баланса воспроизводства и смертности от различных факторов. Естественная убыль на ранних этапах жизни у крупных анадромных рыб очень велика и ее изменения критически сказываются на благополучии популяции. Опыт наблюдений показал, что среднее пополнение R от величины родительского запаса S редко удовлетворительно описывается линейным или кусочно-линейным соотношением: $R = f(S) = aS$, $S < K$ $f(S) = X = cost$, $S > K$.

Пополнением будем считать численность поколения от одного нереста, дожившего до установленного момента. Для разных видов рыб этот момент может определяться достижением промысловых размеров, прохождением периода смолтификации при адаптации к морскому периоду жизни или окончанием полового созревания.

В ихтиологии возникло направление исследований, объясняющее закономерности изменения эффективности воспроизводства. Целью предыдущих исследований являлось на основе данных наблюдений определение зависимости для прогнозирования скорости восполнения промысловых запасов [2]. Обобщенная задача представляется противоречивой, т.к. очевидны различия экологических особенностей нереста разных рыб и дискуссия о ее роли при накладываемом влиянии абиотических факторов имеет долгую историю [3].

Целью данной работы является усовершенствование математических методов исследования процесса восполнения биоресурсов на основе применения современных способов организации гибридной вычислительной структуры моделей.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Концепция моделей воспроизводства заключается в описании лимитирующих факторов $v(S)$, действующих на нерестилищах при повышенной плотности запаса с репродуктивным потенциалом a : $R = aS / v(S)$. У. Рикером предложена экспоненциальная форма $v(S) = e^{bS}$, где b показатель действия лимитирующих факторов. Дж. Шепард обосновал применение зависимости по аналогии с логистической моделью: $v(S) = 1 + (S / K)^b$, где учтена критическая биомасса запаса K . Анализ моделей проводится в виде функциональных итераций $x_{n+1} = f(x_n)$. Для траектории итераций функции Рикера при возрастании a характерно изменение поведения от устойчивого равновесия R^* к хаосу через каскад Фейгенбаума [4]. Аналогично бифуркации удвоения периода цикла наблюдаются для модели Шепарда. Нами показано ранее, что бифуркационные параметры в двух моделях имеют противоположный смысл, что влечет проблему интерпретации результатов моделирования [5].

Аттрактор, возникающий в результате накопления каскада бифуркаций удвоения, является аналогом канторовского множества (замкнутого множества, не содержащего как внутренних, так и изолированных точек). Структурно хаотический аттрактор представляет собой результат объединения все уменьшающихся субинтервалов, которые составляют точки отрезка за исключением несчетного числа неустойчивых точек всех периодов 2^n и их прообразов. Анализ образования и свойств канторовских множеств является отдельной задачей при исследовании нелинейных дискретных моделей. Теория универсальности изменения поведения отображений, удовлетворяющих критериям теоремы Д. Синжера [6] (SU -отображения), описана достаточно подробно многими авторами, например в книге [7].

Выявление свойства хаотичности важно для оценки адекватности биологических моделей. Обычно для определения хаотичности используется свойство чувствительной зависимости от начальных условий, но на основе работы [8] можно ввести критерий хаотичности отображения отрезка $f: I \rightarrow I$ на основе топологической транзитивности: для всех открытых подмножеств $U \subseteq V, U \neq \emptyset$ и $Y \subseteq V, Y \neq \emptyset \exists n \geq 0$, если выполняется $f^n(U) \cap Y \neq \emptyset$, то поведение хаотично.

Помимо хаотизации и соответственно эффекта экспоненциального разбегания близких траекторий в отображениях возможны другие нелинейные эффекты, связанные с окнами периодичности. Отметим, что нелинейные эффекты в динамике делают проблематичной существенную интерпретацию поведения дискретных популяционных моделей, в особенности не относящихся к SU -семейству.

Сведения о воспроизводстве севрюги на Нижней Волге [9] показали, что наблюдается выраженная неунимодальная зависимость с двумя высокими диапазонами эффективности воспроизводства, между которыми существует промежуток численности запаса, при котором для популяции характерна низкая способность к восстанов-

лению. С биологической точки зрения можно обосновать предположение, что характер зависимости является следствием различия факторов смертности на разных этапах развития молоди осетровых рыб Каспийского моря, размножающихся в бассейне Нижней Волги.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Физиологи выделяют стадии развития молоди по мере формирования органов и характера передвижения. Можно предположить, что изменения происходят по мере размерного развития за счет питания особей, скорость которого представим в уравнении обратно пропорциональной плотности:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{g}{N^k(t)+l}, k < 1. \quad (1)$$

В уравнение (1) включены параметры, ограничивающие скорость развития из-за фиксированного начального объема доступных кормовых ресурсов и поправочный коэффициент для замедления скорости развития не связанного с плотностью особей. Важнейшие изменения, как переход на активное питание и начало самостоятельной миграции можно считать событиями в динамике поколения, что позволит выделить стадии: D_1, D_2, D_3 . Таким образом, имеются основания для применения гибридной структуры модели, со структурой, изменяемой при достижении некоторых выделяемых предикатами событий.

Предложение по формализации процесса формирования пополнения заключается в описании убыли начальной численности поколения от вылупления из икринок дифференциальным уравнением на промежутке времени $[0, T]$ в явном виде учитывающих разные факторы смертности и ее изменение по мере развития особей:

$$\frac{dN}{dt} = \begin{cases} -(\alpha w(t)N(t) + U\beta)N(t), & t < \tau; \\ -(\alpha_1 N(\tau)/w(\tau) + \beta)N(t), & t > \tau, \quad w(t) < w_{D2}; \\ -\alpha_2 w(t)N^2(t), & w(t) < w_{D3}. \end{cases} \quad (2)$$

В модель (2) включены сразу два коэффициента: смертности, зависящей от плотности, и нейтральной убыли. Длительность первой стадии с эндогенным питанием (для севрюги в среднем составляет 8 суток). Введен условный уровень развития, при достижении которого меняется действие факторов смертности, что интерпретируется экологией обитания молоди при начале самостоятельной миграции. Логично предположить, что отрезок времени в раннем онтогенезе рыб, в котором в наиболее сильно проявляются действия факторов смертности – так называемый «интервал уязвимости», не является постоянным и может растягиваться до некоторого максимального значения при замедлении скорости размерного развития.

От абстрактного «репродуктивного потенциала» разумно перейти к естественному показателю средней плодовитости, оцениваемой по данным мониторинга, т. к. у осетровых нет половых хромосом, и дифференциация происходит эпигамно. Начальные условия для уравнений (1) и (2): $w(0) = w_0, N(0) = \lambda S$.

По данным о воспроизводстве волжской севрюги выявлено действие отрицательного эффекта группы (известного в литературе как «Allee effect»), когда при низкой плотности уменьшается вероятность встреч на нерестилищах, что сильно сокращает продуктивность нереста. Потому в правую часть (2) для стадии D_1 вводится функция $U(S)$, которая быстро стремится к единице: $E(U) = [2, 1)$, т.к. эффект не может проявляться при исторически оптимальной для промысловой популяции численности запаса:

$$U(S) = 1 + \exp(-cS^2), \quad c < 1, \quad (3)$$

где единственный параметр определяет степень выраженности данного эффекта. Дифференциальное уравнение (1), второе уравнение в виде набора правых частей (2) с функционалом (3) позволят формировать непрерывно-дискретную вычислительную структуру.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Предложенная модель рассчитана на применение современных вычислительных средств, включающих библиотеки производительных численных методов с переменным шагом интегрирования. Тестировать пригодность численных методов для задачи работы с гибридным временем можно по появлению так называемого «эффекта Зенона», когда некорректный алгоритм останавливает время, и система будет бесконечно приближаться к точке перехода, подобно Ахиллесу, пытающемуся догнать черепаху из известной апории греческого философа.

Особенность дискретно-событийного подхода составляют переходы, которые происходят между состояниями моделируемой системы согласно графу всех возможных состояний. В применяемом методе на основе таймированного гибридного автомата переключение реализуется между режимами изменения состояния. Режимам изменения сопоставлен набор форм правой части системы уравнений из (2), алгоритм контроля предикатов определяет выбор решаемой в данный момент задачи Коши с инициализацией новых начальных условий. Промежуток интервала уязвимости разделен на последовательность кадров гибридного модельного времени. Алгоритмическое представление модели реализуется на основе автомата с таймированными и предикативными переходами. Множество решений задач Коши для допустимых $S \in \mathbb{Z}^+$ определит интересующую нас зависимость, называемую в работах ихтиологов «кривой воспроизводства» популяции.

Исследование подобных гибридных моделей можно осуществлять в инструментальной вычислительной среде AnyLogic5 (к сожалению, разработчики отказались от развития данного направления в последующих версиях системы) и разрабатываемой в Санкт-Петербурге среде MvStadium, в новой версии получившей название Rand Model Designer. Программный код выполняемой модели в Rand Model Designer генерируется на основе входного языка записи математической модели и визуальных диаграмм для описания структуры и качественных изменений поведения моделируемой системы и автоматически компилируется, что обуславливает высокую

производительность при проведении управляемых вычислительных экспериментов. Входной паскалеобразный алгоритмический язык среды позволяет формировать модель процесса из алгебраических или дифференциальных уравнений и набора предикатов. Особенно ценна для автора возможность выполнять параметрическую оптимизацию моделей с использованием встроенных алгоритмов.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В вычислительной среде получена неунимодальная «волнообразная» зависимость $R = \varphi(S)$ запаса и пополнения, о причинах наблюдения которой для крупных рыб писал Рикер в [10]. Зависимость (рис. 1) без учета действия промысловой смертности характеризуется четырьмя нетривиальными стационарными точками $R_i^*, i = 1 \dots 4$, пересечениями кривой с биссектрисой координатного угла $R = S$.

График второй итерации $\varphi(\varphi(S)) \equiv \varphi^2(S)$ показал устойчивость четвертой точки наряду с устойчивостью $R = 0$. Для дискретной динамической системы $R_{n+1} = \varphi(R_n)$ возможны качественно различные варианты поведения в зависимости от вычисленного значения функции в двух точках локальных экстремумов $\min \varphi(R), \max \varphi(R), R_1^* < R < R_3^*$. Наибольший практический интерес представляет выполнение условий существования малой окрестности ε превышения пороговых значений: $\varphi(R_{\max} \pm \varepsilon) > R_3^*, \varphi(R_{\min} \pm \varepsilon) < R_1^*$. При выполнении условий в вычислительных экспериментах фиксируется образование в фазовом пространстве объекта, относящегося к разновидности непритягивающих хаотических множеств.

Если для динамической системы существует два аттрактора, то при исследовании необходимо определить границу их областей притяжения. В простейшем случае границей является неустойчивая «репеллерная» точка. В рассматриваемом случае границу составляет все множество прообразов неустойчивых точек R_i^* . Обе области притяжения в локальном диапазоне $[R_1^*, R_3^*]$ представляются несвязным объединением малых интервалов.

В подобных моделях с возникновением нелинейных эффектов возрастает роль точности применяемых вычисленных алгоритмов при компьютерном исследова-

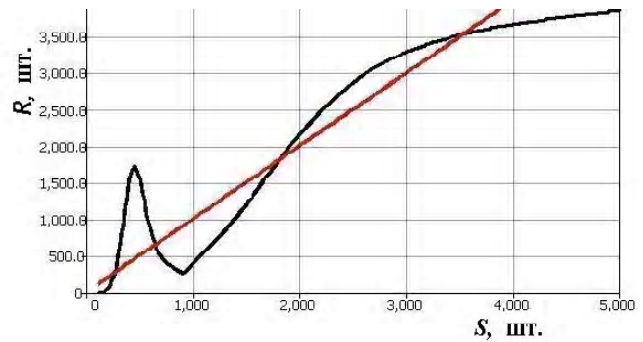


Рисунок 1 – График зависимости $\varphi(R)$ с четырьмя стационарными точками

нии. Современные библиотеки инструментальных средств предоставляют большой выбор методов для экспериментов, но необходимо рационально выбирать подходящий, т. к. результаты могут отличаться при самых незначительных погрешностях из-за фундаментальных свойств фрактальных объектов. Хорошую применимость показала в частности реализация в библиотеке среды Rand Model Designer численного метода Дормана-Принса четвертого порядка, адаптированного для гибридных систем. В подобных задачах приоритет необходимо отдавать точности над скоростью вычислений, потому исследование фрактальных структур в фазовом пространстве и построение бифуркационных диаграмм требует значительных временных затрат.

Нами исследовался случай образования канторовской структуры границы, которая представляет собой всюду разрывное множество точек, приводит к появлению длительного переходного хаотического режима, реализующегося до момента $\varphi^z(R_0) > R_3^*$ (или $\varphi^z(R_0) < R_1^*$), его достижение означает стремительное развитие редкого явления для рыб, неожиданной «вспышки» численности (рис. 2) популяции. Число итераций z пребывания траектории в переходном аperiodическом режиме чувствительно зависит от начальных условий [11] и соответственно от точности вычислений.

При рассмотрении в модели увеличения промысловой смертности изменяется конфигурация стационарных точек. Для динамической системы возможна обратная касательная бифуркация: слияние R_3^*, R_4^* с исчезновением стационарной точки, при сохранении оставшихся

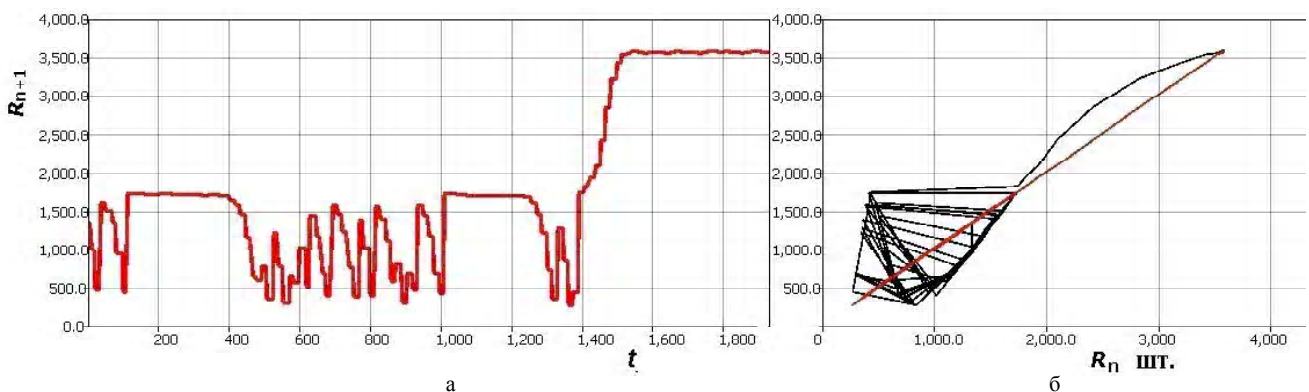


Рисунок 2 – Выход из режима переходного хаоса: а – временная диаграмма, б – фазовая диаграмма

R_1^*, R_2^* . В таком случае возможны два варианта, определенные смещающимся значением $\varphi_1(R_{\min})$ в точке минимума измененной зависимости (рис. 3). При выполнении условия $\varphi_1(R_{\min}) > R_1^*$ траектории притягиваются к интервальному аттрактору, неустойчивая точка R_1^* служит границей с областью притяжения тривиального равновесия (рис. 4). Тогда после обратной касательной бифуркации траектория моментально переходит к устойчивому аperiodическому режиму, что соответствует колебаниям в диапазоне низкой численности популяции без возможности восстановления. Подобная ситуация из-за последствий длительного перелова наблюдается сейчас с осетровыми рыбами Каспийского моря, где промысел не был остановлен своевременно.

В момент достижения $\varphi_1(R_{\min}) < R_1^*$ происходит граничный кризис интервального аттрактора [12]. При подобном кризисе аттрактор соприкасается с границей, теряет свойство инвариантности при сохранении локально-несвязной структуры у вновь появившегося непритягивающего хаотического множества типа «хаотическое седло» по классификации Гребоджи [13]. Единственным аттрактором остается тривиальное равновесие, что описывает неминуемую деградацию популяции после короткого переходного аperiodического режима флуктуаций.

При исследовании модели установлена возможность трансформации двух различных хаотических режимов при касательной бифуркации, переходного и устойчивого, связанного с интервальным аттрактором. Данная трансформация интерпретируется как последствие усиления промыслового давления и влечет длительное пребывание популяции в неблагоприятном для промысла

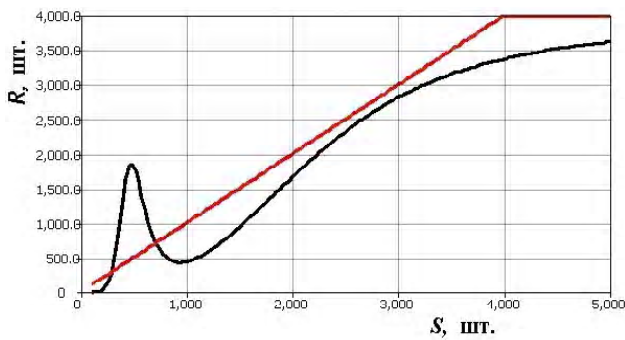


Рисунок 3 – График зависимости $\varphi(R)$ после обратной касательной бифуркации

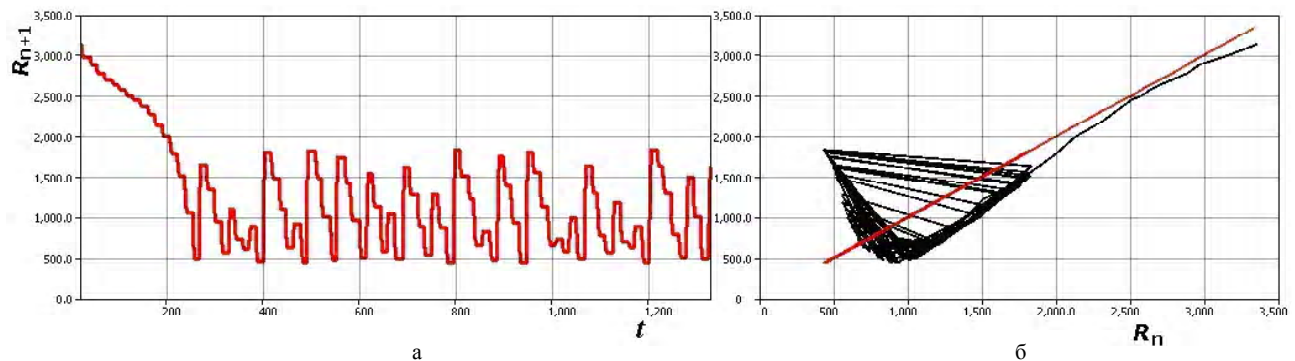


Рисунок 4 – Притяжение к интервальному аттрактору: а – временная диаграмма, б – фазовая диаграмма

состоянии. В динамической системе мы наблюдаем достаточно необычное поведение, связанное с тем, что обычно в таких моделях имеют дело с двумя топологическими типами аттракторов: устойчивым циклом или канторовским множеством не содержащим ни внутренних, ни изолированных точек и окруженным бесконечным количеством неустойчивых циклических точек. В классификации Дж. Гукенхаймер выделил три типа аттракторов функциональных итераций, и третий тип представляет объединение малых интервалов, обладающих топологической транзитивностью [14].

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Разработанная модель формирования поколений популяций обладает рядом дополнительных возможностей по сравнению с известными аналогами. В частности, свойства непрерывно-дискретной динамической системы позволяют описывать зафиксированные в ряде случаев [15] для промысловых популяций горбуши тихоокеанского побережья Канады изменения, связанные с существованием двух уровней численности популяции: низкой и высокой. При низкой численности популяция испытывает резкие флуктуации, но существует перспектива восстановления высокой численности при прекращении промысла. Лососевые и осетровые виды существенно отличаются длительностью жизненного цикла, однако имеют сходные экологические условия воспроизводства, что позволяет проводить сравнение данных промысловой статистики и устанавливать аналогичные ситуации, которые могут описать разработанные модели.

Однако, нелинейные детерминированные модели с возникновением аperiodической динамики имеют какое-либо ограничение прогностических возможностей, именуемое в популярной литературе «эффект бабочки». В разработанной модели данный эффект проявляется иначе, чем в классической системе уравнений Э. Лоренца. В режиме переходного хаоса мы не можем предсказать, к какому из альтернативных аттракторов в результате устремится траектория и данное свойство определяется как неопределенность относительно асимптотического состояния динамической системы.

Предложенная модель отличается существенной сложностью и требует специальных способов применения. Интегрировать систему (3) в состав агрегированного полимодельного комплекса многовидового управления биоресурсами проблематично, но у нее имеются другие возможности. Основная идея практического применения

разработанных систем непрерывно-дискретных уравнений состоит в организации набора вычислительных модельных сценариев для анализа эффективности эксплуатации водных биоресурсов с учетом экспериментальных результатов теории этапности развития рыб [16] разных видов.

Условием применения подхода является представление стратегии природопользования, вырабатываемой экспертами согласно некоторым внутренним правилам, применяемой для достижения приоритетной цели. Формирование сценариев на основе моделей теории восполнения запасов даст возможность рассматривать не просто динамику отдельной популяции, но оценить концептуальные стратегии управления с точки зрения возрастания экологических рисков. В сценариях перспективно определить способы выделения факторов-предвестников для регулярно отмечаемого последние годы явления резкого снижения численности популяции по всем возрастным группам (так называемого «коллапса» промысловых запасов). Своевременное уменьшение доли изъятия и предосторожный подход оказывается экономически эффективнее стратегии максимизации вылова, так как большие потери приносит всей экономике региона вынужденно вводимый мораторий на промысел в случае подрыва способности биоресурсов к самовосстановлению.

ВЫВОДЫ

В статье рассмотрена популяционная модель, позволяющая оценивать эффективность формирования промысловых запасов рыб и учитывающая изменения выживаемости молоди поколения в раннем онтогенезе осетровых видов.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что впервые предложена непрерывно-событийная вычислительная структура модели репродуктивного процесса, алгоритмически реализованная на основе гибридного автомата, где условия изменения режима изменения состояния определяются на основе вычисления уровня размерного развития.

Практическая ценность полученных результатов заключается в том, что получена традиционно используемая в промысловой ихтиологии функциональная зависимость запаса и пополнения отражающая действие известного в экологии эффекта Олли [17], известного так же как эффект агрегированной группы. Задача моделирования явления оказалась важной не только для динамики млекопитающих и крупных рыб, но и для ситуации инвазии насекомых вредителей [18]. Проявление данного эффекта для промысловой популяции может выразиться в резком сокращении эффективности воспроизводства при чрезмерной эксплуатации и, как следствие, стремительной деградации биоресурсов, неожиданной для определяющих допустимый уровень изъятия специалистов. Подобный сценарий реализовался с популяциями каспийский осетровых рыб в конце 1980-х гг. на фоне организованного искусственного выпуска молоди, ожидаемая эффективность которого оказалась завышенной, как и планировавшиеся объемы оптимального вылова.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарен разработчикам среды Rand Model Designer за возможность научного использования программного обеспечения. Исследования выполнены в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследова-

ний «Разработка методов вычислительного моделирования динамики подвергавшихся чрезмерному промысловому изъятию популяций рыб и оценки эффективности мер по их искусственному восстановлению на основе событийно-управляемых модельных сценариев» (грант Российского фонда фундаментальных исследований № 15-07-01230, руководитель – проф. В. В. Михайлов).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vul E. B. Feigenbaum universality and the thermodynamic formalism Sinai / E. B. Vul, K. M. Khanin // Russian Mathematical Surveys. – 1984. – Vol. 39, № 3. – P. 1–40. DOI: 10.1070/RM1984v039n03ABEH003162
2. Touzeau S. On the stock-recruitment relationships in fish population models / S. Touzeau, J.-L. Gouz // Environmental modeling and Assessment. – 1998. – №3. – P. 87–93.
3. Mikkelsen N. How can the stock recruitment relationship of the Barents Sea capelin (*Mallotus villosus*) be improved by incorporating biotic and abiotic factors / N. Mikkelsen, T. Pedersen // Polar Research. – 2004. – № 1. – P. 19–26.
4. Feigenbaum M. J. Universal behavior in nonlinear systems / M. J. Feigenbaum // Physica D. – 1983. – Vol. 7, № 1–3. – P. 16–39. DOI: 10.1016/0167-2789(83)90112-4
5. Perevaryukha A. Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish / A. Yu. Perevaryukha // Numerical Analysis and Applications. – 2012. – Vol. 5, № 3. – P. 254–264. DOI: 10.1134/S199542391203007X
6. Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval / D. Singer // SIAM journal of applied math. – 1978. – Vol. 35. – P. 260–268. DOI: 10.1137/0135020
7. Guckenheimer J. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcation of vector fields / J. Guckenheimer, P. Holmes. – Springer-Verlag, 1983. – 453 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-1140-2
8. Vellekoop M. On intervals, transitivity = chaos / M. Vellekoop, R. Berglund // The American Mathematical Monthly. – 1994. – Vol. 101, № 4. – P. 353–355. DOI: 10.2307/2975629
9. Veshchev P. V. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions / P. V. Veshchev, G. I. Guteneva, R. S. Mukhanova // Russian Journal of Ecology. – 2012. – Т. 43, № 2. – P. 142–147. DOI: 10.1134/S1067413612020154
10. Ricker W. E. Stock and recruitment / W. E. Ricker // Journal Fisheries research board of Canada. – 1954. – Vol. 11, № 5. – P. 559–623. DOI: 10.1139/f54-039
11. Paar V. Sensitive dependence of lifetimes of chaotic transient on numerical accuracy for a model with dry friction and frequency dependent driving amplitude / V. Paar, N. Pavin // Modern Physics Letters B. – 1996. – Vol. 10, № 4. – P.153–159. DOI: 10.1142/S0217984996000183
12. Grebogi C. Chaotic attractors in crisis / C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke // Physical Review Letters. – 1982. – Vol. 48, № 22. – P. 1507–1510. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1507>
13. Grebogi C. Chaos, strange attractors and fractal basin boundaries in nonlinear dynamics / C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke // Science. – 1987. – Vol. 238, № 4827. – P. 632–638. DOI: 10.1126/science.238.4827.632
14. Bruin H. Topological conditions for the existence of absorbing cantor sets / H. Bruin // Transactions of the American mathematical society. – 1998. – Vol. 350, № 6. – P. 2229–2263. DOI: 0002-9947(98)02109-6
15. Minto C. Survival variability and population density in fish populations / C. Minto, R. A. Myers, W. Blanchard // Nature. – 2008. – Vol. 452. – P. 344–348. DOI: 10.1038/nature06605
16. Еремеева Е. Ф. Теория этапности развития и ее значение в рыбоводстве / Е. Ф. Еремеева, А. И. Смирнов // Теоретические основы рыбоводства. – М. : Наука, 1965. – С. 129–138.

17. Gascoigne J. C. Allee effects in marine systems / J. C. Gascoigne, R. N. Lipcius // *Marine Ecology Progress Series*. – 2004. – Vol. 269. – P. 49–59. DOI: 10.3354/meps269049
18. Kuussaari M. Allee effect and population dynamics in the Glandville fritillary butterfly / M. Kuussaari // *Oikos*. – 1998. – Vol. 82. – P. 384–392. DOI: 10.1098/rspb.2004.2995

Статья поступила в редакцию 30.09.2014.

После доработки 14.10.2014.

Переварюха А. Ю.

Канд. техн. наук, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОПУЛЯЦІЇ ОСЕТРОВИХ КАСПІЙСЬКОГО МОРЯ З ДВОМА ТИПАМИ ВИНИК-НЕННЯ АПЕРІОДИЧНИХ КОЛИВАНЬ

У статті запропонована оригінальна комп'ютерна модель життєвого циклу популяції осетрових риб Каспійського моря, що з 2010 р. внесені до «Червоної книги». У моделі реалізовано подійно-стадійну обчислювальну структуру, яка містить безперервні і дискретні складові часу. Особливості динаміки нової моделі розглянуті на основі чисельного розв'язку кінцевої послідовності задач Коші для системи рівнянь, яка описує убуток чисельності особин поколінь. Отримана функціональна залежність, яка становить інтерес для іхтіологів та має два локальних екстремуми. Встановлена можливість тяжіння траєкторії до двох аттракторів і виникнення перехідного аперіодичного режиму. Після бифуркації зникнення двох нетривіальних стаціонарних точок виникає інтервальний аттрактор. Для даного типу аттрактора за класифікацією Гукенхеймера спостерігається явище граничної кризи, що для популяції осетрових риб інтерпретується як подія, що загрожує їхньому подальшому існуванню.

Ключові слова: комп'ютерна модель біологічних процесів, гібридна система, перехідний хаос, бифуркація, обчислювальний експеримент.

Perevaryukha A. Yu.,

PhD., Senior Researcher of St. Petersburg Institute for Informatics and Automation, St. Petersburg, Russia

COMPUTER MODELING OF STURGEON POPULATION OF THE CASPIAN SEA WITH TWO TYPES OF APERIODIC OSCILLATIONS

The article suggests the original computer model of the life cycle of sturgeon populations of the Caspian Sea, currently included in the «Red Book» since 2010. In our model was implemented event-stage computing structure that includes continuous and discrete components of the time. Features of the dynamics of the new model considered by us on the basis of the numerical solution of a finite sequence of the Cauchy problem for the system of equations describing the subsided of number of individuals in generations. As a result, we obtained the functional dependence, which be of interest to ichthyologists and which has two local extrema. The possibility of attraction of the trajectory to the two attractors and the appearance an aperiodic transition regime is established. After the bifurcation of the disappearance of two nontrivial stationary points arises an interval attractor. For this type of attractor on the Guckenheimer classification is observed the phenomenon of boundary crisis that for the sturgeon populations is interpreted as an event that threat to their continued existence.

Keywords: computer model of biological processes, hybrid system, transient chaos, bifurcation, computational experiment.

REFERENCES

- Vul E. B., Khanin K. M. Feigenbaum universality and the thermodynamic formalism Sinai, *Russian Mathematical Surveys*, 1984, Vol. 39, No. 3, pp. 1–40. DOI: 10.1070/RM1984v039n03ABEH003162
- Touzeau S., Gouz J.-L. On the stock-recruitment relationships in fish population models, *Environmental modeling and Assessment*, 1998, No. 3, P. 87–93.
- Mikkelsen N., Pedersen T. How can the stock recruitment relationship of the Barents Sea capelin (*Mallotus villosus*) be improved by incorporating biotic and abiotic factors, *Polar Research*, 2004, No. 1, pp. 19–26.
- Feigenbaum M. J. Universal behavior in nonlinear systems, *Physica D*, 1983, Vol. 7, No. 1–3, pp. 16–39. DOI: 10.1016/0167-2789(83)90112-4
- Perevaryukha A. Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish, *Numerical Analysis and Applications*, 2012, Vol. 5, No. 3, pp. 254–264. DOI: 10.1134/S199542391203007X
- Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval, *SIAM journal of applied math*, 1978, V. 35, pp. 260–268. DOI: 10.1137/0135020
- Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcation of vector fields. Springer-Verlag, 1983, 453 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-1140-2
- Vellekoop M., Berglund R. On intervals, transitivity = chaos, *The American Mathematical Monthly*, 1994, Vol. 101, No. 4, pp. 353–355. DOI: 10.2307/2975629
- Veshchev P. V., Guteneva G. I., Mukhanova R. S. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions, *Russian Journal of Ecology*, 2012, Vol. 43, No. 2, pp. 142–147. DOI: 10.1134/S1067413612020154
- Ricker W. E. Stock and recruitment, *Journal Fisheries research board of Canada*, 1954, Vol. 11, No. 5, pp. 559–623. DOI: 10.1139/f54-039
- Paar V., Pavin N. Sensitive dependence of lifetimes of chaotic transient on numerical accuracy for a model with dry friction and frequency dependent driving amplitude, *Modern Physics Letters B*, 1996, Vol. 10, No. 4, P.153–159. DOI: 10.1142/S0217984996000183
- Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaotic attractors in crisis, *Physical Review Letters*, 1982, Vol. 48, No. 22, pp. 1507–1510. DOI: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1507
- Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaos, strange attractors and fractal basin boundaries in nonlinear dynamics, *Science*, 1987, Vol. 238, No. 4827, pp. 632–638. DOI: 10.1126/science.238.4827.632
- Bruin H. Topological conditions for the existence of absorbing cantor sets, *Transactions of the American mathematical society*, 1998, Vol. 350, No. 6, pp. 2229–2263. DOI: 0002-9947(98)02109-6
- Minto C., Myers R. A., Blanchard W. Survival variability and population density in fish populations, *Nature*, 2008, Vol. 452, P. 344–348. DOI: 10.1038/nature06605
- Eremeeva E. F., Smirnov A. I. Teoriya etapnosti razvitiya i eYo znachenie v rybovodstve, *Teoreticheskie osnovy rybovodstva*. Moscow, Nauka, 1965, pp. 129–138.
- Gascoigne J. C., Lipcius R. N. Allee effects in marine systems, *Marine Ecology Progress Series*, 2004, Vol. 269, pp. 49–59. DOI: 10.3354/meps269049
- Kuussaari M. Allee effect and population dynamics in the Glandville fritillary butterfly, *Oikos*, 1998, Vol. 82, pp. 384–392. DOI: 10.1098/rspb.2004.2995

УДК 004.932.2:519.652

Савков О. О.¹, Мороз В. В.²

¹Аспірант кафедри обчислювальної математики Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова, Одеса, Україна

²Канд. техн наук, професор кафедри обчислювальної математики Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова, Одеса, Україна

АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАФІЧНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ ПСЕВДО-ПЕРЕТВОРЕННЯ ВІГНЕРА-ВІЛЛА

Розглянута задача виділення електроенцефалографічних ритмів та пошуку епілептиформної активності. Об'єктом дослідження є процес виділення електроенцефалографічних феноменів. Предметом дослідження є методи частотно-часового аналізу електроенцефалографічних сигналів.

Мета роботи полягає у підвищенні точності діагностування психічних, психо-соматичних, невротичних та когнітивних розладів людини. Проведено огляд процесу електроенцефалографічного дослідження та ЕЕГ артефактів. Розглянуто види ЕЕГ ритмів та феноменів, які мають специфічні частотно-часові характеристики. Запропоновано метод виділення електроенцефалографічних феноменів на основі аналізу екстремумів функції спектральної щільності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла. Зроблено порівняння запропонованого методу з віконним перетворенням Фур'є. Як критерій оцінки проаналізованих методів було обрано частотно-часову роздільну здатність отриманих функцій спектральної щільності. Проведено обчислювальний експеримент на наборі епох ЕЕГ сигналів, які містять високочастотні феномени. Розроблено програмне забезпечення, що автоматизує процес дослідження ЕЕГ сигналів та візуалізацію отриманих результатів.

Результати експериментів показують переваги даного підходу у частотно-часовій роздільній здатності над віконним перетворенням Фур'є та дозволяють рекомендувати запропонований метод до практичного застосування для відокремлення ЕЕГ ритмів та виділення високочастотних феноменів.

Ключові слова: ЕЕГ сигнал, частотно-часовий аналіз, віконне перетворення Фур'є, перетворення Вігнера-Вілла.

НОМЕНКЛАТУРА

$h(t)$, $g(t)$ – згладжуючі віконні функції;

k – дискретна змінна часу;

l – кількість екстремумів функції спектральної щільності;

m – дискретна змінна частоти;

M – кількість відліків дискретного сигналу;

N – кількість характерних ознак ритмів та феноменів;

$P[k, m]$ – функція спектральної щільності дискретного перетворення Вігнера-Вілла;

$P(\tau, \omega)$ – функція спектральної щільності неперервного перетворення Вігнера-Вілла;

$P_{PWVD}(k, m)$ – функція спектральної щільності дискретного псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;

$P_{PWVD}(\tau, \omega)$ – функція спектральної щільності псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;

$P_{SPWVD}(k, m)$ – функція спектральної щільності дискретного згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;

$P_{SPWVD}(\tau, \omega)$ – функція спектральної щільності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;

$s(t)$ – неперервний сигнал;

$s^*(t)$ – комплексно-спряжений сигнал;

S – багатоканальний електроенцефалографічний сигнал;

$S_i^E(t)$ – епоха електроенцефалографічного сигналу;

w – віконна функція;

x – дискретний сигнал;

X_k – пряме дискретне перетворення Фур'є;

$X_{m,k}$ – віконне перетворення Фур'є;

Δf – частотна роздільна здатність перетворення Фур'є;

Δt – часова роздільна здатність перетворення Фур'є;

Δf_c – частотно-часова роздільна здатність перетворення Вігнера-Вілла;

τ – неперервна змінна часу;

ω – неперервна змінна кутової частоти;

Ω – множина характерних ознак ЕЕГ ритмів та феноменів;

ЕЕГ – електроенцефалографія.

ВСТУП

Електроенцефалографічне дослідження є одним з сучасних методів функціональної діагностики нервової системи людини. Воно використовується для діагностування психічних, невротичних, когнітивних розладів та є одним з головних методів при діагностиці епілепсії.

Аналіз ЕЕГ сигналу – це комплексний процес. Його можна розділити на первинну обробку, пошук та локалізацію й аналіз та класифікацію феноменів. Процес первинної обробки включає в себе видалення шуму; усунення, якщо це можливо, або локалізацію та видалення з аналізу артефактів ЕЕГ сигналу, відокремлення та аналіз ЕЕГ ритмів, побудову частотно-часово-просторової картини сигналу. На наступних кроках проводиться пошук відомих феноменів та унікальних особливостей сигналу. Далі отримані феномени аналізуються та класифікуються згідно обраної математичної моделі сигналу ЕЕГ.

Метою роботи є дослідження методів відокремлення електроенцефалографічних ритмів та виділення високочастотних феноменів.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Електроенцефалографічне дослідження є важливим етапом медичного обстеження пацієнтів з цілим спектром психічних та психологічних захворювань, тому швидка постановка достовірного діагнозу є необхідною умо-

вою вибору напрямку лікування. Аналіз ЕЕГ сигналів є складним процесом через нелінійну нестационарну природу самого сигналу та велику кількість факторів, які впливають на нього під час проведення процедури електроенцефалографічного дослідження. Тому цей процес поділяється на декілька етапів. Одним з таких етапів є аналіз електроенцефалографічних ритмів та феноменів.

Нехай дано S , який можна представити як множину сигналів $S = \{S_i(t)\}$, $i = 1, 2, \dots, 16$, $t \in [t_0; t_{\max}]$.

Позначимо через $S_i^E(t)$ епоху сигналу $S_i(t)$ як деякий його часовий проміжок на інтервалі $t \in [t_{\min}^E, t_{\max}^E]$. Для кожної епохи необхідно побудувати частотно-часове подання на основі перетворення $X_{m,k}$, $P_{PWVD}(k,m)$ та $P_{SPWVD}(k,m)$. Виконати пошук екстремумів функції

спектральної щільності: $\frac{dP_{SPWVD}(\tau, \omega)}{d\tau} = 0$. Необхідно

зіставити отримані значення частот $\omega_i, i = 0, \dots, l-1$ з характерними ознаками ЕЕГ ритмів та феноменів $\Omega = \{[\omega_{j,\min}, \omega_{j,\max}], j = 1, \dots, N\}$. Виконати порівняльний аналіз з результатами віконного перетворення Фур'є.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Аналіз електроенцефалографічних сигналів складається з декількох етапів, одним з яких є аналіз ЕЕГ ритмів сигналу. Поняття ритму було запропоновано на початку розвитку електроенцефалографії для полегшення візуального аналізу ЕЕГ сигналів. Так, один з засновників ЕЕГ дослідження Ганс Бергер, який першим отримав людську електроенцефалограму [1], описав альфа та бета-ритми. У подальшому ЕЕГ ритми були розширені та доповнені Г. Джаспером, В. Волтером [2] та іншими. У сучасній електроенцефалографії ритмічний склад сигналу застосовується у якості одного з критеріїв постановки діагнозу при різноманітних психічних, психоневрологічних порушеннях.

Одним із базових інструментів частотно-часового аналізу ЕЕГ сигналів є перетворення Фур'є. Воно використовується для виділення електроенцефалографічних ритмів [3], під час автоматичної обробки сигналів, детектуванні епілептичних приступів [4], для пошуку сонних веретен [5].

Іншим інструментом частотно-часового аналізу сигналів є перетворення Вігнера-Вілла, яке дозволяє покращити пошук локальних екстремумів енергії за рахунок кращої частотно-часової роздільної здатності [6], [7], [8]. Під час ЕЕГ аналізу перетворення Вігнера-Вілла використовується для детектування епілептичних випадків [9] та пошуку особливостей електроенцефалографічних сигналів [10].

3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Сигнал ЕЕГ фіксується за допомогою зовнішніх або внутрішніх електродів, розташованих на скальпі пацієнта. Сучасні електроенцефалографи дозволяють реєструвати від 12 до 128 каналів.

Найбільш розповсюдженою схемою розташування електродів є міжнародна схема «10–20», вперше запро-

понована Г. Г. Джаспером [11]. Місця розташування електродів розраховуються у процентному відношенні до кісних орієнтирів черепа. Замиряються дві основні відстані: від перенісся до потиличного бугра, виміряна через верхівку, та між слуховими проходами, яка проходить через середину першої відстані. Ці відстані приймаються за 100%. Перші електроди встановлюють на відстані 10% від потиличного бугра, наступні через 20% попереду потиличних і так далі, до лобових полюсних електродів, які розташовані на відстані 10% від перенісся. Друга відстань розподіляється аналогічно першій: на відстані 10% догори від слухових проходів розташовують скроневі електроди, через 20% центральні, на середній лінії черепа встановлюють центральні (рис. 1).

Під час ЕЕГ дослідження фіксується різниця електричних потенціалів розташованих на черепі електродів. Сам сигнал ЕЕГ представляє собою складний нелінійний нестационарний процес. Через це аналіз ЕЕГ сигналу є непростю математичною проблемою.

Процес дослідження ЕЕГ сигналу ускладнюється наявністю різноманітних артефактів. Вони можуть бути фізичними (неякісний контакт електродів, електричні та електромагнітні завади) або фізіологічними (окулярні та ковтальні рухи, м'язова та серцева активність, та інші). Тому пошук цих артефактів є важливою частиною обробки сигналу ЕЕГ.

При частотно-часовому аналізі ЕЕГ сигналу використовується поняття ЕЕГ ритму. Кожен ритм має характерний амплітудно-частотний діапазон та відповідає деякому стану мозку людини. Так, альфа-ритм має частоту 8–12 Гц та амплітуду до 100 мкВ. Він максимально виражений в потиличних відділах та реєструється у більшості здорових людей. Альфа-ритм досягає максимальної амплітуди у стані покою, особливо при заплющених очах. У більшості випадків виникають модуляції, які утворюють веретена тривалістю 2–8 сек. Амплітуда альфа-ритму зменшується при концентрації уваги, розумової активності та занепокоєнні.

Бета-ритм має частоту 12,5–30 Гц та амплітуду до 15 мкВ. Деякі дослідники поділяють бета-ритм на декілька складових за їх частотними діапазонами. Бета-ритм найкраще реєструється в області передніх центральних звивин та пов'язаний з соматичними та сенсорними механізмами, зі збільшенням концентрації уваги та вирішенні конкретних задач. Мю-ритм, який має частоту 8–

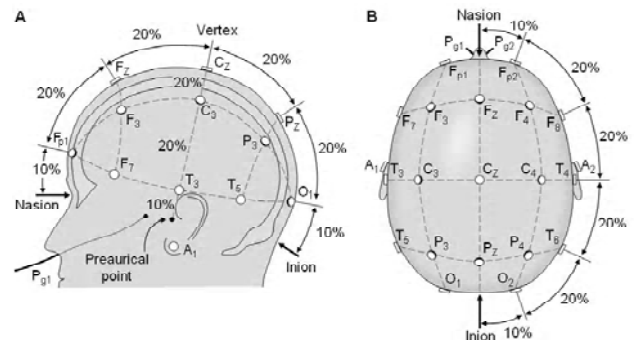


Рисунок 1 – Міжнародна схема «10–20» (Bioelectromagnetism. Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetic Fields 1995)

13 Гц [12] та амплітуду до 50 мкВ, реєструється у деяких пацієнтів у центральній та центрально-скроневій області.

Тета-ритм має частоту 4–8 Гц з амплітудою, яка перевищує 25 мкВ та може досягати 300 мкВ і більше. Тета-ритм зростає під час сну; допускається у невеликій кількості та з амплітудою не більше альфа-ритму у здорової активної людини, що вказує на зниження рівня функціональної активності мозку, а в інших випадках вважається патологією. Тета-ритм виникає під час емоціональних розладів, зокрема розчарування. Для дельта-активності характерна частота 0,5–3 Гц та амплітуда, яка може перевищувати 25 мкВ. Спостерігається під час пробудження, у фазі глибокого сну та при патологічних змінах у роботі мозку.

Відокремлення та класифікація ритмів є важливим кроком у аналізі ЕЕГ сигналу. Крім ритмів, велике значення мають феномени – характерні особливості сигналу. Одним з класів феноменів є епілептиформна активність. До неї відносяться спайки, гострі хвилі, поліспайки, комплексні спайк-хвиля та гостра хвиля-повільна хвиля.

Спайк – це пароксизмальний феномен, який має загострену форму та поверхньо-негативну полярність, тривалістю до 70 мс та амплітудою значно вищою, ніж фоновая активність. При тривалості від 70 мс до 200 мс такий феномен називають гострою хвилею. Спайк-хвиля – це комплекс спайка та повільної хвилі. Ці феномени зазвичай відбуваються серією. При зростанні тривалості спайк-хвиля перетворюється у феномен гостра хвиля-повільна хвиля.

Епілептиформна активність відзначає наявність специфічних процесів у мозку людини та є важливим критерієм під час діагностики та дослідження епілепсії.

Одним з інструментів обробки ЕЕГ сигналів є частотно-часові перетворення. Традиційною основою частотно-часових перетворень на даний час є перетворення Фур'є, яке розкладає сигнал на прості коливання та дає можливість отримати його спектр.

Пряме дискретне перетворення Фур'є задається наступним чином:

$$X_k = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} x_n e^{-i2\pi kn/M}, k = 0, 1, \dots, M-1.$$

Воно дозволяє дослідити частотні складові сигналу, але не частотно-часову локалізацію. Через це його використання для аналізу сигналів ЕЕГ є досить обмеженим.

Для отримання частотно-часової локалізації використовується віконне перетворення Фур'є:

$$X_{m,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n w_{n-m} e^{-i2\pi kn/M}, k = 0, 1, \dots, M-1.$$

У якості віконної функції можуть бути використані функції Хемінга, Гауса, Хана та інші.

Результатом віконного перетворення є спектрограма. При цьому від розміру віконної функції залежить частотна та часова роздільна здатність спектру: якщо зменшувати вікно, часова роздільна здатність збільшуватиметься, а частотна – зменшуватиметься; та навпаки, якщо збільшувати

ширину вікна, часова роздільна здатність буде зменшуватися, а частотна – збільшуватися (рис. 2). У цьому полягає основний недолік віконного перетворення Фур'є.

Для усунення недоліків віконного перетворення Фур'є та покращення частотно-часової роздільної здатності розглянемо перетворення Вігнера-Вілла, яке належить до класу квадратичних перетворень Коена. Перетворення вперше було представлено Ю. Вігнером у роботі [13], яка була присвячена квантовій термодинаміці, у 1932 р. та використав Дж. Віллем для аналізу сигналів [14] у 1948 році. Неперервне перетворення Вігнера-Вілла для досліджуваного сигналу $s(t)$ має наступний вигляд [15]:

$$P(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt.$$

Дискретне перетворення Вігнера-Вілла задається наступним виразом:

$$P[k, m] = \sum_{n=0}^{N-1} s[k+n] \cdot s^*[k-n] \cdot e^{-j\frac{4\pi n m}{N}}, k = 0, 1, \dots, N, m = 0, 1, \dots, N.$$

Результатом перетворення буде функція $P[k, m]$, яка може мати як додатні, так від'ємні значення, що додає деяких проблем у означенні її як функції спектральної щільності [6].

Перетворення Вігнера-Вілла має кращу частотно-часову роздільну здатність, ніж віконне перетворення Фур'є. Це є важливою перевагою при аналізі нелінійних нестационарних сигналів. Основним недоліком перетворення Вігнера-Вілла під час аналізу складних багатокомпонентних сигналів є поява інтерференційних складових. Для сигналу з двох складових перетворення має такий вигляд [16]:

$$P_{s_1+s_2}(\tau, \omega) = P_{s_1}(\tau, \omega) + P_{s_2}(\tau, \omega) + 2\Re\{P_{s_1, s_2}(\tau, \omega)\},$$

$$\text{де } P_{s_1, s_2}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot s_2\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt.$$

Аналогічно можна отримати перетворення Вігнера-Вілла для сигналу з N компонент. Через появу інтерференційних складових перетворення Вігнера-Вілла складно використовувати для аналізу багатокомпонентних сигналів. Одним з методів зменшення інтенсивності інтерференційних складових є використання спектральних віконних функцій. Такими перетвореннями є псевдо-перетворен-

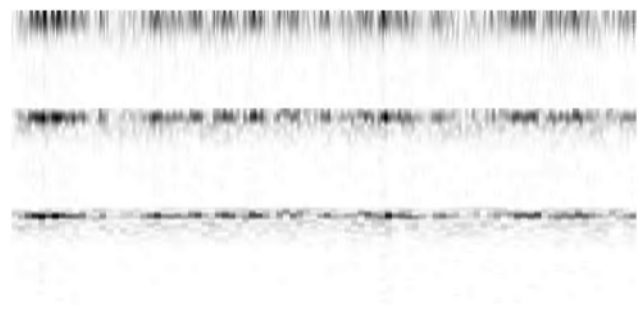


Рисунок 2 – Віконне перетворення Фур'є фільтрованого сигналу ЕЕГ (відгалуження F3, 15 с, використана віконна функція Хемінга шириною 16, 32 та 64 відліків)

ня Вігнера-Вілла, яке задається наступним виразом [17]:

$$P_{PWVD}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt,$$

та згладжене псевдо-перетворення Вігнера-Вілла:

$$P_{SPWVD}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \int_{-\infty}^{\infty} g(x - \tau) \cdot s\left(x + \frac{t}{2}\right) \cdot s^*\left(x - \frac{t}{2}\right) dx \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Ці перетворення мають меншу частотно-часову роздільну здатність, ніж перетворення Вігнера-Вілла, але завдяки зменшенню інтенсивності інтерференційних складових дискретні перетворення $P_{PWVD}(k, m)$ та $P_{SPWVD}(k, m)$ можна використовувати для аналізу складних нелінійних нестационарних сигналів, таких як EEG сигнали, наприклад, для аналізу епілептиформної пароксизмальної активності.

Згідно з принципом невизначеності, частотно-часова роздільна здатність віконного перетворення Фур'є обмежена $\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}$. Для перетворення Вігнера-Вілла

має місце інша оцінка: $\Delta f \geq \frac{1}{2\pi}$ [18]. Таким чином, перетворення Вігнера-Вілла має кращу частотно-часову роздільну здатність, ніж віконне перетворення Фур'є.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

У даній роботі псевдо-перетворення Вігнера-Вілла та його згладжений варіант було використано для аналізу EEG ритмів та пошуку спайків. Чисельний експеримент був проведений на наборі тестових сигналів – епох EEG сигналів з різними феноменами: спайками та іншими формами епілептиформної активності. Тестові сигнали були отримані за допомогою електроенцефалографа Tredex «Експерт-16». До кожного тестового сигналу було застосовано віконне перетворення Фур'є, псевдо-перетворення Вігнера-Вілла та його згладжений варіант. Зі спектрів тестових сигналів були виділені екстремуми, які визначили переважаючі ритми, та проведено пошук епілептиформної активності.

Чисельний експеримент проводився в обчислювальному середовищі Matlab. У якості віконного перетворення Фур'є була обрана вбудована функція spectrogram з пакету Signal Processing Toolbox з віконною функцією Хемінга шириною 16, 32 та 64 відліків. Для побудови функції спектральної щільності псевдо-перетворення Вігнера-Вілла та згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла були використані функції tfrpwv та tfrspwv відповідно. Параметр частотної роздільної здатності N дорівнює 256. Ці функції є частиною програмного пакету Time-Frequency Toolbox. Пошук екстремумів функції спектральної щільності було реалізовано з використанням стандартних функцій обчислювального середовища.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Тестові сигнали та їх функції спектральної щільності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла подані на рис. 3 та рис. 4. Темні ділянки частотно-часового представлення відповідають максимальним значенням енергії сигналу.

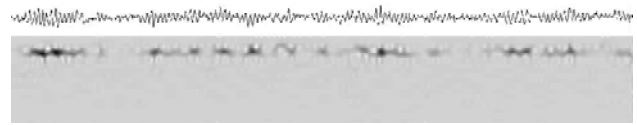


Рисунок 3 – EEG сигнал та частотно-часове подання фільтрованого сигналу, отримане згладженим псевдо-перетворенням Вігнера-Вілла. Переважання альфа-ритму у відгалуженні F3

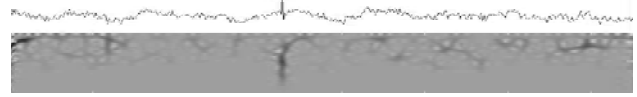


Рисунок 4 – EEG сигнал та частотно-часове подання фільтрованого сигналу, отримане згладженим псевдо-перетворенням Вігнера-Вілла. Спайк під час фотостимуляції 10 Гц у відгалуженні T3

6 ОБГОВОРЕННЯ

Тестовий сигнал (рис. 3) являє собою епоху довжиною 15 секунд, отриману з відгалуження F3 у стані спокою. Ця епоха характеризується наявністю альфа-ритму, що підтверджується аналізом частотно-часового представлення: максимуми функції спектральної щільності знаходяться у діапазоні 8–12 Гц. Результатом застосованих перетворень є матриця функції спектральної щільності розмірністю 129x186 відліків для віконного перетворення Фур'є та 128x3000 для згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла. Отримане частотно-часове представлення має набагато кращу частотно-часову роздільну здатність, ніж спектр віконного перетворення Фур'є (рис. 2), що дозволяє більш точно локалізувати EEG ритм у часі.

Тестовий сигнал (рис. 4) являє собою епоху довжиною 7,5 секунд, отриману з відгалуження T3 під час фотостимуляції 10 Гц, яка містить спайк. Через те, що псевдо-перетворення Вігнера-Вілла є чутливим до локальних особливостей сигналу, частотно-часове представлення епохи містить характерний високочастотний максимум функції спектральної щільності, що відповідає частотно-часовій характеристиці спайку. При цьому частотно-часова роздільна здатність отриманої функції спектральної щільності дозволяє локалізувати феномен у часі з точністю більшою, ніж у віконного перетворення Фур'є: використання псевдо-перетворення Вігнера-Вілла дозволяє локалізувати спайк у часовому околі у 10 відліків, а при використанні віконного перетворення Фур'є – тільки у часовому околі у 64 відліки. Це надає перевагу використанню псевдо-перетворення Вігнера-Вілла для пошуку та класифікації епілептиформної активності.

ВИСНОВКИ

У роботі розглянуті переваги та недоліки віконного перетворення Фур'є та псевдо-перетворення Вігнера-Вілла як методів частотно-часового аналізу EEG сигналів; описані EEG ритми і деякі феномени та їх частотно-часові характеристики. Був проведений обчислювальний експеримент по використанню псевдо-перетворення Вігнера-Вілла для аналізу ритмів EEG сигналів та пошуку епілептиформної активності.

У роботі вирішено актуальну задачу аналізу EEG сигналів, а саме відокремлення електроенцефалографічних ритмів та виділення високочастотних феноменів.

Наукова новизна роботи полягає у тому, що використання згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла для аналізу ЕЕГ сигналів отримало подальший розвиток.

Перетворення Вігнера-Вілла є перспективним інструментом частотно-часового аналізу таких складних нелінійних нестационарних сигналів, як сигнали ЕЕГ. Воно має кращу часову та частотну роздільну здатність, ніж віконне перетворення Фур'є, що дозволяє проводити відокремлення ЕЕГ ритмів та аналіз локальних особливостей сигналу, наприклад епілептиформної пароксизмальної активності.

В той же час недоліками перетворення Вігнера-Вілла є поява інтерференційних складових та велика обчислювальна складність. Перша проблема частково вирішується використанням псевдо-перетворення Вігнера-Вілла, його згладженого варіанту та інших схем заглушення інтерференцій. Друга проблема вирішується використанням модифікованих розрахункових схем [19] та стає менш актуальною зі зростанням обчислювальних потужностей сучасних комп'ютерних комплексів.

Практична цінність отриманих результатів полягає у тому, що розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє проводити аналіз ритмів та феноменів, як одного з етапів дослідження електроенцефалографічних сигналів.

Перспективи подальших досліджень полягають у аналізі впливу ЕЕГ артефактів на частотно-часове представлення сигналу, їх детектуванні та локалізації, дослідженні методик зменшення обчислювальної складності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла та пошуку оптимальних параметрів віконних функцій.

ПОДЯКИ

Роботу виконано в рамках науково-дослідної роботи № 229 «Дослідження деяких класів крайових задач диференційних рівнянь, їх апроксимації та методів обробки зображень» кафедри обчислювальної математики Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Collura F. T. History and Evolution of Electroencephalographic Instruments and Techniques / F. T. Collura // *Journal of Clinical Neurophysiology*. – 1993. – № 10 (4). – P. 476–504.
2. Sanei S. EEG signal processing / S. Sanei, J. Chambers. – Chichester : John Wiley & Sons Ltd, 2007. – 312 p.
3. Juozapavicius A. EEG analysis – automatic spike detection / A. Juozapavicius, G. Bacevicius, D. Bugelskis, R. Samaitiene // *Nonlinear Analysis : Modelling and Control*. – 2011. – Vol. 16, № 4. – P. 375–386.
4. Tzallas A. T. Epileptic Seizure Detection in EEGs Using Time-Frequency Analysis / A. T. Tzallas, M. G. Tsipouras, D. I. Fotiadis // *IEEE Transactions On Information Technology In Biomedicine*. – 2009. – Vol. 13, № 5. – P. 703–710.
5. Costaab J. Sleep Spindles Detection : a Mixed Method using STFT and WMSD / J. Costaab, M. Ortigueirab, A. Batistab, T. Paiva // *International Journal of Bioelectromagnetism*. – 2012. – Vol. 14, № 4. – P. 229–233.
6. Вишневецкий О. В. Вигнер-анализ в задачах космической радиофизики / О. В. Вишневецкий, О. В. Лазоренко // *Вісник Харківського національного університету. Серія «Радіофізика та електроніка»*. – 2010. – № 927, Вип. 16. – С. 89–95.
7. Лупов С. Ю. Модификация преобразования Вигнера-Вилля для анализа интерферометрических данных газодинамических процессов / С. Ю. Лупов, В. И. Кривошеев // *Вестник Нижегородского университета*. – 2011. – № 5 (3). – С. 95–103.
8. Вишневецкий О. В. Анализ нелинейных волновых процессов при помощи преобразования Вигнера / О. В. Вишневецкий, О. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 2007. – Т. 12, № 3. – С. 295–310.
9. Mohseni H. R. Automatic Detection of Epileptic Seizure using Time-Frequency Distributions / H. R. Mohseni, A. Maghsoudi, M. H. Kadbi, J. Hashemi, A. Ashourvan // *Conference Paper : Advances in Medical, Signal and Information Processing*. – Tehran : Sharif University of Technology, 2006. – Access mode : http://www.researchgate.net/publication/4251960_Automatc_Detection_of_Epileptic_Seizure_using_Time-Frequency_Distributions
10. Guerrero-Mosquera C. New feature extraction approach for epileptic EEG signal detection using time-frequency distributions / C. Guerrero-Mosquera, A. Malanda Trigueros, J. I. Franco, Á. Navia-Vázquez // *Medical & Biological Engineering & Computing*. – April 2010. – Vol. 48 (4). – P. 321–330.
11. Jasper H. H. The ten-twenty electrode system of the International Federation / H. H. Jasper // *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*. – 1958. – Vol. 10. – P. 371–375.
12. Niedermeyer E. The Normal EEG of the Waking Adult / E. Niedermeyer, F. Lopes da Silva // *Electroencephalography : Basic Principles, Clinical Applications and Related Fields*. – Baltimore : Lippincott Williams & Wilkins, 1999. – P. 149–173.
13. Wigner E. P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium / E. P. Wigner // *Physical Review*. – 1932. – Vol. 40. – P. 749–759.
14. Ville J. Théorie et applications de la notion de signal analytique / J. Ville // *Cables et Transmission*. – 1948. – Vol. 2 A. – P. 61–74.
15. Jeon J.-J. Pseudo Wigner-Ville distribution, computer program and its applications to time-frequency domain problems / J. J. Jeon, Y. S. Shin. – Monterey, California : Naval postgraduate school, 1993. – 80 p.
16. Debnath L. Recent developments in the Wigner-Ville distribution and time-frequency signal analysis / L. Debnath // *Proceedings of the Indian National Science Academy : Physical Sciences*. – 2002. – Vol. 68 A, № 1. – P. 35–56.
17. Лазоренко О. В. Системный спектральный анализ сигналов: теоретические основы и практические применения / О. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 2007. – Т. 12. – № 2. – С. 162–181.
18. Oliveira P. M., Barroso V. Uncertainty In Time-Frequency Analysis / P. M. Oliveira, V. Barroso // *Time-Frequency Signal Analysis and Processing : A comprehensive reference* / Ed. by B. Boashash. – Oxford, UK : Elsevier, 2003. – Chapter 4.4 – P. 114–121.
19. O'Toole J. A discrete time and frequency Wigner-Ville distribution: properties and implementation / J. O'Toole, M. Mesbah, B. Boashash // *Proceedings of the 8th International Symposium on DSP and Communication Systems, DSPCS'2005, 19–21 December, 2005*. – Access mode : http://qspace.qu.edu.qa/bitstream/handle/10576/10818/Boashash-OToole-et-al_2005_OZ_DSPCS_2005_discrete-t-f-WVD.pdf?sequence=1

Стаття надійшла до редакції 06.10.2014.

Після доробки 17.11.2014.

Савков А. А.¹, Мороз В. В.²

¹Аспирант кафедри вычислительной математики Одесского национального университета им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина

²Канд. техн. наук, профессор кафедры вычислительной математики Одесского национального университета им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина

АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАФІЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПСЕВДО-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВИГНЕРА-ВИЛЛА

Рассмотрена задача выделения электроэнцефалографических ритмов и поиска эпилептиформной активности. Объектом исследования является процесс выделения электроэнцефалографических феноменов. Предмет исследования составляют методы частотно-временного анализа электроэнцефалографических сигналов.

Цель работы заключается в повышении точности диагностирования психических, психо-соматических, невротических и когнитивных расстройств. Проведен обзор процесса электроэнцефалографического исследования и ЭЭГ артефактов. Рассмотрены виды ЭЭГ ритмов и феноменов, которые имеют специфические частотно-временные характеристики. Предложен метод выделения электроэнцефалографических феноменов на основе анализа экстремумов функции спектральной плотности сглаженного псевдо-преобразования Вигнера-Вилла. Проведено сравнение предложенного метода с оконным преобразованием Фурье. В качестве критерия оценки анализируемых методов было выбрано частотно-временное разрешение полученных функций спектральной плотности. Проведен вычислительный эксперимент на наборе эпох ЭЭГ сигналов, которые содержат высокочастотные феномены. Разработано программное обеспечение, автоматизирующее процесс исследования ЭЭГ сигналов и визуализацию полученных результатов.

Результаты экспериментов показывают преимущества данного подхода в частотно-временной разрешающей способности над оконным преобразованием Фурье и позволяют рекомендовать предложенный метод к практическому применению для отделения ЭЭГ ритмов и выделения высокочастотных феноменов.

Ключевые слова: ЭЭГ сигнал, частотно-временной анализ, оконное преобразование Фурье, преобразование Вигнера-Вилла.

Savkov O. O.¹, Moroz V. V.²

¹Post-graduate Student of Computational Mathematics Department of I. I. Mechnikov Odessa National University, Ukraine

²PhD, Associate Professor of Computational Mathematics Department of I. I. Mechnikov Odessa National University, Ukraine

EEG SIGNAL ANALYSIS BASED ON PSEUDO WIGNER-VILLE DISTRIBUTION

The problem of selection of electroencephalographic rhythms and epileptiform activity search was investigated. The object of study is the process of extracting the EEG phenomena. The subject of study is time-frequency analysis methods of EEG signals.

The purpose of the work is to improve the accuracy of diagnosis of psychological, psycho-somatic, neurotic and cognitive disorders. A review of electroencephalographic process and EEG artifacts was given. Types of EEG rhythms and phenomena, that have specific time-frequency characteristics, were considered. A method for electroencephalographic phenomena selection that is based on the extreme values analysis of spectral density function of smoothed pseudo Wigner-Ville distribution was proposed. Proposed method was compared with the short-time Fourier transform. As a quality criteria for analyzed methods was chosen the time-frequency resolution of obtained spectral density functions. Computational experiments on EEG epochs set that contains high-frequency phenomena were made. Software that automates EEG analysis process and builds results visualization was developed.

The experimental results show the advantages of this approach in the time-frequency resolution compared with short-time Fourier transform, and allow to recommend the proposed method for practical use for EEG rhythms separation and high-frequency phenomena selection.

Keywords: EEG signal, time-frequency analysis, short-time Fourier transform, Wigner-Ville distribution.

REFERENCES

- Collura F. T. History and Evolution of Electroencephalographic Instruments and Techniques, *Journal of Clinical Neurophysiology*, 1993, No. 10 (4), pp. 476–504.
- Sanei S., Chambers J. EEG signal processing. Chichester : John Wiley & Sons Ltd, 2007, 312 p.
- Juozapavicius A., Bacevicius G., Bugelskis D., Samaitiene R. Juozapavicius A. EEG analysis – automatic spike detection, *Nonlinear Analysis : Modelling and Control*, 2011, Vol. 16, No. 4, pp. 375–386.
- Tzallas A. T., Tsipouras M. G., Fotiadis D. I. Epileptic Seizure Detection in EEGs Using Time-Frequency Analysis, *IEEE Transactions On Information Technology In Biomedicine*, 2009, Vol. 13, No. 5, pp. 703–710.
- Costaab J., Ortigueirab M., Batistab A., Paiva T. Sleep Spindles Detection : a Mixed Method using STFT and WMSD, *International Journal of Bioelectromagnetism*, 2012, Vol. 14, No. 4, pp. 229–233.
- Vyshnyveckyj O. V., Lazorenko O. V. Vygner-analiz v zadachah kosmycheskoj radyofyzyky, *Visnyk Harkivs'kogo nacional'nogo universytetu. Serija «Radiofizyka ta elektronika»*, 2010, No. 927, vyp. 16, pp. 89–95.
- Lupov S. Ju., Kryvosheev V. Y. Modyfikacija preobrazovanyja Vygnera-Vylja dlja analiza ynterferometrycheskyh dannyx gazodynamycheskyh processov, *Vestnyk Nyzhegorodskogo unyversyteta*, 2011, No. 5 (3), pp. 95–103.
- Vishneveckij O. V., Lazorenko O. V., Chernogor L. F. Analiz nelinejnyx volnovyx processov pri pomoshhi preobrazovaniya Vignera, *Radiofizika i radioastronomiya*, 2007, Vol. 12, No. 3, pp. 295–310.
- Mohseni H. R., Maghsoudi A., Kadbi M. H., Hashemi J., Ashourvan A. Automatic Detection of Epileptic Seizure using Time-Frequency Distributions, *Advances in Medical, Signal and Information Processing*. Tehran, Sharif University of Technology, 2006. – Access mode: http://www.researchgate.net/publication/4251960_Automatic_Detection_of_Epileptic_Seizure_using_Time-Frequency_Distributions
- Guerrero-Mosquera C., Malanda Trigueros A., Franco J. I., Navia-Vázquez Á. New feature extraction approach for epileptic EEG signal detection using time-frequency distributions, *Medical & Biological Engineering & Computing*, April 2010, Vol. 48 (4), pp. 321–330.
- Jasper H. H. The ten-twenty electrode system of the International Federation, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 1958, Vol. 10, pp. 371–375.
- Niedermeyer E., Lopes da Silva F. The Normal EEG of the Waking Adult, *Electroencephalography : Basic Principles, Clinical Applications and Related Fields*. Baltimore, Lippincott Williams & Wilkins, 1999, pp. 149–173.
- Wigner E. P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium, *Physical Review*, 1932, Vol. 40, pp. 749–759.
- Ville J. Théorie et applications de la notion de signal analytique, *Cables et Transmission*, 1948, Vol. 2 A, pp. 61–74.
- Jeon J.-J., Shin Y. S. Pseudo Wigner-Ville distribution, computer program and its applications to time-frequency domain problems. Monterey, California, Naval postgraduate school, 1993, 80 p.
- Debnath L. Recent developments in the Wigner-Ville distribution and time-frequency signal analysis, *Proceedings of the Indian National Science Academy : Physical Sciences*, 2002, Vol. 68 A, No. 1, pp. 35–56.
- Lazorenko O. V., Chernogor L. F. Sistemyj spektral'nyj analiz signalov: teoreticheskie osnovy i prakticheskie primeneniya, *Radiofizika i radioastronomiya*, 2007. Vol. 12, No. 2, pp. 162–181.
- Oliveira P. M., Barroso V. Ed. by B. Boashash Uncertainty In Time-Frequency Analysis, *Time-Frequency Signal Analysis and Processing : A comprehensive reference*. Oxford, UK, Elsevier, 2003, Chapter 4.4, pp. 114–121.
- O'Toole J., Mesbah M., Boashash B. A discrete time and frequency Wigner-Ville distribution: Properties and implementation, *Proceedings of the 8th International Symposium on DSP and Communication Systems*, DSPCS'2005. Dec. 19–21, 2005. Access mode : http://qspace.qu.edu.qa/bitstream/handle/10576/10818/Boashash-OToole-et-al_2005_OZ_DSPCS_2005_discrete-t-f-WVD.pdf?sequence=1

НЕЙРОИНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 004.912:004.8

Бодянский Е. В.¹, Рябова Н. В.², Золотухин О. В.³

¹Д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина

²Канд. техн. наук, доцент, и.о. зав. кафедрой искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина

³Ассистент кафедры искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина

МНОГОСЛОЙНАЯ АДАПТИВНАЯ НЕЧЕТКАЯ ВЕРОЯТНОСТНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ В ЗАДАЧАХ КЛАССИФИКАЦИИ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ

Рассмотрена задача классификации текстовых документов на основе нечеткой вероятностной нейронной сети в режиме реального времени. В массиве текстовых документов может быть выделено различное количество классов, к которым могут относиться данные документы. При этом предполагается, что данные классы могут иметь в n -мерном пространстве различную форму и взаимно перекрываться. Предложена архитектура многослойной адаптивной нечеткой вероятностной нейронной сети, которая позволяет решать задачу классификации в последовательном режиме по мере поступления новых данных. Предложен алгоритм обучения многослойной адаптивной нечеткой вероятностной нейронной сети, а также решена задача классификации на основе предложенной архитектуры в условиях пересекающихся классов, что позволяет относить один экземпляр текстового документа к разным классам с различной степенью вероятности. Архитектура классифицирующей нейронной сети отличается простотой численной реализацией и высокой скоростью обучения, и предназначена для обработки больших массивов данных, характеризующихся векторами признаков высокой размерности. Предлагаемая нейронная сеть и метод ее обучения предназначены для работы в условиях пересекающихся классов, отличающихся как формой, так и размерами.

Ключевые слова: классификация, адаптивная нечеткая вероятностная нейронная сеть, пересекающиеся классы, нейроны в точках данных.

НОМЕНКЛАТУРА

AFPNN – Adaptive Fuzzy Probabilistic Neural Network;

EPNN – Enhanced Probabilistic Neural Network;

FLVQ – Fuzzy LVQ;

FPNN – Fuzzy Probabilistic Neural Network;

PNN – Probabilistic Neural Network;

WTA – Winner Take All;

c_j – среднее арифметическое;

\tilde{N} – количество нейронов в скрытом слое;

$w_l(N)$ – обучающая выборка;

η – параметр шага обучения;

D – евклидово расстояние (метрика);

j – нейрон-победитель;

j^* – индекс прототипа-победителя;

k – номер наблюдения;

l – ширина активационной функции;

m – число возможных классов;

N – объем обучающей выборки;

n – размерность векторов;

N_X – количество векторов, относящихся к классу X ;

$o_l^{[i]}$ – выходной сигнал скрытого слоя;

P – априорная вероятность;

p – относительная частота появления образов;

$p(x)$ – функция плотности вероятностей;

q^* – нейрон-победитель внутри блока;

u_p – уровень принадлежности;

w_{li} – синаптический вес;

w_l^T – транспонированный вектор синаптических весов;

$x(k, j)$ – сигнал вектора-образа, который участвовал в классификации;

$x_i(k, j)$ – сигнал вектора-образа, с известной классификацией;

$x_i(l)$ – синаптические веса в скалярной форме;

$x(k)$ – n -мерный вектор признаков с номером классифицируемого образа k ;

σ – параметр ширины активационной функции.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день классификация текста считается достаточно сложной проблемой. Классификация текста является деятельностью, которая становится все более значимой в наши дни. Это обусловлено огромным объемом доступной информации и проблемой поиска информации. К тому же большинство используемых баз данных являются политематическими с большим количеством категорий, которые превращают задачу классификации текста в более сложную.

Возникли новые проблемы, среди которых наиболее острой является информационная перегруженность и, как следствие, необходимость классификации последовательно поступающих документов в режиме реального времени. Эта задача весьма актуальна, например, для информационных агентств, разнообразных Интернет-издательств, которые должны постоянно классифицировать поток поступающих текстовых документов, в том числе новостных сообщений, аналитических обзоров, дайджестов, статей, докладов и т.п. При этом документы, подлежащие классификации, как правило, характеризуются разнородностью (политематичностью), т.е. затрагивают сразу несколько тем, как весьма различных, так и очень близких.

On-line классификация такого рода текстовых документов не является тривиальной задачей, поскольку в небольшом фрагменте текста может содержаться весьма ценная информация, и отнесение к соответствующему классу нельзя игнорировать, а близко расположенные классы могут пересекаться и/или сливаться. Поэтому желательно учесть принадлежность анализируемого документа к каждому из потенциально интересующих пользователя классов.

В то же время большинство известных методов классификации относят текстовый документ к одному из четко различимых классов. Отсутствие возможности получить наиболее актуальную и полную информацию по конкретной теме делает бесполезной большую часть накопленных ресурсов. Поскольку исследование конкретной задачи требует все больших трудозатрат на непосредственный поиск и анализ информации по теме, многие решения принимаются на основе неполного представления о проблеме.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть задан массив, содержащий N текстовых документов, описываемых n -мерными векторами-признаками, при этом часть документов является классифицируемыми, а часть нет. Предполагается также априорно, что в массиве может быть выделено m различных классов, к которым могут относиться данные документы. При этом предполагается также, что данные классы могут иметь в m -мерном пространстве различную форму и взаимно перекрываться. Необходимо создать классифицирующую

нейро-фаззи систему, которая позволит произвести простой и эффективный метод классификации при условии взаимно перекрывающихся классов и предложить архитектуру классифицирующей нечеткой вероятностной сети, которая позволит разбивать подающие на обработку документы как с точки зрения Байесовской, так и нечеткой классификации одновременно. Сеть должна быть простой в реализации и пригодной для обработки поступающих наблюдений в последовательном online режиме.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Достаточно эффективным средством для решения задачи классификации текстовых документов являются вероятностные нейронные сети, введенные Д. Ф. Шпехтом [1], обучение которых производится по принципу «нейроны в точках данных», что делает его крайне простым и быстрым. В [2–4] были введены модификации PNN, предназначенные для обработки текстовой информации и отличающиеся наличием элементов конкуренции в процессе обучения и возможностью коррекции рецепторных полей ядерных активационных функций. В [5–7] были введены нечеткие модификации вероятностных сетей, в том числе и для обработки текстов [8], позволяющие решать задачу классификации в условиях пересекающихся классов. Вместе с тем, использование PNN и FPNN в задачах обработки текстов усложняется в случаях, когда объемы анализируемой информации велики, а векторы признаков (образы) имеют достаточно высокую размерность. Это затруднение объясняется тем, что как в PNN, так и в других нейронных сетях, обучаемых по принципу «нейроны в точках данных» [9], количество нейронов первого скрытого слоя (слоя образов) определяется числом векторов-образов обучающей выборки N , что, естественно, приводит к снижению скорости действия и требует хранения всех данных, использованных в процессе обучения сети, что естественно затрудняет работу в on-line режиме. Для преодоления этого недостатка в [10] была предложена улучшенная вероятностная нейронная сеть, где первый скрытый слой образован не образами, а прототипами классов, вычисленных с помощью обычного K -среднего (НСМ) в пакетном режиме. Поскольку в задачах классификации число возможных классов m обычно существенно меньше объема обучающей выборки N , EPNN гораздо лучше приспособлена для решения реальных задач, чем стандартная PNN.

Вместе с тем, можно отметить такие основные недостатки EPNN, как возможность обучения только в пакетном режиме, когда обучающая выборка задана заранее, и четкий результат классификации (отнесение предъявляемого образа только к одному классу), в то время как при обработке текстовых документов достаточно часто возникает ситуация, когда анализируемый текст с различными уровнями принадлежности может одновременно относиться сразу к нескольким, возможно пересекающимся классам. В связи с этим в [11] была предложена нечеткая вероятностная сеть, где в первом скрытом слое производится адаптивное уточнение прототипов с помощью WTA-правила обучения Т. Кохонена [12], а выходной слой оценивает уровни принадлежности посту-

пающих на обработку образов к тем или иным классам с помощью процедуры нечетких C -средних (FCM) [13]. Такая сеть содержит минимально возможное количество нейронов, равное числу классов и потому характеризуется высоким быстродействием. Вместе с тем же сеть не учитывает ни размеры классов, ни частоту появления образов в каждом из этих классов, что естественно ограничивает ее возможности при обработке данных, чьи прототипы удалены друг от друга на различное расстояние, которые к тому же может изменяться с течением времени.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Классические вероятностные нейронные сети Д. Ф. Шпехта предназначены для решения задач байесовской классификации (распознавания образов на основе байесовского подхода), состоящего в том, что класс с наиболее плотным распределением в области неклассифицированного предъявляемого образа $x(k)$ будет иметь преимущество по сравнению с другими классами. Также будет иметь преимущество и класс с высокой априорной вероятностью. Так, для трех возможных классов A , B и C в соответствии с байесовским правилом выбирается класс A , если $P_A P_A(x) > P_B P_B(x)$ AND $P_A P_A(x) > P_C P_C(x)$.

Стандартная PNN состоит из входного (рецепторного) слоя, первого скрытого, именуемого слоем образов, второго скрытого, называемого слоем суммирования, и выходного слоя, образованного компаратором, выделяющим максимальное значение на выходе второго скрытого слоя.

Исходной информацией для синтеза сети является обучающая выборка образов, образованная «пакетом» n -мерных векторов $x(1), x(2), \dots, x(k), \dots, x(N)$ с известной классификацией. Предполагается также, что N_A векторов относятся к классу A , N_B к классу B и N_C к классу C , т.е. $N_A + N_B + N_C = N$, а априорные вероятности могут быть рассчитаны с помощью элементарных соотношений:

$$P_A = \frac{N_A}{N}, P_B = \frac{N_B}{N}, P_C = \frac{N_C}{N}, P_A + P_B + P_C = 1.$$

Количество нейронов в слое образов сети Шпехта равно N (по одному нейрону на каждый образ), а их синаптические веса определяются значениями компонент этих образов по принципу «нейроны в точках данных» так, что $w_{li} = x_i(l), i = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, N$, или в векторной форме $w_l = x(l) = (x_1(l), x_2(l), \dots, x_n(l))^T$.

Очевидно, что обучение в данном случае сводится к одноразовой установке весов, что делает его крайне простым.

Каждый из нейронов слоя образов имеет колоколообразную функцию активации, с помощью которой предъявляемый сети сигнал $x(k)$ преобразуется в скалярный выход нейрона $o_l^{[i]}(k) = \Phi(\|x(k) - w_l\|, \sigma)$ чаще всего на основе гауссиана

$$o_l^{[i]}(k) = \exp\left(-\frac{\|x(k) - w_l\|^2}{2\sigma^2}\right).$$

В [11] было показано, что в задачах нечеткой классификации более естественно использовать распределение Коши в виде

$$o_l^{[i]}(k) = \frac{1}{1 + \frac{\|x(k) - w_l\|^2}{2\sigma^2}},$$

где параметр σ задает ширину, $l = 1(A), 2(A), \dots, N_A(A), N_A + 1(B), \dots, N_A + N_B(B), N_A + N_B + 1(C), \dots, N(C)$.

Для упрощения численной реализации входные векторы рекомендуется предварительно нормировать на гиперсферу [12] так, что $\|x(k)\| = \|w_l\| = 1$, что ведет к более простой форме активационной функции

$$o_l^{[i]}(k) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + (1 + w_l^T x(k))}.$$

Слой суммирования образован обычными сумматорами, число которых равно числу классов (в рассматриваемом случае – три), которые просто суммируют выходы нейронов слоя образов, а выходной компаратор выделяет класс с максимальным выходным сигналом второго слоя.

Поскольку при работе с текстовыми документами N может быть велико, работа в online-режиме с помощью стандартной PNN весьма затруднительна. Именно по этой причине в [10] была введена крайне простая архитектура, число нейронов в которой равно числу классов (в нашем примере три), а классификация производится с помощью оценки расстояния до прототипов классов, вычисленных с помощью среднего арифметического

$$c_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} x(k, j), j = 1, 2, \dots, m,$$

в нашем случае $m = 3, j = 1$ соответствует классу A , $j = 2 - B$ и $j = 3 - C$.

Понятно, что такая элементарная схема не способна оценить ни размеры классов, ни их взаимное перекрытие.

Для устранения указанных недостатков и предлагается многослойная адаптивная нечеткая вероятностная нейронная сеть, архитектура которой приведена на рис. 1.

Первый скрытый слой содержит m однотипных блоков (на рис. 1 – A, B и C) по числу возможных классов, которое может изменяться в процессе online-обучения. Каждый из блоков содержит одинаковое число нейронов $\tilde{N} + 1 (\tilde{N}_A = \tilde{N}_B = \tilde{N}_C = \tilde{N})$, при этом в каждом блоке \tilde{N} нейронов (в нашем примере 3) обучаются по принципу «нейроны в точках данных», а один нейрон $c_j (c_A, c_B, c_C)$ вычисляет прототипы классов. В каждом блоке между отдельными нейронами и между блоками в целом по внутриблочным и межблочным латеральным связям организуется процесс «конкуренции» по Кохонену, позволяющий оценить как центры (прототипы) классов, так и их размеры. Второй скрытый слой

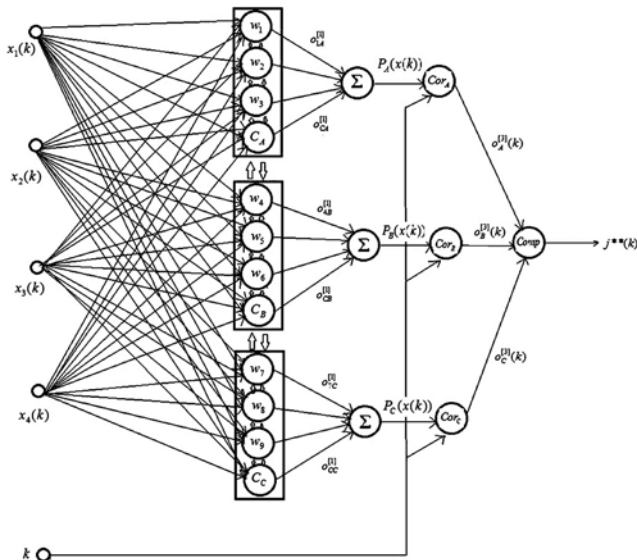


Рисунок 1 – Многослойная адаптивная нечеткая вероятностная сеть

сумматоров аналогичен слою в сети Шпехта, в третьем скрытом слое коррекции априорных вероятностей подсчитываются частоты появления образов в каждом из классов, а выходной слой-компаратор реализует собственно классификацию предъявленного образа.

Процесс обучения сети начинается с установки начальных синаптических весов всех нейронов. Для архитектуры, приведенной на рис. 1, необходимо иметь девять ($\tilde{N} \cdot m$) классифицированных образов по три на каждый класс *A*, *B* и *C*.

Так, например,

$$\begin{aligned} x(1, A) &= w_1(0), x(2, A) = w_2(0), x(3, A) = w_3(0), \\ x(4, B) &= w_4(0), x(5, B) = w_5(0), x(6, B) = w_6(0), \\ x(7, C) &= w_7(0), x(8, C) = w_8(0), x(9, C) = w_9(0), \end{aligned}$$

$$c_A(0) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 x(k, A), c_B(0) = \frac{1}{3} \sum_{k=4}^6 x(k, B), c_C(0) = \frac{1}{3} \sum_{k=7}^9 x(k, C).$$

Далее векторы-образы, участвовавшие в формировании начальных условий, не используются и все последующие сигналы будут обозначаться $x(k, j)$, если они относятся к обучающей выборке $x(k)$, если они подлежали классификации.

Итак, пусть на вход сети подается первый образ $x(1, j)$, относительно которого известна его принадлежность к конкретному классу *A* или *B* или *C*. В результате межблочной конкуренции определяется прототип победитель j^* (при этом j не обязательно равно j^*), вектор параметров которого $c_{j^*}(0)$ в смысле принятой метрики (обычно евклидовой) наиболее близок к входному сигналу $x(1, j)$, т. е.

$$\begin{aligned} j^* &= \arg \min_p (D(x(1, j), c_p(0))) = \arg \min_p \|x(1, j) - c_p(0)\|^2 = \\ &= \arg \max_p x^T(1, j) c_p(0) = \arg \max_p \cos(x(1, j), \\ &c_p(0)) \forall p = 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

при этом очевидно, что $-1 \leq \cos(x(1, j), c_p(0)) = x^T(1, j) c_p(0) \leq 1$ и $0 \leq \|x(1, j) - c_p(0)\|^2 \leq 4$.

При этом возможно возникновение двух взаимоисключающих ситуаций:

- входной вектор $x(1, j)$ и прототип-победитель $c_{j^*}(0)$ принадлежат одному классу, т. е. $j = j^*$;
- входной вектор $x(1, j)$ и победитель $c_{j^*}(0)$ принадлежат разным классам, т. е. $j \neq j^*$.

Далее производится настройка параметров нейронов и прототипов с помощью нечеткого LVQ правила обучения [14]

$$c_j(1) = \begin{cases} c_{j^*}(0) + \eta(1)(x(1, j) - c_{j^*}(0)), & \text{если } j = j^*; \\ c_{j^*}(0) - \eta(1)(x(1, j) - c_{j^*}(0)), & \text{если } j \neq j^*; \\ c_j(0), & \text{если } j\text{-й нейрон не победил,} \end{cases}$$

здесь $0 < \eta(1) < 1$ – параметр шага обучения, выбираемый обычно из эмпирических соображений.

Далее в случае пересекающихся классов несложно определить уровень принадлежности образа $x(1, j)$ к каждому из m имеющихся классов в виде [14]

$$u_p(1) = \frac{\|x(1, j) - c_p(1)\|^{-2}}{\sum_{l=1}^m \|x(1, j) - c_l(1)\|^{-2}}, p = 1, 2, \dots, m.$$

На этом этапе межблочной конкуренции заканчивается.

На этапе внутриблочной конкуренции в блоке, соответствующем классу j рассчитываются расстояния $D(c_j(1), w_q(0)) = \|c_j(1) - w_q(0)\|^2$, где q пробегает все номера нейронов, соответствующих j -ому классу. Далее внутри j -го блока рассчитывается свой победитель $q^*(0) = \arg \min_q (D(c_j(1), w_q(0)))$, ближайший к прототи-

пу j -го класса и в случае, если выполняется условие $D(c_j(1), w_{j^*}(0)) < D(c_j(1), x(1, j))$, вектор центра q^* -й функции активации заменяется на $x(1, j)$, увеличивая тем самым размеры класса, т.е. $w_{q^*}(1) = x(1, j)$. В противном случае все $w_q(0)$ остаются неизменными, увеличивая на единицу только свой индекс так, что $w_q(1) = w_q(0)$.

Таким образом, в процессе обучения по принципу «нейроны в точках данных» включаются только наблюдения, далеко отстоящие от текущего значения прототипа.

Пусть к моменту поступления k -го наблюдения обучающей выборки сформированы все прототипы $c_j(k-1)$ и векторы параметров нейронов $w_l(k-1)$ общим числом $\tilde{N}m$. Тогда процесс обучения первого скрытого слоя может быть записан в виде следующей последовательности шагов:

- поступление на вход сети вектора-образа $x(k, j)$ с известной классификацией;
- определение прототипа-победителя $c_{j^*}(k-1)$ такого, что

$$j^*(k-1) = \arg \min_p (D(x(k, j), c_p(k-1))), p = 1, 2, \dots, m;$$

– настройка параметра прототипа-победителя так, что

$$c_j(k) = \begin{cases} c_{j^*}(k-1) + \eta(k)(x(k, j) - c_{j^*}(k-1)), & \text{если } j = j^*; \\ c_{j^*}(k-1) - \eta(k)(x(k, j) - c_{j^*}(k-1)), & \text{если } j \neq j^*; \\ c_j(k-1), & \text{если } j\text{-й нейрон не победил,} \end{cases}$$

– расчет уровней принадлежности

$$u_p(k) = \frac{\|x(k, j) - c_p(k)\|^{-2}}{\sum_{l=1}^m \|x(k, j) - c_l(k)\|^{-2}}, p = 1, 2, \dots, m;$$

– расчет внутриблочных расстояний в j -м классе

$D(c_j(k), w_q(k-1))$, где q -все индексы нейронов j -блока;

– определение внутриблочного победителя $w_{q^*}(k-1)$

такого, что $q^*(k-1) = \arg \min_q (D(c_j(k), w_q(k-1)))$,

– при выполнении условия

$D(c_j(k), w_{j^*}(k-1)) < D(c_j(k), x(k, j))$ производится замена $w_{q^*}(k) = x(k, j)$ и $w_q(k) = w_q(k-1)$.

Процесс обучения этого слоя производится до исчерпания обучающей выборки, т. е. завершается вычислением всех $c_j(N)$ и всех $\tilde{N}m$ весов $w_l(N)$.

Одновременно с этим в третьем скрытом слое происходит процесс подсчета относительных частот появления образов из разных классов

$$p_j = \frac{N_j}{N}.$$

На этом процесс обучения многослойной адаптивной нечеткой вероятностной нейронной сети завершается.

Пусть на вход обученной сети поступает некий неклассифицированный образ $x(k), k > N$. Этот сигнал поступает на все $\tilde{N}m$ нейронов сети, на выходах которых появляются значения

$$o_l^{[l]}(k) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + (1 + w_l^T(N)x(k))}.$$

Здесь же в первом скрытом слое вычисляются уровни принадлежности к каждому из возможных классов

$$u_j(k) = \frac{\|x(k) - c_j(N)\|^{-2}}{\sum_{l=1}^m \|x(k) - c_l(N)\|^{-2}}.$$

В принципе, можно говорить о принадлежности $x(k)$ к конкретному классу по максимальному значению принадлежности, однако в этом случае речь идет только о нечеткой классификации [14], а не байесовской.

Далее сумматоры второго скрытого слоя вычисляют плотности вероятностей

$$o_j^{[2]}(k) = \sum_q o_q^{[1]}(k), j = 1, 2, \dots, m,$$

а q пробегает все номера нейронов (всего $\tilde{N} + 1$), соответствующих j -му классу.

В третьем скрытом слое вычисляются произведение

$$o_l^{[3]}(k) = \frac{N_j}{N} o_j^{[2]}(k) = P_j p_j(x(k))$$

и, наконец, компаратор выходного слоя вычисляет класс победитель $j^{**}(k)$, которому с наибольшей вероятностью принадлежит предъявленный образ $x(k)$.

При предъявлении последующих образов $x(k+1), x(k+2), \dots$ классификация происходит аналогично предыдущему образу.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В качестве экспериментальных данных использовалась выборка «20 Newsgroups», которая представляет собой набор из примерно 20000 новостных документов, разделенных на 20 различных групп. Этот текстовый корпус стал популярным набором данных для экспериментов в области интеллектуальной обработки текстовой информации. Одной из отличительных особенностей этой коллекции является значительный разброс в размерах документов, что осложняет задачу обработки информации. Исходная выборка данных была разделена на обучающую и тестирующую (60% и 40% соответственно).

Для эксперимента было выбрано 150 документов из различных категорий. После предварительной обработки было получено 61118 терминов для формирования вектора признаков для работы вероятностных нейронных сетей. Для оценки качества классификации использовались внешние меры полноты и точности).

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты сравнения производительности простой FPNN и AFPNN для одинакового количества признаков представлены в табл. 1.

В ходе эксперимента рассматривалось, прежде всего, качество работы AFPNN. В табл. 2 представлен результат работы метода для значения параметра ширины активационной функции $\sigma = 0,05$. Показано, что в результате работы формируется набор значений вероятностей принадлежности входного текстового объекта к нескольким классам.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Предложенная авторами нейро-фаззи сеть позволяет решать задачу с точки зрения как нечеткой, так и вероятностной классификации, что обеспечивает ей преимущество по сравнению с классическими Байесовскими сетями и вероятностными нейронными сетями, все из которых не могут решать задачу в условиях перекрывающихся классов. Становится возможным определить более точные значения вероятностей принадлежности входящего текстового объекта к каждому из потенциально возможных классов. Данный метод предусматривает возможность обработки информации по мере ее поступления, характеризуется простотой реализации и высокой скоростью обработки информации.

Таблица 1 – Сравнительная характеристика качества классификации с использованием стандартной FPNN и AFPNN

Название класса	Количество документов	Точность		Отзыв	
		FPNN	AFPNN	FPNN	AFPNN
comp.graphics	100	0,73	0,81	0,78	0,83
comp.os.ms-windows.misc	80	0,65	0,69	0,71	0,79
comp.sys.ibm.pc.hardware	70	0,63	0,67	0,69	0,76
comp.sys.mac.hardware	20	0,60	0,61	0,64	0,72

Таблица 2 – Пример работы классификации с параметром ширины активационной функции $\sigma = 0,05$

№ входящего текстового объекта	Вероятность принадлежности к первому классу	Вероятность принадлежности ко второму классу	Вероятность принадлежности к третьему классу
1	1	$1,2412 \cdot 10^{-144}$	$1,0302 \cdot 10^{-132}$
2	0,24081	$9,1785 \cdot 10^{-16}$	0,75919
3	$6,2498 \cdot 10^{-81}$	1	$7,7081 \cdot 10^{-68}$
4	$5,427 \cdot 10^{-56}$	1	$2,3617 \cdot 10^{-64}$
5	$3,6966 \cdot 10^{-12}$	1	$2,5228 \cdot 10^{-45}$

ВЫВОДЫ

Рассмотрена задача одновременной online нечеткой и вероятностной классификации текстовых документов, поступающих на обработку последовательно в реальном времени.

Введена архитектура классифицирующей нейронной сети, отличающаяся простотой численной реализации и высокой скоростью обучения и предназначенная для обработки больших массивов данных, характеризующихся векторами признаков высокой размерности. Предлагаемая нейронная сеть и метод ее обучения предназначены для работы в условиях пересекающихся классов, отличающихся как формой, так и размерами.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы Харьковского национального университета радиозлектроники №265-1 «Методы создания общей онтологической базы социально-экономической образовательно-научной сети с целью интеграции в европейское пространство» при поддержке национального проекта TRUST: Towards Trust in Quality Assurance Systems программы «Tempus» Европейской комиссии (регистрационный номер 516935-TEMPUS-1-2011-1-FITEMPUS-SMGR).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Specht D. F. Probabilistic neural networks / D. F. Specht // Neural Networks. – 1990. – Vol. 3 (1). – P. 109–118.
2. Бодянский Е. В. Семантическое аннотирование текстовых документов с использованием модифицированной вероятностной нейронной сети / Е. В. Бодянский, О. В. Шубкина // Системные технологии. – Днепропетровск, 2011. – Вып. 4 (75). – С. 48–55.
3. Bodyanskiy Ye. Semantic annotation of text documents using modified probabilistic neural network / Ye. Bodyanskiy, O. Shubkina // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: 6th IEEE International Conferences, Prague, 15–17 September 2011: – Prague: Czech Technical University In Prague, 2011. – P. 328–331.
4. Bodyanskiy Ye. Semantic annotation of text documents using evolving neural network based on principle «Neurons at Data Points» / Ye. Bodyanskiy, O. Shubkina // Workshop on Inductive Modelling «IWIM 2011»: 4th International Conference, Zhukyn-Kyiv, 4–10 July 2011: Kyiv: IRTC ITS, 2011. – P. 31–37.
5. Bodyanskiy Ye. A learning probabilistic neural network with fuzzy inference / Ye. Bodyanskiy, Ye. Gorshkov, V. Kolodyazhnyi,

J. Wernstedt // Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms «ICANN 2003»: 6th International Conference, Roanne, France April 23-25 April 2003: proceedings. – Wien: Springer-Verlag, 2003. – P. 13–17.

6. Bodyanskiy Ye. Resource-allocating probabilistic neuro-fuzzy network / Ye. Bodyanskiy, Ye. Gorshkov, V. Kolodyazhnyi // European Union Society for Fuzzy Logic and Technology «EUSFLAT 2003»: 3rd International Conference, Zittau: proceedings. – Zittau: University of Applied Sciences at Zittau/Goerlitz, 2003. – P. 392–395.
7. Bodyanskiy Ye. Probabilistic neuro-fuzzy network with non-conventional activation functions / Ye. Bodyanskiy, Ye. Gorshkov, V. Kolodyazhnyi, J. Wernstedt // Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems: 7th International Conference KES 2003, Oxford, 3–5 September 2003: proceedings. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 2003. – P. 973–979. – (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2774).
8. Бодянский Е. В. Классификация текстовых документов с помощью нечеткой вероятностной нейронной сети / Е. В. Бодянский, Н. В. Рябова, О. В. Золотухин // Восточно-европейский журнал передовых технологий – 2011. – № 6/2 (54). – С.16–18.
9. Zahirniak D. R. Pattern recognition using radial basis function network / D. R. Zahirniak, R. Chapman, S. K. Rogers, B. W. Suter, M. Kabrisky, V. Pyatti // Aerospace Application of Artificial Intelligence: 6 International Conference, 5–8 June 1990: proceedings. – Dayton: Ohio, 1990. – P. 249–260.
10. Ciarelli P. M. An enhanced probabilistic neural network approach applied to text classification / P. M. Ciarelli, E. Oliveira // Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications: 14th Iberoamerican Conference CIARP 2009, Jalisco, 15–18 November 2009: proceedings. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – P. 661–668. – (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5856).
11. Bodyanskiy Ye. Modified probabilistic neuro-fuzzy network for text documents processing / Ye. Bodyanskiy, I. Pliss, V. Volkova // International Journal Computing. – 2012. – 11. – № 4. – P. 391–396.
12. Kohonen T. Self-Organizing Maps / T. Kohonen. – Berlin: Springer, 1995. – 362 p.
13. Bezdek J. C. Convergence theory for fuzzy c-means: Counterexamples and repairs / J. C. Bezdek, R. J. Hathaway, M. J. Sabin, W. T. Tucker // IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics.–1987. – SMC-17. – № 5.– P. 873–877.
14. Bezdek J. C. Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing / J. C. Bezdek, J. Keller, R. Krishnapuram, N. R. Pal // N.Y.: Springer Science + Business Media, Inc., 2005. – 776 p.

Статья поступила в редакцию 17.10.2014.
После доработки 22.12.2014.

Бодянський Є. В.¹, Рябова Н. В.², Золотухін О. В.³

¹Д-р техн. наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

²Канд. техн. наук, доцент, в.о. зав. кафедрою штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

³Асистент кафедри штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

БАГАТОШАРОВА АДАПТИВНА НЕЧІТКА ІМОВІРНІСНА НЕЙРОННА МЕРЕЖА В ЗАДАЧАХ КЛАСИФІКАЦІЇ ТЕКСТОВИХ ДОКУМЕНТІВ

Розглянуто задачу класифікації текстових документів на основі нечіткої імовірнісної нейронної мережі в режимі реального часу. У масиві текстових документів може бути виділено різну кількість класів, до яких можуть відноситися дані документи. При цьому передбачається що дані класи можуть мати в n -вимірному просторі різну форму і взаємно перекриватися. Запропонована архітектура багатопшарової адаптивної нечіткої імовірнісної нейронної мережі, яка дозволяє вирішувати задачу класифікації в послідовному режимі по мірі надходження нових даних. Запропонований алгоритм навчання багатопшарової адаптивної нечіткої імовірнісної нейронної мережі, а також вирішена задача класифікації на основі запропонованої архітектури в умовах пересічних класів, що дозволяє відносити один екземпляр текстового документа до різних класів з різним ступенем імовірності. Архітектура класифікуючої нейронної мережі відрізняється простотою чисельної реалізацією і високою швидкістю навчання, і призначена для обробки великих масивів даних, що характеризуються векторами ознак високої розмірності. Пропонована нейронна мережа і метод її навчання призначені для роботи в умовах пересічних класів, що відрізняються як формою, так і розмірами.

Ключові слова: класифікація, адаптивна нечітка імовірнісна нейронна мережа, класи, що перетинаються, нейрони в точках даних.

Bodyanskiy Ye. V.¹, Ryabova N. V.², Zolotukhin O. V.³

¹Dr.Sc., Professor, Professor of Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radioelectronics, Kharkiv, Ukraine

²PhD., Associate Professor, Acting Head of Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radioelectronics, Kharkiv, Ukraine

³Assistant of the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radioelectronics, Kharkiv, Ukraine

MULTILAYER ADAPTIVE FUZZY PROBABILISTIC NEURAL NETWORK IN CLASSIFICATION PROBLEMS OF TEXT DOCUMENTS

The problem of text documents classification based on fuzzy probabilistic neural network in real time mode is considered. A different number of classes, which may include such documents, can be allocated in an array of text documents. It is assumed that the data classes can have an n -dimensional space of different shape and mutually overlap. The architecture of the multilayer adaptive fuzzy probabilistic neural network, which allow to solve the problem of classification in sequential mode as new data become available, is proposed. An algorithm for training the multilayer adaptive fuzzy probabilistic neural network is proposed, and the problem of classification is solved on the basis of the proposed architecture in terms of intersecting classes, which allows to determine the belonging a single instance of a text document to different classes with varying degrees of probability. Classifying neural network architecture characterized by simple numerical implementation and high speed training, and is designed to handle large data sets, characterized by the feature vectors of high dimension. The proposed neural network and its learning method designed to work in conditions of overlapping classes, differing both the form and size.

Keywords: classification, adaptive fuzzy probabilistic neural network, overlapping classes, neurons in the data points.

REFERENCES

1. Specht D. F. Probabilistic neural networks, *Neural Networks*, 1990, Vol. 3 (1), pp. 109–118.
2. Bodyanskiy Ye. V., Shubkina O. V. Semanticheskoe annotirovanie tekstovyykh dokumentov s ispol'zovaniem modifitsirovannoy veroyatnostnoy nejronnoy seti, *Sistemnye tehnologii*. Dnepropetrovsk, 2011, Vyp.4 (75), pp. 48–55.
3. Bodyanskiy Ye., Shubkina O. Semantic annotation of text documents using modified probabilistic neural network, *Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: 6th IEEE International Conferences*, Prague, 15–17 September 2011. Prague, Czech Technical University In Prague, 2011, pp. 328–331.
4. Bodyanskiy Ye., Shubkina O. Semantic annotation of text documents using evolving neural network based on principle «Neurons at Data Points», *Workshop on Inductive Modelling «IWIM 2011»*, 4th Interational Conference, Zhukyn-Kyiv, 4–10 July 2011. Kyiv, IRTC ITS, 2011, pp. 31–37.
5. Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kolodyazhnyi V., Wernstedt J. A learning probabilistic neural network with fuzzy inference, *Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms «ICANGA 2003»*, 6th International Conference, Roanne, France April 23–25 April 2003, *proceedings*. Wien, Springer-Verlag, 2003, pp. 13–17.
6. Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kolodyazhnyi V. Resource-allocating probabilistic neuro-fuzzy network, *European Union Society for Fuzzy Logic and Technology «EUSFLAT 2003»*, 3rd International Conference, Zittau, *proceedings*. Zittau, University of Applied Sciences at Zittau/Goerlitz, 2003, pp. 392–395.
7. Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kolodyazhnyi V., Wernstedt J. Probabilistic neuro-fuzzy network with non-conventional activation functions, *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 7th International Conference KES 2003, Oxford, 3–5 September 2003, proceedings*. Berlin-Heidelberg-New York, Springer, 2003, pp. 973–979. (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2774)
8. Bodyanskiy Ye. V., Ryabova N. V., Zolotukhin O. V. Klassifikacija tekstovyykh dokumentov s pomoshh'yu nechetkoj veroyatnostnoy nejronnoy seti / Ye.V. Bodyanskiy, // *Vostochno-evropejskij zhurnal peredovyykh tehnologij*, 2011, №6/2 (54), pp. 16–18
9. Zahiriak D. R., Chapman R., Rogers S. K., Suter B. W., Kabrisky M., Pyatti V. Pattern recognition using radial basis function network, *Aerospace Application of Artificial Intelligence, 6 International Conference, 5–8 June 1990, proceedings*. Dayton, Ohio, 1990, pp. 249–260.
10. Ciarelli P. M., Oliveira E. An enhanced probabilistic neural network approach applied to text classification, *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications, 14th Iberoamerican Conference CIARP 2009, Jaisco, 15–18 November 2009, proceedings*. Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag, 2009, pp. 661–668. – (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5856)
11. Bodyanskiy Ye., Pliss I., Volkova V. Modified probabilistic neuro-fuzzy network for text documents processing, *International Journal Computing*, 2012, 11, No.4, pp. 391–396.
12. Kohonen T. *Self-Organizing Maps*. Berlin, Springer, 1995, 362 p.
13. Bezdek J. C., Hathaway R.J., Sabin M. J., Tucker W. T. Convergence theory for fuzzy c-means: Counterexamples and repairs, *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, 1987, SMC-17, No. 5, pp. 873–877.
14. Bezdek J. C., Keller J., Krishnapuram R., Pal N. R. *Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing*. N.Y, Springer Science + Business Media, Inc., 2005, 776 p.

БЫСТРЫЙ МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХ ВЫБОРОК ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ПРЕЦЕДЕНТАМ

Решена задача формирования обучающих выборок для автоматизации построения нейросетевых моделей по прецедентам. Предложен метод формирования выборок, который автоматически выделяет из исходной выборки обучающую и тестовую выборки, не требуя загрузки всей исходной выборки в память ЭВМ, осуществляя поэкземплярную обработку исходной выборки с хэширующим преобразованием на одномерную ось, формирует эталоны кластеров на обобщенной оси, минимизируя их число, что позволяет повысить скорость формирования выборок, снизить требования к вычислительным ресурсам и памяти ЭВМ и обеспечить приемлемый уровень точности синтезируемых моделей. Разработанный метод не требует многократных проходов по выборке, ограничиваясь всего тремя просмотрами. При этом метод хранит в оперативной памяти только один текущий экземпляр и набор сформированных одномерных эталонов, который минимизирован по объему. В отличие от методов на основе случайного отбора и кластер-анализа предложенный метод автоматически определяет размер формируемых обучающей и тестовой выборок, не требуя участия человека. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, на основе которого решена практическая задача построения модели принятия решений для индивидуального прогнозирования состояния пациента, больного гипертонией.

Ключевые слова: выборка, формирование выборки, экземпляр, нейронная сеть, индивидуальное прогнозирование, обучение по прецедентам.

НОМЕНКЛАТУРА

ЭВМ – электронная вычислительная машина;
 $C_*^q(k)$ – k -й хэш-эталон q -го класса;
 C_*^k – набор хэш-эталонов k -го класса;
 d – расстояние;
 E – ошибка модели;
 $E_{об.}$ – ошибка обученной нейромодели при распознавании обучающей выборки;
 $E_{расп.}$ – ошибка обученной нейромодели при распознавании тестовой выборки;
 f – критерий качества;
 $F()$ – структура нейросетевой модели;
 i^* – номер ближайшего хэш-эталона к хэшу рассматриваемого экземпляра;
 Ind – набор номеров экземпляров класса;
 j – номер текущего признака;
 K – число классов;
 k^q – указатель числа эталонов q -го класса;
 M – объем использованной оперативной памяти;
 n – размерности входа;
 N – число входных признаков;
 O – символ Ландау;
 opt – условное обозначение оптимума;
 Q – число кластеров;
 q – номер класса;
 $Realmax$ – максимальное вещественное число, представимое в разрядной сетке ЭВМ;
 s – номер текущего экземпляра
 S – число прецедентов в выборке;
 S' – объем сформированной обучающей выборки;
 t – время, затраченное на формирование выборки;
 $t_{об.}$ – время, затраченное на обучение;

w – набор значений параметров нейронной сети;
 X – исходная выборка;
 x' – набор входных признаков в обучающей выборке;
 x – набор входных признаков в исходной выборке;
 x_j – j -й входной признак в исходной выборке;
 x_j^{\max} – максимальное значение j -го признака;
 x_j^{\min} – минимальное значение j -го признака;
 x^s – s -й экземпляр выборки;
 X_*^s – хэш s -го экземпляра;
 x_j^s – значение j -го входного признака для s -го прецедента;
 $X_{об.}^{\min}$ – обучающая выборка;
 $X_{тест.}^{\min}$ – тестовая выборка;
 y – выходной признак в исходной выборке;
 y^s – значение выходного признака для s -го прецедента;
 y' – выходной признак в обучающей выборке;
 χ – вычислительная сложность хэш-преобразования одного экземпляра.

ВВЕДЕНИЕ

Для автоматизации поддержки принятия решений в диагностике возникает необходимость построения диагностических моделей. Зачастую на практике из-за отсутствия или недостатка экспертных знаний построение диагностических моделей предполагает использование экспериментальных наблюдений за состоянием диагностируемого объекта, в процессе которого с помощью методов искусственного интеллекта осуществляется извлечение знаний из данных. Искусственные нейронные и нейро-нечеткие сети [1] являются наиболее широко применяемым классом методов искусственного интеллекта при построении моделей по прецедентам.

Объектом исследования является процесс построения диагностических моделей на основе нейронных сетей.

Методы обучения нейросетей [1, 2], как правило, характеризуются высокой итеративностью, а также значительными затратами времени на обучение нейросетей при большой размерности обучающих данных. В таких случаях применение нейросетевых технологий оказывается затруднительным. Это вызывает необходимость сокращения объема данных, используемых при обучении нейромоделей.

Предмет исследования составляют методы формирования обучающих выборок из исходных выборок большого объема для обучения нейросетевых моделей.

Целью данной работы являлась разработка метода, позволяющего сократить время обучения нейросетей при построении модели по большому объему прецедентов за счет разбиения исходной выборки большого объема на обучающую и тестовую выборки, обеспечивая минимизацию объема обучающей выборки и ее топологическую репрезентативность относительно исходной выборки.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть мы имеем исходную выборку $X = \langle x, y \rangle$ – набор S прецедентов о зависимости $y(x)$, $x = \{x^s\}$, $y = \{y^s\}$, $s = 1, 2, \dots, S$, характеризующихся набором N входных признаков $\{x_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N$, где j – номер признака, и выходным признаком y . Каждый s -й прецедент представим как $\langle x^s, y^s \rangle$, $x^s = \{x_j^s\}$, где x_j^s – значение j -го входного, а y^s – значение выходного признака для s -го прецедента (экземпляра) выборки, $y^s \in \{1, 2, \dots, K\}$, где K – число классов, $K > 1$.

Тогда задача синтеза нейросетевой модели зависимости $y(x)$ будет заключаться в определении такой структуры $F()$ и значений параметров w нейронной сети, при которых будет удовлетворен критерий качества модели $f(F(), w, \langle x, y \rangle) \rightarrow opt$, где opt – условное обозначение оптимума [1]. Обычно критерий качества обучения нейросетей определяют как функцию ошибки модели:

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S (y^s - F(w, x^s))^2 \rightarrow \min.$$

Для задач с дискретным выходом ошибку обученной сети можно характеризовать также формулой:

$$E = \frac{100\%}{S} \sum_{s=1}^S |y^s - F(w, x^s)| \rightarrow \min.$$

В случае, когда исходная выборка имеет большую размерность, перед построением нейромодели необходимо решить задачу выделения обучающей выборки меньшего объема (дано: $\langle x, y \rangle$, надо: $\langle x', y' \rangle$, $x' \in \{x^s\}$, $y' = \{y^s | x^s \in x'\}$, $S' = |y'|$, $S' < S$, $f(\langle x', y' \rangle, \langle x, y \rangle) \rightarrow opt$).

Для оценки качества сформированной выборки возможно использовать широкий набор предложенных показателей [3–5]. Однако их расчет требует существенных затрат вычислительных ресурсов, поэтому для упрощения расчетов данную задачу можно рассматривать в конструктивистской постановке (дано: $\langle x, y \rangle$, надо: $\langle x', y' \rangle$, $x' \in \{x^s\}$, $y' = \{y^s | x^s \in x'\}$, $S' = |y'|$, $S' < S$).

2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Методы извлечения выборок [6–12] выделяют: вероятностные и детерминированные.

Вероятностные методы [6–8, 12] предполагают случайное извлечение набора экземпляров из исходной выборки, причем каждый экземпляр исходной выборки имеет ненулевую вероятность, которая может быть точно определена, быть включенным в формируемую выборку. К вероятностным методам извлечения выборок относят:

– простой случайный отбор (simple random sampling): из исходной выборки случайным образом отбирается заданное число экземпляров;

– систематический отбор (systematic sampling): исходная выборка упорядочивается определенным образом и разбивается на последовательные группы экземпляров, в каждой из которых выбирается для включения в формируемую выборку объект с заданным порядковым номером в группе;

– стратифицированный отбор (stratification sampling): исходная выборка разделяется на непересекающиеся однородные подмножества – страты, представляющие все виды экземпляров, в каждом из которых применяется случайный или систематический отбор;

– вероятностный пропорциональный к объему отбор (probability proportional to size sampling): используется, когда имеется «вспомогательная переменная» или «метрика объема», которая предполагается связанной с интересующей переменной для каждого экземпляра, вероятность выбора для каждого элемента исходной выборки будет пропорциональна его метрике объема;

– отбор на основе кластер-анализа (cluster sampling): исходная выборка разделяется на кластеры, из группы экземпляров каждого кластера случайно выбирается некоторое подмножество экземпляров для формируемой выборки.

Достоинствами данных методов являются их относительная простота и возможность оценки ошибки выборки, а недостатками – то, что они не гарантируют, что сформированная выборка малого объема будет хорошо отображать свойства исходной выборки, а также не будет искусственно упрощать задачу.

Детерминированные методы формирования выборок [6, 9–11] предполагают извлечение экземпляров на основе предположений об их полезности (информативности), при этом некоторые экземпляры могут не быть выбраны или вероятность их выбора не может быть точно определена; они, как правило, основаны на кластерном анализе и стремятся обеспечить топологическое подобие исходной выборке. К детерминированным методам формирования выборок относят методы:

– удобного отбора (convenience sampling): формирует нерепрезентативную выборку из наиболее легко доступных для исследования объектов;

– квотного отбора (quota sampling): исходная выборка разделяется на отличающиеся свойствами подгруппы, после чего из каждой подгруппы выбираются объекты на основе заданной пропорции;

– целевого отбора (judgmental (purposive) sampling): объекты извлекаются из исходной выборки исследователем в соответствии с его мнением относительно их пригодности для исследования.

Недостатком данных методов является невозможность оценивания ошибки сформированных выборок. Достоинством детерминированных методов является то, что они могут выявить наиболее значимые для решения задачи построения диагностической модели прецеденты, которые также могут быть использованы для инициализации распознающих моделей и ускорения процесса обучения. Поэтому для достижения цели, поставленной в работе, в качестве базиса для формирования выборок предлагается выбрать детерминированные методы.

Однако следует отметить, что детерминированные методы, основанные на кластерном анализе, являются сложно применимыми для выборок большого объема, поскольку предполагают расчет расстояний между всеми экземплярами и манипуляции с матрицей расстояний. Следовательно, для повышения скорости обработки данных необходимо сократить объем вычислений за счет исключения необходимости расчета расстояний, что также позволит сократить требования к памяти ЭВМ.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для того, чтобы при ограниченном объеме оперативной памяти ЭВМ обеспечить обработку исходной выборки большой размерности, предлагается осуществлять поэкземплярную обработку исходной выборки, загружая в память только один текущий экземпляр на каждой итерации. При этом заменять N -мерное представление экземпляра на одномерное посредством отображения его координат на обобщенную ось с использованием хэширующего преобразования, сохраняющего топологию исходного пространства признаков в синтезируемом одномерном пространстве.

Для экономии как ресурсов памяти, так и вычислительных ресурсов предлагается вместо расчета расстояний между всеми экземплярами целесообразно оперировать только расстояниями между текущим рассматриваемым экземпляром и сформированными центрами кластеров, причем в одномерном пространстве хэш-кодов.

Для сокращения влияния человеческого фактора на результаты формирования выборки число эталонов предлагается не задавать, а определять автоматически, начиная с одного и наращивая по мере необходимости.

С учетом изложенных выше идей, предложенный метод может быть представлен следующим образом.

Этап инициализации. Установить: $s=1$, $C_*^{y^s} = \emptyset$, $k^q=0$, $q = 1, \dots, K$.

Этап хэширующего преобразования. Если $s < S$, тогда считать с внешнего носителя памяти очередной экземпляр выборки x^s в оперативную память. Определить на основе значений признаков экземпляра x^s его хэш x_*^s , используя одно из преобразований, предложенных в [13], в противном случае – перейти к этапу разбиения выборки.

Этап формирования набора хэш-эталонов (хэшей центров кластеров). Если в наборе хэш-эталонов для класса y^s нет ни одного эталона, т. е. $C_*^{y^s} = \emptyset$ и $k^{y^s} = 0$, тогда записать хэш текущего экземпляра как эталон в набор хэш-эталонов для класса y^s по формуле (1):

$$k^{y^s} = k^{y^s} + 1, c_*^{y^s}(k^{y^s}) = x_*^s, C_*^{y^s} = C_*^{y^s} \cup c_*^{y^s}(k^{y^s}), \quad (1)$$

записать номер текущего экземпляра s в набор номеров экземпляров класса y^s : $Ind(y^s, k^{y^s}) = s$, после чего найти расстояние от нового хэш-эталона до существующих хэш-эталонов всех кластеров всех классов по формуле (2):

$$d(c_*^{y^s}(k^{y^s}), c_*^{y^s}(k)) = d(c_*^{y^s}(k), c_*^{y^s}(k^{y^s})) = \left| c_*^{y^s}(k^{y^s}) - c_*^{y^s}(k) \right|, k = 1, \dots, |C_*^q|, q = 1, \dots, K, \quad (2)$$

установить: $d(c_*^{y^s}(k^{y^s}), c_*^{y^s}(k^{y^s})) = Realmax$ и перейти к этапу обработки нового экземпляра.

В случае если набор хэш-эталонов непустой ($C_*^{y^s} \neq \emptyset$), тогда определить расстояния от хэша x_*^s рассматриваемого экземпляра x^s до хэш-эталонов всех кластеров данного класса:

$$d(x_*^s, c_*^{y^s}(k)) = \left| x_*^s - c_*^{y^s}(k) \right|, k = 1, \dots, |C_*^{y^s}|,$$

затем найти среди имеющихся в наборе хэш-эталонов кластеров класса y^s , номер ближайшего хэш-эталона к хэшу x_*^s рассматриваемого экземпляра x^s :

$$i^* = \arg \min_k \{d(x_*^s, c_*^{y^s}(k))\}, k = 1, \dots, |C_*^{y^s}|,$$

после чего если $d(x_*^s, c_*^{y^s}(i^*)) < d(c_*^{y^s}(i^*), c_*^q(p))$, $q = 1, \dots, K$, $p = 1, \dots, |C_*^q|$, тогда пропустить s -й экземпляр и перейти к этапу обработки нового экземпляра, в противном случае – добавить новый хэш-эталон на основе s -го экземпляра по формуле (1), записать номер текущего экземпляра s в набор номеров экземпляров класса y^s :

$Ind(y^s, k^{y^s}) = s$, после чего найти расстояние от нового хэш-эталона до существующих хэш-эталонов всех кластеров всех классов по формуле (2), установить: $d(c_*^{y^s}(k^{y^s}), c_*^{y^s}(k^{y^s})) = Realmax$ и перейти к этапу обработки нового экземпляра.

Этап обработки нового экземпляра. Установить $s=s+1$, перейти к этапу хэширующего преобразования.

Этап разбиения выборки. Все экземпляры, исходной выборки, на основе которых сформированы хэш-эталоны кластеров, занести в обучающую выборку $X_{об.}$, а остальные – в тестовую выборку $X_{тест.}$:

$$X_{об.} = \{ \langle x^s, y^s \rangle | Ind(y^s, k^{y^s}) = s, s = 1, \dots, S, k = 1, \dots, |C_*^{y^s}| \},$$

$$X_{тест.} = X \setminus X_{об.}$$

Предложенный метод позволяет загружать в оперативную память ЭВМ полное признаковое описание только одного текущего экземпляра и не требует расчета матрицы расстояний между экземплярами, заменяя их расстояниями от рассматриваемого экземпляра до одномерных хэш-эталонов, что позволяет существенным образом снизить требования к ресурсам оперативной памяти и осуществлять обработку выборок очень большого размера.

Для предложенного метода вычислительная сложность в так называемом «мягком смысле» может быть оценена как $O(2NS+4SQ+S\chi)$, где χ – вычислительная сложность хэш-преобразования одного экземпляра, которая, очевидно, является функцией числа признаков N . Исходя из практического опыта, положим, что $\chi=N$, $Q = \ln S$, $N=0,01S$. Тогда вычислительная сложность метода может быть оценена как $O(0,01S^2+4S \ln S)$.

Пространственная сложность метода может быть оценена как $O(NS+SK+3N+Q^2+Q)$. Приняв $K=2$ и $Q = \ln S$, $N=0,01S$, получим оценку пространственной сложности $O(0,01S^2+2,03S+(\ln S)^2+\ln S)$.

В терминах размерности входа $n=NS \approx 0,01S^2$, приняв для упрощения $\ln S \approx 0,5N \approx 0,05S$, мы получим грубую оценку вычислительной сложности предложенного метода порядка $O(21n)$ и грубую оценку пространственной сложности – $O(n+2,08S+0,0025S^2)$.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для проверки работоспособности предложенного метода он был программно реализован как дополнение к компьютерной программе «Автоматизированная система синтеза нейросетевых и нейро-нечетких моделей для неразрушающей диагностики и классификации образов по признакам» (Свидетельство о регистрации авторского права на произведение № 35431 от 21.10.2010).

Разработанное математическое обеспечение использовалось для проведения экспериментов по решению задачи индивидуального прогнозирования состояния здоровья больного гипертонической болезнью по результатам экспериментально полученных наблюдений за состоянием здоровья пациента и погодными условиями.

Исходная выборка данных была получена в г. Запорожье (Украина) и содержала наблюдения за период с 2002 г. по 2009 г., где каждый экземпляр представлял собой набор данных, характеризующих состояние пациента в определенную часть дня. В качестве временных характеристик использовались дата (год, месяц, день), код дня недели, время (час) наблюдения, код части дня (0 – утро, 1 – вечер). В качестве объективных клинико-лабораторных показателей использовались наблюдаемое артериальное давление (систолическое и диастолическое, мм. рт. ст.), пульс (ударов в минуту), сведения о приеме лекарств (Амло (0 – нет, 1 – да), Эгилон (0 – нет, 1 – да), Берлиприл (0 – нет, 1 – да)), В качестве субъективных показателей использовались характеристики самочувствия (наличие экстрасистолы (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в голове (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в затылке (0 – нет, 1 – есть), наличие пульсации (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в левом боку (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в области сердца (0 – нет, 1 – есть), нехватка воздуха (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в животе (0 – нет, 1 – есть), общая слабость (0 – нет, 1 – есть)). В качестве метеорологических характеристик [14] использовались (температура воздуха (°C), атмосферное давление (мм. рт. ст.), тип облачности (0 – нет, 1 – малая, 2 – облачно, 3 – пасмурно), наличие грозы (0 – нет, 1 – есть), направление ветра (0 – штиль, 1 – северный, 2 – северо-восточный, 3 – восточный, 4 – юго-восточный, 5 – южный, 6 – юго-западный, 7 – западный, 8 – северо-западный), скорость ветра (м/с), данные солнечной активности (Mg II индекс [15]). Фрагмент исходных данных в графическом виде представлен на рис. 1.

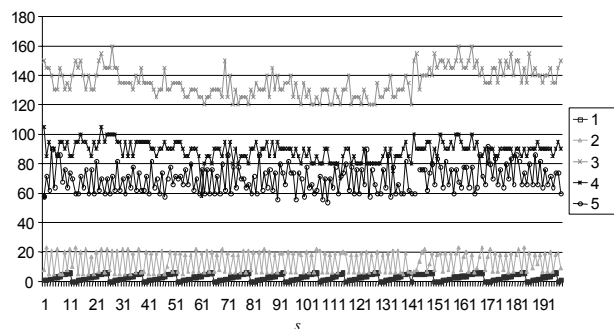


Рисунок 1 – Визуализация фрагмента выборки данных: 1 – день недели, 2 – время, 3 – систолическое давление, 4 – диастолическое давление, 5 – пульс

Полученные наблюдения методом «окон» были использованы для получения выборки для решения задачи качественного прогнозирования состояния пациента на ближайшую вторую половину суток по данным предыдущих наблюдений: в качестве входных признаков использовались данные за предыдущие (утро и вечер) и текущие сутки (утро), а в качестве выхода – состояние пациента вечером в текущие сутки (0 – нормальное, 1 – ухудшение состояния, сопровождающееся повышением артериального давления).

Сформированная выборка использовалась для формирования обучающей и контрольной выборок на основе предложенного метода, а также ряда известных методов формирования выборок.

После чего для каждой из сформированных выборок строились прогнозирующие модели на основе трехслойных нейронных сетей прямого распространения сигнала. Каждая нейронная сеть содержала на входе $N = 3 \times 26 = 78$ признаков, число нейронов входного слоя – 10, число нейронов среднего слоя – 5, число нейронов выходного слоя – 1. Все нейроны использовали весовую (дискриминантную) функцию взвешенная сумма, а функцию активации – тангенциальный сигмоид.

Перед подачей на входы сети сигналы нормировались по формуле: $x_j^s = \frac{x_j^s - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}$.

Обучение нейросетей осуществлялось на основе метода Левенберга-Марквардта [1, 2].

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты проведенных экспериментов представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, предложенный метод позволяет существенно сократить объем обучающей выборки, обеспечивая при этом высокую точность как обучения, так и распознавания (качественного прогнозирования).

Разработанный метод не требует многократных проходов по выборке, ограничиваясь всего тремя просмотрами. Причем, если заранее известны граничные значения признаков, то число просмотров выборки можно сократить до двух. При этом метод хранит в оперативной памяти только один текущий экземпляр и набор сформированных одномерных эталонов, который минимизирован по объему. Это позволяет существенно снизить затраты как вычислительных ресурсов, так и ресурсов памяти.

Таблица 1 – Результаты экспериментов

Метод формирования выборки	S/S	t , сек.	M , Мегабайт	$E_{об.}$, %	$t_{об.}$, сек.	$E_{расп.}$, %
Случайный отбор (без загрузки всей исходной выборки в память)	0,5	1,35	1,62	0	1768,6	2,01
	0,25	0,68	0,81	0	936,6	4,14
	0,1	0,27	0,38	0	373,2	7,42
	0,05	0,14	0,16	0	191,3	12,97
Кластер-анализ	0,26	690,37	101,34	0	920,4	0,41
Предложенный метод	0,21	93,62	0,79	0	912,5	0,49

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Предложенный метод формирования выборок по сравнению с методом на основе случайного отбора [6] обеспечивает существенно большую точность прогнозирования, сокращая при этом время обучения. Однако предложенный метод требует больших затрат времени на формирование выборки, чем метод случайного отбора [6].

По сравнению с методом формирования выборок на основе кластер-анализа [9] предложенный метод обеспечивает сопоставимую точность прогнозирования, сокращая при этом время формирования выборки. Однако предложенный метод требует существенно меньших затрат времени и ресурсов памяти при формировании выборки, чем метод на основе кластер-анализа [9].

Также, в отличие от методов на основе случайного отбора и кластер-анализа, предложенный метод автоматически определяет размер формируемых обучающей и тестовой выборок, не требуя участия человека.

Недостатком предложенного метода является то, что он требует задания преобразования на обобщенную ось и зависит от его требований к вычислительным ресурсам.

Эффективность применения разработанного метода будет тем выше, чем больше признаков будет характеризовать исходный набор данных и чем больше будет экземпляров в исходной выборке данных. При небольшом объеме исходной выборки эффект от применения разработанного метода будет незначительным.

ВЫВОДЫ

В работе решена задача формирования обучающих выборок для автоматизации построения нейросетевых моделей по прецедентам.

Научная новизна результатов, полученных в статье, состоит в том, что впервые предложен метод формирования выборок, который, автоматически выделяет из исходной выборки обучающую и тестовую выборки, не требуя загрузки всей исходной выборки в память ЭВМ, осуществляя поэкземплярную обработку исходной выборки с хэширующим преобразованием на одномерную ось, формирует эталоны кластеров на обобщенной оси, минимизируя их число, что позволяет повысить скорость формирования выборок, снизить требования к вычислительным ресурсам и памяти ЭВМ и обеспечить приемлемый уровень точности синтезируемых моделей.

Практическая значимость полученных результатов заключается в том, что разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, на основе которого решена практическая задача построения модели принятия решений для индивидуального прогнозирования состояния пациента, больного гипертонией.

Перспективы дальнейших исследований состоят в том, чтобы определить эффективные по времени и зат-

ратам памяти хэширующие преобразования экземпляров выборки, сохраняющие топологию классов в пространстве признаков, исследовать предложенный метод на более широком классе задач количественного и качественного прогнозирования и распознавания образов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках государственной научно-исследовательской темы Запорожского национального технического университета «Интеллектуальные информационные технологии автоматизации проектирования, моделирования, управления и диагностирования производственных процессов и систем» (номер гос. регистрации 0112U005350) при частичной поддержке международного проекта «Центры передового опыта для молодых ученых» программы Tempus Европейской Комиссии (№ 544137-TEMPUS-1-2013-1-SK-TEMPUS-JPHES).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Субботін С. О. Нейронні мережі : навчальний посібник / С. О. Субботін, А. О. Олійник ; під заг. ред. проф. С. О. Субботіна. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2014. – 132 с.
2. Computational intelligence: a methodological introduction / [R. Kruse, C. Borgelt, F. Klawonn et. al.]. – London : Springer-Verlag, 2013. – 488 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-5013-8_1
3. Олешко Д. Н. Построение качественной обучающей выборки для прогнозирующих нейросетевых моделей / Д. Н. Олешко, В. А. Крисилов, А. А. Блажко // Штучний інтелект. – 2004. – № 3. – С. 567–573.
4. Subbotin S. A. The training set quality measures for neural network learning / S. A. Subbotin // Optical memory and neural networks (information optics). – 2010. – Vol. 19. – № 2. – P. 126–139. DOI: 10.3103/s1060992x10020037
5. Субботин С. А. Критерии индивидуальной информативности и методы отбора экземпляров для построения диагностических и распознающих моделей / С. А. Субботин // Біоніка інтелекту. – 2010. – № 1. – С. 38–42.
6. Encyclopedia of survey research methods / ed. P. J. Lavrakas. – Thousand Oaks: Sage Publications, 2008. – Vol. 1–2. – 968 p. DOI: 10.1108/09504121011011879
7. Hansen M.H. Sample survey methods and theory / M. H. Hansen, W. N. Hertz, W. G. Madow. – Vol. 1 : Methods and applications. – New York: John Wiley & Sons, 1953. – 638 p.
8. Кокрен У. Методы выборочного исследования / У. Кокрен ; пер. с англ. И. М. Сониной ; под ред. А. Г. Волкова, Н. К. Дружинина. – М. : Статистика, 1976. – 440 с.
9. Multivariate analysis, design of experiments, and survey sampling / ed. S. Ghosh. – New York: Marcel Dekker Inc., 1999. – 698 p.
10. Smith G. A deterministic approach to partitioning neural network training data for the classification problem : dissertation ... doctor of philosophy in business / Smith Gregory. – Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute & State University, 2006. – 110 p.
11. Bernard H. R. Social research methods: qualitative and quantitative approaches / H. R. Bernard. – Thousand Oaks: Sage Publications, 2006. – 784 p.
12. Chaudhuri A. Survey sampling theory and methods / A. Chaudhuri, H. Stenger. – New York : Chapman & Hall, 2005. – 416 p.

13. Subbotin S. A. Methods and characteristics of locality-preserving transformations in the problems of computational intelligence / S. A. Subbotin // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2014. – № 1. – С. 120–128.
14. Дневник погоды [Электронный ресурс]. – Москва : ООО «НПЦ «Мэп Мейкер», 2014. – Режим доступа: <http://www.gismeteo.ru/diary/5093>
15. Weber M. Observations of Solar Activity (Mg II Index) by GOME, SCIAMACHY, and GOME-2 [Electronic resource]. – Bremen: University of Bremen, 2014. – Access mode: <http://www.iup.uni-bremen.de/gome/gomemgii.html>

Статья поступила в редакцию 15.12.2014.
После доработки: 20.01.2015.

Субботін С. О.

Д-р техн. наук, професор, професор кафедри програмних засобів Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна

ШВИДКИЙ МЕТОД ВИДІЛЕННЯ НАВЧАЛЬНИХ ВИБІРОК ДЛЯ ПОБУДОВИ НЕЙРОМЕРЕЖЕВИХ МОДЕЛЕЙ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЗА ПРЕЦЕДЕНТАМИ

Вирішено завдання формування навчальних вибірок для автоматизації побудови нейромережєвих моделей за прецедентами. Запропоновано метод формування вибірок, який автоматично виділяє з вихідної вибірки навчальну та тестову вибірки, не вимагаючи завантаження всієї вихідної вибірки у пам'ять ЕОМ, здійснюючи поекземплярну обробку вихідної вибірки з гешуючим перетворенням на одновимірну вісь, формує еталони кластерів на узагальненій осі, мінімізуючи їх число, що дозволяє підвищити швидкість формування вибірок, знизити вимоги до обчислювальних ресурсів і пам'яті ЕОМ і забезпечити прийнятний рівень точності синтезованих моделей. Розроблений метод не вимагає багаторазових проходів по вибірці, обмежуючись лише трьома переглядами. При цьому метод зберігає в оперативній пам'яті тільки один поточний екземпляр і набір сформованих одновимірних еталонів, який мінімізовано за обсягом. На відміну від методів на основі випадкового відбору та кластер-аналізу запропонований метод автоматично визначає розмір сформованих навчальної та тестової вибірок, не вимагаючи участі людини. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, на основі якого вирішена практична задача побудови моделі прийняття рішень для індивідуального прогнозування стану пацієнта, хворого на гіпертонію.

Ключові слова: вибірка, формування вибірки, екземпляр, нейронна мережа, індивідуальне прогнозування, навчання за прецедентами.

Subbotin S. A.

Dr.Sc., Professor, Professor of Department of Software Tools, Zaporizhzhya National Technical University, Zaporizhzhya, Ukraine

THE QUICK METHOD OF TRAINING SAMPLE SELECTION FOR NEURAL NETWORK DECISION MAKING MODEL BUILDING ON PRECEDENTS

The problem of training sample forming is solved to automate the construction of neural network models on precedents. The sampling method is proposed. It automatically selects the training and test samples from the original sample without the need for downloading the entire original sample to the computer memory. It processes an initial sample for each one instance with hashing transformation to a one-dimensional axis, forming cluster templates on the generalized axis, minimizing their number. This allows to increase the speed of sampling, to reduce the requirements to computing resources and to computer memory and to provide an acceptable level of accuracy of the synthesized models. The developed method does not require multiple passes through the sample, being limited by only three viewing. At the same time the method keeps in a random access memory only the current instance and the generated set of one-dimensional templates, which is minimized by volume. Unlike the methods based on random sampling and cluster analysis the proposed method automatically determines the size of the formed training and test samples without the need for human intervention. Software realizing proposed method is developed. On its basis the practical task of decision-making model building to predict the individual state of the patient with hypertension is resolved.

Keywords: sample, sampling, instance, neural network, individual prediction, training on precedents.

REFERENCES

1. Subbotin S. O., Olijnik A. O. Nejrinni merezhi : navchal'nyj posibnik ; pid zag. red. prof. S. O. Subbotina. Zaporizhzhya, ZNTU, 2014, 132 p.
2. Kruse R., Borgelt C., Klawonn F. et. al. Computational intelligence: a methodological introduction. London, Springer-Verlag, 2013, 488 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-5013-8_1
3. Oleshko D. N., Krisilov V. A., Blazhko A. A. Postroenie kachestvennoj obuchayushhej vyborki dlya prognoziryushhix nejrosetevykh modelej. Shtuchnyj intelekt, 2004, No. 3, pp. 567–573.
4. Subbotin S. A. The training set quality measures for neural network learning, *Optical memory and neural networks (information optics)*, 2010, Vol. 19, No. 2, pp. 126–139. DOI: 10.3103/s1060992x10020037
5. Subbotin S. A. Kriterii individual'noj informativnosti i metody otkora e'kzemplyarov dlya postroeniya diagnosticheskix i raspozna'yushhix modelej, *Bionika intelektu*, 2010, No. 1, pp. 38–42.
6. Encyclopedia of survey research methods. Ed. P. J. Lavrakas. Thousand Oaks, Sage Publications, 2008, Vol. 1–2, 968 p. DOI: 10.1108/09504121011011879
7. Hansen M. H., Hurtz W. N., Madow W. G. Sample survey methods and theory, Vol. 1, Methods and applications. New York, John Wiley & Sons, 1953, 638 p.
8. Kokren U. Metody vyborochnogo issledovaniya; per. s angl. I. M. Sonina ; pod red. A. G. Volkova, N. K. Druzhinina. Moscow, Statistika, 1976, 440 p.
9. Multivariate analysis, design of experiments, and survey sampling. Ed. S. Ghosh. New York, Marcel Dekker Inc., 1999, 698 p.
10. Smith G. A deterministic approach to partitioning neural network training data for the classification problem : dissertation ... doctor of philosophy in business. Blacksburg, Virginia Polytechnic Institute & State University, 2006, 110 p.
11. Bernard H. R. Social research methods: qualitative and quantative approaches. Thousand Oaks, Sage Publications, 2006, 784 p.
12. Chaudhuri A., Stenger H. Survey sampling theory and methods. New York, Chapman & Hall, 2005, 416 p.
13. Subbotin S. A. Methods and characteristics of locality-preserving transformations in the problems of computational intelligence, *Radioelektronika, informatika, upravlinnya*, 2014, No. 1, pp. 120–128.
14. Dnevnik pogody [E'lektronnyj resurs]. Moscow, ООО «NPC «Me'p Mejker», 2014, Rezhim dostupa: <http://www.gismeteo.ru/diary/5093>
15. Weber M. Observations of Solar Activity (Mg II Index) by GOME, SCIAMACHY, and GOME-2 [Electronic resource]. Bremen, University of Bremen, 2014, Access mode: <http://www.iup.uni-bremen.de/gome/gomemgii.html>